



Probabilidade

Distribuição Binomial



Variável aleatória

- Uma variável aleatória é discreta se o número de resultados possíveis é finito ou pode ser contado.
- Uma variável aleatória é contínua se pode assumir qualquer valor dentro de determinado intervalo.

Distribuição de probabilidade

A **distribuição de probabilidade** de X revela como a probabilidade total de 1 se divide entre os diferentes valores potenciais de X .

$p(0)$ = probabilidade de X valer 0 = $P(X = 0)$

$p(1)$ = probabilidade de X valer 1 = $P(X = 1)$

$p(2)$ = probabilidade de X valer 2 = $P(X = 2)$

$\vdots$

$p(x)$ = probabilidade de X valer x = $P(X = x)$

Distribuição Binomial

- O experimento deve ter um número fixo de provas (cada uma das repetições sucessivas da experiência).
- As provas devem ser independentes → O resultado de qualquer prova não afeta as probabilidades das outras provas.
- Cada prova deve ter todos os resultados classificados em duas categorias:
SUCESSO ou FRACASSO

Distribuição Binomial

- $n \Rightarrow$ número fixo de tentativas;
- $x \Rightarrow$ número específico de sucessos em n tentativas;
- $p \Rightarrow$ probabilidade de sucesso em uma de n tentativas;
- q ou $(1 - p) \Rightarrow$ probabilidade de fracasso em uma de n tentativas;
- $P(X = x) \Rightarrow$ probabilidade de obter exatamente x sucessos em n tentativas.

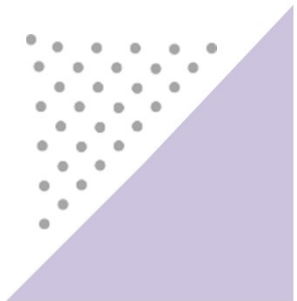
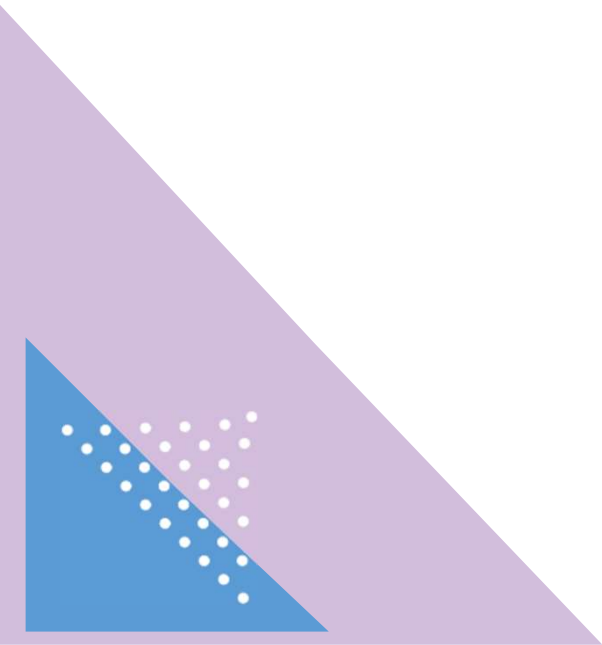
Distribuição Binomial

A distribuição de probabilidade binomial será dada por:

