Física Geral e Experimental-Energia

Física Geral e Experimental: Energia

André Luís Delvas Fróes

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Fróes, André Luís Delvas
F922f Física geral e experimental: energia / André Luís Delvas Fróes. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2016.
240 p.

ISBN 978-85-8482-587-5

1. Física – Experiências. I. Título

CDD 530.0724

2016
Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza
CEP: 86041-100 — Londrina — PR
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br
Homepage: http://www.kroton.com.br/

Sumário

Unidade 1 | Rotação de corpos rígidos — **7**
- Seção 1.1 - Movimento circular uniforme — 9
- Seção 1.2 - Momento de inércia — 24
- Seção 1.3 - Energia cinética de rotação — 38
- Seção 1.4 - Teorema dos eixos paralelos — 50

Unidade 2 | Dinâmica do movimento de rotação — **65**
- Seção 2.1 - Momento angular e conservação de momento angular — 67
- Seção 2.2 - Momento de uma força — 79
- Seção 2.3 - Equilíbrio de rotação de corpos rígidos — 96
- Seção 2.4 - Solução de problemas de equilíbrio de corpos rígidos — 113

Unidade 3 | Mecânica dos fluidos — **129**
- Seção 3.1 - Pressão em fluidos — 131
- Seção 3.2 - Princípio de Pascal — 146
- Seção 3.3 - Princípio de Arquimedes — 160
- Seção 3.4 - Escoamento em fluido — 172

Unidade 4 | Temperatura e calor — **185**
- Seção 4.1 - Termometria — 187
- Seção 4.2 - Dilatação térmica — 199
- Seção 4.3 - Calorimetria — 210
- Seção 4.4 - Fundamentos da termodinâmica — 223

Palavras do autor

Caro estudante, seja muito bem-vindo! Neste livro conversaremos sobre energia, armazenada nas mais diversas formas ao nosso redor. Nós vivemos e nos movemos com a energia obtida através da alimentação; nossas hidroelétricas armazenam a água das chuvas em reservatórios, que desce por grandes tubulações, ganha velocidade com base na energia potencial gravitacional armazenada e gira enormes turbinas para gerar energia elétrica para alimentar nossos equipamentos eletrônicos. A energia também pode ser extraída das reações químicas, do calor, do movimento e quem possui conhecimento científico pode colocar a energia para trabalhar a seu favor! O nosso objetivo é que você, ao longo do curso, entenda e aplique nas áreas de engenharia e exatas as diversas formas de energia proporcionadas através da rotação de corpos rígidos, da dinâmica do movimento de rotação, da mecânica dos fluídos e do uso da temperatura e calor.

Uma vez que você entenda bem a Física, ela lhe permitirá compreender a natureza e seu raciocínio matemático para resolver problemas reais, o que o mercado de trabalho está em busca. Uma boa base em Física é um pré-requisito para as competências específicas e técnicas de seu curso e o que você não aprender hoje, fará falta amanhã.

Lembre-se: você é o único responsável por seu futuro! Para garantir seu sucesso, faça os exercícios das seções e assista às videoaulas antes de encontros presenciais. Você só estará preparado para as avaliações se conseguir resolver os exercícios sem o auxílio de resoluções de outras pessoas.

Na primeira unidade, introduziremos conceitos importantes de rotação. Na segunda, iremos mais a fundo, calculando o necessário para colocar objetos reais em movimento, ou mantê-los equilibrados! Na terceira unidade, a tarefa será entender bem a densidade e a pressão dos fluidos. Na unidade quatro, entenderemos bem os conceitos de temperatura e calor. Em todas elas, estaremos interessados na energia armazenada nos sistemas e em suas aplicações.

Estudante, fizemos todo o esforço para abrir caminho para você, com materiais didáticos de qualidade e o empenho de nossos professores. Agarre sua oportunidade!

Rotação de corpos rígidos

Convite ao estudo

Caro estudante, iniciaremos nossa primeira unidade de ensino investigando a rotação de corpos rígidos. Todos sabemos por experiência prática o que é rotação, pois está presente em nosso dia a dia. Retiramos um objeto de nosso armário, o giramos e o encaixamos da maneira que melhor nos agrada. Porém, o que seria um corpo rígido? Trata-se basicamente de um objeto que possui um volume e ocupa um espaço, sendo composto por diversos átomos que, por estarem juntos, conserva sua posição com relação uns aos outros, em todos os momentos. Portanto, um corpo rígido conserva sempre sua forma, em repouso ou em movimento, girando ou com objetos apoiados sobre ele.

Nosso objetivo geral é conhecer, entender e aplicar nas áreas de engenharia e exatas as diversas formas de energia proporcionadas através da rotação de corpos rígidos, da dinâmica do movimento de rotação, da mecânica dos fluídos e do uso da temperatura e calor. Na Seção 1.1, você compreenderá como descrever um movimento circular uniforme; na Seção 2.1, aprenderá a calcular o momento de inércia de um corpo, indicativo da resistência que ele oferece à rotação; na Seção 3.1, saberá como calcular quanta energia um corpo carrega em seu movimento circular, assim como aprendeu anteriormente a calcular esta energia cinética do movimento linear; por fim, na última seção, você verá esse funcionando na prática, com a aplicação do conhecido teorema dos eixos paralelos.

Certamente, muitos dos estudantes de ciências exatas trabalharão em indústrias ou em empresas que prestarão alguma espécie de serviço para elas. Assim, nos colocaremos no papel de um gerente que atua em uma indústria de alta tecnologia, utilizando seus conhecimentos técnicos para tomar as melhores decisões, na aquisição ou manutenção dos equipamentos necessários.

Imagine uma indústria automobilística. Pense na quantidade de peças pesadas que precisam de transporte para os diversos pontos da linha de montagem e a precisão necessária para encaixá-las. Coloque-se no lugar do gerente. Você quer produzir o máximo de carros no menor tempo, afinal, cada venda traz novos e importantes recursos para a empresa. Entretanto, existem outras fábricas de carros, logo, você precisa vendê-los com um bom preço. Para isso, é importante ser econômico em seus custos, gastar o mínimo necessário de energia elétrica e não desperdiçar matérias-primas. Fazendo isso, você também melhora a imagem da empresa, pois reduz impactos ambientais, atraindo mais clientes. Vamos buscar juntos soluções para tornar a indústria mais eficiente, produzindo mais e evitando o desperdício de recursos financeiros, de energia e de matéria-prima? Nosso desafio será o planejamento da instalação de um braço robótico em uma nova linha de montagem da fábrica.

Seção 1.1

Movimento circular uniforme

Diálogo aberto

Caro estudante, seja muito bem-vindo! Nesta seção, exploraremos um pouco mais a física do movimento, estudando o movimento circular. O conhecimento do tema permitiu à humanidade desenvolver tecnologias importantes baseadas na utilização de polias, engrenagens e pêndulos. Para simplificar, começamos sempre compreendendo o movimento uniforme, ou seja, aquele no qual não existe aceleração e, dessa forma, o objeto gira sempre em um mesmo ritmo sem que um motor ou impulso o acelere e sem que o atrito ou um sistema de freios o desacelere.

Você aprenderá que pode descrever o movimento circular uniforme de maneira eficiente, muito parecida com o que já sabe fazer com os movimentos retilíneos uniformes, aqueles em que a velocidade do objeto, que se move em linha reta, é constante. Definiremos os conceitos de deslocamento angular, velocidade angular e citaremos a aceleração angular, que em nosso caso de estudo será sempre zero. Claro que explicaremos para você como lidar com problemas envolvendo ângulos.

Lembre-se de que, neste momento, você é o gerente de uma grande empresa automobilística e está utilizando seus conhecimentos para tomar importantes decisões a fim de tornar sua indústria mais eficiente e uma delas está está relacionada com uma nova linha de montagem projetada para substituir um lento trabalho manual por um eficiente robô. Sorte dos funcionários que gostam de estudar e de ter novos desafios, pois foram treinados para controlar e gerenciar os robôs, mantendo seus empregos e cumprindo uma tarefa bem mais interessante.

Trata-se de um braço mecânico que retira uma pequena peça de sua posição em uma esteira, encaixando-a corretamente no corpo do equipamento montado na outra esteira. Ele realiza um movimento simples, circular, na horizontal, apanhando a peça em um primeiro momento e levando-a para a outra esteira. Seu problema, no momento, não é como o robô vai agarrar ou girar a peça, mas sim como o braço mecânico deveria girar. As peças chegam igualmente espaçadas na primeira esteira, assim como o corpo do equipamento, do outro lado. Estas devem ser capturadas e rapidamente encaixadas do lado oposto. O apoio do braço mecânico poderia ficar no centro entre ambas as esteiras e o braço do robô simplesmente girar em um ritmo constante, não é mesmo? Como vamos organizar tudo isso? Que grandezas você acha que precisará conhecer?

Antes de resolver nosso problema, precisamos entender bem o movimento circular uniforme, que descreverá o funcionamento do braço mecânico da linha de montagem. Vamos lá?

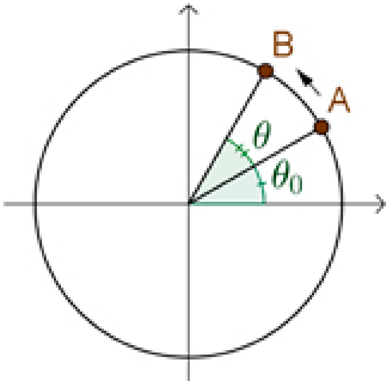
Não pode faltar

Nosso interesse no presente capítulo está voltado para movimentos que têm como trajetória um círculo e uma trajetória é o caminho que o objeto descreve no espaço. Para imaginar isso, pense que o objeto que se move deixa um rastro permanente em forma de círculo perfeito. Você já deve ter utilizado um compasso quando era criança, não é mesmo? Alguns estudantes de engenharia o usam muito em desenho técnico. Lembrando-se do compasso fica fácil imaginar, pois com ele você coloca e mantém a ponta seca sobre o papel, marcando o centro do círculo. A haste do compasso obriga a outra ponta, com grafite, a mover-se, formando um rastro no papel, um círculo, ou seja, resultado da trajetória do grafite sobre o papel. Em cada instante o grafite estava em um lugar diferente, mas a marca ficou no caminho.

Você se lembra qual é a circunferência de um círculo? Ou seja, se você tentar formar um círculo com uma corda, qual seria o comprimento da corda necessária? A resposta depende da característica mais importante do círculo, ou seja, do seu raio ***r***. $c = 2\pi \cdot r$.

Você também precisa se lembrar da definição de um ângulo, a abertura formada por duas retas partindo de um mesmo ponto central. Podemos subdividir o espaço interno de um círculo de diversas maneiras. Por exemplo, em um relógio de parede, o círculo é dividido em 12 partes, uma para cada hora. Nos exercícios de matemática, costumávamos partir o círculo em 360 unidades chamadas de graus, em que 90 graus compõem cada um dos quadrantes. Em outros momentos, estimulados pela equação da circunferência do círculo, decidíamos dividir o círculo em 2π radianos, uma ótima unidade, pois basta multiplicar o ângulo em radianos pelo raio para obter o comprimento do arco formado.

Figura 1.1 | Posição angular



Fonte: elaborada pelo autor.

Veja a Figura 1.1. Suponha que você prendeu um prego sobre uma mesa e amarrou nele uma bolinha por meio de um barbante. Agora, estique a corda, dê um impulso perpendicular à direção da corda e pronto, você criou um movimento circular! O movimento iniciou no ponto A, um ângulo θ_0 marcado com relação ao eixo é a posição angular inicial do movimento. Após algum tempo, a bolinha encontra-se na posição B. Ela moveu-se um ângulo θ com relação à posição anterior, ou seja, realizou o deslocamento angular $\Delta\theta$.

No entanto, não podemos nos confundir. O ângulo da bolinha no ponto B com relação ao eixo é $\theta + \theta_0$. O deslocamento angular será o ângulo final subtraído do ângulo inicial. Portanto:

$$\Delta\theta = \theta_{fin} - \theta_{ini}$$

Exemplificando

Vamos supor que o exemplo da Figura 1.1 foi construído na prática, com um barbante de 1 metro de comprimento em uma mesa muito lisa. Após o impulso inicial, a esfera se move com velocidade praticamente constante, realizando um movimento circular uniforme.

a) Se a posição angular inicial é 0,3π radianos e a posição angular final é π radianos, qual foi deslocamento angular da bolinha?

b) Se após um novo impulso a posição angular inicial foi 1,2 radianos e a final foi 0,5 radianos, qual foi o deslocamento angular da bolinha?

a) Deslocamento angular é a diferença entre a posição angular inicial e a posição angular final (a ordem é muito importante). Portanto, ela moveu-se:

$$\Delta\theta = \theta_{fin} - \theta_{ini} = \pi - 0{,}3\pi = 0{,}7\pi \text{ rad}$$

b) O deslocamento angular foi:

$$\Delta\theta = \theta_{fin} - \theta_{ini} = 0{,}5 - 1{,}2 = -0{,}7 \text{ rad}$$

Reflita

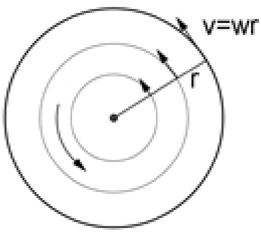
No contexto do capítulo e em muitas áreas da Física, utilizamos o sinal de menos para marcar um movimento no sentido oposto ao definido como positivo. No nosso caso, estabelecemos (desenhando uma seta na figura) que o sentido anti-horário é positivo. Um deslocamento angular no sentido contrário será denotado com um sinal negativo. Não existe definição obrigatória, você sempre será livre para determinar qual sentido de rotação é positivo e qual é negativo, mas se não lembrar da sua definição e não fizer seus cálculos de maneira coerente em todo o exercício, obterá um resultado errado. Marque sempre uma seta indicando a direção positiva, como demonstrado na Figura 1.1, assim você não se esquecerá.

Que distância física (x) foi percorrida pela bolinha? Exatamente $x = r \cdot \Delta\theta$ (o ângulo em radianos). Com um cronômetro em mãos, seria possível calcular a velocidade da bolinha, pois $v = \Delta x / \Delta t = r \cdot (\Delta\theta / \Delta t)$. Apenas lembre-se de que a direção muda continuamente e que a bolinha retornará em algum momento ao seu ponto inicial.

No entanto, não é preciso nos prender à distância física, pois é muito fácil pensar na taxa com a qual a bolinha se move em termos de um ângulo, não é mesmo? Poderíamos pensar em uma velocidade angular média ω, assim como definimos um deslocamento angular. Portanto:

$\omega = \Delta\theta / \Delta t$, de modo que a velocidade da bolinha será de $v = r \cdot \omega = r \cdot (\Delta\theta / \Delta t)$, como vimos acima.

Figura 1.2 | Disco girando



Fonte: elaborada pelo autor.

Como observado na Figura 1.2, quando um corpo rígido gira, a velocidade linear de um ponto dependerá de sua distância ao eixo de giro, então quanto mais longe do eixo, maior a velocidade. Lembre-se também de que a velocidade é uma grandeza vetorial e, portanto, tem módulo, direção e sentido. A direção será sempre sobre a tangente ao círculo no ponto estudado e mudará a todo instante e o sentido dependerá do movimento. No MCU (movimento circular uniforme) o módulo da velocidade não varia.

No movimento circular uniforme, será que conseguiríamos escrever uma equação simples para poder calcular a posição angular do objeto de estudo? Vamos nos lembrar da equação do movimento retilíneo uniforme: $x = x_0 + v \cdot t$. No movimento circular, temos:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

Exemplificando

Vamos supor que o exemplo da Figura 1.1 foi construído na prática, com um barbante de 2 metros de comprimento em uma mesa muito lisa. Após o impulso inicial, a esfera se move com velocidade praticamente constante.

a) Se a posição angular inicial é 1,81 radianos e a posição final 1,25 radianos, e o movimento estudado durou 2s, qual foi a velocidade angular média da bolinha?

b) Se aguardarmos mais 3s após a passagem da bolinha pela posição angular 1,25 radianos, onde a encontraremos?

a) $\Delta\theta = 1{,}25 - 1{,}81 = -0.56\,\text{rad}$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{-0{,}56}{2} = -0{,}28\ \text{rad/s}$$

b) $\theta = \theta_0 + \omega \cdot \Delta t = 1{,}25 - 0{,}28 \cdot 3 = 0{,}41\,rad$

Faça você mesmo

O ponteiro dos relógios analógicos realiza um movimento circular uniforme.

a) Calcule a velocidade angular do ponteiro das horas na unidade radianos por segundo.

b) Calcule o deslocamento angular do ponteiro dos segundos, se ele sai da marcação 3 e chega à marcação 8.

a) O ponteiro das horas dá uma volta completa após 12 horas. Sua velocidade angular será:

$$\omega_h = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{-2\pi}{12h} = \frac{-2 \cdot 3{,}14}{12 \cdot 60 \cdot 60} = -1{,}45 \cdot 10^{-4}\,rad/s$$

Lembrando-se de que definimos a rotação anti-horária como positiva.

b) O ponteiro dos segundos completa uma volta a cada 60 segundos. O relógio possui 12 marcações. No item B, o ponteiro avança 5 das 12 marcações. Portanto, seu deslocamento angular será:

$$\Delta\theta = -2\pi \cdot \frac{5}{12} \simeq -2{,}62\,rad.$$

Lembra-se do conceito de derivadas? As derivadas são maneiras de avaliar taxas de variação. Seja y função de x, denotamos:

$\frac{dy}{dx}$ a derivada de $y(x)$ em x.

As derivadas são muito importantes em física, pois as quantidades físicas estão sempre variando com o tempo, por exemplo. A própria velocidade é a variação da posição com o tempo. Podemos, portanto, definir velocidade instantânea como:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} .$$

Analogamente, é possível definir a velocidade angular instantânea como:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} .$$

Poderíamos definir também uma aceleração angular (α), que seria a variação da velocidade angular com o tempo, assim como a aceleração linear (em linha reta) é a variação da velocidade linear com o tempo.

$$\alpha = \Delta\omega / \Delta t .$$

Estamos interessados no movimento circular uniforme, o que quer dizer que a velocidade angular não varia. Portanto, na presente seção, $\alpha = 0$. Porém, diariamente vemos muitos objetos em movimento circular não uniforme, como a roda do carro gira cada vez mais rápido, quando acelerado, ou cada vez mais devagar quando o freio é acionado. Mesmo a bolinha em nosso exemplo girará cada vez mais devagar até parar, devido ao atrito com a mesa.

Pesquise mais

Estudaremos o caso em que $\alpha \neq 0$ na Unidade 2. Além disso, integrais e derivadas são utilizadas rotineiramente no cotidiano de um profissional de ciências exatas, como um engenheiro.

Sugerimos como leitura complementar as cinco primeiras seções do capítulo 10 do livro: HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos da Física**. 9. ed. São Paulo: LTC, 2012. Ele trata de maneira completa os temas citados. Você, estudante de nossa instituição, tem acesso gratuito ao livro. Primeiro, faça seu login na sua área do estudante e depois na sua biblioteca virtual. Depois, cole no seu navegador o link disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2271-0/cfi/0>. Acesso em: 16 mar. 2016.

Aproveite também para acompanhar uma aula completa disponibilizada no YouTube UNIVESP TV. **Cursos Unicamp**: Física geral 1 / aula 19. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=qIPDhfhr-bQ>. Acesso em: 16 mar. 2016

Vamos falar agora sobre dois conceitos muito importantes: a frequência e o período.

Você ouve sempre a pergunta "com que frequência você vem aqui?", ou quem sabe "qual período do dia você está livre para conversar?". Esses conceitos são importantes porque não se aplicam somente ao movimento circular. Todos os movimentos que se repetem permitem a definição de uma frequência e de um período.

- Por período de um movimento entendemos: quanto tempo é necessário para que ele se complete e comece uma repetição?
- Por frequência entendemos: quantas vezes o movimento se repete, por unidade de tempo?

Perceba que a frequência (f) é o inverso do período (T), pois para obter a frequência você deve dividir uma unidade de tempo pelo período completo do movimento. Portanto:

$$f = \frac{1}{T} \ .$$

A frequência tem por unidade o inverso da unidade de tempo adotada. Como utilizamos regularmente a unidade segundo (s), você imaginará que a unidade de frequência 1/*s* deve ser especial. E é mesmo. Ela é nomeada Hertz (Hz) em homenagem a um físico alemão.

$$1\,Hz = \frac{1}{s} \ .$$

Assimile

Frequência (ciclos a cada unidade de tempo) é o inverso do período (tempo para completar um ciclo) $f = 1 / T$.

Tudo isso é muito geral, mas como podemos relacionar tais conceitos com o movimento de rotação e a velocidade angular? Simples. Vamos pensar em termos de um ciclo completo, em que o deslocamento angular é $2\pi\ rad$ e o tempo gasto é *T*. Portanto:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

.

Exemplificando

Lembra-se do relógio analógico?

a) Qual a frequência, por dia, do ponteiro das horas? E qual seria a frequência em Hertz?

b) Suponha que o ponteiro do relógio tem 15 cm. Qual é a velocidade linear das duas extremidades do ponteiro?

a) Frequência é o inverso do período do ciclo nas unidades desejadas.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12h} = \frac{1}{0,5d} = 2d^{-1}$$

Ou seja, duas rotações completas por dia.

Lembre-se: $1d = 24h = 24 \cdot 60\,\mathrm{m} = 24 \cdot 60 \cdot 60s$

Convertendo para Hz :

$$f = \frac{2}{d} = \frac{2}{24 \cdot 60 \cdot 60} \cdot \frac{1}{s} = 2,31 \cdot 10^{-5}\,Hz$$

Ou seja, duas rotações completas por dia.

b) Uma das extremidades está sobre o eixo de rotação e r é a distância até esse eixo. Portanto:

$$v = \omega \cdot r \ = 2 \cdot \pi \cdot 2,31 \cdot 10^{-5} \cdot 0 = 0m/s$$

Não há movimento linear. A outra extremidade:

$$v = \omega \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}31 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}15 = 2{,}18 \cdot 10^{-5}\, m/s$$

Faça você mesmo

Uma das 20 turbinas da hidroelétrica de Itaipu, quando ativada, realiza aproximadamente 90 rotações por minuto.

a) Qual sua frequência em Hertz?

b) Qual seu período?

c) Qual sua velocidade angular?

d) Se ela é circular com um raio de aproximadamente 5m, qual é a velocidade linear de um componente eletrônico instalado em sua extremidade?

a) $f = \dfrac{90rot}{\min} = \dfrac{90rot}{60s} = 1{,}5Hz$.

b) $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{1{,}5} = 0{,}67s$.

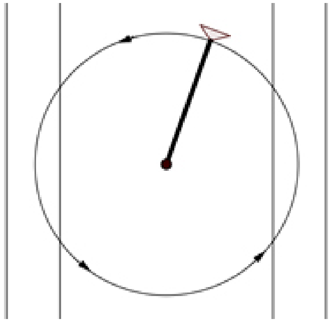
c) $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 1{,}5 = 3\pi \approx 3 \cdot 3{,}14 = 9{,}42 rad/s$.

d) $v = \omega \cdot r = 3\pi \cdot 5 = 15\pi \approx 47{,}12 m/s$.

Sem medo de errar

A partir de agora você é o gerente de uma indústria automobilística e está pensando na automatização de uma linha de montagem. A esteira da direita traz peças vindas do estoque, que devem ser encaixadas com o bloco principal do equipamento produzido sendo produzido e é transportado na esteira da esquerda. Ambas as esteiras correm paralelamente com uma distância de 1 m, com um bloco principal fornecido a cada 7 s. Calcule o período, a frequência, a velocidade angular da rotação do braço mecânico, que opera em um movimento circular uniforme e a velocidade linear da peça carregada.

Figura 1.3 | Braço mecânico entre duas esteiras



Fonte: elaborada pelo autor.

Se os blocos principais descem pela esteira espaçados temporalmente em 7 s, este é o período do movimento, pois todo o ciclo deve ser repetido neste tempo.

$$T = 7s \ .$$

Como desejamos um movimento circular uniforme, a velocidade não se altera e, portanto, temos 3,5 s para cada fase da operação: o robô coleta a peça da esteira da direita e deve acoplá-la após 3,5 s, quando o robô está exatamente sobre a esteira dos blocos principais. Ele tem mais 3,5 s para retornar e capturar uma nova peça.

A frequência do ciclo é $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{7s} = 0{,}14Hz$.

Atenção

Em Física, uma resposta sem unidades é errada. A unidade informa qual grandeza física estamos estudando (Exemplo: *Hz* indica uma frequência e m/s se refere à velocidade) e nos indica qual é a sua intensidade (1Hz é uma frequência muito mais rápida do que 1rpm, ou rotação por minuto)

A velocidade angular do braço mecânico é:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi rad}{7s} = 0,90 rad/s.$$

Como a distância entre as linhas de montagem é de 1 m, o braço mecânico terá aproximadamente 0,5 m de raio, portanto, a velocidade linear do transporte da peça será: $v = \omega \cdot r = 0,90 \cdot 0,5 = 0,45 m/s$.

Avançando na prática

Gerador portátil de energia eólica

Descrição da situação-problema

A sustentabilidade é um tema importante de nossas vidas. Está cada vez mais claro para os cientistas que a ação humana é capaz de causar alterações sérias no equilíbrio climático de nosso planeta, trazendo inclusive riscos para diversas espécies de plantas, animais e para a sobrevivência humana. Tudo aquilo que utilizamos em nosso dia a dia é movido, de uma maneira ou de outra, por uma fonte de energia e, portanto, precisamos usar sempre que possível energia limpa e de baixo impacto ambiental. É uma necessidade dos novos tempos e toda necessidade traz oportunidades! Dessa forma, suponha que você não quis ficar para trás e decidiu trabalhar em uma empresa especializada no ramo de inovação em energias limpas com a finalidade de patentear um modelo viável de gerador eólico para uso doméstico, como mostra a Figura 1.4.

Figura 1.4 | Gerador eólico portátil

Fonte: elaborada pelo autor.

Seu objetivo é construir um gerador capaz de carregar um celular em aproximadamente uma hora, caso exista uma brisa moderada disponível e que seja facilmente transportável em uma mochila de camping. Em um dos testes do novo produto, a velocidade linear da extremidade da hélice, a 30 cm do eixo de giro, foi medida em 0,377 m/s. Você precisa escrever um relatório sobre o protótipo, que deve contar com: a) A velocidade angular, b) O período do movimento e c) A frequência do movimento. Obtenha essas informações a partir dos dados fornecidos.

Lembre-se

A conversão de quantidades angulares em quantidades lineares é simples. Descubra qual a distância do ponto de interesse até o eixo de giro e multiplique essa quantidade pela variável angular. Exemplo: $v = \omega \cdot r$

Resolução da situação-problema

a) Conhecemos a relação entre velocidade linear e velocidade angular. Portanto:

$$v = \omega \cdot r \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{0{,}377\,m/s}{0{,}30\,m} = 1{,}257\,rad/s.$$

b) O período é o tempo que qualquer uma das pás do gerador leva para deslocar-se 2π rad. Então:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1{,}257} = 5s.$$

c) $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{5} = 0{,}2Hz$.

Faça você mesmo

Um protótipo de gerador eólico conta com uma hélice de três pás, cada uma delas com 35 cm de comprimento. Em um novo teste, em uma brisa moderada, a velocidade angular foi medida em 2 rad/s. Você precisa escrever um relatório que deve constar as seguintes informações: a) A velocidade linear na extremidade da hélice e b) A frequência de rotação. Obtenha essas informações a partir dos dados fornecidos.

Faça valer a pena

1. O movimento circular uniforme é um caso particular de movimento curvilíneo, em que a trajetória de uma partícula que a descreve é uma circunferência.
O vetor velocidade dessa partícula apresenta as seguintes características:

a) Módulo, direção e sentido constantes.

b) Módulo constante e direção variável.

c) Direção constante e módulo variável.

d) Direção constante, módulo e sentido variáveis.

e) Módulo, direção e sentidos variáveis.

2. No centro da cidade de Londres, existe uma roda gigante muito famosa, chamada *London Eye*. O visitante pode pagar para dar uma volta completa, que dura 30 minutos.
Qual é o deslocamento angular do visitante após de 4 minutos de passeio?

a) 0,392 radianos.

b) 0,657 radianos.

c) 0,838 radianos.

d) 0,963 radianos.

e) 1,280 radianos.

3. Um motor elétrico gira uma pequena esfera presa em um bastão de 1,3 m de comprimento. Dois estudantes decidiram descobrir qual é a velocidade angular da esfera. Um possuía um cronômetro e o outro fez seu melhor para marcar as posições inicial e final da esfera. Após 5 s no cronômetro, a esfera realizou um arco de circunferência de aproximadamente 3 m. Os estudantes, muito espertos, decidiram que o ponto onde eles iniciaram a medida seria a origem do movimento.

Sabendo disso, qual foi a posição angular final da esfera? E qual é a sua velocidade angular? Marque a opção com ambas as respostas corretas:

a) $\theta_f = 0,49\pi rad$; $\omega = 0,15\pi\ rad/s$.

b) $\theta_f = 0,73\pi rad$; $\omega = 0,15\pi\ rad/s$.

c) $\theta_f = 0,49\pi rad$; $\omega = 0,31\pi\ rad/s$.

d) $\theta_f = 0,73\pi rad$; $\omega = 0,31\pi\ rad/s$.

e) $\theta_f = 0,28\pi rad$; $\omega = 0,73\pi\ rad/s$.

Seção 1.2

Momento de inércia

Diálogo aberto

Caro estudante! Avançamos para a segunda seção e agora sabemos descrever de maneira precisa qualquer movimento de rotação. Marcamos o deslocamento angular com relação ao tempo e, portanto, obtivemos a velocidade angular e multiplicando-a pelo raio, temos a velocidade linear. Se a velocidade angular não muda com o tempo, a aceleração angular é zero e, portanto, temos um movimento circular uniforme.

Agora nosso objetivo é entender algo importante: por que algumas coisas são mais difíceis de girar do que outras? Você pensará imediatamente: as mais difíceis de girar são as de maior massa. É verdade, mas não é tão simples, pois dois objetos de mesma massa resistem de maneiras diferentes à rotação. Isso dependerá principalmente da forma do corpo rígido e do ponto com relação ao qual estamos girando.

Lembre-se de que toda rotação tem base em uma linha reta especial, o eixo de rotação. Pegue um livro ou um caderno e gire este corpo rígido. Um livro não é tão rígido assim, especialmente se não for capa dura, mas você entenderá. Segure-o pelo centro, com a capa virada para você e gire de maneira a não ver mais a capa, mas a lateral de cima ou de baixo. Você presenciou uma rotação. O eixo de giro foi aproximadamente o centro, em que você o segurou e foi a única região do livro que ficou parada, enquanto o restante se moveu no espaço. Você gastou alguma energia para fazer isso, pois qualquer objeto resiste a uma alteração em seu estado de movimento. Lembra-se da primeira lei de Newton e do conceito de inércia?

Assim como a massa representa a resistência do objeto a um movimento em linha reta, o momento de inércia é a resistência que um objeto apresenta ao giro. É uma grandeza que depende da massa do objeto e de como essa massa está distribuída em torno do eixo de rotação.

Sim, mas você é um gerente de uma grande indústria, lembre-se disso, e hoje seu desafio continua sendo tomar decisões sobre a nova linha de montagem e seu braço mecânico. A velocidade de rotação está definida. Entretanto, a peça transportada tem uma massa e a resistência do braço mecânico é importante. Caso ele venha a quebrar, o prejuízo será grande, pois interromperá a linha de montagem. Então ele precisa ser resistente. Agora se ele tiver uma massa muito grande, oferecerá muita resistência ao giro e consumirá muita energia elétrica. Que tal comprar um braço mecânico do material mais leve e resistente que existe? Pode ser, mas certamente este seria o mais caro. Será necessário? Para solucionar o problema, precisamos de novos conhecimentos. Seguimos em frente.

Não pode faltar

Momento de inércia

As leis de Newton são a base fundamental da dinâmica dos corpos. A partir desta seção e ao longo das próximas, verificaremos que todos os conceitos estudados anteriormente poderão ser adaptados e aplicados para a dinâmica das rotações.Vamos relembrar rapidamente as leis de Newton?

- Primeira lei de Newton: Princípio da inércia – todo corpo tende a manter seu estado de movimento (repouso ou movimento em linha reta com velocidade constante) a menos que uma força atue sobre ele, causando uma mudança no estado de movimento.

- Segunda lei de Newton: Força – a força aplicada ao corpo causa uma aceleração que altera seu estado de movimento. As duas grandezas estão relacionadas por outra grandeza característica do corpo, a massa. A força será igual à massa multiplicada pela aceleração.

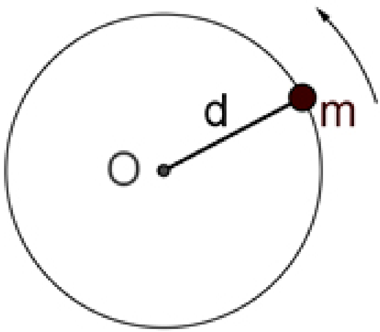
- Terceira lei de Newton: Ação e reação – quando dois corpos atuam um sobre o outro, sempre surgirá um par de forças (uma em cada corpo). As forças terão mesmo módulo, mesma direção, mas sentidos opostos.

Na presente seção, precisaremos especificamente dos conceitos inércia e massa. Inércia é justamente a resistência de um corpo à alteração em seu estado de movimento. Massa é uma característica do corpo que nos permite quantificar essa resistência, afinal revisamos a segunda lei e conhecemos bem a equação $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Para uma mesma força, quanto menor for a massa, maior será a aceleração.

Agora estamos preparados para falar sobre o momento de inércia: trata-se da resistência de um corpo ao movimento de rotação. Quão difícil é alterar o estado de movimento de um corpo até que ele gire com a velocidade angular desejada?

Intuitivamente, imaginamos que essa dificuldade esteja relacionada com a massa do corpo. E está mesmo, mas não somente a ela, pois a distância da massa até o eixo de rotação é muito importante. Desejamos quantificar essa dificuldade. Assim como a massa nos permite quantificar a inércia, ou a resistência à alteração do estado de movimento para o movimento linear, o momento de inércia (I) será a quantidade indicativa da resistência à alteração do estado de rotação. Veja a Figura 1.5, supondo que a massa m é muito pequena quando comparada à distância *d*:

Figura 1.5 | Massa girando em torno do ponto O



Fonte: elaborada pelo autor.

Definimos:

$$I = m \cdot d^2,$$

sendo que d é a distância do objeto de massa m ao eixo de giro. A unidade apropriada no SI é $kg \cdot m^2$.

Assimile

Momento de inércia é uma quantidade indicada pelo símbolo I, que representa a resistência de um corpo ao movimento de rotação. É proporcional à massa do objeto e ao quadrado da distância dessa massa ao eixo de giro.

É importante perceber que, pelo fato da distância ao eixo de rotação estar elevada ao quadrado na equação, o momento de inércia cresce mais rapidamente com o aumento da distância do que com o aumento da massa. Geralmente, chamamos de partículas os objetos suficientemente pequenos (com relação à distância d) para serem tratados com a equação acima.

Exemplificando

Uma pequena esfera de massa 0,9 kg presa a um bastão muito leve e resistente de 1,7 m de comprimento é colocada para girar a partir da extremidade oposta do bastão. Calcule o momento de inércia do sistema, desprezando a massa do bastão.

Resposta: O momento de inércia depende linearmente da massa e quadraticamente da distância ao eixo de giro, ou seja:

$$I = m \cdot d^2 = 0{,}9 \cdot (1{,}7)^2 = 2{,}601\, kg \cdot m^2.$$

Faça você mesmo

Um pequeno objeto de massa 0,34 kg é colocado para girar, preso a uma corda muito leve de 0,72 m de comprimento. A corda mantém-se esticada. Calcule o momento de inércia do sistema, desprezando a massa da corda.

Entretanto, corpos rígidos não podem ser tratados de maneira tão simples. Eles ocupam um determinado volume no espaço e se você os despedaçar, cada pequena parte terá uma massa particular. Quando você gira um corpo rígido, cada pedacinho dele tem um momento de inércia próprio, dependente de sua massa e de sua distância ao eixo.

Vamos simplificar. Imaginemos um sistema composto por somente duas partículas. Cada uma tem sua própria massa e distância ao eixo de giro. Seu momento de inércia será:

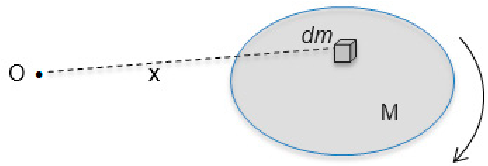
$$I_{tot} = I_1 + I_2 = m_1 \cdot (d_1)^2 + m_2 \cdot (d_2)^2 \ .$$

Da mesma forma, para um número n qualquer de partículas, o momento de inércia será:

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + \ldots + I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot (d_i)^2$$

Isso funcionaria bem para centenas ou até milhares de partículas, mas isso ainda não nos permite trabalhar com corpos rígidos, distribuídos continuamente no espaço. Eles são mais do que uma coleção de pequenos pedaços. É possível calcular o momento de inércia dos corpos rígidos mais complicados (o que tem aplicações importantíssimas na indústria de máquinas pesadas), utilizando a ferramenta da integração. Portanto, preste muita atenção em suas aulas de cálculo! Vamos comentar brevemente o procedimento. Vamos supor um corpo extenso de massa M, como mostra a Figura 1.6.

Figura 1.6 | Corpo extenso de massa *M*



Fonte: elaborada pelo autor.

Neste caso, cada elemento infinitesimal do corpo extenso tem uma massa infinitesimal *dm*. Para calcular seu momento de inércia, somamos cada elemento de massa multiplicando por sua distância particular (x) ao eixo de giro O. Realizamos isso por meio da integral:

$$I = \int x^2 dm \; .$$

Para conseguir resolver essa integral, você precisará escrever dm como uma função em termos da distância x na forma: dm = $f(x) \cdot dx$. É a função densidade.

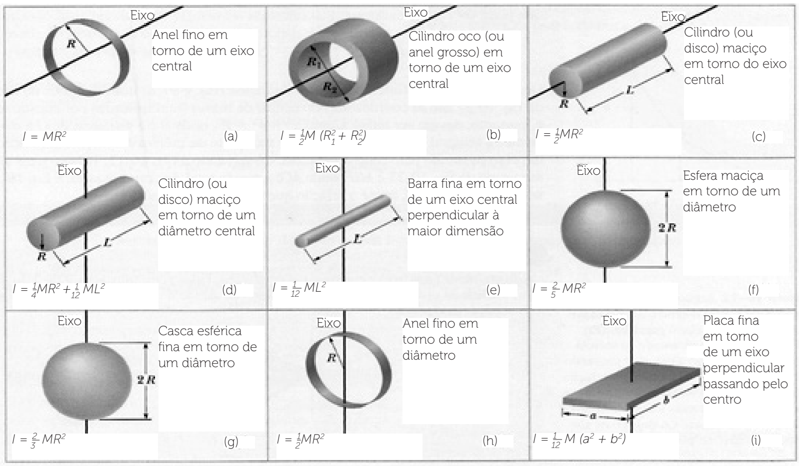
Pesquise mais

Já sabe calcular uma integral e quer se aprofundar no tema?

Sugerimos como leitura complementar as seções 6 e 7 do capítulo 10 do livro: HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos da física**. 9. ed. São Paulo: LTC, 2012.

A integral acima permite encontrar o momento de inércia para corpos rígidos das mais diversas formas. Para alguns casos simples e úteis, os resultados da integração acima foram tabelados, como mostrado na Figura 1.7:

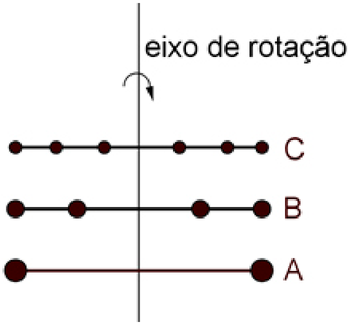
Figura 1.7 | Momento de inércia para diversos corpos rígidos



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 47).

Para ilustrar, estudaremos três situações em que e a massa total é exatamente 6 kg, como ilustrado na Figura 1.8.

Figura 1.8 | Bastões rígidos e massas



Fonte: elaborada pelo autor.

Suponhamos um conjunto de três bastões rígidos de 1 m de comprimento e massa desprezível, mas muito resistentes. Os chamaremos de bastões A, B e C. Eles são presos pelo centro em um eixo que gira com velocidade angular constante. Neles, conforme Figura 1.8, em primeiro lugar são inseridos 3 kg de massa em cada extremidade do bastão A. Em segundo lugar, inserimos 1,5 kg em cada ponta, e mais 1,5 kg entre a extremidade e o eixo de giro no bastão B. Por fim, inserimos 1 kg nas extremidades e 1 kg a cada terço da distância até o eixo de rotação do bastão C. Percebam que, após fazer isso, colocando cada um dos três bastões em uma balança, temos a mesma leitura de massa total: 6 kg. Vamos calcular o momento de inércia em cada caso?

a) $I_A = 3 \cdot (0,5)^2 + 3 \cdot (0,5)^2 = 1,5\ kg \cdot m^2$.

b) $I_B = 2 \cdot 1,5 \cdot (0,5)^2 + 2 \cdot 1,5 \cdot (0,25)^2 = 0,94\ kg \cdot m^2$.

c) $I_C = 2 \cdot 1,0 \cdot (0,50)^2 + 2 \cdot 1,0 \cdot (0,33)^2 + 2 \cdot 1,0 \cdot (0,17)^2 = 0,78\ kg \cdot m^2$.

Vejam que à medida em que distribuímos a mesma massa ao longo do bastão, o momento de inércia cai progressivamente. Caso subdividíssemos o problema em massas cada vez menores, que juntas totalizem 6 kg, o valor do momento de inércia se reduziria até um limite. E qual seria esse limite? Vamos utilizar a tabela acima para o caso do bastão fino homogêneo?

$$I = \frac{M \cdot L^2}{12} = \frac{6 \cdot 1^2}{12} = 0{,}5\ kg \cdot m^2 .$$

Compreendemos intuitivamente, portanto, que o caso limite quando dividimos 6 kg em pequenas massas continuamente ao longo do bastão de 1 m de comprimento seria um momento de inércia de $I = 0{,}5\ kg \cdot m^2$.

Reflita

Olhando a tabela acima, deve ter chamado a atenção o fato de que o momento de inércia do anel fino é exatamente igual ao de uma partícula com a massa total do anel concentrada em uma determinada posição, distante em R do eixo de rotação. Você consegue argumentar por que deve ser assim?

Perceba que uma massa que coincida com o eixo de giro (d = 0) não oferece resistência alguma à rotação (I = 0), assim como uma barra fina girando em torno de seu eixo central.

Exemplificando

Suponhamos um cilindro e uma esfera, ambos com massa de 5 kg e raio de 20 cm. Qual deles possui maior momento de inércia? Consulte a figura acima, considerando que o cilindro gira ao redor de seu eixo central e a esfera em torno de qualquer eixo passando por seu centro.

Para a esfera, temos:

$$I = \frac{2}{5} MR^2 = \frac{2}{5} \cdot 5 \cdot (0{,}2)^2 = 0{,}08\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Para o cilindro

$$I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0{,}2)^2 = 0{,}10\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Vemos, portanto, que um cilindro oferece maior resistência à rotação do que uma esfera de mesma massa e raio.

Reflita

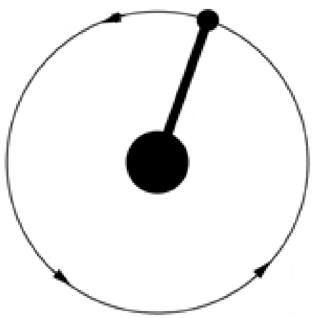
No exemplo acima, não fornecemos o comprimento do cilindro, pois o resultado independe dele. Você consegue argumentar por que deve ser assim?

