Métodos Quantitativos

Profa. Dra. Daiany Ramos

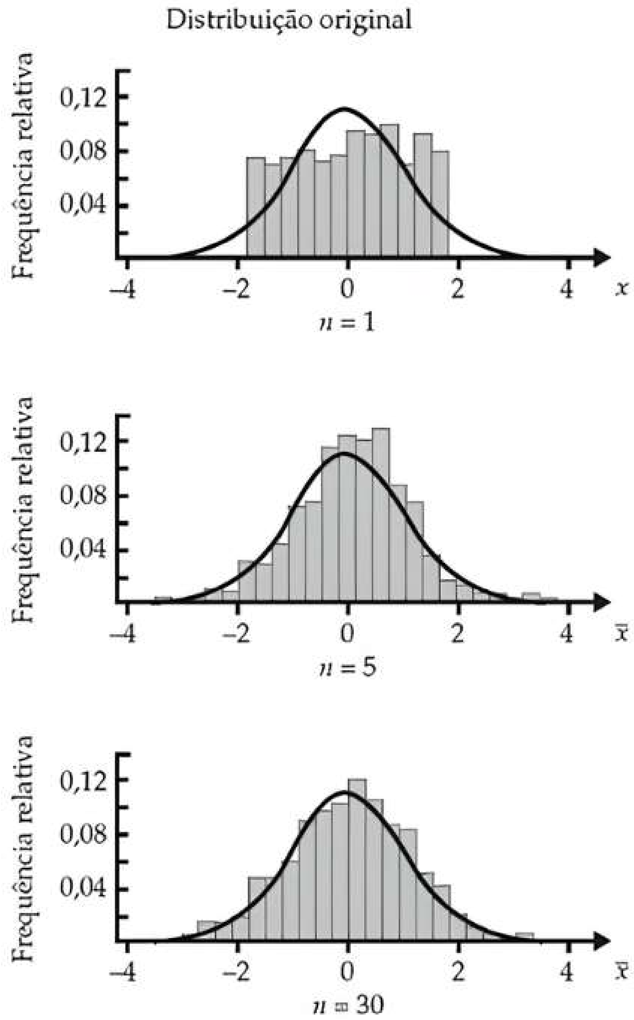
Estatística Inferencial

Estimativas de confiança

Teorema do Limite Central

- Estabelece a conexão entre a distribuição amostral da média e a população da qual as amostras são extraídas.

- Quando amostras aleatórias de tamanho n, onde $n \geq 30$, são retiradas de uma população com uma média μ e um desvio padrão σ, a distribuição amostral da média se aproxima de uma distribuição normal.



Fonte: Werkema (2014, p. 22).

Teorema do Limite Central

"A distribuição da média amostral $\bar{x}$ de uma amostra aleatória n extraída de uma população *não normal*, com média μ e desvio padrão σ, é aproximadamente normal, com média μ e desvio padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$" (WERKENA, 2014, p.22). Isso quer dizer que:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

.

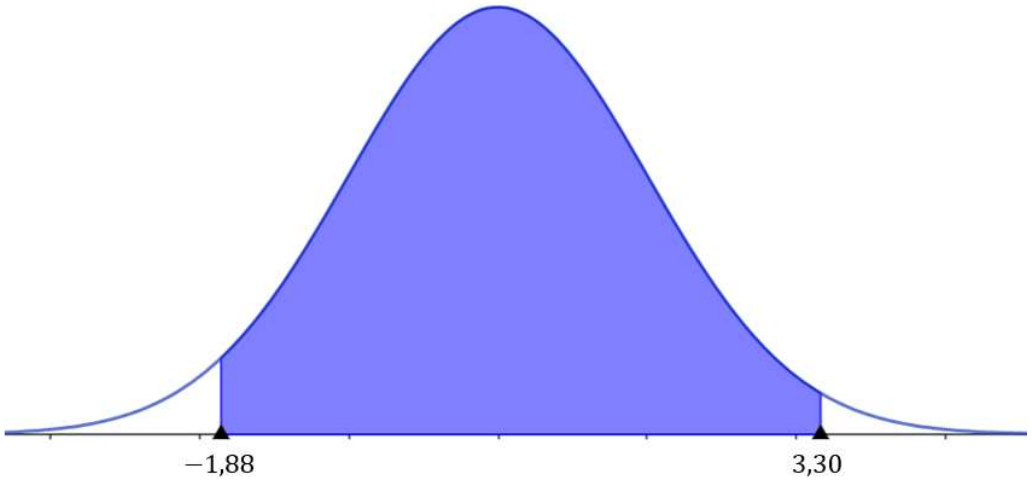
Exemplo

Suponha que você esteja realizando um estudo sobre a média de tempo que motoristas dirigem por dia. Para isso, você selecionou uma amostra de 50 motoristas que em média dirigem 25 minutos por dia.

