



KLS

Estruturas de Concreto Armado II

Estruturas de Concreto Armado II

Priscila Flavia Souza da Silva

© 2019 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Presidente

Rodrigo Galindo

Vice-Presidente Acadêmico de Graduação e de Educação Básica

Mário Ghio Júnior

Conselho Acadêmico

Ana Lucia Jankovic Barduchi

Danielly Nunes Andrade Noé

Grasiele Aparecida Lourenço

Isabel Cristina Chagas Barbin

Thatiane Cristina dos Santos de Carvalho Ribeiro

Revisão Técnica

André Baltazar Nogueira

Maria Fernanda de Oliveira Braga

Editorial

Elmir Carvalho da Silva (Coordenador)

Renata Jéssica Galdino (Coordenadora)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Silva, Priscila Flavia Souza da
S586e Estruturas de concreto armado II / Priscila Flavia Souza da
Silva. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A.,
2019.
216 p.

ISBN 978-85-522-1387-1

1. Armadura de cisalhamento. 2. Pilares em concreto
armado. 3. Sistemas estruturais em concreto. I. Silva,
Priscila Flavia Souza da. II. Título.

CDD 620

Thamiris Mantovani CRB-8/9491

2019

Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza

CEP: 86041-100 — Londrina — PR

e-mail: editora.educacional@kroton.com.br

Homepage: <http://www.kroton.com.br/>

Sumário

Unidade 1	
Força cortante em vigas de concreto armado	7
Seção 1.1	
Ação da força cortante em vigas de concreto armado	9
Seção 1.2	
Dimensionamento da armadura transversal no modelo I	23
Seção 1.3	
Detalhamento da armadura transversal em vigas	37
Unidade 2	
Ancoragem das armaduras	55
Seção 2.1	
Ancoragem e aderência das armaduras	57
Seção 2.2	
Disposições construtivas para ancoragem de armaduras	70
Seção 2.3	
Decalagem do diagrama de momento fletor	87
Unidade 3	
Estudo dos pilares em uma edificação	105
Seção 3.1	
Conceitos fundamentais sobre pilares	107
Seção 3.2	
Pilar de extremidade, intermediário e de canto	123
Seção 3.3	
Dimensionamento de pilares de concreto armado	142
Unidade 4	
Sistemas estruturais	161
Seção 4.1	
Dimensionamento de blocos de fundação em concreto armado	163
Seção 4.2	
Dimensionamento de estruturas de sapatas de fundação em concreto armado	178
Seção 4.3	
Dimensionamento de estruturas de concreto armado para escadas e reservatórios	193

Palavras do autor

Olá, futuro engenheiro civil. Bem-vindo ao curso de Estruturas de Concreto Armado II.

É com muito prazer que, por meio deste livro, damos continuidade aos estudos das estruturas de concreto armado, assunto tão importante na formação do engenheiro civil. Já sabemos que o concreto é o material mais utilizado na construção civil, tanto no Brasil quanto em todo o mundo. Sua composição é fundamentalmente feita de cimento, água e agregados. Já o concreto armado combina a excelente resistência à compressão do concreto com a resistência à tração do aço, podendo, assim, ser empregado nas mais diversas áreas da construção civil.

Na Unidade 1 deste livro, vamos aplicar os conhecimentos aprendidos anteriormente sobre resistência dos materiais para efetuar o dimensionamento das armaduras transversais de vigas submetidas à força cortante em situações reais de carregamento.

Já na Unidade 2, vamos finalizar a aprendizagem do dimensionamento e detalhamento das armaduras longitudinais de vigas de concreto armado, aprendendo a sintetizar os conhecimentos de ancoragem. Vamos comparar os diagramas de momento fletor de uma viga com os comprimentos de ancoragem necessários estabelecidos pela norma.

Na Unidade 3, vamos aprender e aplicar as normas de concreto armado no pré-dimensionamento, no dimensionamento e no detalhamento final de pilares de edificações.

Para finalizar, na Unidade 4, vamos trabalhar com o detalhamento e o dimensionamento de fundações em concreto armado muito utilizadas, como blocos e sapatas. Também vamos aprender a dimensionar alguns sistemas estruturais complementares de uma edificação como reservatórios de água e escadas.

Vale lembrar que, no Brasil, a norma de projeto de estruturas de concreto armado é a NBR 6118 (ABNT, 2014) e é ela que vamos utilizar no decorrer deste livro.

No final da disciplina, você estará apto a dimensionar e detalhar vigas e pilares de concreto armado, além de conhecer o detalhamento de algumas fundações de estruturas de concreto armado e de outras completares, como reservatório e escadas em concreto.

O conhecimento de estruturas de concreto armado é fundamental para o engenheiro civil, independente da área em que ele vai atuar, sendo em obra ou em projeto. É muito importante que você pratique os exercícios.

Vamos começar?

Unidade 1

Força cortante em vigas de concreto armado

Convite ao estudo

Olá!

Depois de ter estudado algumas disciplinas sobre estruturas, você deve lembrar que as vigas estruturais usualmente sofrem a ação de cargas verticais. Para combatê-las, utilizamos armações chamadas estribos, que são responsáveis por absorver os esforços cisalhantes a que as vigas de concreto armado estão sujeitas, além de ligar as barras longitudinais e fornecer maior rigidez ao elemento estrutural.

Para você entender melhor a necessidade dos estribos, vamos imaginar duas ripas de madeira apoiadas uma sobre a outra. Quando solicitadas por um carregamento, essas ripas de madeira deslizarão umas sobre as outras, correto?

Vamos estudar, nesta unidade, a forma como os estribos atuam nas vigas de concreto, agindo como pregos em ripas de madeiras, unindo as duas peças.

Você vai aprender, também, a aplicar os conhecimentos adquiridos anteriormente ao dimensionamento das armaduras transversais de vigas de concreto em situações de carregamento de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

Além disso, você vai sintetizar os conhecimentos de ancoragem das armaduras longitudinais em situações reais, comparando o diagrama de momento fletor de uma viga com os comprimentos de ancoragem necessários, de acordo com a norma brasileira de concreto armado, NBR 6118 (ABNT, 2014).

Imagine a seguinte situação: você foi contratado como trainee em um escritório de cálculo estrutural. O engenheiro para o qual você está trabalhando está desenvolvendo o projeto de um edifício residencial em concreto armado com lajes maciças, quatro pavimentos e com localização em uma cidade não litorânea como Belo Horizonte.

Assim, você irá trabalhar juntamente com o engenheiro responsável que desenvolverá o projeto fazendo o cálculo de algumas estruturas. Neste livro, vamos desenvolver juntos o detalhamento e dimensionamento das armaduras de algumas estruturas sujeitas a diversos casos de carregamento.

Durante esta unidade, vamos utilizar essa associação para desenvolver o cálculo de várias vigas de concreto armado desse edifício residencial sujeito a cargas de cisalhamento. Nesta seção, em particular, vamos tratar do desenvolvimento do cálculo do dimensionamento das armaduras transversais das vigas de concreto.

Ação da força cortante em vigas de concreto armado

Diálogo aberto

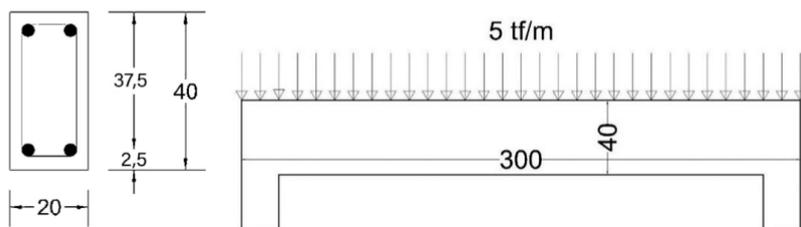
Prezado aluno, nesta disciplina, você vai dimensionar e detalhar vários elementos estruturais de um prédio residencial em concreto armado. Nosso primeiro item neste estudo será a armadura transversal ou os estribos, fundamentais para estabilidade da viga, os quais precisam estar corretamente dimensionados para dar estabilidade à viga e permitir o correto preenchimento do concreto na forma desta.

Para isso você deve se imaginar na seguinte situação:

Você foi contratado como engenheiro trainee de uma empresa de projeto especializada no cálculo de estruturas de concreto armado e está na equipe responsável pelo projeto de um prédio residencial de quatro pavimentos feito em concreto armado e situado em Belo Horizonte/MG. O engenheiro estrutural responsável desenvolveu um pré-dimensionamento das vigas do prédio que você deve dimensionar e detalhar. A partir das cargas que atuam na estrutura, ele fez o lançamento das vigas e lajes de acordo com o projeto arquitetônico designado à sua equipe.

A partir desse pré-dimensionamento, ele te encarregou do cálculo das armaduras transversais mínimas de algumas vigas. Dentre elas, a viga representada abaixo.

Figura 1.1 | Viga de concreto armado



Fonte: elaborada pela autora.

Para esse projeto, você deve considerar que o concreto utilizado é o C25 e o aço que será utilizado é o CA50.

Lembre-se de que o coeficiente de segurança para o aço é 1,15 e para o concreto 1,40. Considere, também, que o edifício deverá ser construído

em Belo Horizonte e você deverá utilizar o cobrimento adequado para essa classe de agressividade.

Para esse desafio, você deve saber os conceitos básicos de determinação de área de armadura mínima e espaçamento máximo dos estribos. Vamos aos trabalhos?

Não pode faltar

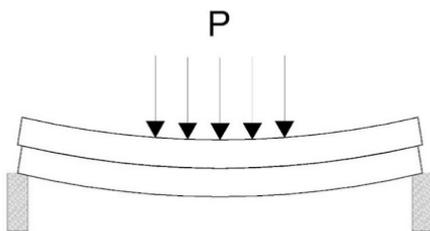
Nas disciplinas aprendidas anteriormente no seu curso, você já deve ter visto que as vigas estruturais usualmente sofrem a ação de cargas verticais. Para combater essas cargas, utilizamos armações chamadas estribos. Nesta seção, vamos estudar a NBR 6118 (ABNT, 2014), que especifica como devemos dimensionar essas armações. Também aprenderemos qual armação de combate ao cisalhamento mínima devemos utilizar em todas as estruturas lineares, como as vigas.

Como vimos na introdução, com as ripas de madeira, essas cargas causam o cisalhamento nos elementos de concreto fazendo com que suas lamelas escorreguem umas sobre as outras, conforme apresentado na Figura 1.2.

Podemos, então, imaginar a existência de um elemento estrutural que será responsável por interligar essas lamelas e absorver esses carregamentos, agindo como pregos em ripas de madeiras, como apresentado na Figura 1.3.

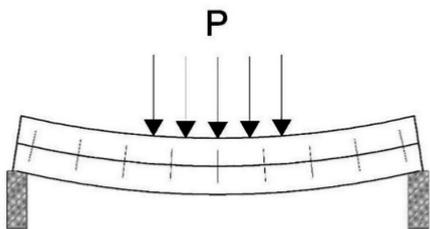
Esses elementos são as armaduras transversais, também conhecidas como estribos. Os estribos mais usuais são os de dois ramos, como apresentado na Figura 1.1. Ou seja, a área de aço que resiste aos esforços de cisalhamento é multiplicada por 2. Porém, podem existir os estribos de três e quatro ramos, que são mais raros e aplicados em caso de grandes reforços estruturais (reforços pontuais).

Figura 1.2 | Ripas de madeira sob carregamento apoiadas uma sobre a outra



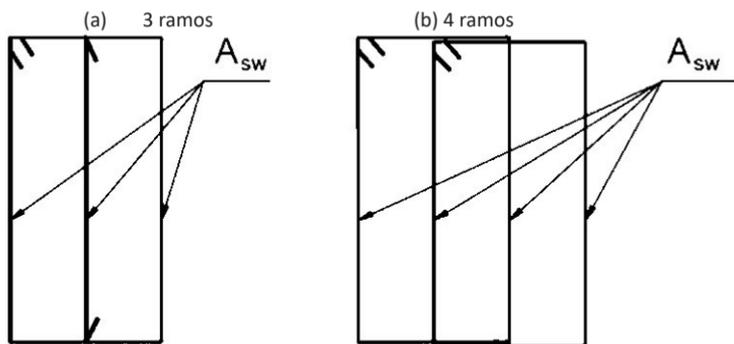
Fonte: elaborada pela autora.

Figura 1.3 | Ripas de madeira sob carregamento apoiadas uma sobre a outra ligadas através de pregos



Fonte: elaborada pela autora.

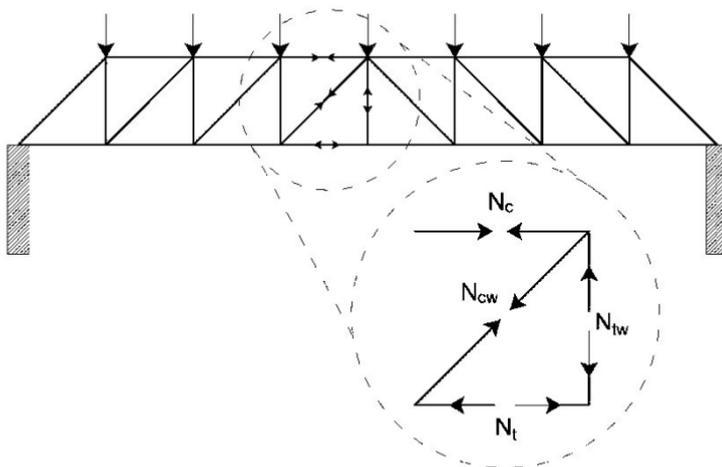
Figura 1.4 | Estribos com 3 e 4 ramos



Fonte: Bastos (2017).

Para entendermos como os estribos trabalham, muitas vezes associamos esse trabalho ao funcionamento de uma treliça, conforme apresentado na Figura 1.5.

Figura 1.5 | Treliça clássica associada ao cálculo de estribos



Fonte: elaborada pela autora.

No detalhe, as forças que atuam nas barras seriam as seguintes:

N_c = força de compressão no banzo superior.

N_t = força de tração no banzo inferior.

N_{cw} = força de compressão no banzo inclinado.

N_{tw} = força de tração no banzo vertical.

Não é difícil perceber que, ao associarmos o cálculo dessa treliça ao cálculo de uma viga, as forças encontradas na treliça seriam as combatidas pelas seguintes componentes na viga de concreto armado:

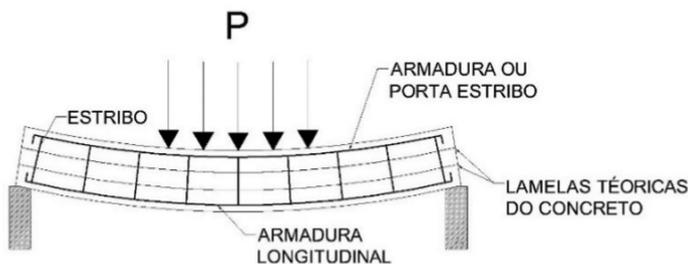
- N_c é a força de compressão atuante na face superior da viga concreto, sendo, portanto, combatida pelo próprio concreto. Aqui temos o banzo comprimido.
- Já a força de tração N_t , que atua na parte inferior da viga, é combatida pelo aço da armação longitudinal da viga. Chamamos essa força que atua combatendo essa tração de banzo tracionado.
- A força N_{cw} também será resistida pelo próprio concreto. Aqui temos a biela comprimida.
- Por fim, a N_{tw} , por ser uma força de tração, será combatida pelos estribos. Aqui chamamos de tirante tracionado.



Assimile

Para que possamos entender melhor como são posicionados os estribos em uma viga de concreto armado, vamos visualizar o esquema de montagem da armação da viga na Figura 1.6.

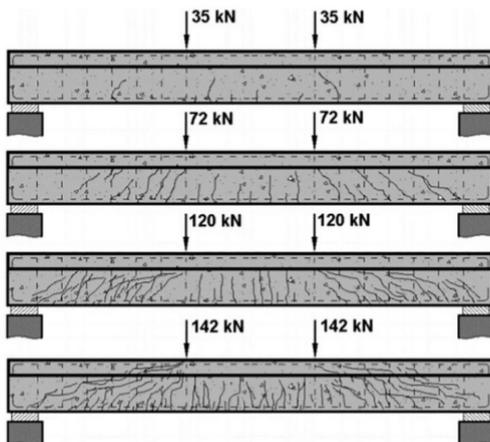
Figura 1.6 | Esquema de montagem das armações de uma viga de concreto armado



Fonte: elaborada pela autora.

Para compreendermos melhor como funciona o cisalhamento em vigas de concreto armado, vamos observar a evolução da fissuração em uma viga de concreto armado sujeita a diversos carregamentos, conforme apresentado na Figura 1.7. Note que as fissuras inclinadas, devido à força cortante, surgem próximas aos apoios (local da cortante máxima). Já as fissuras verticais se mantêm no centro, entre os dois pontos de carregamento da viga, visto que é uma região de flexão pura, onde só ocorrem momentos fletores.

Figura 1.7 | Evolução das fissuras em uma viga sujeita ao cisalhamento



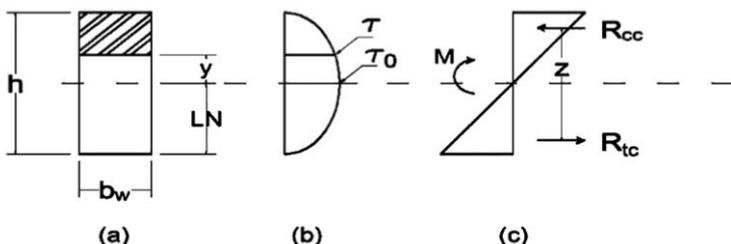
Fonte: Pinheiro, Muzardo e Santos (2010).

De modo mais acadêmico, podemos explicar esse comportamento dos elementos de concreto armado da seguinte maneira para cada estágio de cálculo do concreto armado:

• Estádio I

Para um melhor entendimento, considere uma seção retangular de concreto, conforme Figura 1.8, sem qualquer fissuração, submetida à flexão simples. Por estar sem nenhuma fissura, essa seção encontra-se no estágio I. Conforme aprendemos anteriormente na disciplina de resistência dos materiais, apresentamos os diagramas de tensões de cisalhamento e o diagrama de tensões normais, conforme indicado nas Figuras 1.8 (b) e 1.8 (c), respectivamente. Na Figura 1.8 (b), o cisalhamento (τ) está representado como a tensão de cisalhamento para pontos com a distância (y) da linha neutra LN.

Figura 1.8 | Viga de seção retangular submetida à flexão simples



Legenda: (a) seção transversal (b) diagrama de cisalhamento (τ) (c) diagrama de tensões normais (σ)
 Fonte: elaborada pela autora.

Em resistência dos materiais, você também aprendeu a calcular a tensão de cisalhamento através da seguinte equação:

$$\tau = \frac{V \times Q}{b_w \times I} \quad (1.1)$$

Onde V é a força cortante atuante na seção transversal, Q é o momento estático da área acima de y e I é o momento de inércia da seção em relação à linha neutra LN.

Sabemos, também, que o valor da tensão de cisalhamento atingirá o seu valor de máximo (τ_0) na linha neutra, ou seja, quando y for igual a 0.

Nesse caso, para um diagrama linear de tensões entre as resultantes de tração (R_{tc}) e as resultantes de compressão (R_{cc}), a relação I/Q_0 deverá representar o braço de alavanca (z). Assim, podemos reescrever a equação (1.1) como:

$$\tau_0 = \frac{V \times Q_0}{b_w \times I} = \frac{V}{b_w (I/Q_0)} = \frac{V}{b_w \times z} \quad (1.2)$$

Nas Equações 1.1 e 1.2, consideramos que o material é homogêneo. Assim, consideramos, hipoteticamente, que o concreto não estará fissurado. Portanto, essas equações serão aplicáveis somente para vigas trabalhando no estágio I, apesar dessa situação ocorrer muito pouco nas nossas edificações de concreto armado.

• Estádio II

Já no estágio II, vamos considerar que o concreto esteja fissurado. Portanto, as Equações 1.1 e 1.2 somente serão válidas se desprezarmos a resistência do concreto abaixo da LN, ou seja, o concreto que está tracionado. Nesse caso, ocorrerá uma distribuição linear de tensões na região comprimida da seção de concreto armado. Além disso, a armadura de tração (A_s) deverá ser homogeneizada para uma nova área que será equivalente em área com a do concreto, sendo igual a $\alpha_e \times A_s$, onde α_e é a relação entre os módulos de elasticidade do concreto e do aço.

Nesse caso, conforme aprendemos em resistência dos materiais para materiais compostos, a linha neutra será obtida através da igualdade entre os momentos estáticos da área comporta e da área tracionada considerando-se a posição do LN.

• Estádio III:

No estágio III, o dimensionamento no estado limite para a flexão simples considera um diagrama de compressão parabólico na seção de concreto (para melhor entendimento, vamos simplificá-lo para uma seção retangular). Esse diagrama é obtido através do momento fletor de cálculo (M_d) no estágio

III, não podemos utilizar as Equações 1.1 e 1.2 para a obtenção do braço de alavanca (z) como uma relação entre I e Q_e . Entretanto, a Equação 1.2 ainda poderá ser utilizada se adotarmos um valor para z , que já foi obtido no dimensionamento à flexão no estado limite último. Assim teremos:

$$z = d - 0,4x = K_z \times d \quad (1.3)$$

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), o valor médio para K_z pode ser igual a 0,9. Assim, a tensão máxima de cisalhamento no estado limite último (τ_{od}) será:

$$\tau_{od} = \frac{V_d}{b_w \times 0,9 \times d} = 1,10 \times \frac{V_d}{b_w \times d} \quad (1.4)$$

Sendo que V_d é a força cortante de cálculo.

Com o uso da equação (1.4), a tensão de cisalhamento de cálculo será:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \times d} \quad (1.5)$$

Essa equação servirá de referência para verificações da resistência do concreto ao cisalhamento, apesar de não possuir um significado físico.

Já a tensão dada pela equação (1.4), tem significado físico e representa a máxima tensão de cisalhamento na seção transversal, podendo ser reescrita de forma simplificada como:

$$\tau_{od} = 1,10 \times \tau_{wd} \quad (1.6)$$



Dica

Aproveite para se aprofundar no assunto e olhar as páginas de 2 a 4 e também as páginas 10 e 11 da apostila do professor Paulo Bastos, em Bastos (2017). Você vai encontrar figuras e conceitos importantes sobre o mecanismo de fissuração, mostrando que as fissuras por cisalhamento se iniciam normalmente inclinadas nos apoios.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante**. Apostila da disciplina Estruturas de Concreto II da Faculdade de Engenharia da Unesp, 2017.

Armadura transversal mínima

A NBR 6118, item 17.4.1.1.2 (ABNT, 2014), determina que todos os elementos lineares, como vigas, estão submetidos à força cortante, devendo conter armadura transversal mínima $A_{sw,min}$. A armação mínima é necessária para o caso de alterações no carregamento da estrutura, prevenindo

fissurações nesses elementos e até mesmo a ruptura. A taxa geométrica dos estribos será dada pela seguinte equação:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw,min}}{b_w \times s} \geq 0,2 \frac{f_{ctw}}{f_{yd}} \quad (1.7)$$

Onde A_{sw} é a área da seção transversal dos estribos; b_w é a largura da alma, s é o espaçamento longitudinal dos estribos. Conforme já visto em Concreto I, o f_{ctw} é a resistência média à tração do concreto e f_{yd} é resistência ao escoamento do aço da armadura transversal.

A partir da equação (1.7), com f_{ck} pode-se tabelar o valor de $\rho_{sw,min}$:

Tabela 1.1 | Tabela auxiliar para o cálculo das armações transversais mínimas

f_{ck} (MPa)	$\rho_{sw,min}$
20	0,09
25	0,10
30	0,12

$$A_{sw,min} = \rho_{sw,min} \times b_w$$

Fonte: elaborada pela autora.

Espaçamento máximo entre estribos

A NBR 6118 (ABNT, 2014) faz algumas exigências quanto aos estribos (item 18.3.3.2):

- Os estribos deverão ser fechados através de um ramo horizontal, envolvendo as barras da armadura longitudinal de tração e ancorados na face oposta.
- Quando essa face também puder estar tracionada, o estribo deve ter o ramo horizontal nessa região ou complementado por meio de barra adicional.
- O diâmetro da barra que constitui o estribo deve ser maior ou igual a 5 mm, sem exceder 1/10 da largura da alma da viga.
- Quando a barra for lisa, seu diâmetro não pode ser superior a 12 mm.
- No caso de estribos formados por telas soldadas, o diâmetro mínimo pode ser reduzido para 4,2 mm, desde que sejam tomadas precauções contra a corrosão dessa armadura.
- O espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa.

- O espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

$$7\text{cm} \leq s \leq \begin{cases} \text{Se } V_d \leq 0,67 \times V_{Rd2} \{ S_{m\acute{a}x} = 0,6 \times d \leq 30\text{cm} \\ \text{Se } V_d > 0,67 \times V_{Rd2} \{ S_{m\acute{a}x} = 0,3 \times d \leq 20\text{cm} \end{cases} \quad (1.8)$$

Sendo V_{Rd2} a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, é determinado da seguinte forma:

$$V_{Rd2} = 0,27 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \times b_w \times d \quad (1.9)$$

Onde $\alpha = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$ e f_{ck} é expresso em MPa.



Exemplificando

Uma viga de concreto armado feita com concreto C20 está sujeita a um carregamento de $V_d = 150$ kN. Essa viga possui seção igual a 20×60 cm e a altura útil é 57cm. Qual o espaçamento máximo que podemos utilizar ao dimensionar a armação transversal dessa viga?

Resposta:

$$\alpha = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = \left(1 - \frac{20}{250}\right) = 0,92$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \times b_w \times d$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \times 0,92 \times (2,0/1,4) \times 20 \times 57 = 404,57\text{kN}$$

$$s \leq \begin{cases} 150 \leq 0,67 \times 404,4 \\ 0,6 \times d = 34,2 \end{cases}$$

Portanto: $7\text{cm} \leq s \leq 30\text{cm}$

Sendo V_d a força cortante de cálculo, V_{Rd2} a força cortante resistente de cálculo, s o espaçamento entre as barras da armadura, d a altura útil.

- O espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos não pode exceder os seguintes valores:

$$\begin{cases} \text{Se } V_d \leq 0,2V_{Rd2}, \text{ então } s_{t,m\acute{a}x} = d \leq 80\text{cm} \\ \text{Se } V_d > 0,2V_{Rd2}, \text{ então } s_{t,m\acute{a}x} = 0,6 \times d \leq 35\text{cm} \end{cases} \quad (1.10)$$



Refleta

Qual a relação entre o tamanho do agregado graúdo e o espaçamento mínimo da armação transversal das vigas de concreto armado?

As bicheiras (também chamadas de ninhos de concretagem) são falhas ocorridas por uma falha de adensamento na hora da concretagem, resultando em diversos “buracos” na estrutura, como um queijo suíço. Esse

concreto não apresenta, claramente, um bom comportamento estrutural. Como essas bicheiras podem diminuir o desempenho do estribo? O que essas bicheiras (ou ninhos de concretagem) podem fazer com a resistência à compressão? E com o módulo de elasticidade?

Vale lembrar que o cálculo da armadura transversal é feito por metro linear. Portanto, o valor de $A_{sw,min}$ corresponde à área de aço utilizada para combater o cisalhamento em 1 m considerando o espaçamento. Você pode fazer as contas considerando a área da barra de aço e o espaçamento ou utilizar a Tabela 1.2.

Tabela 1.2 | Área de aço da seção conforme espaçamento

Espaçamento (cm)	φ diâmetro (mm)					
	5	6,3	8	10	12,5	16
7,5	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67	26,67
10,0	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50	20,00
12,5	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00	16,00
15,0	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33	13,33
17,5	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14	11,43
20,0	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25	10,00
22,5	0,89	1,40	2,22	3,56	5,56	8,89
25,0	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00	8,00
27,5	0,73	1,15	1,82	2,91	4,55	7,27
30,0	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17	6,67

Fonte: elaborada pela autora.

Vamos entender melhor como dimensionar a armação mínima voltando à nossa situação-problema. Preparado para aprender um pouco mais sobre isso?

Sem medo de errar

Você foi contratado como engenheiro trainee de uma empresa de projetos estruturais e está na equipe responsável pelo projeto de um prédio residencial de quatro pavimentos feito em concreto armado e situado em Belo Horizonte/MG. A partir do pré-dimensionamento das vigas do prédio, você deve dimensionar as vigas para resistir às forças cortantes que atuam no edifício.

A partir desse pré-dimensionamento, o engenheiro responsável encarrega-o do cálculo das armaduras transversais mínimas de algumas vigas, conforme a viga desenhada esquematicamente na Figura 1.1 apresentada no *Diálogo Aberto*.

O cálculo das armaduras transversais mínimas é muito simples. A partir da Tabela 1.1 têm-se:

$$A_{sw,min} = \rho_{sw,min} \times b_w = 0,1 \times 20 = 2 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Devemos observar que $A_{sw,min}$ é a área de estribos por unidade de comprimento da viga. Ou seja, para cada metro de viga devemos utilizar 2 cm^2 de aço. Lembrando que a área de aço para determinado diâmetro é igual a

$$A_\phi = \frac{\pi d^2}{4}, \text{ temos:}$$

$$A_{\phi 6,3} = \frac{\pi \times 0,63^2}{4} = 0,311 \text{ cm}^2; \text{ para estribos de duas pernas temos:}$$

$$0,311 \times 2 = 0,62 \text{ cm}^2$$

$$\frac{2}{0,62} \cong 3,22 \text{ barras}, \text{ para cada metro linear teremos: } \frac{100}{3,22} = 31 \text{ cm}$$

Logo adotaremos: $\Rightarrow \phi 6,3 \text{ c} / 30 \text{ cm}$

Depois de resolver essa questão, você já estará habilitado a determinar a armadura mínima transversal de qualquer viga.

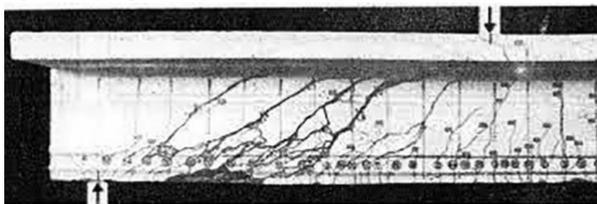
Avançando na prática

Armação mínima e espaçamentos máximos de uma viga de concreto armado

Descrição da situação-problema

Você foi chamado para auxiliar na reforma de uma residência onde foram detectadas patologias semelhantes à apresentada no desenho da Figura 1.9, típicas de um carregamento cisalhante. Foi solicitado que você fizesse uma análise do projeto original da viga, propondo uma nova armação mínima a ser utilizada onde essas fissurações não ocorressem.

Figura 1.9 | Viga fissurada sujeita a força cortante



Fonte: Bastos (2017).

Determine a armadura mínima da armadura transversal e os espaçamentos mínimos e máximos da viga esquematizada na Figura 1.10.

Para a resolução desse problema, utilize concreto C20, aço CA50 e força cortante máxima $V_d = 100 \text{ kN}$.