Sem medo de errar

Vamos resolver o problema do braço mecânico? Ele é composto de três partes principais: no centro um motor cilíndrico, uma barra central fina e resistente, por onde passa toda a e, por fim, o manipulador que, a partir da extremidade, agarrará a peça e a conectará na outra extremidade. Lembre-se de que o braço mecânico tem comprimento de 0,5 m e gira com um período de 7 s.

O manipulador foi contratado e produzido sob medida, não podendo ser modificado. Ele é pequeno e, com a peça acoplada, fica com uma massa de 1,2 kg. Após pesquisa de mercado, você encontrou dois motores de potências, preços distintos e duas barras centrais finas e suficientemente resistentes, de materiais e preços diferentes, conforme Tabelas 1.1 e 1.2:

Figura 1.9 | Braço mecânico



Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 1.1

Motores	Momento de inércia máximo suportado	Raio	Massa	Preço
M1	0,81	30 cm	10 kg	R$ 35.000,00
M2	2,13	35 cm	15 kg	R$ 87.000,00

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 1.2

Barra central	Massa	Preço
C1	1,2 kg	R$ 5.000,00
C2	0,6 kg	R$ 23.000,00

Fonte: elaborada pelo autor.

Quais das peças listadas acima você compraria para sua fábrica, pensando no menor custo de investimento? Lembre-se que todos os produtos orçados atendem às necessidades técnicas da linha de montagem.

Resolução:

Como você pode ver, o motor M2 é muito caro. O ideal seria comprar o motor M1, que atende à necessidade da fábrica, mas o momento de inércia máximo que suas especificações permitem para girar com um período de 7 s é relativamente baixo. Vamos calcular o momento de inércia total?

O manipulador, agarrando a peça, fica com uma massa 1,2 kg. Ele e a peça são pequenos, então considerá-los, em nosso cálculo, como uma partícula. Assim, teremos:

$$I_m = M \cdot R^2 = 1{,}2 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}3\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Qual será o momento de inércia dos dois motores? A parte dele que gira com o conjunto é um cilindro de raio 30 cm ou 0,3 m:

$$I_{M1} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (0{,}3)^2 = 0{,}45\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

$$I_{M2} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (0{,}35)^2 = 0{,}92\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

E o momento de inércia dos dois bastões?

Atenção

Na tabela da Figura 1.8 não consta o momento de inércia de um bastão fino girado por sua extremidade, somente por seu centro. Fique sempre atento aos detalhes quando consultar especificações tabeladas ao longo de sua carreira.

O momento de inércia desejado é $\frac{1}{3}ML^2$ em que L é o comprimento do bastão fino que gira em torno da extremidade. Então:

$$I_{B1} = \frac{1}{3}MR^2 = \frac{1}{3}\cdot 1{,}2\cdot(0{,}5)^2 = 0{,}10\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

$$I_{B2} = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}6\cdot(0{,}5)^2 = 0{,}05\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

Lembre-se de que em um sistema composto, basta somar o momento de inércia de todos os seus componentes. Será que a opção mais barata, M1 e C1, atenderia à necessidade da fábrica? Custaria somente R$ 40 mil reais.

O momento de inércia do conjunto M1, C1 e do manipulador m é:

$$I_1 = I_{M1} + I_{B1} + I_m$$

$$I_1 = 0{,}45 + 0{,}10 + 0{,}30 = 0{,}85\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

Portanto, ele não atende às nossas necessidades, pois ultrapassa a especificação do motor M1. O motor poderia apresentar desgaste e quebrar, exigindo gasto com reparos e, ainda pior, parada na linha de montagem por várias horas. Seria um prejuízo de milhões de reais para uma grande empresa.

Qual seria a segunda opção mais barata? M1 com C2. C2 é feito com um material mais tecnológico e, portanto, mais caro.

$$I_2 = I_{M1} + I_{B2} + I_m.$$

$$I_2 = 0{,}45 + 0{,}05 + 0{,}30 = 0{,}80\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

Está dentro, portanto, das especificações de M1. Custará R$ 58.000,00, um valor muito inferior ao do motor M2 sozinho.

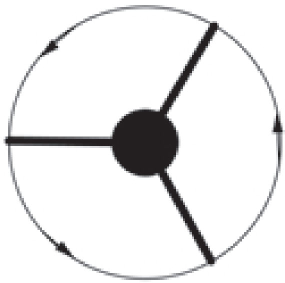
Avançando na prática

Gerador portátil de energia eólica

Descrição da situação-problema

Vamos imaginar que você trabalha em uma fábrica de helicópteros e tem de projetar um rotor de helicóptero, um trabalho muito complicado. Você precisaria resolver muitas integrais, utilizar softwares modernos e ter bem mais conhecimentos de Física do que tem agora. Porém, simplificaremos: suponha que a hélice do seu helicóptero seja composta por uma esfera de massa com 46,2 kg e raio de 32 cm, com três pás de comprimento 4,53 m e massa 181,7 kg, cada uma. Observe a Figura 1.10. Para avançar no projeto, você precisa descobrir qual é o momento de inércia do rotor.

Figura 1.10 | Rotor de um helicóptero



Fonte: elaborada pelo autor.

Lembre-se

Para calcular o momento de inércia de um sistema composto por muitas partes, basta somar o momento de inércia de cada parte individualmente.

Resolução da situação-problema

O momento de inércia da esfera no centro do rotor será:

$$I_e = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5}\cdot 46{,}2 \cdot 0{,}32^2 = 1{,}89\ \text{kg}\cdot\text{m}^2,$$

enquanto que o de cada pá da hélice será:

$$I_p = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3} \cdot 181{,}7 \cdot 4{,}53^2 = 1242{,}88\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

O momento de inércia total do rotor será, portanto:

$$I_{tot} = I_e + 3 \cdot I_p = 1{,}89 + 3 \cdot 1242{,}88 = 3730{,}53\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Faça você mesmo

Calcule o momento de inércia do rotor composto por um cilindro central de massa 50 kg e raio de 40 cm, com três pás de 5 m de comprimento e massa de 170 kg.

Faça valer a pena

1. Assinale a alternativa que contém as afirmativas corretas sobre o momento de inércia de um corpo rígido.

I – O momento de inércia é uma grandeza que indica quão difícil é colocar um corpo em movimento de rotação, a partir do repouso.

II – O momento de inércia depende do período de rotação do corpo rígido.

III – O momento de inércia depende diretamente da massa do corpo e quadraticamente da distância do corpo ao eixo de rotação.

a) Apenas a afirmativa I está correta.

b) As afirmativas I e II estão corretas.

c) As afirmativas I e III estão corretas.

d) As afirmativas II e III estão corretas.

e) Todas as afirmativas estão corretas.

2. O sistema de GPS (Global positioning system) é um grande feito da engenharia, que transformou uma ideia teórica e aparentemente distante de nossa realidade imediata, a relatividade de Einstein, em uma indústria multibilionária. Ele funciona com base na comunicação entre diversos satélites, que giram em torno da Terra em órbitas aproximadamente circulares e um aparelho que deve ser localizado, como seu smartphone. Os satélites do sistema GPS têm uma massa de 1630 kg e órbitas circulares a uma altura de aproximadamente 20 km da superfície terrestre. Calcule o momento de inércia de um tal satélite. Dado: o raio da Terra é aproximadamente 6370 km.

a) $3,157 \cdot 10^{19} \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$.

b) $6,656 \cdot 10^{16} \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$.

c) $2,695 \cdot 10^{13} \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$.

d) $1,042 \cdot 10^{10} \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$.

e) $5,443 \cdot 10^{8} \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$.

3. Um bastão de comprimento L = 0,92 m e um disco de diâmetro D = 0,92 m, ambos com massa M = 3,79 kg giram em torno de um eixo preso em seu ponto central. Qual deles tem maior momento de inércia? Escolha a alternativa que responde à questão corretamente e que indica os valores corretos para o momento de inércia de ambos. Dado: momento de inércia de uma barra, girando ao redor de seu centro $I_b = \frac{M \cdot L^2}{12}$; momento de inércia de um disco girando ao redor de seu centro $I_d = \frac{M \cdot R^2}{2}$.

a) Ambos possuem o mesmo momento de inércia.

$$I_b = 0,362 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_d = 0,362 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$

b) O bastão possui o maior momento de inércia.

$$I_b = 0,347 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_d = 0,181 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$

c) O disco possui o maior momento de inércia.

$$I_b = 0,253 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_d = 0,651 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$

d) O bastão possui o maior momento de inércia.

$$I_b = 0,528 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_d = 0,253 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$

e) O disco possui o maior momento de inércia.

$$I_b = 0,267 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_d = 0,401 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$$

Seção 1.3

Energia cinética de rotação

Diálogo aberto

Caro estudante, nas seções anteriores aprendemos a descrever um movimento circular e a trabalhar com as grandezas posição angular, velocidade angular, período e frequência. Depois, descobrimos como se calcula o momento de inércia, uma grandeza dependente da massa do corpo rígido, mas também das distâncias relevantes ao eixo de rotação. Estamos agora preparados para ingressar juntos no tema central do livro: a energia.

Na Unidade 1, isso manifesta-se em termos de energia cinética de rotação. A energia cinética está presente em todo o corpo dotado de movimento e o conceito mais importante do livro é de que essa energia pode ser transformada e aproveitada.

Todos os dias utilizamos a energia armazenada nos combustíveis fósseis, como a gasolina, o diesel ou o querosene, ou combustíveis renováveis, como o etanol, transformando-a em energia cinética de rotação nas rodas de nosso carro. Da mesma forma, são movidos turbinas e rotores de helicópteros, aviões e até mesmo de gigantescos navios de carga. A energia do ar ou da água pode ser transformada em energia cinética de rotação em um gerador para posteriormente ser transformada em energia elétrica para nosso consumo industrial ou residencial.

Voltamos agora a estudar o caso do robô na nova linha de montagem da indústria automobilística. Lembre-se de que, na seção anterior, você escolheu um motor com o objetivo de economizar recursos financeiros importantes da companhia. O seu diretor ficou muito interessado e solicitou o envio de um relatório detalhado antes de aprovar sua decisão. Será que você consegue encontrar um outro argumento, além da economia feita na aquisição do equipamento, para justificar ainda melhor sua escolha?

O motor é movido à energia elétrica e a conta de energia de sua indústria é muito alta. Poderíamos estimar o gasto de energia elétrica do motor, não é mesmo? Quando é ligado, ele parte do repouso e adquire energia cinética. A energia não surge ou desaparece, mas sempre é transformada, então ela foi extraída da rede elétrica e a indústria pagou por isso. Precisamos, portanto, de novos conhecimentos! Vamos aprender a calcular a energia cinética de rotação.

Não pode faltar

Todo corpo que se encontra em movimento carrega um tipo de energia que chamamos de energia cinética. Vamos lembrar a expressão para a energia cinética? Ela é proporcional à massa do corpo e também à sua velocidade ao quadrado, com unidade dada em Joules (J):

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 .$$

Será que um objeto em um movimento de rotação carrega energia cinética? Mesmo que se trate de um corpo rígido, como um disco, preso a um eixo de rotação, que nem sequer sai do lugar? A resposta é sim. Precisamos pensar em termos das diferentes partículas que compõem o corpo rígido, que cada uma delas carrega uma velocidade, dependente de sua distância ao eixo de rotação. Você se lembra de qual é a relação? Como vimos na primeira seção,

$$v = \omega \cdot r \ .$$

Como aprendido na seção anterior, sempre é mais fácil começar estudando a rotação de partículas. Vamos então imaginar uma partícula de massa m a uma distância r do eixo de giro. Qual é sua energia cinética?

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\omega \cdot r)^2 = \frac{1}{2} \cdot mr^2 \cdot \omega^2 .$$

No entanto, para uma partícula o momento de inércia é dado por $I = mr^2$. Então:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 .$$

Como se trata de um movimento de rotação, chamaremos a energia cinética da partícula de energia cinética de rotação.

Exemplificando

Calcule a energia cinética de rotação de uma pequena esfera de massa 0,43 kg e velocidade angular 3,69 rad/s, presa a um fio muito leve de comprimento 0,8 m.

Resposta:

$$I_p = m \cdot r^2 = 0,43 \cdot (0,8)^2 = 0,275\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

$$E_{cr} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,275 \cdot 3,69^2 = 1,874\ \text{J} .$$

Faça você mesmo

Uma partícula de massa 0,29 kg realiza um movimento circular uniforme com velocidade angular 1,51 rad/s. Calcule sua energia cinética de rotação.

Você se lembra de que para transformar uma quantidade linear em uma quantidade angular bastava substituir as grandezas das expressões lineares pelas suas análogas do movimento de rotação? Qual é a grandeza análoga à massa *m* no movimento de rotação? O momento de inércia *I*. Qual é a grandeza análoga à velocidade linear *v*? A velocidade angular ω. Portanto:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 .$$

Precisamos entender melhor o fenômeno. Seria esta expressão válida para corpos rígidos extensos, compostos por muitas partículas? Vamos supor um corpo rígido realizando um movimento de rotação, em que o seu centro de massa encontra-se em repouso e é composto por inúmeras partículas. Qual seria sua energia cinética total? Que tal somar a energia cinética de cada partícula individualmente?

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (v_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (v_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot (v_3)^2 + \ldots$$

Mas no caso indicado, $v = \omega \cdot r$ para cada partícula. Então:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (\omega \cdot r_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (\omega \cdot r_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_3 \cdot (\omega \cdot r_3)^2 + \ldots$$

A velocidade angular ω é a mesma para todas as *N* partículas do corpo. Podemos colocar em evidência:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{N} (m_i \cdot r_i^2) \right) \cdot \omega^2 .$$

Esperamos que aqui você já tenha entendido qual é o plano. O que seria essa quantidade dentro do somatório? É justamente o momento de inércia *I* !

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^{N} (m_i \cdot r_i^2) \right) \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \quad .$$

A partir da expressão para a energia cinética, conseguimos encontrar a definição dessa quantidade, que já estudamos tão cuidadosamente na seção anterior:

$$I = \sum_{i=1}^{N} (m_i \cdot r_i^2) \ .$$

Ou, em notação integral, para um corpo contínuo:

$$I = \int r^2 \cdot dm \ .$$

Portanto, podemos sempre utilizar diretamente a equação para a energia cinética de rotação e consultar valores tabelados de momentos de inércia para corpos com formas simples.

Assimile

Energia cinética de rotação para qualquer corpo rígido:

$$E_{cr} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Em que I é o momento de inércia, ω a velocidade angular e a energia é dada em Joules (J) no SI.

A demonstração acima é válida para corpos com apenas movimento de rotação e sem o de translação. O centro de massa do objeto encontra-se em repouso, mas a equação obtida pode ser usada em qualquer caso, pois é sempre possível separar um movimento complicado em dois simples: o de translação do centro de massa e o de rotação. Assim, podemos estudar a energia cinética de rotação separadamente da energia cinética do movimento de translação.

Vamos imaginar uma bola de boliche movendo-se em uma superfície plana. Ela tem três maneiras de fazê-lo: rolando suavemente sobre a superfície; deslizando sem rolar, assim como um bloquinho arremessado no topo de uma mesa (seria difícil fazer uma esfera mover-se assim, não é mesmo? Precisaríamos de uma superfície sem atrito.); ou rolando e deslizando ao mesmo tempo.

Nos três casos, a energia cinética é composta de: energia cinética de translação (calculada utilizando a velocidade do centro de massa do corpo) e energia cinética de rotação.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos lendo o excelente livro a seguir:

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

Lembre-se de que você possui acesso ao livro realizando login na área do estudante. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2618-3/cfi/0!/4/4@0.00:11.5>. Acesso em: 25 nov. 2016.

Vamos supor o caso em que a bola de boliche rola e desliza sobre a superfície plana. Para entender o que será explicado agora, você precisa usar sua imaginação, supondo que você caminha ao lado da bola, exatamente na mesma velocidade que ela rola, olhando fixamente para ela. O que você veria? Pense um pouco.

Para você, caminhando ao lado da bola, na mesma velocidade de seu centro de massa, a bola realizaria um movimento de rotação e nada mais. No caso, dizemos que você se encontra no referencial de repouso do centro de massa, pois o centro de massa da bola não se move com relação a você.

Verificamos ser muito natural separar o movimento do corpo rígido em dois componentes, o de translação do centro de massa e o de rotação com relação a ele. É também natural separar a energia cinética total da bola em duas componentes, energia cinética de rotação em torno do centro de massa e energia cinética de translação do próprio centro de massa. Como encontrar a energia cinética total da bola de boliche? Simples:

$$E_c = E_{cr} + E_{ct} = \frac{1}{2} \cdot I_{esf} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{cm})^2 \ ,$$

Sendo que E_{cr} é a energia cinética de rotação, calculada a partir do momento de inércia da esfera e da velocidade angular ω, enquanto E_{cr} é a energia cinética de translação do centro de massa, obtida a partir da massa m da bola e da velocidade do centro de massa v_{cm} .

Exemplificando

Uma bola de 5,05 kg e raio de 0,21 m é arremessada sobre uma rampa. Em determinado momento, sua velocidade é medida e verifica-se que o centro de massa se move em linha reta, com velocidade 1,59 m/s, enquanto que todos os pontos de sua extremidade giram com velocidade angular 2,87 rad/s. Calcule sua energia cinética total.

Resposta:

A energia cinética de translação pode ser calculada imediatamente a partir dos dados do exemplo:

$$E_{ct} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_{cm})^2 = \frac{1}{2} \cdot 5,05 \cdot 1,59^2 = 6,38\ \text{J}.$$

Assim como o momento de inércia da esfera, após consulta da figura da seção anterior:

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 = \frac{2}{5} \cdot 5,05 \cdot 0,21^2 = 0,09\ \text{kg} \cdot \text{m}^2.$$

O que nos permite calcular a energia cinética de rotação:

$$E_{cr} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,09 \cdot 2,87^2 = 0,37\ \text{J}.$$

E por fim a energia cinética total:

$$E_c = E_{cr} + E_{ct} = 0,37 + 6,38 = 6,75\ \text{J}.$$

Faça você mesmo

Um cilindro de massa de 2,31 kg e raio 0,38 m é arremessado sobre uma superfície plana. Em determinado momento, sua velocidade é medida e verifica-se que o centro de massa se move em linha reta, com velocidade 1,87 m/s, enquanto que todos os pontos de sua extremidade giram com velocidade angular de 3,25 rad/s em torno de seu eixo central. Calcule sua energia cinética total.

Vamos discutir um pouco a questão da transformação da energia? Já dissemos aqui que a energia não se perde, ela sempre se transforma, então vamos pensar em um exemplo do nosso dia a dia? Um automóvel é abastecido com gasolina. Nela, está armazenada uma energia química, que pode ser liberada no motor do carro através de uma reação de combustão. Portanto: energia química transformada em energia térmica.

O calor liberado na combustão faz com que o gás no motor se expanda, movimentando o pistão do carro. O pistão movimenta a roda do carro através do sistema de transmissão: energia térmica em energia cinética de rotação.

O pneu gira e, devido ao seu grande atrito com o solo, coloca o carro em movimento: a energia cinética de rotação transforma-se em energia cinética de translação para o carro como um todo.

Exemplificando

Em uma superfície sem atrito, um pequeno bloco de material magnético de massa m = 0,63kg é arremessado com velocidade constante v = 1,35m/s. Ele colide com uma extremidade de um bastão de ferro de massa M = 2,28kg e L = 1,94m de comprimento, cuja extremidade oposta está presa por um rolamento, que permite que a barra gire livremente sem atrito. O material magnético prende-se à extremidade da barra. Considere que a barra encontrava-se inicialmente em repouso.

a) Qual a energia cinética de rotação do conjunto?

b) Qual a velocidade angular do conjunto? Dado: momento de inércia de uma barra girando a partir de uma extremidade

$$I = \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \quad .$$

Resposta:

Energia inicial do sistema (bloco em movimento, barra em repouso):

$$E_{ini} = E_{bloco} + E_{barra} \cdot$$

$$E_{ini} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 0,63 \cdot 1,35^2 + 0 = 0,57\,\text{J}$$

A energia final depende do movimento de rotação do novo sistema. Nele, a velocidade angular é a mesma em todos os pontos, e o momento de inércia pode ser calculado para barra e partícula (pequeno bloco).

$$I = \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 + m \cdot r^2 = \frac{1}{3} \cdot 2,28 \cdot 1,94^2 + 0,63 \cdot 1,94^2 = 5,23\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$E_{fin} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}23 \cdot \omega^2 = 2{,}62 \cdot \omega^2 .$$

Como não há atrito, vamos supor que toda a energia cinética de translação do bloco é transferida inteiramente para a energia cinética de rotação do conjunto. Portanto:

a) $E_{fin} = E_{ini} = 0{,}57\ \text{J}$.

Além disso, podemos descobrir a velocidade angular:

$$E_{ini} = E_{fin}$$

$$0{,}57 = 2{,}62 \cdot \omega^2 .$$

Isolando a velocidade angular:

b) $\omega = 0{,}47\ \text{rad/s}$.

Sem medo de errar

Nosso objetivo é fazer uma estimativa do gasto de energia elétrica de cada um dos conjuntos de equipamentos. Não temos elementos para calcular com precisão, mas podemos fazer uma boa estimativa da energia cinética de cada conjunto. Afinal, quando o equipamento é ligado, ele parte do repouso, com zero energia cinética, até seu estado de movimento final e essa energia deve ser retirada de algum lugar e, neste caso, da rede elétrica, com a conta sendo paga pela indústria no fim do mês.

Será que esse cálculo reforçará o ponto do gerente da nossa empresa, mostrando que ele fez uma boa escolha de equipamentos?

Na seção anterior, calculamos o momento de inércia de todas as peças separadamente. Resgatando as informações, poderíamos utilizar:

Conjunto 1 - o motor mais barato M1 em conjunto com o braço mecânico mais caro C2 e o manipulador, totalizando um momento de inércia de: $0{,}80\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

Conjunto 2 - o motor mais caro M2, em conjunto com o braço mecânico mais barato C1 e o manipulador, totalizando um momento de inércia de $1{,}32\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

Lembrando-se de que o conjunto gira com um período de 7s, vamos calcular quanta energia cinética cada conjunto carrega? Para isso, precisaremos antes calcular a velocidade angular dos conjuntos:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{7} = 0,90 \text{ rad/s} .$$

Agora, estamos prontos para calcular a energia cinética para cada sistema:

$$E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,80 \cdot 0,90^2 = 0,32 \text{ J} .$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,32 \cdot 0,90^2 = 0,53 \text{ J} .$$

Parece que o primeiro conjunto, justamente o escolhido, gastará menos energia elétrica para funcionar, não é mesmo? Nosso amigo gerente terá de investigar a questão mais a fundo, mas nós podemos parar por aqui.

Atenção

Quanto maior o momento de inércia, maior energia é necessária para colocá-lo em movimento.

Avançando na prática

Turbina de usina hidroelétrica

Descrição da situação-problema

Você já deve ter ficado curioso e se perguntado como funciona uma usina hidroelétrica. Na prática, ela transforma a energia potencial gravitacional armazenada nos grandes reservatórios das usinas em energia elétrica, mas este é um processo de diversos estágios. A água no topo do reservatório é liberada para descer a tubulação da usina, assim a energia potencial gravitacional da água liberada transforma-se em energia cinética. A água em alta velocidade passa por uma turbina, cujas pás giram e assim a turbina adquire energia cinética de rotação tomando parte da energia cinética da água. Ela encontra-se ligada por um eixo ao gerador que também adquire energia cinética de rotação e a transforma em energia elétrica, utilizando para isso grandes ímãs.

Lembre-se

A energia nunca se perde, nunca desaparece, ela sempre é transformada.

No momento, vamos nos colocar no lugar de uma engenheira eletricista que esteja se preparando muito para uma entrevista de emprego em uma grande empresa do setor elétrico. Ela está decidida a conseguir a posição e para atingir seu objetivo decidiu fazer um estudo de caso da usina de Itaipu, a segunda maior do mundo em produção de energia. Ela quer saber exatamente como funcionam os geradores da usina e vai começar calculando quanta energia cinética de rotação as turbinas conseguem armazenar. O que ela precisa para essa empreitada? Que informações deve buscar? Vamos ajudá-la!

Resolução da situação-problema

Não temos informações sobre as turbinas da usina, mas certamente elas existem na internet. Mas, primeiro, devemos buscar fontes confiáveis. No caso, que tal procurar no site da própria empresa? Em uma busca rápida, ITAIPU BINACIONAL. **Unidades geradoras.** Disponível em: <https://www.itaipu.gov.br/energia/unidades-geradoras>. Acesso em: 18 mar. 2016

Sabemos que a energia cinética de rotação depende do momento de inércia e da velocidade angular, conforme a expressão:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 .$$

No site indicado, encontramos as seguintes informações:

$$I = 320\,000\ t \cdot m^2$$

Momento de inércia da turbina:

Frequência de rotação: 92,31rpm.

$$f = 92{,}31\,\text{rpm} = \frac{92{,}31}{60} = 1{,}54\ \text{Hz} .$$

Pela frequência de rotação, podemos obter a velocidade angular:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}54 = 9{,}68\ \text{rad/s} .$$

Agora podemos calcular a energia cinética do gerador, mas atenção: 1 t = 1000 kg.

$$E_c = \frac{I}{2} \cdot \omega^2 = \frac{3,2 \cdot 10^8}{2} \cdot 9,68^2 = 1,5 \cdot 10^{10} J \,.$$

Faça você mesmo

Uma pequena usina hidrelétrica possui um gerador com momento de inércia I = 30.000 $t \cdot m^2$ e trabalha com uma frequência de 150 rpm. O objetivo da companhia é que o conjunto dos geradores trabalhe continuamente com uma energia cinética de rotação de 3,7 · 10^{10} J. Quantas turbinas precisarão ser instaladas na usina?

Faça valer a pena

1. A energia cinética de ____________ depende linearmente do ____________ e ____________ de sua velocidade angular. Para corpos rígidos, podemos estudar somente um movimento de rotação quando trabalhamos no referencial de repouso do ____________.
Escolha a opção que completa corretamente as lacunas do texto:

a) Rotação; momento de inércia; quadraticamente; centro de massa.

b) Translação; momento de inércia; do cubo; laboratório.

c) Rotação; valor da massa; linearmente; centro de massa.

d) Translação; valor da massa; quadraticamente; observador.

e) Rotação; momento de inércia; linearmente; observador.

2. Calcule a energia cinética de rotação de um pequeno sensor de massa de 0,42 kg, preso na extremidade de uma turbina de navio que tem 1,5 m de comprimento e velocidade angular 25,3 rad/s.

a) 157,4 J.

b) 221,3 J.

c) 280,1 J.

d) 302,4 J.

e) 415,3 J.

3. Calcule a energia cinética de rotação de uma chapa metálica retangular de massa M = 2,9 kg e lados a = 1,5 m e b = 1,2 m e altura h = 0,1 m. Ela gira com velocidade angular de 7,8 rad/s em torno do eixo de rotação que está alinhado paralelamente com a direção da altura h e passa exatamente pelo centro da chapa. Dado: momento de inércia de uma chapa retangular girando ao redor de um eixo que perfura perpendicularmente seu centro $I = \frac{1}{12} M \cdot (a^2 + b^2)$.

a) 20,43 J.

b) 27,07 J.

c) 30,91 J.

d) 35,29 J.

e) 45,34 J.

Seção 1.4

Teorema dos eixos paralelos

Diálogo aberto

Olá, estudante! Na seção anterior aprendemos como calcular a energia cinética em um movimento de rotação, aproveitando para discutir a energia de maneira geral e suas transformações. Utilizamos todos os conceitos anteriores, especialmente a velocidade angular e o cálculo do momento de inércia.

Na presente seção, vamos falar sobre o teorema dos eixos paralelos, também conhecido como teorema de Steiner. Com ele, vamos poder aproveitar muito melhor as expressões do momento de inércia tabeladas que utilizamos regularmente. Você notou que nas tabelas que encontramos nos livros-texto o eixo de rotação sempre passa pelo centro de massa? Isso ocorre porque é fácil generalizar para outros casos usando o teorema.

E, é claro, você continua no papel do gerente de uma indústria automobilística. Você fez um belo trabalho na linha de montagem que estava sob sua responsabilidade, convenceu seu diretor e o projeto foi aceito. De fato, convenceu tão bem que já está responsável por outro projeto! Desta vez, instalará um braço mecânico entre duas esteiras que se encontram a dois metros de distância uma da outra. As peças aprovadas para a utilização pelo setor técnico são as mesmas da última vez. Lembre-se de que os cilindros disponíveis possuem somente meio metro de comprimento. Você precisa descobrir como montar esse quebra-cabeças (literalmente) para resolver seu problema e também precisará calcular o momento de inércia do seu novo robô. Garantimos que você precisará do teorema dos eixos paralelos para fazer isso. Então, como sempre, vamos buscar novos conhecimentos!

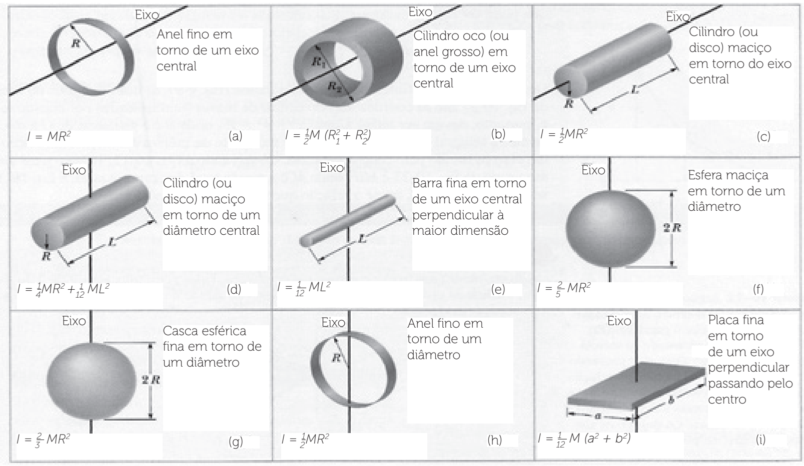
Não pode faltar

Chegou a hora de estudar situações um pouco mais gerais. Já sabemos que a energia cinética de rotação de uma partícula ou corpo rígido é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \ ,$$

A grandeza inercial que relaciona a energia aplicada à velocidade angular é o momento de inércia I, que depende não somente da massa de cada elemento do sistema estudado, como também da distância de cada um desses elementos até o eixo de rotação. Para a partícula, temos $I = m \cdot d^2$, enquanto que para corpos rígidos de formatos simples podemos consultar a tabela na Figura 1.7. Lembra-se dela?

Figura 1.7 | Momento de inércia para diversos corpos rígidos



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 47).

O que podemos fazer se encontrarmos um corpo rígido com um formato diferente dos indicados? É possível fazer uma integral $I = \int x^2 dm$, sendo que dm é uma função em termos da distância x ao eixo de rotação (dm = f(x)·dx), que para corpos rígidos que ocupem um volume no espaço será a função densidade. Estude bastante nas disciplinas de cálculo!

Existem algumas situações, entretanto, que nos permitem estudar de maneira simples casos mais gerais do que aqueles apresentados na tabela e tudo o que pode simplificar a vida é muito bem-vindo. O teorema dos eixos paralelos, ou teorema de Steiner, é algo assim:

Teorema dos eixos paralelos:

Se conhecemos o momento de inércia de um corpo girando em torno de um determinado eixo que passa através de seu centro de massa, podemos obter o momento de inércia para qualquer movimento de rotação em torno de um outro eixo, paralelo ao original, graças à expressão

$$I = I_{CM} + M \cdot x^2 \ .$$

em que x é a distância entre o eixo que passa pelo centro de massa e o novo eixo de rotação. I_{CM} é o momento de inércia conhecido, com base no eixo que atravessa o centro de massa. Por fim, M é a massa do objeto.

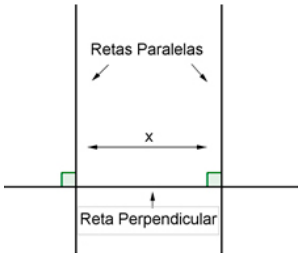
Assimile

O teorema dos eixos paralelos enuncia uma relação entre o momento de inércia I_{CM} de um objeto de massa M com relação a um eixo que atravessa o seu centro de massa, com o momento de inércia I com relação a um eixo paralelo ao citado anteriormente e a distância x entre ambos os eixos. Matematicamente:

$$I = I_{CM} + M \cdot x^2$$

O novo eixo deve ser paralelo ao original. Você se lembra o que são retas paralelas?

Figura 1.11 | Retas paralelas e perpendiculares



Fonte: elaborada pelo autor.

Pense em duas avenidas paralelas. Elas levam seu carro no mesmo sentido (norte-sul, leste-oeste) e, se você pegar uma rua perpendicular, pode passar de uma avenida para a outra. A distância entre as duas ruas é exatamente a distância que você dirige na via perpendicular. Seria nossa distância *x*, no exemplo acima, entre as retas paralelas.

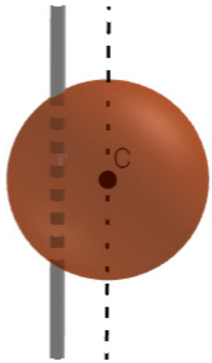
Exemplificando

Um marceneiro toma uma casca esférica de madeira de raio 1 m e massa 3 kg e faz um furo atravessando a casca esférica, que não passa em seu centro, mas forma uma linha reta paralela a uma linha imaginária passando através de seu centro. Ambas as linhas distam em 30 cm uma da outra. Se por esse furo for inserido um eixo fino preso a um motor elétrico, qual será o momento de inércia do sistema? Dado: momento de inércia de uma casca esférica girando em torno de um eixo que passa através de seu centro

$$I = \frac{2}{3} M \cdot R^2$$

Resposta:

Figura 1.12 | Casca esférica girando



Fonte: <www.geogebra.org/m/Y5yVTc6S>. Acesso em: 4 maio 2016.
Observação: visualização dinâmica no site. Acesse em seu smartphone via QR code!

Vamos primeiramente calcular o momento de inércia da casca esférica girando em torno de um eixo que passa através de seu centro (para densidade uniforme, o centro de massa se localiza nele).

$$I_{CM} = \frac{2}{3} M \cdot R^2 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 1^2 = 2\text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Temos a resposta final? Não, pois o objeto girará em torno de outro eixo. Precisamos utilizar o teorema dos eixos paralelos:

$$I = I_{CM} + M \cdot x^2 = 2 + 3 \cdot 0{,}3^2 = 2{,}27\text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Nas seções anteriores, usamos um resultado importante: que o momento de inércia de um bastão girando ao redor de sua extremidade é dado pela expressão $I = \frac{1}{3} M \cdot L^2$. Esse resultado não costuma ser tabelado e agora você conhece a razão: é fácil descobri-lo com base no momento de inércia de um bastão girando ao redor de seu centro, $I = \frac{1}{12} M \cdot L^2$, e o teorema dos eixos paralelos. Vamos provar esse resultado?

Reflita

Em Física, nos utilizamos sempre de deduções, buscando provar resultados úteis para o futuro. No caso, não substituímos as variáveis (letras) por números, pois o que desejamos é justamente provar a fórmula que vamos gravar para utilizar depois. É bom se acostumar com isso!

Um bastão fino e homogêneo tem seu centro de massa coincidindo com seu centro matemático. Então, o momento de inércia do centro de massa é:

$$I_{CM} = \frac{1}{12} M \cdot L^2 .$$

Utilizamos agora o teorema dos eixos paralelos, pois queremos o bastão girando por um eixo que intercepta o bastão na extremidade, mas sempre perpendicular ao eixo original. Qual a distância x entre os eixos? Meio comprimento, ou $L/2$. Então, invocamos o teorema:

$$I = I_{CM} + M \cdot x^2 = \frac{1}{12} M \cdot L^2 + M \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} M \cdot L^2 + \frac{1}{4} M \cdot L^2 ,$$

E, portanto,

$$I = \frac{1}{12} M \cdot L^2 + \frac{3}{12} M \cdot L^2 = \frac{4}{12} M \cdot L^2 ,$$

$$I = \frac{1}{3} M \cdot L^2 \ ,$$

como desejávamos provar.

Perceba também que o teorema dos eixos paralelos é muito geral. Afinal, o que nos impede de girar o bastão ao redor de qualquer outro ponto? Imagine se precisássemos tabelar os momentos de inércia para as diferentes distâncias dos eixos paralelos? Um valor para cada milímetro de deslocamento? Seria necessária uma tabela enorme e ainda teríamos menos informação do que aquela obtida através do teorema.

Exemplificando

Um bastão fino e homogêneo de massa 1,9 kg e 1,2 m de comprimento gira ao redor de um eixo perpendicular ao bastão, que o intercepta a 0,4 m de comprimento de uma das suas extremidades. Calcule o seu momento de inércia, considerando que um bastão fino girando ao redor de um eixo perpendicular ao seu comprimento, atravessando seu centro, é $I = \frac{1}{12} M \cdot L^2$.

Resposta:

Se o bastão é homogêneo, seu centro de massa encontra-se em seu centro matemático. Portanto,

$$I_{CM} = \frac{1}{12} M \cdot L^2 = \frac{1}{12} \cdot 1{,}9 \cdot 1{,}2^2 = 0{,}23 \text{kg} \cdot \text{m}^2 \ .$$

Precisamos agora utilizar o teorema dos eixos paralelos. Qual é a distância x entre os eixos? Pense bem! Se estamos a 0,4 m da extremidade e o bastão tem 1,2 m de comprimento, entre o centro e a extremidade há 0,6 m. Então os dois eixos distam em 0,2 m:

$$x = \frac{1{,}2}{2} - 0{,}4 = 0{,}2m \ ,$$

$$I = I_{CM} + M \cdot x^2 = 0{,}23 + 1{,}9 \cdot 0{,}2^2 \cong 0{,}31 \text{kg} \cdot \text{m}^2 \ .$$

Reflita

Está com dificuldade de entender qual é a distância entre o eixo que atravessa o centro de massa e o eixo de rotação? Faça um desenho para visualizar bem o problema e tente equacionar x a partir dele. Basta ter cuidado!

Faça você mesmo

Um bastão fino de massa 2,2 kg e 1,4 m de comprimento gira ao redor de um eixo perpendicular ao bastão, que o intercepta a 0,2 m de comprimento de uma das suas extremidades. Calcule o seu momento de inércia, considerando que o momento de inércia de um bastão fino girando ao redor de um eixo perpendicular ao seu comprimento, atravessando seu centro, é de $I = \frac{1}{12} M \cdot L^2$.

Pesquise mais

Vamos provar o resultado acima utilizando integração? Utilizaremos uma integral definida de polinômios. Leia o destaque exemplo na página 265, seção 7 do capítulo 10, do livro:

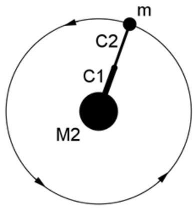
HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da física**. 9. ed. São Paulo: LTC, 2012.

Lembre-se de que você pode acessar o material gratuitamente em sua biblioteca virtual.

Sem medo de errar

Chegou a hora de contribuir para a atualização tecnológica da fábrica de automóveis. Nosso amigo gerente recebeu a tarefa de estudar a implantação de um robô para transportar e encaixar uma peça de uma esteira para a outra, que distam em 2 m. O período do movimento está planejado para totalizar 6 s. A orientação da equipe técnica é que sejam utilizadas as peças do mesmo fornecedor, com um motor M2 e os cilindros C1 e C2 encaixados, com C1 mais próximo do motor e C2 conectado ao manipulador m. Precisamos estimar a energia cinética do conjunto, para verificar a viabilidade do projeto. Vamos lá?

Figura 1.13 | Novo braço robótico



Fonte: elaborada pelo autor.

Para calcular a energia cinética do braço robótico, precisaremos das informações sobre a velocidade angular e momento de inércia, pois $E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$.

Conhecemos a dependência da velocidade angular com o período

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = 1{,}05\,\text{rad/s}\,.$$

Nosso sistema é composto por quatro componentes: motor, cilindros 1 e 2 e manipulador. O momento de inércia de um sistema composto de muitas partes é a soma de seus momentos de inércia.

Atenção

Com relação ao eixo correto: no problema em questão, o eixo de rotação para todos os componentes é aquele que passa pelo centro do cilindro que compõe o motor.

Consultando as Tabelas 1.1 e 1.2 da Seção 1.2, lembramos que a parte do motor que gira com o conjunto é essencialmente um cilindro de 35 cm de raio e 15 kg. Portanto, seu momento de inércia será:

$$I_{M2} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (0{,}35)^2 = 0{,}92\,\text{kg} \cdot \text{m}^2\,.$$

O cilindro C1 gira em torno de sua extremidade, tem 0,5 m de comprimento e massa 1,2 kg.

$$I_{C1} = \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3} \cdot 1{,}2 \cdot (0{,}5)^2 = 0{,}10\,\text{kg} \cdot \text{m}^2.$$

O cilindro C2, com comprimento de 0,5 m e massa 0,6 kg, gira em torno de um eixo que está fora de seu comprimento, mas não há problema, pois conhecemos o teorema dos eixos paralelos. Porém, precisamos pensar um pouco. O momento de inércia de um bastão em torno de seu centro de massa:

$$I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2 = \frac{1}{12} \cdot 0,6 \cdot (0,5)^2 = 0,0125\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad .$$

Agora, utilizaremos o teorema dos eixos paralelos, percebendo que o eixo de rotação dista 0,75 m. Afinal, é a distância do centro do motor ao centro de C1. Pelo teorema dos eixos paralelos:

$$I_{C2} = I_{CM} + M \cdot x^2 = 0,0125 + 0,6 \cdot 0,75^2 = 0,35\text{kg} \cdot \text{m}^2 \,.$$

O manipulador tem massa 1,2 kg e dista 1 m do eixo de giro. Portanto:

$$I_m = M \cdot R^2 = 1,2 \cdot 1^2 = 1,2\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 \;.$$

No total, temos:

$$I_{tot} = I_{M2} + I_{C1} + I_{C2} + I_m = 2,57\text{kg} \cdot \text{m}^2 \;.$$

Por fim, a energia cinética de rotação do robô será:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 2,57 \cdot 1,05^2 = 1,42\text{J} \quad .$$

Conseguimos estimar a energia necessária para colocar o bastão, a partir do repouso, no estado de rotação desejado (período 6 s). Essa energia deve ser fornecida pelo motor.

Mais uma tarefa realizada com êxito!

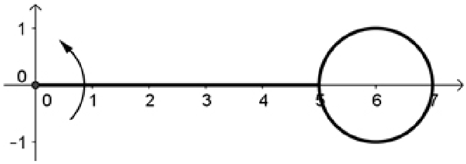
Avançando na prática

Teste da centrífuga

Descrição da situação-problema

Pilotos de aviões militares e astronautas em treinamento, antes de suas missões, precisam ser testados em sua resistência a acelerações muito altas às quais serão expostos, devido à aceleração dos aviões supersônicos ou dos foguetes espaciais. Uma maneira de fazer isso é colocando o candidato em uma centrífuga que, devido à sua alta velocidade de rotação, faz com que eles simulem tal condição. Uma dessas centrífugas consiste, aproximadamente, em um cilindro fino metálico de 5 m de comprimento no fim do qual se encontra uma casca esférica de 1 m de raio, em que a extremidade oposta gira sob o impulso de um motor. Se o cilindro metálico tem uma massa de 200 kg e a casca esférica, vazia, tem massa de 300 kg, qual é o momento de inércia da centrífuga? Dado: momento de inércia de um bastão girado a partir de seu centro: $I_b = \frac{1}{12} \cdot MR^2$; casca esférica girando em torno de um eixo que atravessa seu centro? $I_e = \frac{2}{3} \cdot MR^2$.

Figura 1.14 | Desenho esquemático da centrífuga



Fonte: elaborada pelo autor.

Lembre-se

Devido à facilidade do uso do teorema dos eixos paralelos, em todas as tabelas você encontrará o momento de inércia da rotação em torno de um eixo que passa pelo centro de massa do corpo rígido. Em qualquer outro caso, acostume-se a utilizar o teorema.