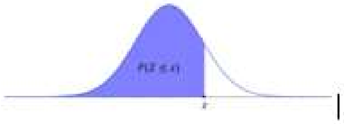
Considerando que o desvio padrão é $\sigma = 1{,}5$ minutos, qual a probabilidade de que a média de tempo que esses motoristas passam dirigindo todos os dias seja entre 24,6 e 25, 7 minutos?

Exemplo

$$z_1 = \frac{24{,}6 - 25}{\frac{1{,}5}{\sqrt{50}}} \approx -1{,}88$$



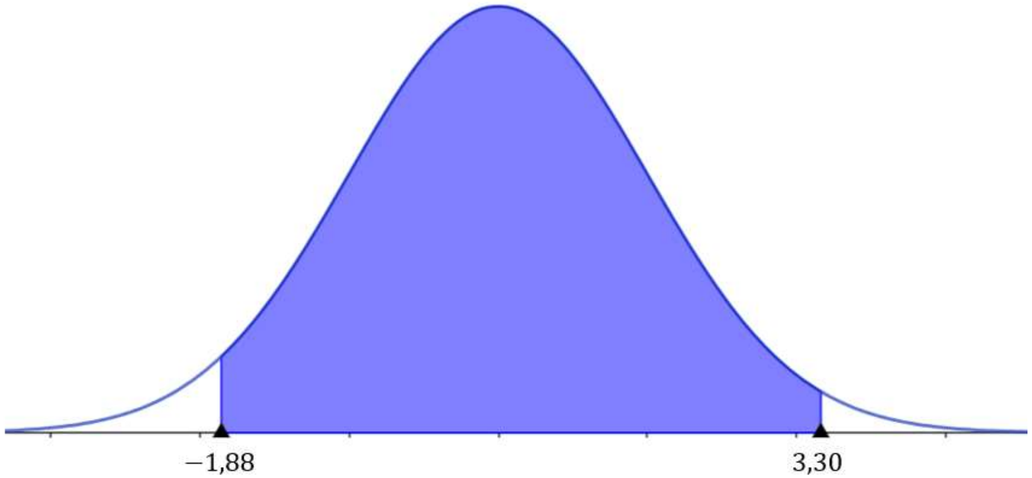
Fonte: elaborado pela autora.



z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Fonte: elaborado pela autora.

Exemplo



Fonte: elaborado pela autora.

$$P(24{,}6 \le \bar{x} \le 25{,}7) = P(-1{,}88 \le Z \le 3{,}30) =$$

$$P(Z \le 3{,}30) - [1 - P(Z \ge 1{,}88)] =$$

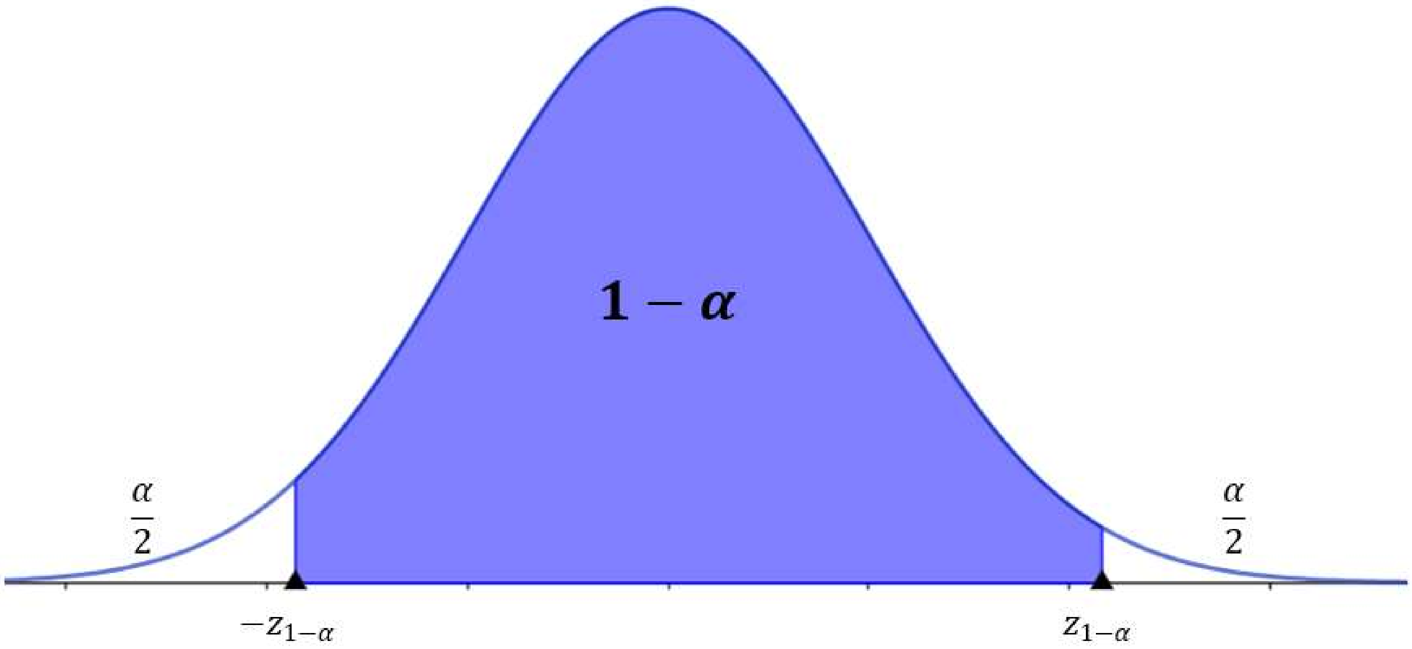
$$0{,}9995 - [1 - 0{,}9699] = 0{,}9995 - 0{,}0301 = 0{,}9694.$$