Resolução da situação-problema

Para a determinação da armadura mínima temos:

$$A_{sw,min} = \rho_{sw,min} \times b_w = 0,09 \times 20 = 1,8 \text{ cm}^2/m$$

$$\alpha = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad \text{ou seja} \quad \alpha = \left(1 - \frac{20}{250}\right) = 0,92$$

$$V_{R2} = 0,27 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \times b_w \times d$$

$$V_{R2} = 0,27 \times 0,92 \times 1,428 \times 20 \times 37,5 = 266,03 \text{ kN}$$

$$s \leq \begin{cases} S_e & 100 > 0,67 \times 266 = 178 \\ S_{max} & 0,6 \times 37,5 = 22,25 \leq 30 \end{cases} \quad \text{logo,} \quad 7 \text{ cm} \leq s \leq 22,5 \text{ cm}$$

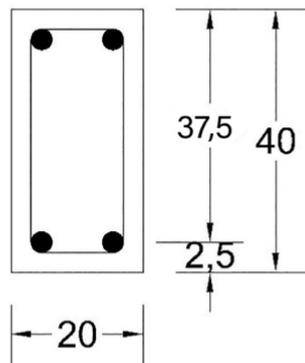
$$A_{\phi 5} = \frac{\pi \times 0,5^2}{4} = 0,196 \text{ cm}^2 \quad \text{para estribos de duas pernas temos:}$$

$$0,196 \times 2 = 0,392 \text{ cm}^2$$

$$\frac{1,8}{0,392} \cong 4,59 \text{ barras} \quad , \text{ para cada metro linear teremos: } \frac{100}{4,59} = 21 \text{ cm}$$

$$\text{Logo adotaremos: } A_{sw,min} = \phi 5 \text{ mm } c/22,5 \text{ cm}$$

Figura 1.10 | Esquema de estribos numa viga



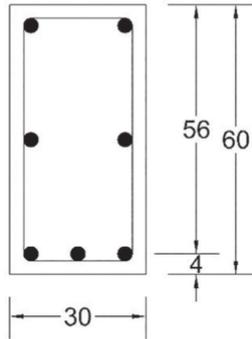
Fonte: elaborada pela autora.

Faça valer a pena

1. Conforme o item 18.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), todos os elementos lineares submetidos à força cortante devem possuir armadura transversal constituída por estribos.

A armadura transversal mínima deve ser colocada nas vigas a fim garantir a estabilidade das estruturas, mesmo na eventualidade de serem aplicados carregamentos não previstos no cálculo, evitando a ruptura brusca logo após o surgimento das primeiras fissuras inclinadas.

Determine a armadura mínima da armadura transversal da viga abaixo, que será construída com concreto C30, e os espaçamentos mínimos e máximos da viga acima:



Fonte: elaborada pela autora.

- a) 1,8 cm²/m
- b) 2,0 cm²/m
- c) 2,7 cm²/m
- d) 3,0 cm²/m
- e) 3,6 cm²/m

2. Os estribos são armaduras destinadas a resistir aos esforços provocados por forças cortantes, segundo a norma NBR 6118 (ABNT, 2014).

De acordo com os seus conhecimentos, assinale a alternativa correta:

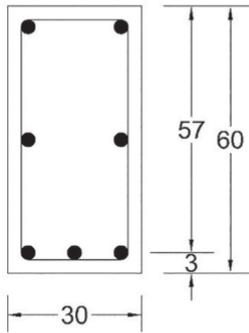
- a) O estribo é classificado como uma armadura negativa.
- b) Os estribos em vigas não têm função estrutural, mas apenas a função de manter as armaduras longitudinais na posição correta.
- c) As ferragens dispostas acima da viga têm o único objetivo de manter os estribos na posição.
- d) Para melhorar o seu desempenho estrutural, os estribos deveriam estar juntos às faces da viga.
- e) Os estribos, no mercado de construção civil brasileiro, são constituídos apenas pelos aços do tipo CA-50 e CA-60.

3. A escolha do diâmetro e do espaçamento dos estribos pode ser feita por meio do cálculo da área de armadura por metro linear (cm²/m). A partir do cálculo de armação mínima e espaçamento máximo, pode-se determinar qual a área da armação transversal mínima para uma viga de concreto por metro.

Dentre as opções apresentadas, marque a melhor para armação mínima considerando-se a viga de concreto armado, cuja seção retangular é apresentada abaixo:

Para esse exercício, utilize concreto C35, Aço CA50 e a força cortante máxima $V_d = 100$ kN

Considere, também, que a resistência média à tração média do concreto é $f_{ctw} = 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$.



Fonte: elaborada pela autora.

- a) $A_{sw,min} = \phi 5mm \text{ c}/15cm$
- b) $A_{sw,min} = \phi 5mm \text{ c}/12,5cm$
- c) $A_{sw,min} = \phi 8mm \text{ c}/20cm$
- d) $A_{sw,min} = \phi 6.3mm \text{ c}/15cm$
- e) $A_{sw,min} = \phi 8mm \text{ c}/30cm$

Dimensionamento da armadura transversal no modelo I

Diálogo aberto

Nesta seção vamos dar continuidade ao estudo das armaduras transversais nas vigas de concreto armado e aprender como fazer o dimensionamento usando o modelo I. Lembrando que, na última seção, trouxemos a seguinte situação hipotética: você está na equipe responsável pelo desenvolvimento de projeto estrutural de um edifício localizado em Belo Horizonte, Minas Gerais. Como trainee recém contratado da empresa, você foi encarregado de calcular a armação transversal mínima de uma viga de concreto armado.

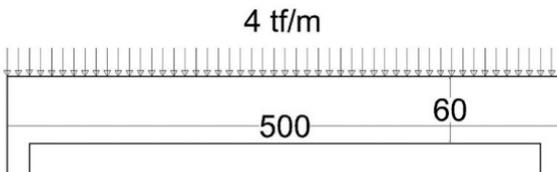
No desenvolvimento do projeto, um prédio residencial de quatro pavimentos feito em concreto armado, o engenheiro estrutural responsável desenvolveu um pré-dimensionamento das vigas do prédio e coube a você dimensionar e detalhar. A partir das cargas que atuam na estrutura, ele fez o lançamento das vigas e lajes de acordo com o projeto arquitetônico designado à sua equipe.

Nesta seção, você vai fazer o cálculo de uma outra viga, que deve ser maior, o que torna necessário o uso de mais aço para sustentar os esforços cisalhantes a que ela está sujeita. Para que isso seja feito, você deverá considerar, durante o cálculo, a força cortante máxima obtida através do diagrama de cisalhamento. É então que deveremos determinar qual seção de estribo será utilizada.

Lembrando que o concreto utilizado na obra é o C25 e o aço que será utilizado é o CA50, considere, também, que o edifício deverá ser construído em Belo Horizonte e que você deverá utilizar o cobrimento adequando para essa classe de agressividade. Essa viga tem seção 60x20 cm.

A partir desse pré-dimensionamento, o engenheiro encarregou-o do cálculo das armaduras transversais mínimas de algumas vigas, dentre elas, a viga representada abaixo:

Figura 1.11 | Viga de concreto armado a ser dimensionada na situação-problema 1



Fonte: elaborada pela autora.

Para completar o exercício, precisamos conhecer alguns conceitos do dimensionamento de vigas para os esforços cisalhantes. Para isso, vamos dar uma olhada no que não pode faltar?

Dessa forma, você aprofundará seu conhecimento sobre o modelo de cálculo I para verificação da diagonal comprimida, sobre treliça clássica de Ritter-Morsh ($\Theta = 45^\circ$), diagonal tracionada e comprimida para vigas de concreto armado e sobre o cálculo da área de armadura transversal para vigas de concreto armado.

Preparado? Temos muita coisa para aprender. Vamos lá!

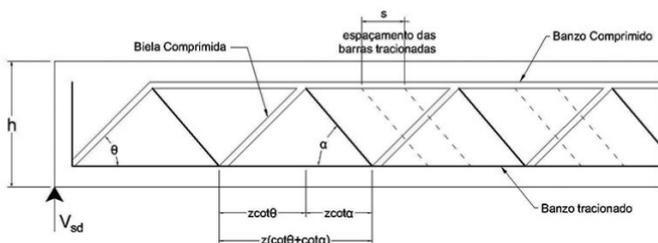
Não pode faltar

Na seção anterior, aprendemos um pouco sobre o mecanismo básico de transferência da força cortante em vigas de concreto armado e o comportamento das vigas de concreto armado sujeitas ao cisalhamento. Abordamos, também, conceitos sobre as armaduras transversais mínimas para vigas de concreto armado e espaçamento máximo entre estribos.

Nesta seção, vamos falar sobre os modelos de cálculo para a verificação da diagonal comprimida e o cálculo da área de armadura transversal para vigas de concreto armado.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) admite dois modelos de cálculo em função da inclinação das bielas de compressão. A Figura 1.12 utiliza essa analogia a partir do modelo em treliça de banzos paralelos associados a mecanismos resistentes complementares, que são desenvolvidos no interior do elemento estrutural, aqui representado por uma componente adicional denominada V_c .

Figura 1.12 | Modelo de funcionamento de viga como treliça



Fonte: elaborada pela autora.

Verificação do estado limite último: cálculo da resistência

Como vimos na primeira seção desta unidade, a resistência do elemento estrutural, numa determinada seção transversal, deverá ser satisfatória

quando forem verificadas, ao mesmo tempo, as ruínas por esmagamento da biela comprimida, apresentada na Equação 1.11, e a ruptura da armadura transversal tracionada, apresentada na Equação 1.12. Assim, temos as seguintes condições:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (1.11)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (1.12)$$

Onde $V_{Rd2} >$ é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas, obtida de acordo com os modelos de cálculo que apresentaremos a seguir, e $V_{Rd3} = V_c + V_{sw} >$ é a força cortante de cálculo, relativo à ruína por tração diagonal. Aqui temos que V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e V_{sw} é a parcela resistida pela armadura transversal.

Modelo de cálculo I

O modelo de cálculo que vamos estudar admite as diagonais de compressão inclinadas, com $\theta = 45^\circ$, em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Esse modelo também admite que a parcela complementar V_c tenha um valor constante, independente de V_{sd} .

Verificação da compressão diagonal do concreto:

Para a verificação da compressão da diagonal do concreto, utilizaremos as seguintes equações:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (1.13)$$

$$\tau_{wd2} = 0,27 \times \alpha_{v2} \times f_{cd} \quad (1.14)$$

Embora para o cálculo de α_{v2} a unidade seja o MPa, para a obtenção do esforço V_{Rd2} em kN, deve-se transformar o τ_{wd2} para kN/cm^2 .

De forma análoga à tensão convencional de cisalhamento τ_{wd} , o valor de τ_{wd2} representa a tensão máxima convencional de cisalhamento. Assim, para se verificar a resistência da diagonal comprimida, escrita em termos de esforços, basta atender a expressão apresentada abaixo, escrita em termos de valores convencionais de tensão de cisalhamento:

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wd2} \quad (1.15)$$



Exemplificando

O valor de τ_{wd} depende da tensão de cisalhamento máxima solicitante e do tamanho da seção transversal.

Assim, uma viga de seção 20×50 cm e cobrimento de 3 cm, quando solicitada por uma tensão $V_{sd} = 20 \text{ kN}$, terá:

$$\tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b_w \times d} = \frac{20}{20 \times 37} = 0,027 \text{ kN / cm}^2$$

Logo, podemos tabular os seguintes valores para τ_{wd2} , dependendo do f_{ck} que vamos utilizar:

Tabela 1.3 | Valores de τ_{wd2} segundo f_{ck}

f_{ck} (MPa)	τ_{wd2} (MPa)	τ_{wd2} (kN / cm ²)
15	$0,181 \times f_{ck} = 2,72$	0,272
20	$0,177 \times f_{ck} = 3,55$	0,355
25	$0,174 \times f_{ck} = 4,34$	0,434
30	$0,170 \times f_{ck} = 5,09$	0,509
35	$0,166 \times f_{ck} = 5,81$	0,581

Fonte: elaborada pela autora.



Exemplificando

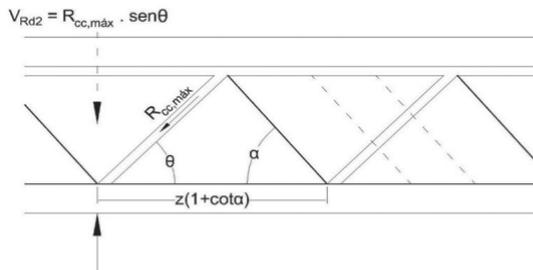
Para verificarmos se a biela comprimida de concreto não romperá, devemos verificar se $\tau_{wd} \leq \tau_{wd2}$.

Assim sendo, uma viga de concreto armado feita com concreto C20 e tendo $\tau_{wd} = 0,027 \text{ kN / cm}^2$ não terá a biela comprimida rompida pois:

$$\tau_{wd} = 0,027 < \tau_{wd2} = 0,355$$

A Figura 1.13 apresenta um esquema para entendermos melhor como funciona a diagonal comprimida do concreto dentro do nosso elemento de concreto armado.

Figura 1.13 | Diagonal comprimida do concreto



Fonte: elaborada pela autora.

A partir da Figura 1.9, nota-se que a resistência máxima na diagonal comprimida, $R_{cc,max}$, pode ser dada por:

$$R_{cc,max} = \sigma_{cc,max} \times b_w \times z \times (1 + \cot \alpha) \times \text{sen} \theta \quad (1.16)$$

Onde $\sigma_{cc,max}$ é tensão máxima na diagonal comprimida de concreto.

$$V_{sd} = V_{Rd2} = R_{cc,max} \times \text{sen} \theta = \sigma_{cc,max} \times b_w \times 0,9d \times (1 + \cot \alpha) \times \text{sen}^2 \theta \quad (1.17)$$

A partir das Equações 1.16 e 1.17, adotando-se $\theta = 45^\circ$, teremos:

$$\tau_{wd2} \times (b_w \times d) = \sigma_{cc,max} \times 0,45 \times (1 + \cot \alpha) \times (b_w \times d) \quad (1.18)$$

$$\sigma_{cc,max} = \begin{cases} 2,22 \times \tau_{wd2} \Rightarrow \text{para } \alpha = 90^\circ \\ 1,11 \times \tau_{wd2} \Rightarrow \text{para } \alpha = 45^\circ \end{cases} \quad (1.19)$$

Com os valores de τ_{wd2} dados na Tabela 1.3, podemos obter os valores da tensão máxima de compressão na diagonal comprimida para $\alpha = 90^\circ$ e $\alpha = 45^\circ$.

Assim, ao dividimos a Equação 1.17 por $b_w \times d$, chegamos ao valor da tensão convencional de cisalhamento τ_{wd2} .

Quando tivermos compressão da biela de concreto, onde transversalmente teremos uma região tracionada, a tensão $\sigma_{cc,max}$ poderá ser obtida por

$$\sigma_{cc,max} = 0,6 \times \alpha_v2 \times f_{cd}.$$

Portanto, ao adotarmos os valores de $\theta = 45^\circ$ e $\alpha = 90^\circ$, chegaremos à expressão 1.15, cujo valor também é apresentado pela NBR 6118 (ABNT, 2014).



Assimile

Os modelos de cálculo para armadura transversal podem apresentar ângulos

de inclinação dos estribos variando entre 45° e 90° , em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. Contudo, a utilização de estribos com inclinação de 90° é a mais usual.

A maneira da peça resistir ao esforço cortante está condicionada à disposição adotada para a armadura transversal.

Ângulos diferentes de 90° não são usuais, pois apresentam uma maior dificuldade de montagem das armaduras e do controle do ângulo dos estribos, quando eles não são verticais.



Dica

Consulte a NBR 6118 (ABNT, 2014) e saiba mais sobre o dimensionamento de estribos em vigas de concreto armado. Dê uma olhada no item 18.3.3, p. 149, disponível na Biblioteca Virtual, na base GedWeb.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. 3. ed. São Paulo, 2014.

Cálculo da armadura transversal

A partir Equação 1.12, onde $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$, a primeira parcela será correspondente à força cortante resistente que será absorvida por mecanismos complementares ao de treliça. No modelo I teremos:

$V_c = 0 \Rightarrow$ nos elementos estruturais tracionados quando a LN se situa fora da seção;

$V_c = V_{c0} \Rightarrow$ na flexão simples e na flexo-tração com a LN cortando a seção;

$V_c = V_{c0} \times (1 + M_0 / M_{Sd,max}) \leq 2 \times V_{c0} \Rightarrow$ na flexo-compressão.

Com:

$$V_{c0} = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d = \tau_{c0} \times b_w \times d$$

(1.20)

Sendo $f_{ctd} = \frac{f_{ck,inf}}{\gamma_c}$, e $f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ctm}$. Consideramos também que o coeficiente de ponderação do concreto é $\gamma_c = 1,4$.

A tensão convencional de cisalhamento correspondente aos mecanismos complementares τ_{c0} pode ser dada pela seguinte expressão:

$$\tau_{c0} = 0,6 \times f_{ctd} = \frac{0,6 \times 0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3}}{1,4} \quad (MPa) \quad (1.21)$$

Onde:

$$\tau_{c0} = \frac{\tau_{c0}^*}{10} = 0,009 f_{ck}^{2/3} \quad (kN/cm^2) \quad (1.22)$$

Essa equação é válida para concreto com f_{ck} até 50 MPa. Sendo τ_{c0}^* e τ_{c0} a representação da mesma tensão convencional expressa em MPa e kN/cm^2 , respectivamente.

Atenção: na Equação 1.22, devemos utilizar o f_{ck} em MPa para que se possa obter τ_{c0} em kN/cm^2 e as dimensões das vigas também em cm.

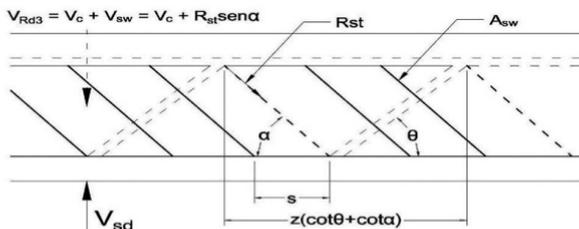
Tabela 1.4 | Valores de τ_{co} segundo f_{ck} (MPa)

Valores de τ_{co} segundo f_{ck} (MPa)	τ_{co} (kN/cm ²)
15	0,0547
20	0,0663
25	0,0769
30	0,0869
35	0,0963

Fonte: elaborada pela autora.

Da Equação 1.21, a parcela resistida pela armadura transversal tracionada V_{sw} é determinada conforme o esquema mostrado na Figura 1.14:

Figura 1.14 | Diagonal comprimida do concreto



Fonte: elaborada pela autora.

Conforme estabelecemos para o modelo I, para $\theta = 45^\circ$, temos:

$$V_{sw} = R_{st} \times \text{sen} \alpha = \frac{A_{sw}}{s} \times z \times (1 + \cot \alpha) f_{ywd} \times \text{sen} \alpha \quad (1.23)$$

A partir da Equação 1.23, utilizaremos $z = 0,9 \times d$. Vamos adotar estribos verticais ($\alpha = 90^\circ$) para vigas submetidas à flexão simples ($V_c = V_{c0}$). A Equação 1.2, $V_{sd} \leq V_c + V_{sw}$ será dividida por $b_w \times d$ para que possamos transformar os esforços em tensões convencionais de cisalhamento. Assim teremos:

$$\tau_{wd} \leq \tau_{c0} + \frac{\left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \times 0,9 \times d \times 43,5}{b_w \times d} \quad (1.24)$$

Onde:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \left(\frac{\tau_{wd} - \tau_{c0}}{39,15} \right) \times b_w = \rho_w^* \times b_w \quad (1.25)$$

Assim, para $s = 100 \text{ cm}$ a taxa de ρ_w^* será dada por:

$$\rho_w = 100 \times \rho_w^* = \frac{100 \times (\tau_{wd} - \tau_{c0})}{39,15} \quad (1.26)$$

Por fim:

$$A_{sw} \geq \rho_w \times b_w \quad (cm^2 / m) \quad (1.27)$$

Na Equação 1.27, utilizaremos $\rho_w = \rho_{w,min} = 0,012 \times f_{ck}^{2/3}$, assim teremos um valor mínimo de τ_{wd} para o modelo I. Abaixo desse valores, devemos utilizar a armadura mínima, $A_{sw,min} = \rho_{w,min} \times b_w$, que absorverá a totalidade dos esforços de cisalhamento. Lembrando que esse dimensionamento é valido para concreto até 50 MPa.

Portanto, substituindo-se o valor de τ_{c0} pela Equação 1.22 teremos:

$$\tau_{wd,min} = \frac{39,15}{100} \times 0,012 f_{ck}^{2/3} + 0,009 \times f_{ck}^{2/3} = 0,0137 f_{ck}^{2/3} \quad (1.28)$$

Tabela 1.5 | Valores de $\tau_{wd,min}$ segundo f_{ck}

$f_{ck} (MPa)$	$\tau_{wd,min} (kN / cm^2)$
15	0,083
20	0,101
25	0,117
30	0,132

Fonte: elaborada pela autora.



Refleta

Em quais situação utilizaremos o valor de A_{sw} ? Quando utilizaremos o valor de $A_{sw,min}$ no detalhamento de uma viga de concreto armado? É mais coerente aumentar o diâmetro do estribo ou diminuir o espaçamento entre eles?



Dica

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta um outro modelo de cálculo de estribos, chamado de modelo II (item 17.4.2.3), p. 137, disponível na Biblioteca Virtual, na base GedWeb.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. 3. ed. São Paulo, 2014.

Para saber mais sobre esse método de dimensionamento, consulte a NBR 6118.



Vocabulário

V_{Rd2} = força cortante resistente de cálculo.

V_{Rd3} = força cortante de cálculo, relativo à ruína por tração diagonal.

V_c = força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça.

V_{sw} = parcela da força cortante resistida pela armadura transversal.

α = ângulo de inclinação do estribo.

τ_{wd} = tensão convencional de cisalhamento.

τ_{wd2} = tensão máxima convencional de cisalhamento.

τ_{c0} = tensão convencional de cisalhamento correspondente aos mecanismos complementares.

$R_{cc,max}$ = resistência máxima na diagonal comprimida.

$\sigma_{cc,max}$ = tensão máxima na diagonal comprimida de concreto.

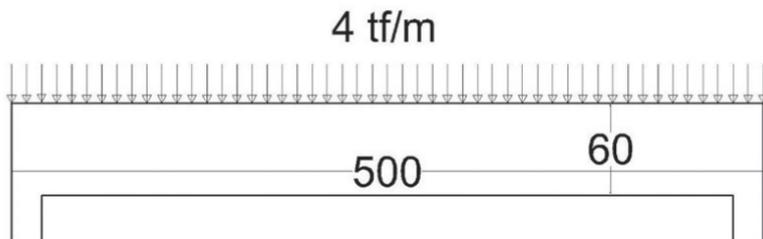
São muitas variáveis utilizadas no cálculo e agora você deve praticar. Vamos retomar o cálculo dos estribos do nosso prédio. Assim você colocará em prática os conceitos que acabou de aprender.

Sem medo de errar

Chegou a hora de você aplicar o que aprendeu nesta seção sobre o cálculo dos estribos em uma viga de concreto armado. Você está trabalhando no desenvolvimento do projeto estrutural de um edifício em concreto armado de quatro pavimentos localizado em Belo Horizonte, Minas Gerais. Agora vamos fazer o cálculo dos estribos necessários para resistir aos esforços cisalhantes em uma viga de concreto armado no modelo I.

A partir desse pré-dimensionamento, o engenheiro encarregou-o do cálculo das armaduras transversais mínimas de algumas vigas. Dentre elas, a viga com seção 60x20 cm apresentada na Figura 1.15.

Figura 1.15 | Viga de concreto armado



Fonte: elaborada pela autora.

Lembrando que o concreto utilizado na obra é o C25 e o aço que será utilizado é o CA50. Considere, também, que o edifício deverá ser construído

em Belo Horizonte e você deverá utilizar o cobrimento adequado a essa classe de agressividade.

A obra já está em andamento e o projeto será feito e enviado para a construção. O engenheiro estrutural responsável pelo dimensionamento fez o lançamento das cargas a partir do projeto arquitetônico, juntamente com o lançamento das vigas e lajes.

Para calcular o cisalhamento máximo, é preciso fazer o diagrama de forças cisalhantes. Isso foi feito pelo engenheiro e você deverá considerar a força cortante máxima apresentada no diagrama abaixo, na Figura 1.16:

Figura 1.16 | Diagrama de forças cisalhantes na viga de concreto armado



Fonte: elaborada pela autora.

Esta viga é maior, pois é uma viga central e recebe o carregamento de todo prédio. Então, será necessária uma quantidade maior de aço para sustentar os esforços cisalhantes a que ela está sujeita.

a) Verificação do concreto:

$$V_{s,máx} = \frac{p \times l}{2} = \frac{40 \times 5}{2} = 100 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b_w \times d} = \frac{100 \times 1,4}{20 \times (60 - 3)} = 0,122 \text{ kN / cm}^2$$

Pela Tabela 1.3, para f_{ck} de 25 MPa, $\tau_{wd2} = 0,174 \times f_{ck} = 4,34 \text{ MPa} = 0,434 \text{ kN / cm}^2$.

Como $\tau_{wd} = 0,122 < \tau_{wd2} = 0,434$, assim sendo, a biela comprimida de concreto não romperá, estando o concreto verificado.

b) Cálculo da armadura

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w$$

$$\rho_w = \frac{100 \times (\tau_{wd} - \tau_{co})}{39,15}$$

O valor de τ_{co} pode ser calculado pela Equação 1.22 ou podemos obter esse valor na Tabela 1.4.

Assim, para $f_{ck} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow \tau_{co} = 0,0769 \text{ kN} / \text{cm}^2$

$$\rho_w = \frac{100 \times (0,122 - 0,0769)}{39,15} = 0,115$$

Como, para concreto com f_{ck} de 25 MPa, $\rho_{w,\min} = 0,103$, ou seja $\rho_w > \rho_{wd,\min}$, temos:

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,115 \times 20 = 2,30 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Como $\tau_{wd} = 0,122 > \tau_{wd,\min} = 0,117$ (Tabela 1.5), o valor de A_{sw} será o valor de cálculo. Assim, para estribos simples (dois ramos) teremos:

$$\frac{A_{sw}}{2} = \frac{2,30}{2} = 1,15 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{\phi 5} = \frac{\pi \times 0,5^2}{4} = 0,196 \text{ cm}^2 .$$

$$\frac{1,15}{0,196} \cong 5,87 \text{ barras} , \text{ para cada metro linear teremos: } \frac{100}{5,87} \cong 17 \text{ cm}$$

Logo adotaremos: $A_{sw,\min} = \phi 5 \text{ mm c} / 17 \text{ cm}$

Devemos também verificar o espaçamento máximo dos estribos:

$$\text{Como } \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,122}{0,434} = 0,281 < 0,67 \Rightarrow s_{\max} = 0,6d = 0,6 \times 57 = 34,2 \text{ (ok!)}$$

Essa foi uma forma para você aprender a aplicar os conhecimentos adquiridos anteriormente em situações reais de carregamento de acordo com as normas brasileiras de dimensionamento de concreto armado (NBR 6118/2014). Você deu mais um grande passo para saber determinar a armadura transversal de uma viga de concreto armado e, na próxima seção, vamos realizar o detalhamento completo da armadura transversal.

Para treinar mais um pouco, que tal fazermos o cálculo de estribos com $\rho_{w,\min}$ no modelo I? Vamos lá, temos mais um problema para você resolver.

Avançando na prática

Cálculo de estribos com $\rho_{w,\min}$ no modelo I

Descrição da situação-problema

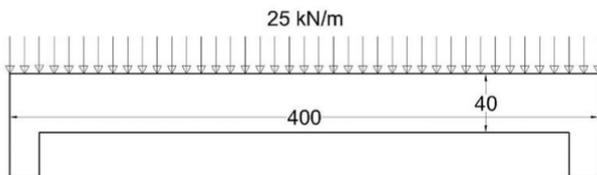
Muitas vezes utilizamos vigas mais altas do que o necessário no dimensionamento de um edifício de concreto e, por imposição arquitetônica, não podemos reduzi-la. Todas as estruturas armadas devem ser calculadas, mas algumas delas serão armadas com armação mínima, pois a armação de

cálculo é inferior à armadura mínima determinada pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

A viga abaixo é necessária por requisitos arquitetônicos, mas não possui carregamento significativo. Para a sua construção, devemos fazer o dimensionamento de seus estribos.

Utilize o modelo I de cálculo para dimensionar a armadura de cisalhamento para uma viga de 4 m de vão, com carga distribuída $p = 25\text{ kN/m}$, seção de $20 \times 40\text{ cm}$, $d = 36\text{ cm}$, $f_{ck} = 20\text{ MPa}$ e aço CA-60 conforme Figura 1.17.

Figura 1.17 | Viga de concreto armado



Fonte: elaborada pela autora.

Resolução da situação-problema

a) Verificação do concreto:

$$V_{s,máx} = \frac{p \times l}{2} = \frac{25 \times 4}{2} = 50\text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{sd}}{b_w \times d} = \frac{50 \times 1,4}{20 \times 36} = 0,097\text{ kN/cm}^2$$

Para f_{ck} de 20 MPa, $\tau_{wd2} = 0,177 \times f_{ck} = 0,354\text{ kN/cm}^2$.

Como $\tau_{wd} = 0,097 < \tau_{wd2} = 0,354 \Rightarrow$ biela comprimida de concreto não romperá.

b) Cálculo da armadura:

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w$$

$$\rho_w = \frac{100 \times (\tau_{wd} - \tau_{co})}{39,15}$$

Para $f_{ck} = 20\text{ MPa} \Rightarrow \tau_{co} = 0,0663\text{ kN/cm}^2$

$$\rho_w = \frac{100 \times (0,097 - 0,0663)}{39,15} = 0,0790$$

Para concreto com f_{ck} de 20 MPa, $\rho_{w,min} = 0,088$, ou seja $\rho_w < \rho_{w,min}$, temos:

$$A_{sw} = A_{sw,min} = \rho_{w,min} \times b_w = 0,088 \times 20 = 1,76\text{ cm}^2 / \text{m}$$

Como $\tau_{wd} = 0,097 < \tau_{wd,\min} = 0,101$, o cálculo de $A_{sw} = A_{sw,\min}$ já poderia ter sido feito sem a necessidade de calcular ρ_w .

$$\frac{A_{sw}}{2} = 0,88 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_{\phi 5} = \frac{\pi \times 0,5^2}{4} = 0,196 \text{ cm}^2 .$$

$$\frac{0,88}{0,196} \cong 4,49 \text{ barras} , \text{ para cada metro linear teremos: } \frac{100}{4,49} \cong 22 \text{ cm}$$

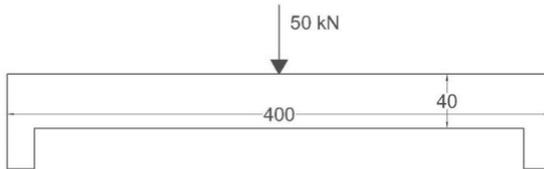
Logo adotaremos: $A_{sw} = \phi 5,0 \text{ c} / 22 \text{ cm}$

Devemos também verificar o espaçamento máximo dos estribos:

$$\text{Como } \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,095}{0,354} = 0,27 < 0,67 \Rightarrow s_{\max} = 0,6d = 0,6 \times 36 = 22 \text{ (ok!)}$$

Faça valer a pena

1. A ruptura a compressão do concreto pode ocorrer quando as diagonais são solicitadas além do limite da resistência do concreto, antes que a armadura transversal entre em escoamento. Assim, as bielas de compressão devem delimitar o limite superior da resistência de vigas à força cortante, limite esse dependente principalmente da resistência do concreto e da carga aplicada à viga. Considere a viga, conforme figura abaixo, com as seguintes características: $b_w = 25 \text{ cm}$; $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ e $d = 38,5 \text{ cm}$:



Fonte: elaborada pela autora.