Resolução da situação-problema

O momento de inércia de um sistema composto é a soma dos momentos de inércia de cada um de seus elementos. Portanto, podemos investigar o bastão e a casca esférica separadamente. O bastão possui massa de 200 kg e 5 m de comprimento. Portanto, em torno do eixo que atravessa seu centro:

$$I_{CMb} = \frac{1}{12} \cdot ML^2 = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 5^2 = 416{,}7\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

Usando o teorema dos eixos paralelos

$$I_b = I_{CMb} + M \cdot x^2 = 416{,}7 + 200 \cdot 2{,}5^2 = 1666{,}7\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 .$$

É importante notar que deslocamos o eixo de rotação do centro do bastão para sua extremidade e portanto x=2,5 m.

A casca esférica, por sua vez, possui 1 m de raio e massa 300 kg. Girando em torno de um eixo que atravessa seu centro, teremos:

$$I_{CMe} = \frac{2}{3} \cdot MR^2 = \frac{2}{3} \cdot 300 \cdot 1^2 = 200\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 \ .$$

Agora, utilizaremos o teorema dos eixos paralelos. Qual é a distância x entre o eixo que atravessa o centro da esfera e o novo eixo de rotação, na extremidade oposta do cilindro? Observe atentamente o desenho. O centro da esfera localiza-se a 6 m do eixo de rotação. Portanto:

$$I_e = I_{CMe} + M \cdot x^2 = 200 + 300 \cdot 6^2 = 11000\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 \ .$$

O momento de inércia total da centrífuga será:

$$I = I_b + I_e = 11000 + 1666{,}7 = 12666{,}7\,\text{kg} \cdot \text{m}^2 \ .$$

Faça você mesmo

Uma centrífuga consiste, aproximadamente, em um cilindro fino metálico de 4,3 m de comprimento no fim do qual se encontra uma casca esférica de 0,8 m de raio, em que a extremidade oposta gira sob o impulso de um motor. Se o cilindro metálico tem massa 178 kg e a casca esférica, vazia, tem massa 327 kg, qual é o momento de inércia da centrífuga? Dado: momento de inércia de um bastão girado a partir de seu centro: $I_b = \frac{1}{12} \cdot MR^2$; casca esférica girando em torno de um eixo que atravessa seu centro? $I_e = \frac{2}{3} \cdot MR^2$.

Faça valer a pena

1. Uma esfera de 2,5 m de raio e 5,6 kg de massa é colocada para girar em torno de um eixo que toca sua extremidade.
Encontre seu momento de inércia com relação a este eixo, sabendo que o momento de inércia de uma esfera girando ao redor de um eixo que atravessa seu centro é dado pela expressão $I_e = \frac{2}{5} \cdot MR^2$.

a) $I = 14\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

b) $I = 49\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

c) $I = 25\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

d) $I = 78\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

e) $I = 33\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

2. Um engenheiro precisa descobrir o momento de inércia de um anel metálico de massa 1,3 kg e raio 0,2 m, que se encontra preso a um bastão fino e muito leve de 0,8 m de comprimento. Eles estão presos de maneira que a extremidade do bastão toca o anel e caso o bastão atravessasse o anel, passaria exatamente pelo seu centro. O sistema é colocado para girar ao redor de um eixo paralelo ao seu diâmetro e está preso à extremidade oposta do bastão.

Marque a alternativa que contém seu momento de inércia, sabendo que o momento de inércia de um anel girando em torno de um de seus diâmetros é dado pela expressão $I_a = \frac{1}{2} \cdot MR^2$.

a) $I = 0{,}026\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

b) $I = 0{,}349\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

c) $I = 1{,}173\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

d) $I = 1{,}286\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

e) $I = 1{,}326\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

3. Uma chapa metálica de material uniforme, com 8,0 kg de massa, 2,3 m de comprimento, 1,7 m de largura e 0,5 cm de altura, parte de um componente industrial pesado, é colocada para girar em torno de um eixo que a perfura paralelamente à direção de sua altura. Entretanto, ela não é perfurada a partir do centro.

Encontre a distância x entre o ponto em que a chapa é perfurada e o seu centro matemático. Marque a alternativa que contém as afirmativas corretas, sabendo que o momento de inércia do sistema é $I = 10\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$ e que a expressão para o momento de inércia de uma chapa retangular girando por um eixo que a perfura paralelamente a sua altura através de seu centro é $I = \frac{1}{12} \cdot M(a^2 + b^2)$.

a) A chapa foi perfurada a uma distância de 0,75 m de seu centro, mas não sabemos exatamente em qual ponto ela foi perfurada.

b) A chapa foi perfurada a uma distância de 1,98 m de seu centro, mas não sabemos exatamente em qual ponto ela foi perfurada.

c) A chapa foi perfurada a uma distância de 1,55 m de seu centro, exatamente no ponto (0,775, 0,866).

d) A chapa foi perfurada a 0,4 m de seu centro e sabemos qual o ponto, pois há um único ponto sobre a chapa a tal distância do centro.

e) A chapa foi perfurada exatamente em seu centro e gira em torno dele.

Referências

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1.

ITAIPU BINACIONAL. **Unidades geradoras**. Disponível em: <https://www.itaipu.gov.br/energia/unidades-geradoras>. Acesso em: 18 mar. 2016

SERWAY, R; JEWETT, J. **Princípios de física**. 5. ed. São Paulo: Cengage, 2014. v. 1 e 2.

THE EDUCATION GROUP. Videocoleção mídia física. Disponível em: <http://sas-origin.onstreammedia.com/origin/theeducationgroup/video/pt/d0901_pt_s.webm>. Acesso em 3 jun. 2016>. Acesso em: 11 maio 2016.

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp**: física geral I. Disponível em: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL7581C21F8ADD6C8E>. Acesso em: 11 maio 2016.

YOUG, H. FREEDMAN, R. **Física**. 14. ed. São Paulo: Pearson, 2008. v. 1 e 2.

Dinâmica do movimento de rotação

Convite ao estudo

Olá, estudante! Você está pronto para continuar avançando, aprendendo e preparando-se para adquirir competências muito valorizadas pelo mercado de trabalho?

Na unidade anterior, aprendemos a descrever o movimento de rotação, compreendendo e calculando grandezas como posição angular, velocidade angular, dentre outras. E também compreendemos a energia cinética que um corpo carrega ao realizar um movimento de rotação e sobre resistência oferecida pelo corpo ao movimento de rotação: o momento de inércia.

Munidos de todo esse conhecimento, somos agora capazes de conhecer, entender e aplicar em engenharias e ciências exatas as questões relativas à dinâmica do movimento de rotação de partículas e de corpos rígidos da dinâmica do movimento de rotação, da mecânica dos fluídos e do uso da temperatura e do calor, em um novo contexto: na Seção 2.1, conheceremos o momento angular e descobriremos que é uma grandeza muito importante, pois possui uma lei de conservação associada a si, assim como o momento linear e a energia. Na Seção 2.2, entenderemos também como o movimento de rotação pode ser alterado, ou seja, como gerar uma aceleração angular, por meio do momento de uma força, também chamado de torque.

Ao final, estaremos prontos para estudar aplicações úteis. Nas Seções 2.3 e 2.4, entenderemos como funcionam as alavancas e os guindastes e o segredo por detrás da estática, ou seja, o que precisamos fazer para que um corpo fique parado. Pode parecer algo superficial, mas quando você está no interior de um prédio, tudo o que você quer é que ele (e cada um de seus andares) fique exatamente em seu lugar, parado.

Na unidade atual, nos colocaremos no lugar de um engenheiro de uma indústria de motocicletas de alto desempenho. Ele trabalha na equipe de desenvolvimento de novos produtos e está testando um novo protótipo, que deve estrear para o público no ano que vem. Ele trabalha em um grande laboratório e precisa mover as rodas, o motor e também o protótipo inteiro para os diversos equipamentos, para realizar os testes indicados. Como a roda e o pneu se comportarão em uma estrada, a uma velocidade de 110km/h? O motor conseguirá mover as rodas e, consequentemente, a moto, de acordo com as especificações originais do projeto? Você vai imaginar que ele está com muita pressa para realizar seus testes, mas se acontecer algum problema com os equipamentos do laboratório, ele saberá tomar a decisão mais acertada? Não vamos perder tempo, então! Vamos lá?

Seção 2.1

Momento angular e conservação de momento angular

Diálogo aberto

Nesta seção, nós estudaremos uma nova grandeza física, muito importante: o momento angular (não confunda com o momento de inércia). Ele é tão importante que tem uma lei de conservação associada. Isso quer dizer que na ausência de atrito, um movimento de rotação iniciado se manteria indefinidamente. Um movimento de rotação não pode simplesmente cessar. O momento angular se conserva.

Lembre-se de que agora você está no papel de um engenheiro que desenvolve novos produtos para uma indústria de motocicletas. Os designers, sempre de olho na estética e buscando atrair um determinado tipo de clientes, criaram este modelo com um novo conceito de rodas e pneus. As simulações e os cálculos no computador indicam que, com o motor apropriado, a moto seguirá muito bem. Cabe a você, agora, testar o protótipo no mundo real.

Figura 2.1 | Motocicleta

Fonte: <https://pixabay.com/pt/motocicleta-moto-ve%C3%ADculo-velocidade-464573/>. Acesso em: 5 maio 2016.

Sua primeira tarefa não é difícil. O protótipo da roda acabou de chegar, com o pneu instalado. Você deve fazer um relatório descrevendo suas características em uma situação de uso normal, na velocidade de 110 km/h. Você quer o momento de inércia, a energia cinética de rotação e também o momento angular da roda nessa situação. Se alguma grandeza não coincidir com as simulações de computador realizadas na fase de projetos, você deve notificar os responsáveis, afinal o que está em jogo é a segurança do cliente.

Como faremos isso? O que é momento angular?

Não pode faltar

Você se lembra do que é uma lei de conservação? Na unidade anterior, nós revisamos a conservação de energia mecânica, que ocorre quando estamos na ausência de atrito ou de outras forças que chamamos "dissipativas". A energia sempre se conserva. Acontece que as forças dissipativas tomam parte dessa energia mecânica (composta por energia potencial e energia cinética) e a transformam em outros tipos de energia (como som e calor).

Você se lembra de que todo o corpo em movimento linear possuía uma grandeza chamada momento linear (p):

$$p = m \cdot v$$

com unidade kg·m/s e que essa grandeza era sempre conservada nas colisões? Você provavelmente melhorou bastante suas habilidades no bilhar, ao calcular a trajetória das bolas sabendo a velocidade e o ângulo da bolinha e que a energia cinética e o momento linear eram conservados (colisão elástica).

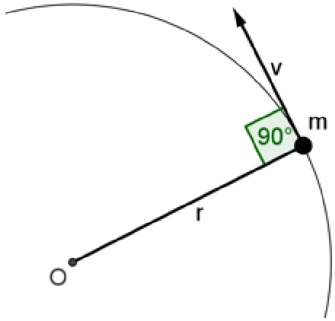
Na presente seção, estudaremos a grandeza análoga ao momento linear para o movimento de rotação, justamente o momento angular (L). Você se lembra de qual era a nossa regra para transformar grandezas lineares em grandezas angulares? Bastava substituir as grandezas lineares pelas grandezas angulares e teríamos então:

$$p = m \cdot v \quad \rightarrow \quad L = I \cdot \omega$$

A expressão $L = I \cdot \omega$ é muito geral e pode ser utilizada quando desejamos conhecer o momento angular de corpos rígidos, sistemas de partículas ou partículas isoladas. No caso dos corpos rígidos, podemos usar as equações tabeladas do momento de inércia, ou realizar uma integração para obter o momento angular.

Para compreender melhor, vamos agora tratar de um caso simples.

Figura 2.2 | Partícula em movimento de rotação



Fonte: elaborada pelo autor.

Suponha o movimento de uma partícula conforme a Figura 2.2. Trata-se de um movimento de rotação. Seu momento angular será $L = I \cdot \omega$.

Qual é o momento de inércia de uma partícula de massa m realizando movimento circular com raio r? $I = mr^2$. E qual é sua velocidade angular? $\omega = v / r$

Substituindo, temos:

$$L = mr^2 \cdot \frac{v}{r} = r \cdot m \cdot v \text{ (movimento circular).}$$

Observando a equação acima, verificamos que o momento angular tem unidade $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$.

Reflita

Em Física, há uma habilidade muito importante conhecida como análise dimensional, utilizada na frase acima. O que você deve fazer quando não se lembra da unidade de uma determinada grandeza? Você deve saber bem que uma resposta de exercício de Física sem a unidade apropriada está errada. Observe a equação $L = r \cdot m \cdot v$. A unidade do momento angular (L) deve ser igual ao produto das unidades das grandezas em sua equação. Portanto, $\mathrm{m} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s} \rightarrow \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$.

Podemos ver que o momento angular aumenta linearmente com maior distância ao eixo giro, com maior massa e maior velocidade.

Exemplificando

Uma partícula de massa 0,5 kg realiza um movimento de rotação uniforme (MRU) com raio 1,0 m e velocidade 3,0 m/s. Calcule o momento angular da partícula.

Resposta: Para obter o momento angular da partícula, precisamos da velocidade angular e do momento de inércia. Assim:

$\omega = v / r = 3{,}0 / 1{,}0 = 3{,}0\,\mathrm{rad/s}$.

$I = m r^2 = 0{,}5 \cdot 1{,}0^2 = 0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$.

Portanto:

$L = I \cdot \omega = 0{,}5 \cdot 3{,}0 = 1{,}5\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$.

Faça você mesmo

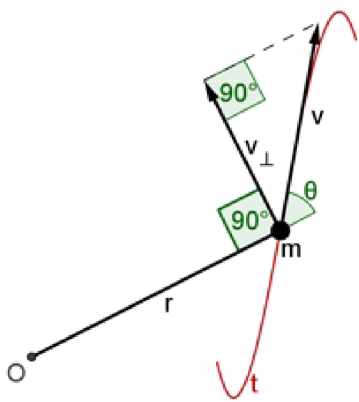
Um disco de raio 0,8 m e massa 2,7 kg gira com velocidade angular 3,3 rad/s. Qual é o seu momento angular? Dado que o momento de inércia de um disco girando em torno de um eixo que o atravessa perpendicularmente através do centro é dado por $I_D = \frac{1}{2} M R^2$.

Uma questão importante e que deve ficar clara: o momento angular não é característica exclusiva do movimento de rotação. Vamos estudar o caso de uma partícula que se movimenta livremente no espaço. Podemos definir um momento angular com relação a um eixo qualquer. Bastam, para isso, duas etapas:

1. Encontrar a distância da partícula até o eixo de rotação.

2. Saber a projeção perpendicular da velocidade linear com relação ao eixo. Assim, tomamos a componente da velocidade que, naquele instante, realiza algo análogo a um movimento de rotação com relação ao eixo dado.

Figura 2.3 | Partícula realizando uma trajetória qualquer



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 2.3, vemos uma partícula de massa m realizando uma trajetória qualquer t. Em um determinado instante, ela move-se com velocidade de módulo v e encontra-se a uma distância *r* do eixo de rotação O. No caso, o momento angular da partícula será dado por $L = r \cdot m \cdot v_{\perp}$, ou seja, dependerá somente da componente perpendicular $v_{\perp} = v \cdot sen(\theta)$ à reta que liga o eixo de rotação à partícula e não da velocidade total *v*.

Uma maneira simples e geral de escrever o momento angular é:

$$L = r \cdot m \cdot v \cdot sen(\theta)$$

em que θ é o ângulo formado entre a direção do raio r e a direção do vetor velocidade.

Assimile

O momento angular, grandeza física que tem unidade $kg \cdot m^2/s$, pode ser obtido a partir de duas expressões:

$L = r \cdot m \cdot v \cdot sen(\theta)$ ou $L = I \cdot \omega$

sendo que θ é o ângulo formado entre a direção do raio r e a direção do vetor velocidade. Esta quantidade é sempre conservada em sistemas isolados.

Observamos também que a relação entre o momento linear e o momento angular é:

$$L = r \cdot p \cdot sen(\theta)$$

pois $p = m \cdot v$

Conservação do momento angular

O momento angular é sempre conservado, assim como a energia e o momento linear. Entretanto, para visualizar esta conservação, precisamos sempre estudar um sistema isolado. Afinal, quando dois objetos interagem entre si, eles podem trocar diversas grandezas, como momento linear (lembra-se das colisões?), energia, ou também momento angular.

Quando tomamos um sistema isolado, composto por partículas ou corpos rígidos que somente interagem entre si e não com corpos externos ao sistema, vemos que o momento angular total é sempre constante. Assim, se estudamos dois momentos distintos, antes e após a ocorrência de algum evento, teremos:

$L_i = L_f$ (conservação do momento angular em um sistema isolado).

O que pode acontecer, para que o uso da expressão acima se torne interessante? Em geral, teremos uma alteração no momento de inércia do sistema. Pense na expressão $L = I \cdot \omega$.

Se o momento angular é constante em todos os momentos e por acaso algo ocorra induzindo o aumento do momento de inércia, o que vai acontecer? Podemos isolar a velocidade angular na expressão: $\omega = L / I$. Se L é constante e I aumenta, a velocidade angular diminui, pois I encontra-se no denominador.

Caso o momento de inércia diminua, por outro lado, a velocidade angular deve aumentar.

Exemplificando

Uma patinadora possui, com os braços abertos, um momento de inércia de aproximadamente $5\,kg \cdot m^2$ e gira em torno de seu próprio eixo com velocidade angular 4rad/s. Logo depois, ela fecha os braços, reduzindo seu momento de inércia para aproximadamente $3\,kg \cdot m^2$. Responda: a) O momento angular da patinadora é conservado? b) Qual é o momento angular inicial dela? c) Qual sua velocidade angular final?

Resposta:

a) Sim, pois o atrito com o gelo é baixo, portanto, a patinadora constitui um exemplo razoável de sistema isolado.

b) O momento angular inicial da patinadora é: $L_i = I_i \cdot \omega_i = 5 \cdot 4 = 20 kg \cdot m^2/s$.

c) O momento angular é conservado, portanto:

$$L_i = L_f$$

$$L_f = 20 = I_f \cdot \omega_f = 3 \cdot \omega_f$$

$$\omega_f = 20 / 3 \cong 6{,}67\,rad/s$$

Faça você mesmo

Uma patinadora gira em torno de seu próprio eixo com os braços abertos e um momento angular $L = 25\,kg \cdot m^2/s$. Nesse instante, seu momento de inércia é de aproximadamente $5\,kg \cdot m^2$. Após alguns instantes, ela fecha os braços, reduzindo seu momento de inércia para aproximadamente $3\,kg \cdot m^2$. Responda: a) O momento angular da patinadora é conservado? b) Qual é sua velocidade angular inicial? c) Qual é sua velocidade angular final?

Perceba que, assim como a velocidade angular, o momento angular tem um sentido, pode se tratar de uma rotação em sentido horário ou anti-horário. Definiremos um sentido como o positivo e outro como negativo. Temos sempre a liberdade de escolha, mas, se você quiser uma regra para seguir, defina o sentido anti-horário como positivo e seja coerente do início ao fim do cálculo, de maneira que todas as quantidades no sentido horário sejam negativas.

Pesquise mais

Você já deve ter notado que nos livros-texto, as grandezas angulares são denotadas como quantidades vetoriais. Isso é realizado, pois existe uma maneira muito conveniente de denotá-las, utilizando o produto vetorial. Assim, teremos: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. Você se lembra do produto vetorial? Então você sabe que:

$$\left|\vec{L}\right| = r \cdot p \cdot sen(\theta) = r \cdot m \cdot v \cdot sen(\theta).$$

Tal operação nos fornece exatamente a velocidade perpendicular que precisamos para calcular o momento angular e, mais do que isso, nos fornece sempre o momento angular com o sinal correto. Saiba mais na seção 7 do capítulo 11 do livro:

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física**. 9. ed. São Paulo: LTC, 2012. v. 1.

Sem medo de errar

Lembre-se de que você é o engenheiro de uma indústria de motocicletas. Você está no seu laboratório e acaba de chegar um grande pacote. Apressadamente, você o abre e encontra o protótipo da roda da motocicleta, com o pneu instalado. Era justamente o que você aguardava. Afinal, você precisa analisá-lo em condições normais de rotação e escolheu a velocidade 110 km/h. Você precisa conferir se o momento de inércia, a energia cinética de rotação e também o momento angular correspondem aos valores obtidos nas simulações computacionais, utilizados para definir diversos parâmetros da futura motocicleta, inclusive as que se referem à segurança do cliente.

O que precisamos para obter tais informações? Para iniciar, você coloca o conjunto em uma balança e descobre sua massa: 18,4kg. Depois, você mede seu diâmetro: 52 cm. Por fim, insere o conjunto em uma máquina para girar e o computador indica um momento de inércia de $0,89\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

Estamos prontos para obter a energia cinética de rotação e o momento angular. A energia cinética de rotação é dada pela expressão:

$$E_c = \frac{I\omega^2}{2} \,.$$

Enquanto que o momento angular é dado por:

$$L = I\omega \,.$$

Precisamos, portanto, da velocidade angular do conjunto. A velocidade desejada é $110\,\text{km/h} \approx 30,56\,\text{m/s}$. Porém, como relacionar isso com a rotação do pneu? Em uma situação normal, o pneu está em contato contínuo com o solo. Portanto, para cada metro de deslocamento da moto, o pneu gira deslocando um metro de sua circunferência.

Atenção

Um pneu de 52 cm de diâmetro tem 26 cm de raio e, portanto, circunferência de $c = 2\pi r = 2\pi \cdot 0,26 \approx 1,634m$. Cada circunferência completa percorrida sobre o solo corresponde a $2\pi\ rad$.

$$\omega = v \cdot \frac{2\pi}{c} = 30,56 \cdot \frac{2\pi}{1,634} \approx 117,5\,\text{rad/s} \,.$$

Analogamente, você pode se lembrar de que:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{30,56}{0,26} = 117,5\,\text{rad/s} \,.$$

Agora, basta calcular as grandezas de interesse:

$$E_c = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 0,89 \cdot 117,5^2 = 6143,8\,\text{J} \,.$$

e, especialmente, o momento angular:

$$L = I\omega = 0,89 \cdot 117,5 = 104,6\,\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \,.$$

Os valores coincidiram com as especificações da equipe de projetos. Até aqui, tudo dentro do planejado.

Avançando na prática

Satélite espião

Descrição da situação-problema

O serviço de inteligência de um país detectou o lançamento de um possível satélite espião por uma nação vizinha. Você é um agente e precisa escrever um relatório detalhado a respeito. Uma questão importante é descobrir a componente perpendicular da velocidade do satélite com relação ao eixo satélite-Terra ($v_{\perp}$) quando ele estiver em um ponto especial de sua órbita, a 7.000 km acima da superfície da Terra. Essa informação permitirá descobrir a sua capacidade de observação.

O lançamento é recente e o satélite de 1.450 kg já se encontra com os propulsores desligados, 14.000 km acima da superfície da Terra, com a componente perpendicular de sua velocidade com relação ao eixo satélite-Terra igual a 463 m/s. Qual será sua velocidade perpendicular ao eixo satélite-Terra quando sua altitude for 7000 km acima da superfície da Terra?

Lembre-se

O raio da Terra é aproximadamente 6.370 km.

Resolução da situação-problema

A órbita é elíptica, descrita no vácuo com todos os propulsores desligados, portanto, o agente sabe que o <u>momento angular é conservado</u>. Portanto $L_i = L_f$. Sabemos que:

$$L = r \cdot m \cdot v \cdot sen(\theta)\,.$$

O enunciado forneceu e pede a velocidade perpendicular $v_{\perp}$ com relação ao eixo satélite-Terra, então usaremos $v \cdot sen(\theta) = v_{\perp}$. Outro ponto importante é que devemos somar o raio da Terra às distâncias consideradas, pois o enunciado fornece a altitude com relação à superfície da Terra.

Temos elementos suficientes para calcular o momento angular inicial. Então:

$$L_i = r \cdot m \cdot v_{\perp} = (14000000 + 6370000) \cdot 1450 \cdot 463 \approx 1{,}368 \cdot 10^{13}\ \mathrm{kg \cdot m^2/s}\ .$$

Com relação ao momento final, sabemos que:

$$L_f = r \cdot m \cdot v_{\perp} = (7000000 + 6370000) \cdot 1450 \cdot v_{\perp} \approx 1{,}939 \cdot 10^{10} \cdot v_{\perp}\ .$$

Então, como $L_i = L_f$ então:

$$1{,}368 \cdot 10^{13} = 1{,}939 \cdot 10^{10} \cdot v_{\perp}\ .$$

Portanto, a informação necessária para o relatório é:

$$v_{\perp} = \frac{1{,}368 \cdot 10^{13}}{1{,}939 \cdot 10^{10}} \approx 705{,}52 m/s\ .$$

Faça você mesmo

Um engenheiro aeroespacial precisa descobrir a componente perpendicular da velocidade de um satélite com relação ao eixo satélite-Terra $v_{\perp}$ quando ele se encontrar a 1000 km acima da superfície da Terra. Ele tem a informação de que o satélite encontra-se agora a uma altura de 500 km acima da superfície da Terra, que já está em sua órbita final, com os propulsores desligados e que a componente perpendicular de sua velocidade com relação ao eixo satélite-Terra é 350 m/s.

Faça valer a pena

1. Uma partícula de massa 0,05 kg realiza um movimento de rotação uniforme (MRU) com raio 9,0 m e velocidade 2,2 m/s. Qual é o momento angular da partícula?

a) L= 0,65 kg . m²/s.

b) L= 0,81 kg . m²/s.

c) L= 0,99 kg . m²/s.

d) L= 1,12 kg . m²/s.

e) L= 1,28 kg . m²/s.

2. Um cilindro de massa 4,7 kg e raio 0,4 m é componente de uma grande máquina industrial e gira ao redor de seu eixo de simetria central com período 1 s. Marque a alternativa que contém seu momento angular e sua energia cinética. Dado: momento de inércia de um cilindro girando ao redor de seu eixo de simetria $I = \frac{1}{2}MR^2$.

a) 2,36 kg . m²/s; 3,20 J.

b) 2,36 kg . m²/s; 7,41 J.

c) 2,59 kg . m²/s; 3,20 J.

d) 2,59 kg . m²/s; 5,52 J.

e) 3,11 kg . m²/s; 7,41 J.

3. Em uma superfície sem atrito, um pequeno bloco de material magnético de massa m = 0,54 kg é arremessado com velocidade constante v = 3,15 m/s. Ele colide com uma extremidade de um bastão de ferro de massa M = 4,36 kg e L = 1,77 m de comprimento, cuja extremidade oposta está presa por um rolamento, que permite que a barra gire livremente sem atrito. O material magnético prende-se à extremidade da barra. Considere que a barra encontrava-se girando horizontalmente com velocidade angular constante 4,3 rad/s e que a colisão entre a barra e o bloco é frontal. a) Qual é o momento angular do conjunto imediatamente antes da colisão? b) Qual é o momento angular do conjunto imediatamente após a colisão? c) Qual é a velocidade angular final do conjunto?
Dado: momento de inércia de uma barra girando a partir de uma extremidade

$$I = \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \ .$$

a) 16,567 kg . m²/s; 14,378 kg . m²/s; 1,227 rad/s.

b) 14,358 kg . m²/s; 16,567 kg . m²/s; 2,667 rad/s.

c) 14,358 kg . m²/s; 14,358 kg . m²/s; 1,333 rad/s.

d) 16,567 kg . m²/s; 16,567 kg . m²/s; 2,667 rad/s.

e) 15,124 kg . m²/s; 15,124 kg . m²/s; 1,333 rad/s.

Seção 2.2

Momento de uma força

Diálogo aberto

Olá, estudante! Na seção anterior, aprendemos a respeito de uma nova grandeza física, o momento angular, e conhecemos mais uma lei de conservação da natureza, a conservação do momento angular. Energia, momento linear e momento angular nos permitem resolver um grande número de problemas, pois mesmo que o sistema tenha passado por transformações internas, você sabe que essas grandezas se mantiveram constantes caso o sistema seja isolado.

Na presente seção, estudaremos o momento de uma força, mais conhecido como torque. Talvez você já tenha tido a oportunidade de trocar os pneus de um carro. Aqueles parafusos estão realmente bem presos, não é mesmo? Imagine o que seria de você em uma situação como essa sem uma chave de roda? Porém afinal, qual é o princípio por detrás do seu funcionamento? Por que o que parece impossível a mãos nuas fica tão fácil com ela?

Você já deve ter percebido que, ao aplicar uma força sobre um corpo rígido, muitas vezes você causa uma rotação. Você já aprendeu muito sobre forças e sabe que elas causam uma aceleração linear. Agora entenderemos que, dependendo do modo como elas são aplicadas, você pode causar também uma aceleração angular.

Lembre-se de que você se colocou no papel de um pesquisador que trabalha no laboratório de uma grande indústria, prestes a lançar no mercado uma nova motocicleta. Após as medidas iniciais e as especificações básicas realizadas na seção anterior, agora chegou a hora de ligar o motor. O motor foi projetado para gerar um torque de $16\,\text{kgf}\cdot\text{m}$ e você precisa testar se o objetivo foi atingido. Em uma motocicleta, o torque é proporcional à força que o pneu fará contra o solo e, consequentemente, indicará quão rápido ela acelerará, partindo do repouso. Para conseguir fazer isso, você precisa aprender o que é **momento de uma força** (ou **torque**). Vamos lá?

Não pode faltar

Já avançamos bastante no estudo de rotações, não é mesmo? Já sabemos descrevê-las e conhecemos todas as grandezas relevantes. Porém, algo muito importante nos falta. Em geral, somos capazes de analisar um movimento circular uniforme, mas ainda não sabemos o que, exatamente, pode gerar uma alteração no estado de rotação.

Você se lembra de qual grandeza gerava alteração no estado de movimento de uma partícula qualquer? A primeira lei de Newton, já revisada na unidade anterior, é expressa matematicamente da seguinte forma:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \ .$$

Nosso objetivo, entretanto, é compreender qual é a grandeza física responsável pela alteração no estado de rotação de uma partícula ou corpo rígido. É de se desconfiar que a força seja, ao menos em parte, culpada por isso, não é mesmo?

Vamos fazer um experimento para provar. Não se preocupe, você não precisa ir para um laboratório. Somente encontre um corpo rígido próximo de você e coloque-o sobre uma mesa. Pode ser um livro, uma caixa, ou um laptop. Agora, aplique uma força sobre ele. Empurre com o dedo o objeto, mas mire bem no centro dele. Aposto que você gerou um movimento linear, que parou rapidamente devido ao atrito com a mesa.

Em seguida, aplique a mesma força, mas, desta vez, em uma das laterais (esquerda ou direita) do corpo rígido. Temos certeza de que, além de se deslocar linearmente, ele girou. Isso mesmo! O segredo aqui é que a força não foi aplicada na mesma linha do centro de massa, como anteriormente. Ela foi aplicada paralelamente à linha imaginária que atravessa o centro de massa, a uma determinada distância perpendicular.

Agora você já deve imaginar que o momento de uma força, ou torque, pode ser definido da seguinte forma:

$$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta).$$

Sendo que F é o módulo da força aplicada, d é a distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação e θ marca o ângulo formado entre ambas as quantidades.

Assimile

O torque depende linearmente da força aplicada (F) e da distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação (d). O seno indica que foi tomada a força perpendicular à linha formada entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação. A unidade dessa grandeza física é $N \cdot m$.

$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta)$.

Exemplificando

Uma barra está livre para girar horizontalmente a partir de uma extremidade e no lado oposto recebe uma força horizontal de módulo F = 20N conforme Figura 2.4. Qual é o torque que atua sobre a barra?

Figura 2.4 | Barra submetida a uma força

Fonte: elaborada pelo autor.

Resolução:

Sabemos que o torque é dado pela expressão:

$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta)$.

A linha formada entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação indica a própria barra. Portanto, somente a componente perpendicular à barra causará rotação no conjunto. Para encontrar o módulo da componente perpendicular à barra, precisamos da função seno, o que já nos indica a própria equação. O enunciado mostra que o módulo da força é 20N e a distância do ponto de aplicação até o eixo de rotação é 1,5 m. Então:

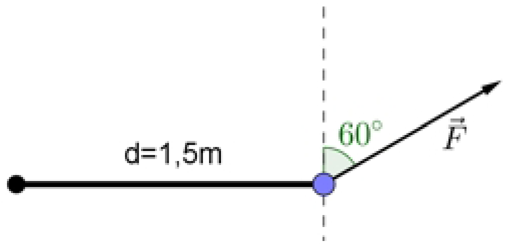
$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta)$.

$\tau = 20 \cdot 1{,}5 \cdot sen(30°) = 15 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$.

Reflita

A equação apresentada para o torque contém um seno e ela está correta. Entretanto, em Física, aconselhamos você a sempre fazer um desenho e ficar muito atento. O exemplo acima poderia conter a Figura 2.5:

Figura 2.5 | Barra submetida a uma força, ângulo complementar



Fonte: elaborada pelo autor.

É exatamente o mesmo exercício. O que você faria nesse caso?

Uma maneira simples de visualizar o fenômeno físico é por meio de uma maçaneta de porta. Ao abrir a porta através do eixo central, é muito mais difícil do que fazendo a força em um local apropriado. Se você já teve que lidar com uma maçaneta quebrada, sabe do que estou falando. Para abrir a porta, provavelmente precisou de um alicate, mesmo que normalmente você precisaria só de um dedo para isso.

Figura 2.6 | Maçaneta de uma porta

Fonte: <https://pixabay.com/pt/ma%C3%A7aneta-da-porta-jack-bronze-84319/>. Acesso em: 21 maio 2016.

Pesquise mais

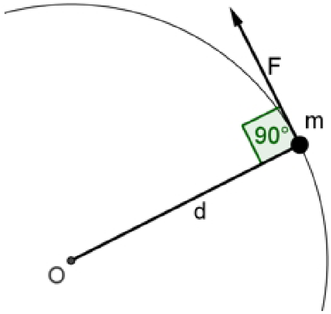
Aprofunde seus conhecimentos lendo o excelente livro a seguir:

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1.

Lembre-se de que você possui acesso ao livro realizando login na área do estudante. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2271-0/cfi/0!/4/4@0.00:28.0>. Acesso em: 25 nov. 2016.

Como calcular a aceleração angular gerada pelo torque? Vamos estudar um caso simples para entender. Vamos supor uma partícula de massa m presa a uma barra fina de comprimento d, livre para girar e cuja massa pode ser desprezada frente à massa da partícula. Como indicado na Figura 2.7, uma força de módulo F é aplicada sobre ela, perpendicularmente à barra de suporte.

Figura 2.7 | Partícula submetida a uma força



Fonte: elaborada pelo autor.

Qual é a aceleração da partícula? Pela segunda lei de Newton, teremos:

$$F = m \cdot a .$$

Definiremos aceleração angular da mesma maneira que definimos velocidade angular. A aceleração deve coincidir com a obtida através da seguinte relação:

$$a = d \cdot \alpha .$$

Em que α é a aceleração angular, cuja unidade é rad/s^2 e d é a distância do eixo de rotação até a massa m. Então:

$$F = m \cdot d \cdot \alpha .$$

Por fim, substituiremos a definição de torque que acabamos de enunciar:

$$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta) \quad \rightarrow \quad F = \frac{\tau}{d \cdot sen(90°)}$$

Obtivemos duas expressões distintas para F. Então, elas devem ser iguais, não é mesmo? Teremos:

$$\frac{\tau}{d \cdot sen(90°)} = m \cdot d \cdot \alpha$$

Seno de um ângulo reto é 1. Isolando o torque:

$$\tau = m \cdot d^2 \cdot \alpha .$$

Mas para uma partícula $I = m \cdot d^2$. Então,

$$\tau = I \cdot \alpha$$

ou seja, descobrimos que o torque pode ser obtido através do produto entre o momento de inércia e a aceleração angular. A essa altura do jogo, você provavelmente não estará surpreso, afinal, já sabemos que é fácil obter as equações relevantes do movimento circular substituindo as grandezas lineares pelas grandezas angulares relevantes. Ou seja:

$$F = m \cdot a \quad \leftrightarrow \quad \tau = I \cdot \alpha .$$

Nós mostramos isso para uma partícula, mas a expressão é geral e vale para qualquer corpo rígido.

Assimile

A relação entre o torque e a aceleração angular do sistema é dada por:

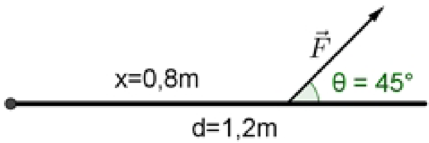
$$\tau = I \cdot \alpha$$

em que I é o momento de inércia da partícula ou corpo rígido em questão e α é a aceleração angular gerada.

Exemplificando

Uma barra de ferro de 1,2 m de comprimento e 5 kg de massa estende-se horizontalmente. Ela está presa por uma das extremidades em uma estrutura que permite que ela gire sem atrito horizontalmente. Ela está incialmente em repouso, mas em dado momento uma força horizontal de 50N passa a atuar sobre ela a exatamente 0,8 m do ponto de apoio, conforme Figura 2.8. Encontre: a) O torque que atua sobre a barra. b) A aceleração angular sofrida pela barra.

Figura 2.8 | Disco e partícula



Fonte: elaborada pelo autor.

a) Para obter o torque da barra precisamos calcular:

$$\tau = F \cdot x \cdot sen(\theta).$$

É importante notar que utilizamos a distância x entre o ponto de rotação e o ponto de aplicação da força e não o comprimento total da barra d. Mantenha-se sempre atento aos detalhes. Portanto:

$$\tau = 50 \cdot 0,8^{\circ}\, sen(45^{\circ}) \approx 28,3\,\text{N} \cdot \text{m}.$$

b) Para obter a aceleração angular, precisamos levar em conta que estamos trabalhando com um corpo rígido e utilizar a expressão:

$$\tau = I \cdot \alpha \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{\tau}{I}.$$

O momento de inércia de uma barra rígida de comprimento d, girando a partir de sua extremidade é:

$$I = \frac{1}{3} \cdot md^2 = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 1,2^2 = 2,4\,\text{kg} \cdot \text{m}^2.$$

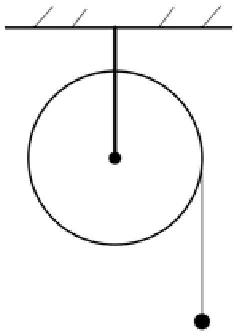
Portanto:

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{28,3}{2,4} \approx 11,8\,\text{rad/s}^2.$$

Faça você mesmo

Um disco de massa 1,6 kg e raio 0,4 m está apoiado firmemente no teto. Ele encontra-se livre para girar a partir de seu centro, como uma grande roldana. Em uma de suas extremidades, uma partícula de massa 0,5 kg é pendurada, conforme Figura 2.9. Quando a partícula é solta, qual é o torque exercido sobre o disco? Qual é a sua aceleração angular?

Figura 2.9 | Disco e partícula



Fonte: elaborada pelo autor.

Percebam que as expressões obtidas aqui são absolutamente gerais e servem para o movimento circular uniforme, movimento circular uniformemente variado, ou para qualquer aceleração angular mais geral. Você sabia que com base em uma equação para a posição angular com relação ao tempo, somos capazes de obter a aceleração angular de um corpo rígido e, portanto, o torque inicial que gerou o movimento? Veja como:

Partiremos de posição angular dada por uma função $\theta(t)$ com relação ao tempo. Sabemos que a velocidade angula r $\omega(t)$ é a variação da posição com relação ao tempo, portanto:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}$$

Basta fazer a derivada da posição angular com relação ao tempo. E a aceleração angular $\alpha(t)$? Ela é justamente a variação da velocidade angular com relação ao tempo, então:

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\alpha(t) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Portanto, a velocidade angular é a derivada segunda da posição angular. De posse da aceleração angular, dado que o momento de inércia do objeto seja conhecido, podemos calcular facilmente o torque:

$$\tau = I \cdot \alpha(t).$$

Exemplificando

Uma partícula de massa 1 kg está presa na extremidade de uma barra de 2 m de comprimento, leve e resistente. Ela é colocada para girar horizontalmente, livre de qualquer atrito, graças a um motor que se encontra ligado à extremidade oposta da barra. Ela realiza um movimento circular e sua posição angular é dada pela expressão:

$$\theta(t) = 2 + 3t^2 + 0{,}1t^3.$$

Encontre: a) A expressão para a aceleração angular da partícula. b) A aceleração angular e a aceleração linear na partícula no instante t = 2s. c) A expressão para o torque causado pelo motor. d) O torque causado pelo motor no instante t = 2s.

a) Para obter a aceleração angular, podemos realizar duas derivadas na expressão para a posição angular. Basta lembrar-se de que a derivada de uma soma de termos é igual à soma das derivadas de cada termo, que derivada de uma constante é zero e a que:

$\frac{d}{dt}\left(t^n\right) = n \cdot t^{n-1}$ para n um número real qualquer.

Portanto:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}\left(2 + 3t^2 + 0{,}1t^3\right) = 0 + 3 \cdot 2 \cdot t^{2-1} + 0{,}1 \cdot 3 \cdot t^{3-1} = 6t + 0{,}3t^2.$$

E:

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(6t + 0{,}3t^2\right) = 6 \cdot 1 \cdot t^{1-1} + 0{,}3 \cdot 2 \cdot t^{2-1} = 6 + 0{,}6t.$$

Portanto $\alpha(t) = 6 + 0{,}6t$.

b) A aceleração linear da partícula será:

$$a = \alpha \cdot r = (6 + 0,6t) \cdot 2 = 12 + 1,2t.$$

No instante 2s, teremos:

$$\alpha(2) = 6 + 0,6 \cdot 2 = 7,2\,\mathrm{rad/s^2}.$$

$$a(2) = 12 + 1,2 \cdot 2 = 14,4 m/s^2.$$

c) Para calcular o torque sobre a partícula, nos falta somente encontrar o momento de inércia da partícula:

$$I = m \cdot d^2 = 1 \cdot 2^2 = 4\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2.$$

Então:

$$\tau = I \cdot \alpha(t) = 4 \cdot (6 + 0,6t) = 24 + 2,4t.$$

d) $\tau(2) = 24 + 2,4 \cdot 2 = 28,8\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}.$

Faça você mesmo

Uma partícula de massa 1 kg está presa na extremidade de uma barra de 2 m de comprimento, leve e resistente. Ela é colocada para girar horizontalmente, livre de qualquer atrito, graças a um motor que se encontra ligado à extremidade oposta da barra. Ela realiza um movimento circular e sua posição angular é dada pela expressão:

$$\theta(t) = t - t^2 + 0,5t^4.$$

Encontre: a) A expressão para a aceleração angular da partícula. b) A aceleração angular e a aceleração linear na partícula no instante t = 1s. c) A expressão para o torque causado pelo motor. d) O torque causado pelo motor no instante t = 1s.

Sem medo de errar

Chegou a hora de testar o protótipo, ligar a moto e pisar fundo. Será que o motor atingirá a especificação de 16 kgf . m de torque? Mas, espere! Temos uma unidade desconhecida aqui, o kgf . m. Nós aprendemos a unidade no SI, o N . m. Se você observar bem, entenderá imediatamente que kgf é uma unidade de força, afinal, ela aparece relacionada com a unidade de comprimento m do mesmo modo como a unidade de força Newton (N). Será muito comum deparar-se com unidades desconhecidas em seus estudos ou atividades profissionais. Pesquise e descubra qual é a conversão.