$$P(x) = P(X = x) = C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

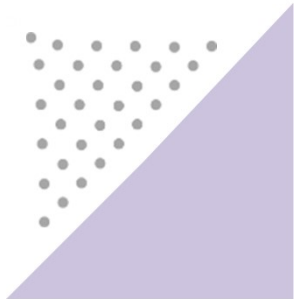
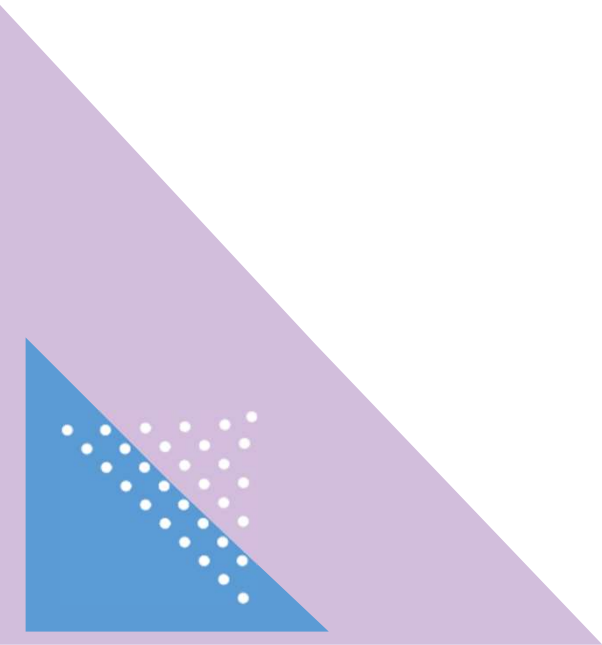
Exemplo

Consideremos que certo time de voleibol tem $\frac{2}{3}$ de probabilidade de vitória sempre que joga. Se esse time jogar 5 partidas, qual a probabilidade desse time vencer pelo menos duas partidas?



Exemplo

- $X = \text{vencer a partida}$
- $n = 5$
- $p = \frac{2}{3}$
- $q = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

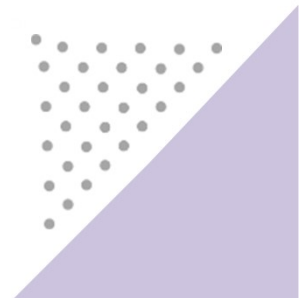
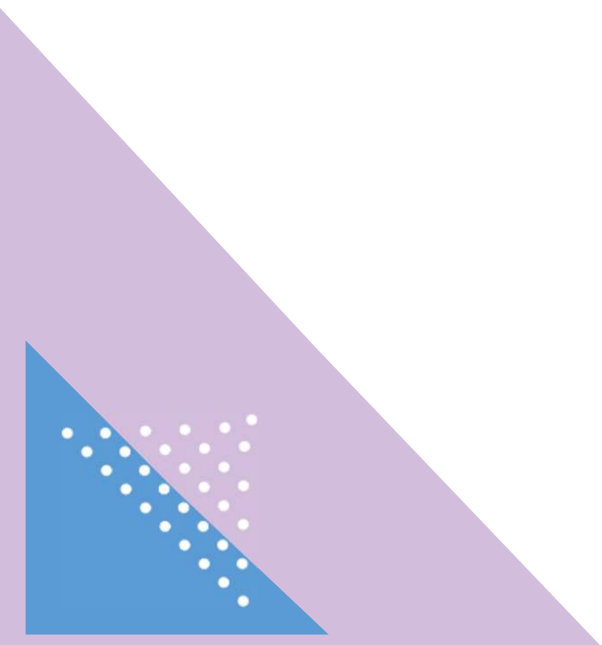


Exemplo

$$P(2) = P(X = 2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5-2} = \frac{5!}{2! (5-2)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 10 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{27} = \frac{40}{243}$$

$$P(3) = P(X = 3) = C_5^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5-3} = \frac{5!}{3! (5-3)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 10 \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{9} = \frac{80}{243}$$

$$\begin{aligned} P(4) &= P(X = 4) = C_5^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5-4} \\ &= \frac{5!}{4! (5-4)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 5 \cdot \frac{16}{81} \cdot \frac{1}{3} = \frac{80}{243} \end{aligned}$$



Exemplo

$$P(5) = P(X = 5) = C_5^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5-5} = \frac{5!}{5! (5-5)!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1 \cdot \frac{32}{243} \cdot 1 = \frac{32}{243}$$

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$$

$$P(X \geq 2) = \frac{40}{243} + \frac{80}{243} + \frac{80}{243} + \frac{32}{243} = \frac{232}{243} \approx 0,95$$