Verificar a possível ruptura da biela de compressão da viga apresentada na figura anterior, esquematizada no texto-base:

- A biela comprimida não romperá e $\tau_{wd} = 0,045 < \tau_{wd2} = 0,354$.
- A biela comprimida romperá e $\tau_{wd} = 0,055 < \tau_{wd2} = 0,354$.
- A biela comprimida não romperá e $\tau_{wd} = 0,048 < \tau_{wd2} = 0,434$.
- A biela comprimida não romperá e $\tau_{wd} = 0,045 < \tau_{wd2} = 0,434$.
- A biela comprimida romperá e $\tau_{wd} = 0,480 > \tau_{wd2} = 0,354$.

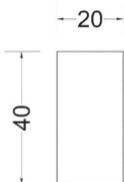
2. Em uma viga de concreto armado, a principal função dos estribos é resistir aos esforços de cisalhamento. A armadura transversal mínima sempre deverá ser colocada nas vigas a fim de evitar que as vigas não apresentem ruptura brusca logo após o surgimento das primeiras fissuras inclinadas, limitando a inclinação das bielas e a abertura das fissuras. E evitando também a flambagem da armadura longitudinal. A viga esquematizada na figura abaixo, foi dimensionada com seção 20x40 cm e concreto C25.

Considere:

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$d = 37 \text{ cm}$$

$$V_{sd} = 50 \text{ kN}$$



Analisando a viga do texto-base, qual deve ser a área de aço para os estribos a ser utilizada?

- a) 1,20 cm²/m
- b) 2,30 cm²/m
- c) 1,76 cm²/m
- d) 2,00 cm²/m
- e) 1,50 cm²/m

3. Para uma viga de concreto armado resistir aos esforços provocados por forças cortantes são utilizados os estribos. Para isso devemos atender à restrições e recomendações de espaçamentos entre barras dos estribos e tamanhos mínimos e máximos de estribos, atendendo as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Considerando as recomendações da norma NBR 6118 (ABNT, 2014), assinale a alternativa correta:

- a) O cálculo do espaçamento mínimo dos estribos é fundamental para permitir a passagem do vibrador de agulha e permitir o correto adensamento em vigas de concreto armado e concreto simples.
- b) O espaçamento máximo entre as barras deverá ser igual a $0,3 \times d$ se a razão entre a força cortante solicitante e a força cortante resistente de cálculo for maior que 0,67. Contudo deve-se respeitar o limite máximo de 20 cm e um limite inferior de 5 cm.
- c) O diâmetro da barra de estribo deve ser maior ou igual a 5 mm, sem exceder 10% da largura da viga. Quando o estribo for liso, seu diâmetro não deve ser maior do que 10 mm.
- d) O espaçamento máximo utilizado não poderá ser maior que $0,3 \times d$ se a razão entre a força cortante solicitante e a força cortante resistente de cálculo menor ou igual a 0,67. Contudo deve-se respeitar o limite máximo de 30 cm.
- e) Estribos com ângulos $\alpha = 45^\circ$ geram a metade da tensão na diagonal comprimida quando comparado aos estribos a 90° , sendo assim mais eficientes. Apesar disso, estribos a 45° não são usuais, principalmente pela dificuldade de montagem.

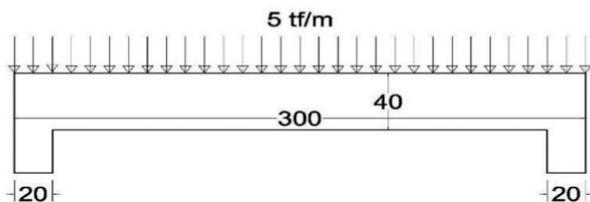
Detalhamento da armadura transversal em vigas

Diálogo aberto

Nas seções anteriores, você aprendeu a dimensionar a armadura transversal para vigas de concreto armado. Nesta seção, vamos terminar o dimensionamento da viga calculada anteriormente, finalizando, assim, o nosso estudo sobre armaduras transversais.

Lembrando que você está na equipe responsável pelo projeto de um prédio residencial de quatro pavimentos feito em concreto armado, situado em Belo Horizonte/MG. O engenheiro estrutural responsável desenvolveu um pré-dimensionamento das vigas do prédio que você deve dimensionar e detalhar. A partir das cargas que atuam na estrutura, ele fez o lançamento das vigas e lajes de acordo com o projeto arquitetônico designado à sua equipe. Como trainee dessa empresa, você determinou a armação transversal mínima de uma viga de concreto armado conforme apresentado na Figura 1.18.

Figura 1.18 | Viga de concreto armado a ser dimensionada



Fonte: elaborada pela autora.

Relembrando os parâmetros para esse projeto, você deve considerar que o concreto utilizado é o C25 e o aço que será utilizado é o CA50. O coeficiente de segurança para o aço é 1,15 e para o concreto, 1,40. Considere também que o edifício deverá ser construído em Belo Horizonte e você deverá utilizar o cobrimento adequando para essa classe de agressividade.

O engenheiro que coordena o projeto solicitou que você fizesse dois dimensionamentos, um com e outro sem a redução da força cortante. Então, com base no dimensionamento aprendido nas seções anteriores e baseado nos novos conhecimentos, você deverá dimensionar e detalhar a armadura transversal dessa viga de forma completa. Vamos especificar as bitolas, comprimentos das barras, espaçamentos dos estribos, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

Lembre-se de que você pode acessar a NBR 6118 (ABNT, 2014) na base GEDWeb (Normas da ABNT) que temos em nossa Biblioteca Virtual. Não se esqueça de usar seu login e senha para acessar as informações.

Ansioso para concluir esta fase do projeto? Vamos lá! Temos várias coisas para aprender!

Não pode faltar

Cargas próximas aos apoios

A medição de tensão nos estribos mostra que o modelo de treliça para a consideração cisalhamento desenvolvida anteriormente é válida após certa distância dos apoios. Os estribos muito próximos aos apoios apresentam uma tensão menor que os estribos além do limite desse trecho.



Refleta

Conforme NBR 6118 (ABNT, 2014), é possível dimensionar e detalhar a armadura transversal após uma redução da força cortante nos apoios. Pensando nisso, qual seria a maior vantagem de se utilizar esse conceito no projeto de uma viga? Em quais situações poderíamos ter um maior ganho? Em projetos de residências ou altos edifícios com uma grande repetição de vigas? Qual a maior vantagem da redução da força cortante nos apoios das vigas de concreto armado?

“Assim, a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite uma redução da força cortante para o dimensionamento da armadura transversal, da seguinte forma:

No caso de apoio direto (se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento estrutural, comprimido-o), valem as seguintes prescrições:

No trecho entre o apoio e a seção situada à distância $d/2$ da face de apoio, a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada constante e igual à desta seção;

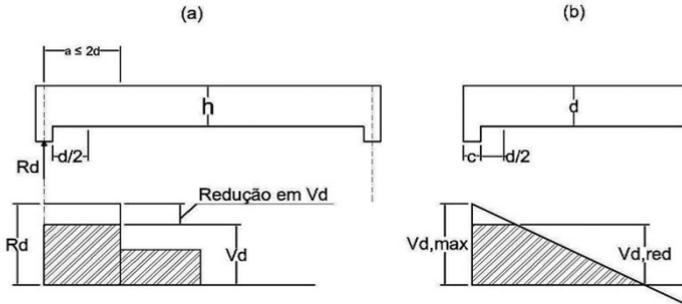
A força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância $a \leq 2d$ do eixo teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento a , ser reduzida, multiplicando-a por $a/2d$. Todavia, esta redução não se aplica às forças cortantes provenientes dos cabos inclinados de protensão.

As reduções indicadas nesta seção não se aplicam à verificação da resistência à compressão diagonal do concreto. No caso de

apoios indiretos, essas reduções também não são permitidas. (ABNT, 2014, p. 134)

Na Figura 1.19, são representadas essas reduções. Na figura apresentamos o caso (a), descrito anteriormente, e a redução de força no caso (b).

Figura 1.19 | Redução do cisalhamento nos apoios



Fonte: elaborada pela autora.

Por não ser obrigatório, muitos calculistas não utilizam a redução da força cortante nos apoios, contudo, em vigas maiores, esse método pode representar uma significativa redução da quantidade de aço utilizada.

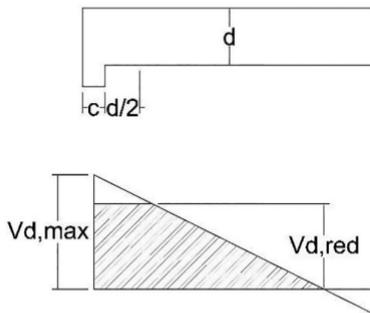
Portanto, para a determinação do valor da cortante reduzida, devemos utilizar a Equação 1.29:

$$V_{d,red} = V_{d,Max} - p \times \left(\frac{c \times d}{2} \right) \quad (1.29)$$

Sendo p a carga distribuída aplicada ao longo da viga.

Onde os valores utilizados são determinados conforme Figura 1.20:

Figura 1.20 | Redução do cisalhamento nos apoios



Fonte: elaborada pela autora.



Exemplificando

Como exemplo, vamos calcular a armadura de cisalhamento para as duas condições: sem redução da força cortante e com redução da força cortante. A viga possui 4 m de vão e carga distribuída $p = 50 \text{ kN/m}$. A seção transversal é de $20 \times 40 \text{ cm}$, $d = 36 \text{ cm}$, $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ e aço CA-60.

Modelo de Cálculo I, sem redução do cortante no apoio:

a) Verificação do concreto:

$$V_{s,\max} = \frac{pl}{2} = 100 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{d,\max}}{b_w \times d} = \frac{100 \times 1,4}{20 \times 36} = 0,194 \text{ kN/cm}^2$$

Para $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ tem-se $\tau_{wd2} = 0,355 \text{ kN/cm}^2$ (Tabela 1.3).

Como $\tau_{wd} = 0,194 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd2} = 0,355 \text{ kN/cm}^2$, o concreto está verificado, ou seja, a biela comprimida não romperá.

b) Cálculo da armadura:

Como $\tau_{wd} = 0,194 \text{ kN/cm}^2 > \tau_{wd,\min} = 0,101 \text{ kN/cm}^2$

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w \text{ com } \rho_w = \frac{100 \times (\tau_{wd} - \tau_{co})}{39,15}$$

$$\tau_{co} = 0,0663 \text{ kN/cm}^2 \text{ (Tabela 1.4)}$$

$$\rho_w = \frac{100 \times (0,194 - 0,0663)}{39,15} = 0,327 > \rho_{w,\min} = 0,09, \text{ portanto:}$$

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,327 \times 20 = 6,54 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Para estribos simples (dois ramos) $\frac{A_{sw}}{2} = 3,27 \text{ cm}^2 / \text{m} \Rightarrow \phi 8 \text{ mm } c / 15 \text{ cm}$

Como $\frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,194}{0,355} = 0,55 < 0,67$

$$S_{\max} = 0,6 \times d = 0,6 \times 36 = 22 \text{ cm (ok!)}$$

Modelo I, com redução do cortante no apoio

Considera-se que o comprimento do apoio no sentido longitudinal da viga seja $c = 20 \text{ cm}$.

a) Verificação do concreto:

$$V_{s,\max} = \frac{pl}{2} = 100 \text{ kN}$$

$$V_{s,\text{Red}} = V_{s,\max} - \frac{p \times (c + d)}{2} = 100 - \frac{50 \times (0,2 + 0,36)}{2} = 86 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{d,max}}{b_w \times d} = \frac{100 \times 1,4}{20 \times 36} = 0,194 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$\tau_{wd,Red} = \frac{V_{d,Red}}{b_w \times d} = \frac{86 \times 1,4}{20 \times 36} = 0,167 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Para $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ tem-se $\tau_{wd2} = 0,355 \text{ kN} / \text{cm}^2$

Como $\tau_{wd} = 0,194 \text{ kN} / \text{cm}^2 < \tau_{wd2} = 0,355 \text{ kN} / \text{cm}^2$, o concreto está verificado, ou seja, a biela comprimida não romperá.

b) Cálculo da armadura:

Como $\tau_{wd,Red} = 0,167 \text{ kN} / \text{cm}^2 > \tau_{wd,min} = 0,101 \text{ kN} / \text{cm}^2$, então

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w \text{ com } \rho_w = \frac{100 \times (\tau_{wd} - \tau_{co})}{39,15}$$

$$\tau_{co} = 0,0663 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$\rho_w = \frac{100 \times (0,167 - 0,0663)}{39,15} = 0,258 > \rho_{w,min} = 0,09, \text{ portanto:}$$

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,258 \times 20 = 5,10 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Para estribos simples (dois ramos) $\frac{A_{sw}}{2} = 2,58 \text{ cm}^2 / \text{m} \Rightarrow \phi 8 \text{ mm} \times 19 \text{ cm}$

$$\text{Como } \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,194}{0,355} = 0,55 < 0,67$$

$$S_{max} = 0,6 \times d = 0,6 \times 36 = 22 \text{ cm} \text{ (ok!)}$$

Assim, utilizaremos a armação reduzida, $\phi 8 \text{ mm} \times 19 \text{ cm}$ podendo, então, economizar no quantitativo de aço da viga reduzindo o custo da obra.

Devemos saber, também, que, para a utilização da distribuição dos estribos ao longo do vão livre da viga, é necessário definir o diagrama de cisalhamento de cálculo e determinar a força cortante mínima e máxima. Geralmente, as vigas podem ter os estribos distribuídos com três trechos diferentes para cada vão. Dois próximos aos apoios e um no vão central. A armadura transversal calculada para os apoios deve continuar até a posição da força mínima, delimitada pelo vão central, onde será colocada a armadura mínima a partir desse ponto.

Convém frisar que as reduções só poderão ser feitas para o cálculo da armadura que combate o cisalhamento. A verificação da biela do concreto deverá ser feita com os valores inteiros, sem redução.

Outras prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2014)

A armadura transversal (A_{sw}) poderá ser constituída por estribos fechados, envolvendo a armadura longitudinal ou por estribos e barras dobradas. Todavia, as barras dobradas não podem suportar mais do que 60% do esforço total de cisalhamento.

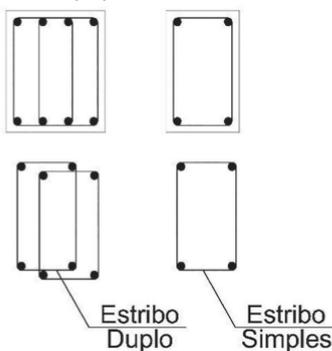
O ângulo de inclinação α dos estribos em relação ao eixo longitudinal deve estar entre $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

a) Número de ramos dos estribos:

No detalhamento das armaduras transversais podemos utilizar estribos simples (chamados de estribos de dois ramos) ou estribos duplos (chamados de estribos de quatro ramos). Conforme representados na Figura 1.21.

O tipo de estribo aplicado na grande maioria das vezes é o estribo de dois ramos, onde A_{sw} equivale à área das duas pernas verticais de cada estribo. Para estribos com três ou quatro ramos a área A_{sw} é a área de todos os três ou das quatro pernas do estribo.

Figura 1.21 | Tipos de estribo



Fonte: elaborada pela autora.



Assimile

Para estribos de quatro ramos, a área de aço da seção transversal é multiplicada por 2 com relação à área da seção transversal do estribo de dois ramos. Assim, a área da seção transversal de um estribo de quatro ramos é:

$$A_{sw} = \frac{2 \times \pi \times d^2}{4}$$

O espaçamento (a) será usado para determinar o número de ramos verticais que deverão ser especificados para cada estribo, principalmente em caso de vigas mais largas.

O número de ramos dos estribos deverá ser dimensionado em função do espaçamento transversal máximo, entre ramos sucessivos dos estribos:

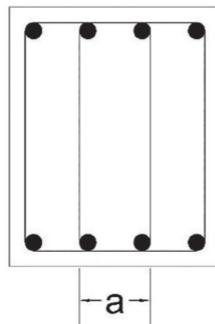
$$\begin{cases} V_d \leq 0,20 \times V_{Rd2} \Rightarrow a = d \leq 800 \text{ mm} \\ V_d > 0,20 \times V_{Rd2} \Rightarrow a = 0,6 \times d \leq 350 \text{ mm} \end{cases}$$

Onde a é a distância entre os ramos do estribo, conforme apresentado na Figura 1.22:

Nas vigas comumente utilizadas nas construções civis, o estribo utilizado geralmente é o de dois ramos. Esse estribo é simples de ser feito e facilmente amarrado nas barras longitudinais de flexão. Contudo, em vigas largas onde a largura é maior que 30 cm é comum a utilização de estribos duplos.

Em vigas largas, com larguras maiores que 40 cm, utilizamos estribos com mais de dois ramos verticais. É muito comum, nesse caso, a utilização de estribos com quatro ramos em que se utilizem dois estribos iguais de dois ramos intercalados. Para estribos de três ramos, é colocada uma barra adicional no espaço entre os ramos de um estribo convencional com dois ramos.

Figura 1.22 | Ramos do estribo



Fonte: elaborada pela autora.

b) Ancoragem

Usualmente utilizam-se estribos fechados através de um ramo horizontal, amarrando as barras da armadura longitudinal, ancorados na outra face. Nas vigas, os estribos podem ser abertos na face superior, com ganchos nas extremidades.

Quando houver tração nessa face da viga, o estribo deverá ter o ramo horizontal nesta região, ou deverá estar complementado por uma barra extra. Entretanto, nas vigas em balanços e nas vigas contínuas, deverão ser adotados estribos fechados nas faces inferiores e superiores.

A NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 40) prescreve:

- “A ancoragem dos estribos deve necessariamente ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas. Os ganchos dos estribos podem ser:
- semicirculares ou em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento igual a $5\phi_t$, porém não inferior a 5 cm;
 - em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a $10\phi_t$, porém não inferior a 7 cm (este tipo de gancho não pode ser utilizado para barras e fios lisos).

O diâmetro interno da curvatura dos estribos deve ser no mínimo igual ao valor dado, conforme apresentado na Tabela 1.6:

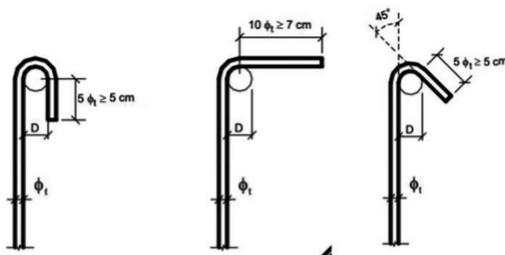
Tabela 1.6 | Diâmetro dos pinos de dobramento de estribos

Bitola mm	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
≤ 10	$3\phi_t$	$3\phi_t$	$3\phi_t$
$10 < \phi < 20$	$4\phi_t$	$5\phi_t$	-
≥ 20	$5\phi_t$	$8\phi_t$	-

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 40).

A Figura 1.23 apresenta como devem ser feitos os ganchos nas pontas dos estribos:

Figura 1.23 | Dobras dos estribos



Fonte: Bastos (2018, p. 16).

c) Emendas

As emendas por transpasse são permitidas quando os estribos forem constituídos por telas. Embora não sejam usuais, as emendas por transpasse também são permitidas se os estribos forem constituídos por barras de alta aderência, ou seja, de aço CA-50 ou CA-60 (ABNT,2014).

d) Diâmetros

Para armadura transversal, os diâmetros normalmente utilizados são $\phi 5\text{ mm}$ e $\phi 6,3\text{ mm}$, em vigas mais pesadas também encontramos os diâmetros de $\phi 8\text{ mm}$ e $\phi 10\text{ mm}$. Nas vigas de pequeno porte comumente utiliza-se o estribo de $\phi 4,2\text{ mm}$, embora a NBR 6118 (ABNT,2014) exija o diâmetro mínimo de 5 mm (ABNT.2014).

Os espaçamentos nas armaduras transversais não devem ser menores que 6-7 cm para não dificultar a penetração do concreto e do vibrador de agulha. Espaçamentos maiores que 8 cm são mais indicados. Os espaçamentos comumente adotados são de valores inteiros em cm.



Dica

Em muitas situações, é necessário que as vigas de concreto possuam aberturas para passagem de tubulações. Essas aberturas são perfeitamente possíveis de existir, porém devem ser contempladas na fase de projeto, seguindo orientações específicas da NBR 6118.

Para se aprofundar sobre aberturas em vigas e armação transversal em vigas de concreto armado, dê uma olhada no vídeo *Posso fazer aberturas em vigas?* do Canal Marretando.

CANAL MARRETANDO. Posso fazer aberturas em vigas?

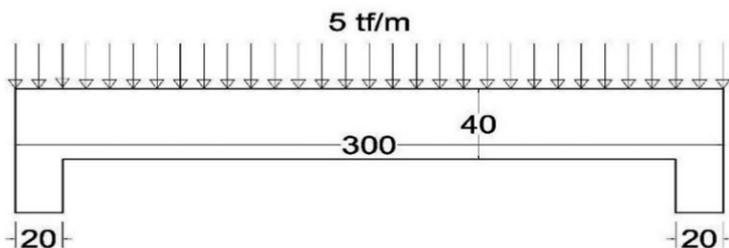
Agora vamos voltar ao dimensionamento da armadura transversal da viga de concreto armado e finalizar o seu detalhamento, deixando o projeto pronto para ser enviado para a obra.

Preparado para fazer os cálculos de dimensionamento?

Sem medo de errar

Na primeira fase deste projeto, você já calculou a armadura mínima para essa viga. Agora, nesta nova etapa, vamos terminar o dimensionamento e fazer o detalhamento completo da armadura transversal. Lembrando que você está na equipe responsável pelo projeto de um prédio residencial feito em concreto armado, situado em Belo Horizonte/MG. O engenheiro estrutural responsável desenvolveu um pré-dimensionamento das vigas do prédio e você está dimensionando e detalhando todas as estruturas. Na Seção 1 desta unidade, você determinou a armação transversal mínima de uma viga de concreto armado conforme apresentado na Figura 1.18.

Figura 1.18 | Viga de concreto armado a ser dimensionada na situação-problema 1



Fonte: elaborada pela autora.

Você deve considerar que o concreto utilizado é o C25 e o aço é o CA50. Considere que o edifício deverá ser construído em Belo Horizonte. Você agora deverá fazer todo o detalhamento da armação transversal dessa viga.

Modelo de cálculo I, sem redução do cortante no apoio:

a) Verificação do concreto:

$$V_{s,max} = \frac{pl}{2} = \frac{50 \times 3}{2} = 75 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{d,max}}{b_w \times d} = \frac{75 \times 1,4}{20 \times 36} = 0,145 \text{ kN/cm}^2$$

N tem-se que para $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ tem-se $\tau_{wd2} = 0,434 \text{ kN/cm}^2$

Como $\tau_{wd} = 0,145 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd2} = 0,434 \text{ kN/cm}^2$, o concreto está verificado, ou seja, a biela comprimida não romperá.

b) Cálculo da armadura:

Como $\tau_{wd} = 0,145 \text{ kN/cm}^2 > \tau_{wd,min} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$ (Tabela 1.5)

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w \text{ com } \rho_w = \frac{100 \times (\tau_{wd} - \tau_{co})}{39,15}$$

Pela Tabela 1.4, temos que $\tau_{co} = 0,0769 \text{ kN/cm}^2$

$$\rho_w = \frac{100 \times (0,145 - 0,0769)}{39,15} = 0,250 > \rho_{w,min} = 0,103, \text{ portanto:}$$

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,250 \times 20 = 5 \text{ cm}^2 / m$$

Para estribos simples (dois ramos) $\frac{A_{sw}}{2} = 2,50 \text{ cm}^2 / m$

$$A_{\phi 8} = \frac{\pi \times 0,63^2}{4} = 0,312 \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{2,50}{0,312} \cong 8 \text{ barras/m} \Rightarrow \frac{100 \text{ cm}}{8} = 12,5 \text{ cm}$$

Logo adotaremos: $\Rightarrow \phi 6,3 \text{ c} / 12,5 \text{ cm}$

$$\text{Como } \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,145}{0,434} = 0,33 < 0,67$$

$$S_{max} = 0,6 \times d = 0,6 \times 36 = 22 \text{ cm (ok!)}$$

Modelo I, com redução do cortante no apoio

Considera-se que o comprimento do apoio no sentido longitudinal da viga seja $c = 20 \text{ cm}$.

c) Verificação do concreto:

$$V_{s,max} = \frac{pl}{2} = \frac{50 \times 3}{2} = 75 \text{ kN}$$

$$V_{S,Red} = V_{S,max} - \frac{p \times (c + d)}{2} = 75 - \frac{50 \times (0,2 + 0,36)}{2} = 61 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{d,max}}{b_w \times d} = \frac{75 \times 1,4}{20 \times 36} = 0,145 \text{ kN / cm}^2$$

$$\tau_{wd,Red} = \frac{V_{d,Red}}{b_w \times d} = \frac{61 \times 1,4}{20 \times 36} = 0,119 \text{ kN / cm}^2$$

Na Tabela 1.3 tem-se que para $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ tem-se $\tau_{wd2} = 0,434 \text{ kN / cm}^2$

Como $\tau_{wd} = 0,145 \text{ kN / cm}^2 < \tau_{wd2} = 0,434 \text{ kN / cm}^2$, o concreto está verificado, ou seja, a biela comprimida não romperá.

Atenção: para a verificação do concreto não se pode utilizar o $\tau_{wd,Red}$.

d) Cálculo da armadura:

Como $\tau_{wd,red} = 0,119 \text{ kN / cm}^2 > \tau_{wd,min} = 0,117 \text{ kN / cm}^2$ (Tabela 1.5), então

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w \text{ com } \rho_w = \frac{100 \times (\tau_{wd,red} - \tau_{co})}{39,15}$$

$$\tau_{co} = 0,0769 \text{ kN / cm}^2 \text{ (Tabela 1.4).}$$

$$\rho_w = \frac{100 \times (0,119 - 0,0769)}{39,15} = 0,107 > \rho_{w,min} = 0,103, \text{ portanto:}$$

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,107 \times 20 = 2,14 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Para estribos simples (dois ramos) $\frac{A_{sw}}{2} = 1,07 \text{ cm}^2 / \text{m}$

$$A_{\phi 8} = \frac{\pi \times 0,5^2}{4} = 0,196 \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{1,07}{0,196} \cong 6 \text{ barras/m} \Rightarrow \frac{100 \text{ cm}}{6} = 16,5 \text{ cm}$$

Logo adotaremos: $\Rightarrow \phi 5 \text{ c} / 16,5 \text{ cm}$

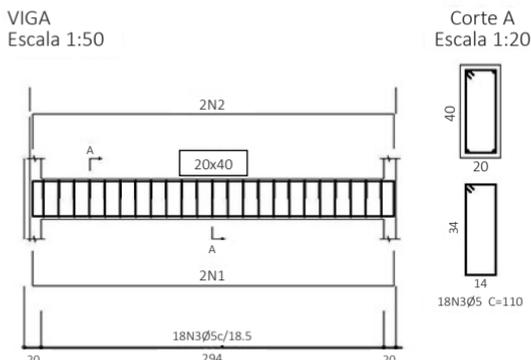
$$\text{Como } \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,145}{0,434} = 0,33 < 0,67$$

$$S_{max} = 0,6 \times d = 0,6 \times 36 = 22 \text{ cm (ok!)}$$

Aqui vamos adotar a armação cujo custo é menor, ou seja, $A_{sw} = \phi 5 \text{ mmc} / 16,5 \text{ cm}$

O detalhamento das armações transversais no projeto final ficaria da seguinte maneira, conforme Figura 1.24:

Figura 1.24 | Detalhamento final das armações transversais



Fonte: elaborada pela autora.

Para calcular a quantidade de estribo necessária, dividimos o comprimento da viga sem o cobrimento pelo espaçamento necessário determinado no cálculo. Nesse caso temos:

$$\frac{300 - 2 \times 3}{16,5} \cong 18 \text{ estribos}$$

A partir desse dimensionamento, já é possível executar em obra a armação transversal dessa viga. Depois de conhecer todos os detalhes deste processo, você já é capaz de dimensionar armaduras transversais para vigas de concreto armado de acordo com a norma brasileira de concreto armado NBR 6118 (ABNT, 2014).

Para reforçar ainda mais o aprendizado, que tal resolvermos mais um problema sobre dimensionamento de armação transversal em vigas? Vamos lá, você vai se sair bem nesta tarefa.

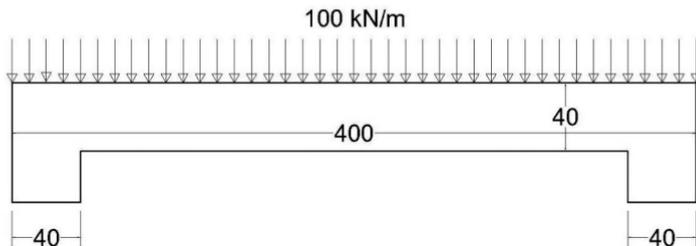
Avançando na prática

Viga com armadura transversal de dois ramos

Descrição da situação-problema

Em um projeto de um prédio industrial você teve que dimensionar uma viga atípica, de seção quadrada 40x40cm e carregamento apresentado na Figura 1.25. A classe de agressividade dessa edificação é forte, portanto o concreto é de classe C30 e o cobrimento é 4 cm. Você vai precisar realizar o detalhamento dos estribos desta viga.

Figura 1.25 | Viga industrial a ser dimensionada na situação-problema



Resolução da situação-problema

Modelo I, com redução do cortante no apoio

Considera-se que o comprimento do apoio no sentido longitudinal da viga seja $c = 20\text{ cm}$.

a) Verificação do concreto:

$$c = 4\text{ cm}$$

$$V_{s,\max} = \frac{pl}{2} = \frac{100 \times 4}{2} = 200\text{ kN}$$

$$V_{s,\text{Red}} = V_{s,\max} - \frac{p \times (c + d)}{2} = 200 - \frac{100 \times (0,4 + 0,35)}{2} = 162,5\text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = \frac{V_{d,\max}}{b_w \times d} = \frac{200 \times 1,4}{40 \times 35} = 0,2\text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{wd,\text{Red}} = \frac{V_{d,\text{Red}}}{b_w \times d} = \frac{162,5 \times 1,4}{40 \times 35} = 0,163\text{ kN/cm}^2$$

Na Tabela 1.3 (Seção 1.2), tem-se que para $f_{ck} = 30\text{ MPa}$ tem-se $\tau_{wd2} = 0,509\text{ kN/cm}^2$

Como $\tau_{wd} = 0,200\text{ kN/cm}^2 < \tau_{wd2} = 0,509\text{ kN/cm}^2$, o concreto está verificado, ou seja, a biela comprimida não romperá.

b) Cálculo da armadura:

Como $\tau_{wd} = 0,163\text{ kN/cm}^2 > \tau_{wd,\min} = 0,132\text{ kN/cm}^2$ (veja na Tabela 1.5 da Seção 1.2), então

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w \text{ com } \rho_w = \frac{100 \times (\tau_{wd,\text{Red}} - \tau_{co})}{39,15}$$

$$\tau_{co} = 0,0769\text{ kN/cm}^2 \text{ (Tabela 1.4 da Seção 1.2)}$$

$$\rho_w = \frac{100 \times (0,163 - 0,0869)}{39,15} = 0,194 > \rho_{w,\min} = 0,116, \text{ portanto:}$$

$$A_{sw} = \rho_w \times b_w = 0,194 \times 40 = 7,76 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda, vamos utilizar estribos

duplos, pois a viga possui largura superior a 40 cm. Logo: $\frac{A_{sw}}{4} = 1,94 \text{ cm}^2 / \text{m}$

$$A_{\phi 8} = \frac{\pi \times 0,63^2}{4} = 0,312 \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{1,94}{0,312} \cong 6,5 \text{ barras/m} \Rightarrow \frac{100 \text{ cm}}{6,5} = 15 \text{ cm}$$

Logo adotaremos: $\Rightarrow \phi 6.3 \text{ c} / 15 \text{ cm}$

$$\text{Como } \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wd2}} = \frac{0,200}{0,509} = 0,39 < 0,67$$

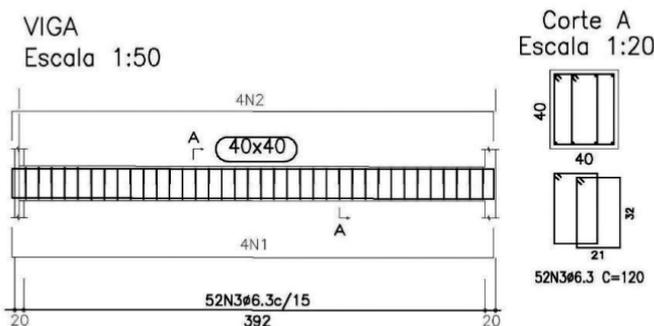
$$S_{\max} = 0,6 \times d = 0,6 \times 35 = 21 \text{ cm (ok!)}$$

A largura do estribo duplo pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$\frac{2}{3} [b_w - 2 \times c] = \frac{2}{3} [40 - 2 \times 4] \cong 21$$

O detalhamento das armações transversais no projeto final ficaria da seguinte maneira, como mostrado na Figura 1.26:

Figura 1.26 | Detalhamento final das armações transversais



Fonte: elaborada pela autora.