Atenção

O kgf (kilograma força) é uma unidade muito comum em engenharia. Equivale à força peso que atua sobre qualquer objeto de 1 kg. Ou seja:

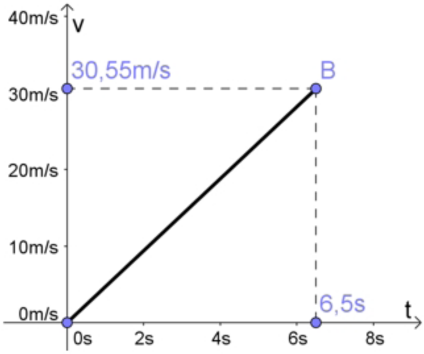
$$F_g = mg = 1kg \cdot 9{,}8\mathrm{m/s^2} = 9{,}8\,\mathrm{kg \cdot m/s^2} = 9{,}8N.$$

Então:

$$1\mathrm{kgf} = 9{,}8\,N\,.$$

Você deve se lembrar de que o conjunto roda + pneu tem diâmetro de 52 cm. Uma avaliação detalhada da equipe estimou que o protótipo como um todo representa para o motor um momento de inércia de 8,7 kg . m^2. Você colocou o protótipo da motocicleta na mesa de testes e mediu sua velocidade. Na verdade, a velocidade da esteira de testes, afinal, no caso, você está em seu laboratório e a moto não pode sair do lugar. O resultado de sua aceleração, desde o repouso até a velocidade muito próxima de 110 km/h, é indicado no gráfico da Figura 2.10:

Figura 2.10 | Velocidade da esteira de testes



Fonte: elaborada pelo autor.

O comportamento obtido é linear, não é mesmo? Então é fácil estimar a aceleração angular, pois temos um movimento uniformemente variado. Você deve se lembrar de que:

$$v = \omega \cdot r \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{v}{r},$$

então:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{r \cdot \Delta t} = \frac{30,55}{0.26 \cdot 6,5} \approx 18,1 \text{rad/s}^2.$$

Portanto:

$$\tau = I\alpha = 8,7 \cdot 18,1 = 157,47 N \cdot m$$

Convertendo para kgf:

$$\tau = \frac{157,47}{9,8} \approx 16,07 kgf \cdot m$$

O motor atendeu às expectativas! Acredite, é um belo torque. Mesmo que o cliente não seja esportista de motovelocidade, para tirar o máximo proveito do motor, ele poderá confiar que sua motocicleta responderá rapidamente em qualquer emergência.

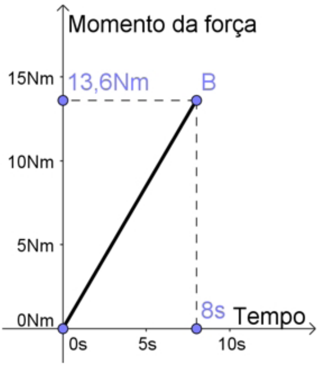
Avançando na prática

Momento de uma força em uma máquina

Descrição da situação-problema

Um engenheiro está analisando a especificação de uma máquina que deve ser adquirida por sua empresa. Nela, há uma grande engrenagem, que gira a partir do repouso, no momento em que a máquina é ligada. O manual do equipamento indica que seu momento de inércia é 8 kg . m^2 e mostra o gráfico da Figura 2.11, com o momento da força (torque) que atua sobre a engrenagem em função do tempo em segundos. A máquina somente atenderá às necessidades da empresa caso a aceleração angular da engrenagem for superior a 1 rad/s^2 após 5s. Com base no que foi apontado no enunciado, o engenheiro recomendará ou não a compra do equipamento?

Figura 2.11 | Momento de uma força



Fonte: elaborada pelo autor.

Lembre-se

O momento da força relaciona-se com o momento de inércia e com a aceleração angular de acordo com a expressão $\tau = I\alpha$.

Resolução da situação-problema

Analisando o gráfico, verificamos um comportamento linear para o aumento do torque. O coeficiente angular da reta será:

$$\frac{\tau_f - \tau_i}{t_f - t_i} = \frac{13,6 - 0}{8 - 0} = 1,7$$

Portanto,

$$\tau(t) = 1,7t \ .$$

Sabemos que:

$$\tau = I\alpha \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{\tau}{I}$$

$$\alpha(t) = \frac{1,7t}{8} = 0,2125 \cdot t$$

No instante 5s, teremos:

$$\alpha(5) = 0,2125 \cdot 5 = 1,0625 \text{rad/s}^2 \ .$$

Portanto, a aceleração angular superou 1 rad/s após 5 segundos de funcionamento, atendendo à necessidade particular da empresa e o engenheiro recomenda a compra.

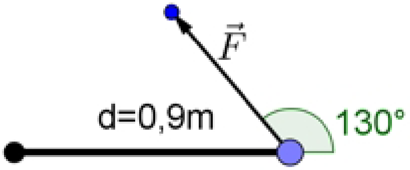
Faça você mesmo

Um engenheiro está analisando a especificação de uma máquina que deve ser adquirida por sua empresa. Nela, há uma grande engrenagem, que gira a partir do repouso, no momento em que a máquina é ligada. O manual do equipamento indica que seu momento de inércia é 11 kg . m^2 e que a aceleração angular da engrenagem é dada no SI pela expressão $\alpha(t) = 1,3t^2$. A máquina somente atenderá às necessidades da organização caso o torque que atua sobre a engrenagem for superior a 250N . m no instante 4s. Com base no que foi apontado no enunciado, o engenheiro recomendará ou não a compra do equipamento?

Faça valer a pena

1.

Figura 2.12 | Força sobre um bastão



Fonte: elaborada pelo autor.

Uma força de módulo F = 25N é aplicada horizontalmente sobre um bastão conforme a figura. Calcule o momento da força sobre um bastão de comprimento 0,9 m, livre para girar horizontalmente a partir da extremidade oposta.

a) 17,24N . m.

b) 18,49N . m.

c) 19,11N . m.

d) 19,58N . m.

e) 19,93N . m.

2. Uma partícula de massa 0,5 kg descreve um movimento circular com raio 0,7 m. Sua velocidade angular é descrita pela seguinte equação:

$\omega(t) = 3t - t^3 + t^4$

Marque a opção que contém a expressão para a aceleração angular da partícula em função do tempo, para o torque em função do tempo e, por fim, o torque no instante 1s.

a) $\alpha(t) = 3t^2 + 4t^3$; $\tau(t) = 0,735(1 - t^2) + 0,98t^3$; $\tau(1) = 1,12N \cdot m$.

b) $\alpha(t) = 3 - 3t^2 + 4t^3$; $\tau(t) = 0,735(1 - t^2) + 0,98t^3$; $\tau(1) = 0,98N \cdot m$.

c) $\alpha(t) = 3 - 3t^2 + 4t^3$; $\tau(t) = (1 - t^2) + 3t^3$; $\tau(1) = 0,79N \cdot m$.

d) $\alpha(t) = 3t^2 + 4t^3$; $\tau(t) = 0,897(1 - t^2) + 0,74t^3$; $\tau(1) = 1,12N \cdot m$.

e) $\alpha(t) = t - 3t^3 + 4t^4$; $\tau(t) = 0,897(1 - t^2) + 0,74t^3$; $\tau(1) = 0,98N \cdot m$.

3. Um disco de massa 3 kg e raio 50 cm gira ao redor de seu eixo central com velocidade angular inicial 10rad/s e depois, devido ao atrito com o eixo de rotação, reduz linearmente sua velocidade até o repouso completo após 6s. Marque a alternativa que contém a aceleração angular e o módulo do torque necessários para parar o disco.

a) α = 1,60 rad/s^2 ; $|\tau| = 1,25\,N \cdot m$.

b) α = 0,99 rad/s^2 ; $|\tau| = 0,81\,N \cdot m$.

c) α = 0,13 rad/s^2; $|\tau| = 0,35\,N \cdot m$.

d) α = -0,99 rad/s^2; $|\tau| = 0,81\,N \cdot m$.

e) α = -1,67 rad/s^2; $|\tau| = 1,25\,N \cdot m$.

Seção 2.3

Equilíbrio de rotação de corpos rígidos

Diálogo aberto

Nas seções anteriores, falamos sobre o momento angular e sua conservação e também sobre o momento de uma força ou torque. Assim, completamos nossa caixa de ferramentas para o estudo da dinâmica dos corpos rígidos e podemos analisar os mais diversos problemas envolvendo rotação.

Na presente seção, falaremos sobre o equilíbrio de rotação de corpos rígidos. Um caso importante de equilíbrio é quando o corpo encontra-se em repouso, isto é, nem realiza uma translação, nem uma rotação: ele está parado. Você pode pensar: tivemos todo este trabalho para entender as rotações, para agora começar a estudar objetos parados? Exatamente! Mas você precisa entender a importância disso.

Um engenheiro civil quer que o prédio que ele projetou, assim como cada um de seus andares, mantenha-se sempre em repouso, não é mesmo? Um engenheiro mecânico quer que o guindaste vendido por sua empresa, que suspende uma grande massa, mantenha-se também em repouso. Quando não é assim, temos situações sérias, talvez até catástrofes.

Voltemos agora para o laboratório, onde o novo protótipo de motocicleta é testado. Lá foi verificada uma situação que pode comprometer a segurança dos testes realizados: existe uma rachadura em uma peça importante do guindaste que levanta a motocicleta. A empresa que forneceu o equipamento foi acionada e se comprometeu a trocar a peça em dois dias úteis.

Seu laboratório dispõe de um segundo guindaste, de menor porte, que vocês utilizam regularmente para levantar motores, rodas, mas não para um protótipo inteiro, como seria o caso. Consultando o manual do guindaste, você verifica que seu limite suportado é um torque de

5400 *Nm*. Será possível erguer o protótipo, ou você terá que adiar seus testes por dois dias?

Para responder a esta pergunta, vamos entender melhor o equilíbrio de rotação!

Não pode faltar

Em Física, não damos importância somente ao movimento, mas também ao repouso. Afinal, quando um engenheiro projeta um prédio, ele pensa em pilares capazes de sustentar o peso do edifício e de todos os objetos em seu interior.

Você já sabe que para um objeto se manter em repouso, a força resultante sobre ele deve ser nula, ou seja, mesmo que ele seja submetido a diversas forças, elas devem todas se cancelar na soma vetorial (ou seja, as forças devem se cancelar em cada uma das três dimensões do espaço).

$$\sum_n \vec{F}_n = \vec{F}_R = 0$$

Vamos agora imaginar uma situação na qual um corpo rígido esteja submetido a diversos torques τ_n com relação a um determinado eixo. Qual seria a aceleração angular α de rotação com relação a este eixo? Ela dependerá do torque resultante τ_R, dado por:

$$\tau_R = \sum_n \tau_n \quad ,$$

gerando uma aceleração angular que pode ser obtida a partir da expressão:

$$\tau_R = I\alpha \quad ,$$

em que *I* é o momento de inércia com relação ao eixo em questão. No caso do **equilíbrio de rotação**, o corpo rígido não altera seu estado de rotação. Portanto:

$$\alpha = 0$$

$$\tau_R = I \cdot 0 = 0 \quad .$$

Isso pode ser obtido quando os diversos torques τ_n se cancelam, ou seja, temos a mesma quantidade de torque em sentido anti-horário (positivo) e horário (negativo) somada. Todos os torques se anulam, de maneira que o corpo rígido não inicia um movimento de rotação.

Lembrando de que o torque pode ser obtido através da força aplicada e da distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação:

$$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta),$$

onde o ângulo de aplicação da força com relação à linha que liga o eixo de rotação ao ponto de aplicação na força aparece por meio da função seno.

Assimile

Um corpo rígido em equilíbrio de rotação corresponde à situação em que, apesar de diversos torques atuarem sobre ele, ele não altera seu estado de rotação. Sua aceleração angular é nula $\alpha = 0$.

Sobre ele atuam torques no sentido anti-horário (positivos) e torques no sentido horário (negativos), de maneira que o torque resultante é nulo $\tau_R = 0$.

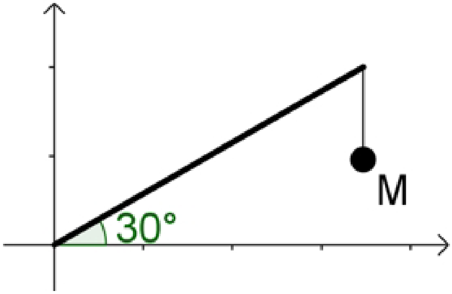
Exemplificando

Uma barra leve e resistente de 4m de comprimento está inclinada formando um ângulo de 30 graus com a horizontal. Uma de suas extremidades sustenta uma corda leve, que suporta um objeto de massa M = 5 kg. Que torque deve ser aplicado sobre a barra para que ela se mantenha em equilíbrio de rotação com relação à extremidade em contato com o solo?

Resolução:

A barra leve e resistente de 4 m de comprimento sustenta um objeto de massa 5 kg, conforme Figura 2.13. A barra sustenta em sua extremidade o peso do objeto, portanto
$P = Mg = 7 \cdot 9,8 = 68,6N$.

Figura 2.13 | Objeto suspenso na barra



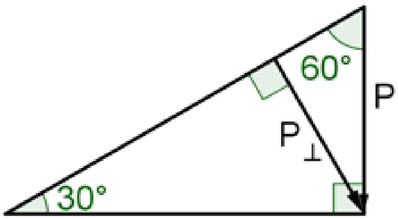
Fonte: elaborada pelo autor.

O torque causado pela massa M é dado por:

$$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta)$$

sendo que a força será o peso de M, a distância é o comprimento total da barra 4 m (distância entre o ponto de aplicação da força e o eixo de rotação). Para obter o ângulo, podemos observar a Figura 2.14. Formaremos, portanto, 60 graus com a barra, tomando a componente da força peso perpendicular à barra:

Figura 2.14 | Projeção da força peso



Fonte: elaborada pelo autor.

$$|\tau| = F \cdot d \cdot sen(\theta) = 68,6 \cdot 4 \cdot sen(60°) = 237,64Nm$$

Então, temos:

$$\tau = -237,64Nm \, ,$$

em que o sinal negativo leva em conta tratar-se de uma tendência à rotação no sentido horário. Para compensar esta tendência e manter o equilíbrio de rotação da barra, será necessário aplicar sobre a barra um torque $\tau = 237,64Nm$ de modo que:

$$\tau_R = 237,64 - 237,64 = 0$$

e a aceleração angular seja zero.

Estudaremos agora uma aplicação muito útil: as alavancas.

As alavancas são exemplos das conhecidas máquinas simples. Elas são utilizadas desde a antiguidade para a realização de grandes feitos, como a construção de templos e monumentos que seriam desafiadores até para os dias de hoje. Elas permitiram ao homem da antiguidade (e dos dias de hoje) elevar objetos de grande massa utilizando somente a força das mãos de um conjunto de pessoas.

Pesquise mais

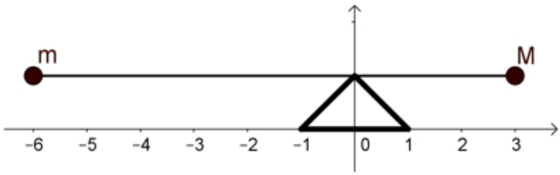
Aprofunde seus conhecimentos lendo o excelente livro a seguir:

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para Cientistas e Engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

Lembre-se de que você possui acesso ao livro realizando login na área do estudante. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2618-3/cfi/0!/4/4@0.00:11.5>. Acesso em: 25 nov. 2016.

Vemos um exemplo de alavanca na Figura 2.15. Um bastão leve e resistente de 9 m de comprimento encontra-se apoiado a 2/3 de seu comprimento pelo suporte. Em ambas as extremidades, estão inseridas duas massas m e M. O sistema encontra-se em equilíbrio.

Figura 2.15 | Alavanca I



Fonte: elaborada pelo autor.

O que podemos concluir a respeito da figura?

Com relação às forças, sabemos que o bastão é leve e, portanto, tem massa desprezível, mas ambas as massas m e M sofrem uma força peso de intensidade mg e Mg, respectivamente. Essas forças atuam sobre o bastão, que por sua vez força o suporte. O suporte resiste e reage, aplicando uma força vertical, para cima, de intensidade (M + m) g sobre o bastão. Portanto, concluímos que o bastão encontra-se em repouso.

O que podemos dizer com relação à rotação? Para entender, precisamos responder às perguntas.

Qual eixo com relação ao qual o sistema poderá girar? É exatamente o ponto onde o suporte toca o bastão. Com relação a ele, podemos definir as distâncias até as massas M e m. Até M teremos 3 m, enquanto que até m teremos 6 m (comprimento total 9 m, suporte a 2/3 do comprimento conforme Figura 2.14).

Quais são os torques que atuam sobre o sistema? Como o bastão encontra-se exatamente na horizontal, sabemos que um ângulo reto é formado entre a linha que vai do ponto de aplicação da força até o eixo de rotação. Então,

$$|\tau_M| = F_M \cdot d_M = Mg \cdot d_M = 9{,}8M \cdot 3 = 29{,}4M$$

$$|\tau_m| = F_m \cdot d_m = mg \cdot d_m = 9{,}8m \cdot 6 = 58{,}8m.$$

Sabemos que o torque resultante é zero. Teremos então:

$$\tau_R = \tau_M + \tau_m = 58{,}8m - 29{,}4M$$

Em que o sinal negativo vem do fato de que a massa M encontra-se à direita do suporte. A força do peso é vertical para baixo e o torque resultante leva o sistema a girar no sentido horário. Em nossa convenção, a tendência é que a rotação no sentido horário corresponda a um torque negativo.

Não compreendeu ainda? Observe novamente a Figura 2.14 e imagine a situação. Construa uma alavanca parecida à da figura com sua caneta e uma borracha e faça força na extremidade da direita. Em que sentido o sistema vai girar?

Retornamos ao problema. Se o torque resultante é nulo, uma vez que há equilíbrio de rotação, então:

$$\tau_R = 0 = 58{,}8m - 29{,}4M$$

$$29{,}4M = 58{,}8m$$

$$M = 2m$$

Suponhamos que a massa m corresponda a um bloco de 5 kg. Então, para que exista equilíbrio $\tau_R = 0$, M = 10 kg.

Perceba que é possível equilibrar uma massa maior com uma massa menor, desde que um braço de alavanca maior a acompanhe. Perceba também o poder das máquinas simples. Com a força de um homem, acompanhada de um grande braço de alavanca, é possível levantar uma grande massa do outro lado.

Reflita

Vimos acima que as alavancas nos permitem erguer objetos de grandes massas com forças menores do que aquelas que necessitaríamos levantando esses objetos diretamente. No caso, qual é o preço a pagar por esta comodidade? Se você tiver um braço de alavanca como o que acabamos de descrever, qual distância y teria que empurrar a extremidade da massa m para que M seja elevado em x metros?

Exemplificando

Um bastão leve e resistente de 4 m de comprimento encontra-se apoiado a exatamente 1,5 m de comprimento de uma de suas extremidades por um suporte que permite que o bastão gire livremente. A 0,4 m dessa mesma extremidade encontra-se um pequeno objeto de massa 1,7 kg. Qual força deve ser aplicada na extremidade oposta para equilibrar o sistema na horizontal?

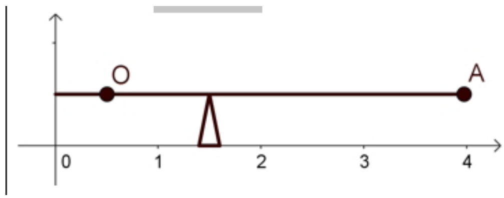
Resolução:

O objeto de massa 1,7 kg tem um peso:

$$P = mg = 1{,}7 \cdot 9{,}8 = 16{,}66N.$$

Como o bastão é leve, podemos desprezar sua massa e, portanto, seu momento de inércia. Temos somente duas forças relevantes atuando verticalmente para baixo sobre a barra, conforme a Figura 2.16: o peso do objeto no ponto O e a força aplicada no ponto A.

Figura 2.16 | Alavanca II



Fonte: elaborada pelo autor.

O peso aplicado no ponto O fará o sistema tender a girar no sentido anti-horário. O peso aplicado no ponto A fará o sistema tender a girar no sentido horário. Porém, desejamos equilíbrio, então:

$$\tau_R = 0 = F_O \cdot d_O - F_A \cdot d_A$$

note que todas as forças são verticais, portanto perpendiculares à barra. Assim:

$$F_O \cdot d_O = F_A \cdot d_A$$

Quais seriam as distâncias d_O e d_A? São as distâncias do ponto de aplicação da força até o eixo de rotação (e não as distâncias até as extremidades da barra). Trata-se de um erro comum, facilmente evitado fazendo um bom esboço da situação antes de iniciar os cálculos. Portanto:

$$d_O = 1,5 - 0,4 = 1,1m,$$

Pois, o apoio encontra-se a 1,5 m da extremidade enquanto o objeto encontra-se a 0,5 m da extremidade. Distância objeto-apoio: 1 m.

$$d_A = 4 - 1,5 = 2,5m$$

Pois o comprimento total da barra é 4 m e o apoio encontra-se a 1,5 m da extremidade oposta. A força é aplicada na extremidade.

Temos então:

$$16,66 \cdot 1,1 = F_A \cdot 2,5$$

$$F_A = \frac{16,66 \cdot 1,1}{2,5} = 7,33N$$

Perceba que, devido ao grande braço de alavanca disponível, a força aplicada para equilibrar o objeto é bem menor do que o seu peso.

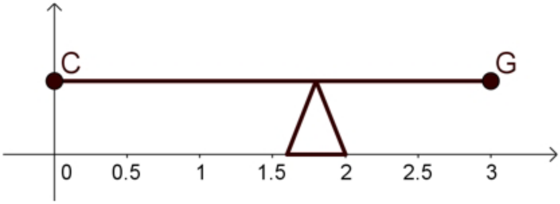
Exemplificando

Uma tábua de madeira de 5 kg e 3 m de comprimento está apoiada em um suporte a 1,8 m de uma de suas extremidades, sobre a qual está localizado um saco de cimento de 50 kg. Sobre a outra extremidade da tábua, senta-se confortavelmente Guilherme, que trabalha na obra como auxiliar de pedreiro. O sistema encontra-se em perfeito equilíbrio. Encontre a massa de Guilherme.

Resolução:

Esboçando a situação apresentada acima, temos a Figura 2.17. Basta observar rapidamente para concluir que Guilherme pesa mais do que 50 kg, pelo simples fato de que o braço de seu lado da alavanca é menor do que aquele do lado do saco de cimento.

Figura 2.17 | Alavanca III



Fonte: elaborada pelo autor.

Temos aqui uma questão importante: A tábua de madeira não tem uma massa desprezível e, portanto, deve ser levada em conta na estimativa da massa de Guilherme. Ela tem peso:

$P_m = mg = 5 \cdot 9,8 = 49N$. Onde aplicaremos este peso? Ele encontra-se distribuído por toda a tábua. Entretanto, nós já sabemos bastante Física, não é mesmo? Sabemos que devemos aplicar o peso na tábua sobre o seu centro de massa. Suporemos uma tábua homogênea e aplicaremos seu peso exatamente no centro da tábua, a 1,5 m do saco de cimento, e a 0,3 m do ponto de apoio.

O saco de cimento tem peso:

$$P_c = 50 \cdot 9,8 = 490N$$

e encontra-se a 1,8 m do ponto de apoio.

Tanto a tábua como o saco de cimento fazem o sistema tender a girar em sentido anti-horário (positivo). Guilherme equilibra sozinho o sistema em sentido horário (negativo). Teremos, então:

$$\tau_R = 0 = 490 \cdot 1,8 + 49 \cdot 0,3 - P_G \cdot 1,2$$

$$P_G \cdot 1,2 = 490 \cdot 1,8 + 49 \cdot 0,3 = 896,7$$

$$P_G = \frac{896,7}{1,2} = 747,25N$$

Agora fica fácil obter a massa de Guilherme, pois $P = mg$:

$$P_G = 747,25N = M_G \cdot g = M_G \cdot 9,8$$

$$M_G \cdot 9,8 = 747,25N$$

$$M_G = \frac{747,25}{9,8} = 76,25kg$$

Faça você mesmo

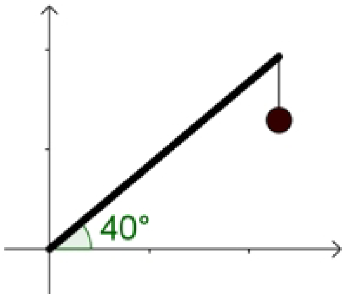
Uma barra metálica de 3,4 kg e de 2,8 m de comprimento está inclinada formando um ângulo de 45 graus com a horizontal. Uma de suas extremidades sustenta uma corda leve, na qual está suspenso um objeto de massa M = 1,5 kg. Que torque deve ser aplicado sobre a barra para que ela se mantenha em equilíbrio de rotação com relação à extremidade em contato com o solo?

Sem medo de errar

No laboratório da fábrica de motocicletas, houve um problema com um guindaste que sustentava o protótipo da motocicleta para um teste. No laboratório há somente mais um guindaste, usado regularmente para elevar peças menores, como o motor ou as rodas da motocicleta. De acordo com a especificação apresentada no manual do guindaste, ele consegue manter o equilíbrio de rotação para torques de até 5400 Nm. O manual afirma que este número já leva em consideração o próprio peso do guindaste, que, portanto, não precisa ser considerado no cálculo. Será possível dar prosseguimento ao teste com o guindaste menor ou será necessário aguardar que o outro guindaste seja consertado?

O guindaste disponível no laboratório tem 3 m de comprimento, trabalha formando um ângulo de 40 graus com o solo, conforme Figura 2.18. O protótipo de motocicleta, por sua vez, tem 240 kg de massa.

Figura 2.18 | Guindaste do laboratório



Fonte: elaborada pelo autor.

O peso do protótipo é $P = mg = 240 \cdot 9{,}8 = 2352N$.

A distância do ponto de aplicação da força até a base é 3 m. Como o guindaste forma um ângulo de 40 graus com o solo, a força peso deve ser projetada conforme o seno do ângulo complementar, 50 graus, de modo que teremos a componente perpendicular da força com relação ao corpo do guindaste.

Atenção

Precisamos sempre da projeção perpendicular da força com relação à linha que liga o ponto de aplicação da força ao eixo de rotação.

Então:

$$\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta) = 2352 \cdot 3 \cdot sen(50°) = 5405{,}21Nm.$$

Estamos acima do limite tolerado pelo guindaste. O equipamento não foi projetado para suportar e equilibrar valores tão elevados de torque. O guindaste poderia sofrer danos, ou até mesmo ceder, paralisando todo o laboratório. A decisão da equipe, portanto, foi por não prosseguir com os testes. É melhor, então, realizar outras atividades até que ocorra a manutenção do guindaste principal e depois prosseguir, não é mesmo?

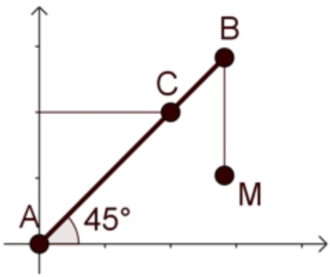
Avançando na prática

Guindaste sustentado por cabo de aço

Descrição da situação-problema

Uma fábrica de elementos estruturais pré-moldados para a construção civil conta com um guindaste de 6 m de comprimento e 100 kg de massa em sua linha de produção. Para evitar o desgaste do equipamento, ele conta com o suporte de um cabo de aço ligado horizontalmente a um pilar de sustentação. No guindaste, o cabo está ligado ao ponto C, distante em 1,5 m do ponto B, conforme Figura 2.19. Um técnico quer avaliar a segurança da montagem e com esse objetivo precisa descobrir qual é a tensão no cabo de aço quando o guindaste, que forma 45 graus com a horizontal, sustenta um elemento de massa M = 400 kg:

Figura 2.19 | Guindaste sustentado por cabo de aço



Fonte: elaborada pelo autor.

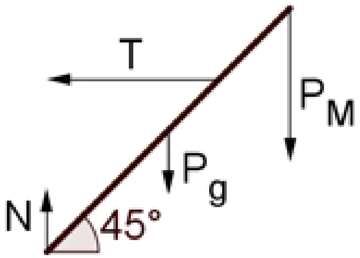
Lembre-se

Para um corpo rígido manter-se em equilíbrio de rotação, o torque resultante sobre ele deve ser nulo.

Resolução da situação-problema

A Figura 2.20 mostra as forças sobre o Inserir ponto final.

Figura 2.20 | Forças atuando sobre o guindaste.



Fonte: elaborada pelo autor.

O diagrama acima mostra todas as forças atuando sobre o guindaste: o peso da massa M, o peso do guindaste (em seu centro), a tensão T do cabo de aço e a força normal N aplicada pelo solo. Agora, podemos escrever os torques gerados por todas as forças indicadas, lembrando-se de que o guindaste encontra-se em equilíbrio, portanto a soma dos torques será zero.

$$\tau_R = 0 = \tau_T + \tau_N + \tau_g + \tau_M$$

$$0 = T \cdot d_{BC} \cdot sen(45°) + 0 - mg \cdot \frac{d_{AB}}{2} \cdot sen(45°) - Mg \cdot d_{AB} \cdot sen(45°)$$

Note que a força normal está aplicada sobre o eixo de rotação, sua distância a ele é zero e, portanto, sua contribuição ao torque é nula. Os ângulos de interesse, cujo seno fornece a componente perpendicular ao guindaste, são todos 45 graus. Prosseguindo:

$$0 = T \cdot 4,5 \cdot 0,707 + 0 - 100 \cdot 9,8 \cdot \frac{6}{2} \cdot 0,707 - 400 \cdot 9,8 \cdot 6 \cdot 0,707$$

$$T \cdot 3,18 = 2078,58 + 16628,64$$

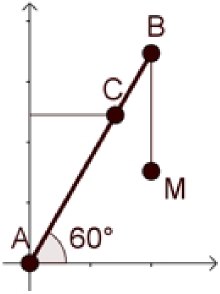
$$T \approx 5882N$$

Faça você mesmo

Um jardim conta com um enfeite que consiste em uma barra resistente de 30 kg e 4 m de comprimento presa por sua base e sustentada por um cabo de aço ligado ao ponto C, distante de

1 m do ponto B, conforme a Figura 2.21. Na extremidade mais distante do solo, está preso um cabo que sustenta um grande vaso de plantas, de massa M = 80 kg. Descubra a tensão sobre o cabo de aço, considerando que o guindaste forma 60 graus com a horizontal.

Figura 2.21 | Barra de ferro suportada por cabo de aço



Fonte: elaborada pelo autor.

Faça valer a pena

1. Uma alavanca é composta por uma tábua leve e resistente de 4 m de comprimento, estendida horizontalmente, apoiada a 1 m de distância de uma das extremidades, sobre a qual é aplicada uma força vertical para baixo de intensidade F. Qual força deve ser aplicada na extremidade oposta para manter o sistema em equilíbrio de rotação?

a) F/3.

b) F/2.

c) F.

d) 2F.

e) 3F.

Figura 2.22 | Barra e apoio I

Fonte: elaborada pelo autor.

2. Uma barra homogênea de 2 kg e 3 m de comprimento encontra-se apoiada a exatamente 1 m de uma de suas extremidades por um suporte que permite que o bastão gire livremente. A 0,3 m dessa mesma extremidade encontra-se um pequeno objeto de massa 2,5 kg. Qual força deve ser aplicada na extremidade oposta para equilibrar o sistema na horizontal?

a) 1,2N.

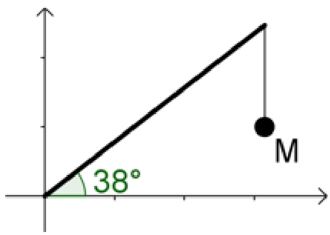
b) 2,5N.

c) 3,7N.

d) 4,9N.

e) 6,2N.

Figura 2.23 | Barra e apoio II



Fonte: elaborada pelo autor.

3. Uma barra homogênea de 1,5 kg e 2,8 m de comprimento está inclinada formando um ângulo de 38 graus com a horizontal. Uma de suas extremidades sustenta uma corda leve, que apoia um objeto de massa M = 3,2 kg. Qual é aproximadamente o torque que deve ser aplicado sobre a barra para que ela se mantenha em equilíbrio de rotação com relação à extremidade em contato com o solo?

a) -85Nm.

b) -56Nm.

c) 56Nm.

d) 71Nm.

e) 85Nm.

Seção 2.4

Solução de problemas de equilíbrio de corpos rígidos

Diálogo aberto

Olá, estudante! Estamos chegando ao fim da unidade e você já aprendeu mais sobre duas importantes grandezas físicas: o momento de uma força e o momento angular. Com elas, descobriu como analisar sistemas nos quais o movimento de rotação se altera.

Estudamos também casos de equilíbrio e estática, com aplicações importantíssimas em todas as engenharias, mas especialmente na engenharia civil, afinal você decididamente não quer que os pilares de sustentação de um edifício comecem a apresentar rachaduras ou ceder por culpa de forças e torques mal equilibrados.

Vamos seguir estudando casos de equilíbrio de corpos rígidos, em casos mais gerais. Desejamos comprovar que todas as forças e torques sobre um determinado corpo rígido se equilibram, de modo que seu estado se mantenha: repouso, movimento uniforme ou movimento circular uniforme.

Enquanto isso, no laboratório da fábrica de motocicletas, após uma pequena pausa nos trabalhos para manutenção, finalmente tudo está funcionando. O guindaste de maior capacidade está operando e foi reforçado com um cabo de aço sustentado em uma viga do laboratório para aumentar a durabilidade do equipamento e os especialistas da empresa contratada são muito profissionais e afirmaram que não haveria problemas. Entretanto, seus superiores solicitaram uma avaliação interna da segurança da nova instalação por funcionários da empresa. Você, sempre solícito, se ofereceu para ajudar, realizando um diagrama de forças e torques mostrando os efeitos do guindaste sobre o chão do laboratório e sobre a viga.

Para isso, precisamos nos aprofundar no tema equilíbrio de corpos rígidos. Vamos lá?

Não pode faltar

Vamos nos aprofundar agora no tema equilíbrio. Já verificamos sua importância na seção anterior, em que resolvemos diversos casos importantes, mais especificamente no equilíbrio de rotação. Na presente seção, estudaremos o equilíbrio em seu caso mais geral. Nele, precisamos verificar se:

1. A força resultante é nula.

2. O torque resultante é nulo.

A soma das forças sobre o corpo rígido deve ser nula e nos referimos a **todas** as forças aplicadas em **qualquer ponto** do corpo rígido. Assim, a força resultante sobre ele será nula, como também a aceleração linear. Matematicamente:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_R = 0 \quad \text{(equilíbrio),}$$

em que existe um total de n forças $\vec{F}_i$ atuando sobre um corpo. Com relação à força resultante na situação de equilíbrio:

$$\vec{F}_R = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = 0\ .$$

Portanto, observamos que cada direção espacial deve ser analisada independentemente, de modo que a soma das componentes das forças em cada uma delas deve totalizar zero:

$$F_x = F_y = F_z = 0\ .$$

Com relação aos torques, já tratamos na seção anterior, mas não custa revisar: a soma dos torques no sentido anti-horário (positivo) deve ser cancelada pela soma dos torques no sentido horário (negativo), de modo que o torque resultante sobre o corpo rígido seja nulo. Suponhamos n torques distintos τ_i atuando sobre ele. Então:

$$\sum_{i=1}^{n} \tau_i = \tau_R = 0 \quad \text{(equilíbrio),}$$

gerando uma aceleração angular α nula. Ou seja, o estado de rotação do corpo não se altera. Lembrando que $\tau = F \cdot d \cdot sen(\theta)$.

Assimile

Equilíbrio: soma dos torques sobre um corpo (torque resultante) igual a zero; soma das forças sobre um corpo (força resultante) igual a zero; soma das forças em cada uma das direções independentes, *x*, *y* ou *z*, deve ser nula.

Temos dois casos importantes de equilíbrio para considerar:

1. Equilíbrio estático.
2. Equilíbrio dinâmico.

No equilíbrio estático, o corpo rígido encontra-se em repouso. Portanto, sem movimento de rotação ou de translação. No equilíbrio dinâmico, o corpo rígido encontra-se em movimento retilíneo uniforme ou movimento circular uniforme.

Reflita

Equilíbrio estático e equilíbrio dinâmico são definições absolutas? Você observa uma caixa parada no solo, que se encontra em equilíbrio estático. Seu amigo a observa do interior de um carro com velocidade constante. Ele concluirá que a caixa encontra-se em equilíbrio estático ou dinâmico?

Pesquise mais

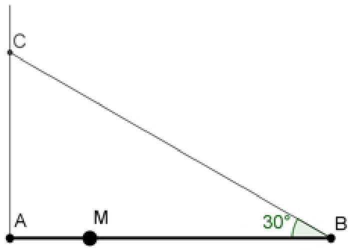
Assista a uma aula da Unicamp sobre o tema rolamento, que aumentará sua compreensão sobre a possibilidade do equilíbrio dinâmico:

Cursos Unicamp: física geral I – aula 26. Disponível em: <https://youtu.be/HVY2eyqJT-o?list=PL7581C21F8ADD6C8E>. Acesso em: 30 set. 2016.

Exemplificando

Observe a Figura 2.24. Uma barra de 4 m de comprimento e massa m = 10 kg é sustentada e mantida em repouso na horizontal por um pilar. Uma de suas extremidades está ligada diretamente a ele (ponto A da figura) e é livre para girar verticalmente. A outra extremidade está ligada a um cabo de aço preso à barra pelo ponto B e ao pilar pelo ponto C. A barra sustenta um objeto de massa M = 45 kg que se encontra sobre ela, a 1 m de distância do ponto A. Encontre a força de tração sobre o cabo e também a força que atua sobre a junção no ponto A.

Figura 2.24 | Barra sustentada por um pilar



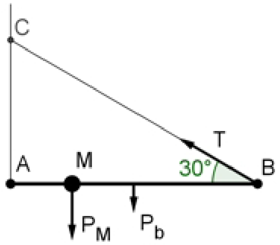
Fonte: elaborada pelo autor.

Resolução:

Trata-se de um problema de equilíbrio de corpos rígidos. Precisamos, portanto, equilibrar os torques e as forças em cada uma das direções espaciais. Começaremos equilibrando os torques com relação ao ponto A. Sabemos que a soma dos torques com relação a A (torque resultante) é nula.

Para iniciar um exercício como esse, precisamos sempre realizar um bom esboço da situação, desenhando as forças conhecidas em suas posições corretas, conforme Figura 2.25.

Figura 2.25 | Diagrama de forças da barra



Fonte: elaborada pelo autor.

Note que falta desenhar uma força: a que atua sobre o ponto A e a razão de não desenhá-la é muito simples: não sabemos para que direção e sentido ela aponta, então só poderemos desenhá-la ao final do exercício. As forças conhecidas atuando sobre a barra são:

$$P_M = Mg = 45 \cdot 9{,}8 = 441N,$$

$$P_b = mg = 10 \cdot 9{,}8 = 98\,N.$$

A força de tração ainda não é conhecida, mas pode ser projetada em uma componente horizontal e outra componente vertical por meio da trigonometria básica:

$$T_x = T \cdot \cos(30°),$$

$$T_y = T \cdot sen(30°).$$

Por fim, temos a força atuando sobre a junção em A. Entretanto, ela não gera torque, afinal, atua exatamente sobre o eixo de rotação, temos, portanto, um torque nulo (a distância ao eixo de rotação é zero).

Agora, podemos iniciar o problema equilibrando os torques. As forças de peso gerarão um torque negativo (sentido horário), enquanto que a componente vertical da tração gerará um torque positivo (sentido anti-horário). Teremos a seguinte expressão:

$$\tau_R = \tau_M + \tau_b + \tau_T = P_M \cdot 1 \cdot sen(90°) + P_b \cdot 2 \cdot sen(90°) + T \cdot 4 \cdot sen(30°)$$

Note que as distâncias relevantes foram inseridas na equação acima: M dista em 1 m do ponto A, o peso da barra encontra-se em seu centro, portanto a 2 m de A e a tração atua na extremidade B, distante em 4 m de A (comprimento da barra). Então:

$$0 = \tau_R = -P_M \cdot 1 - P_b \cdot 2 + T_y \cdot 4 = -441 \cdot 1 - 98 \cdot 2 + T \cdot \frac{1}{2} \cdot 4$$

$T = \dfrac{637}{2} = 318,5N$ e portanto:

$$T_x = T \cdot \cos(30°) = 318,5 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = 275,8N$$

$$T_y = T \cdot sen(30°) = \frac{318,5}{2} = 159,5N$$

Como será possível obter a força atuante sobre o ponto A? Chamaremos esta força de F.

Ainda não equilibramos as forças sobre a barra. Ela encontra-se em repouso e, portanto, a força resultante sobre ela deve ser nula. Vamos analisar cada direção espacial separadamente.

Eixo x:

A força de tração do cabo tem uma componente T_x no eixo x, que deve ser equilibrada pela componente F_x de F. Então:

$$0 = F_x - T_x = F_x - 275,8$$

$$F_x = 275,8N$$

Eixo y:

$$0 = F_y + T_x - P_M - P_b = F_y + 159,5 - 441 - 98$$

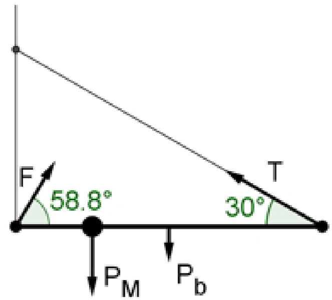
$$F_y = 379,5N$$

Portanto, sabemos agora que a junção no ponto A deve ser forte o suficiente para resistir a uma força F de intensidade:

$$F = \sqrt{275,8^2 + 379,5^2} = 469,1N$$

Formando com a horizontal um ângulo de aproximadamente 58,8 graus, conforme a Figura 2.26.

Figura 2.26 | Diagrama completo de forças sobre a barra

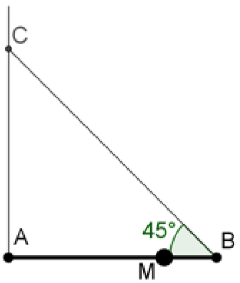


Fonte: elaborada pelo autor.

Faça você mesmo

Observe a Figura 2.27. Uma barra de 5 m de comprimento e massa m = 14 kg é sustentada e mantida em repouso na horizontal por um pilar. Uma de suas extremidades está ligada diretamente a ele (ponto A) e é livre para girar verticalmente, enquanto que a outra extremidade está ligada a um cabo de aço preso à barra pelo ponto B e ao pilar pelo ponto C. A barra sustenta um objeto de massa M = 57 kg que se encontra sobre a barra, a 3 m de distância do ponto A. Encontre a força de tração sobre o cabo e também a força que atua sobre a junção no ponto A.

Figura 2.27 | Barra sustentada por um pilar

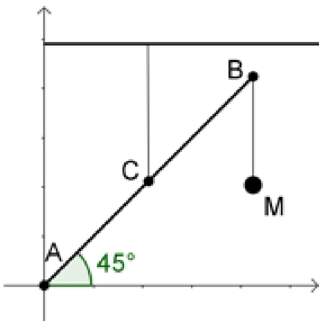


Fonte: elaborada pelo autor.

Sem medo de errar

O guindaste principal do laboratório tem 3 m de comprimento e massa m = 100 kg. Um esboço do objeto pode ser visto na Figura 2.28. Ele está preso ao solo em uma das extremidades e suspende o protótipo de motocicleta que tem massa de M = 250 kg com a outra extremidade. Um cabo de aço foi instalado exatamente sobre seu centro de massa, que se encontra no centro do guindaste e está apoiado sobre a viga do teto, de maneira a reduzir as forças e torques aplicados sobre a sua base, aumentando muito a durabilidade do equipamento. Você se propôs a entregar um diagrama completo de forças sobre o guindaste. Vamos lá?

Figura 2.28 | Guindaste do laboratório



Fonte: elaborada pelo autor.

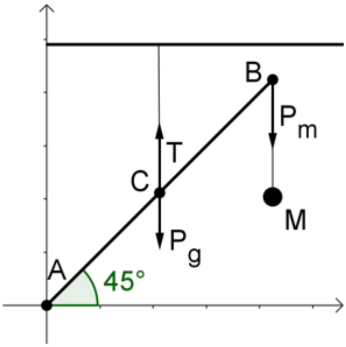
Atenção

Você deve equilibrar tanto os torques como as forças. Em geral, faltam informações para ser possível equilibrar as forças logo de início. No caso, é importante começar equilibrando os torques.