Intervalo de confiança

- Estabelecer um intervalo que, com um **nível de confiança** conhecido (denominado $1 - \alpha$), englobe o valor real do parâmetro. Esse tipo de intervalo é referido como intervalo de confiança para o parâmetro.

Intervalo de confiança

- O termo **nível de confiança**, $1 - \alpha$, é definido como "a confiança de que a estimativa intervalar contém o verdadeiro valor do parâmetro, pressupondo que o processo de estimação seja repetido em um grande número de vezes".
- α representa **o nível de significância**.



Fonte: elaborado pela autora.

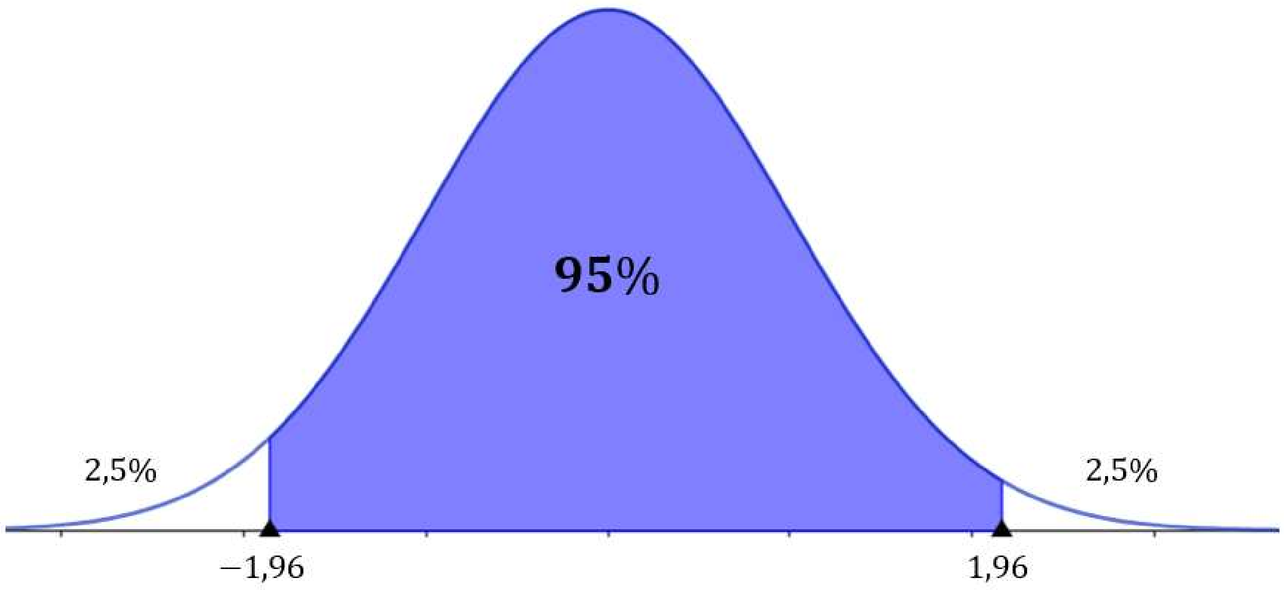
Intervalo de confiança para a média

O intervalo de confiança para a média quando a variância populacional é conhecida é dado por:

$$IC = \bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$$

Ou

$$IC = \bar{x} - z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Fonte: elaborado pela autora (2023)

Exemplo

O diretor de uma faculdade busca estimar a idade média de todos os estudantes atualmente matriculados. A partir de uma amostra aleatória de 30 estudantes, a idade média observada é de 22,9 anos. Com base em estudos prévios, o desvio padrão conhecido é de 1,5 ano. Construa um intervalo de confiança de 95% para a idade média da população.

Exemplo

$$IC = 22{,}9 - 1{,}96 \cdot \frac{1{,}5}{\sqrt{30}} < \mu < 22{,}9 + 1{,}96 \cdot \frac{1{,}5}{\sqrt{30}}$$

$$IC = 22{,}9 - 1{,}96 \cdot 0{,}274 < \mu < 22{,}9 + 1{,}96 \cdot 0{,}274$$

$$IC = 22{,}9 - 0{,}53704 < \mu < 22{,}9 + 0{,}53704$$

$$IC = 22{,}36296 < \mu < 23{,}43704$$