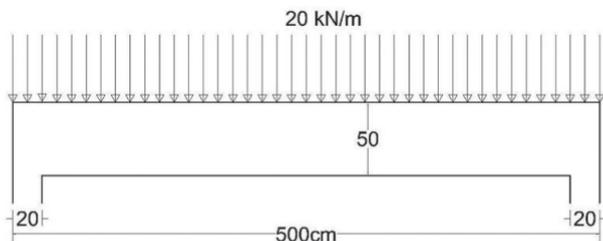
Faça valer a pena

1. É importante no dimensionamento de estruturas de concreto armado observar as especificações da NBR 6118 - *Projeto de estruturas de concreto* (ABNT, 2014) – que estabelece alguns critérios para utilização de estribos em vigas de concreto armado.

Quanto às armaduras transversais em vigas de concreto armado, marque a alternativa correta:

- a) O diagrama de tração é utilizado para a distribuição dos estribos ao longo da viga.
- b) Nos trechos em que os esforços cortantes são maiores, os estribos devem ficar mais espaçados.
- c) As barras de estribos utilizadas em vigas devem apresentar diâmetro maior que 4,2 mm.
- d) O espaçamento mínimo entre estribos em vigas deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador para um melhor adensamento do concreto.
- e) O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, deve ser igual ou inferior ou menos a 15 cm que a menor dimensão da seção, 24 ϕ para aço CA-25 ou 12 ϕ para aço CA-50.

2. O correto detalhamento das armações das vigas de concreto evita erros, retrabalhos e até acidentes maiores como a ruptura e colapso das estruturas. Muitas vezes, erros simples podem ser evitados com a correta atenção ao desenho encaminhado para a obra. Considere uma viga construída com $f_{ck} = 25MPa$ de seção $20 \times 50cm$, cobrimento $c = 3cm$ e aço CA-50, conforme apresentado na figura a seguir.

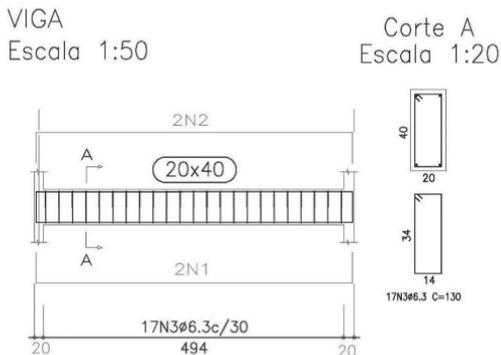


Fonte: elaborada pela autora.

Dimensione a armação, a área dos estribos verticais e o seu espaçamento. Lembre-se de não utilizar a redução no apoio.

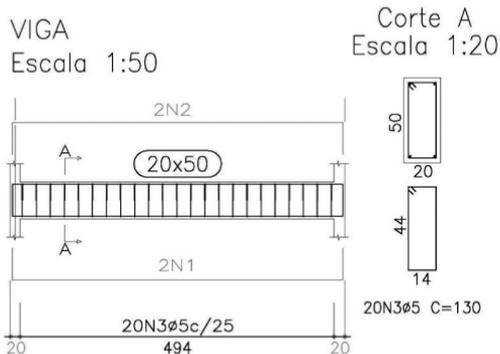
Assinale a alternativa que representa o dimensionamento correto da viga acima:

- a) Figura | Viga com armação transversal



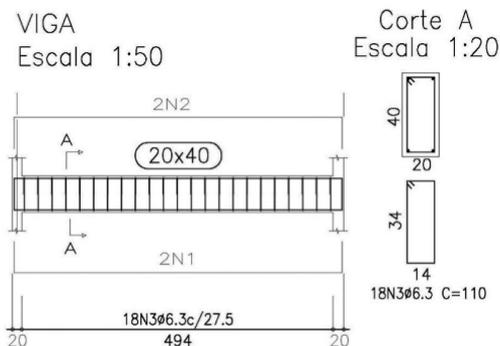
Fonte: elaborada pela autora.

b) Figura | Viga com armação transversal



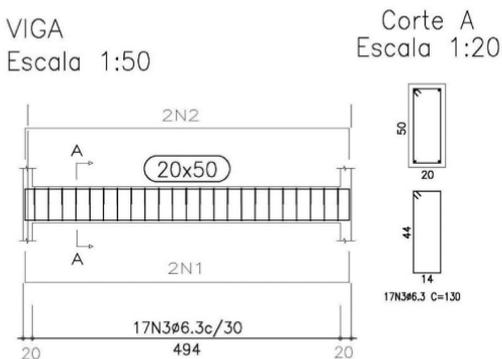
Fonte: elaborada pela autora.

c) Figura | Viga com armação transversal



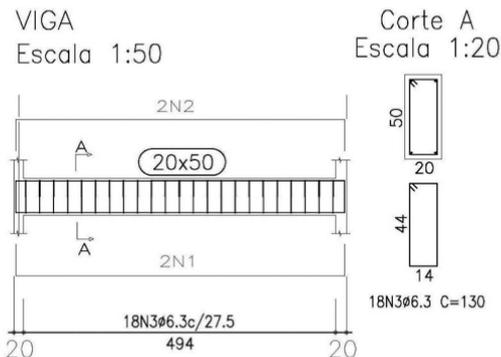
Fonte: elaborada pela autora.

d) Figura | Viga com armação transversal



Fonte: elaborada pela autora.

e) Figura | Viga com armação transversal



Fonte: elaborada pela autora.

3. Considerando as prescrições da NBR 6118 quanto ao detalhamento das armaduras de vigas, considere as seguintes afirmativas:

1. A armadura de pele de vigas deve ser disposta de modo que o afastamento entre as barras não ultrapasse $d/3$ e 20 cm.
2. Os estribos para forças cortantes devem ser fechados através de um ramo horizontal, envolvendo as barras da armadura longitudinal de tração e ancoradas na face oposta.
3. O diâmetro da barra que constitui o estribo deve ser maior que 6,3 mm, sem exceder $1/10$ da largura da alma da viga.

Analisar as afirmativas anteriores e assinalar a alternativa correta:

- a) Somente a afirmativa 1 é verdadeira.
- b) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
- c) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
- e) As afirmativas 1, 2 e 3 são verdadeiras.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 14931**: Execução de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2004. Disponível em: https://www.gedweb.com.br/aplicacao/usuario/asp/resultado_avancado.asp. Acesso em: 24 set. 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. 3. ed. São Paulo, 2014. Disponível em: https://www.gedweb.com.br/aplicacao/usuario/asp/resultado_avancado.asp. Acesso em: 4 out. 2018.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Ancoragem e emenda de Armaduras**. Apostila da disciplina Estruturas de Concreto II - Notas de aula da Faculdade de Engenharia da Unesp, 2018. Disponível em: <http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/Ancoragem.pdf>. Acesso em: 4 out. 2018.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante**. Apostila da disciplina Estruturas de Concreto II da Faculdade de Engenharia da Unesp, 2017. Disponível em: <http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/Cortante.pdf>. Acesso em: 21 set. 2018.

FUSCO, Péricles Brasiense; ONISHI, Minoru. **Introdução à engenharia de estruturas de concreto**. São Paulo: Cengage, 2017. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522127771/cfi/0!4/2@100:0.00>. Acesso em: 17 set. 2018.

FUSCO, Péricles Brasiense. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Editora Pini, 1995.

MARCHETTI, Osvaldemar; BOTELHO, Manoel Henrique Campos. **Concreto armado** - Eu te amo. [S.l.]: Editora Blucher, 2015.

PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane D.; SANTOS, Sandro P. **Cisalhamento em vigas**. Apostila do Departamento de Engenharia de Estruturas da USP, 2010. cap. 13. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/13%20Cisalhamento.pdf>. Acesso em: 17 set. 2018.

PORTO, Thiago B.; FERNANDES, Danielle Stefane G. **Curso Básico de Concreto Armado Conforme NBR 6118/2014**. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.

VIDA ENGENHARIA. **Para que servem os estribos nas vigas?** Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Cv-FFrpqoc>. Acesso em: 17 set. 2018.

Unidade 2

Ancoragem das armaduras

Convite ao estudo

Prezado aluno,

Nesta unidade vamos aprender sobre o processo de ancoragem das armaduras. Estudaremos a ancoragem e a aderência das armaduras, as disposições construtivas para ancoragem de armaduras e a decalagem do diagrama de momento fletor.

Na primeira seção você vai conhecer o conceito de aderência das barras de aço no concreto.

A aderência é responsável pela ligação entre as barras de aço e a massa de concreto, fazendo com que esses dois materiais compartilhem as tensões e trabalhem em conjunto. Essa propriedade do concreto armado é a principal responsável por não permitir os escorregamentos das barras envoltas pelo concreto. Abordaremos os seguintes conteúdos: condições de boa e má aderência de armaduras do concreto armado, aderência por atrito em armaduras de concreto, aderência mecânica em armaduras de concreto armado e conceitos sobre fendilhamento em armaduras de concreto armado.

Na segunda seção, vamos estudar como dimensionar o comprimento de ancoragem necessário em armaduras no concreto, conceitos sobre comprimento de ancoragem básico, ganchos e raios de curvatura e o processo de emenda por transpasse em armaduras de concreto.

A última seção desta unidade vai abordar o processo da decalagem do diagrama de momento fletor. Serão apresentados os conceitos sobre o Modelo de cálculo I da decalagem, deslocamento do diagrama da viga, ponto de início de ancoragem da viga e comprimento final da armadura longitudinal.

Os temas desta unidade, serão estudados baseados na NBR 6118 (ABNT,2014). Após conhecer os conteúdos apresentados, você será capaz de sintetizar os conhecimentos de ancoragem das armaduras longitudinais em situações reais, comparando o diagrama de momento fletor de uma viga com os comprimentos de ancoragem necessários de acordo com a norma brasileira de concreto armado NBR 6118 (ABNT, 2014). Além disso, saberá analisar o diagrama de momento fletor solicitante em uma viga e detalhar

os comprimentos das armaduras longitudinais em função dos diagramas de momento fletor e força cortante.

Na fase atual do projeto em que você está trabalhando, o engenheiro responsável pelo cálculo do prédio de 4 andares solicitou que você determinasse os comprimentos das armaduras longitudinais das vigas da edificação. Para isso, você deve entender alguns conceitos de ancoragem e aderência.

A partir do conhecimento dos momentos fletores atuantes na viga, selecionamos uma seção de aço para combater esses momentos. Como geralmente em uma mesma viga têm-se momentos diferentes atuando em seções diferentes, necessita-se de seções de aço também diferentes para combater cada um desses momentos. É importante também garantir o não escorregamento das barras de aço em contato com o concreto, pois isso pode, além de gerar fissuras de fendilhamento, causar inseguranças estruturais nos elementos estruturais.

Por isso é necessário determinar os comprimentos de cada barra de aço dispostas na viga de forma que o cálculo desse comprimento garanta a segurança da estrutura e a economia no quantitativo de aço, tão necessário para garantir a competitividade das obras nos dias de hoje.

Nesta fase do projeto, você saberia explicar qual a relação entre o escorregamento das barras sujeitas a flexão, os tipos de aderência das barras de aço com o concreto e o comprimento das barras? Tem ideia de como fazer a verificação do comprimento da armadura longitudinal de uma viga baseada nos conceitos da NBR 6118 (ABNT,2014)? Saberia utilizar a decalagem do diagrama do momento fletor para determinar o comprimento correto em barras longitudinais?

Você já deve ter notado que temos muitos conteúdos importantes para aprender nesta unidade. Bons estudos!

Ancoragem e aderência das armaduras

Diálogo aberto

Prezado aluno,

Nesta primeira seção, você vai conhecer o conceito de aderência das barras de aço no concreto.

A aderência é responsável pela ligação entre as barras de aço e a massa de concreto, fazendo com que esses dois materiais compartilhem as tensões e trabalhem em conjunto. Essa propriedade do concreto armado é a principal responsável por não permitir os escorregamentos das barras envoltas pelo concreto.

Vamos aprender os tipos de aderência e como elas ocorrem. Em seguida, veremos o que é o comprimento de ancoragem e como calculá-lo. Além disso, também vamos estudar as condições construtivas para as emendas nas barras e como determinar corretamente o comprimento necessário para que os esforços sejam transferidos de uma barra para outra nas emendas das barras.

Vamos ver que a aderência pode ser decomposta em três parcelas principais: a aderência por adesão, a aderência por atrito e aderência mecânica. A aderência por adesão é a resistência de separação do aço e do concreto. A aderência por atrito acontece pela tendência do deslocamento entre os dois materiais, aço e concreto. A aderência mecânica acontece motivada pela forma das superfícies das barras de aço.

Além disso, vamos estudar o fendilhamento, que são as fissuras no concreto causadas pelas forças de arrancamento das barras de aço. Por fim, aprenderemos a calcular a resistência de aderência, necessária para a determinação do comprimento de ancoragem.

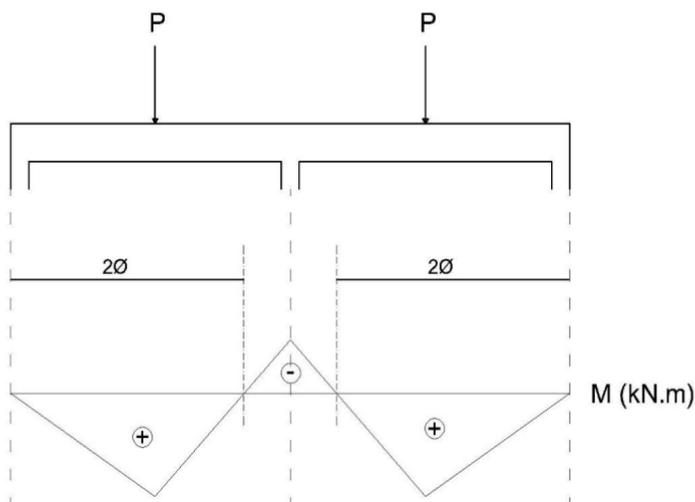
Na fase anterior do projeto, o engenheiro responsável solicitou que você fizesse o dimensionamento das armaduras transversais das vigas de concreto pré-dimensionadas para o prédio que estamos trabalhando. Nesta seção, vamos aprofundar nossos conhecimentos sobre armaduras longitudinais em vigas de concreto armado.

Vamos continuar o projeto do prédio em concreto armado de quatro pavimentos localizado em Belo Horizonte, Minas Gerais. Para lembrar, você é o engenheiro trainee recém contratado que está auxiliando o engenheiro responsável.

Em escritórios de projetos, é necessário que seja feita a revisão de todas as armações nas estruturas de concreto armado. No seu projeto não é diferente. Assim, o engenheiro chefe, ao revisar os projetos de armação de vigas feitos por um programa de cálculo, encontrou alguns erros envolvendo o comprimento das armaduras longitudinais.

A Figura 2.1 apresenta um exemplo das armações feitas pelo programa de cálculo utilizado.

Figura 2.1 | Diagrama de momento fletor e armação de uma das vigas do projeto apresentado pelo software



Fonte: elaborada pela autora.

Como parte do seu treinamento, ele questionou por que seria necessário aumentar esses comprimentos, se as barras já contemplavam os diagramas de momento. Ele quis saber se você havia entendido o motivo de ter de aumentar o comprimento das barras de aço.

Você sabe explicar o motivo que o levou a solicitar o aumento desses comprimentos? Qual a relação entre o escorregamento das barras sujeitas a flexão, os tipos de aderência das barras de aço com o concreto e o comprimento das barras?

Estudando o conteúdo desta seção, você será capaz de responder a essas e outras questões sobre ancoragem e aderência das armaduras em estruturas de concreto armado.

Bons estudos!

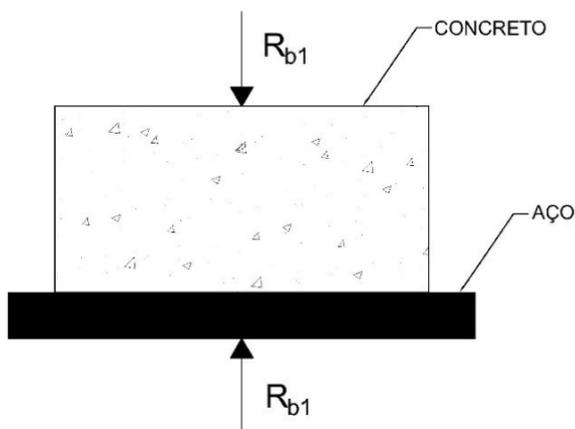
A aderência entre as armaduras de aço e a pasta de concreto é de extrema importância para a existência do concreto armado. O trabalho em conjunto desses dois materiais é a base para o sucesso das estruturas em concreto. A aderência existe para garantir que não aconteça escorregamento entre o concreto e as barras de aço.

A aderência é caracterizada pela transferência das forças do concreto para as barras de aço, e vice-versa. A transferência das forças é exercida pelas ações químicas, pelo atrito e pelas ações mecânicas dos dois materiais podendo ser estudada considerando diferentes estágios.

Aderência por adesão

Ao se lançar uma porção de concreto fresco em uma placa de aço, conforme apresentado na Figura 2.2, naturalmente vão acontecer ligações químicas entre o concreto e a interface da chapa, que vão contribuir com o surgimento de uma resistência de adesão, semelhante a um efeito de “cola”, indicado na figura pela força R_{b1} . Essa força acontece em sentido oposto ao sentido de separação do aço e do concreto. A sua parcela de contribuição é sempre muito pequena quando comparada às outras forças.

Figura 2.2 | Adesão entre uma chapa de aço e do concreto



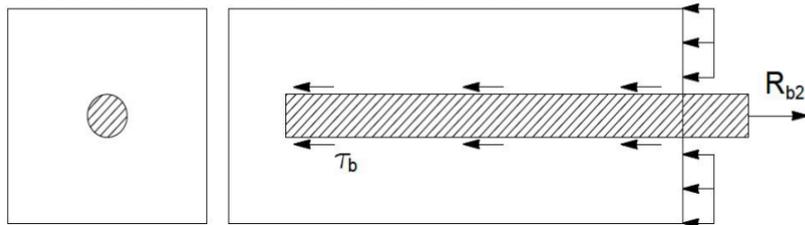
Fonte: elaborada pela autora.

Aderência por atrito

Ao tentarmos fazer o arrancamento uma barra de aço inserida no meio de uma massa de concreto, podemos verificar que o surgimento de uma força de arrancamento R_{b2} , conforme Figura 2.3, é muito superior à força de adesão R_{b1} (figura 2.2). A força R_{b2} é muito maior que a força R_{b1} , pois ela ocorre devido

às tensões de cisalhamento (τ_b), causadas pelas forças de atrito que acontecem em sentido oposto ao deslocamento da barra e do concreto. O surgimento dessa força está relacionado ao coeficiente de atrito entre o concreto e a interface das barras de aço (depende da superfície da barra de aço) e da intensidade de forças de compressão que ocasionalmente podem acontecer em sentido transversal ao eixo das barras. Essas forças são causadas geralmente pelas sobrecargas da edificação, pelo peso da própria estrutura sobre as barras, pela retração do concreto, dentre outras ações que causam o confinamento das barras de aço.

Figura 2.3 | Aderência por atrito sem forcas de confinamento



Fonte: Fusco (2000, p. 136).

Aderência mecânica

A aderência mecânica é aquela causada pelas saliências e reentrâncias, chamadas de nervuras nas barras nervuradas e de irregularidades da laminação nas barras lisas. As saliências criam um maior contato no concreto, também chamado de ponto de apoio. Esses pontos causam uma resistência ao escorregamento entre as barras e o concreto. Essa é a parcela de maior importância e intensidade na aderência das barras.

Situações de boa e de má aderência

Ensaio experimentais nos mostram que a resistência da aderência das barras de aço posicionadas verticalmente é maior que a resistência da aderência das barras posicionadas horizontalmente. As barras horizontais estão localizadas com a mesma distância ao fundo da forma de concretagem. Fato que não ocorre em barras verticais que passam por diversas regiões de adensamento do concreto. Por esse motivo, a qualidade da aderência entre a barra e o concreto desses dois tipos de armação é diferente.

Durante o adensamento e o endurecimento do concreto, ocorre a sedimentação do cimento e, principalmente, o fenômeno da exsudação do concreto, que é a segregação dos componentes que constituem o concreto durante o processo de cura. Nesse tempo, com o movimento para baixo de cimentos e agregados e para cima da água, a exsudação provoca regiões de concretos mais porosos e de menor aderência na parte superior das peças.

Esse fenômeno torna o concreto da camada superior mais poroso, podendo diminuir a aderência até a metade do valor presente nas barras verticais.

Posição das barras durante a concretagem:

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), devem ser obedecidas no projeto as exigências relativas às aderências, ancoragem e emendas das armaduras. Consideramos em boa situação quanto à aderência os trechos das barras que estejam em uma das seguintes posições:

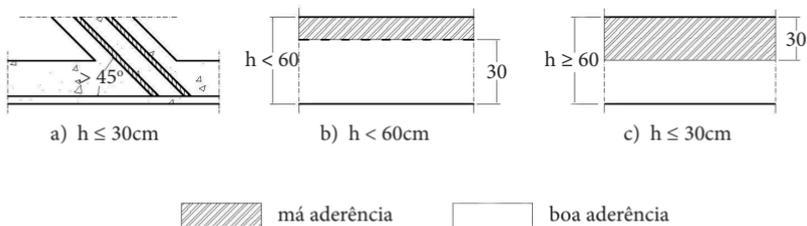
a) Com inclinação superior a 45° sobre a horizontal – Figura 2.4 (a).

b) Horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que:

- Para elementos estruturais com $h < 60\text{ cm}$, localizados no máximo 30 cm acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima – Figura 2.4 (b).
- Para elementos estruturais com $h \geq 60\text{ cm}$ localizados no mínimo com 30 cm abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima – Figura 2.4 (c).

Os trechos das barras em outras posições e quando do uso de formas deslizantes devem ser consideradas em má situação quanto à aderência.

Figura 2.4 | Adesão entre chapa de aço e concreto



Fonte: elaborada pela autora.



Assimile

Em vigas biapoiadas, as armaduras longitudinais principais estão posicionadas na parte inferior da viga. Portanto, encontram-se em áreas de boa aderência. Já as armaduras superiores, normalmente estarão em zona de má aderência.

A resistência de aderência (f_{bd}) entre o concreto e as barras de aço é importante para o cálculo do comprimento de ancoragem e do comprimento de emenda das barras da armadura.

A resistência de aderência depende de fatores como resistência do concreto, rugosidade das barras de aço, das posições da barra no concreto e do diâmetro das barras de aço. Como vimos anteriormente, a presença das nervuras na superfície da barra aumenta significativamente a resistência da aderência.

Para aplicações práticas, acreditamos que seja seguro considerar uma tensão de aderência média de valor constante, embora a distribuição das tensões de aderência sobre o comprimento de ancoragem seja não linear.



Dica

Para se aprofundar no estudo da aderência em estruturas de concreto armado, sugerimos a leitura dos conteúdos das páginas 1-12, da apostila do professor Paulo Bastos: BASTOS, P. **Ancoragem e emenda de armaduras**. Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2015.

Valor da resistência de aderência

A resistência de aderência de cálculo entre armadura e concreto de armaduras passivas deve ser obtida pela seguinte expressão:

$$f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times f_{ctd} \quad (2.1)$$

Onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ck,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,21 \times f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c};$$

$\eta_1 = 1,0$ para barras lisas (CA25);

$\eta_1 = 1,4$ para barras entalhadas (CA60);

$\eta_1 = 2,25$ para barras nervuradas (CA50);

$\eta_2 = 1,0$ para situações de boa aderência;

$\eta_2 = 0,7$ para situações de má aderência;

$\eta_3 = 1,0$ para $\phi < 32mm$

$\eta_3 = (132 - \phi) / 100$ para $\phi > 32mm$ com ϕ (diâmetro da barra) em mm.

No escorregamento da armadura, em elementos estruturais fletidos, deve ser adotada a tensão de aderência dada acima multiplicada por 1,75.



Exemplificando

Uma viga biapoiada, feita com concreto C25, dimensionada com armaduras longitudinais, com diâmetros de $\phi = 10\text{ mm}$, aço CA50 (barras nervuradas), possui qual resistência de aderência de cálculo?

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \times 25^{2/3}}{1,4} = 1,28 \text{ MPa}$$

$\eta_1 = 2,25$ para barras nervuradas (CA50);

$\eta_2 = 1,0$ para situações de boa aderência (viga biapoiada - wdarmadura principal positiva);

$\eta_3 = 1,0$ para $\phi < 32\text{ mm}$

Como $f_{bd} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times f_{ctd}$

Temos: $f_{bd} = 2,25 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,28 = 2,88 \text{ MPa}$

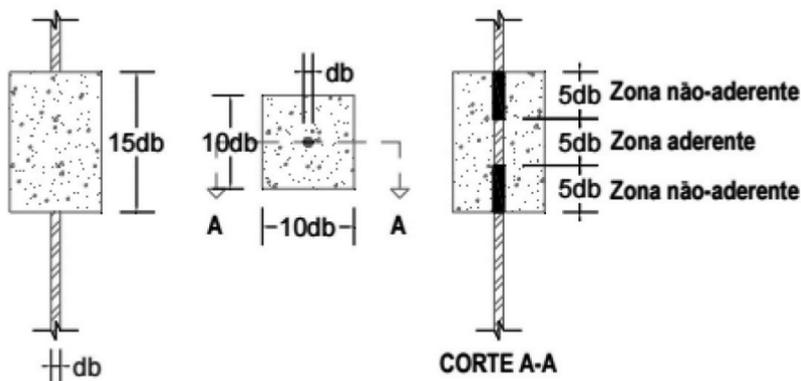
Fendilhamento e ancoragem

Ancoragem é o comprimento de fixação das barras de aço no concreto, de modo que a força atuante nas barras seja transferida para o concreto, fazendo que os dois trabalhem juntos. Assim sendo, a ancoragem pode ser definida como o comprimento que a barra de uma armação de concreto armado precisa ter para não “deslizar” dentro da massa de concreto.

Para determinar esse comprimento precisamos definir o valor da resistência de aderência.

A resistência de aderência poderá ser determinada por meio de um ensaio de arrancamento, que nada mais é que tentar arrancar uma barra de aço concretada de forma engastada em um bloco de concreto, conforme mostrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 | Exemplo de ensaio de arrancamento de uma barra de aço



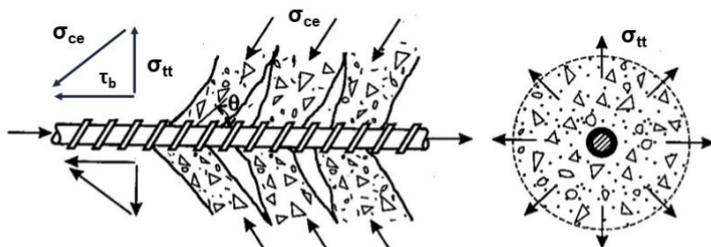
Fonte: Reyes (2009, p. 92).

Na barra de aço, aplicamos uma força R_s correspondente a força de arrancamento. O corpo de prova deve estar apoiado em cima de um dispositivo, que proporciona uma força em sentido contrário, segurando o bloco de concreto. Assim a resistência de arrancamento será ocasionada apenas pelo apoio da placa no concreto.

No local em que acontece a ancoragem, as tensões de compressão vão se propagar pelo concreto partindo da ponta da barra. Nesse momento, surgem tensões de tração, em sentido perpendicular às tensões de compressão e transversais à barra de aço.

A força de arrancamento R_s ocasiona tensões tangenciais (τ_b) nas superfícies da barra de aço e nas interfaces do concreto. Também ocorrem tensões diagonais de compressão (σ_{ce}) e tensões transversais de tração (σ_{tt}), conforme apresenta a Figura 2.6.

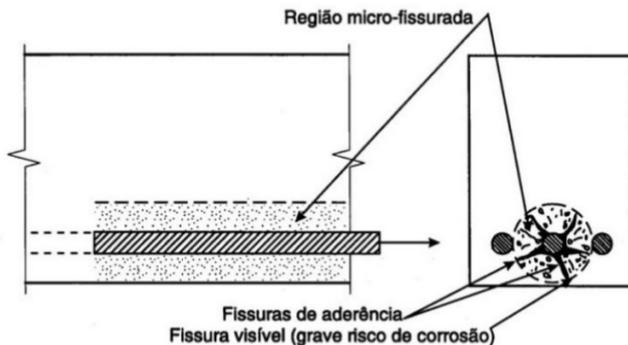
Figura 2.6 | Tensões atuantes na ancoragem de uma barra de aço



Fonte: Fusco (2000, p. 143).

O fendilhamento são as tensões de tração produzidas no concreto devido ao esforço, que pode alcançar o valor de 25% de R_s . Esse fenômeno causa as conhecidas “fissuras de fendilhamento mostradas na Figura 2.7.

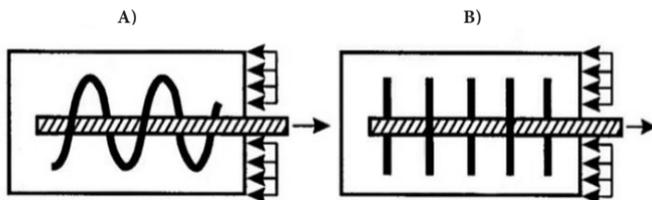
Figura 2.7 | Fissuras por fendilhamento ao longo da barra ancorada



Fonte: Fusco (2000, p. 148).

Para evitar o surgimento dessas fissuras, podemos adotar uma armadura em forma de hélice, comum nas peças de concreto protendido, ou uma armadura em forma de barras transversais, que combatem as tensões transversais de tração e impedem a ruptura longitudinal por fendilhamento. Elas também evitam que essas fissuras alcancem a superfície da peça comprometendo a durabilidade causando a corrosão das barras de aço. A Figura 2.8 apresenta essas armaduras.

Figura 2.8 | Armadura para evitar fissuras de fendilhamento na ancoragem reta, (a) cintamento helicoidal; (b) armadura transversal de costura



Fonte: Fusco (2000, p. 150).

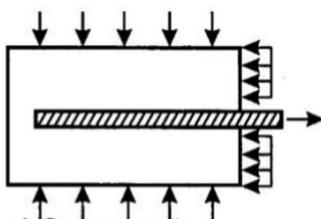


Refleta

Tensões de compressão transversais, independentes daquelas oriundas da ancoragem, podem “fechar” as fissuras reduzindo o problema do fendilhamento?