Resolução:

Vamos iniciar o diagrama de forças (Figura 2.29) com aquilo que conhecemos: a força peso do guindaste e da motocicleta e a direção e sentido da tração (mas não seu módulo, que obteremos impondo o equilíbrio de rotação)

Figura 2.29 | Diagrama de forças parcial sobre o guindaste



Fonte: elaborada pelo autor.

$$P_g = mg = 100 \cdot 9{,}8 = 980\,N\,,$$

$$P_m = Mg = 250 \cdot 9{,}8 = 2450\,N\,.$$

A força de tração está alinhada com a vertical, sentido para cima. Por trigonometria, sabemos que a componente perpendicular ao corpo do guindaste pode ser obtida por meio de $\cos(45°)$. Por fim, temos a força atuando sobre a junção em A, ainda desconhecida. Como vimos, ela não gera torque, afinal, atua exatamente sobre o eixo de rotação.

Agora, podemos iniciar o problema equilibrando os torques. As forças de peso gerarão um torque negativo (sentido horário), enquanto que a componente vertical da tração gerará um torque positivo (sentido anti-horário). Teremos, então, a seguinte expressão:

$$\tau_R = \tau_g + \tau_m + \tau_T = P_g \cdot 1{,}5 \cdot sen(45°) + P_m \cdot 3 \cdot sen(45°) + T \cdot 1{,}5 \cdot \cos(45°)$$

Note que as distâncias relevantes foram inseridas na equação acima: o centro de massa do guindaste e a tração são aplicados a uma distância de 1,5 m do ponto A, o peso da motocicleta atua sobre a extremidade, distante em 3 m de A. Então:

$$0 = \tau_R = -980 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}707 - 2450 \cdot 3 \cdot 0{,}707 + T \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}707$$

$$T = \frac{1039{,}29 + 5196{,}45}{1{,}5 \cdot 0{,}707} \approx 5880N\,.$$

Precisamos agora obter a força que atua sobre o ponto A, que chamaremos F. Basta equilibrar as forças em cada direção espacial.

Eixo x:

Nenhuma das forças indicadas na figura tem componente horizontal. Portanto, a base do guindaste não sofrerá uma força na direção x.

$$F_x = 0$$

Eixo y:

$$0 = F_y + T - P_M - P_b = F_y + 5880 - 2450 - 980$$

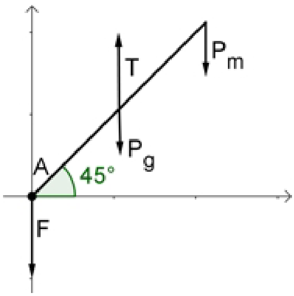
$$F_y = -2450N$$

Qual seria a razão do sinal negativo no resultado? Da maneira como escrevemos a equação, demos a entender que a força F apontava para cima. Entretanto, agora vemos que estávamos enganados e é por isso que sempre deixamos para desenhar a força F no final do exercício. Agora sabemos que a força aplicada sobre o ponto A é exatamente:

$$\vec{F} = 0\hat{\imath} - 2450\hat{\jmath}$$

E o diagrama completo de forças é dado pela Figura 2.30.

Figura 2.30 | Diagrama completo de forças sobre o guindaste



Fonte: elaborada pelo autor.

Agora o diagrama em questão pode ser entregue para a equipe que analisará a instalação do guindaste. Basicamente, eles agora devem verificar se uma força da ordem de 6 kN pode causar algum problema estrutural para a viga onde foi instalada. Contudo, sua tarefa está cumprida!

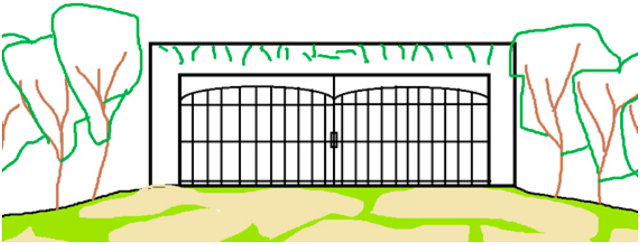
Avançando na prática

Portal de um condomínio

Descrição da situação-problema

Agradecimento ao professor João Carlos dos Santos

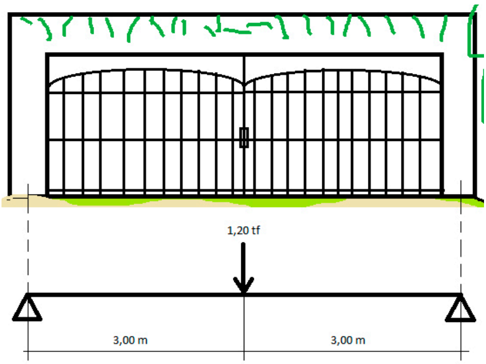
Figura 2.31 | Portal do condomínio



Fonte: elaborada por João Carlos dos Santos (2016).

No portal de um condomínio será implantada na viga superior uma coluna de concreto armado, para a instalação de um outdoor com o nome do condomínio e uma câmera de longo alcance para a segurança de seus condôminos. O conjunto instalado exercerá um esforço na viga de 1,2 tf. Dada a representação estrutural indicada na Figura 2.31, calcule os esforços e represente a condição de equilíbrio.

Figura 2.32 | Esforços sobre os pilares



Fonte: elaborada por João Carlos dos Santos (2016).

Lembre-se

Em uma situação de equilíbrio, a soma das forças e a soma dos torques sobre um determinado corpo rígido deve se anular.

Resolução da situação-problema

Vamos estudar o problema em questão? Em engenharia civil, esforços indicam forças ou torques. As condições de equilíbrio você já conhece, a soma das forças deve ser nula em cada direção e a soma dos torques também. Temos dois pontos de apoio e a força conhecida é o peso da coluna de concreto:

$$P_c = 1{,}2tf = 1200kgf = 1200 \cdot 9{,}8N = 11760N$$

Na linha acima transformamos a unidade tf para as unidades do SI. Lembre-se que kgf é a força relativa ao peso de 1 kg na superfície da terra, ou seja, 9,8 N.

Nosso objetivo é obter as forças sobre os dois pilares do portal. Eles sofrem uma força que atua exclusivamente na vertical, então sabemos que as reações serão também na vertical. Vamos testar o equilíbrio de rotação com relação ao ponto de apoio da esquerda?

$$0 = \tau_R = \tau_c + \tau_p = -P_c \cdot 3 \cdot sen(90°) + F \cdot 6 \cdot sen(90°)$$

$$F = \frac{P_c \cdot 3}{6} = \frac{11760}{2} = 5880N \; .$$

Agora, podemos equilibrar as forças. Não há forças atuando na direção horizontal, que, portanto, não precisam ser estudadas. Na vertical, em que *F'* é a força realizada pelo pilar da esquerda sobre a coluna, observa-se que essa força não realizou torque, pois estava exatamente sobre o ponto de rotação estudado.

Eixo y:

$$0 = F_R = F' - P_c + F = F' - 11760 + 5880$$

$$F' = 5880N$$

Faça você mesmo

O prefeito de uma pequena cidade decidiu instalar na entrada principal um portal de boas-vindas aos visitantes. Ele tem 7 m de comprimento e consiste em dois pilares muito sólidos que sustentam uma coluna homogênea de concreto de massa 1,8 t. Verifique as condições de equilíbrio e prove que a força de reação sobre cada um dos pilares será exatamente 0,9 tf.

Faça valer a pena

1. Com relação ao equilíbrio de corpos rígidos, um estudante fez a seguinte afirmação:

I – No equilíbrio, o corpo rígido não precisa necessariamente estar em repouso, pois o equilíbrio pode ser dinâmico e não somente estático, mas sua aceleração linear e sua aceleração angular serão sempre nulas.

PORQUE

II – A soma das forças em cada uma das direções espaciais será sempre nula e a soma sobre todos os torques também será nula.

Analisando a afirmação do estudante, é possível concluir que:

a) Ambas as afirmações são verdadeiras e a segunda é uma justificativa para a primeira.

b) A primeira afirmação é verdadeira, mas a segunda é falsa.

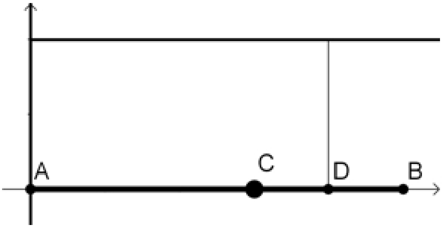
c) A primeira afirmação é falsa, mas a segunda é verdadeira.

d) Ambas as afirmações são verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa para a primeira.

e) Ambas as afirmativas são falsas.

2.

Figura 2.33 | Barra horizontal



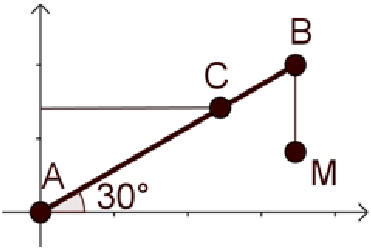
Fonte: elaborada pelo autor.

Uma barra de massa m = 9 kg e 5 m de comprimento encontra-se estendida horizontalmente conforme a Figura 2.33. Uma de suas extremidades está presa à parede e a barra é livre para girar verticalmente. A barra sustenta um objeto de massa M = 6 kg, que se encontra preso à barra em C, a exatamente 3 m de distância do ponto de apoio em A. No ponto D, a 4 m do ponto A, a barra está presa ao teto por uma corda estendida. Marque a alternativa que indica a força de tração e a força sobre o ponto A, respectivamente:

a) $\vec{T} = (45,7N)\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}$; $\vec{F} = (74,8N)\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}$.
b) $\vec{T} = 0\hat{\imath} + (99,2N)\hat{\jmath}$; $\vec{F} = 0\hat{\imath} + (47,8N)\hat{\jmath}$.
c) $\vec{T} = 0\hat{\imath} + (99,2N)\hat{\jmath}$; $\vec{F} = 0\hat{\imath} + (59,3N)\hat{\jmath}$.
d) $\vec{T} = 0\hat{\imath} + (77,4N)\hat{\jmath}$; $\vec{F} = 0\hat{\imath} + (59,3N)\hat{\jmath}$.
e) $\vec{T} = 0\hat{\imath} + (77,4N)\hat{\jmath}$; $\vec{F} = 0\hat{\imath} + (47,8N)\hat{\jmath}$.

3.

Figura 2.34 | Barra inclinada



Fonte: elaborada pelo autor.

Uma barra de 7 m de comprimento e massa 8 kg está presa em uma extremidade ao solo, no ponto A, e é livre para girar verticalmente. Ela sustenta um objeto de massa M = 23 kg a partir de sua extremidade oposta. Uma corda, esticada horizontalmente conforme Figura 2.34, ajuda a sustentar a barra em sua posição de equilíbrio estático. O ponto C encontra-se a 5 m de distância do ponto A. Marque a alternativa que contém, respectivamente, o módulo da tração e da força que atua sobre A.

a) 280N; 569N.

b) 280N; 325N.

c) 370N; 569N.

d) 280N; 479N.

e) 370N; 479N.

Referências

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1.

SERWAY, R.; JEWETT, J. **Princípios de física**. 5. ed. São Paulo: Cengage, 2014. v. 1 e 2.

THE EDUCATION GROUP. **Videocoleção mídia física**. Disponível em: <http://sas-origin.onstreammedia.com/origin/theeducationgroup/video/pt/d0901_pt_s.webm>. Acesso em 3 jun. 2016>. Acesso em: 4 jun. 2016.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp**: física geral I. Disponível em: < https://www.youtube.com/playlist?list=PL7581C21F8ADD6C8E>. Acesso em: 11 maio 2016.

YOUNG, H.; FREEDMAN, R. **Física**. 14. ed. São Paulo: Pearson, 2008. v. 1 e 2.

Mecânica dos fluidos

Convite ao estudo

Olá, estudante! Realizamos uma longa jornada.. Metade do curso foi dedicado às rotações e, agora, você tem as ferramentas básicas para analisá-las, essencial para um especialista em ciências exatas. Muitos estudantes de engenharia continuarão aprofundando-se no tema em seu aprendizado profissionalizante.

Essa etapa foi cumprida, mas precisamos avançar. Continuaremos com o estudo sobre mecânica, mas agora a mecânica dos fluidos. Você sabe o que é um fluido? Se alguém pedir um exemplo dele, você certamente dirá: água. O nome lembra algo molhado, não é mesmo? No entanto, talvez você não saiba que o ar também é um fluido. Nesta unidade, entenderemos o funcionamento de muitos equipamentos úteis em nosso dia a dia. Você descobrirá como é possível um imenso transatlântico de aço flutuar, um balão aparentemente desafiar a gravidade e também um macaco hidráulico levantar um carro tão facilmente.

Você avançará no nosso objetivo: conhecer, entender e aplicar nas áreas de engenharia e exatas as diversas formas de energia proporcionadas por meio da rotação de corpos rígidos, da dinâmica do movimento de rotação, da mecânica dos fluidos e do uso da temperatura e calor.

Na Seção 3.1, estudaremos o conceito de pressão e sua importância para os fluidos. Na Seção 3.2, entenderemos o princípio de Pascal e suas inúmeras aplicações em engenharia mecânica e hidráulica. Na Seção 3.3, compreenderemos o princípio de Arquimedes e, portanto, saberemos calcular se um objeto flutua ou afunda quando imerso em um fluido. Na última seção, abordaremos um tema desafiador: os fluidos em movimento, a partir do estudo de sua dinâmica.

Na unidade atual, nos colocaremos no lugar de uma engenheira recém-contratada por uma grande empresa de transportes fluviais. Ela está em seus primeiros dias na organização, sendo apresentada aos diversos sistemas de controle da hidrovia. Cris nunca trabalhou na área, nem imaginava que conseguiria uma posição como essa, mas está muito animada com a oportunidade e sabe que, como levou muito a sério seus estudos na graduação, está preparada para situações desse tipo. Ela estudará a pressão do fundo de uma eclusa da hidrovia, o funcionamento de um cilindro hidráulico em uma empilhadeira usada para carregar navios, descobrirá quanta água um navio desloca ao flutuar sobre ela e como funciona o escoamento de água quando a eclusa é esvaziada.

Nós a ajudaremos a compreender os diversos sistemas apresentados a ela, não é mesmo? Porém, para isso, precisamos saber mais sobre mecânica de fluidos.

Seção 3.1

Pressão em fluidos

Diálogo aberto

Iniciaremos os estudos de mecânica de fluidos, com um tópico fundamental: a pressa, característica comum a todos eles. Faremos esse estudo, pois o conhecimento das leis da natureza e da Física nos permite sempre encontrar aplicações úteis. Conheceremos várias delas, mas não entenderemos como elas funcionam a menos que exista uma compreensão clara sobre o conceito de pressão.

A pressão surge sempre que impedimos o livre movimento dos fluidos. Assim, você entenderá que o ar comprimido em um pneu, impedido de se libertar, exerce muita pressão sobre a borracha; a água em uma caixa d'água, impedida de descer pelo telhado, exerce pressão sobre o recipiente. Por incrível que pareça, descobriremos que a pressão é uma característica relacionada com cada partícula do fluido, individualmente.

Vivenciaremos a situação de uma engenheira muito animada com seus primeiros dias de trabalho. Durante o dia, ela foi apresentada a uma eclusa, uma estrutura de concreto armado que pode ser preenchida por água ou esvaziada, que atua como um elevador, permitindo aos grandes navios transitarem entre rios em dois níveis diferentes ou onde existem barragens. Ela foi informada dos diversos aspectos técnicos por detrás da construção das eclusas e sua estrutura hidráulica, que deve resistir com durabilidade à pressão máxima exercida sobre ela, quando a eclusa está cheia. Além disso, os equipamentos também são sensíveis à pressão mínima a que são submetidos, quando a eclusa está em seu nível mínimo.

Ela está decidida a se preparar antecipadamente para os desafios que virão e não quer esperar a necessidade bater à porta para relembrar os conceitos de Física que usará diariamente em seu trabalho. Cris ficou muito curiosa e se perguntou: qual seria a variação de pressão exercida sobre a tubulação e os equipamentos no fundo da eclusa, ao longo de seu ciclo? Ela verificou que um medidor de pressão no interior da eclusa é relativamente frágil, suportando variações de pressão de no máximo duas pressões atmosféricas. Será que o equipamento está em risco?

Para responder a essas questões, precisaremos fazer alguns cálculos e adquirir novos conhecimentos.

Não pode faltar

Nas unidades anteriores, estudamos muito as partículas e os corpos rígidos, não é mesmo? Partículas são elementos muito pequenos. Poderíamos pensar em um átomo, ou em um pedaço pequeno que compõe uma grande estrutura. Ao se definir uma partícula, o importante é que em comparação com a escala de distâncias relevante para o problema, o comprimento da partícula é muito pequeno. Já os corpos rígidos são compostos por pequenos elementos com distâncias fixas entre si. A distribuição das partículas no interior do corpo rígido está estruturada e é capaz de resistir a forças externas até um determinado limite (além do limite, o objeto pode deformar ou até quebrar).

Agora, estudaremos fluidos. Eles também são compostos por inúmeras partículas, no caso, átomos ou moléculas independentes. Elas estão livres para deslocar-se dependendo das influências externas e não têm posições rígidas entre si. Os fluidos adaptam-se ao formato do recipiente em que estão distribuídos.

A água movimenta-se em direção ao centro da Terra, quando atraída pela gravidade. Como as moléculas que a compõe estão livres para mover-se, ela se adapta aos contornos do recipiente em que for inserida. Quebre o recipiente e a água se espalhará pelos caminhos que a levarem à posição de menor potencial gravitacional, ou menor altura.

O ar também é um fluido. Pode não parecer, mas basta entender que ele está distribuído ao redor da superfície da Terra, formando a atmosfera, assim como a água distribui-se ao redor dela na forma de oceanos. O ar também concentra-se nas menores altitudes. Entretanto, suas moléculas têm muito mais liberdade de movimento do que as moléculas da água. Por isso, é mais difícil aprisionar o ar em um recipiente. Perceba que a todo momento estamos imersos em uma piscina de ar. Além disso, como veremos ao longo da unidade, estamos sujeitos a todo o momento às mesmas leis que regem objetos imersos em fluidos no estado líquido.

Exemplificamos com a água e o ar, porém todas as substâncias em estado líquido e gasoso são coletivamente chamados de fluidos. As partículas que compõem um fluido (átomos ou moléculas) têm grande liberdade para mover-se. É verdade que elas se atraem e é possível notar ao observar pequenas gotas de água unindo-se rapidamente quando se encontram, mas elas têm muita liberdade para movimentar-se, visto que colidem com as paredes do recipiente, umas contra as outras, escorregando umas ao lado das outras. Assim, quando forças externas (como a gravidade) obrigam os fluidos a mover-se, observamos um movimento típico, chamado de escoamento.

Para quantificar um fluido, em geral, é importante conhecer seu volume. Um cubo de lado a, por exemplo, tem volume $V = a^3$. Naturalmente, essa equação nos lembra que a unidade da grandeza volume é sempre uma unidade de comprimento elevada ao cubo. Quando você compra uma garrafa de água, você olha (além do preço) quantos litros ela contém. Litro é uma unidade de volume. Lembre-se:

$1m^3 = 1000L$.

Exemplificando

Transforme $1m^3$ para a unidade cm^3. Em seguida, calcule quando vale 1L em cm^3.

Resolução:

Transformando 1m em 100cm, temos:

$$1m^3 = 1 \cdot (100cm)^3 = 10^6 cm^3.$$

Se $1m^3 = 1000L$, então:

$$1m^3 = 10^3 L = 10^6 cm^3$$

$$1L = \frac{10^6}{10^3} cm^3 = 1000cm^3.$$

Agora, responda a uma pergunta: o que é mais pesado: uma garrafa cheia de ar, ou a mesma garrafa cheia de água? É claro que a garrafa cheia de água. Isso nos leva a crer que a massa de um determinado volume de água (e, portanto, a força peso exercida sobre ele) é maior que a massa do mesmo volume de ar. É claro que o bom estudante de ciências exatas precisa de um número preciso para descrever todas as grandezas. Por isso, definiremos agora a grandeza densidade, ou massa específica do fluido.

Verifique a massa da água no interior da garrafa e divida pelo volume do recipiente. Depois, preencha a garrafa com outro fluido, por exemplo, o álcool ou a glicerina. Examine a massa desse líquido e divida pelo mesmo volume. Você obterá números diferentes, característicos do fluido em questão. Portanto, a densidade será:

$$\rho = \frac{M}{V}.$$

Se um volume de água tem mais massa do que o mesmo volume de outro fluido, então dizemos que a água é mais densa que o fluido. A densidade, no sistema internacional (SI), tem unidade g/cm^3. Outra unidade muito comum é o kg/m^3.

Perceba que você pode obter a massa de um determinado volume de material, conhecendo sua densidade: $M = \rho V$.

Exemplificando

O mercúrio é o único metal conhecido que se encontra na natureza, no estado líquido à temperatura ambiente. Você possui um pequeno recipiente cilíndrico preenchido de mercúrio. Você mediu o diâmetro e a altura do recipiente cilíndrico com uma régua, obtendo, respectivamente, 4cm e 6cm. Levando o recipiente a uma balança, encontrou a massa de 1023,8g. Calcule a densidade do mercúrio nas unidades do SI.

Resolução:

Sabemos que o volume de um sólido regular é dado pela área da base multiplicado pela sua altura, então:

$$V = A_b \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 \approx 75{,}4 cm^3$$

Agora, podemos calcular sua densidade:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{1023,8}{75,4} \approx 13,58\,\text{g/cm}^3$$

No SI:

$$\rho = 13,58\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13,58\,\frac{10^{-3}\,\text{kg}}{10^{-6}\,\text{m}^3} = 13580\,\text{kg/m}^3.$$

Reflita

A densidade de um fluido (ou de um sólido) é dada pela massa de um objeto composto por ele, dividida por seu volume. O valor da densidade é igual, numericamente, à massa de um cubo de arestas do tamanho de uma unidade de comprimento, preenchido pelo material. Você consegue entender por quê?

Pressão

Estamos preparados para estudar a pressão propriamente dita, um conceito que tem relação próxima com o de força. A pressão sobre uma determinada superfície é justamente a força aplicada sobre essa superfície **por unidade de área**. Assim:

$$P = \frac{F}{A}.$$

No sistema internacional (SI), a unidade relevante é N/m^2. Esta unidade recebe uma denominação especial, de modo que $1\text{N/m}^2 = 1\text{Pa}$ (ou 1 Pascal). Perceba que os conceitos apresentados até aqui são gerais e perfeitamente válidos para sólidos.

Exemplificando

Uma tubulação de 3 cm de raio termina em uma placa móvel, que a veda completamente e o outro lado não está em contato com o fluido, encontra-se no vácuo e está ligado a um dinamômetro.

O dinamômetro mede uma força de 400N sobre a placa, inteiramente causada pela pressão do líquido. Suponha que não há nenhuma força de atrito atuando sobre ela. Qual é o valor dessa pressão?

Resolução:

O dinamômetro é um instrumento que mede forças. A placa móvel está em contato com as partículas do fluido, que exercem a pressão sobre sua área. A área da placa, portanto, é:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}03^2 \approx 2{,}83 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 .$$

Então, a pressão será dada pela divisão da força medida pela área da placa:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{400}{2{,}83 \cdot 10^{-3}} = 1{,}41 \cdot 10^5\ \text{Pa} .$$

Existe uma outra unidade relevante de pressão, conhecida como atm, que equivale à pressão exercida pela atmosfera sobre os objetos que se encontram ao nível do mar. Nesse contexto, você pensará: o ar é muito leve, essa pressão deve ser pequena. $1\text{atm} = 10^5\text{Pa}$ (Pressão atmosférica).

Isso equivale a um peso de 100000N aplicado sobre cada metro quadrado da superfície da Terra. Seu corpo suporta isso continuamente e você nem nota.

Fica fácil entender o conceito de pressão causada pela gravidade, quando você pensa que está sustentando uma coluna desse fluido exatamente sobre você. Imagine que cada quadrado de lados 1 m por 1 m na superfície sustentam um volume de 1m^2 de área de base e vários km de altura, preenchidos de ar. O peso dessa coluna é aplicado diretamente sobre o solo, gerando a pressão indicada.

Para entender melhor o assunto, calcularemos a pressão de uma coluna de 10 m de água, em uma piscina, usando o mesmo raciocínio? Saiba que a densidade da água é:

$$1000\,\text{kg/m}^3 = 1\text{g/cm}^3$$ (Densidade da água).

Imagine uma grande piscina retangular de 3 m de comprimento, 5 m de largura e 10 m de altura. Qual é a pressão aplicada sobre o fundo da piscina pela água?

$$P = \frac{F}{A}$$

A área do retângulo que corresponde ao fundo da piscina é:

$$A_{ret} = a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15m^2$$

De modo que:

$$V = A_{ret} \cdot h = 15 \cdot 10 = 150m^3$$

A força aplicada no fundo da piscina depende do peso da coluna de água sobre ela. Nota: na presente unidade, utilizaremos $g = 10\,\text{m/s}^2$ para simplificar os cálculos.

$$F = M \cdot g = \rho V \cdot g = 1000 \cdot 150 \cdot 10 = 1{,}5 \cdot 10^6 N$$

Então:

$$P_{água} = \frac{F}{A} = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{15} = 10^5\text{Pa} = 1\text{atm}.$$

Agora, talvez você já não esteja tão impressionado com a atmosfera. Acabamos de provar que uma coluna de 10 m de água gera a mesma pressão que toda a atmosfera, então precisamos refletir um pouco mais sobre o que fizemos anteriormente. Será que a pressão no fundo daquela piscina era 1 atm? Certamente não, pois as piscinas costumam estar ao ar livre e sobre a coluna de água há uma coluna de ar. Portanto, a pressão real no fundo da piscina indicada, de 10 m de profundidade, é 2 atm. Temos 1atm da coluna de água, somado a 1 atm de coluna de ar da atmosfera.

Assimile

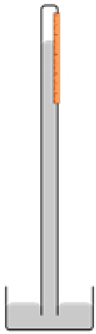
A pressão é uma grandeza física que tem origem microscópica. Um fluido é composto por partículas (átomos ou moléculas), que se encontram em movimento contínuo e desordenado. Quando um fluido é aprisionado em um recipiente, as partículas se movem continuamente, colidindo uma com as outras e também com as paredes do recipiente. A soma de todas as colisões das partículas com cada unidade de área das paredes do recipiente compõe a pressão exercida sobre ela.

Por essa razão, um objeto submerso em um fluido recebe pressão por todos os lados e não somente de cima para baixo, como pode parecer natural no caso da piscina, por exemplo. As moléculas de água estão em movimento em toda a parte e colidem com todos os pontos do corpo submerso.

Especialistas em ciências exatas, como cientistas ou engenheiros, devem sempre ser capazes de medir as grandezas, não é mesmo? Então, como é medida a pressão? Uma maneira muito conhecida de medir a pressão atmosférica é por meio do barômetro de mercúrio. Para criar um barômetro assim, você precisa basicamente de mercúrio e algumas vidrarias, mas não é recomendado que você faça essa atividade em casa, pois o mercúrio é um material extremamente tóxico.

De qualquer maneira, para fazer um barômetro, basta tomar um tubo fino e longo (da ordem de 1 m) e preenchê-lo completamente de mercúrio. Depois, você pode virar esse tubo no interior de um recipiente maior que contenha a mesma substância, sem preenchê-lo completamente. A gravidade fará o serviço, empurrando o mercúrio do tubo fino para baixo, deixando em sua extremidade um vácuo. O mercúrio descerá até que reste uma coluna de 76 cm acima do nível do recipiente.

Figura 3.1 | O barômetro de mercúrio



Fonte: <http://goo.gl/wuBew3>. Acesso em: 19 jun. 2016.

Dessa forma, basta calcularmos a pressão de uma coluna de 76 cm de mercúrio, para ter exatamente a pressão atmosférica. Este valor de mercúrio compensa a pressão atmosférica sobre a parte aberta do recipiente maior, conforme a Figura 3.1.

Conhecemos muitas maneiras de medir forças. Podemos, por exemplo, ter uma mola de constante elástica conhecida. A medida da deformação dela nos fornece, indiretamente, a força aplicada.

Exemplificando

Prove que uma coluna de 760 mm de mercúrio em um tubo de raio 5mm exerce sobre a extremidade inferior a mesma pressão que uma atmosfera (1Pa). Considere a densidade do mercúrio $13,58\,\text{g/cm}^3$ e $g = 9,8\,\text{m/s}^2$.

Resolução:

Precisaremos fazer a conversão para as unidades do SI. Cuidado para não misturar unidades, pois você errará o exercício. A área do tubo é:

$$A = \pi r^2 = \pi\left(5 \cdot 10^{-3}\right)^2 \approx 7,85 \cdot 10^{-5}\,\text{m}^2,$$

E seu volume:

$$V = A \cdot h = 7,854 \cdot 10^{-5} \cdot 0,76 \approx 5,97 \cdot 10^{-5}\,\text{m}^3$$

Força peso da coluna de mercúrio, exercida sobre extremidade inferior:

$$F = F_g = m \cdot g = \rho V \cdot g = 13580 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \approx 8{,}1N$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{8{,}1}{7{,}85 \cdot 10^{-5}} \approx 10^5 \text{Pa} = 1\text{atm}$$

Podemos pensar em um medidor simples de pressão, usando um aparelho de paredes rígidas, com uma entrada flexível de área conhecida, ligada a uma mola. A deformação da mola forneceria a força aplicada, que dividida pela área da entrada flexível daria a pressão, conforme o desenho esquemático da Figura 3.1. Muitos equipamentos reais são construídos com base nesse princípio, como os conhecidos barômetros aneroides.

Essa é uma maneira bem direta de medir a pressão, mas podemos imaginar outras, por exemplo, trabalhar por meio de comparações. Digamos que você deseja comparar a pressão em um recipiente com a pressão atmosférica. Como isso seria possível? Por meio de um manômetro de tubo aberto. Falaremos mais sobre eles na próxima seção.

Faça você mesmo

Calcule a pressão no fundo de um recipiente de 0,5m de altura, preenchido com um fluido de densidade $1{,}5\,g/cm^3$, cuja base é um retângulo de lados 0,1 m e 0,4 m. Em seguida, calcule a pressão no fundo de um recipiente com a mesma altura, preenchido com o mesmo fluido, mas com uma base circular de raio 0,9 m. O que você conclui sobre isso?

Pesquise mais

Assista a uma aula realizada na Unicamp sobre o tema:

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp**: Física geral II – fluidos – parte 1. Disponível em: <https://youtu.be/hi2ORXrJk6k?list=PL516F59E9AE8F5BF7>. Acesso em: 16 fev. 2016.

Leia também o capítulo 14, do seguinte livro:

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física 1**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1

Sem medo de errar

A engenheira recém-contratada de nossa história está estudando a eclusa, que possui um comprimento de 60 m e uma largura de 20 m. Ela descobriu que os maiores navios que transitam normalmente por ela necessitam de uma profundidade mínima de 4 m para entrar de maneira segura e este é justamente o nível mínimo da água em seu interior. O leito superior do rio, do outro lado da barragem, está 14 m acima do nível inicial. Vamos, então, descobrir qual é a pressão mínima e a pressão máxima sobre o fundo da eclusa e também a variação de pressão sobre ele? Lembrando-se de que o medidor de pressão no fundo da eclusa suporta uma variação máxima de pressão da ordem de 2 atm, precisamos verificar se o equipamento está em risco.

Atenção

A pressão sobre uma determinada superfície é justamente a força aplicada sobre essa superfície por **unidade de área**. No sistema internacional (SI), a unidade relevante é $1\text{N/m}^2 = 1\text{Pa}$.

A densidade da água é 1g/cm^3. No SI, temos:

$$1\text{g/cm}^3 = 1 \cdot \frac{10^{-3}\,kg}{10^{-6}\,m^3} = 1000\,\text{kg/m}^3.$$

Para descobrir a variação da pressão, precisamos calcular a pressão inicial e a pressão final sobre o fundo da eclusa, não é mesmo?

Inicialmente, a eclusa tem 4m de água, o nível mínimo para que as embarcações entrem com segurança. Depois, é preciso que a embarcação vença 14 m de altura. Portanto, no fim, temos uma camada de 18 m de água.

A área da eclusa é: $A = a \cdot b = 60 \cdot 20 = 1200\,\text{m}^2$.

Inicialmente, para a camada de 4m de água: $V = A \cdot h = 1200 \cdot 4 \approx 4800\,\text{m}^3$.

A força peso da água no interior da eclusa é:

$$F = F_g = m \cdot g = \rho V \cdot g = 1000 \cdot 4800 \cdot 10 \approx 4{,}8 \cdot 10^7\,N.$$

Essa força peso é aplicada sobre uma superfície de área A. Podemos, então, calcular a pressão sobre o fundo pela água:

$$P_{água} = \frac{F}{A} = \frac{4{,}8 \cdot 10^7\,N}{1200} = 40000\,\text{Pa} = 0{,}4\,\text{atm}$$

No entanto, não podemos nos esquecer da pressão atmosférica, uma vez que a eclusa fica ao ar livre. Portanto: $P_i = P_{água} + P_{atm} = 1{,}4\,\text{atm}$.

Com a eclusa cheia, temos uma camada de 18m de água:

$$V = A \cdot h = 1200 \cdot 18 \approx 21600\,\text{m}^3.$$

Força peso da água no interior da eclusa é:

$$F = F_g = m \cdot g = \rho V \cdot g = 1000 \cdot 21600 \cdot 10 \approx 2{,}16 \cdot 10^8\,N .$$

Essa força peso é aplicada sobre uma superfície de área A. Podemos, então, calcular a pressão sobre o fundo pela água:

$$P_{água} = \frac{F}{A} = \frac{2{,}16 \cdot 10^8\,N}{1200} = 180000\,\text{Pa} = 1{,}8\,\text{atm}.$$

Somando a pressão atmosférica: $P_f = 2{,}8\,\text{atm}$.

Dessa forma, os equipamentos no fundo da eclusa estão submetidos a uma variação constante de pressão da ordem de: $\Delta P = P_f - P_i = 2{,}8 - 1{,}4 = 1{,}4\,\text{atm}$.

O medidor de pressão está em segurança, pois a pressão varia menos do que 2atm.

Avançando na prática

Indústria de óleo vegetal

Descrição da situação-problema

Uma agroindústria esmagadora de soja estoca seus produtos em um tanque de óleo de soja de 6 m de raio e 8 m de altura. Um consultor está verificando a segurança da instalação e quer avaliar se a tubulação no fundo do tanque está dentro das normas de pressão máxima suportada. Para isso, ele decide calcular a pressão exercida pela coluna de óleo sobre o fundo do tanque, quando ele se encontra na capacidade máxima. Ele sabe que a densidade do óleo de soja é $0,93\,\text{kg/dm}^3$. Que valor ele obteve?

Lembre-se

Sempre converta todas as unidades para o SI antes de iniciar seus cálculos, a fim de evitar erros.

Resolução da situação-problema

A densidade do óleo é $0,93\,\text{kg/dm}^3 = 930\,\text{kg/m}^3$. A área do tanque é:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 6^2 \approx 113,1\text{m}^2.$$

Se ele estiver na capacidade máxima, teremos uma coluna de óleo de 8m de altura:

$$V = A \cdot h = 113,1 \cdot 8 = 904,8\,\text{m}^3.$$

O óleo exercerá uma força total sobre a base do tanque de intensidade:

$$F = F_g = m \cdot g = \rho V \cdot g = 930 \cdot 904,8 \cdot 10 \approx 8,4 \cdot 10^6 N$$

Essa força peso é aplicada sobre uma superfície de área A. Podemos, então, calcular a pressão exercida sobre o fundo:

$$P_{óleo} = \frac{F}{A} = \frac{8,4 \cdot 10^6 N}{113,1} \approx 74000\,\text{Pa} = 0,74\,\text{atm}$$

Apesar do tanque estar completamente coberto, a menos que o ar seja retirado dele previamente por meio de uma bomba de vácuo, o óleo estará sujeito à pressão atmosférica. Portanto, precisamos incluir 1 atm ao valor final da pressão sob o fundo do tanque: $P = 1{,}74\,\text{atm}$.

Faça você mesmo

Uma agroindústria do ramo sucroalcooleiro armazena etanol (álcool) em um tanque de 5m de raio e 9m de altura. Sabendo que o etanol tem densidade $0{,}79\,\text{g/cm}^3$, calcule a pressão sobre o fundo do tanque.

Faça valer a pena

1. Considere as afirmações a seguir:
I- A força total exercida por um fluido sobre o fundo de um tanque que o contém pode ser calculada multiplicando-se a pressão do fluido contido em seu interior pela área.

II- Pressão e força são duas grandezas físicas idênticas, uma vez que ambas surgem da interação entre dois objetos e a força sempre causa uma pressão.

III- Todos os objetos na superfície da Terra estão imersos em um fluido chamado ar e sofrem uma pressão da ordem de $10^5\,Pa$.

São verdadeiras somente as afirmações:

a) I.

b) II.

c) I e II.

d) I e III.

e) I, II e III.

2. Um cubo de granito de 0,9 m de aresta será colocado sobre o piso de uma construção, para fins decorativos. Para saber se o piso suportará seu peso sem sofrer danos, a pressão que o cubo exerce sobre ele precisa ser conhecida. Calcule a pressão, sabendo que a densidade do granito é $2{,}7\,\text{g/cm}^3$. Considere $g = 10\,\text{m/s}^2$ e a pressão atmosférica da ordem de $10^5\,\text{Pa}$

a) 24300Pa.

b) 124300Pa.

c) 27000Pa.

d) 127000Pa.

e) 19683Pa.

3. Em um futuro não tão distante, uma colônia em Marte dispõe de um tanque de água de formato cilíndrico, cuja base tem 5 m de diâmetro e 6 m de altura. A pressão atmosférica na superfície de Marte é de somente 700Pa, enquanto sua aceleração da gravidade na superfície é da ordem de $3,7\,m/s^2$. Considere a densidade da água $1000\,kg/m^3$ e que ela é continuamente aquecida para manter-se no estado líquido e à temperatura adequada para permitir a manipulação humana. Considere também que o tanque é mantido vedado mas entra em contato regularmente com a atmosfera de Marte, quando seu conteúdo é manipulado.
Qual é a pressão medida por um sensor instalado no fundo do tanque?

a) 22900Pa.

b) 22200Pa.

c) 21400Pa.

d) 20900Pa.

e) 20200Pa.

Seção 3.2

Princípio de Pascal

Diálogo aberto

Olá, estudante! Vamos iniciar mais uma seção, em que aprenderemos mais sobre mecânica de fluidos. Já compreendemos o conceito de pressão, uma grandeza física que mede força por unidade de área. Agora, entenderemos uma característica surpreendente dos fluidos: o fato de que a pressão em um fluido submetido à ação da gravidade não depende do formato do recipiente, mas somente da diferença de altura entre as diferentes partes dele. Isso nos permitirá avançar até a compreensão do princípio de Pascal, que nos possibilita projetar aplicações surpreendentes. Esse princípio está na base dos macacos e elevadores hidráulicos, em que aplicando uma pequena força somos capazes de elevar objetos extremamente pesados.

Você se colocou no lugar de uma engenheira recém-contratada por uma empresa de transporte fluvial e continua visitando os diversos locais de trabalho. No porto, observou como os navios são carregados para a partida, em que a tarefa do operador de empilhadeira tirou sua atenção. Ele carregava uma grande caixa que seria instalada no guindaste e, posteriormente, a colocava no navio. A engenheira sabia que a empilhadeira operava utilizando uma bomba hidráulica para elevar as caixas, o que a deixou impressionada, já que os fluidos tinham diversas aplicações em sua empresa. Mesmo fora do curso do rio e sem considerar as tubulações, eles tinham um papel fundamental. Ao chegar em casa, ela pensou: mas como funciona um cilindro hidráulico? Cris decidiu projetar um modelo simples, a fim de testar seus conhecimentos sobre mecânica de fluidos.

Para fazer isso, precisaremos de novos conhecimentos. Vamos lá?

Não pode faltar

Na seção anterior, estudamos os conceitos de pressão aplicados aos fluidos. Compreendemos seus princípios fundamentais, pensando sempre em termos de forças sobre áreas. Agora, vamos fazer um aprofundamento. Para isso, introduziremos a lei de Pascal, que indica que qualquer variação de pressão atuando sobre algum ponto do fluido será transmitida igualmente para todos seus pontos e para as paredes do recipiente que o contém.

Assimile

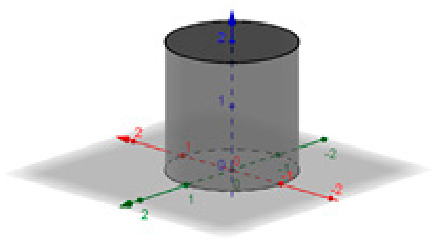
Princípio de Pascal: uma pressão externa aplicada sobre uma região do fluido é transmitida igualmente em toda sua extensão e também para as paredes do recipiente que o contém.

Nesse sentido, para ter uma visão clara de sua aplicação, precisamos distinguir duas situações: desconsiderando a força gravitacional, ou na presença de força gravitacional.

Desconsiderando a força gravitacional

Fica claro que uma situação desse tipo só existe hipoteticamente, ou é aplicável em casos muito específicos. Vamos imaginar um recipiente que contém um fluido (Figura 3.2), parte de algum equipamento no interior de um satélite, dirigindo-se para algum planeta do Sistema Solar. Suponha que ele ainda está longe de seu objetivo, no espaço interplanetário. O satélite está em movimento praticamente uniforme em direção a seu destino, com aceleração desprezível. Segundo o princípio de Pascal, sabemos que toda a extensão do fluido e as paredes do recipiente encontram-se submetidos a uma mesma pressão uniforme, em toda sua extensão.

Figura 3.2 | Recipiente no espaço contendo um fluido



Fonte: elaborada pelo autor.

Imagine um pequeno recipiente de raio 1 cm e altura 2 cm, que em seu interior a pressão seja de 500Pa. Não há gravidade atuando sobre o fluido, então não podemos dizer que o fundo do recipiente está mais pressionado do que o topo, não é mesmo? A pressão está igualmente distribuída em cada pequeno elemento de volume, nas paredes do cilindro e extremidades. Podemos calcular a força total aplicada sobre a extremidade superior. Sua área é:

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}01^2 \approx 3{,}14 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2,$$

Então, a força exercida sobre toda a extremidade superior é:

$$P = \frac{F}{A} \quad \rightarrow \quad F = P \cdot A$$

$$F = P \cdot A = 500 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-4} = 0{,}157N$$

A força aplicada sobre a extremidade inferior é idêntica, uma vez que se trata de um cilindro.

Agora, suponha que a extremidade superior seja móvel. Se ela encontra-se em repouso, encontrará em equilíbrio e tal força deve estar sendo compensada. Ela está em repouso porque uma força de exatamente 0,157N é aplicada sobre ela por um mecanismo externo, no sentido contrário.

Então, o que acontece se o mecanismo externo passar a aplicar o dobro da força sobre o fluido, ou seja, passe a ser aplicada uma força de $0{,}314N$? A extremidade superior não se moverá. Isso significa que o fluido se adaptou à pressão externa e começou a compensar a força aplicada. Você compreenderá que a pressão no fluido necessariamente aumentou, caso contrário, o equilíbrio não seria atingido e a extremidade superior do cilindro teria que acelerar, de acordo com a segunda lei de Newton.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{0{,}314}{3{,}14 \cdot 10^{-4}} = 1000Pa.$$

A força atuando sobre uma mesma área dobrou, então a pressão também dobrou. Isso influenciou a pressão em todos os pontos do fluido.

Considerando a força gravitacional

Neste momento, vamos voltar um pouco no tempo e imaginar o mesmo cilindro antes do satélite ser lançado ao espaço. Os engenheiros ligaram bombas de vácuo, que retiraram o ar do recipiente, inserindo, em seguida, o fluido em seu interior. Depois, ele foi selado com o mecanismo e realizou uma força de 0,157N sobre o fluido, causando uma pressão de 500Pa em sua superfície superior. Porém, na Terra, a gravidade atua em todos os fluidos. Qual será a pressão no fundo do recipiente, nas condições indicadas, lembrando que h=2 cm? Considere um fluido de densidade $850 kg/m^3$.

Aqui, você deve estar se sentindo mais confortável. Afinal, já fizemos isso na seção anterior. Vamos calcular o peso do fluido?

$$F_g = Mg = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g .$$

Assim, podemos calcular a pressão:

$$P_f = \frac{F}{A} .$$

Antes, vamos fazer um exercício literal e substituir ambas as equações antes de inserir quaisquer números? Teremos:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A}$$

$$P = \rho \cdot g \cdot h .$$

Assim:

$$P_f = \rho \cdot g \cdot h = 850 \cdot 10 \cdot 0{,}02 = 170 Pa$$

A pressão total no fundo do recipiente será:

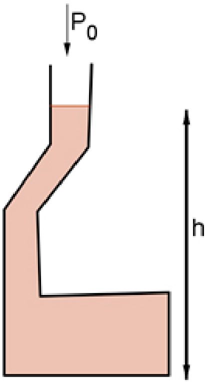
$$P = P_0 + P_f = 500 + 170 = 670 Pa$$

Uma vez que precisamos somar a pressão externa à pressão por causa da gravidade.

Na seção anterior, não fizemos tal consideração, pois estudamos sempre recipientes regulares. Neles, basta dividir a força total pela área e o resultado correto será obtido. Agora, considerando o princípio de Pascal, descobriremos que a pressão exercida pela gravidade em um recipiente depende somente da altura do recipiente e não de seu formato. É a pressão que se transmite uniformemente em um fluido e não sua força.

Considere o recipiente a seguir. A pressão no fundo dele dependerá da altura h, da pressão externa, da gravidade local e da densidade do fluido.

Figura 3.3 | Recipiente qualquer



Fonte: elaborada pelo autor.

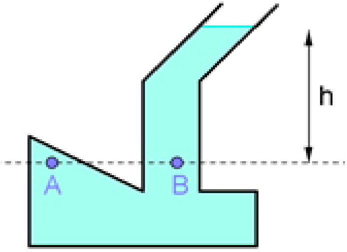
A pressão no fundo do recipiente da Figura 3.3 será:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Exemplificando

Um recipiente (Figura 3.4) encontra-se cheio de água, aberto para a atmosfera em sua extremidade superior. Dado que a distância h vale 1m, calcule: a) A pressão no ponto A. b) A pressão no ponto B. Dado: densidade da água: $1 g/cm^3$, aceleração da gravidade local $g = 10 m/s^2$ e pressão atmosférica $1 atm = 10^5 Pa$.

Figura 3.4 | Recipiente de água



Fonte: elaborada pelo autor.

Resolução:

a) Sabemos que a pressão em um fluido pode ser calculada independentemente do formato do recipiente que o contém. O recipiente, em sua extremidade superior, está aberto à pressão atmosférica. Então:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_A = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 1{,}1 \cdot 10^5 \text{Pa} = 1{,}1 \text{atm}$$

b) Com relação ao ponto B, percebemos que ele se encontra na mesma altura do ponto A. Não importa o formato complicado do recipiente, a pressão será a mesma:

$$P_B = P_A = 1{,}1 \text{atm}.$$

Assimile

A pressão no interior de um recipiente sob a influência da gravidade dependerá apenas dos fatores: pressão externa, densidade do fluido, gravidade local e altura com relação ao ponto de aplicação da pressão externa. Ela não dependerá do formato do recipiente. Teremos:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Reflita

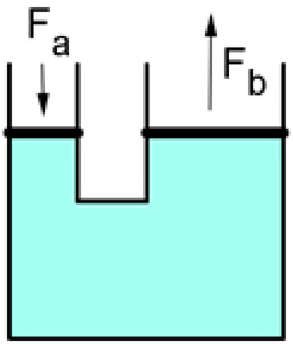
Quando estamos estudando exercícios de mecânica de fluidos, temos que pensar muito para compreender o que está acontecendo. Qual é a pressão sobre o fluido? Existe influência da atmosfera para ser levada em conta? A gravidade afeta nosso problema?

Elevadores hidráulicos e o princípio de Pascal

O princípio de Pascal tem uma aplicação muito importante na indústria. Com base nele, podem ser produzidos elevadores hidráulicos que permitem levantar objetos pesados usando forças reduzidas.

Sabemos que a pressão aplicada em um fluido se distribui igualmente em todos os pontos do recipiente que o contém. Assim, suponhamos um recipiente perfeitamente vedado, em que duas superfícies *a* e *b* são móveis e que uma força $\vec{F_a}$ seja aplicada sobre a superfície *a*, conforme Figura 3.5. A superfície *b* tem uma área de contato com o fluido muito maior do que a superfície *a*. Assim, a força resultante sobre a superfície *b* é maior, proporcionalmente à razão das áreas.

Figura 3.5 | O elevador hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Vamos calcular a pressão causada pela força $\vec{F_a}$?

$$P = \frac{F_a}{A_a}$$

A pressão na superfície a é igual à pressão na superfície b, uma vez que a pressão se distribui uniformemente no fluido. Importante: note que ambas as superfícies se encontram a uma mesma altura e, portanto, não há diferenças induzidas pela gravidade. As pressões são iguais e, dessa forma:

$$P = \frac{F_b}{A_b}$$

$$P = \frac{F_b}{A_b} \quad \rightarrow \quad F_b = P \cdot A_b$$

$$F_b = P \cdot A_b = \frac{F_a}{A_a} \cdot A_b = \frac{A_b}{A_a} \cdot F_a \, .$$

Lembrando que as pressões são iguais, podemos escrever o resultado anterior da seguinte maneira:

$$\frac{F_b}{A_b} = \frac{F_a}{A_a} \, .$$

Note que, assim como no caso da alavanca, as leis de conservação de energia são preservadas. Conseguimos levantar um objeto mais massivo com uma força menor. Entretanto, a superfície a teria que ser pressionada por uma distância maior, de modo que o trabalho total realizado se igualasse.

Exemplificando

Um macaco hidráulico similar ao da Figura 3.5 encontra-se cheio de óleo. As partes móveis a e b são discos de raio 5 cm e 30 cm, respectivamente. A força aplicada sobre a superfície a é de 30N, verticalmente para baixo. Qual é a massa do objeto que pode ser equilibrado sobre a superfície de b?

Resolução:

Primeiramente, precisamos calcular as áreas de cada superfície. Temos:

$$A_a = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}05^{\,2} = 7{,}85 \cdot 10^{-3} \, m^2$$

$$A_b = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}3^2 = 0{,}2827 \, m^2$$

Então:

$$F_b = \frac{A_b}{A_a} \cdot F_a = \frac{0,2827}{7,85 \cdot 10^{-3}} \cdot 30 = 36 \cdot 30 = 1080N$$

Note que a área do disco a é 36 vezes maior do que a área do disco *b* (raio 6 vezes maior). Assim, a força resultante foi a intensidade original multiplicada em 36 vezes.

Assim, a massa do objeto que pode ser equilibrado na outra extremidade é de:

$$F_g = mg \quad \rightarrow \quad m = \frac{F_g}{g} = \frac{1080}{10} = 108kg \ .$$

Faça você mesmo

Um macaco hidráulico similar ao da Figura 3.5 encontra-se cheio de óleo. As partes móveis *a* e *b* são discos de raio 10 cm e 80 cm, respectivamente. A força aplicada sobre a superfície a é de 50N, verticalmente para baixo. Qual é a massa do objeto que pode ser equilibrado sobre a superfície de *b*?

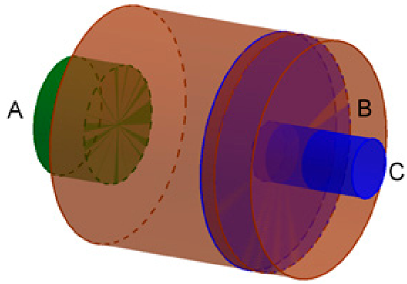
Pesquise mais

Observe a dependência da pressão com a variação da altura do fluido e a independência da pressão com relação ao formato do recipiente, consultando: HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos de física**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1

Sem medo de errar

Na tentativa de compreender o funcionamento de um cilindro hidráulico, a engenheira decidiu projetar e analisar o seguinte equipamento, desenhando a Figura 3.6:

Figura 3.6 | Cilindro hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Trata-se de um cilindro hidráulico, disposto na horizontal. A câmara central está preenchida de fluido. O cilindro indicado pela letra A tem raio 2 cm e exerce uma força sobre o fluido, comprimindo-o. A pressão exercida é transmitida para o pistão indicado pela letra B, de raio 6 cm. Ele tem o mesmo raio do cilindro hidráulico, vedando perfeitamente para que o fluido não escape. Suponha que o cilindro A exerça uma força de 500N sobre o fluido. Qual é a força exercida pela extremidade C sobre o objeto externo?

Atenção

O princípio de Pascal indica que a pressão realizada em uma região do fluido é transmitida para todos os pontos dele e para o recipiente que o contém.

Resolução:

O cilindro A, de raio 2 cm, pressiona continuamente o fluido, empurrando-o. O deslocamento do fluido movimenta o pistão. Para obter a pressão exercida pelo cilindro A sobre o fluido, basta dividir a força pela área.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{500}{\pi \cdot 0{,}02^2} \approx 3{,}979 \cdot 10^5 Pa$$

Como não há diferenças gravitacionais relevantes, visto que o sistema se encontra na horizontal, podemos considerar uma pressão constante em todos os pontos do recipiente. Para obter a força exercida sobre o pistão, basta multiplicar a pressão pela sua área:

$$F = P \cdot A = 3{,}979 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 0{,}06^2 \approx 4500N$$

Perceba que a força foi multiplicada em nove vezes, como seria de se esperar pela relação entre as áreas.

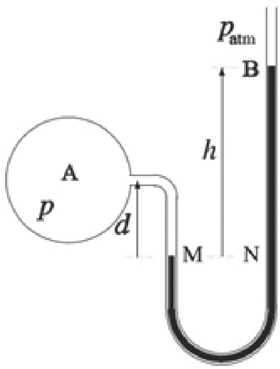
Avançando na prática

Manômetro

Descrição da situação-problema

Um instrumento muito utilizado na indústria é um manômetro de tubo aberto. Ele é capaz de medir pressões por meio da comparação da pressão interna de qualquer reservatório com a pressão atmosférica. Um grupo de estudantes decidiu compreender como ele funciona e, ao realizar uma pesquisa, encontrou uma imagem na internet mostrando uma construção similar à da Figura 3.7, em que um manômetro de tubo aberto, de mercúrio, está ligado a um reservatório. Uma grande régua mostra que a altura h é de aproximadamente 0,5 m. Você sabe dizer qual é a pressão no interior do reservatório, somente com essa informação? Suponha que a indústria se encontra ao nível do mar e que a densidade do mercúrio é $13580\,kg/m^3$.

Figura 3.7 | Manômetro de tubo aberto



Fonte: <http://goo.gl/ZULgTu>. Acesso em: 30 jun. 2016.

Lembre-se

Podemos descobrir a diferença de pressão entre duas extremidades de um mesmo fluido somente conhecendo a diferença de altura h entre elas.

Resolução da situação-problema

Observe a Figura 3.7. Quando temos problemas do tipo, especialmente aqueles que envolvem tubos em U, devemos sempre tomar um ponto de referência: a altura máxima que um mesmo fluido ocupa, com base no fundo do tubo. Na figura, são os pontos M e N. Por se tratar do mesmo fluido em uma mesma altura, sabemos que a pressão em ambos os lados é igual. Com base nessa altura, precisamos ver o que é equilibrado de cada lado. À esquerda, temos a pressão do reservatório. À direita, temos uma coluna h de mercúrio e a pressão atmosférica.

Assim, nossa primeira conclusão é: a pressão no reservatório é maior do que a pressão atmosférica. Quanto maior? Sabemos que:

$$P_M = P_N$$

$$P_r = \rho \cdot g \cdot h + P_0$$

$$P_r = 13580 \cdot 10 \cdot 0,5 + 10^5 = 1,679 \cdot 10^5 \, Pa = 1,679 \, \text{atm}$$

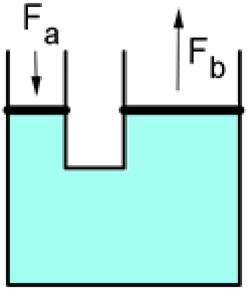
Faça você mesmo

Suponha que o manômetro fosse preenchido por água e que a altura h fosse 2 m. Qual seria a pressão do reservatório?

Faça valer a pena

1.

Figura 3.8 | Macaco hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Um equipamento hidráulico, conforme Figura 3.8, é composto por áreas móveis quadradas denominadas a e b. Dado que a força $\vec{F_b}$ é 81 vezes maior que a força $\vec{F_a}$, marque a alternativa que indica a relação entre os lados l das áreas quadradas.

a) $l_a = l_b$.

b) $81l_a = l_b$.

c) $l_a = 81l_b$.

d) $l_a = 9l_b$.

e) $9l_a = l_b$.

2. Um grande recipiente contém um fluido desconhecido. Um medidor de pressão é inserido a 0,3 m de sua superfície e é medida uma pressão de 1,05 atm.

Sabendo que o recipiente se encontra exposto à pressão atmosférica e que a gravidade local é $10\,m/s^2$, encontre a densidade do fluido.

a) $1{,}67 \cdot 10^3$ kg/m^3.

b) $1{,}33 \cdot 10^3$ kg/m^3.

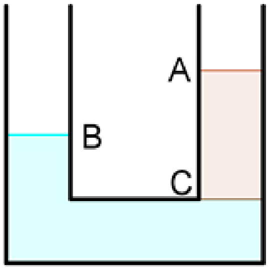
c) $1{,}00 \cdot 10^3$ kg/m^3.

d) $0,67 \cdot 10^3\ kg/m^3$.

e) $0,33 \cdot 10^3\ kg/m^3$.

3.

Figura 3.9 | Tubo em U



Fonte: elaborada pelo autor.

Um tubo de vidro contém dois líquidos, conforme figura. Considerando que a altura entre o ponto B e o ponto C é de 24 cm, que a distância entre os pontos A e C é de 30cm, que o fluido que ocupa o fundo do tubo é água, com densidade $1000\,kg/m^3$, e a aceleração da gravidade local é $10\,m/s^2$, descubra a densidade do outro fluido.

a) $800\,kg/m^3$.

b) $900\,kg/m^3$.

c) $1000\,kg/m^3$.

d) $1100\,kg/m^3$.

e) $1200\,kg/m^3$.

Seção 3.3

Princípio de Arquimedes

Diálogo aberto

Olá, estudante! Já estudamos detalhadamente o conceito de pressão em fluidos. Você sabe que a pressão é igual à força exercida por unidade de área e também que seu valor não é influenciado pelo formato do recipiente, mas somente pela altura da coluna de fluido em relação a um ponto em que a pressão é conhecida.

Agora, avançaremos um pouco mais na nossa compreensão da Física e suas grandes aplicações nas engenharias. Analisaremos o comportamento de objetos quando imersos em um fluido e você imaginará que estamos nos referindo somente a um corpo submerso na água ou em algum outro líquido, mas, de fato, qualquer objeto na superfície da Terra está imerso em um fluido chamado ar. Portanto, tudo o que estudaremos será válido também nesse contexto.

Como é possível que um grande transatlântico com seu casco feito de aço e pesando milhares de toneladas flutue, sendo que uma barra de aço afunda rapidamente quando arremessada em qualquer piscina? Você aprenderá isso ao longo da presente seção.

Na presente unidade, nos colocamos no lugar de uma engenheira recém-contratada pela empresa de transportes flutue, sendo que sendo esta justamente a reflexão que a intriga em um novo dia de trabalho. Observando os grandes navios atracados enquanto eles eram carregados, ela decidiu analisar a situação. Em breve, a engenheira estará no escritório trabalhando e quer garantir que todos os conceitos aprendidos na disciplina *Física Geral e Experimental*: Energia estejam claros em sua memória. Cris sabe que os navios flutuam, pois existe uma força que atua sobre eles, que se chama empuxo e está relacionada com a quantidade de água que o navio desloca quando é colocado sobre esta, o que pode ser facilmente calculado se conhecemos a massa do navio.

Vamos descobrir a força de empuxo que atua sobre um navio?

Não pode faltar

Quando arremessamos um objeto na água, em geral, já desconfiamos se ele flutuará ou se ele afundará, mas a Física, com suas leis e seus princípios, permite-nos realizar alguns cálculos e saber com certeza. Essas leis são o ponto de apoio para as grandes invenções da Engenharia. Você não subiria em um navio, caso tivesse alguma dúvida de que ele seja capaz de flutuar, não é mesmo? Os engenheiros que o projetaram têm certeza de que ele flutuará, mesmo em condições adversas, desde que parâmetros importantes sejam obedecidos (por exemplo, seguir as indicações de carga máxima suportada e as advertências climáticas divulgadas pelas autoridades competentes).

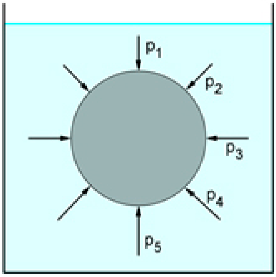
O próprio conceito de flutuação deveria ser surpreendente, afinal, sabemos que todos os objetos sofrem a influência da força da gravidade e deslocam-se em direção ao centro da Terra. A questão é que, além do peso quando estamos imersos em fluidos, existe uma outra força atuando, chamada de empuxo. Graças a ela, os navios e balões são capazes de, aparentemente, desafiar a gravidade.

Sua intuição provavelmente indicará que os objetos com uma massa muito grande tendem a afundar, mas você já deve ter visto pessoalmente ou em um filme um grande tronco de madeira flutuando; ele certamente é muito pesado e o que chama a atenção é que, além de pesado, ele é grande. Assim, aparentemente, o volume do objeto deve entrar nas equações de alguma maneira.

Para que você entenda o que está por detrás da força de empuxo, vamos lembrar de que um fluido é composto por um imenso número de partículas, continuamente em movimento, colidindo com outras partículas ao seu redor. Essas colisões dão origem à pressão, que já estudamos detalhadamente.

Quando um objeto está imerso em um fluido, ele é constantemente bombardeado por partículas, que, em conjunto, exercerão pressão sobre ele, por todos os lados. Porém, você também já sabe que, quanto maior a profundidade em que nos encontramos no fluido, maior será a pressão exercida pelas partículas (lembre-se de que $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$). Dessa forma, observaremos o esquema da Figura 3.10, que mostra um objeto submerso na água.

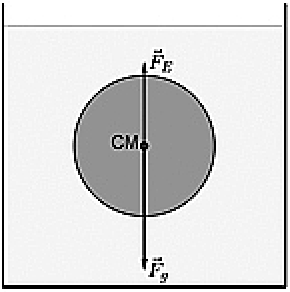
Figura 3.10 | Objeto submerso em água



Fonte: elaborada pelo autor.

O fundo do objeto está a uma profundidade maior do que seu topo. Sua extremidade mais baixa sofrerá maior pressão do que sua extremidade mais alta. Como pressão multiplicada por área resulta em força, o objeto submerso sofre uma força resultante verticalmente para cima, a qual chamamos de empuxo (Figura 3.11). Tanto a força peso quanto a força de empuxo atuam ao mesmo tempo sobre o objeto e o resultado depende delas vencer a disputa.

Figura 3.11 | Empuxo



Fonte: elaborada pelo autor.

Reflita

Observe a Figura 3.11. O comprimento de um vetor indica seu módulo. Então, o objeto indicado anteriormente, imerso na água, afundará ou flutuará?

- Se a força peso é menor do que o empuxo, a força resultante fará o objeto acelerar para cima.

- Se a força peso é maior do que o empuxo, a força resultante fará o objeto acelerar para baixo e afundar.

Quando o objeto está flutuando, parte dele está abaixo do nível da água, submersa, e parte dele está ao ar livre, acima do nível da água, não é mesmo? Veremos que essa é a chave para entender o que exatamente significa flutuar. Como o objeto não acelera, entendemos que a força peso é **equilibrada** pelo empuxo do corpo.

Como conseguiremos calcular exatamente o valor da força de empuxo, para saber se um objeto flutua ou afunda? Que tal usar os métodos da seção anterior?

Exemplificando

Um cubo de 1 m de aresta, cujas faces superior e inferior estão exatamente alinhadas com o plano horizontal, tem tem massa 500 kg e está totalmente submerso, com sua face superior a uma profundidade de 2 m da superfície, que se encontra em contato com a atmosfera.

a) Calcule a força de empuxo sobre ele e conclua se ele afundará ou não.

b) Caso o cubo tivesse 1000 kg (a mesma massa de um recipiente leve com o mesmo volume do cubo preenchido de água), ele afundaria?

Resposta:

a) Calcularemos agora a pressão a 2 m de profundidade (face superior) e 3 m de profundidade (face inferior).

$$P_s = P_0 + \rho \cdot g \cdot h_s = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 2 = 1{,}2 \cdot 10^5 Pa$$

$$P_i = P_0 + \rho \cdot g \cdot h_i = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 3 = 1{,}3 \cdot 10^5 Pa$$

A área da superfície de cada face do cubo é $A = l^2 = 1 \cdot 1 = 1m^2$. Força é área multiplicada por pressão. Então:

$$F_s = P_s \cdot A = 1,2 \cdot 10^5 \cdot 1 = 1,2 \cdot 10^5 N$$

$$F_i = P_i \cdot A = 1,3 \cdot 10^5 \cdot 1 = 1,3 \cdot 10^5 N$$

Não seria difícil calcularmos a força exercida sobre as faces laterais, utilizando-se de conhecimentos de cálculo integral, mas como as faces estão alinhadas à vertical, sabemos que a força resultante seria perpendicular à vertical. Assim, de qualquer maneira, tais forças não podem afetar o movimento vertical do cubo. Seguimos, então, em frente.

A força empuxo na vertical será a diferença entre ambas as forças:

$$F_E = F_i - F_s = 1,3 \cdot 10^5 N - 1,2 \cdot 10^5 N = 0,1 \cdot 10^5 = 10000N$$

Calculamos nossa primeira força de empuxo, porém será que o cubo afundará? Vamos comparar com sua força peso:

$$F_g = mg = 500 \cdot 10 = 5000N \text{ .}$$

Como a força peso é menor que a força de empuxo, ele não afunda, pelo contrário, o cubo acelera para cima.

b) Caso o cubo tivesse 1000 kg, a força gravitacional seria:

$$F_g = mg = 1000 \cdot 10 = 10000N$$

Nesse caso, a força resultante sobre o cubo seria zero, então ele não afundaria nem aceleraria para cima.

O exemplo estudado anteriormente apresenta uma maneira bem simples de calcularmos o empuxo. A força de empuxo sempre tem módulo igual ao peso de um idêntico volume do fluido deslocado. Vamos entender da seguinte maneira: quando um objeto é submerso, ele desloca uma determinada quantidade do fluido e passa a ocupar seu lugar. O peso da quantidade de fluido deslocada ($m_f = \rho_f V$) é exatamente igual ao módulo da força empuxo. Portanto:

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g$$

em que o volume V é o volume do objeto submerso, enquanto que a densidade ρ_f é a densidade do fluido. Isso é valido para qualquer fluido independentemente do formato do objeto. Esse é o conhecido princípio de Arquimedes, em homenagem ao grande filósofo e engenheiro da Grécia antiga.

Assimile

Princípio de Arquimedes:

> **Quando um corpo está total ou parcialmente submerso em um fluido, uma força de empuxo $\vec{F}_E$ exercida pelo fluido age sobre o corpo. A força é dirigida para cima e tem um módulo igual ao peso $m_f g$ do fluido deslocado pelo corpo. (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012, p. 68)**

Exemplificando

Um objeto tem volume 1,3L, massa 8kg e está imerso em um óleo com densidade $\rho = 0,85\,\text{g/cm}^3$. Qual é o módulo da força empuxo que age sobre ele? Ele afunda no óleo?

Resposta:

Convertendo as unidades relevantes para o SI, temos que o volume do objeto é $1L = 10^{-3}\,m^3$, enquanto que a densidade do óleo é $\rho = 0,85\,\text{g/cm}^3 = 850\,\text{kg/m}^3$. Podemos utilizar o princípio de Arquimedes, descobrindo que:

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g = 850 \cdot 1,3 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \approx 11N$$

O valor é bem inferior ao peso do objeto:

$$F_g = 8 \cdot 10 = 80N$$

De modo que o objeto afunda no óleo.

Faça você mesmo

Um objeto tem volume 4L, densidade $\rho = 0,9\,g/cm^3$ e está imerso em um líquido com densidade $\rho = 1,2\,g/cm^3$. Qual é o módulo da força empuxo que age sobre ele? Ele afunda no óleo?

Reflita

Você saberia dizer se um objeto afunda em um fluido ou não, somente comparando suas densidades? A solução do item "*Faça você mesmo*" apresentada anteriormente, dará uma pista.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos lendo o excelente livro a seguir:

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para Cientistas e Engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

Lembre-se de que você possui acesso ao livro realizando login na área do estudante. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2618-3/cfi/0!/4/4@0.00:11.5>. Acesso em: 25 nov. 2016.

Entenda que o fato de um objeto afundar, quando submerso em um fluido, pode ser definido somente por meio da comparação de suas densidades.

- Se o objeto tem densidade menor do que a do fluido, ele acelerará para cima.
- Se sua densidade é maior do que a do fluido, ele afundará.

Perceba que isso vale para dois fluidos quando misturados. O fluido de menor densidade também sofre uma força de empuxo e fica localizado acima do fluido de maior densidade. Você já deve ter cozinhado e sabe o que ocorre com o óleo quando ele é misturado com a água, não é mesmo? Outro fato digno de nota: o ar tem densidade bem menor do que a da água. É natural, portanto, que ela afunde quando exposta à atmosfera. Por isso, os mares localizam-se abaixo da atmosfera.

Outro ponto é que os objetos ficam mais leves quando são submersos em um fluido. Obviamente sua massa não é alterada. O ponto é que a força peso do objeto é parcialmente compensada pela força de empuxo, de modo que uma força menor é requerida para equilibrá-lo. O peso real subtraído da força de empuxo é conhecido como peso aparente.

Só falta compreendermos o que ocorre quando um objeto flutua, mas isso é simples, um objeto de densidade menor do que aquela do fluido passa a acelerar para cima, pois seu peso é menor do que a força de empuxo. Digamos que ele encontre uma superfície com outro fluido de menor densidade do que ele (por exemplo, uma bola, submersa em uma piscina, sobe até encontrar a atmosfera). O objeto ficará parcialmente submerso, na exata proporção em que o empuxo equilibre a força peso, de maneira que ele encontre seu equilíbrio, com força resultante nula.

Perceba que quando um objeto é submerso, ele expulsa o fluido do local que passa a ocupar de seu volume. Por isso, se você colocar cubos de gelo em um copo com suco, seu nível deverá aumentar. Com essas considerações finais, você está pronto para novos desafios.

Sem medo de errar

No porto, um grande navio está recebendo sua carga. É possível observar container após container ser empilhado, sem que o navio afunde. Você sabe que a massa total desse transporte completamente carregado é de aproximadamente 26000T. Qual é a força de empuxo sofrida pelo navio e qual é o volume de água deslocado por seu casco?

Atenção

A força de empuxo é igual, em módulo, ao peso do líquido deslocado quando o objeto submerge. Ela aponta verticalmente para cima, em oposição à força peso aplicada pelo objeto ao fluido.

Resolução:

Note que o casco do navio tem um formato complicado. Veja o exemplo do navio de transporte da Figura 3.12.

Figura 3.12 | Navio de transporte de passageiros

Fonte: <http://goo.gl/YKv13L>. Acesso em: 13 ago. 2016.

Será que é possível resolver a situação descrita anteriormente, sendo que a única informação fornecida foi a massa do navio? O formato do casco de um navio de carga, em si, é uma maravilha da engenharia que precisaríamos de conhecimentos específicos para analisar. Dado o projeto, para calcular o volume de água deslocado por esse transporte, seria necessário usar as ferramentas do cálculo integral. Porém, para a nossa sorte, quem tem bons conhecimentos de mecânica de fluidos pode evitar todo esse trabalho.

Sabemos que o navio está flutuando, de modo que a força de empuxo deve ser igual em módulo à força peso que atua sobre ele e com sentido oposto, não é mesmo? Então:

$$\overrightarrow{F_E} = -\overrightarrow{F_g} = Mg\,\vec{j} = 2{,}6 \cdot 10^7\,\vec{j}\,\text{N}$$

Podemos relacionar a força de empuxo com o peso do volume de fluido deslocado pelo objeto (justamente o que desejamos saber). Então:

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g \quad \rightarrow \quad V = \frac{F_E}{\rho_f \cdot g}$$

$$V = \frac{2{,}6 \cdot 10^7}{1000 \cdot 10} = 2600\,\text{m}^3$$

Esse é o volume de água deslocado pelo navio quando carregado.

Avançando na prática

Submarino

Descrição da situação-problema

O princípio de funcionamento de um submarino é muito simples. Ele tem um reservatório que pode ser preenchido ou esvaziado com água do mar. O preenchimento do reservatório aumenta a densidade do submarino e pode ser regulado para que ele fique em equilíbrio a qualquer profundidade, afundando ou acelerando para o alto. Considere que você é engenheiro de uma luxuosa empresa de turismo, que oferece passeios de submarino para seus clientes observarem a fauna marinha. Você está calculando qual é a aceleração ideal para que os clientes fiquem confortáveis quando o submarino sobe de volta para a superfície. Uma consulta aos especialistas sugere que a aceleração ideal é de $0{,}75\,\text{m/s}^2$. Se o minisubmarino tem um volume de $64\,\text{m}^3$ e encontra-se em equilíbrio no fundo do mar, qual é o volume de água que ele deve expelir do tanque para que o submarino possa subir com a aceleração indicada?

Lembre-se

A aceleração sofrida por um objeto é igual à força resultante aplicada sobre ele dividida por sua massa.

Resolução da situação-problema

Primeiramente, calculamos a massa do submarino quando ele se encontra em equilíbrio. Isso é fácil, considerando que conhecemos seu volume e sabemos que a força de empuxo deve ser igual à força peso nessa situação.

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g = 1000 \cdot 64 \cdot 10 = 6{,}4 \cdot 10^5 N$$

O empuxo é igual à força peso, então:

$$F_g = M_i g = 10 M_i = 6{,}4 \cdot 10^5 N ,$$

$$M_i = 6{,}4 \cdot 10^4 kg .$$

O submarino pode expulsar água para reduzir sua massa (e, portanto, sua força peso). Entretanto, seu volume mantém-se inalterado (dessa forma, seu empuxo também se mantém). Para conseguir a aceleração indicada, precisamos da seguinte força resultante:

$$F_E - M_f g = M_f a$$

$$6,4 \cdot 10^5 - 10M_f = 0,75 \cdot M_f$$

$$6,4 \cdot 10^5 = 10,75 \cdot M_f$$

$$M_f \approx 5,95 \cdot 10^4 \, kg \, .$$

Para causar tal diferença entre a força de empuxo e a força peso, basta expulsar um volume de água com o peso:

$$\Delta M = M_i - M_f = 64000 - 59500 = 4500kg$$

Precisamos expulsar aproximadamente 4500kg de água, equivalente a um volume de $4,5\,m^3$, uma vez que a densidade da água é $1000\,kg/m^3$.

Faça você mesmo

Um pequeno submarino de pesquisa científica é pilotado remotamente e tem um volume de $8\,m^3$. Ele encontra-se em equilíbrio e precisa descer da superfície com aceleração $1,25\,m/s^2$. Qual volume de água precisa ser admitido no reservatório, para que ele adquira tal aceleração?

Faça valer a pena

1. Calcule a força de empuxo sobre uma esfera de raio 0,4m completamente submersa em um fluido de densidade $1200\,kg/m^3$.

a) 2,44kN.

b) 3,22kN.

c) 3,75kN.

d) 4,18kN.

e) 4,71kN.

2. Três fluidos distintos são lançados ao mesmo tempo em um recipiente. É visível que eles não se misturam. Após a agitação inicial, o sistema atinge seu equilíbrio. Os fluidos estabilizam-se em camadas distintas, com o fluido A, que ocupa uma faixa no fundo do recipiente, o fluido C, que ocupa uma faixa no topo dos outros dois e o fluido B, que ocupa uma faixa intermediária no recipiente.

Com base nas informações, escolha a alternativa que classifica corretamente a densidade dos fluidos:

a) $\rho_C > \rho_B > \rho_A$.

b) $\rho_A = \rho_B = \rho_C$.

c) $\rho_B < \rho_C < \rho_A$.

d) $\rho_C < \rho_B < \rho_A$.

e) $\rho_A > \rho_B = \rho_C$.

3. Um objeto de volume $2 \cdot 10^{-3}\, m^3$ está suspenso em um cabo, que, por sua vez, está ligado a um dinamômetro na extremidade oposta. O dinamômetro indica uma leitura de 28N. Um recipiente cheio de óleo, com densidade $850\,\mathrm{kg/m^3}$, é instalado de modo que o objeto fique completamente submerso, mas sem tocar o fundo do recipiente.

Marque a alternativa que indica a nova leitura do dinamômetro.

a) 11N.

b) 18N.

c) 21N.

d) 25N.

e) 30N.

Seção 3.4

Escoamento em fluido

Diálogo aberto

Olá, estudante! Nas últimas seções, estudamos características importantes dos fluidos, como a pressão e o volume, e os princípios de Pascal e de Arquimedes, que nos permitem interessantes aplicações em engenharia, como os elevadores hidráulicos e os navios. Entretanto, em geral, fizemos o estudo da condição de um fluido em um estado de equilíbrio no repouso, ou somente em um determinado instante e não das condições de um fluido em movimento.

Nesta seção, estudaremos o escoamento de um fluido, isto é, seu movimento. Lembre-se de que por fluidos entendemos substâncias no estado líquido e gasoso, de modo que o assunto que introduziremos aqui pode ser aplicado a gases. A maneira como o ar se move ao redor de uma asa de avião também é um problema de dinâmica de fluidos.

Estudaremos o que é vazão, escreveremos uma lei de conservação para os fluidos e, por fim, escreveremos uma equação capaz de descrever o movimento de um fluido, levando em consideração os efeitos da gravidade e pressão.

Ainda vamos vivenciar os primeiros dias de trabalho de uma engenheira recém-contratada por uma empresa de transporte fluvial. Durante uma conversa com seu gestor, ela foi informada que a eclusa, responsável pela elevação do navio ao nível necessário para transpor diferenças de nível entre cursos de água, funciona sem necessidade de bombas hidráulicas. Para funcionar, ela só precisa de uma saída para o curso de água superior e outra para o curso de água inferior, abertas ou fechadas, de acordo com a necessidade. Ela anotou alguns parâmetros relevantes e, ao chegar em casa, decidiu compreender claramente o funcionamento do mecanismo realizando cálculos. Seu treinamento está chegando ao fim e ela certamente estará muito bem preparada para os futuros desafios.

Para conseguir fazer isso, precisamos aprender coisas novas. Vamos lá?

Não pode faltar

Para começar, é necessário entender o movimento dos fluidos. Vamos imaginar uma região limitada, por exemplo, um sistema de tubulação em que passa continuamente um fluido. Você compreenderá que é possível descrever esse fluxo por uma determinada velocidade, como fazemos com o vento ou a velocidade da água em um rio, mas, afinal, o que se move com essa velocidade? Cada uma das pequenas moléculas ou átomos que compõem o fluido?

Já falamos sobre esse assunto em outra oportunidade. Pensando em termos das partículas que compõem esse fluido, o que existe é uma grande confusão: as partículas movem-se em todas as direções, em todos os sentidos, colidindo entre si. Entretanto, de modo geral, elas movem-se todas mais ou menos juntas, no sentido do fluxo nessa tubulação. Não é possível observar toda essa confusão, dado que a menor gotícula de um fluido que conseguimos isolar pelos meios usuais já contém milhões e milhões de partículas. Isso é bom, pois significa que podemos pensar no movimento do fluido em termos de seus elementos de volume, compostos por um número muito grande de átomos e moléculas, cuja velocidade é mais simples de descrever. Um elemento de volume é muito pequeno em comparação com todo o fluido, mas ainda assim é grande demais se comparado com uma única partícula.

Reflita

Como você faria para descobrir a velocidade de um fluido escoando em uma tubulação?

De fato, precisamos estar conscientes de que a mecânica de fluidos é uma das áreas mais complexas da Física, o que reflete no fato de que até hoje a previsão de tempo ainda é uma área muito desafiadora, exigindo supercomputadores para calcular modelos meteorológicos, cujas previsões nem sempre se concretizam. Nesta seção, estudaremos somente os princípios básicos.

Aqui, aprenderemos os fluidos em movimento no que é conhecido como fluxo laminar. Nele os elementos de volume se movem com regularidade, seguindo linhas de corrente previsíveis. Existe também o conhecido fluxo turbulento, o qual ocorre com fluidos que escoam em altas velocidades e é muito importante para algumas aplicações mais avançadas de mecânica de fluidos. Outras características de fluidos, como a viscosidade e a compressibilidade, serão deixadas de lado nessa primeira apresentação. A tubulação é sempre idealizada, ou seja, lisa e não oferece resistência.

Estamos considerando também fluidos incompressíveis. Isso significa que um conjunto de átomos ou moléculas que formam um elemento de volume não pode ser comprimido, ou seja, é possível forçá-lo a ocupar um volume menor.

Também consideramos fluidos não-viscosos. A viscosidade é uma característica do fluido que faz com que ele resista ao escoamento. Apesar dos fluidos viscosos serem muito comuns na natureza (um exemplo é o mel), precisaríamos avançar um pouco mais na teoria da mecânica de fluidos para descrevê-los.

Por sorte, a água é um excelente exemplo de fluido bem aproximado das características anteriores e também pode apresentar fluxo laminar para baixas velocidades. Então, temos a possibilidade de estudar aplicações interessantes, embora deve ficar claro que estamos realizando aproximações que acabaram de ser descritas.

Após essa discussão, estamos preparados para compreender o conceito de vazão. Ele está relacionado à seguinte pergunta: qual é a quantidade de um fluido que passou por uma determinada região em uma tubulação?

Cada partícula que entrou por uma extremidade da tubulação deve sair pela outra. Podemos expressar o número de partículas em termos de uma massa. Assim, se em um intervalo de tempo Δt entra uma determinada massa m_e de fluido na tubulação, e no mesmo intervalo sai um volume m_s, então:

$$m_e = m_s$$

Teremos aqui uma lei de conservação. Considerando que o fluido é incompressível, um certo número de partículas que tem uma massa conhecida ocupará sempre um mesmo volume. Então, o volume V_e de fluido que entra na tubulação também deve ser igual ao volume de fluido V_s que escapa da tubulação:

$$V_e = V_s$$

Se um conjunto de partículas entra por um lado, ocupando um determinado espaço, então, deverá sair o mesmo número de partículas pelo outro lado. Chamaremos de vazão volumétrica o volume de líquido que se desloca por unidade de tempo.

$$R_v = \frac{V_e}{\Delta t} = \frac{V_s}{\Delta t}$$

Perceba, portanto, que a vazão é constante no tempo.

É importante que sejamos capazes de definir o conceito anterior de maneira mais precisa, definindo uma determinada área A no interior do condutor do fluido, que chamaremos de seção transversal e analisando o volume que atravessa esse corte no condutor com relação ao tempo.

Imagine que as primeiras partículas que atravessaram a seção transversal tenham se deslocado uma distância Δx no tubo. Sabemos que $V = A \cdot \Delta x$. Então:

$$R_v = \frac{A \cdot \Delta x}{\Delta t} = A \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = A \cdot v$$

$$R_v = A \cdot v$$

em que v é a velocidade do fluido no interior da tubulação. A vazão é uma grandeza descrita no SI com unidade m^3/s.

Sabemos que a vazão no interior de um tubo deve ser constante. O que ocorre, então, caso exista alguma mudança na tubulação, por exemplo, um afunilamento ou alargamento? Nesse momento que a lei de conservação se torna interessante, pois podemos calcular a nova velocidade do fluido simplesmente conhecendo a nova área da tubulação. Dessa forma, vale a pena expressar o volume em termos de área multiplicada por distância:

$$R_v = cte$$

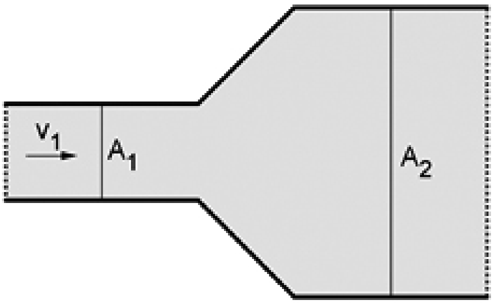
$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \text{ (Equação da continuidade)}$$

Para manter a igualdade anterior, se houver uma redução da área da tubulação, então, obrigatoriamente deverá ocorrer um aumento da velocidade do fluido. Por outro lado, se houver um aumento na área da tubulação, a velocidade será reduzida.

Exemplificando

Uma tubulação que consiste em um duto circular de raio 0,5m sofre uma alteração em sua seção transversal, que o torna mais espesso, passando a ter 1m de raio. Se a velocidade inicial do fluido era de 0,1m/s, qual será a velocidade final?

Figura 3.13 | Tubulação



Fonte: elaborada pelo autor.

Resposta:

A vazão do fluido deve se conservar, sabendo que ela é o produto entre a área da seção transversal do condutor e a velocidade do fluido. As áreas relevantes são:

$$A_1 = \pi r^2 = \pi \cdot 0,5^2 \approx 0,79m^2$$

$$A_2 = \pi r^2 = \pi \cdot 1^2 \approx 3,14m^2$$

Com a velocidade inicial de 0,1m/s, escrevemos:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$0{,}79 \cdot 0{,}1 = 3{,}14 \cdot v_2$$

$$v_2 = 0{,}025\,\mathrm{m/s}$$

Note que se o raio dobrou, a área aumentou em quatro vezes. Desse modo, para que a vazão se mantenha constante, a velocidade deve diminuir para um quarto.

Equação de Bernoulli

A equação da continuidade, apresentada anteriormente, não leva em consideração a pressão do fluido nem possíveis variações na altura, conceitos que trabalhamos detalhadamente nas últimas seções. Será que conseguiremos combinar tudo o que já aprendemos em uma única equação, a fim de analisar o escoamento de fluidos?

De fato, a equação de Bernoulli permite relacionar todas as variáveis, pressão, velocidade e altura de um fluido de densidade conhecida. Ela é dada por:

$$P + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = cte\,.$$

Observe com calma a equação anterior. Pense que estamos acompanhando o movimento de um único elemento de volume do fluido, que tem massa ρ. O segundo termo não seria justamente o valor de sua energia potencial gravitacional? Quanto ao terceiro termo, este não seria sua energia cinética? A equação de Bernoulli é uma maneira de enunciar a conservação de energia para fluidos. O primeiro termo é uma forma de indicar que esse pequeno elemento não está isolado, mas sim em contato contínuo com o meio, recebendo energia por uma quantidade dependente da pressão do fluido.

Assim, dados dois pontos no interior de um fluido, podemos compará-los de acordo com a expressão:

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot {v_1}^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot {v_2}^2\,.$$

Assimile

Nas condições de fluxo laminar (tranquilo, na ausência de turbulência), não viscoso e incompressível (qualquer elemento do fluido sempre mantém seu volume constante) podemos utilizar a equação da continuidade e a equação de Bernoulli para analisar o comportamento do fluido ao longo de um caminho no qual ocorrem alterações de pressão, altura, área do condutor e velocidade. Elas são:

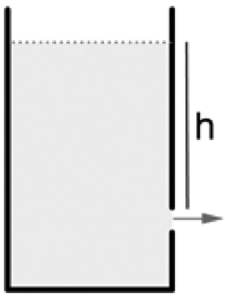
$R_v = A \cdot v = cte$ (Equação da continuidade),

$P + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = cte$ (Equação de Bernoulli).

Exemplificando

Um grande reservatório de água tem um pequeno furo 1,8m abaixo do nível da água. Qual é a velocidade com a qual a água escapa na horizontal por meio do furo?