Utilize a Figura 2.9 para refletir sobre o assunto.

Figura 2.9 | Compressão transversal atuando em barra sujeita ao ensaio de arrancamento



Fonte: Fusco (2000, p. 150).

Na prática, determinamos o comprimento final das barras longitudinais a partir dos diagramas de momento fletor, obtidos por meio do cálculo dos esforços internos nas estruturas de concreto. Após a obtenção desse comprimento, acrescentamos o comprimento de ancoragem em cada uma das barras.

Nesta seção você conheceu melhor os processos de aderência do concreto armado, as condições de boa e má aderência, a aderência por atrito em

armaduras de concreto, a aderência mecânica em armaduras de concreto armado e o fendilhamento em armaduras de concreto armado. Agora vamos desenvolver o estudo da nossa situação-problema, aplicando os conteúdos que você aprendeu até aqui.

Sem medo de errar

Vamos continuar o projeto do prédio em concreto armado de quatro pavimentos localizado em Belo Horizonte, Minas Gerais. Você é o engenheiro trainee que está auxiliando o engenheiro responsável e, ao verificar o projeto de armação das vigas, o engenheiro solicitou que você aumentasse os comprimentos de algumas barras. Você atendeu aos comentários e foi questionado se havia entendido o motivo de ter de aumentar o comprimento dessas barras.

Por que as barras longitudinais devem ser maiores que o determinado pelo diagrama de momento fletor? Qual a relação entre o escorregamento das barras sujeitas à flexão, os tipos de aderência das barras de aço com o concreto e o comprimento das barras?

O sucesso do concreto armado depende, em maior proporção, da atuação conjunta entre o aço e o concreto. Assim, a aderência atua como responsável por garantir que ambos os materiais trabalhem em conjunto, garantido a transmissão dos esforços tanto de flexão quanto de cisalhamento.

Segundo a NBR 6118: “Todas as barras das armaduras devem ser ancoradas de forma que as forças a que estejam submetidas sejam integralmente transmitidas ao concreto, seja por meio de aderência ou de dispositivos mecânicos ou por combinação de ambos” (ABNT, 2014, p. 35).

Nas ancoragens por aderência, os esforços de ancoragens são garantidos por meio de um comprimento reto acrescido além do necessário determinado pelos diagramas de momento fletor ou com grande raio de curvatura, seguido ou não de gancho.

As barras de aço aderem ao concreto por meio de três fenômenos: a adesão, a aderência mecânica e a aderência por atrito.

A primeira está relacionada ao efeito “cola” da pasta de concreto com a interface das barras de aço. Já a aderência mecânica está relacionada ao atrito do concreto com a barra a partir de uma força de movimento conhecida como arrancamento, para peças de concreto armado. Por último, a aderência mecânica acontece a partir de rugosidades na superfície das barras de aço. Quanto maior a rugosidade das barras de aço, maior é a aderência entre aço e concreto.

Muitos programas de cálculo de concreto armado, principalmente os internacionais, não consideram um “acrécimo” no comprimento das barras em relação ao diagrama de momento fletor. Muitas vezes esses programas não estão de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), que exige um comprimento de ancoragem adequado para a segurança estrutural edificações de concreto armado.

Após analisar esse processo de revisão de projetos, você já consegue explicar ao engenheiro responsável a necessidade e os motivos para aumentar os comprimentos de algumas barras longitudinais em função do diagrama de momento fletor.

Preparado para outros desafios? Você já tem novas situações de má aderência para estruturas em balanço para analisar. Vamos lá?

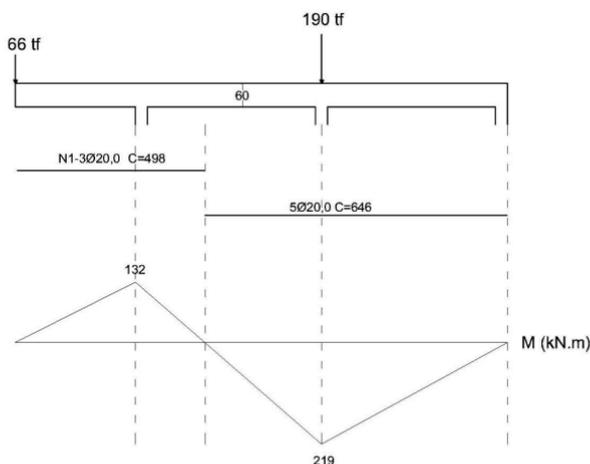
Avançando na prática

Situações de má aderência para estruturas em balanço

Descrição da situação-problema

Durante uma obra que estava sendo realizada pela sua equipe, você se deparou com o detalhamento das armações principais de uma viga, conforme apresentado na Figura 2.10 juntamente com o diagrama de momento fletor:

Figura 2.10 | Diagrama de momento fletor sujeito de viga sujeita a forças concentradas



Fonte: elaborada pela autora.

Quanto ao comprimento das armações longitudinais dessa viga esse detalhamento está correto? O que pode acontecer se concretarem essa viga?

Resolução da situação-problema

Não está correto.

As armações longitudinais apresentadas no desenho estão incorretas, pois o seu comprimento está exatamente do tamanho correspondente ao comprimento do diagrama de momento fletor.

Para garantir o não escorregamento dessas armações, quando a viga for carregada, deve-se acrescentar o comprimento de ancoragem ao comprimento dessas barras.

Não devemos concretar vigas sem a garantia desse comprimento, pois ele garante a aderência das barras. Além de não ser permitido pela NBR 6118 (ABNT, 2104), o não atendimento desse requisito pode resultar em ruptura da peça.

Faça valer a pena

1. As tensões de aderência são necessárias para a determinação dos comprimentos de ancoragem das barras. Essas tensões são variáveis ao longo do comprimento de ancoragem. Entretanto, para efeito de projeto, é suficiente considerar o valor médio de cálculo da resistência de aderência de cálculo.

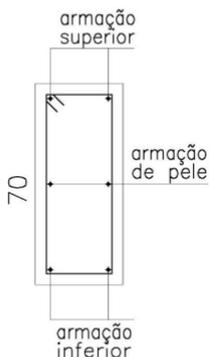
Qual a resistência de aderência de cálculo para uma viga em balanço de concreto armado C30, sendo que foram utilizadas barras entalhadas (CA60) com diâmetros de 8 mm, em MPa?

Assinale a alternativa que apresenta o valor correto:

- a) 1,00
- b) 1,25
- c) 1,30
- d) 1,45
- e) 1,50

2. A resistência da aderência depende da posição das barras de aço na estrutura. Barras verticais estão sempre em uma posição favorável, enquanto que barras horizontais podem estar em uma situação desfavorável, dependendo de sua localização. Uma viga de seção 20x70cm está armada conforme desenho apresentado na figura abaixo, com armadura de pele na metade da altura:

Figura | Viga de seção 20x70cm



Assinale a alternativa que apresenta a localização das barras que estão sujeitas a uma situação de boa aderência:

- a) Superiores.
- b) Somente inferiores.
- c) Inferiores e de pele.
- d) Todas as barras
- e) Nenhuma das barras.

3. A fixação das barras de aço no concreto é conhecida como ancoragem. Já a aderência é a propriedade que impede que haja escorregamento de uma barra em relação ao concreto que a envolve. Sendo assim, responsável por fazer com que o concreto e o aço atuem em conjunto.

Sobre ancoragem de armaduras, abordada pela NBR 6118 (ABNT,2014), analise as afirmações abaixo:

- 1) Barras nervuradas possuem melhor aderência que as barras lisas, mas não melhor que as barras entalhadas.
- 2) A inclinação e posição das barras de aço na massa de concreto podem influenciar na qualidade da aderência.
- 3) O comprimento de ancoragem independe da área da armadura a ser ancorada.

Assinale qual das alternativas abaixo está correta:

- a) Apenas a 2.
- b) 1 e 3.
- c) 1, 2 e 3.
- d) 1 e 3
- e) 2 e 3

Disposições construtivas para ancoragem de armaduras

Diálogo aberto

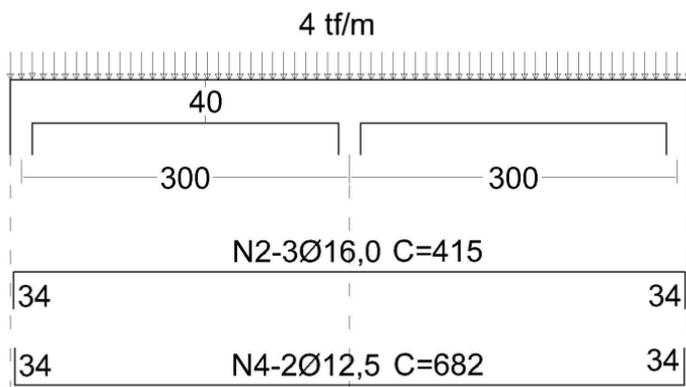
O sucesso do concreto armado depende basicamente da força na aderência das barras de aço e da pasta de concreto armado. Para que isso aconteça, é fundamental que utilizemos em nossos projetos um correto comprimento de ancoragem para garantir essa ligação. Para que isso aconteça, nesta seção vamos aprender quais os critérios necessários estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

Ao calcular um projeto, é muito comum a utilização de programas de cálculo para o desenvolvimento dos desenhos estruturais. Contudo, nem sempre esses desenhos atendem a todas as especificações da NBR 6118 (ABNT, 2014). É importante reforçar que também devemos estar atentos aos desenhos feitos pelos desenhistas e projetistas da nossa equipe.

Lembrando que você foi contratado por uma empresa de projetos estruturais e está atuando como engenheiro trainee. A sua equipe está desenvolvendo um projeto de um prédio residencial composto por quatro andares.

No projeto em que você está atuando, isso também acontece. Depois do desenho pronto, o engenheiro solicita que você faça a verificação do comprimento da armadura longitudinal do projeto de viga, conforme apresentado na Figura 2.11.

Figura 2.11 | Projeto de uma viga utilizada para a realização da SP2



Fonte: elaborada pela autora.

Nesse projeto foi utilizado $F_{ck} = 25$ MPa, o aço a ser utilizado para as armaduras longitudinais é o CA-50. O $A_{s,calc}$ é igual a $2,43 \text{ cm}^2$ para o momento positivo e $4,51 \text{ cm}^2$ para o negativo no apoio central.

Para resolver isso, você deve verificar se o comprimento apresentado no projeto está de acordo com os conhecimentos adquiridos nesta seção e com a NBR 6118 (ABNT, 2014). Lembre-se de conferir as condições de boa e má aderência em armaduras de concreto armado os comprimentos básicos de ancoragem. Os ganchos e raio de curvatura em armaduras de concreto e as emendas por transpasse em armaduras de concreto.

Não pode faltar

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que todas as barras de aço nas estruturas de concreto armado deverão ser ancoradas para transmitir os esforços aplicados nas estruturas para o concreto. Isso poderá ser obtido por meio da aderência entre as barras; e o concreto, por aderência mecânica, ou pela combinação de dois.

Essa ancoragem pela aderência da barra pode ser obtida por meio de um comprimento adicional reto ou por uma curvatura, na presença ou não de ganchos.

Ancoragem por aderência

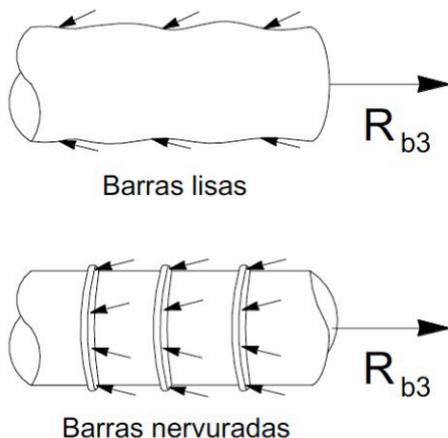
Nesse caso, os esforços são ancorados na estrutura por meio de comprimento reto ou com grande raio de curvatura, com ou sem gancho.

Exceto em regiões sobre os apoios, as ancoragens por meio da aderência deverão ser confinadas pelas armaduras transversais ou pelo concreto. Consideramos nesse caso que o cobrimento da barra ancorada deverá ser maior ou igual a 3ϕ .

Ancoragem por meio de dispositivos mecânicos

Essa ancoragem acontece quando os esforços são transmitidos ao concreto por meio de dispositivos mecânicos incrementados à barra. Conforme vimos na Seção 2.1 desta unidade e o que está apresentado na Figura 2.12.

Figura 2.12 | Aderência mecânica proporcionada pelas irregularidades da superfície de barras de aço lisas e por saliências em barras nervuradas



Fonte: Fusco (2000, p.136).

Ancoragem de armaduras passivas por aderência

As barras tracionadas poderão ser ancoradas por um comprimento reto adicional ou por um raio de grande curvatura em sua extremidade, segundo NBR 6118 (ABNT, 2014), de acordo com condições seguintes:

- As barras lisas obrigatoriamente devem ter ganchos.
- As barras que tenham alternância de solicitação, tração e compressão, não devem ter ganchos.
- Com ou sem gancho, nos demais casos, não sendo recomendado o gancho para barras de $\phi 32mm$ ou para feixe de barras.
- As barras comprimidas devem ser ancoradas sem ganchos.

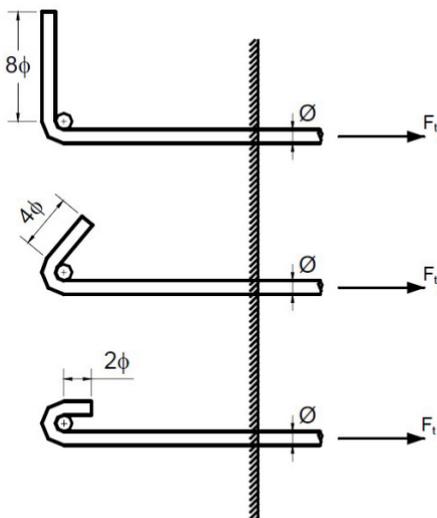
Ganchos das armaduras de tração

Ganchos são soluções para ancoragem das barras tracionadas e estribos. A grande vantagem é que os ganchos possibilitam a redução no comprimento de ancoragem. Como já dito anteriormente, as barras comprimidas devem ser ancoradas sem ganchos.

Segundo NBR 6118, item 9.4.2.3 (ABNT, 2014), os ganchos presentes nas pontas das barras da armadura longitudinal de tração poderão ser, conforme apresentado na Figura 2.13:

- Semicirculares, com ponta reta de comprimento não inferior a 2ϕ ;
- Em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento não inferior a 4ϕ ;
- Em ângulo reto, com ponta reta de comprimento não inferior a 8ϕ .

Figura 2.13 | Características dos ganchos nas extremidades de barras tracionadas



Fonte: Bastos (2018, p. 14).

Para as barras lisas, ou seja, sem entalhes, os ganchos deverão ser semicirculares.

O diâmetro interno da curva dos ganchos presentes nas armaduras longitudinais de tração deverá ser igual ao apresentado de acordo com a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 | Diâmetro dos pinos de dobramentos (D)

Bitola (mm)	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
< 20	4ϕ	5ϕ	6ϕ
≥ 20	5ϕ	8ϕ	—

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 37)

Quando uma barra for soldada transversalmente ao gancho e o dobramento ocorrer depois da soldagem, deverão ser mantidos os diâmetros de dobramento conforme apresentado na Tabela 2.1. Esse caso é utilizado em

situações em que a solda esteja na parte reta da barra, em uma distância maior que 4ϕ do início da curva.

Se a distância for menor, ou se o ponto se encontrar sobre o trecho curvo, o diâmetro do pino de dobramento deverá ser maior que 20ϕ .

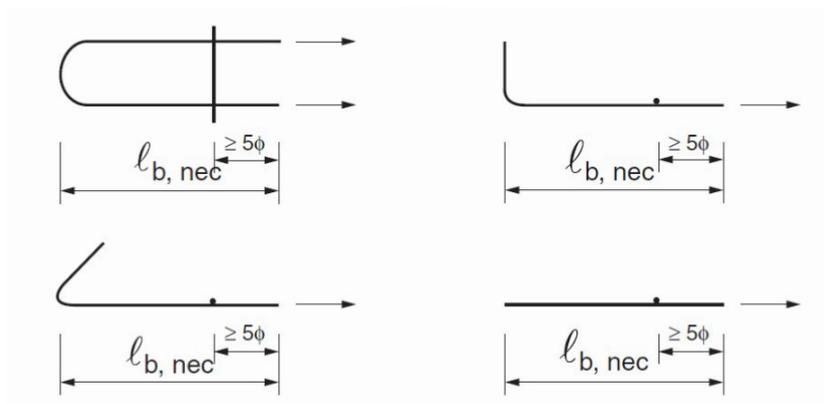
Quando a operação de soldagem acontecer depois de o dobramento, devemos manter os diâmetros da Tabela 2.1.

Barras transversais soldadas

A NBR 6118 item 9.4.2.2 (ABNT, 2014, p. 36) determina que poderemos utilizar várias barras transversais soldadas para a ancoragem, conforme apresentado na Figura 2.14, desde que:

- “Diâmetro da barra soldada $\phi_t \geq 0,60\phi$;
- A distância da barra transversal ao ponto de início da ancoragem seja $\geq 5\phi$;
- A resistência ao cisalhamento da solda deve superar a força mínima de $0,3 \times A_s \times f_{yd}$ (30% da resistência da barra ancorada)”.

Figura 2.14 | Critérios para o posicionamento de barras transversais soldadas à barra ancorada



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 36)

Comprimento de ancoragem básico

O comprimento de ancoragem básico é definido como o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força de arrancamento limite $F_d = A_s \times f_{yd}$ na barra. Admitimos que nesse comprimento uma tensão de aderência constante é igual a F_{bd} , conforme Equação 2.2:

$$F_d = \frac{\pi \times \phi^2 \times f_{yd}}{4} = \pi \times \phi \times l_b \times f_{bd} \quad (2.2)$$

A partir da Equação 2.2 temos:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (2.3)$$

onde f_{yd} e f_{bd} estão em MPa. Com $l_b \leq 25\phi$.



Exemplificando

Veja este exemplo:

vamos determinar o comprimento básico de ancoragem de uma barra com diâmetro de 5 mm em uma viga de concreto armado, dimensionada com concreto C25 e aço CA-50, temos:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{25}{1,4} = 17,85 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = 0,42 \times (f_{cd})^{2/3} \Rightarrow f_{bd} = 2,87 \text{ MPa}$$

Logo:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{0,5}{4} \times \frac{434,8}{2,87} = l_b \cong 19 \text{ cm}$$

A partir da Equação 2.3, podemos tabelar os valores do comprimento de ancoragem básico para o aço CA-50, em situações de boa aderência com $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$ para $\phi < 32 \text{ mm}$.

Tabela 2.2 | Valores de l_b em função do diâmetro para o aço CA-50

Bitola	Tipo de aço							
(mm)	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
10	55 cm	50 cm	40 cm	35 cm	35 cm	30 cm	30 cm	25 cm
12,5	70 cm	55 cm	50 cm	45 cm	40 cm	35 cm	35 cm	30 cm
16	85 cm	70 cm	65 cm	55 cm	50 cm	45 cm	45 cm	40 cm
25	135 cm	110 cm	95 cm	85 cm	80 cm	70 cm	65 cm	60 cm

Fonte: elaborada pela autora.

Também podemos tabelar os valores do comprimento de ancoragem básico para o aço CA-50, em situações de má aderência com $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$ para $\phi < 32 \text{ mm}$, conforme Tabela 2.3.

Tabela 2.3 | Valores de l_b em função do diâmetro para o aço CA-50

Bitola (mm)	Tipo de aço							
	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
10	76 cm	62 cm	54 cm	48 cm	43 cm	39 cm	36 cm	34 cm
12,5	95 cm	78 cm	67 cm	60 cm	54 cm	49 cm	45 cm	42 cm
16	121 cm	100 cm	86 cm	76 cm	69 cm	63 cm	58 cm	54 cm
25	189 cm	156 cm	135 cm	119 cm	107 cm	98 cm	91 cm	85 cm

Fonte: elaborada pela autora.

Como em obra é comum a utilização de barras de aço com valores múltiplos de 5 mm, os valores apresentados nessa tabela foram arredondados superiormente.



Assimile

O comprimento de ancoragem depende da classe do concreto, do tipo do aço e do diâmetro da barra.

Ou seja, para uma viga fabricada com concreto C25, cuja armação principal com bitola de 12,5 mm está posicionada em uma região de boa aderência, o comprimento de básico de ancoragem deverá ser de pelo menos 50 cm.

Comprimento de ancoragem necessário

Nos casos em que a área efetiva da armadura, $A_{s,ef}$, é maior que a área calculada, $A_{s,calc}$, a tensão nas barras diminui e, portanto, o comprimento ancoragem pode ser reduzido na mesma proporção. Assim, o comprimento de ancoragem necessário será o produto entre o comprimento de ancoragem básico e a relação entre a armadura calculada e a efetivamente utilizada. Aqui devemos observar os valores mínimos exigidos segundo a NBR 6118 item 9.4.2.5 (ABNT, 2014). O comprimento de ancoragem necessário pode ser calculado pela Equação 2.4:

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \times l_b \times \left(\frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \right) \geq l_{b,min} \quad (2.4)$$

Onde:

- $\alpha_1 = 1,0$ para barras sem gancho;
- $\alpha_1 = 0,7$ para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;
- l_b é calculado conforme a equação 2.3;
- $l_{b,min}$ é o comprimento mínimo de ancoragem, dado por:

$$l_{b,\min} > \begin{cases} 0,3 \times l_b \\ 10 \times \phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

Armaduras transversais na ancoragem

A NBR 6118, item 9.4.2.6, (ABNT, 2014) estabelece que, para ancoragens de armaduras transversais, devemos considerar todas as armaduras existentes ao longo do comprimento de ancoragem. Em caso de a soma das áreas dessas armaduras ser maior ou igual às especificadas abaixo, devemos:

- Em barras com $\phi < 32 \text{ mm}$ ao longo do comprimento de ancoragem, deve ser prevista armadura transversal capaz de resistir a 25% da força longitudinal de uma das barras ancoradas. Se a ancoragem envolver barras diferentes, prevalece para esse efeito, a barra de maior diâmetro.
- Em barras com $\phi > 32 \text{ mm}$, deve ser verificada a armadura em duas direções transversais ao conjunto de barras ancoradas. Essas armaduras transversais devem suportar os esforços de fendilhamento segundo os planos críticos, respeitando máximo de 5ϕ ”.

Ancoragem de estribos

As ancoragens dos estribos deverão ser necessariamente garantidas por meio dos ganchos ou barras longitudinais soldadas, conforme a NBR 6118, item 9.4.6, (ABNT, 2014):

Os ganchos dos estribos (com diâmetro ϕ_t) podem ser:

- Semicirculares ou em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento igual a $5\phi_t$ porém não inferior a 5 cm.
- Em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a $10\phi_t$, porém não inferior a 7 cm (este tipo de gancho não deve ser utilizado para barras e fios lisos).

Tabela 2.4 | Diâmetro dos pinos de dobramentos para estribos

Bitola (mm)	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
$\phi \leq 10$	$3\phi_t$	$3\phi_t$	$3\phi_t$
$10 < \phi < 20$	$4\phi_t$	$5\phi_t$	—
$\phi \geq 20$	$5\phi_t$	$8\phi_t$	—

Fonte:(ABNT, 2014, p. 40).

Emendas das barras

Segundo NBR 6118, item 9.5, (ABNT, 2014), as emendas podem ser:

- Por transpasse (traspasse ou trespasse);
- Por luvas com preenchimento metálico, rosqueadas ou prensadas;
- Por soldas;
- Por outros dispositivos devidamente justificados.



Assimile

As emendas por transpasse não são permitidas para barras de bitola maior que 32 mm, nem para tirantes e pendurais (elementos estruturais lineares de seção inteiramente tracionada).

No caso de emenda de feixe de barras, o diâmetro equivalente não deve ser superior a 45 mm.

Proporção das barras emendadas

A NBR 6118, item 9.5.2.1, (ABNT, 2014) determina que devemos considerar na mesma seção transversal as emendas que se superpõem ou cujas extremidades mais próximas estejam afastadas de menos de 20% do comprimento do trecho do traspasse (Figura 2.15).

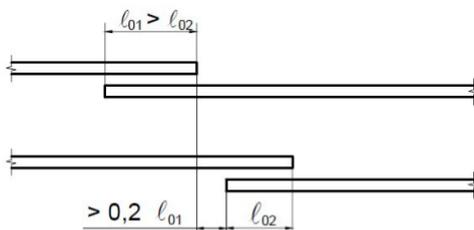


Refleta

Engenheiros calculistas atuam com frequência em favor da segurança, utilizado o maior dos valores necessários para garantir que a norma seja atendida. Sabemos que a NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece que quando temos barras de diferentes diâmetros, o comprimento de traspasse deverá ser calculado pela barra de maior diâmetro. Você saberia dizer por que isso ocorre?

E para dar seguimento ao conteúdo, você saberia dizer por que todas as barras não podem ser emendadas na mesma seção?

Figura 2.15 | Emendas suposta como na mesma seção transversal



Fonte: (ABNT, 2014, p. 42).

A proporção máxima de barras tracionadas da armadura principal emendadas por traspasse na mesma seção transversal do elemento estrutural está indicada na Tabela 2.5, segundo NBR 6118 (ABNT, 2014).

Tabela 2.5 | Proporção de barras tracionadas emendadas

Tipo de barra	Situação	Tipo de carregamento	
		Estático	Dinâmico
Alta resistência	Em uma camada	100%	100%
	Em mais de uma camada	50%	50%
Lisa	$\phi < 16 \text{ mm}$	50%	25%
	$\phi \geq 16 \text{ mm}$	25%	25%

Fonte: (ABNT, 2014, p. 43).

Lembrando que, quando há armaduras permanentemente comprimidas ou de distribuições, todas as barras podem ser emendadas na mesma seção, pois não resistem a esforços de tração.

Comprimento de traspasse para barras tracionadas isoladas

Segundo NBR 6118, item 9.5.2.2, (ABNT, 2014), quando a distância livre entre barras emendadas estiver entre 0 e 4ϕ , o comprimento do trecho de traspasse para barras tracionadas deve ser obtido através da equação 2.5:

$$l_{0t} = \alpha_{ot} \times l_{b,nec} \geq l_{0t,min} \quad (2.5)$$

Onde:

$$l_{0t,min} > \begin{cases} 0,3 \times \alpha_{ot} \times l_b \\ 15 \times \phi \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

α_{ot} é o coeficiente em função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção conforme a Tabela 2.3.

Quando a distância livre entre barras emendadas for maior que 4ϕ , devemos adicionar a distância livre entre barras emendadas. Assim, a armadura transversal na emenda deverá ser justificada para atender ao estabelecido pela NBR 6118 (ABNT, 2014), conforme Tabela 2.6.

Tabela 2.6 | Valores do coeficiente α_{0t}

Barras emendadas na mesma seção (%)	≤ 20	25	33	50	> 50
Valores de α_{0t}	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Fonte: (ABNT, 2014 p. 43).

Comprimento por traspasse de barras comprimidas isoladas

Quando as barras estiverem comprimidas, devemos adotar a seguinte expressão para o cálculo do comprimento do traspasse:

$$I_{0c,\min} = l_{lb,nec} \geq I_{0c,\min} \quad (2.6)$$

Onde:

$$l_{0c,\min} > \begin{cases} 0,6 \times l_b \\ 15 \times \phi \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

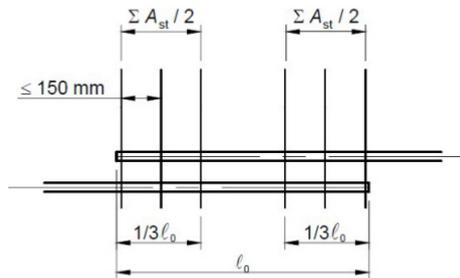
Emendas de barras tracionadas da armadura principal

Segundo a NBR 6118, item 9.5.2.4, (ABNT, 2014), quando $\phi < 16 \text{ mm}$ ou a proporção de barras emendadas na mesma seção for menor que 25% a armadura transversal deve satisfazer a NBR 6118 (ABNT, 2014), conforme apresentado a Figura 2.16:

“Nos casos em que $\phi \geq 16 \text{ mm}$ ou quando a proporção de barras emendadas na mesma seção for maior ou igual a 25%, a armadura transversal deve:

- Ser capaz de resistir a uma força igual à de uma barra emenda, considerando os ramos paralelos ao plano da emenda;
- Ser constituída por barras fechada se a distância entre as duas barras mais próximas de duas emendas na mesma seção for menor que 10ϕ ($\phi =$ diâmetro da barra emendada);
- Concentrar-se nos terços extremos das emendas”

Figura 2.16 | Disposição da armadura transversal nas emendas de barras tracionadas



Fonte: (ABNT, 2014, p. 44).

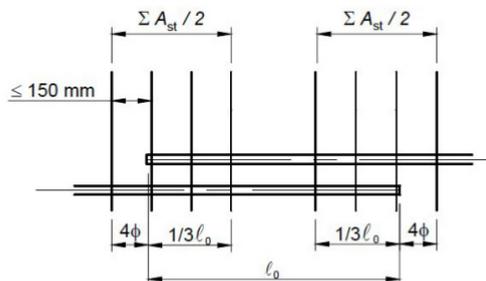
Emendas de barras comprimidas

Devemos manter todos os critérios estabelecidos para o caso anterior, em que pelo menos uma barra de armadura transversal posicionada a 4ϕ de distância além das extremidades da emenda, conforme Figura 2.17.

Segundo NBR 6118 (ABNT, 2014), as barras comprimidas não podem ser ancoradas com a utili-

zação de ganchos, pois eles podem aumentar a possibilidade de flambagem da barra, o que poderia levar ao rompimento do cobrimento de concreto e consequente exposição da armadura.

Figura 2.17 – Disposição da armadura transversal nas emendas de barras comprimidas



Fonte: (ABNT, 2014, p. 44).

Armaduras secundárias

De acordo com NBR 6118 (ABNT, 2014), quando as barras tiverem $\phi < 16\text{mm}$ ou quando a proporção de barras emendadas na mesma seção for menor que 25%, a área da armadura transversal deverá resistir a 25% da força longitudinal atuante na barra.

Apesar de utilizarmos programas de cálculo com frequência, devemos ficar atentos ao comprimento de ancoragem apresentado nos projetos. Por isso, vamos verificar uma viga conforme apresentado na nossa situação problema.

Após estudarmos as condições de boa e má aderência em armaduras de concreto armado, comprimento de ancoragem básico, ganchos, raio de curvatura e emenda por transpasse em armaduras de concreto, você já é capaz de resolver problemas deste tipo no escritório de engenharia onde trabalha.

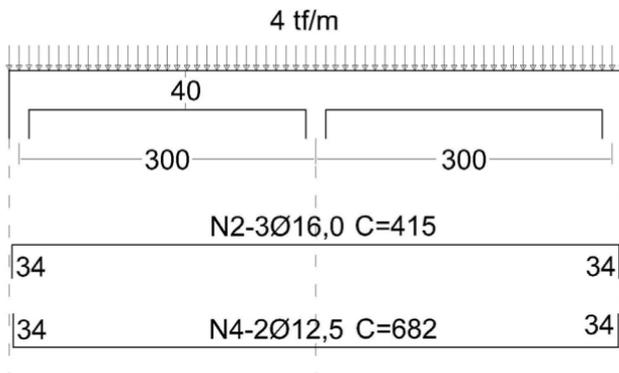
Sem medo de errar

Como engenheiro trainee, você deve desenvolver um projeto de um prédio residencial composto por quatro andares. É importante fazer a verificação do comprimento da armadura longitudinal de uma viga, com seção transversal de 20x40 cm, conforme apresentado no desenho a seguir.