Figura 3.14 | Reservatório com furo



Fonte: elaborada pelo autor.

Resposta:

Apesar da única informação dada no enunciado ser a altura entre o nível da água no reservatório e o furo, isso é suficiente para responder à pergunta, graças à equação de Bernoulli. Sabemos que:

$$P + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = cte$$

Ao longo do reservatório. Compararemos um ponto no furo do reservatório (ponto 1) com um ponto no nível máximo do fluido, a partir da expressão:

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1{}^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2{}^2 .$$

Ambos os pontos estão submetidos à pressão atmosférica $P_1 = P_2 = 10^5 Pa$.

Se definimos $h_1 = 0$, então, $h_2 = 1{,}8m$ Com relação à velocidade, desejamos-a no ponto 1 e no ponto 2 ela não é fornecida, entretanto, sabemos que o reservatório é grande e o furo pequeno. Faremos uma aproximação, supondo que $v_1 = 0$ e, com isso, é possível dizer que o reservatório é tão grande que a redução em seu nível ocorre muito vagarosamente.

Então, substituindo todas as informações, temos:

$$10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1{}^2 = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}8 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1{}^2 = 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}8$$

$$v_1{}^2 = 2 \cdot 10 \cdot 1{,}8$$

$$v_1{}^2 = 36$$

$$v_1 = 6\text{m/s}$$

Pesquise mais

Saiba mais sobre o escoamento em fluidos, descubra o que é vazão mássica e as consequências da equação de Bernoulli, lendo as páginas 446 a 449, do livro *Física para cientistas e engenheiros: mecânica, oscilações e ondas termodinâmica, v. 1.*, de Paul Tipler e Gene Mosca.

Sem medo de errar

Como vimos na primeira seção, a eclusa da empresa de transporte fluvial trabalha contra um desnível de 14 m entre dois cursos de água. Vamos analisar a situação em que o navio desce até o curso mais baixo do rio. Após o fechamento das comportas que conectam a eclusa com o curso alto do rio, o equipamento leva 500 segundos para descer o navio. Não há necessidade de bombeamento, dado que basta abrir uma tubulação para permitir a saída da água da eclusa, exatamente no nível final desejado. Você consegue estimar com qual velocidade a água é expelida pela tubulação poucos instantes depois que é aberta? Use a equação de Bernoulli para realizar uma primeira aproximação (mas saiba que para conhecer o valor real seria necessário estudar mais sobre mecânica de fluidos).

Atenção

A eclusa leva 500 s para concluir a elevação ou a descida de um navio a uma altura de 14m. Perceba que a velocidade média de descida é da ordem de $10^{-2}\,\mathrm{m/s}$, valor que elevado ao quadrado na equação de Bernoulli resultará em 10^{-4}. Podemos desprezar essa quantidade.

Utilizaremos a equação de Bernoulli considerando o ponto de saída da água, no nível do curso inferior do rio, com um ponto na superfície da água no interior da eclusa, quando ela começa a descida. Ambos os pontos estão submetidos à pressão atmosférica $P_1 = P_2 = 1\mathrm{atm}$. Definiremos $h_1 = 0$ e $h_2 = 14m$. Substituindo todas as informações, temos:

$$10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1^2 = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 14 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1^2 = 1000 \cdot 10 \cdot 14$$

$$v_1^2 = 2 \cdot 10 \cdot 14$$

$$v_1^2 = 280$$

$$v_1 \approx 16{,}7\,\mathrm{m/s}$$

Após seus primeiros dias de treinamento e esforço pra compreender os mecanismos presentes em seu novo ambiente de trabalho, a engenheira de nossa história está pronta para seu novo desafio profissional.

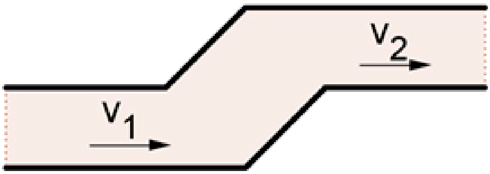
Avançando na prática

Tubulação industrial

Descrição da situação-problema

Um engenheiro trabalha em uma indústria que contém grandes tubulações de água, usada para resfriar um tanque no qual ocorrem reações exotérmicas. Em determinado ponto, a tubulação eleva-se em 1,2 m, como ilustra a Figura 3.15. Existem sensores de pressão na tubulação em ambas as alturas, que indicam um mesmo valor na leitura. Ele precisa conhecer a velocidade da água no nível mais alto, sabendo que ela entra no nível mais baixo com velocidade 5 m/s. Ele sabe que a água pode ser considerada um fluido aproximadamente incompressível e com baixa viscosidade.

Figura 3.15 | Tubulação industrial



Fonte: elaborada pelo autor.

Lembre-se

A equação de Bernoulli permite relacionar as grandezas pressão, altura e velocidade de um fluido.

Resolução da situação-problema

Podemos estudar o caso utilizando a equação de Bernoulli. Temos que:

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^{\ 2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^{\ 2}$$

Não sabemos o valor da pressão lida pelo engenheiro, mas temos que o valor é idêntico, então, chamaremos a pressão de P. Considerando como referência de altura a tubulação inferior (altura zero) e com a inserção da velocidade conhecida na equação de Bernoulli, temos:

$$P + 1000 \cdot 10 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 = P + 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}2 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_2{}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_2{}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 - 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}2$$

$$v_2{}^2 = 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1{,}2$$

$$v_2{}^2 = 25 - 24 = 1$$

$$v_2 = 1\text{m/s}$$

No nível superior da tubulação, a água escoa a uma velocidade de 1 m/s.

Faça você mesmo

Uma tubulação eleva-se em 1,5 m, como ilustra a Figura 3.15. Existem sensores de pressão na tubulação em ambas as alturas, que indicam um mesmo valor na leitura. Qual é a velocidade da água no nível mais alto, sabendo que ela entra no nível mais baixo com velocidade 6 m/s? A água pode ser considerada um fluido aproximadamente incompressível e com baixa viscosidade.

Faça valer a pena

1. Se um fluido incompressível e de viscosidade desprezível escoa em regime laminar em uma tubulação fechada estendida na horizontal, sua vazão será _______. Se a tubulação mudar de modo que a área por onde escoa o fluido sofra uma redução, a velocidade do dele _______, como mostra a equação _______.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas da frase anterior:

a) Constante; diminuir; da continuidade.

b) Sempre maior; aumentará; da continuidade.

c) Constante; diminuirá; de Bernoulli.

d) Constante; aumentará; da continuidade.

e) Sempre maior; se manterá constante; de Bernoulli.

2. Um fluido incompressível e de viscosidade desprezível escoa em regime laminar em uma tubulação fechada estendida na horizontal. Em determinado momento, ele encontra um alargamento na tubulação.
Marque a alternativa que indica o que ocorre, respectivamente, com a velocidade do fluido e com a pressão:

a) Aumenta; aumenta.

b) Aumenta; diminui.

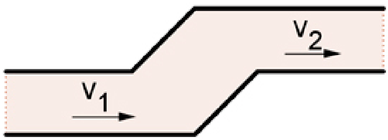
c) Diminui; diminui.

d) Diminui; aumenta.

e) Diminui; mantém-se constante.

3. Uma tubulação eleva-se em 2 m, como ilustra a Figura 3.16. Sabendo que $v_1 = 7\,\text{m/s}$ e $v_1 = 1\text{m/s}$, e que a pressão no nível inferior da tubulação é de $10^4\,Pa$, qual é a pressão no nível mais alto? A água pode ser considerada um fluido aproximadamente incompressível e com baixa viscosidade.

Figura 3.16 | Tubulação industrial



Fonte: elaborada pelo autor.

a) $1{,}4 \cdot 10^3\,Pa$.

b) $1{,}4 \cdot 10^4\,Pa$.

c) $1{,}2 \cdot 10^4\,Pa$.

d) $1{,}6 \cdot 10^4\,Pa$.

e) $1{,}6 \cdot 10^5\,Pa$.

Referências

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos de física 1**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1.

SERWAY, R. A.; JEWETT, J. W. **Princípios de física**. 5. ed. São Paulo: Cengage, 2014. v. 1

THE EDUCATION GROUP. Videocoleção mídia física. Disponível em: <http://sas-origin.onstreammedia.com/origin/theeducationgroup/video/pt/d0901_pt_s.webm>. Acesso em 3 jun. 2016>. Acesso em: 11 maio 2016.

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp:** física geral II**.** Disponível em: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL7581C21F8ADD6C8E>. Acesso em: 11 maio 2016.

YOUNG, H.; FREEDMAN, R. **Física**. 14. ed. São Paulo: Pearson, 2008. v.1

Temperatura e calor

Convite ao estudo

Iniciamos agora a última unidade de nosso material didático. Você terá a oportunidade de conhecer novas leis da Física, que descrevem dois conceitos muito presentes em nosso dia a dia: temperatura e calor. São também conceitos fundamentais na indústria, já que as diversas reações químicas e materiais comportam-se de maneira distinta a diferentes temperatura, por exemplo, metais como o ferro podem ser aquecidos até atingirem o estado líquido. Assim, eles adquirem a principal característica dos fluidos, a grande liberdade de movimento de seus átomos e, com isso, eles podem ser inseridos em moldes, resfriados, de maneira que obtemos chapas metálicas e peças industriais nos mais diversos formatos. Além disso, existem importantes reações químicas que liberam calor. Em Física, calor tem um significado muito preciso e é uma forma de energia, cuja unidade no SI é o Joule. O ramo da Física que estuda os fenômenos citados e diversos outros é a termodinâmica.

Assim, concluiremos nosso objetivo de conhecer, entender e aplicar nas áreas de engenharia e exatas as diversas formas de energia proporcionadas através da rotação de corpos rígidos, da dinâmica do movimento de rotação, da mecânica dos fluidos e do uso da temperatura e do calor. Na Seção 1, aprenderemos o conceito de temperatura e sua medição. Na Seção 2, entenderemos que variações na temperatura podem causar alteração no volume de alguns materiais. Na Seção 3, discutiremos o calor e seus efeitos no estado físico dos materiais. Por fim, na Seção 4, faremos uma introdução ao fascinante assunto da termodinâmica e suas leis.

Faremos nosso exercício usual de imaginação e nos colocaremos no lugar de uma engenheira contratada para chefiar a instalação de uma pequena usina de energia em uma fazenda que conta com um complexo industrial de processamento de grãos. A ideia é utilizar os resíduos da produção agrícola para gerar energia elétrica de maneira bastante sustentável, suprindo as necessidades do complexo industrial e ainda vendendo energia elétrica residual para a companhia local de energia, gerando uma receita extra para a fazenda. A ideia principal é queimar os resíduos orgânicos gerados na fazenda para aquecer uma caldeira com água (usina de biomassa). O vapor de água gerado será usado para mover as pás de um gerador elétrico e a engenheira tem a importante tarefa de projetar a usina, avaliar os melhores componentes a serem adquiridos e os cuidados necessários para sua instalação e operação.

Será um grande desafio, não é mesmo? Pessoas que adquirem empregos interessantes adoram desafios. Então precisamos seguir em frente.

Seção 4.1

Termometria

Diálogo aberto

Na presente seção, vamos discutir a temperatura e maneiras de medir essa grandeza física. Pode parecer uma coisa simples, afinal, você pode comprar um termômetro digital facilmente em qualquer farmácia, por um preço acessível. No entanto, a medição da temperatura foi objeto de discussão por centenas de anos entre os cientistas, até que pudéssemos chegar ao atual desenvolvimento do ramo da Física, chamado termodinâmica.

Todos nós possuímos um termômetro interno e podemos dizer tranquilamente se a temperatura está agradável ou se faz frio. Nosso corpo reage à temperatura do exterior, assim como diversos outros materiais reagem a ela. Se você retirar um pote de manteiga da geladeira alguns minutos antes do uso, facilitará bastante seu trabalho ao utilizá-la. Se você colocar água no congelador, ela sofrerá uma transformação drástica em seu estado, tornando-se gelo. Portanto, a temperatura ambiente que gera a transformação citada na manteiga é maior que a temperatura em que a água torna-se gelo.

No entanto, em engenharia e na ciência, precisamos de valores precisos, não é mesmo? Vamos aprender a utilizar fenômenos simples da natureza para obter os valores em uma escala adequada.

No Brasil, estamos acostumados com medidas de temperatura na unidade grau Celsius. Assim como você já verificou em outras áreas da Física, existem diversas outras unidades úteis, como o grau Fahrenheit e o Kelvin.

Vamos voltar para a usina de biomassa? Em seu escritório, uma engenheira trabalha intensamente no projeto da usina, que permite o aquecimento da água e a geração de energia elétrica a partir do vapor. Ela está comparando os preços de geradores disponíveis para aquisição, alguns nacionais e outros importados. A seleção se dá, entre outros fatores, pela faixa de temperatura de funcionamento do equipamento. Ela conhece a faixa de temperatura necessária para o funcionamento dos equipamentos em graus Celsius. Entretanto, as máquinas importadas trazem especificações de temperatura nas escalas Kelvin e Fahrenheit. Vamos descobrir quais máquinas são adequadas para nossa usina?

Precisamos de novos conhecimentos para avançar.

Não pode faltar

Na presente seção, você compreenderá detalhadamente o conceito de temperatura, um que você já conhece de maneira intuitiva, pois em sua vida inteira você foi cuidadoso com objetos muito quentes ou muito frios e esteve atento à temperatura exterior, para saber se precisa usar uma blusa quando esfria, ou beber água regularmente quando esquenta. Afinal, o que é a temperatura? O que ela significa em termos dos átomos e moléculas que compõem os materiais e o seu próprio corpo?

A temperatura de um objeto é um indicativo da energia disponível no ambiente para os átomos e as moléculas. Essa energia ambiente é absorvida pelas moléculas por meio de colisões com outras moléculas ou partículas e se reflete no estado de movimento das partículas. Na unidade anterior, falamos sobre pressão, indicando que ela resulta das colisões regulares entre as partículas umas com as outras, ou com as paredes de um recipiente, por exemplo.

Aqui, indicamos um tipo diferente de movimento, a vibração. Mesmo em um sólido, em que os átomos têm uma posição rígida definida com relação aos outros átomos, eles têm alguma liberdade para vibrar, no interior de sua estrutura. Assim, você já sabe: a diferença entre um objeto quente e um objeto frio é o estado de vibração de suas moléculas ou átomos.

O calor é capaz de se propagar. Isso ocorre porque os átomos vibram, influenciando os átomos que estão ao seu redor. Assim, se os átomos do lado esquerdo de um material vibram mais do que os átomos do lado direito, então os que vibram mais transmitirão parte de sua energia para os que vibram menos. Em pouco tempo, o material atinge o equilíbrio térmico, em que todo o material tem uma mesma temperatura.

Imagine quando você está cozinhando. A extremidade da colher em contato com o alimento está mais quente do que a extremidade oposta, em contato com a sua mão. Se você retirar a colher e deixá-la sobre a mesa, duas coisas vão acontecer: Ela atingirá um equilíbrio térmico interior, fazendo com que a colher fique em uma temperatura intermediária entre as duas extremidades, mas ainda mais quente que o ambiente. Depois, com o passar do tempo, ela se resfriará e atingirá equilíbrio térmico com o ambiente. Estudaremos este processo cuidadosamente ao longo da unidade. O que importa agora é fazer a ligação entre seu conhecimento do dia a dia e o que pretendemos ensinar aqui.

Um material em equilíbrio térmico tem por característica um estado de vibração uniforme para todos os átomos e moléculas que o compõem. Um corpo fora do equilíbrio, como a colher do exemplo anterior, tende ao equilíbrio térmico, uma vez que as partículas interagem continuamente com as partículas mais energéticas doando sua energia para as que possuem menos. Com o tempo, em média, todas compartilham de um mesmo estado.

Lei zero da termodinâmica

Com base no conceito de equilíbrio térmico, podemos enunciar uma importante lei da termodinâmica, que fundamenta a termodinâmica e terminou com o curioso nome de lei zero, pois foi criada tempos depois das outras três leis, que estudaremos no momento oportuno. Por fundamentar as outras, ao invés de chamá-la de quarta lei, ou de alterar a nomenclatura tradicional, foi escolhido o nome lei zero.

Essa lei fala sobre o equilíbrio térmico. Se temos dois corpos 1 e 2 em equilíbrio térmico, o que significa que eles podem ser colocados em contato sem que nada se altere em seu estado e então colocamos um outro corpo 3 em contato com um deles, digamos o corpo 1, sabendo que eles também estão em equilíbrio térmico entre si, então podemos concluir imediatamente que se o corpo 3 for colocado em contato com o corpo 2, eles também estarão em equilíbrio térmico.

Essa lei permite concluir que os três corpos compartilham uma mesma característica universal, justamente a temperatura. Afirmar que dois corpos estão em equilíbrio térmico entre si é o mesmo que afirmar que ambos possuem a mesma temperatura.

Assimile

“Lei zero da termodinâmica (lei de equilíbrio): se os corpos A e B estão separadamente em equilíbrio térmico com um terceiro corpo, C, então A e B estão em equilíbrio térmico um com outro." (JEWETT; SERWAY, 2012, p. 109)

Em Física, nós precisamos de uma medida concreta dos fatos listados acima. Então, desejamos ter em mãos um equipamento que possa medir a temperatura, fornecendo um valor concreto, que relacione o estado de vibração das moléculas do material a um número, que nos permita dizer de maneira inequívoca se um fluido ou sólido está mais quente ou mais frio do que o outro. Qual número será a leitura de nosso termômetro? Isso dependerá da escala de temperatura que selecionamos. No Brasil, a escala que costumamos utilizar é a escala Celsius, com a qual você está acostumado. Em Física, utilizamos regularmente a escala Kelvin, muito natural, pois o zero nela é o zero absoluto da natureza, o estado em que as moléculas não conseguem vibrar por absoluta falta de energia. Em países de língua inglesa, costuma-se utilizar a escala Fahrenheit, que estudaremos aqui.

Vamos começar com o que conhecemos, não é mesmo? A unidade da escala Celsius é o grau Celsius, denotada pelo símbolo °C. Ela foi construída de maneira muito simples.

Vamos tomar a temperatura mais baixa na qual o gelo derrete e torna-se água e compará-la com a temperatura mais baixa em que a água ferve e torna-se vapor. Criaremos a escala Celsius, de maneira que entre essas duas temperaturas existam 100 graus Celsius. Portanto, o gelo começa a derreter a uma temperatura de 0 °C e a água começa a ferver a 100 °C.

Assim, um termômetro nessa escala poderá medir temperaturas intermediárias, como uma temperatura ambiente de 20 °C, sendo que ela está mais próxima da formação do gelo do que da ebulição da água.

Perceba que a escala foi definida arbitrariamente, foi por escolha dos cientistas do passado que o zero da escala foi definido. Isso significa que não existe nenhum problema em medir temperaturas negativas. Em alguns países, as pessoas convivem com temperaturas de -30 °C no inverno.

Pesquise mais

Com o desenvolvimento da Física, as medições de temperatura precisaram se tornar cada vez mais precisas, de maneira que somente indicar o ponto de fusão do gelo não foi suficiente, uma vez que essa temperatura varia um pouco devido a alterações na pressão ambiente. Então, a definição passou a ser exatamente o ponto triplo da água, uma condição e temperatura especial em que gelo, água e vapor podem coexistir. Saiba mais, leia sobre o ponto triplo da água na página 186, capítulo 18 da referência.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v.2

Lembre-se: você tem acesso ao livro gratuitamente quando entra em sua área do aluno, na biblioteca virtual.

Com o desenvolvimento da Física, as medições de temperatura precisaram se tornar cada vez mais precisas, de maneira que somente indicar o ponto de fusão do gelo não foi suficiente, tendo em vista que essa temperatura varia um pouco devido a alterações na pressão ambiente. Então, a definição passou a ser exatamente o ponto triplo da água, uma condição e temperatura especial em que as três fases (sólido, líquido e gasoso) coexistem em equilíbrio.

A escala Kelvin é muito utilizada na Física, e é a unidade oficial no sistema internacional (SI). Ela tem por base a escala Celsius, a única diferença entre as duas é que o zero da escala Kelvin está no zero absoluto da natureza, na temperatura em que as partículas não encontram energia no ambiente que as permitam vibrar.

Nela, a temperatura em que o gelo inicia seu derretimento é de aproximadamente 273K. A unidade de temperatura na escala Kelvin leva o seu próprio nome e é denotado por K. Perceba que já somos capazes de realizar uma conversão de temperaturas, pois:

$$0°C \approx 273K$$

Entenda: a 0 °C e a 273k, as moléculas de um material estão em um mesmo estado de vibração. Portanto, são dois valores diferentes que indicam um mesmo estado físico. Assim, podemos pensar que para converter graus Celsius para Kelvin, basta somar 273 ao valor da temperatura. Então:

$$T_K = T_C + 273$$

Exemplificando

O mercúrio, material muito utilizado na produção de termômetros, torna-se sólido a uma temperatura de -39 °C, de maneira que tal temperatura configura-se em um limite para a utilização do equipamento sem danificá-lo. Calcule a temperatura de solidificação do mercúrio na escala Kelvin:

Resposta: para calcular a temperatura na escala Kelvin, basta somar 273 ao valor da temperatura na escala Celsius. Então:

$$T_K = T_C + 273$$

$$T_K = -39 + 273 = 234K$$

A temperatura de solidificação do mercúrio na escala Kelvin será 234K.

Uma escala muito utilizada é a escala **Fahrenheit**, mais comum nos países de língua inglesa. É importante que você conheça essa escala, afinal pode utilizar equipamentos importados cuja especificação traz valores nessa unidade, ou ter que interagir com profissionais de outros países que a utilizem.

Assimile

São unidades de temperatura: o grau Celsius (°C), o Kelvin (K) e o grau Fahrenheit (°F). No SI, a unidade de temperatura é o Kelvin (K).

Note que dizemos grau Celsius e grau Fahrenheit, portanto utiliza-se o símbolo °, que não é necessário para denotar a escala Kelvin.

Na escala Kelvin e na escala Celsius, os graus avançam no mesmo ritmo, pois a variação em um grau Celsius e em um Kelvin de temperatura causa o mesmo efeito no material estudado. Isso não ocorre na escala Fahrenheit. O aumento de um grau Celsius causa um aumento de 9/5 de grau Fahrenheit. Além disso, o zero na escala Celsius corresponde a 32 °F, uma vez que essa escala não é ajustada em termos da temperatura de fusão da água. Assim, podemos converter entre as duas escalas usando a seguinte equação:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32°$$

Exemplificando

Você viajou a trabalho para os Estados Unidos e está decidindo que roupa vestirá para sair do hotel. Você consultou um site local de meteorologia e leu que a temperatura mínima prevista na cidade é 77 °F. Você levará uma blusa?

Resposta: se a temperatura estivesse na unidade Celsius, você saberia exatamente o que fazer. Então, o melhor é converter a unidade:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32°$$

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(77 - 32) = 25°C$$

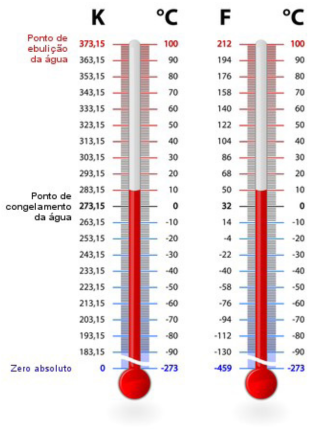
Aparentemente é um belo dia de verão e você deixa a blusa no hotel.

Reflita

Existem muitas outras escalas de temperatura, não tratadas aqui. Por sinal, você poderia criar a sua própria escala. Você saberia como fazer isso? Que cuidados precisaria tomar para que ela seja correta e útil?

Nós ainda não discutimos como seria possível criar um termômetro. Existem várias maneiras, mas agora discutiremos uma das mais comuns e que utiliza conhecimentos que desenvolvemos na unidade anterior. Lá, afirmamos que um fluido preso em um recipiente exerce pressão sobre as paredes de tal recipiente. Mostramos, também, como podem ser construídos medidores de pressão em tal situação, usando barômetros de mercúrio, ou medindo a força exercida pelo fluido sobre uma superfície móvel. A Figura 4.1 apresenta um comparativo entre as escalas termométricas.

Figura 4.1 | Comparativo entre as escalas termométricas



Fonte: <http://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2010/01/escalas-termometricas1.jpg>. Acesso em: 5 set. 2016.

Vamos supor um gás no interior de um recipiente de volume constante ligado a um medidor de pressão. O gás ocupa completamente o recipiente. Você já sabe que a pressão é uma característica dependente do movimento das partículas, assim como a temperatura, não se surpreenderá que existe uma relação entre ambas.

No caso do gás, ele não está preso a uma estrutura rígida. Assim, com o aumento da temperatura, as moléculas do gás se movimentam cada vez mais rápido, de maneira que elas exercem uma força cada vez maior ao colidirem com as paredes do recipiente. Avaliando o comportamento coletivo das partículas, podemos dizer que o aumento da temperatura a volume constante causa um aumento de pressão no recipiente.

Escolhendo bem o gás utilizado, podemos obter uma relação linear entre aumento de pressão e aumento de temperatura. Assim, o medidor de pressão pode fornecer uma temperatura, desde que você conheça a relação e saiba converter o valor medido em Pascais para o valor desejado em graus Celsius, Kelvin, ou qualquer outra escala de temperatura de sua preferência.

Sem medo de errar

Lembre-se de que na presente unidade você se colocou no lugar de uma engenheira que está chefiando a instalação de uma usina de biomassa em uma fazenda que conta com um complexo industrial para processamento de grãos. No momento, sua tarefa é escolher qual gerador irá adquirir. Você até agora encontrou três geradores no mercado que atendem às especificações de geração de energia. O gerador A trabalha com vapor em uma faixa de temperatura de 450 °C a 600 °C. O gerador B atua na faixa de 550K a 720K. O gerador C trabalha em uma faixa de 870 °F a 1050 °F. Sabendo que a temperatura do vapor gerado na usina está prevista para oscilar entre 490 °C a 510 °C, quais dos geradores indicados são boas opções de compra?

Atenção

A conversão entre diferentes escalas de temperatura é simples, utilize as relações indicadas acima.

Já sabemos que o gerador A pode ser adquirido, pois sua faixa de funcionamento acomoda com folga a temperatura prevista para o vapor de água da usina. E o que podemos dizer dos geradores B e C?

Convertendo as temperaturas do gerador B para a escala Celsius, temos:

$$T_K = T_C + 273 \quad \rightarrow \quad T_C = T_K - 273^{\circ}$$

$$T_{\min B} = 550 - 273 = 277^{\circ}C$$

$$T_{\max B} = 720 - 273 = 447^{\circ}C$$

Vemos, portanto, que o gerador B trabalha na faixa de 277 °C a 447

°C, abaixo da temperatura requerida para o projeto. Não é uma opção viável.

Analisando o gerador B, obtemos:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32°$$

$$T_{\min C} = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(870 - 32) \approx 466°C$$

$$T_{\max C} = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(1050 - 32) \approx 566°C$$

Vemos que o gerador C também é viável, acomodando com folga a faixa requerida na usina.

Portanto, são opções viáveis para compra os geradores A e C, que podem ser escolhidos em termos de outras características, como sua durabilidade e seu preço.

Avançando na prática

Supercondutividade

Descrição da situação-problema

A supercondutividade é um fenômeno físico complexo, em que materiais são submetidos a baixíssimas temperaturas e se tornam condutores elétricos perfeitos. Esses materiais possuem diversas características surpreendentes e uma de suas aplicações é na realização da levitação magnética. Você gostaria de ver o fenômeno ao vivo e adquiriu uma placa de material supercondutor e um ímã (busque vídeos na internet para ver como funciona).

Quando o material chegou pelo correio, você se lembrou de que precisaria resfriá-lo até temperaturas muito baixas. Você sabe que conseguiria um recipiente cheio de nitrogênio líquido no laboratório de uma universidade próxima. O nitrogênio líquido tem uma temperatura de -196 °C. A embalagem do material supercondutor indica que a temperatura crítica, abaixo da qual o material se torna supercondutor é -225 °F. Sem contar com outra opção além do nitrogênio líquido, uma vez que para atingir temperaturas mais baixas do que isso você precisaria usar equipamentos muito caros, você conseguiu fazer a demonstração no quintal da sua casa?

Lembre-se

Temperaturas negativas são comuns em diversas escalas, pois seu zero pode ser definido arbitrariamente.

Resolução da situação-problema

Para descobrir, basta fazer a conversão da escala Fahrenheit para a escala Celsius:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32°$$

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(-225 - 32) \approx -143°C$$

Portanto, o nitrogênio líquido é frio o suficiente para que você realize o experimento no quintal da sua casa. Tomando muito cuidado com o nitrogênio líquido, é claro, afinal a temperatura indicada é muito baixa e pode causar graves lesões se for manipulado incorretamente.

Faça você mesmo

Um composto metálico torna-se supercondutor quando submetido a temperaturas inferiores a 13K. Você conseguiria torná-lo supercondutor usando somente nitrogênio líquido para resfriamento? Dado: o nitrogênio líquido tem uma temperatura de -196 °C.

Faça valer a pena

1. A _____ é uma grandeza física que indica o estado de vibração e o movimento dos átomos e das moléculas que o compõem. O _____ é um estado em que todos os átomos e todas as moléculas do sistema estudado tiveram tempo suficiente para trocar energia e atingirem um estado médio

de vibração e movimento. Um objeto em equilíbrio térmico tem uma _____ constante em todos os pontos.
Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas:

a) Pressão; equilíbrio térmico; velocidade.

b) Pressão; equilíbrio dinâmico; velocidade.

c) Temperatura; equilíbrio dinâmico; temperatura.

d) Temperatura; equilíbrio térmico; velocidade.

e) Temperatura; equilíbrio térmico; temperatura.

2. Você está conversando ao telefone com um engenheiro inglês, que deseja saber qual é a temperatura recomendada de funcionamento para os equipamentos vendidos pela sua empresa. A resposta é 245 °C, mas você, muito educado, resolveu facilitar a vida do cliente e fornecer a ele a resposta em graus Fahrenheit. Você realiza o cálculo rapidamente nas costas de um envelope e responde o valor:

a) 518 °F.

b) 245 °F.

c) 350 °F.

d) 415 °F.

e) 473 °F.

3. Você tem dois termômetros. Um indica temperaturas na escala Kelvin, outro na escala Fahrenheit. Eles são utilizados para medir a temperatura de dois objetos e indicam leituras, respectivamente, 303K e 86 °F. Encostando um objeto no outro, eles demonstram estar em equilíbrio térmico? Qual é a temperatura inicial de cada um deles na escala Celsius?

a) Eles não se encontram em equilíbrio térmico e têm temperaturas respectivamente 30 °C e 25 °C.

b) Eles não se encontram em equilíbrio térmico e têm temperaturas respectivamente 25 °C e 30 °C.

c) Eles não se encontram em equilíbrio térmico e têm mesma temperatura 30 °C.

d) Eles se encontram em equilíbrio térmico e têm mesma temperatura 30 °C.

e) Eles se encontram em equilíbrio térmico e têm temperaturas respectivamente 30 °C e 25 °C.

Seção 4.2

Dilatação térmica

Diálogo aberto

Na seção anterior, estudamos a temperatura, a Física por detrás do fenômeno e também as diversas unidades utilizadas para medir suas variações, em especial as escalas Celsius, Kelvin e Fahrenheit. Iniciamos uma discussão sobre como medir a temperatura em termômetros que transformam medidas de pressão em medidas de temperatura, dada uma calibração adequada. Não falamos sobre o mais conhecido dos termômetros, o termômetro de mercúrio. Isso porque para discutir como ele funciona, precisamos conhecer o fenômeno da dilatação térmica.

O volume de um material pode variar de acordo com sua temperatura. Esse fenômeno é bem conhecido na engenharia. A oscilação na temperatura ao longo de um dia faz com que o concreto de uma quadra de basquete, ou o asfalto em uma rodovia se expanda com o aumento da temperatura e contraia com a diminuição. O efeito é potencializado ao longo do ano, com variações mais bruscas causadas pela troca de estações, sendo um dos fatores no surgimento de rachaduras. Componentes tecnológicos que enfrentam variações bruscas de temperatura, como fornos e aviões, são projetados de modo que essas expansões e contrações não afetem a integridade de suas estruturas.

Na presente unidade, nos colocamos no lugar de uma engenheira que está projetando uma pequena usina de biomassa para uso em um complexo industrial de processamento de grãos. Adquirido o gerador, agora ela está ocupada em projetar a tubulação metálica que transportará o gás.

Ela tem um interessante problema para resolver, pois sabe que a tubulação metálica será instalada à temperatura ambiente, mas que no momento em que o gerador for ligado, a tubulação será aquecida até uma temperatura de aproximadamente 500 °C. Essa diferença de temperatura causará uma expansão na tubulação e se isso não for levado em conta, ela poderá ser danificada no processo. São tubos de 2 m de comprimento, de aço carbono. Eles devem ser instalados a uma certa distância, de modo a se encaixarem perfeitamente assim que houver o aumento de temperatura.

Interessante, não é mesmo? Vamos lá?

Não pode faltar

Então, como poderemos compreender o fenômeno da expansão térmica? Primeiramente, vamos tentar entender a verdadeira Física por detrás da dilatação sofrida por determinados materiais. O princípio fundamental nós já compreendemos: com o aumento da temperatura, os átomos e as moléculas que compõem um determinado material extraem uma grande quantidade de energia do seu meio, transformada em energia cinética de rotação ou de translação. Assim, essas moléculas agitam e viajam em grandes velocidades, colidindo umas com as outras.

Lembre-se de que tudo isso ocorre em escalas microscópicas, de modo que você não observa toda essa agitação a olho nu e nem mesmo com microscópios laboratoriais. Para entender como as moléculas são pequenas, lembre-se de que em uma única colher de sopa de água existe aproximadamente um mol de água. Um mol é um agrupamento de $6{,}02214179 \times 10^{23}$ partículas.

Para simplificar, podemos entender que quando as moléculas têm mais energia e estão mais agitadas, elas colidem umas com as outras com mais energia e conseguem se manter mais afastadas. Assim, elas ocupam um volume maior. Esse é o princípio por detrás da dilatação térmica.

- Maior temperatura significa aumento de volume.
- Menor temperatura significa diminuição de volume.

Assimile

Existem algumas poucas exceções, em que o aumento da temperatura causa uma diminuição do volume. Isso ocorre por causas distintas daquela citada acima, como rearranjos de átomos ou mudanças de estado. Se você já esqueceu uma garrafa de vidro com uma bebida no congelador, conhece bem um exemplo clássico: o gelo tem um volume maior do que a água. No geral, entretanto, um aumento de temperatura resultará em um aumento no volume e vice-versa.

Um exemplo clássico é o da água. Vamos entender o que ocorre na medida em que vamos aumentando a temperatura?

Vamos pensar que inicialmente a água está no estado sólido, na forma de gelo. As moléculas de água estão distribuídas em uma estrutura cristalina rígida, com pouca liberdade de movimento. Apesar de estarem presas à estrutura, elas ainda conseguem vibrar. Com o aumento da temperatura, elas vibram cada vez mais. Em torno de 0 °C inicia um processo em que as moléculas de água vibram tanto que começam a escapar da estrutura cristalina, formando água no estado líquido. Todo o gelo se transforma em água.

À medida que a temperatura aumenta, as moléculas de água, que agora estão no estado líquido e têm muito maior liberdade de movimento, passam a agitar-se cada vez mais. Em um determinado momento, em torno de uma temperatura de 100 °C, a agitação faz com que as moléculas de água se libertem ainda mais da força de atração que as liga e o vapor começa a se formar. A água ingressa no estado gasoso, em que tem a maior liberdade de movimento e as moléculas têm o maior afastamento entre si.

Reflita

Será que você já consegue entender como funciona um termômetro de mercúrio? O mercúrio é um metal que se encontra no estado líquido em temperatura ambiente. Se você inserir o mercúrio em um tubo de vidro fino e aumentar a temperatura do tubo, o que acontecerá?

Você deve entender que descrever o volume de um sólido ou líquido pensando em termos de suas moléculas pode ser um pouco complicado. Certamente exige conhecimentos que não detemos nesse momento. No entanto, há uma maneira simples de descrever o fenômeno, suficiente para diversas aplicações da engenharia.

Suponha que você precisa conhecer o comportamento de um determinado material quando submetido a variações de temperatura. Então, você pode levá-lo para um laboratório e verificar a maneira como ele se comporta quando submetido a um aumento de temperatura. Como um mesmo material sempre se comportará da mesma forma quando aquecido ou resfriado, então você pode tabelar um coeficiente de dilatação, que indicará quanto o comprimento do objeto mudará para cada unidade de temperatura.

Por exemplo, vamos supor que desejamos conhecer a variação no comprimento de uma barra metálica (perceba que não estamos preocupados com o volume, mas, sim, com o comprimento). Então, podemos levar o material para um laboratório e descobrir qual é o seu coeficiente de dilatação linear, que chamaremos de α. Assim, é possível relacionar a variação do comprimento (ΔL) em uma barra de comprimento (L_0) para uma determinada variação de temperatura (ΔT):

$$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta T$$

A unidade do coeficiente de dilatação linear é o inverso da unidade de temperatura utilizada. Uma maneira interessante de escrever é relacionar o comprimento final da barra com o comprimento inicial:

$$L = L_0 + \Delta L = L_0(1 + \alpha \, \Delta T)$$

Tabela 4.1 | Coeficientes de dilatação linear

Substância	α (1/°C)
Concreto	$12 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$23 \cdot 10^{-6}$
Latão	$19 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17 \cdot 10^{-6}$
Aço	$11 \cdot 10^{-6}$

Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2012).

Exemplificando

Uma barra de alumínio de 10 m de comprimento à temperatura ambiente é submetida a uma variação de temperatura de 100° C. Encontre qual foi a variação no comprimento da barra e qual é o comprimento final da barra:

Resolução:

Sabemos que o comprimento inicial da barra é $L_0 = 10m$ e que a variação de temperatura foi de $\Delta T = 100°C$. Consultando a Tabela 4.1, verificamos que $\alpha = 23 \cdot 10^{-6} \, / \, °C$. Assim:

$$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta T = 10 \cdot 23 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 0{,}023m.$$

O comprimento da barra variou em 0,023 m ou 2,3 cm. O comprimento final da barra será:

$$L = L_0 + \Delta L = 10 + 0{,}023 = 10{,}023m.$$

Faça você mesmo

Uma barra de aço de 5 m de comprimento à temperatura ambiente é resfriada em 50 °C. Encontre qual foi a variação no comprimento da barra e qual é o seu comprimento final.

Por outro lado, é possível que você esteja analisando um líquido ou um sólido e se interesse por sua variação de volume. Novamente, é possível levar o material para um laboratório e descobrir como ele reage quando submetido a variações de temperatura. Assim, obteríamos o coeficiente de dilatação volumétrica β. Podemos relacionar a variação do volume (ΔV) em um objeto de comprimento (V_0) para uma determinada variação de temperatura (ΔT):

$$\Delta V = V_0 \, \beta \, \Delta T$$

A unidade do coeficiente de dilatação volumétrico também é o inverso da unidade de temperatura utilizada. O volume final do objeto pode ser obtido diretamente a partir da expressão:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 (1 + \beta \, \Delta T)$$

Para nossa sorte, não precisaremos de outra tabela para valores de coeficientes de dilatação volumétrica, pois temos uma relação simples com os coeficientes lineares:

$$\beta = 3\alpha$$

Pesquise mais

Intrigado com a relação $\beta = 3\alpha$? Veja como ela pode ser obtida na página 114 da referência abaixo. Na mesma página, você encontra também uma tabela mais completa com os coeficientes de dilatação.

JEWETT, J.; SERWAY, R. **Física para cientistas e engenheiros**: oscilações, ondas e termodinâmica. 6. ed. São Paulo: Cengage, 2012. v. 2

Exemplificando

Uma esfera de concreto de raio 0,5 m encontra-se a uma temperatura de 450K. A temperatura diminui gradativamente até 300K. Encontre o volume final da esfera:

Resolução:

Com o raio da esfera, podemos obter seu volume inicial:

$$V_0 = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx 0{,}5236 m^3$$

A variação de temperatura foi de $\Delta T = T_f - T_i = -150K$, ou $\Delta T = -150°C$, considerando que as escalas Celsius e Kelvin só diferem por um fator constante.

Consultando a Tabela 4.1, verificamos que $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\ /\ °C$ e, portanto, que:

$$\beta = 3\alpha = 3 \cdot 12 \cdot 10^{-6} = 36 \cdot 10^{-6}\ /\ °C.$$

Estamos prontos para calcular o novo volume da esfera:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \beta\,\Delta T)$$

$$V = 0{,}5236 \cdot (1 + 36 \cdot 10^{-6} \cdot (-150)) \approx 0{,}5208 m^3 .$$

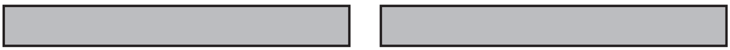
Assim, nota-se uma redução no volume da esfera de concreto devido à redução da temperatura.

Sem medo de errar

Agora estamos prontos para retornar ao projeto da usina de biomassa. O plano é instalar a tubulação formada por peças de 2 m de comprimento de maneira que sejam evitados danos quando a temperatura for aumentada à faixa dos 500 °C do vapor operado pela máquina. A temperatura ambiente no momento da instalação é estimada em 30 °C.

Os tubos de aço devem ser instalados de modo que exista um vão entre eles, permitindo a dilatação térmica quando ocorrer o aumento de temperatura, como mostra esquematicamente a Figura 4.2:

Figura 4.2 | Instalação da tubulação



Fonte: elaborada pelo autor.

Atenção

Como os tubos têm liberdade de expandirem-se nas outras direções, concentraremos nossa atenção no comprimento dos tubos e, portanto, no coeficiente de dilatação linear α .

Cada um dos tubos sofrerá uma expansão ΔL que agora estamos aptos a calcular. Perceba, entretanto, que cada um dos tubos será expandido igualmente e naturalmente para ambos os lados. Assim, teremos uma expansão de $\Delta L / 2$ para cada lado, de cada tubo. O tubo da direita aumentará em $\Delta L / 2$ no vão indicado, enquanto que o tubo da esquerda também aumentará em $\Delta L / 2$. Assim, o comprimento do vão deverá ser de exatamente ΔL. Vamos calcular esse valor?

Precisamos resolver:

$$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta T \ .$$

Sabemos que $L_0 = 2m$. No que diz respeito à temperatura, teremos:

$$\Delta T = T_f - T_i = 500 - 30 = 470°C \ .$$

O material escolhido é aço. Consultando a Tabela 4.1, encontramos $\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \ / \ °C$.

Portanto, podemos agora calcular o comprimento do vão, igual à expansão térmica de um único tubo de aço:

$$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta T$$

$$\Delta L = 2 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 470 \approx 0{,}01m$$

Assim, a instalação deve ser realizada respeitando espaços de 1 cm entre cada tubo, para evitar danos ao equipamento no momento de sua ativação.

Atenção

Calcular a dilatação ou a contração térmica de um material é um cuidado muito comum e importante na instalação de equipamentos que lidarão com variações bruscas de temperatura.

Avançando na prática

Esfera em um cilindro

Descrição da situação-problema

Você é um engenheiro de uma empresa que cria equipamentos industriais. Devido aos seus grandes conhecimentos de Física, você geralmente é convidado a assumir projetos que envolvem componentes trabalhando em temperaturas elevadas. Um equipamento específico foi projetado para atuar a uma temperatura de 300 °C. Nele, existe um componente de cobre que deve ocupar um volume de exatamente 0,4 m^3 quando a máquina estiver em operação. Considerando que o equipamento será montado no local a uma temperatura de 20 °C, qual deverá ser o seu volume a essa temperatura?

Lembre-se

Com o aumento da temperatura, a grande maioria dos materiais aumentará seu volume.

Resolução da situação-problema

A variação de temperatura será de $\Delta T = T_f - T_i = 20 - 300 = -280°C$.