Nesse projeto foi utilizado $f_{ck} = 25\text{MPa}$, o aço a ser utilizado para as armaduras longitudinais é o CA-50. Vamos considerar que o cobrimento aqui é de 3 cm.

O $A_{s,calc}$ é igual a $2,43\text{ cm}^2$ tanto para o momento positivo e $4,51\text{ cm}^2$ para o negativo no apoio central.

Figura 2.18 | Viga utilizada para a realização da SP2



Fonte: elaborada pela autora.

Para resolver isso, você deve verificar se o comprimento apresentado no projeto está de acordo com os conhecimentos adquiridos nesse capítulo e com a NBR 6118:2014.

Para armaduras inferiores:

Comprimento básico de ancoragem, conforme Tabela 2.2:

$$l_b \cong 50\text{ cm}$$

Como $50 > 25\phi = 31,25\text{ cm} \rightarrow l_b = 50\text{ cm}$, conforme estabelecido no comprimento básico de ancoragem.

Comprimento mínimo de ancoragem:

$$l_{b,\min} \geq \begin{cases} 0,3 \times l_b = 0,3 \times 50 = 15\text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 1,25 = 12,5\text{ cm} \\ 10\text{ cm} \end{cases}$$

Logo $l_{b,\min} \cong 15\text{ cm}$

Comprimento de ancoragem reta:

$$A_{s,ef(negativo)} = 3 \times \frac{\pi \times 1,6^2}{4} = 6,02\text{ cm}^2$$

$$A_{s,ef}(\text{positivo}) = 2 \times \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 2,45 \text{ cm}^2$$

$$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} = 50 \times \frac{2,43}{2,45} \Rightarrow l_{b,nec} \cong 50 \text{ cm}$$

Com $l_{b,nec} > l_{b,min}$ devemos adotar $l_{b,nec} = 50 \text{ cm}$

Para armadura superior:

Comprimento básico de ancoragem:

$$l_b \cong 85 \text{ cm}$$

Como $85 > 25\phi = 40 \text{ cm} \rightarrow l_b = 85 \text{ cm}$

Comprimento mínimo de ancoragem:

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \times l_b = 0,3 \times 85 = 25,5 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

Logo $l_{b,min} \cong 25,5 \text{ cm}$

Comprimento de ancoragem reta:

$$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} = 85 \times \frac{4,51}{6,03} \Rightarrow l_{b,nec} \cong 63,60 \text{ cm}$$

Com $l_{b,nec} > l_{b,min}$ devemos adotar $l_{b,nec} \cong 65 \text{ cm}$

Assim como pode ser visto, para as armaduras negativas não precisamos de gancho e nas positivas eles serão necessários.

Com isso, você já sabe determinar os comprimentos de ancoragens necessários para o dimensionamento de vigas de concreto armado. Nesta seção você também aprendeu como e onde realizar ganchos e soldas.

Avançando na prática

Trespasse em vigas de concreto armado

Descrição da situação-problema

Na obra em que você está atuando, uma viga bi apoiada de seção transversal de 20x60 cm será armada com 3 barras de diâmetro de 16 mm. O $A_{s,cal} = 5,61 \text{ cm}^2$ e o $A_{s,ef} = 6,03 \text{ cm}^2$.

Você já percebeu que o projeto não apresenta os comprimentos corretos de ancoragem e, em função do curto tempo disponível, você quer fazer a adequação rapidamente para poder concretar.

Considere que a resistência do concreto utilizada será de 30MPa, o aço será o CA-50. Essa viga será armada com $3\phi 16mm$. Também utilizaremos barras de alta aderência.

Considere também que os apoios dessa viga são pilares de 20x20 cm e o cobrimento dessa obra será de 3 cm.

Resolução da situação-problema

Resistência da aderência:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{30}{1,4} = 21,43 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = 0,42 \times (f_{cd})^{2/3} \Rightarrow f_{bd} = 3,24 \text{ MPa}$$

Comprimento básico de ancoragem:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,6}{4} \times \frac{434,8}{3,24} = l_b \cong 54 \text{ cm}$$

Como $54 > 25\phi = 40 \text{ cm} \rightarrow l_b = 54 \text{ cm}$

Comprimento mínimo de ancoragem:

$$l_{b,\min} \geq \begin{cases} 0,3 \times l_b = 0,3 \times 54 = 16,2 \text{ cm} \\ 10\phi = 10 \times 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

Logo $l_{b,\min} \cong 17 \text{ cm}$

Comprimento de ancoragem reta:

$$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}} = 54 \times \frac{5,61}{6,03} \Rightarrow l_{b,nec} = 50 \text{ cm}$$

Com $l_{b,nec} > l_{b,\min}$ devemos adotar $l_{b,nec} = 50 \text{ cm}$

Seu supervisor solicitou que você determinasse o comprimento mínimo de ancoragem e, a partir dos cálculos, você deverá solicitar que a viga seja concretada com um comprimento mínimo de ancoragem de 54 cm para o caso de não utilizarmos ganchos.

1. Uma laje está armada com barras de diâmetro de 5 mm a cada 16 cm. Considere aqui que o concreto possui resistência de 25 MPa e as barras de aço são CA-50. As barras utilizadas são de alta aderência e o $A_{s,calc}$ é $0,909 \text{ cm}^2$. O cobrimento utilizado é de 2 cm e todas as barras estão em região de boa aderência. Determine o comprimento de ancoragem necessário.

Assinale a resposta correta:

- a) 10 cm
- b) 15 cm
- c) 20 cm
- d) 25 cm
- e) 30 cm

2. Considere o comprimento de ancoragem básico é o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força que tende a arrancar a barra de aço. Ele pode ser calculado a partir da expressão: $l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$.

Determine o valor do comprimento de ancoragem básico das barras de armadura inferior a ser usado em vigas a serem construídas com concreto C25 e aço CA-50.

Assinale a alternativa que apresenta o valor correto para o comprimento de ancoragem solicitado no texto-base:

- a) 28ϕ
- b) 38ϕ
- c) 54ϕ
- d) 44ϕ
- e) 18ϕ

3. Considere uma viga biapoiada de seção transversal de $15 \times 60 \text{ cm}$, armada com 5 barras de 10 mm na armadura principal, onde duas barras, por motivos construtivos, serão emendadas. Considere que a resistência do concreto será o C20 e as barras são de aço CA-50. O $A_{s,calc}$ é $3,50 \text{ cm}^2$, o cobrimento é de 2,5 cm e as barras serão ancoradas com ganchos. Determinar o traspasse dessas barras. A tabela abaixo apresenta os valores do coeficiente α_{0t} a serem usados para este cálculo.

Tabela | Valores do coeficiente α_{0t}

Barras emendadas na mesma seção (%)	≤ 20	25	33	50	> 50
Valores de α_{0t}	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Fonte: (ABNT, 2014, p. 43).

Assinale a alternativa que contém a resposta correta:

- a) 45 cm
- b) 30 cm
- c) 25 cm
- d) 60 cm
- e) 58 cm

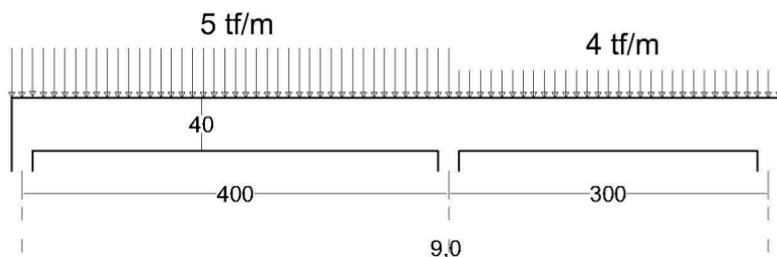
Decalagem do diagrama de momento fletor

Diálogo aberto

Nesta seção vamos dar continuidade à determinação dos comprimentos finais das armaduras longitudinais em vigas de concreto armado. Lembrando que você está trabalhando como engenheiro trainee em um projeto de um edifício residencial em concreto armado, localizado em Belo Horizonte com quatro pavimentos.

Na fase anterior do projeto, o engenheiro responsável pelo projeto solicitou que você verificasse os comprimentos finais das armaduras longitudinais de algumas vigas. Agora, seu superior pediu que você mesmo determinasse o comprimento necessário para a armação longitudinal da viga, de seção 20x40cm, apresentada na Figura 2.18.

Figura 2.18 | Viga a ser dimensionada na situação problema



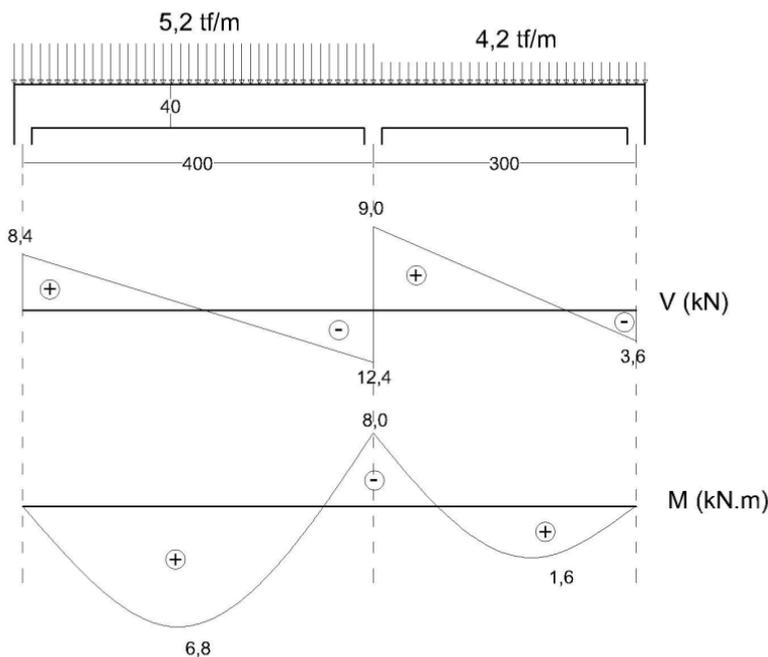
Fonte: elaborada pela autora.

Devemos aprender a utilizar a decalagem do diagrama do momento fletor para determinar o comprimento correto de cada uma das barras longitudinais, além de fazer o detalhamento correto da viga de forma, evitando que haja dúvidas na obra.

Vamos precisar de alguns dados importantes: Concreto C25, com britas 1. Cobrimento da armadura: 3 cm. O aço utilizado será o CA-50 A. Seção transversal da viga: 20 cm x 40cm e altura útil de 36cm. A seção transversal dos pilares será: 20x20cm. Diâmetro dos estribos de 6,3 mm, com duas pernas.

Vamos precisar também das informações dos carregamentos e dos diagramas de força cortante e momento fletor, apresentadas na Figura 2.19, sendo o peso próprio da estrutura $pp = 0,20 \times 0,40 \times 2,5 = 0,2t \times m$, temos:

Figura 2.19 | Esforços na viga a ser dimensionada



Fonte: elaborada pela autora.

Por meio de programas de dimensionamento de vigas, sabemos que a armação calculada para cada trecho é:

$$A_{s,v^o1} = 6,81 \text{ cm}^2 = 4\phi16 \text{ mm}$$

$$A_{\text{apoio}} = 8,25 \text{ cm}^2 = 3\phi20 \text{ mm}$$

$$A_{s,v^o2} = 2,43 \text{ cm}^2 = 2\phi12,5 \text{ mm}$$

Agora que você já tem essas informações, vamos resolver o problema que o seu supervisor pediu. Como utilizar a decalagem do diagrama do momento fletor para determinar o comprimento correto de cada uma das barras longitudinais? Você sabe como fazer o detalhamento correto da viga de forma para que não haja dúvidas na obra?

Antes, devemos aprender alguns conceitos sobre: modelo de cálculo I da decalagem, o deslocamento do diagrama da viga, ponto de início de ancoragem da viga e comprimento final da armadura longitudinal. Preparado para aprender mais sobre esses conteúdos? Vamos lá.

Decalagem dos diagramas de momento fletor

O deslocamento ou decalegem do diagrama de momento fletor ou das forças R_{sd} (M_{sd}/z) deverá ser feita para se compatibilizar o valor da força atuante na armadura tracionada das vigas de concreto armado com os valores das forças sendo determinadas de acordo com o diagrama de momentos fletores de cálculo.

Utilizamos esse tipo de deslocamento para determinar o ponto de interrupção ou de dobramento das barras longitudinais nas peças. Assim, o diagrama de forças R_{sd} na armadura deverá ser deslocado, podendo os pontos ter uma translação paralela ao eixo da peça, de valor a_ℓ .

Segundo a NBR 6118 temos o seguinte:

“Quando a armadura longitudinal de tração for determinada através do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, os efeitos provocados pela fissuração oblíqua podem ser substituídos no cálculo pela decalegem do diagrama de força no banzo tracionado. Essa decalegem pode ser substituída, aproximadamente, pela correspondente decalegem do diagrama de momentos fletores” (ABNT, 2014, p. 137).

Assim, o valor da decalegem a_ℓ deverá ser determinado a partir do modelo de cálculo escolhido no dimensionamento da armadura transversal. Neste livro adoremos o modelo de cálculo I:

Modelo de cálculo I

Para a determinação da decalegem a_ℓ devemos utilizar a equação que é apresentada na Equação 2.7:

$$a_\ell = d \left[\frac{V_{Sd,máx}}{2(V_{Sd,máx} - V_c)} \times (1 + \cot g\alpha) - \cot g\alpha \right] \leq d \quad (2.7)$$

com:

$$a_\ell = d \text{ para } |V_{Sd,máx}| \leq |V_c|;$$

$$a_\ell \geq 0,5 \times d, \text{ no caso geral};$$

$$a_\ell \geq 0,2 \times d, \text{ para estribos inclinados a } 45^\circ;$$

$$V_{Sd,máx} = \text{força cortante sollicitante de cálculo};$$

V_c = parcela da força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça.

A Equação 2.7 torna-se a 2.8: Em termos de arredondamento, utiliza-se comumente $a_c = 0,75 \times d$.

Segundo a NBR 6118, no item 17.4.2.2, (ABNT, 2014): “A decalagem do diagrama de força no banzo tracionado pode também ser obtida simplesmente empregando a força de tração, em cada seção,” através Equação 2.9:

$$F_{Sd,cor} = \left[\frac{M_{Sd}}{z} + |V_{Sd}| (\cot g\theta - \cot g\alpha) \times \frac{1}{2} \right] \leq \frac{M_{Sd,máx}}{z} \quad (2.9)$$

Onde:

$M_{Sd,máx}$ = Momento fletor máximo de cálculo no trecho em análise.

Ponto de início de ancoragem

A partir desses conceitos, podemos definir em qual ponto de uma viga pode-se retirar a barra da armadura longitudinal tracionada através da flexão. O procedimento é geralmente feito para economizar o gasto de aço nas obras.



Refleta

Em obras de pequeno porte, os carregamentos costumam ser menores e, conseqüentemente, as estruturas também são menores. Nesses casos, porque a redução em armaduras através da decalagem do diagrama de momentos fletores não é usualmente utilizada? Porque a ferramenta de decalagem do diagrama pode ter grande impacto no orçamento ao se detalhar vigas de um edifício com alta repetições de vigas?

A NBR 6118 apresenta algumas regras que devem ser aplicadas para a distribuição correta das armaduras longitudinais:

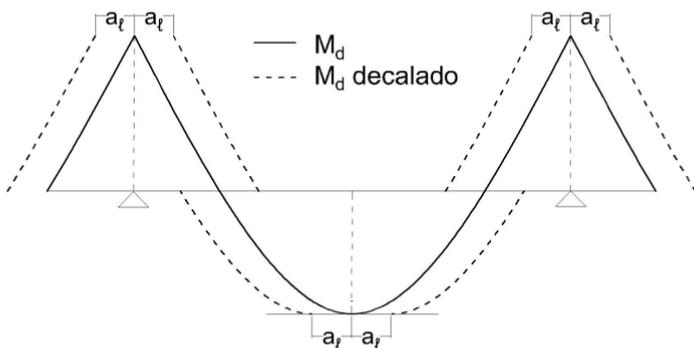
“O trecho da extremidade da barra de tração, considerado como de ancoragem, tem início na seção teórica, onde sua tensão σ_s começa a diminuir (a força de tração na barra da armadura começa a ser transferido para o concreto). Deve prolongar-se pelo menos 10ϕ além do ponto teórico de tensão σ_s nula, não podendo em caso algum, ser inferior ao comprimento necessário. Assim, na armadura longitudinal de tração dos elementos estruturais solicitados por flexão simples, o trecho de ancoragem da barra deve ter início no ponto A (Figura 2.21) do diagrama



Assimile

A translação horizontal no diagrama de momentos fletores, dita decalagem, é sempre considerada no sentido mais desfavorável, de forma a aumentar o momento fletor nas seções. O comprimento das barras da armadura longitudinal de tração será determinado com base neste diagrama decalado. Como exemplo temos a Figura 2.21, que apresenta a decalagem de um diagrama de momentos fletores com um balanço em cada extremidade.

Figura: 2.21 | Translação do diagrama de momento fletores para uma viga bi apoiada com balanços



Fonte: elaborado pela autora.



Exemplificando

Para exemplificar, vamos dar uma olhada em um exemplo apresentado por Bastos (2018):

Vamos considerar uma viga de um tramo, biapoiada em dois pilares, com um carregamento uniformemente distribuído, conforme a Figura 2.22. Essa viga terá um momento fletor positivo ao longo do vão e momentos fletores negativos em cada um dos apoios extremos, considerados engastes. A viga é considerada simétrica na posição do momento fletor máximo positivo ($M_{máx}$).

A Figura 2.23 apresenta o diagrama de momentos fletores (M_{sd}) decalado com a_l . Nele, temos a_{l1} , que é a decalagem determinada no apoio esquerdo, e a_{l2} , que é a decalagem no apoio direito. Considerando uma armadura de flexão positiva no vão (A_{vto}), a viga terá 6 barras de igual diâmetro, agrupadas em feixes de 2 barras (2N2, 2N3 e 2N4), em duas camadas, conforme apresentado na Figura 2.23, cuja função é resistir ao momento fletor positivo máximo ($M_{máx}$).

Nessa viga, temos duas barras superiores próximas aos apoios (armadura negativa 2N1), cuja função é resistir aos momentos fletores negativos

presentes nos apoios da viga com os pilares. Para esse detalhamento podemos considerar algumas possibilidades.

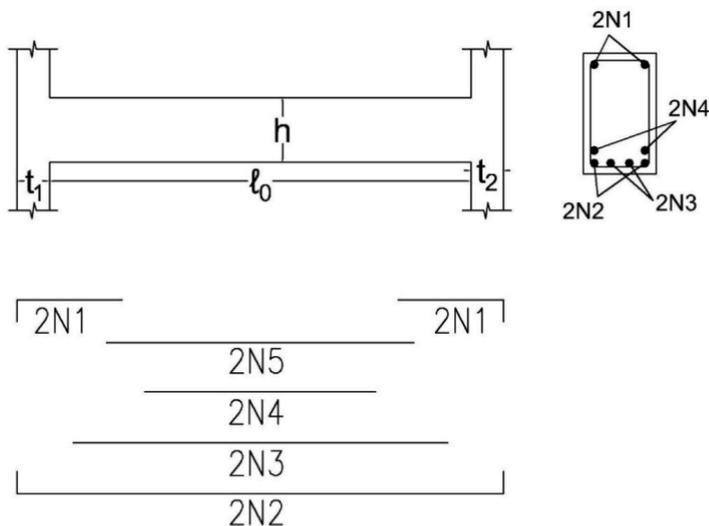
Podemos estender as barras N1 ao longo de todo o vão de modo que no trecho interno do vão as barras serviram de porta estribos (alternativa 1 na Figura 2.24).

Porém, em viga muito pesadas, as barras N1 podem ser interrompidas e estendidas somente no trecho do momento fletor de ligação. Assim, no trecho interno do vão deveram ser dispostas com duas barras construtivas (2N5 da alternativa 2 na Figura 2.24).

Para o caso de o momento fletor positivo necessitar de uma armadura comprimida (lembre-se da armadura dupla vista em Estruturas de Concreto Armado I) devemos utilizar as barras N1 ao longo de todo o vão (alternativa 1 na Figura 2.24) ou as barras N5 (alternativa 2) deverão atender à área A'_s necessária. Nesse caso, as barras da armadura positiva devem se estender até os apoios extremos para comporem a armadura longitudinal que vai ancorar nos apoios.

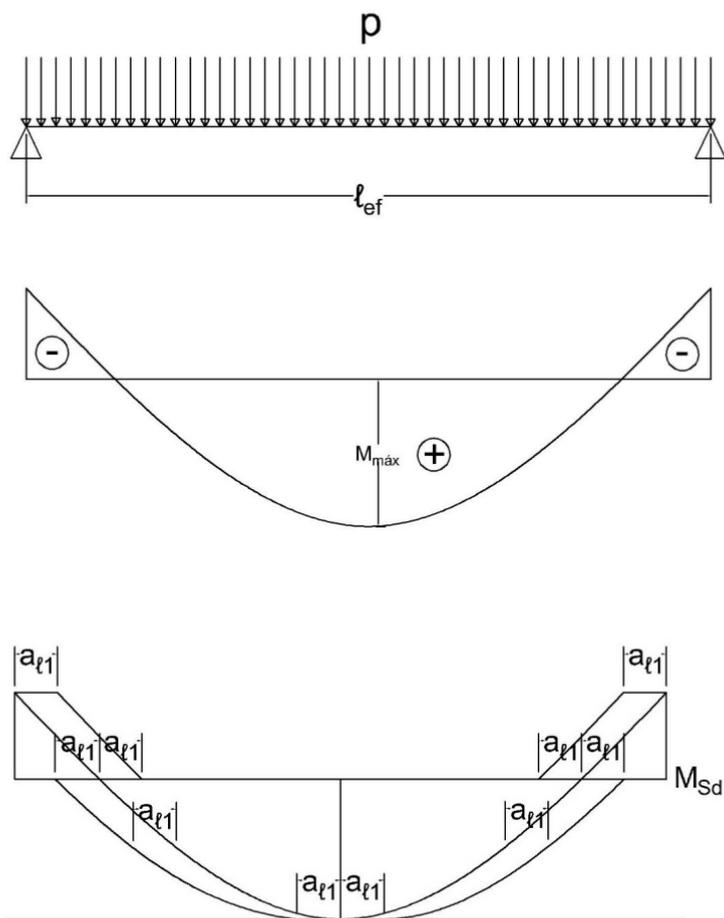
Geralmente, as barras dos vértices do estribo (N2) são estendidas até os apoios para a ancoragem. As demais barras positivas podem ser interrompidas (“cortadas”) antes dos apoios, conforme o “cobrimento” do diagrama de momentos fletores decalado de a_c , de acordo com as regras mostradas na Figura 2.23.

Figura 2.22 | Viga biapoiada para análise do cobrimento do diagrama de momentos fletores positivos



Fonte: Bastos (2018, p. 25)

Figura 2.23 | Esforços na viga biapoiada



Fonte: Bastos (2018, p. 25)

A Figura 2.24 apresenta o diagrama de momentos fletores solici-
tantes de cálculo (M_{Sd}), decalado com a_e , apresentado na Figura
2.23. onde o “cobrimento” está em função do diagrama de M_{Sd} .
Assim, consideramos que as barras N3 e N4 não precisam ser esten-
didadas até os apoios.

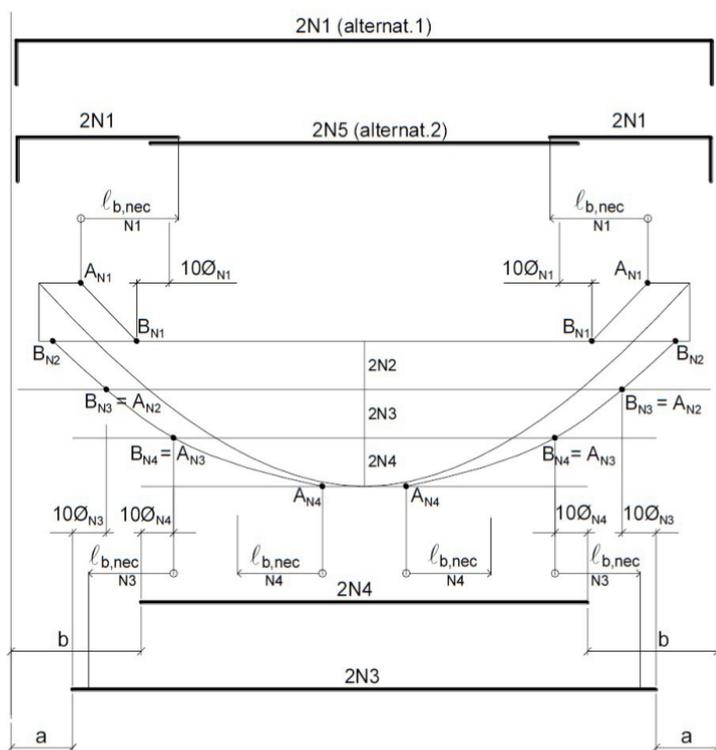
Nesse caso, o momento fletor positivo máximo é dividido em três partes
iguais ($2N2$, $2N3$ e $2N4$), e cada feixe de barras vai combater uma parcela
do momento máximo.

As duas barras N2 devem ser estendidas até os apoios onde vão ancorar a partir da face do apoio. Se as duas barras (N2) não forem suficientes para a ancoragem, as duas barras N3 podem ser utilizadas. Outra possibilidade é estender até os apoios somente as duas barras N2 e acrescentar grampos.

Para o cobrimento do diagrama de momentos, as barras N4 devem ser estendidas um valor $l_{b,nec}$ além dos pontos. Alcançando, pelo menos, as seções situadas 10ϕ além dos apoios. Esse procedimento deve ser aplicado em todas as barras, positivas ou negativas.

Os pontos AN4 são aqueles pontos em que os momentos fletores resistidos pelas barras N4 começam a diminuir, assim como os pontos BN4 são aqueles em que os momentos fletores resistidos pelas barras do grupo tornam-se nulos.

Figura 2.24 | Cobrimento do diagrama de momentos fletores positivos em uma viga biapoiada simétrica



Fonte: Bastos (2018, p. 26).

As barras N3 precisam ser maiores que o comprimento $\ell_{b,nec}$, também devem ser prolongadas por, pelo menos, até as seções distantes 10ϕ dos pontos de apoio. Se o comprimento $\ell_{b,nec}$ ultrapassar a seção distante 10ϕ além do apoio, as barras devem prolongar-se em $\ell_{b,nec}$. Os pontos BN4 são também os pontos AN3, pois os momentos fletores passam a ser resistidos pelas barras do grupo N3.

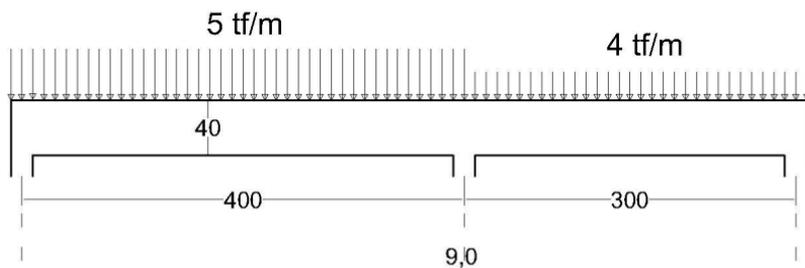
Após aprender os conteúdos apresentados até o momento, conseguimos sintetizar os conhecimentos de ancoragem das armaduras longitudinais em situações reais. Podemos comparar o diagrama de momento fletor de uma viga, com os comprimentos de ancoragem necessários, de acordo com a norma brasileira de concreto armado (ABNT, 2014).

Vamos resolver um problema prático? Você poderá determinar o comprimento final das armaduras longitudinais em todas as vigas de concreto armado.

Sem medo de errar

O seu engenheiro chefe pediu que você mesmo determinasse o comprimento necessário para a armação longitudinal da viga, apresentada na Figura 2.18.

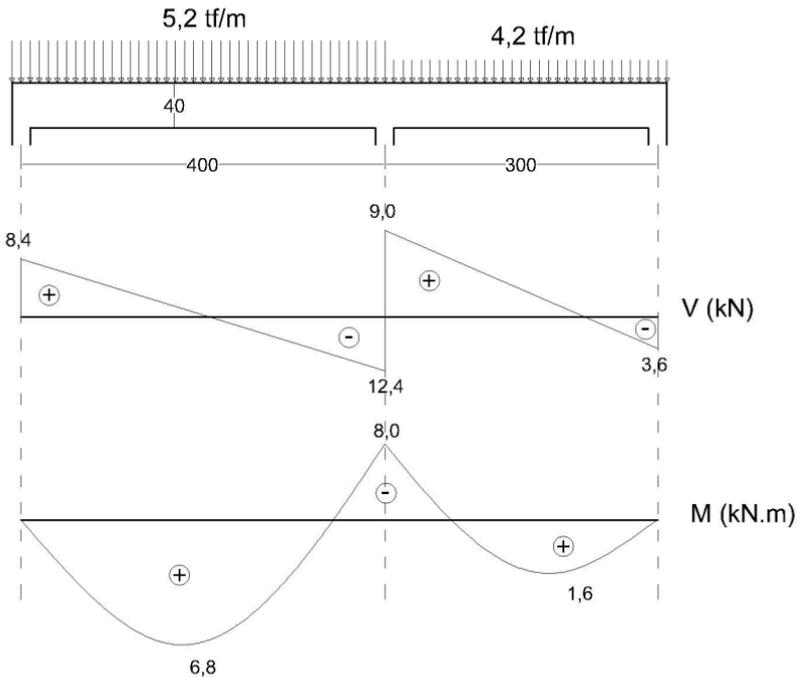
Figura 2.18 | Viga a ser dimensionada na situação problema



Fonte: elaborada pela autora.

Para isso, vamos relembrar agora alguns dados importantes: Concreto C25, com britas 1. Cobrimento da armadura: 3 cm. O utilizado será aço CA-50 A. Seção transversal da viga: 20 cm x 40 cm e altura útil de 36cm. A seção transversal dos pilares será: 20 cm x 20 cm. Diâmetro dos estribos de 6,3 mm, com duas pernas. Lembrando que o peso próprio da estrutura: $pp = 0,2t \times m$, assim temos:

Figura 2.19 | Esforços na viga a ser dimensionada



Fonte: elaborada pela autora.

Por meio de programas de dimensionamento de vigas, sabemos que a armação calculada para cada trecho é: $A_{s,vão1} = 6,81 \text{ cm}^2 = 4\phi 16$; $A_{apoio} = 8,25 \text{ cm}^2 = 3\phi 20$; $A_{s,vão2} = 2,43 \text{ cm}^2 = 2\phi 12,5$

a) Vamos iniciar com o cálculo de V_c e $V_{Sd,máx}$, assim determinaremos o α_ℓ :

$$f_{ctd} = \frac{f_{ck,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,21 \times f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c} = \frac{0,21 \times 2,5^{2/3}}{1,4} = 0,276 \text{ kN.cm}^2$$

$$V_c = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d = 0,6 \times 0,276 \times 20 \times 36 = 119,36 \text{ kN} \quad \text{e} \quad V_{Sd,máx} = 12,4 \times 1,4 = 17,36 \text{ kN}$$

$$\alpha_\ell = \frac{d}{2} \times \frac{V_{Sd,máx}}{(V_{Sd,máx} - V_c)} \leq d \Rightarrow \alpha_\ell = \frac{36}{2} \times \frac{17,36}{(17,36 - 119,36)} = -3,06 \text{ cm}$$

Logo, $\alpha_\ell = 36 \text{ cm}$

b) Agora podemos determinar os valores de ℓ_b que serão acrescentados em cada barra tracionada.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{25}{1,4} = 17,85 \text{ MPa}; \quad f_{bd} = 0,42 \times (f_{cd})^{2/3} \Rightarrow f_{bd} = 2,87 \text{ MPa}; \quad l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{\phi}{4} \times \frac{434,8}{2,87} \cong 38\phi$$

Assim: $\ell_{b,v\grave{a}o1} = 38 \times \phi = 38 \times 1,6 \cong 61 \text{ cm}$

$$\ell_{b,apoio} = 38 \times \phi = 38 \times 2 = 76 \text{ cm}$$

$$\ell_{b,v\grave{a}o2} = 38 \times \phi = 38 \times 1,25 \cong 48 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \times l_b \times \left(\frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \right) \geq l_{b,min} \text{ , sendo } \alpha_1 = 1,0 \text{ para barras sem gancho, logo:}$$

Para o v\~{a}o 1, temos:

$$l_{b,nec} = 60,8 \times \left(\frac{6,81}{8,00} \right) = 51,76 \geq l_{b,min} \quad \text{e} \quad l_{b,min} > \begin{cases} 0,3 \times l_b = 0,3 \times 60,8 = 18,24 \text{ cm} \\ 10 \times \phi = 10 \times 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

Para o apoio, temos:

$$l_{b,nec} = 78 \times \left(\frac{8,25}{9,45} \right) = 68,10 \geq l_{b,min} \quad \text{e} \quad l_{b,min} > \begin{cases} 0,3 \times l_b = 0,3 \times 78 = 23,4 \text{ cm} \\ 10 \times \phi = 10 \times 2,0 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

Para o v\~{a}o 2, temos:

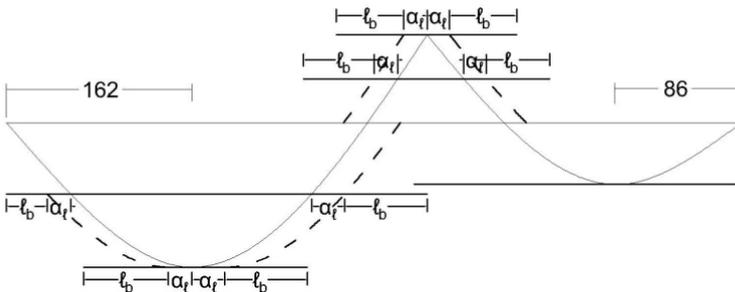
$$l_{b,nec} = 47,5 \times \left(\frac{2,43}{2,50} \right) = 46,17 \geq l_{b,min} \quad \text{e} \quad l_{b,min} > \begin{cases} 0,3 \times l_b = 0,3 \times 47,5 = 14,25 \text{ cm} \\ 10 \times \phi = 10 \times 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

Logo: $\ell_{b,v\grave{a}o1} = 60,8 \text{ cm}$; $\ell_{b,apoio} = 78 \text{ cm}$; $\ell_{b,v\grave{a}o2} = 47,5 \text{ cm}$

c) Com isso, prosseguiremos para a decalagem do diagrama de momento fletor que ser\~{a} feita atrav\~{e}s, marcando-se a transla\~{c}o\~{e} horizontal do diagrama (α_ℓ), conforme a linha pontilhada – para cada lado do diagrama. Marcamos, tamb\~{e}m, os comprimentos de ancoragem (ℓ_b), conforme a Figura 2.25.

d)

Figura 2.25 | Comprimentos de ancoragem da viga



Fonte: elaborada pela autora.

e) Tamanho final das armaduras

Com isso, os comprimentos finais das barras tracionadas ser\~{a}o:

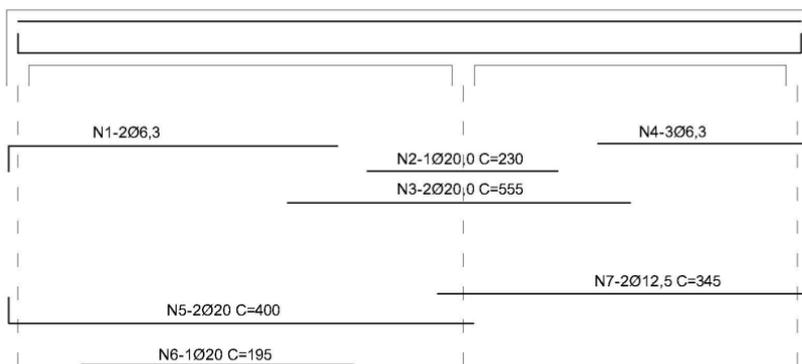
Apoio: $N2 = 36 + 78 + 78 + 36 = 228\text{cm}$; $N3 = 36 + 78 + 323 + 78 + 36 = 551\text{cm}$

Vão 1: $N5 = 36 + 61 + 61 + 36 = 194\text{cm}$; $N6 = 36 + 61 + 204 + 61 + 36 = 398\text{cm}$

Vão 2: $N7 = 36 + 48 + 173 + 48 + 36 = 341\text{cm}$

Fazendo os devidos arredondamentos para múltiplos de 5cm, temos na Figura 2.26:

Figura 2.26 | comprimentos finais das barras tracionadas



Fonte: elaborada pela autora.

A decalagem do diagrama de momento fletor é um método gráfico para a determinação dos comprimentos finais das armaduras longitudinais que resistem ao momento fletor.

A recomendação aqui é desenhar o diagrama de momento fletor em um programa de cálculo ou à mão livre mesmo. De uma maneira ou de outra, o importante é entender bem como ele funciona. Pois, atualmente utilizamos programas de cálculo em que a verificação final do engenheiro nunca pode ser dispensada.

Atenção, é recomendado fazer o arredondamento dos comprimentos finais das armaduras para múltiplos de 5 cm, pois, em obras, principalmente as maiores, é muito difícil fazer o controle exato.

Agora você já sabe analisar o diagrama de momento fletor solicitante em uma viga. Também sabe como detalhar os comprimentos das armaduras longitudinais em função dos diagramas de momento fletor e força cortante. Vamos resolver mais um problema sobre isso? Que tal fazer a verificação do comprimento final de uma outra armadura?

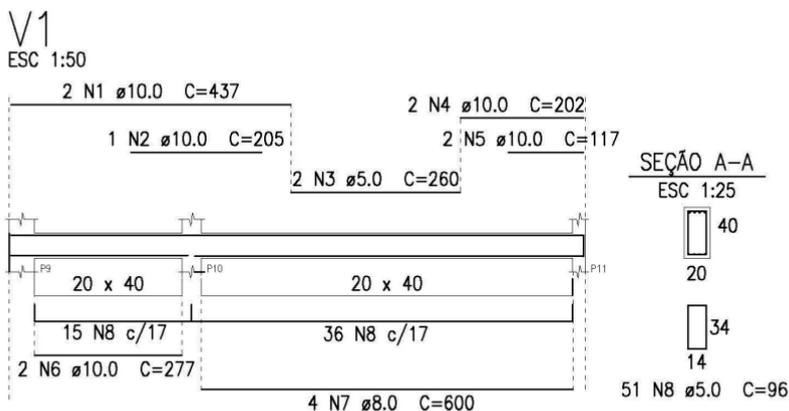
Verificação do comprimento final de uma armadura

Descrição da situação-problema

Você está atuando em uma empresa de verificação de projetos estruturais e recebe o projeto de uma viga de concreto apresentada no desenho abaixo (Figura 2.27). Ao olhar o projeto você nota alguns erros e, como parte do seu trabalho, você deve elaborar um relatório solicitando a revisão do desenho. Não é seu trabalho refazer todas as contas, mas você deve pontuar onde deve ser feita a revisão.

Lembre-se de que o projeto deve ser seguro e econômico e essa viga é só uma das peças a serem construídas e, possivelmente, todas elas contêm o mesmo problema.

Figura 2.27 | Viga a ser dimensionada na situação-problema



Fonte: elaborada pela autora.

Resolução da situação-problema

Você pode notar que as barras da armação positiva, N6 e N7, não estão decaladas, pois estão em mesma quantidade em todo o vão. Assim, tendo em vista a economia no quantitativo de aço, você deve questionar o projetista sobre a possibilidade de fazer uma revisão no projeto e incluir a decalagem nas armações de vigas de concreto armado.

Também é possível notar que os cobrimentos dessas mesmas barras, N6 e N7, não estão corretos pois a barra finaliza assim que inicia o apoio. Isso não pode acontecer pois as barras devem ter um comprimento mínimo de ancoragem, mesmo no apoio, para garantir a segurança da estrutura por meio da aderência entre aço e concreto.

Já nos ferros negativos, N1 a N5, é possível notar que eles estão decalados, porém incorretamente, pois não ocorre a ancoragem correta em ambos os apoios, sem atentar ao comprimento necessário de trespasse nas emendas. Isso pode prejudicar a segurança da estrutura. Já o porta estribo, N3, também não tem o comprimento de ancoragem correto, finalizando exatamente onde começam os ferros negativos.

O estribo N8 também não está ancorado corretamente, pois na dobra final é necessária a presença de um ganho.

Por fim, mas não menos importante, é a falta de cota marcando o início e o final de cada ferro. Pode parecer um detalhe, mas a falta dessa informação pode gerar dúvidas na obra, causando erros que podem prejudicar a segurança estrutural da mesma.

Faça valer a pena

1. Qual o valor de α_ℓ para uma viga bi apoiada com seção 18x40 cm, feita com concreto C25, Aço CA-50 e altura útil igual a 36 cm?

Considere que $V_{Sd,max} = 8,0 \times 1,4 = 11,2 \text{ kN}$.

Assinale a resposta correta:

- a) 22 cm
- b) 25 cm
- c) 27 cm
- d) 36 cm
- e) 40 cm

2. Análise as proposições abaixo:

I - Quando a armadura longitudinal de tração for determinada através do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, os efeitos provocados pela fissuração oblíqua devem ser substituídos obrigatoriamente pela decalagem do diagrama de força no banzo tracionado.

II - A decalagem pode ser substituída, aproximadamente, pela correspondente decalagem do diagrama de momentos fletores.

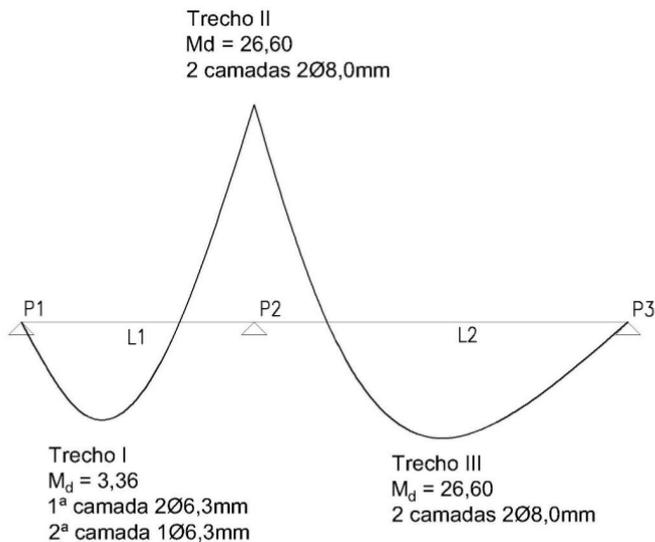
III - O trecho da extremidade da barra de tração, considerado como de ancoragem, tem início na seção teórica, onde sua tensão σ_s começa a diminuir e deve prolon-

gar-se pelo menos 5ϕ além do ponto teórico de tensão σ_s nula, não podendo em caso algum, ser inferior ao comprimento necessário.

Analise as proposições acima, verifique quais delas são verdadeira e escolha a alternativa correta:

- a) I e II.
- b) I e III.
- c) II e III.
- d) Somente II.
- e) Somente III.

3. A decalagem dos momentos fletores é utilizada para economizar no quantitativo de aço das barras nas vigas de concreto armado. Sua resolução é feita graficamente a partir do diagrama de momentos fletores podendo ser feita de algumas maneiras. Determine o comprimento final da armadura negativa longitudinal (trecho II) da viga abaixo, cujo diagrama de momentos fletores é apresentado na figura abaixo. Considere que $a_\ell = 0,75 \times d$.



Fonte: elaborada pela autora.

Dados:

$L1 = 280$ cm e $L2 = 420$ cm.

$\phi_{transversal} = 5$ mm ;

$b_w = 12$ cm ;

$$h = 40 \text{ cm} ;$$

$$d = 35 \text{ cm} ;$$

$$CA20 \Rightarrow f_{cd} = 14,29 \text{ MPa} ;$$

$$CA - 50 \Rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} \Rightarrow f_{yd} = 434,78 \text{ MPa} .$$

Assinale a alternativa correta:

- a) 220 e 140 cm.
- b) 320 e 220 cm.
- c) 420 e 120 cm.
- d) 350 e 120 cm.
- e) 400 e 200 cm.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 14931 (2004): Execução de estruturas de concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2004. [GedWeb/ Normas ABNT]. Disponível em: https://www.gedweb.com.br/aplicacao/usuario/asp/resultado_avancado.asp. Acesso em: 24 set. 2018.

_____. NBR. 6118 (2014): Projeto de estruturas de concreto-Procedimento, São Paulo, 2014. [GedWeb/ Normas ABNT]. Disponível em: https://www.gedweb.com.br/aplicacao/usuario/asp/resultado_avancado.asp. Acesso em: 24 set. 2018.

BASTOS, P. **Ancoragem e emenda de armaduras**. Disciplina: 2323 - Estruturas de concreto II - notas de aula. Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual Paulista – UNESP. Bauru, 2018. Disponível em: <http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/Ancoragem.pdf>. Acesso em: 1 out. 2018.

BASTOS, P. Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante. Notas de aula. Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2015. Disponível em: <http://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/Cortante.pdf>. Acesso em: 21 set. 2018.

FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo, Ed. Pini, 2000.

PINHEIRO, L. M. MUZARDO, C. D. **Aderência e ancoragem** – capítulo 10. Universidade de São Paulo - Departamento de Engenharia de Estruturas, São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.fec.unicamp.br/~almeida/cv714/Ancoragem.pdf>. Acesso em: 5 out. 2018.

PORTO, T; FERNANDES, D. Curso Básico de Concreto Armado Conforme NBR 6118/2014. São Paulo: Oficina de Textos, 2015. Disponível em: <https://bv4.digitalpages.com.br/?term=Curioso%2520B%25C3%25A1sico%2520de%2520Concreto%2520Armado%2520&searchpage=1&filtro=todos&from=busca&page=0§ion=0#/edicao/38872>. Acesso em: 5 out. 2018.

REYES. F.E.G. **Análise da aderência entre barras de aço e concretos (CC,CAA e CAAFA), sob influência de ações monotônicas e cíclicas**. Dissertação de Mestrado, escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 214 p. São Carlos, 2009.

Unidade 3

Estudo dos pilares em uma edificação

Convite ao estudo

Prezado aluno, iniciamos agora mais uma unidade do nosso estudo de estruturas em concreto armado. Nesta unidade, aprenderemos a dimensionar os pilares das edificações em concreto. Esse é provavelmente o conteúdo mais extenso da nossa disciplina e é também um dos mais importantes.

As estruturas prediais são comumente feitas de lajes, vigas e pilares. Nesses casos, o caminho das cargas começa nas lajes, vai para as vigas e, por último, segue para os pilares. Já aprendemos o que são vigas e lajes, e agora também sabemos que os pilares são as estruturas verticais mais usuais, usados normalmente para receber os esforços da edificação e transferi-los para elementos, como as fundações.

Nesta unidade você aprenderá a aplicar os conhecimentos de pré-dimensionamento e detalhamento final de pilares de edificações, e, após conhecer os conteúdos abordados nas três seções, saberá dimensionar completamente um pilar de uma edificação, fazendo o detalhamento das armaduras longitudinais e transversais de pilares.

Imaginemos um caminho de cargas na nossa edificação. Primeiramente, temos as lajes, que receberão as cargas atuantes no nosso prédio, como seu próprio peso, a sobrecarga aplicada, o peso de paredes e móveis, entre outras cargas. As lajes recebem essas cargas e as transmitem para as vigas em que estão apoiadas. As vigas, além do seu próprio peso, das cargas das lajes, de paredes e cargas concentradas provenientes de outras vigas, terão de transmitir esse carregamento para os pilares em que estão apoiadas. Então, os pilares serão responsáveis por acumular as reações das vigas em cada andar e conduzir esses esforços até as fundações.

Relembrando nosso estudo de caso, você está trabalhando como *trainee* em um escritório de cálculo de estruturas de concreto armado. No momento, você atua no dimensionamento de um edifício de apartamentos residenciais feitos em concreto armado, localizado em Belo Horizonte (MG). Nesta unidade, dimensionaremos os pilares de concreto armado desse edifício.

Nos edifícios de múltiplos andares, para cada nível de cada andar, teremos um subtotal das cargas atuantes desde a cobertura. Essas cargas, para cada andar, serão utilizadas visando ao dimensionamento daquele

tramo do pilar. No final, as cargas totais aplicadas serão utilizadas para o projeto de fundação daquele edifício. Esse processo será dividido em três fases no projeto: 1. conceitos fundamentais sobre pilares; 2. dimensionamento de pilar de extremidade, intermediário e de canto; 3. cálculo da armadura longitudinal, taxa máxima de armadura e detalhamento da armadura em um pilar de concreto armado.

Muitos ainda utilizam a palavra “coluna” como sinônimo dessas estruturas, embora essa palavra tenha um significado próprio. A diferença entre os dois está basicamente no formato. Enquanto a coluna é usualmente de seção arredondada, o pilar é usualmente de seção retangular.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), os pilares de concreto armado devem ser dimensionados para resistir à compressão e, também, resistir à flambagem. Já sabemos que o concreto armado, apesar de praticamente não resistir a esforços de tração, resiste relativamente bem aos esforços de compressão. E, considerando que os pilares são estruturas comprimidas, teremos várias situações em que os pilares serão armados apenas com a armadura mínima exigida pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

Começaremos aprendendo o que é flambagem e como dimensionar os nossos pilares para combater esse efeito. Para isso, aprenderemos também o que é contraventamento e revisaremos os conceitos dos índices de esbeltez.

Conceitos fundamentais sobre pilares

Diálogo aberto

Conforme dito anteriormente, estamos estudando o cálculo de pilares de concreto armado.

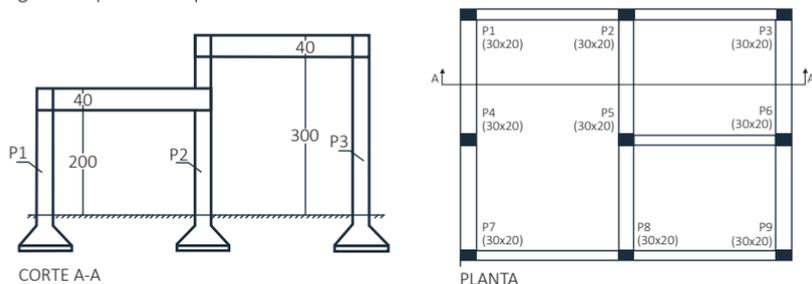
No contexto de aprendizado que temos desenvolvido desde a primeira unidade, você está encarregado, como engenheiro *trainee*, de auxiliar o engenheiro calculista em um projeto estrutural. O projeto que você está desenvolvendo é de um edifício residencial de quatro pavimentos, localizado na cidade de Belo Horizonte (MG).

O engenheiro para o qual você trabalha encarregou-o do dimensionamento dos pilares da edificação. Para começar, você precisou fazer a verificação da esbeltez dos pilares P1 e P3, visto que o engenheiro responsável já tinha feito o pré-dimensionamento deles. O engenheiro estrutural encarregado pediu que você verificasse o pré-dimensionamento que ele fez para saber o índice de esbeltez, classificando os pilares.

A verificação do índice de esbeltez dos pilares pode ajudar a determinar qual economia no quantitativo de aço desse projeto. O índice de esbeltez também ajudará a determinar se um pilar é estruturalmente possível, de acordo com um determinado projeto de arquitetura.

Assim, a partir do croqui apresentado na Figura 3.1, você deverá calcular os índices de esbeltez, classificando os pilares em questão.

Figura 3.1 | Planta de pilares e corte



Fonte: elaborada pela autora.

Para vencer mais esta etapa do projeto, aprenderemos alguns conceitos importantes sobre o dimensionamento de pilares. Conheceremos as principais noções de contraventamento em pilares de concreto, estudaremos

também o índice de esbeltez em pilares de concreto, excentricidades de primeira ordem e de segunda ordem em pilares de concreto.

Vamos lá?

Não pode faltar

Características geométricas de pilares

Dimensões mínimas

A fim de estabelecer boas condições de execução dos pilares, a NBR 6118 (ABNT, 2014) determina que a seção transversal dos pilares não poderá apresentar qualquer dimensão menor do que 19 cm. Em alguns casos especiais, poderemos considerar dimensões entre 19 cm e 12 cm. Para que isso seja feito, devemos multiplicar todas as ações por um coeficiente adicional γ_n , conforme Equação 3.1:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \times b \quad (3.1)$$

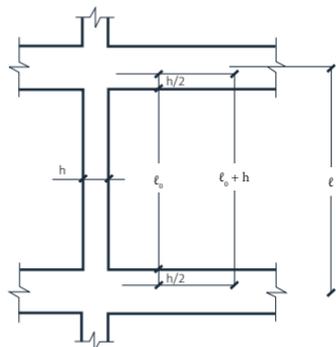
Sendo que b é a menor dimensão da seção transversal do pilar e γ_n é determinado conforme Tabela 3.1:

Tabela 3.1 | Valores do coeficiente adicional γ_n em função de b

b (cm)	≥ 19	18	17	16	15	14
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 73).

Figura 3.2 | Distâncias de ℓ_o e ℓ



Fonte: Pinheiro e Muzardo (2005, p. 16.3).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) não permite, em qualquer caso, pilares com seção transversal de área inferior a 360cm^2 .

Comprimento equivalente

A NBR 6118 (ABNT, 2104) considera que o comprimento equivalente (ℓ_e) de um pilar vinculado nas duas extremidades será o menor dos valores, conforme apresentado na Figura 3.2:

Assim, temos:

$$\ell_e \leq \begin{cases} \ell_0 + h \\ \ell \end{cases} \quad (3.2)$$

Onde ℓ_0 é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais que vinculam o pilar; h é a altura da seção transversal do pilar; e ℓ é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

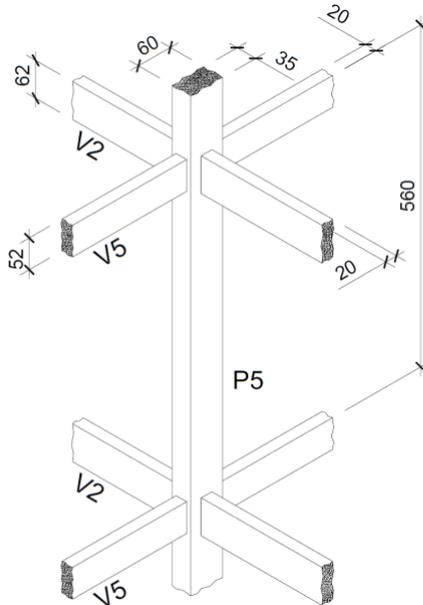
No caso de pilar engastado com extremidade livre no topo, teremos que $\ell_e = 2\ell$.



Exemplificando

Considere um pilar P5 de seção 60x35 cm, conforme Figura 3.3:

Figura 3.3 | Condições geométricas do pilar



Fonte: Alva, El Debs e Giongo (2008, p. 24).

Na direção x , temos: $\ell_{ox} = 560 - 62 = 498 \text{ cm}$

$$\ell_{ex} \leq \begin{cases} \ell_{ox} + h_x = 498 + 35 = 533 \text{ cm} \\ \ell_x = 560 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ex} = 533 \text{ cm}$$

Na direção y, temos: $\ell_{oy} = 560 - 52 = 508 \text{ cm}$

$$\ell_{oy} \leq \begin{cases} \ell_{oy} + h_y = 508 + 60 = 568 \text{ cm} \\ \ell_y = 560 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ey} = 560 \text{ cm}$$

Raio de giração

Sabemos que o raio de giração pode ser calculado conforme Equação 3.3:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (3.3)$$

Onde I é o momento de inércia da seção transversal; A é a área de seção transversal.

Índice de esbeltez

Para o cálculo do índice de esbeltez, teremos a relação apresentada na Equação 3.4:

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i} \quad (3.4)$$

Classificação de pilares quanto à esbeltez

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), os pilares podem ser classificados em:

- Pilares curtos $\rightarrow \lambda \leq 35$
- Pilares médios $\rightarrow 35 < \lambda \leq 90$
- Pilares medianamente esbeltos $\rightarrow 90 < \lambda \leq 140$
- Pilares esbeltos $\rightarrow 140 < \lambda \leq 200$
- A NBR 6118 (ABNT, 2014) não admite pilares com λ superior a 200.

Excentricidades de primeira ordem

As excentricidades de primeira ordem (e_i) acontecem devido à ocorrência de momentos fletores externos solicitantes ou devido ao ponto teórico de aplicação da força normal não estar localizado no centro de gravidade da seção transversal.

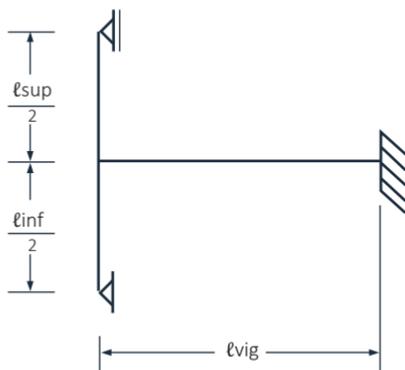
Excentricidade inicial

A excentricidade inicial será prevista a partir das ligações dos pilares com as vigas. Assim, as excentricidades iniciais no topo e na base deverão ser obtidas. Logo, podemos determinar $e_{i,topo}$ e $e_{i,base}$ conforme Equação 3.5:

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N}; e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N} \quad (3.5)$$

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), podemos admitir também o esquema estático apresentado na Figura 3.4.

Figura 3.4 | Esquema estático



Fonte: NBR 6118 (ABNT 2014, p. 94).

Assim, podemos considerar um momento fletor igual ao momento de engastamento perfeito multiplicado pelos coeficientes estabelecidos nas seguintes relações apresentadas nas Equações 3.6, 3.7 e 3.8:

- Na viga:

$$\frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}} \quad (3.6)$$

- No tramo superior do pilar:

$$\frac{r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}} \quad (3.7)$$

- No tramo inferior do pilar:

$$\frac{r_{inf}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}} \quad (3.8)$$

Onde r_i é a rigidez do elemento i , avaliada de acordo com a Figura 3.4, conforme apresentado na Equação 3.9:

$$r_i = \frac{I_i}{\ell_i} \quad (3.9)$$

Excentricidade acidental

Segundo NBR 6118 (ABNT, 2014), temos que:

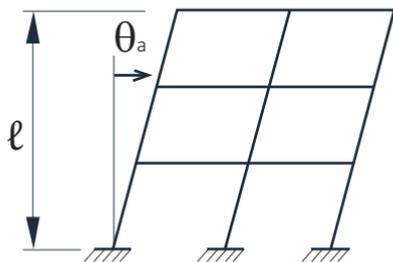
“No caso do dimensionamento ou verificação de um lance de pilar, dever ser considerado o efeito do desaprumo ou da falta de retilinidade do eixo do pilar [...]. Admite-se que, nos casos usuais de estruturas reticuladas, a consideração apenas da falta de retilinidade ao longo do lance de pilar seja suficiente. (NBR 6118, 11.3.3.4.2, p. 60)

Logo, para a verificação do estado limite último das estruturas reticuladas, deve-se considerar as imperfeições do eixo das estruturas descarregadas. Essas imperfeições não podem ser cobertas apenas pelos coeficientes de ponderação e devem ser consideradas porque têm efeitos significativos sobre as estabilidades de toda a construção. De acordo com a norma, essas imperfeições podem ser divididas em dois grupos: as imperfeições globais e as imperfeições locais.

Imperfeições globais

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), para a realização da análise global das estruturas reticuladas, devemos considerar um desaprumo dos elementos verticais que podem acontecer no decorrer da obra, conforme apresentado na Figura 3.5:

Figura 3.5 | Imperfeições geométricas globais



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 59).

Onde:

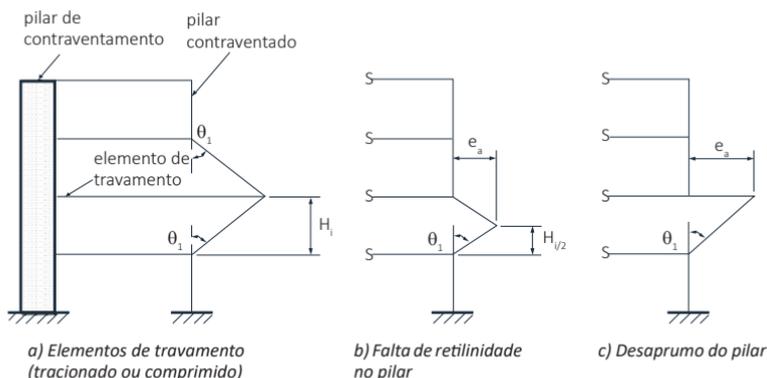
$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{\ell}} \quad \text{ou} \quad \theta_a = \frac{\sqrt{1 + 1/n}}{2} \quad (3.10)$$

Sendo que l é a altura total da estrutura; n é o número total de elementos verticais contínuos; $\theta_{1,\min} = 1/400$ para estruturas de nós fixos; ou $\theta_{1,\min} = 1/300$ para estruturas de nós móveis e imperfeições locais. O valor máximo de θ_1 será de $1/200$.

Imperfeições locais

A análise local de elementos deve levar em conta os efeitos causados pelas imperfeições geométricas locais. Para a verificação deve-se considerar o efeito do desaprumo ou da falta de retilinidade do eixo do pilar, conforme Figura 3.6.

Figura 3.6 | Imperfeições geométricas locais



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 60).

Assim, a excentricidade accidental (e_a) pode ser obtida pela Equação 3.11:

$$e_a = \theta_1 \times \frac{\ell}{2} \quad (3.11)$$

Para pilar em balanço, deve-se obrigatoriamente considerar o desaprumo, assim:

$$e_a = \theta_1 \times \ell \quad (3.12)$$

Momento mínimo

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o efeito das imperfeições locais nos pilares pode ser substituído pela consideração do momento mínimo de primeira ordem, conforme Equação 3.13:

$$M_{1d,\min} = N_d \times (0,15 + 0,03h) \quad (3.13)$$

Onde h é a altura total da seção transversal na direção considerada (em metros).

Nas estruturas reticuladas, podemos admitir que o efeito das imperfeições locais estará atendido se respeitarmos o valor do momento total mínimo. Esse momento deverá ser somado aos momentos de segunda ordem.



Assimile

Para a obtenção dos esforços de sollicitação de um pilar, é necessário realizar análises por meio do modelo de pórtico espacial. Assim, é possível obter os esforços sollicitantes de momento, compressão e tração, esforço cortante e torção para o pilar analisado.

No entanto, os momentos obtidos representam os esforços de primeira ordem, isto é, a solicitação imediata do pilar sujeito às cargas de projeto. Contudo, a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) determina, no item 15.8, que os pilares também devem ser dimensionados para esforços de segunda ordem, causados por esforços devido às excentricidades acidentais ou imperfeições geométricas e às excentricidades suplementares devido à fluência do concreto.