Consultando a Tabela 4.1, verificamos que $\alpha = 17 \cdot 10^{-6}\ /\ °C$ e, portanto, que:

$$\beta = 3\alpha = 3 \cdot 17 \cdot 10^{-6} = 51 \cdot 10^{-6}\ /\ °C.$$

Temos o volume final do equipamento e desejamos obter o volume inicial:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \beta\,\Delta T)$$

$$0,4 = V_0 \cdot (1 + 51 \cdot 10^{-6} \cdot 280)$$

$$V_0 = \frac{0,4}{(1 + 51 \cdot 10^{-6} \cdot 280)} \approx 0,3944 m^3.$$

O volume inicial é um pouco inferior, como pudemos observar.

Faça você mesmo

Um equipamento específico foi projetado para trabalhar a uma temperatura de 380 °C. Nele, existe um componente de alumínio que deve ocupar um volume de exatamente 0,7 m^3 quando a máquina estiver em operação. Considerando que o equipamento será montado no local a uma temperatura de 25 °C, qual deverá ser o seu volume a essa temperatura?

Faça valer a pena

1. Considere as afirmações a seguir:
I. Uma esfera metálica diminui de volume caso seja inserida em um ambiente de maior temperatura e gradativamente entre em equilíbrio térmico com esse meio.

PORQUE

II. Com o aumento da temperatura, os átomos que compõem a esfera adquirem maior energia e entram em um estado mais intenso de agitação, ocupando um maior espaço.

a) As afirmações I e II estão corretas e a II é uma justificativa para a I.

b) As afirmações I e II estão corretas, mas a II não justifica a I.

c) A afirmação II é correta, mas a I é falsa.

d) A afirmação I é correta, mas a II é falsa.

e) Ambas as afirmações são incorretas.

2. Um bastão possui comprimento L_0 a uma determinada temperatura T_0 e é composto por um material com coeficiente de dilatação linear α.
Marque a alternativa que contém a expressão algébrica que fornecerá a temperatura T correta para que o comprimento da barra aumente em ΔL:

a) $T = \alpha T_0 + \dfrac{\Delta L}{L_0\, \alpha}$.

b) $T = T_0 + \dfrac{\Delta L}{L_0\, \alpha^2}$.

c) $T = 2T_0 + \dfrac{\Delta L}{L_0\, \alpha}$.

d) $T = T_0 + \dfrac{\Delta L}{L_0\, \alpha}$.

e) $T = L_0 T_0 + \dfrac{\Delta L}{L_0\, \alpha}$.

3. Encontre a variação de temperatura ambiente necessária para que um cabo de aço de 5 m aumente seu comprimento em 4 cm:

a) 225 °C.

b) 378 °C.

c) 727 °C.

d) 604 °C.

e) 545 °C.

Seção 4.3

Calorimetria

Diálogo aberto

Olá, estudante! Iniciamos mais uma seção de estudo, agora que já compreendemos melhor alguns fenômenos térmicos, como a dilatação térmica. Neste momento, desejamos falar sobre o calor, que em Física tem um significado muito específico: é uma forma de energia.

A compreensão da termodinâmica e suas leis permitiu que o homem dominasse formas de gerar trabalho a partir do calor proveniente de reações de combustão. Usinas termoelétricas produzem calor a partir da queima de combustíveis fósseis, biocombustíveis ou mesmo combustíveis nucleares e esse calor é utilizado para aquecer a água, criando vapor de água que pode mover as turbinas de um gerador de energia elétrica. A queima de combustíveis também move os automóveis, uma vez que o calor gerado em reações de combustão faz com que um gás se expanda, movimentando os pistões do motor, gerando rotação para os eixos e as rodas do carro. O calor, portanto, pode fornecer energia elétrica ou de movimento.

Voltamos agora à usina de biomassa, em que os resíduos da produção agrícola de uma grande fazenda são incinerados para gerar energia elétrica. A engenheira responsável pela usina precisa calcular a quantidade de calor necessária para aquecer as duas toneladas de água inicialmente a 80 °C, transformando-a em vapor a 500 °C através de uma caldeira. Isso é importante para que seja estimada a quantidade de biomassa necessária para a produção contínua de energia elétrica, que deve ocorrer preferencialmente utilizando os resíduos da própria fazenda, sem que seja necessária a aquisição de material para mover a usina, tornando assim a fazenda autossustentável em energia elétrica.

Vamos lá?

Não pode faltar

O calor é uma forma importante de energia, que pode ser absorvida pelos átomos e moléculas que compõem um material, dando origem a um determinado estado de vibração. Como vimos anteriormente, o estado de vibração das partículas que compõem um material está diretamente relacionado com a sua temperatura. Assim, é natural que os conceitos calor e temperatura estejam intimamente relacionados.

Como se trata de uma forma de energia, medimos o calor em Joules (J). Entretanto, historicamente, temos outra unidade importante de energia, a caloria. Uma caloria equivale aproximadamente a 4,18 J e essa unidade está muito presente em nosso dia a dia, pois quando discutimos o conteúdo de energia que o corpo é capaz de extrair dos alimentos, costumamos utilizar a unidade quilocaloria, kcal, que você encontra nos rótulos dos alimentos que adquire no supermercado.

Exemplificando

No rótulo de um suco de laranja integral, você encontra a informação nutricional, que indica que um copo de 200 ml contém aproximadamente 86 kcal de energia armazenada. Encontre a energia em Joules que se torna disponível para ser aproveitada pelo seu corpo, gerando calor ou movimento, após o consumo do copo de suco:

Resolução:

Sabemos que $1cal \approx 4{,}18J$.

Então $86kcal \approx 86 \cdot 4{,}18 \cdot 10^3 = 359480J$

É uma grande quantidade de energia. Por comparação, lembre-se de que a energia necessária para elevar um objeto de 1 kg em 1 m acima de sua posição inicial é de: $m \cdot g \cdot h = 1 \cdot 9{,}8 \cdot 1 = 9{,}8J$.

Vamos supor que estamos estudando um determinado sistema, que pode ser um objeto isolado, ou o gás contido no interior de um determinado recipiente, por exemplo. Este objeto ou gás contém uma determinada energia interna (E_{int}), a sua energia associada ao movimento, à posição e à configuração de ligações químicas das moléculas das substâncias que formam o objeto, no referencial de repouso para seu centro de massa. A energia interna varia termodinamicamente conforme as alterações de pressão, volume, temperatura e número de mols de uma dada substância.

A energia interna desse sistema pode ser alterada devido a transformações em seu estado ou interações com o meio.

Por exemplo, podemos imaginar que o sistema seja uma panela que contém água aquecida a uma temperatura de 80 °C. Você sabe o que ocorrerá se essa panela for deixada em repouso sobre o fogão, com o fogo desligado. Lentamente, a panela e a água perderão calor, até entrar em equilíbrio térmico com a vizinhança. É claro que no estado inicial a panela e a água possuíam mais energia do que no estado final, em temperatura ambiente e é claro que a energia total é conservada, de modo que essa energia não pode ter desaparecido.

A diferença entre a energia interna inicial do sistema e a energia interna final, variação na energia interna ΔE_{int}, foi transferida para o ambiente. Considerando o dado exemplo, chamamos essa energia transferida de calor (denotaremos por Q), de modo que:

$$Q = \Delta E_{int} .$$

• Quando a temperatura diminui, o sistema dissipa energia na forma de calor.

• Quando a temperatura aumenta, o sistema recebe energia na forma de calor.

A variação na energia interna de um sistema devido à troca de calor é proporcional à variação na sua temperatura:

$$Q = \Delta E_{int} = C \cdot \Delta T .$$

Em que C é a capacidade calorífica do sistema. Essa grandeza tem um significado muito claro, a quantidade de energia térmica necessária para elevar a temperatura do sistema em um grau. No caso de sistemas simples, é interessante definir a capacidade térmica em termos da massa da substância estudada, de modo que $C = c \cdot m$. No caso, C é o calor específico da substância e é um valor que pode ser tabelado.

Cada substância possui um determinado calor específico (c) bem estabelecido, exatamente a quantidade de energia térmica necessária para elevar a temperatura de 1 kg da substância em 1 °C.

Com essas reflexões, compreendemos que podemos escrever:

$$Q = \Delta E_{int} = C \cdot \Delta T = m \cdot c \cdot \Delta T \text{ .}$$

Exemplificando

Uma esfera de cobre de 0,1 kg encontra-se a uma temperatura de 27 °C. Ela é inserida em uma geladeira, cuja temperatura ambiente é 5 °C. Sabendo que o calor específico do cobre é de $386\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$, encontre a capacidade calorífica da esfera e também a quantidade de calor transferida pela esfera de cobre para a geladeira:

Resolução:

Sabemos que a capacidade calorífica é a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura do objeto em um grau. Como o calor específico foi fornecido, basta multiplicar a massa por ele:

$$C = m \cdot c = 0{,}1 \cdot 386 = 38{,}6\ \text{J/°C} \text{ .}$$

Note que o raciocínio é simples: se são necessários 386 J para aumentar a temperatura de 1 kg de cobre em 1 °C, então precisamos de um décimo disso, 38,6 J, para elevar a temperatura da esfera em 1 °C.

Assim, a variação do calor na esfera de cobre na situação descrita é:

$$Q = C \cdot \Delta T = C \cdot (T_f - T_i) = 38{,}6 \cdot (5 - 27) = -849{,}2J$$

Trata-se de uma quantidade negativa, pois a esfera de cobre perdeu essa energia. Portanto, a geladeira recebeu 849,2 J.

Além do aumento de temperatura em algumas substâncias, temos também outro fenômeno comum que requer variação na energia interna de um sistema: a mudança de fase. Por exemplo, podemos estudar a transformação do gelo em água no estado líquido. Sabemos que para isso, o ambiente precisa transferir energia para o gelo. Como será que esse fenômeno se realiza?

Um fato muito importante, que você deve gravar em sua memória, é que enquanto a mudança de fase está se processando, a temperatura do sistema não se altera. Assim, enquanto um cubo de gelo derrete, sua temperatura se mantém constante em zero graus. Você já deve ter presenciado esse fato em uma festa, onde as bebidas são armazenadas em um balde com muito gelo e um pouco de água. O tempo passa e o gelo progressivamente derrete, mas a temperatura mantém-se a mesma por muito tempo.

A quantidade de energia que deve ser fornecida para um sistema para que se realize uma mudança completa de fase em uma unidade de massa de uma determinada substância, chama-se calor latente, que denotaremos por L, de modo que:

$$Q = m \cdot L .$$

Exemplificando

Suponha que 100 g de gelo inicialmente a uma temperatura de -10 °C são aquecidos até uma temperatura de 5 °C. Qual quantidade de energia deve ser transferida para que essa transformação ocorra? Dados os calores específicos da água ($4180\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$) e do gelo ($2050\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$). O calor latente de fusão do gelo é ($333500\ \text{J/kg}$).

Resolução:

Para aquecer o gelo até seu ponto de fusão, precisamos fornecer energia suficiente para elevar sua temperatura em 10 °C. Então:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta T = 0{,}1 \cdot 2050 \cdot 10 = 2050J .$$

Para derreter o gelo, é necessário ser fornecido mais um calor igual a:

$$Q_2 = m \cdot L = 0{,}1 \cdot 333500 = 33350J .$$

Por fim, após o derretimento do gelo, a temperatura da água deve ser elevada em 5 °C. Então:

$$Q_3 = 0{,}1 \cdot 4180 \cdot 5 = 2090J .$$

O calor total que deve ser fornecido para levar gelo a -10 °C até água a 5 °C é:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2050 + 33350 + 2090 = 37490J .$$

Caso você tenha a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em termodinâmica, verá que é muito importante ter o controle sobre as condições as quais está submetido seu sistema. Por exemplo, se estamos estudando um fluido que preenche completamente um recipiente cujo volume não se altera, então o sistema tem volume constante. Nesse caso, a pressão do fluido poderá ser alterada. Outra situação típica é quando um sistema se encontra submetido a uma pressão bem definida, mas tem liberdade para alterar seu volume. Essas condições específicas podem alterar o valor do calor específico de determinadas substâncias. Assim, é importante diferenciar o calor específico a volume constante c_v do calor específico à pressão constante c_p. Para sólidos e líquidos, os valores são muito próximos, mas para fluidos no estado gasoso, as quantidades podem ser bem diferentes.

Com relação à condução do calor, alguns materiais são bons condutores de calor e outros são maus. Os metais costumam ser bons condutores de calor, enquanto que materiais como o vidro e a madeira são maus condutores. Os bons condutores transmitem energia rapidamente de uma extremidade a outra e entram mais rapidamente em equilíbrio com o ambiente do que os maus condutores.

Uma fato curioso é a sensação que você tem quando toca um objeto no dia a dia. A temperatura do seu corpo é mais ou menos constante, com seus órgãos internos mantidos a uma temperatura de aproximadamente 37 °C. No inverno, quando você toca um bom condutor de calor, como um metal, tem uma sensação fria, uma vez que ele retira rapidamente o calor de sua pele e o transmite para o restante de sua extensão. No verão, se você está em um lugar realmente quente, onde a temperatura ambiente é muito superior à temperatura do corpo, então teria uma sensação quente ao tocar um metal, uma vez que ele traria rapidamente energia térmica para sua pele.

Com relação aos maus condutores de calor, você sempre tem uma sensação mais neutra ao tocá-los, pois a troca mais significativa de energia ocorre com a parte mais superficial do objeto, de modo que ele leva mais tempo tanto para roubar quanto para fornecer calor à sua pele.

Vamos supor dois sistemas 1 e 2 em contato um com o outro, mas isolados do restante do universo. Eles trocarão calor até que atinjam o equilíbrio térmico. A temperatura de equilíbrio pode ser determinada por meio de um equacionamento simples. O sistema 1, mais quente, está inicialmente à temperatura T_1; o sistema 2, a temperatura mais baixa, está inicialmente à temperatura T_2. Então, sabemos que o sistema 1 resfriará até uma temperatura T, enquanto que o sistema 2 será aquecido até a mesma temperatura T. O calor fornecido pelo sistema 1 será igual em módulo ao calor recebido pelo sistema 2. Então:

$$Q_2 = -Q_1$$

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (T - T_2) = -m_1 \cdot c_1 \cdot (T - T_1)$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot T + m_1 \cdot c_1 \cdot T$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2 = (m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1) \cdot T$$

$$T = \frac{1}{m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1} \cdot (m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2).$$

Exemplificando

Suponha que uma barra de chumbo de massa 250 g a uma temperatura de 100 °C é encostada com uma barra de cobre de 160 g a uma temperatura de -20 °C. Desprezando a troca de calor com o ambiente, qual será a temperatura final de equilíbrio das duas barras? Dados os calores específicos do chumbo ($128\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$) e do cobre ($386\ \text{J/kg} \cdot {}^\circ\text{C}$).

Resolução:

A barra de chumbo está a uma temperatura maior do que a da barra de cobre. Sabemos que ela fornecerá a seguinte quantidade de calor à barra de cobre, que depende da temperatura que desejamos obter:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T_1 = 0,25 \cdot 128 \cdot (T - 100).$$

A barra de cobre receberá a seguinte quantidade de calor:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta T_2 = 0{,}16 \cdot 386 \cdot (T - (-20)) = 0{,}16 \cdot 386 \cdot (T + 20).$$

Então, podemos analisar o fato de que o corpo mais quente fornece o mesmo módulo de energia do que a recebida pelo corpo mais frio (perceba que os sinais são diferentes, pois um doa e outro recebe energia). Por isso, fazemos:

$$Q_2 = -Q_1$$

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (T - T_2) = -m_1 \cdot c_1 \cdot (T - T_1)$$

$$T = \frac{1}{m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1} \cdot (m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2)$$

$$T = \frac{1}{0{,}16 \cdot 386 + 0{,}25 \cdot 128} \cdot (0{,}25 \cdot 128 \cdot 100 + 0{,}16 \cdot 386 \cdot (-20))$$

$$T \approx 21°C.$$

Já deve ter ficado claro que a energia interna de um sistema pode ser alterada por meio da troca de calor com o ambiente ou mais especificamente com outros sistemas. Entretanto, a transferência de calor não é a única maneira de alterar sua energia interna, pois o sistema pode também realizar trabalho sobre o ambiente externo. Um exemplo disso é o do combustível no interior de um motor, misturado com ar e incinerado, liberando muito calor. O calor faz com que a mistura gasosa resultante se expanda, movendo o pistão do carro. O pistão é deslocado em uma determinada distância por uma força que depende da área do pistão e da pressão exercida pelo gás. Lembre-se: trabalho é proporcional à força multiplicada pela distância.

Assim, podemos medir a variação na energia interna de um sistema da seguinte maneira:

$$\Delta E_{int} = Q + W.$$

Assimile

A variação da energia interna em um sistema é igual à soma do calor transferido para ele com o trabalho mecânico realizado sobre ele.

$$\Delta E_{int} = Q + W .$$

Fique atento aos sinais das quantidades envolvidas. O sinal negativo indica perda de energia. Assim, o sistema perde energia interna por perder calor, ou por realizar trabalho mecânico sobre o ambiente ou sobre outro sistema. Nesses casos, os sinais são negativos.

Reflita

Em um motor de combustão interna, o gás empurra o pistão, realizando trabalho mecânico sobre ele. Nesse caso, na equação da energia interna, o trabalho será uma grandeza positiva ou negativa?

Perceba que somente reafirmamos a lei da conservação da energia, uma vez que energia interna do sistema não pode se perder, ela somente é transferida, seja na forma de calor, seja na forma de trabalho. Esta é uma forma de denotar a primeira lei da termodinâmica.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos! Leia o capítulo 19 do seguinte material: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 2

Sem medo de errar

A engenheira, a qual você está se colocando no lugar, precisa calcular a quantidade de calor necessária para aquecer as duas toneladas de água inicialmente armazenadas na caldeira a 80 °C, transformando-a em vapor a 500 °C. Após consultar algumas tabelas, ela verifica os calores específicos da água $(4{,}18\,kJ/kg \cdot {}^\circ C)$ e do vapor $(2{,}02\,kJ/kg \cdot {}^\circ C)$ e também calor latente de vaporização da água $(2257\,kJ/kg)$.

Atenção

Não se esqueça de que a água sofrerá uma mudança de estado, tornando-se um vapor. Precisamos calcular a energia necessária para a alteração de estado.

Resolução:

Para aquecer a água até seu ponto de ebulição, precisamos fornecer energia suficiente para elevar sua temperatura em 20 °C. Então:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta T = 2000 \cdot 4180 \cdot 20 \approx 0{,}167 \cdot 10^9 \, J .$$

Assim, para transformar água em vapor, precisa ser fornecido um calor igual a:

$$Q_2 = m \cdot L = 2000 \cdot 2257000 = 4{,}514 \cdot 10^9 \, J .$$

Por fim, a temperatura do vapor deve ser elevada em 400 °C. Então:

$$Q_3 = 2000 \cdot 2020 \cdot 400 = 1{,}616 \cdot 10^9 \, J .$$

O calor total que deve ser fornecido para levar água a 80 °C até vapor a 500 °C é:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0{,}167 \cdot 10^9 + 4{,}514 \cdot 10^9 + 1{,}616 \cdot 10^9 \approx 6{,}3 \cdot 10^9 \, J$$

Assim, a engenheira de nossa história agora pode utilizar essa informação para estimar quanto combustível a usina de biomassa consumirá por dia e será possível ajustar esses parâmetros para que a usina seja sustentável, usando somente os resíduos produzidos na própria fazenda.

Avançando na prática

Máquina industrial

Descrição da situação-problema

Você é o engenheiro responsável por uma planta de uma grande indústria. Em breve, um componente de uma máquina pesada será substituído e o fornecedor já avisou que ela aquece rapidamente até uma temperatura de 300 °C, posteriormente, perdendo calor para o entorno. Você sabe que isso não causará danos na máquina, mas quer saber se poderá oferecer algum risco para seus funcionários. Você sabe que o componente tem uma massa de 25 kg e é feito majoritariamente de cobre e que ele será instalado na máquina que tem uma massa de 400 kg, funciona a uma temperatura de 30 °C e é feito principalmente de aço. Então, antes mesmo do equipamento chegar, resolveu fazer um cálculo rápido para ter uma ideia de se a superfície da máquina se aquecerá a ponto de oferecer algum risco a seus funcionários, exigindo a instalação de avisos de segurança adicionais e compras de EPI eles. Você consultou um manual e descobriu os valores para o calor específico do cobre ($386\,\text{J/kg}\cdot{}^\circ\text{C}$) e do aço ($486\,\text{J/kg}\cdot{}^\circ\text{C}$). O que pode ser concluído?

Lembre-se

Nesse caso, desprezando-se os efeitos do ambiente, a temperatura de equilíbrio resultará em um compartilhamento de energia térmica entre os componentes, até que seja atingida uma temperatura de equilíbrio T.

Resolução da situação-problema

O componente de cobre está a uma temperatura maior do que o restante da máquina. Considerando T a futura temperatura de equilíbrio do sistema componente-máquina, uma incógnita, podemos calcular o calor fornecido pela componente (1) e recebido pela máquina (2). Então:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T_1 = 25 \cdot 386 \cdot (T - 300).$$

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta T_2 = 400 \cdot 486 \cdot (T - 30).$$

O módulo do calor trocado é igual. O calor é positivo para a máquina (recebido por ela) e negativo para a componente (perdido). Então, precisamos igualar:

$$Q_2 = -Q_1$$

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (T - T_2) = -m_1 \cdot c_1 \cdot (T - T_1)$$

$$T = \frac{1}{m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1} \cdot (m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2)$$

$$T = \frac{1}{25 \cdot 386 + 400 \cdot 486} \cdot (25 \cdot 386 \cdot 300 + 400 \cdot 486 \cdot 30)$$

$$T \approx 43°C \, .$$

Após o sistema atingir o equilíbrio, a temperatura será no máximo 43 °C, considerando que a máquina perderá calor continuamente para o meio. É uma temperatura pouco acima da temperatura do corpo humano e consultando as normas de segurança em instalações industriais, você verifica que os cuidados que já toma em termos de EPI e treinamento para os funcionários já são suficientes para que nenhuma nova ação precise ser tomada.

Faça você mesmo

Um copo tem 200 ml de água está à temperatura ambiente de 25 °C. Quantos gramas de gelo você deve inserir nele para que a temperatura final do sistema seja 10 °C? Dados os calores específicos da água ($4180\,J/kg \cdot °C$) e do gelo ($2050\,J/kg \cdot °C$). O calor latente de fusão do gelo é ($333500\,J/kg$).

Faça valer a pena

1. Qualquer objeto possui uma _____ bem definida, a quantidade de calor necessária para aumentar sua temperatura em uma unidade na escala de temperatura definida. No caso de materiais puros, é interessante definir o _____, o calor necessário para aumentar a temperatura de uma unidade de massa em uma unidade de temperatura. Por fim, o _____ é uma grandeza que indica a quantidade de calor para que ocorra uma mudança de fase em uma unidade de massa de uma substância pura.
Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas no texto acima:

a) Capacidade calorífica; calor latente; calor específico.

b) Calor específico; capacidade calorífica; calor latente.

c) Calor latente; trabalho; calor específico.

d) Calor latente; calor específico; trabalho.

e) Capacidade calorífica; calor específico; calor latente.

2. No interior de um recipiente que se encontra à temperatura de 30 °C e possui capacidade calorífica de 5000J/°C, é despejada uma quantidade de 200 g de água a 80 °C. Qual é a temperatura final de equilíbrio do recipiente com a água? Considere o calor específico da água 4180 J/kg. °C:

a) 37 °C.

b) 40 °C.

c) 43 °C.

d) 46 °C.

e) 49 °C.

3. Um recipiente com capacidade térmica desprezível contém 200 g de água a uma temperatura ambiente de 30 °C. Em seu interior é arremessada uma esfera de 500 g de aço a uma temperatura de 350 °C. Considere o calor específico do aço (486 J/kg. °C) e o da água (4180 J/kg. °C):
Marque a alternativa que indica corretamente o estado final do sistema:

a) O recipiente contém toda a água inicial e a esfera de aço.

b) O recipiente contém parte da água inicial e a esfera de aço.

c) O recipiente contém somente a esfera de aço.

d) O recipiente contém parte da água inicial, a esfera de aço e um princípio de formação de gelo.

e) O recipiente contém parte da água inicial e a esfera de aço derreteu.

Seção 4.4

Fundamentos da termodinâmica

Diálogo aberto

Olá, estudante! Já estamos chegando na última seção de nosso material. Você fez uma longa jornada e adquiriu importantes conhecimentos. Você já sabe muito sobre a cinemática e a dinâmica das rotações, sobre mecânica de fluidos e sobre temperatura e calor e agora chegou o momento de compreender melhor o conceito de energia. Falaremos sobre as máquinas térmicas, os gases ideais e os ciclos termodinâmicos, maneiras engenhosas criadas pelos seres humanos para aproveitar a energia térmica para gerar trabalho útil. Com base nessa compreensão, criamos os motores de combustão, que movem a maior parte dos veículos nos dias de hoje.

Na natureza, a energia está presente em todos os lugares ao nosso redor, pronta para ser transformada de maneira útil para a humanidade. Entretanto, por mais que nos esforcemos, nunca conseguimos aproveitar 100% da energia disponível. Parte da energia aproveitada sempre se transforma de maneira diferente daquela que desejamos. As leis da Física que descrevem tais limites são as Leis da termodinâmica, em especial a segunda, da qual trataremos aqui.

Voltaremos, portanto, para a história da engenheira que recebeu a tarefa de projetar uma usina de biomassa. De fato, ela praticamente concluiu o projeto. Ela teve ótimas ideias, que permitiram que o trabalho fosse fechado a um custo bem mais baixo do que o estimado inicialmente, porém o cliente não está completamente satisfeito. Com a estimativa que realizamos na seção anterior, a conclusão foi de que a usina de biomassa poderia gerar de maneira sustentável menos energia do que o previsto. Considerando que além de suprir as necessidades da própria indústria, o cliente ainda queria vender o excedente de energia produzida, então ele solicita que você apresente uma ideia para que a produção de energia na fazenda aumente.

Como será possível fazer isso? Quais são as opções disponíveis?

Para resolver o problema, precisamos compreender melhor o conceito de energia e as suas formas de manifestação.

Não pode faltar

Em seus estudos de Física, você já foi apresentado a diversos tipos de energia: cinética de translação e de rotação, potencial gravitacional, elástica e térmica. Você sabe que essas formas de energia podem se manifestar no movimento dos sólidos e dos fluidos e na vibração das moléculas e que a energia pode se transformar. Você deve se lembrar de exercícios em que um objeto é solto de uma determinada altura acima de uma mola. A energia potencial gravitacional transforma-se em energia cinética, pois o corpo acelera com a gravidade e ele encontra com a mola, deformada e armazena essa energia na forma de energia potencial elástica. Por fim, a mola retorna a sua posição inicial e arremessa o objeto para cima.

Nessa ocasião, você estudou a conservação de energia e viu que no caso de uma mola ideal, desprezando a resistência do ar e quaisquer outros atritos, o objeto retorna à mesma altura do qual foi lançado. Entretanto, nós sabemos que na vida real as coisas não são assim. Não existem molas ideais, nem se pode desprezar atritos e resistência do ar. A energia se conserva, é claro. Ela nem sempre se transforma da maneira que nós desejamos.

O atrito, a resistência do ar e as deformações internas da mola não ideal roubam energia do objeto e a propagam na forma de vibração, som e calor, ou seja, essa energia vibra microscopicamente as moléculas do material, ou macroscopicamente o próprio material ou o ar (gerando som).

Na geração de energia elétrica, temos o mesmo processo. Em uma usina hidrelétrica, por exemplo, a energia potencial gravitacional armazenada pela água nos grandes reservatórios coloca a água em movimento (energia cinética) nas tubulações da usina. Essa energia cinética de translação da água faz com que as pás de um gerador sejam giradas, de modo que a energia cinética de translação se transforma em energia cinética de rotação. Por fim, a rotação das pás permite a geração de energia elétrica, através de processos que você estudará em outra oportunidade. Não se engane: há atritos entre os fluidos e a tubulação, no eixo do gerador, e em muitos outros lugares. Nem toda a energia potencial gravitacional do início se transformou em energia elétrica.

Em nosso planeta, praticamente toda a energia disponível vem do Sol. A luz do Sol alimenta as plantas, que alimentam os animais e os seres humanos, carregando-os de energia para viver. O sol aquece as águas gerando evaporação, que dá origem às nuvens e às chuvas. Ele também aquece o ar originando os ventos. Portanto, é o Sol que indiretamente move nossas usinas hidroelétricas e eólicas. O próprio petróleo, que dá origem à gasolina e ao querosene que utilizamos nos veículos, é um composto orgânico que teve sua origem nos restos de seres vivos que morreram há muitos milhões de anos, mas que também foram alimentados pelo Sol. Por isso, perceba a importância de investir na energia solar. Trata-se de uma fonte praticamente inesgotável e precisamos avançar cada vez mais na tecnologia para sua coleta eficiente.

Reflita

Das formas de energia citadas acima, quais podem ser consideradas limpas? Qual é a razão?

O trabalho de um engenheiro é criar sempre as máquinas mais eficientes. Entretanto, existe um limite teórico, que vem das próprias leis da natureza. Essa lei que nos dá o limite preciso é a segunda lei da termodinâmica e possui diversos enunciados, mas iniciaremos com o que afirma que é impossível criar uma máquina térmica cujo único resultado seja extrair calor de uma fonte quente e transformá-lo inteiramente em trabalho.

Nós já falamos sobre a conservação de energia e afirmamos que a variação da energia interna de um sistema deve ser resultado da troca de calor com o meio ou da realização de trabalho. Entretanto, precisamos de um exemplo concreto, para compreender melhor. Então, trataremos do exemplo mais simples, estudando um gás ideal.

O que é um gás ideal? Você provavelmente está desconfiado desse nome, dada nossa discussão anterior, quando falamos que na natureza não existe nada ideal. De fato, é importante conhecer esses gases, pois eles descrevem muito bem gases rarefeitos, em condições de baixa pressão, comuns em aplicações tecnológicas.

Talvez você tenha ficado intrigado quando explicamos que a temperatura, assim como a pressão tem sua origem no estado de movimento e de vibração das moléculas que compõem um material. E nós já afirmamos quando descrevemos o funcionamento de um termômetro que um medidor de pressão pode ser calibrado e utilizado para medir temperaturas.

De fato, agora entenderemos a relação estreita que essas duas grandezas possuem. Abordaremos a lei dos gases ideais, que afirma que o volume e a pressão de um gás ideal têm uma relação de proporcionalidade inversa. Isso significa que se as partículas do gás têm um volume maior para se movimentar, elas estarão mais distribuídas e consequentemente existirão menos colisões com as paredes do recipiente. Assim, teremos uma pressão mais baixa. E vice-versa. Isso pode ser descrito através da relação matemática $P \cdot V = cte$.

A constante indicada nessa relação depende justamente da temperatura. Quanto maior a temperatura, mais rápido cresce a pressão com uma mesma redução do volume.

$$PV = NkT.$$

Em que N é o número de moléculas do gás e k é a constante de Boltzmann

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K}.$$

Atenção: somente utilize a equação acima com a temperatura na escala Kelvin. Você obterá resultados incorretos para temperaturas positivas e resultados absurdos para valores negativos na escala Celsius.

Assimile

Você também pode utilizar a lei dos gases ideais em termos de mols de partículas, de modo que os valores das constantes ficam mais fáceis de trabalhar ($1\text{mol} = 6 \cdot 10^{23}$ **partículas**). Assim, temos:

$$PV = nRT$$

Em que $R = 8{,}3\,\text{J/mol}\cdot\text{K}$.

Exemplificando

Encontre a pressão de 1 mol de um gás ideal, a uma temperatura constante de 27°C, aprisionado em um recipiente de $0{,}1\text{m}^3$.

Resolução:

Pela lei dos gases ideais, temos que:

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{1\cdot 8{,}3\cdot 300}{0{,}1} = 24900Pa.$$

Em que utilizamos a temperatura em Kelvin.

Agora que temos um exemplo prático para analisar, fica muito mais fácil entender o que é uma máquina térmica. O objetivo de uma máquina térmica é transformar calor em trabalho. Um exemplo extremamente simples é o de um gás ideal contido em um recipiente com um pistão. Vamos supor que esse pistão está em contato com a atmosfera e, portanto, submetido a uma pressão constante igual a 1 atm. Nesse caso, a lei dos gases ideais pode ser escrita da seguinte forma:

$$PV = nRT$$

$$V = \left(\frac{nR}{P}\right)\cdot T.$$

Note que o volume dependerá diretamente da temperatura, uma vez que na situação descrita todos os outros termos são constantes. Para mover o pistão, realizando trabalho sobre ele, basta aquecer o recipiente. Transferindo calor para o recipiente, aumentamos a temperatura do gás, que, por sua vez, move o pistão.

Para uma máquina térmica, precisamos de um mecanismo para a realização de trabalho, mas não só isso. É necessário também um mecanismo que traga novamente a máquina para seu estado inicial, de modo que ela possa iniciar um novo ciclo. No nosso exemplo, poderíamos submeter o gás a uma fonte de calor, para que ele se expanda e posteriormente resfrie, a fim de que se retraia, retornando à posição inicial. Assim, podemos reiniciar o ciclo.

Descrever o trabalho nessa situação é muito conveniente, uma vez que:

$$W = F \cdot d = P \cdot A \cdot d$$

$$W = P \cdot \Delta V \, .$$

Exemplificando

Um gás é aquecido de modo que sua pressão se torna 2 atm. Nesse período, um pistão de raio 0,1 m move-se 0,2 m ao longo do cilindro que contém o gás. Calcule o trabalho realizado pelo gás:

Resolução:

Sabemos que $W = P \cdot \Delta V$.

A variação de volume ocupado pelo gás depende da área do pistão e do seu avanço ao longo do cilindro da seguinte forma:

$$\Delta V = A \cdot \Delta x = \pi \cdot R^2 \cdot d$$

$$\Delta V = 3{,}14 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}2 = 6{,}28 \cdot 10^{-3} \, m^3 \, .$$

Precisaremos também da pressão na unidade Pascal:

$$P = 2atm = 2 \cdot 10^5 \, Pa \, .$$

Por fim:

$$W = P \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^5 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-3} = 1256J \, .$$

Note que se descrevemos as alterações no estado de um sistema por meio de um gráfico $P \times V$, a área sob a curva indicará justamente o trabalho realizado pelo gás.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos! Saiba mais sobre os diagramas $P \times V$ e sobre o cálculo do trabalho em um ciclo termodinâmico. Leia as páginas 609 a 611 capítulo 18 da referência: TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009. v. 1.

Podemos descrever uma máquina térmica da seguinte maneira: o sistema recebe um calor Q_q de um reservatório térmico quente (calor resultante da queima de combustíveis, por exemplo) e, posteriormente, devolve um calor Q_f para um reservatório térmico frio (como o ambiente ao redor da máquina). A máquina realiza um trabalho útil ao longo do ciclo e por conservação de energia, sabemos que $W = Q_q - Q_f$.

Assim, a máquina térmica mais eficiente é aquela que a partir de um calor Q_q entrega um trabalho W maior desperdiçando um mínimo de Q_f. Uma maneira interessante de calcular a eficiência ε da máquina é:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_q} = \frac{Q_q - Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q}.$$

Exemplificando

Uma máquina térmica recebe 20000 J de um reservatório térmico onde se realiza a queima gás natural e devolve 12000 J ao meio ambiente na forma de calor. Encontre o trabalho realizado pela máquina térmica e calcule sua eficiência.

Resolução:

Devido à primeira lei da termodinâmica, sabemos que a energia do sistema é conservada, de modo que

$$W = Q_q - Q_f = 20000 - 12000 = 8000J$$

A eficiência dessa máquina térmica será:

$$\varepsilon = 1 - \frac{12000}{20000} = 1 - 0,6$$

$$\varepsilon = 0,4 .$$

Temos uma eficiência de 0,4 ou 40%.

Com base nessas informações, podemos pensar em uma nova maneira de enunciar a segunda lei da termodinâmica:

- É impossível criar uma máquina térmica que transforme todo o calor recebido do reservatório quente em trabalho útil.

Essa informação é muito importante e um engenheiro não deve nunca perder de vista a segunda lei da termodinâmica: ela sempre cobra seu preço. As máquinas térmicas que usamos nos dias de hoje, mesmo as que são desenvolvidas tecnologicamente e melhoradas há mais de um século, como as movidas a vapor ou os motores de combustão, têm eficiências muito baixas.

A máxima eficiência que pode ser obtida é a da conhecida máquina de Carnot. Trata-se de um ciclo completamente reversível, em que o gás absorve calor da fonte quente e se expande lentamente a uma temperatura alta T_q constante (isotermicamente), depois continua se expandindo sem trocar calor com o meio (adiabaticamente). Por fim, o gás devolve calor para a fonte fria e se retrai lentamente a uma temperatura constante T_f e continua se retraindo sem trocar calor com o meio (adiabaticamente), até retornar à posição inicial, pronto para reiniciar o ciclo. A eficiência da máquina de Carnot é dada pela expressão:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_f}{T_q} .$$

Essa é a conhecida eficiência de Carnot, a máxima possível para uma máquina térmica.

Vamos aproveitar a oportunidade para discutir ainda uma aplicação interessante: o refrigerador. Você já deve ter se perguntado como funciona a geladeira da sua casa. Você possivelmente terá a oportunidade de realizar um curso específico de termodinâmica, para conhecer os detalhes. Por agora, basta saber que um refrigerador trabalha no sentido oposto de uma máquina térmica. O refrigerador utiliza o trabalho fornecido por outra máquina para retirar calor de uma fonte fria e levar para uma fonte quente.

Assim, você liga sua geladeira na tomada e o motor realiza um trabalho útil movido pela energia elétrica. Assim, uma quantidade de calor é retirada do reservatório frio (interior da geladeira) e uma quantidade de calor maior é despejada no reservatório quente (ambiente). Agora, você já sabe o motivo de o motor da geladeira aquecer tanto, não é mesmo?

Para um refrigerador, a conservação de energia fica da seguinte forma:

$$Q_q = Q_f + W \quad \text{(refrigerador).}$$

Vale comentar que a análise de um refrigerador é realizada através do seu coeficiente de desempenho, uma medida análoga à eficiência de uma máquina térmica e pode ser definido como a razão entre o calor retirado do interior do refrigerador e o trabalho realizado pelo motor sobre o sistema.

Segunda lei da termodinâmica (enunciada para refrigeradores):

- É impossível criar um refrigerador que transporte calor do reservatório frio para o reservatório quente sem a necessidade da realização de trabalho externo.

Sem medo de errar

Como vimos, a engenheira de nossa história recebeu uma solicitação do cliente, perguntando sobre maneiras de aumentar a produção de energia da planta de biomassa, para que além de suprir as necessidades da fazenda, o proprietário possa vender a energia remanescente para a companhia de distribuição.

Como ela dimensionou a planta de biomassa para utilizar toda a produção de resíduos da fazenda, sem que seja necessário comprar matéria-prima de terceiros, ela ficou em uma situação difícil. Ela conseguiu reduzir muito o custo do projeto pelo dimensionamento correto da planta, então existe dinheiro disponível para realizar ajustes.

Com a segunda lei da termodinâmica, não existe acordo possível. A eficiência da máquina térmica que move a usina de biomassa não pode ser aumentada de maneira relevante, mesmo com a aquisição de equipamentos mais caros.

Então, a engenheira tem uma ideia brilhante. O cliente pode investir o capital remanescente e também usar linhas de crédito existentes para o estímulo da produção de energia limpa e criar uma segunda usina, de energia solar, utilizando todos os telhados da planta para a instalação de placas solares. Com um ajuste mínimo do projeto, construindo o galpão da usina de maneira a estar alinhada com as trajetórias do Sol ao longo do ano, a produção de energia pode ser aumentada de maneira relevante.

O cliente ficou muito satisfeito, pois o aumento de produção de energia irá gerar um grande lucro para a companhia, que ainda se beneficiará da fama de empresa sustentável e ecológica para conquistar muitos clientes.

Avançando na prática

Estudo de uma máquina térmica

Descrição da situação-problema

Você é um engenheiro contratado para dar consultoria a uma indústria que trabalha com máquinas térmicas. Para poder propor soluções ao cliente, você precisa estudar as máquinas da planta. Uma delas contém 10 mols de um gás que pode ser aproximado por ideal. Em uma determinada fase do ciclo, o gás se expande lentamente a uma temperatura constante de 27 °C e a pressão se reduz de 20000 Pa até 19000 Pa. Como você fará para determinar o quanto o gás foi expandido?

Lembre-se

A lei dos gases ideais indica que $PV = nRT$; onde $R = 8,3\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$.

Resolução da situação-problema

Podemos utilizar a equação de estado do gás ideal para encontrar os volumes:

$$PV = nRT \quad \rightarrow \quad V = \frac{nRT}{P}$$

$$V_i = \frac{nRT}{P_i} = \frac{10 \cdot 8,3 \cdot 300}{20000} = 1,245 m^3$$

$$V_f = \frac{nRT}{P_f} = \frac{10 \cdot 8,3 \cdot 300}{19000} = 1,311 m^3 .$$

Assim, $\Delta V = 1,311 - 1,245 = 0,066 m^3$.

O gás expandiu 0,066 m^3. Lembrando que ΔV positivo significa que houve uma expansão e ΔV negativo representa uma contração.

Faça você mesmo

Um recipiente de volume fixo de 0,1 m^3 contém 0,2 mols de um gás que pode ser aproximado por ideal. Inicialmente, o recipiente e o gás estão à temperatura 20 °C, entretanto, eles são expostos a uma fonte de calor que gera um aumento de temperatura de 150 °C. Calcule a variação de pressão do gás.

Faça valer a pena

1. Uma máquina térmica é descrita como um sistema que recebe calor da fonte _____ e descarta calor na fonte _____ para gerar um trabalho útil. A _____ lei da termodinâmica explica que não é possível gerar uma máquina térmica que transforme integralmente o calor da fonte_____ em trabalho. A máquina térmica mais eficiente que pode ser criada é a máquina de _____.
Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas no texto acima:

a) Fria; quente; segunda; fria; Carnot.

b) Quente; fria; primeira; quente; Carnot.

c) Quente; fria; segunda; quente; Carnot.

d) Fria; quente; primeira; fria; Otto.

e) Quente; fria; segunda; fria; Otto.

2. Um recipiente conectado a um pistão contém 0,1 mol de gás à pressão constante de 1 atm. Inicialmente, o recipiente e o gás estão à temperatura -20 °C, entretanto, eles são expostos a uma fonte de calor que gera um aumento de temperatura de 110 °C.
Marque a alternativa que contém o volume inicial e final do gás, respectivamente:

a) 0,0032m^3; 0,0021m^3.

b) 0,0021m^3; 0,0032m^3.

c) 0,0021m^3; 0,0045m^3.

d) 0,0045m^3; 0,0032m^3.

e) 0,0045m^3; 0,0037m^3.

3. Uma máquina térmica possui eficiência igual a 0,37 e recebe do reservatório quente um calor igual a 60000 J para funcionar.
Marque a alternativa que contém o trabalho realizado pela máquina térmica e o calor abandonado no reservatório frio, respectivamente:

a) 22200 J; 55000 J.

b) 22200 J; 37800 J.

c) 5000 J; 55000 J.

d) 5000 J; 37800 J,

e) 37800 J; 22200 J.

Referências

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física**: gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 2.

SERWAY, R.; JEWETT, J. **Princípios de física**: 5. ed. São Paulo: Cengage, 2014. v. 2.

THE EDUCATION GROUP. Videocoleção mídia física. Disponível em: <http://sas-origin.onstreammedia.com/origin/theeducationgroup/video/pt/d0901_pt_s.webm>. Acesso em 3 jun. 2016>. Acesso em: 11 maio 2016.

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009. v. 1.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp:** física geral I. Disponível em: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL7581C21F8ADD6C8E>. Acesso em: 11 maio 2016.

YOUNG, H.; FREEDMAN, R. **Física**. 14. ed. São Paulo: Pearson, 2008. v. 2.

ISBN 978-85-8482-587-5