Excentricidades de segunda ordem

Segundo NBR 6118:

“A análise global de 2a ordem fornece apenas os esforços nas extremidades das barras, devendo ser realizada uma análise dos efeitos locais de 2a ordem ao longo dos eixos das barras comprimidas [...]. Os elementos isolados, para fins de verificação local, devem ser formados pelas barras comprimidas retiradas da estrutura, com comprimento ℓ_e [...], porém aplicando-se às suas extremidades os esforços obtidos através da análise global de 2a ordem. (ABNT, 2014, item 15.7.4, p. 107)



Dica

Vale a pena ver os itens 15.2, 15.3, 15.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014) que tratam da conceituação e da aplicação da instabilidade e dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado. Disponível na base GEEdWeb em nossa Biblioteca Virtual.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 (2014)**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014. [GedWeb/ Normas ABNT].

Também conforme a NBR 6118:

“Os esforços locais de 2a ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor-limite λ_1 [...]. O valor de λ_1 depende de diversos fatores, mas os preponderantes são:

- A excentricidade relativa de primeira ordem e_1/h na extremidade do pilar onde ocorre o momento de 1a ordem de maior valor absoluto;

- A vinculação dos extremos da coluna isolada;
- A forma do diagrama de momentos de 1ª ordem. (ABNT, 2014, item 15.8.2, p. 107)

O valor limite de λ_1 deverá ser:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad (3.14)$$

Onde $35 \leq \lambda_1 \leq 90$; e_1 = excentricidade de primeira ordem (não inclui a excentricidade acidental e_a); e_1/h = excentricidade relativa de primeira ordem.

A NBR 6118 também diz que:

“Os pilares devem ter índice de esbelteza menor ou igual a 200 ($\lambda \leq 200$). Apenas no caso de elementos pouco comprimidos com força normal menor do que $0,10 \times f_{cd} \times A_c$, o índice de esbelteza pode ser maior do que 200. Para pilares com índice de esbelteza superior a 140, na análise dos efeitos locais de 2ª ordem, devem-se multiplicar os esforços solicitantes finais de cálculo por um coeficiente adicional $\gamma_{nl} = 1 + [0,01 \times (\lambda - 140) / 1,4]$. (ABNT, 2014, item 15.8.1, p. 107)

O valor de α_b deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

a. Para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,4; \quad 0,4 \leq \alpha_b \leq 1,0 \quad (3.15)$$

Sendo que M_A e M_B são os momentos de primeira ordem nos extremos do pilar. Para M_A deve ser adotado o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado; e para M_B , o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo, em caso contrário.

b. Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1 \quad (3.16)$$

c. Para pilares em balanço:

$$\alpha_b = 0,8 + 0,2 \frac{M_c}{M_A} \geq 0,85; \quad 0,85 \leq \alpha_b \leq 1,0 \quad (3.17)$$

Onde M_A é momento de primeira ordem no engaste; e M_c é o momento de primeira ordem no meio do pilar em balanço.

- d. Para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores do que o momento mínimo estabelecido em 11.3.4.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$\alpha_b = 1 \quad (3.18)$$



Refleta

Os efeitos de segunda ordem são decorrentes de dois tipos de não linearidade: não linearidade física e não linearidade geométrica.

Você sabe qual a diferença entre as duas? E, tendo em vista edifícios de múltiplos andares, qual não linearidade demandaria maior atenção do engenheiro calculista?

Depois de conhecer os principais conceitos sobre contraventamento, índice de esbeltez, excentricidades de primeira ordem e de segunda ordem, em pilares de concreto, já podemos iniciar o dimensionamento dos pilares do nosso projeto. O engenheiro supervisor dessa obra está ansioso para ver seu desempenho.

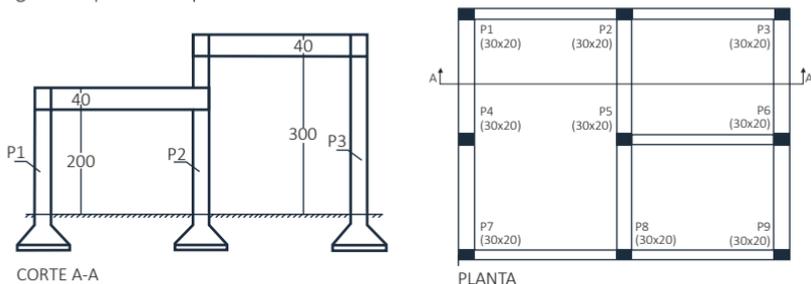
Sem medo de errar

Você já está atuando como engenheiro *trainee* em uma construtora há alguns meses e foi encarregado de auxiliar o engenheiro calculista em um projeto estrutural, de um edifício residencial de quatro pavimentos, localizado em Belo Horizonte (MG).

Nesta fase do projeto, você será responsável pelo dimensionamento dos pilares da edificação.

Para começar, você fará a verificação da esbeltez dos pilares P1 e P3, conforme o croqui apresentado na Figura 3.1. Você deve verificar o pré-dimensionamento que o engenheiro responsável fez para saber se os pilares estavam muito esbeltos ou não. Assim, você deverá calcular os índices de esbeltez e classificar os pilares quanto à esbeltez.

Figura 3.1 | Planta de pilares e corte



Fonte: elaborada pela autora.

Pilar P1 (20x30)

- a. Determinação dos comprimentos equivalentes nos sentidos x e y:

$$\ell_{ex} \leq \begin{cases} \ell_{0x} + h_x = 200 + 30 = 230 \text{ cm} \\ \ell_x = 240 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ex} = 230 \text{ cm}$$

$$\ell_{ey} \leq \begin{cases} \ell_{0y} + h_y = 200 + 20 = 220 \text{ cm} \\ \ell_y = 240 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ey} = 240 \text{ cm}$$

- b. Determinação dos raios de giração:

$$i_x = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{30}{\sqrt{12}} = 8,66$$

$$i_y = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{20}{\sqrt{12}} = 5,77$$

- c. Determinação dos índices de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{230}{8,66} = 26,56 \Rightarrow \text{Pilar curto}$$

$$\lambda_y = \frac{230}{5,77} = 39,86 \Rightarrow \text{Pilar médio}$$

Pilar P3 (20x30):

$$\ell_{ex} \leq \begin{cases} \ell_{0x} + h_x = 300 + 30 = 330 \text{ cm} \\ \ell_x = 340 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ex} = 330 \text{ cm}$$

$$\ell_{ey} \leq \begin{cases} \ell_{0y} + h_y = 300 + 20 = 320 \text{ cm} \\ \ell_y = 340 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ey} = 320 \text{ cm}$$

- a. Determinação dos raios de giração:

$$i_x = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{30}{\sqrt{12}} = 8,66$$

$$i_y = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{20}{\sqrt{12}} = 5,77$$

b. Determinação dos índices de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{330}{8,66} = 38,11 \Rightarrow \text{Pilar médio}$$

$$\lambda_y = \frac{320}{5,77} = 55,46 \Rightarrow \text{Pilar médio}$$

Aqui, aprendemos como determinar o índice de esbeltez dos pilares em x e y . Nas próximas seções, prosseguiremos com os cálculos até desenvolver e detalhar a armadura completa de um pilar.

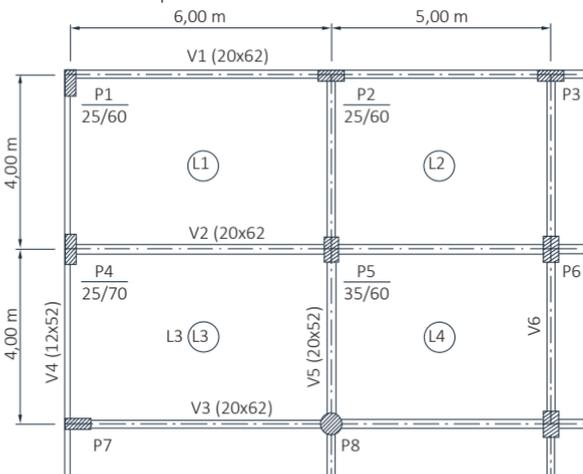
Avançando na prática

Verificando as excentricidades de um pilar

Descrição da situação-problema

Você está desenvolvendo um projeto de baixo orçamento do qual todo gasto deve ser justificado. Considerando esse contexto, durante o pré-dimensionamento, você quer evitar as excentricidades nos pilares, além de mais gastos no quantitativo de aço. Nesse exercício, verificaremos as excentricidades no pilar P5, representado na Figura 3.7, que é o mesmo pilar apresentado no *Exemplificando* desta unidade. Considere que $M_{base} = M_{topo} = 0$.

Figura 3.7 | Planta de forma do pavimento



Fonte: Alva, El Debs e Giongo (2008, p. 23).

Resolução da situação-problema

a. Excentricidades:

Excentricidade inicial:

$$e_{i,topo} = \frac{M_{topo}}{N} = \frac{0}{N} = 0 \text{ e } e_{i,base} = \frac{M_{base}}{N} = \frac{0}{N} = 0$$

Excentricidade acidentais:

$$e_{ax} = \theta_{1x} \times \frac{\ell_{ex}}{2} \text{ e } e_{ay} = \theta_{1y} \times \frac{\ell_{ey}}{2}$$

Sendo:

$$\theta_{1x} = \frac{1}{100\sqrt{\ell_{ex}}} = \frac{1}{100\sqrt{5,33}} = 0,00433rad \text{ e}$$

$$\theta_{1y} = \frac{1}{100\sqrt{\ell_{ey}}} = \frac{1}{100\sqrt{5,60}} = 0,00423rad$$

Onde:

$$\theta_1 = \theta_{1,\min} = \frac{1}{300} = 0,00333rad \Rightarrow ok!$$

Logo:

$$e_{ax} = \theta_{1x} \times \frac{\ell_{ex}}{2} = 0,0043 \times \frac{533}{2} = 1,15cm \text{ e}$$

$$e_{ay} = \theta_{1y} \times \frac{\ell_{ey}}{2} = 0,00423 \times \frac{560}{2} = 1,18cm$$

Excentricidades mínimas:

$$M_{1d,\min} = N_d \times (0,015 + 0,03h) = N_d \times e_{i,\min}$$

$$(e_{i,\min})_x = 0,015 + 0,03h_x \text{ e } (e_{i,\min})_y = 0,015 + 0,03h_y$$

Logo:

$$(e_{i,\min})_x = 0,015 + 0,03h_x = 0,015 + 0,03 \times 0,35 = 2,55cm$$

$$(e_{i,\min})_y = 0,015 + 0,03h_y = 0,015 + 0,03 \times 0,60 = 3,30cm$$

Excentricidades de primeira ordem totais:

Seções de extremidades (topo):

$$e_{1x} = e_{ix,topo} = 0 \text{ cm} < (e_{1,min})_x = 2,55 \text{ cm} \quad e_{1y} = e_{iy,topo} = 0 \text{ cm} < (e_{1,min})_y = 3,30 \text{ cm}$$

Necessidade de excentricidade de segunda ordem:

Esbeltez limite:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_1}{h}}{\alpha_b}; \quad \frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90$$

Na direção x:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \times 533}{35} = 52,69$$

Como $M_{A,d} = 0 < M_{1d,min} \rightarrow \alpha_{b,x} = 1,0$

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_{i,x}}{h_x}}{\alpha_{b,x}} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{0}{35}}{1,0} = 25; \text{ sendo que } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

$\lambda_x = 52,8 > \lambda_{1,x} = 35 \Rightarrow$ pilar médio na direção x, é necessário considerar o efeito do momento de segunda ordem.

Na direção y:

$$\lambda_y = \frac{3,46 \times \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \times 560}{60} = 32,29$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_{i,y}}{h_y}}{\alpha_{b,y}} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{0}{60}}{1,0} = 25; \text{ sendo que } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

$\lambda_y = 32,3 < \lambda_{1,y} = 35 \Rightarrow$ pilar curto na direção y, não é necessário considerar o efeito de segunda ordem.

Portanto, é necessário considerar o efeito de segunda ordem somente na direção x, sendo necessário aumentar a seção transversal do pilar na direção x (h_x) se quisermos que o pilar não tenha momentos de segunda ordem.

Faça valer a pena

1. Os pilares são considerados partes estruturais de edifícios de concreto armado que devem ser projetados cuidadosamente, considerando-se os dimensionamentos e os detalhamentos corretos.

Em relação aos pilares de concreto armado, a NBR 6118:2014 prescreve que:

- I. Pilares com índice de esbeltez inferior a 35 devem ser considerados pilares curtos.
- II. Não se permite pilares com seção transversal de área inferior a 400 cm^2 .
- III. Pilares cuja maior dimensão da seção transversal excede três vezes a menor dimensão devem ser dimensionados como pilares-parede.

Em relação às afirmativas apresentadas, assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmativa I está correta.
- b) Somente a afirmativa II está correta.
- c) Somente a afirmativa III está correta.
- d) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- e) Somente as afirmativas II e III estão corretas.

2. Os pilares são considerados peças verticais, cuja função é transmitir as ações verticais de gravidade e de serviço e as ações horizontais, como o vento, para as fundações. Além disso, os pilares são responsáveis por garantir a estabilidade global do edifício. Sobre o detalhamento de pilares de concreto armado, analise se as afirmações a seguir são verdadeiras (V) ou falsas (F):

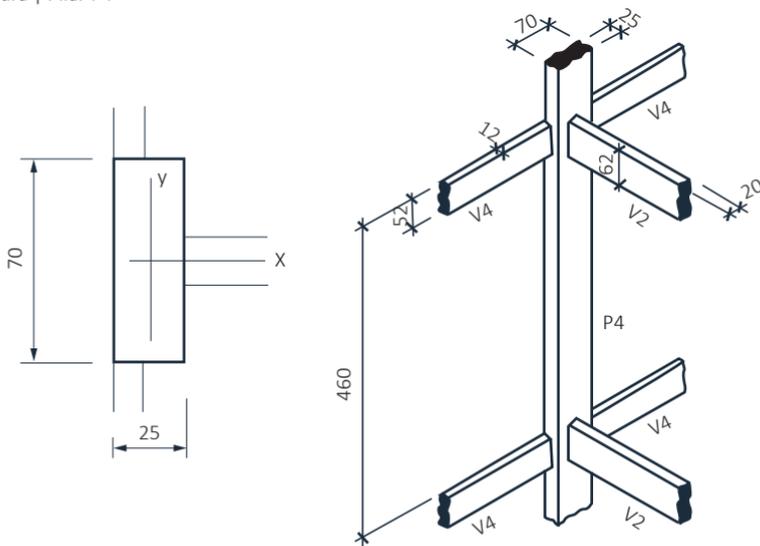
- () O cálculo do comprimento de flambagem (ou equivalente) de um pilar, em determinada direção, vinculado na base e topo por duas vigas, deve levar em consideração a altura da seção transversal desse pilar na direção analisada.
- () O raio de giração de um pilar de concreto armado considera apenas as características geométricas da seção transversal.
- () Esforços locais de segunda ordem são desconsiderados em pilares isolados quando $\lambda < \lambda_1$.
- () Para o dimensionamento de pilares com seções com uma dimensão menor do que 19 cm, existe a obrigatoriedade, segundo a NBR 6118:2014, de considerar um coeficiente de majoração de carga.

Assinale a alternativa que classifica corretamente cada frase apresentada em verdadeira (V) ou falsa (F):

- a) V - F - V - F.
- b) F - V - V - V.
- c) V - F - V - V.
- d) V - V - F - V.
- e) V - V - V - V.

3. O índice de esbeltez dos pilares de concreto armado é a razão entre o comprimento equivalente do pilar e o raio de giração (i) da seção. Também pode-se classificar os pilares quanto à esbeltez, como pilares curtos, pilares medianamente esbeltos, pilares esbeltos e pilares muito esbeltos. Análise o pilar P4 a seguir:

Figura | Pilar P4



Fonte: elaborada pela autora.

Determine o índice de esbeltez do pilar P4 apresentado na Figura:

- a) $\lambda_x = 45,7$ e $\lambda_y = 30,7$
- b) $\lambda_x = 47,5$ e $\lambda_y = 25,3$
- c) $\lambda_x = 58,6$ e $\lambda_y = 22,8$.
- d) $\lambda_x = 35,4$ e $\lambda_y = 24,5$
- e) $\lambda_x = 67,2$ e $\lambda_y = 33,2$

Pilar de extremidade, intermediário e de canto

Diálogo aberto

Caro aluno, bem-vindo a esta nova seção.

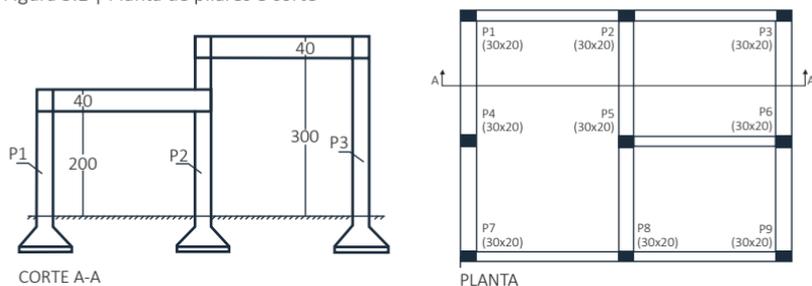
Todo pilar de concreto está sujeito à compressão. Então, tendo em vista que o concreto é um material que trabalha bem quando sujeito à compressão, por que temos a necessidade de armar os pilares dos nossos edifícios? Para responder a essa pergunta e entender como isso funciona, nesta seção aprenderemos como determinar os momentos de segunda ordem dos pilares de concreto armado. Para isso, teremos de classificar os nossos pilares entre pilares de canto, pilares intermediários e pilares de extremidade.

Prosseguindo a situação apresentada na seção anterior, você está atuando no desenvolvimento de um prédio de concreto armado de um edifício de concreto armado de quatro pavimentos, localizado na cidade de Belo Horizonte (MG).

O engenheiro para o qual você trabalha encarregou-o do dimensionamento dos pilares da edificação e você já verificou o índice de esbeltez de alguns desses pilares.

Agora, o engenheiro estrutural solicitou que você determinasse a necessidade ou não do cálculo dos momentos de segunda ordem do pilar P2, que também é apresentado no croqui da Figura 3.1:

Figura 3.1 | Planta de pilares e corte



Fonte: elaborada pela autora.

Assim, você deve determinar os valores dos momentos de primeira e segunda ordem do pilar P2, apresentado no croqui da Figura 3.1, sabendo que a força de compressão que atua no pilar é igual a $N_d = 420\text{kN}$. Você

também já sabe que o momento de primeira ordem e a excentricidade em y são iguais a $M_{d,topo,y} = -M_{d,base,y} = 1050 \text{ kN.cm}$ e $e_{1y} = 2,5 \text{ cm}$.

Antes de resolvermos esse problema, precisamos aprender alguns conceitos relacionados ao dimensionamento de pilares. Nesta seção, estudaremos o dimensionamento de estrutura de concreto armado para pilar intermediário, pilar de extremidade e pilar de canto, além do pré-dimensionamento de um pilar de concreto armado.

Temos mais uma etapa para vencer nesse projeto do edifício de quatro pavimentos em concreto armado.

Bons estudos!

Não pode faltar

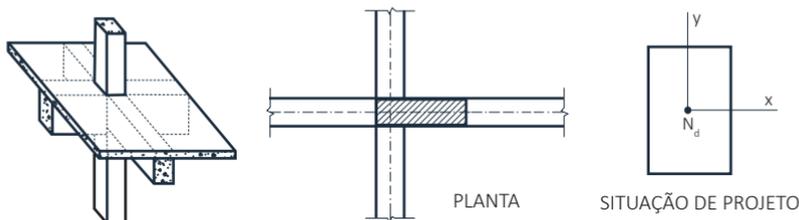
Situações básicas de projeto

A seguir, estudaremos os três tipos de pilares que podem ser encontrados em projetos estruturais: pilares intermediários, pilares de canto e pilares de extremidade.

Pilar intermediário

Os pilares intermediários são os mais simples e são semelhantes ao apresentado na Figura 3.8. Neles temos a compressão centrada como único esforço, pois, como as lajes e vigas são contínuas sobre o pilar, podemos admitir que os momentos fletores transmitidos ao pilar são pequenos e, portanto, desprezíveis. Nesse caso não existem momentos fletores M_A e M_B de primeira ordem nas extremidades do pilar.

Figura 3.8 | Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares intermediários



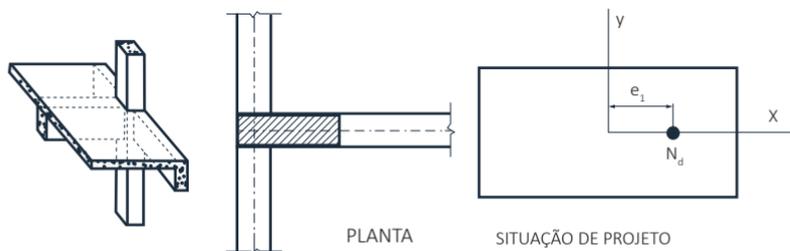
Fonte: Bastos (2017, p. 22).

Pilar de extremidade

Os pilares de extremidade estão geralmente posicionados nas bordas das edificações, por isso podem ser chamados de pilares laterais ou de borda.

Chamamos esses pilares de “pilar de extremidade” pois se encontram em um extremo de uma viga que não tem continuidade, conforme apresentado na Figura 3.9. Para efeitos de cálculo, esse pilar está sujeito à flexão composta normal, decorrente da não continuidade dessa viga. Assim, os momentos fletores M_A e M_B são de primeira ordem em uma das direções do pilar.

Figura 3.9 | Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de extremidade



Fonte: Bastos (2017, p. 22).



Assimile

A situação de projeto (SP) depende apenas de sua posição em relação à estrutura e dos esforços iniciais, ou seja:

- Para pilares intermediários: compressão centrada.
- Para pilares de extremidade: flexão normal composta.
- Para pilares de canto: flexão oblíqua composta.

Já as situações de cálculo (SC), além das excentricidades iniciais da situação de projeto, devemos considerar também as excentricidades que levam em conta os efeitos adicionais:

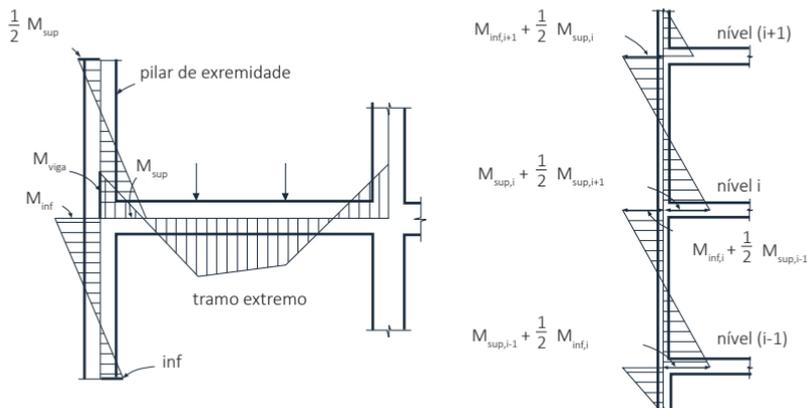
- Imperfeições geométricas (e_A).
- Efeitos de segunda ordem (e_A).
- Efeitos da fluência do concreto (e_c para $\lambda > 90$).

Nesse tipo de pilar, as seções de topo e de base sofreram uma excentricidade (e_1) de primeira ordem, que pode ocorrer nas direções principais x ou y do pilar. Essas excentricidades são determinadas conforme Equação 3.19.

$$e_{1,A} = \frac{M_A}{N_d} \text{ e } e_{1,B} = \frac{M_B}{N_d} \quad (3.19)$$

Os momentos fletores M_A e M_B ocorrem devido aos carregamentos verticais sobre as vigas. Esses momentos podem ser obtidos calculando-se os pilares em conjunto com as vigas, através de pórticos planos, ou manualmente. A Figura 3.10 apresenta os momentos fletores nos lances inferior e superior do pilar, conforme apresentado na Equação 3.20.

Figura 3.10 | Momentos fletores nos pilares de extremidade



Fonte: Fusco (1981, p. 239).

$$M_{inf} = M_{eng} \times \frac{r_{inf}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}} \quad \text{e} \quad M_{sup} = M_{eng} \times \frac{r_{sup}}{r_{inf} + r_{sup} + r_{viga}} \quad (3.20)$$

Com:

M_{eng} = momento fletor de engastamento perfeito na ligação entre a viga e o pilar.

$$r = \frac{I}{\ell} = \text{índice de rigidez relativa.}$$

I = momento de inércia da seção transversal do pilar na direção considerada.

ℓ = vão efetivo do tramo adjacente da viga ao pilar extremo, ou comprimento de flambagem dopilar.

Para se determinar os momentos fletores de primeira ordem que são aplicados nos pilares de um edifício devemos considerar os efeitos das vigas dos diferentes níveis, conforme apresentado na Figura 3.10. Se considerarmos o lance de um pilar entre os pavimentos (i) e ($i+1$), os momentos fletores na base e no topo do lance serão conforme apresentado na Equação 3.21:

$$M_{base} = M_{sup,i} + 0,5 \times M_{inf,i+1}$$

$$M_{topo} = M_{inf,i+1} + 0,5 \times M_{sup,i} \quad (3.21)$$

Se os pavimentos (i) e ($i+1$) forem pavimentos idênticos, os momentos fletores na base e no topo serão iguais, o que resulta em um momento superior, conforme apresentado na Equação 3.22:

$$M_{sup,i} = M_{inf,i+1}$$

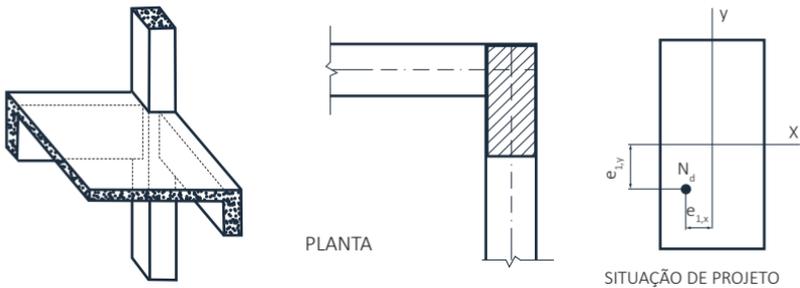
$$M_{base} = M_{topo} = 1,5 \times M_{sup,i} = 1,5 \times M_{inf,i+1} \quad (3.22)$$

Pilar de canto

Os pilares de canto, conforme diz o nome, estão posicionados nos cantos dos edifícios, conforme apresentado na Figura 3.11. Na situação de projeto teremos somente flexão composta oblíqua, causada pela não continuidade das vigas que chegam a esse pilar. Assim, os momentos fletores M_A e M_B são de primeira ordem, nas suas duas direções do pilar, sendo as excentricidades iguais a e_{1x} e e_{1y} .

Os momentos devem ser calculados da mesma forma que calculamos os pilares de extremidade.

Figura 3.11 | Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de canto



Fonte: Bastos (2017, p. 23).

Determinação da seção sob o máximo momento fletor

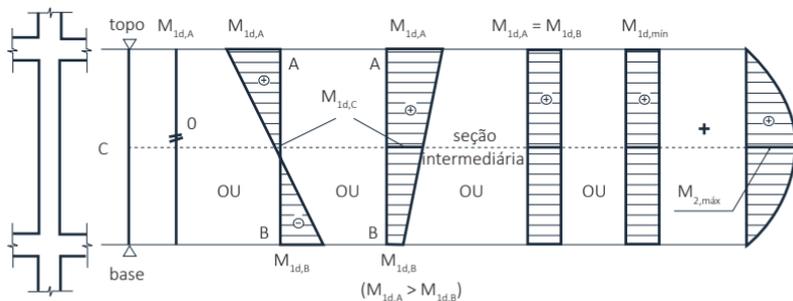
Sendo a força de compressão normal (N_d) constante ao longo do pilar, no dimensionamento devemos analisar qual seção do pilar estará submetida ao maior momento fletor. Para isso, basta verificar as seções de extremidade (topo e base) e uma seção intermediária C, que será aquela em que estará atuando o máximo momento fletor de segunda ordem (M_{2d}).

A Figura 3.12 apresenta alguns casos em que a atuação dos momentos fletores de primeira ordem ($M_{1d,A}$ e $M_{1d,B}$) é diferente. Ela também mostra os momentos fletores mínimos e os momento de segunda ordem atuantes.

O maior valor do momento fletor atuante de primeira ordem em uma das extremidades deve ser nomeado $M_{1d,A}$ e considerado positivo. O menor valor na outra extremidade deverá ser nomeado $M_{1d,B}$ e considerado negativo caso tracione a fibra oposta à $M_{1d,A}$. Devemos também adotar o maior momento

existente entre o momento fletor de primeira ordem e o momento fletor mínimo ($M_{1d,min}$).

Figura 3.12 | Momentos fletores de primeira ordem com o de segunda ordem nas seções do lance do pilar



Fonte: Bastos (2017, p. 25).

Para a determinação do máximo momento fletor total em cada direção principal, nas bases e nos topos dos pilares, consideramos as seções de extremidade e a uma seção intermediária C, utilizaremos as equações 3.23, 3.24 e 3.25:

Seções de extremidade:

$$M_{d,tot} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases} \quad (3.23)$$

Seção intermediária C:

$$M_{d,tot} \geq \begin{cases} M_{1d,C} + M_{2d} \\ M_{1d,min} + M_{2d} \end{cases} \quad (3.24)$$

Com o momento de primeira ordem $M_{1d,C}$ avaliado como:

$$M_{1d,C} \geq \begin{cases} 0,6 \times M_{1d,A} + 0,4 \times M_{1d,B} \\ 0,4 \times M_{1d,A} \end{cases} \quad (3.25)$$

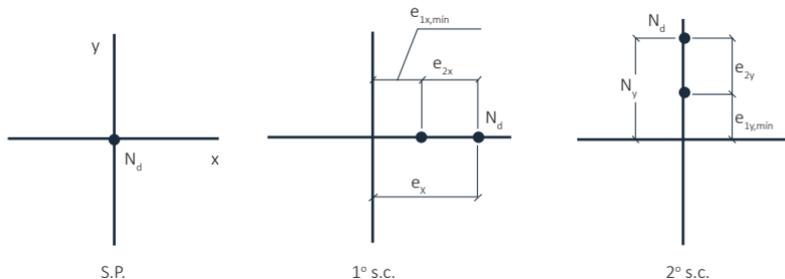
Situações de projeto e de cálculo

É apresentado na NBR 6118 (ABNT, 2014) o cálculo dos pilares através dos momentos fletores mínimos, em que a equação do momento fletor total ($M_{d,tot}$) leva ao cálculo dos pilares através dos momentos fletores e não das excentricidades. Entretanto, apresentaremos aqui o cálculo de pilares através das excentricidades, que devem ser consideradas no dimensionamento dos pilares, para $\lambda_{máx} \leq 90$ e em função do tipo de pilar calculado (intermediário, de extremidade ou de canto).

Pilar intermediário

A situação de projeto e as situações de cálculo dos pilares intermediários são apresentadas na Figura 3.13 com $\lambda_{máx} \leq 90$. Na primeira e na segunda situação de cálculo estão apresentadas as excentricidades na direção x e y , respectivamente.

Figura 3.13 | Situação de projeto e situações de cálculo de pilares intermediários com $\lambda_{máx} \leq 90$



Fonte: Bastos (2017, p. 27).

Sendo SP = situação de projeto; e SC = situação de cálculo.

Como nesses casos não são considerados a existência de momentos fletores de primeira ordem, a situação de projeto será considerada compressão simples. Assim, se nesse pilar $\lambda \leq \lambda_1$ em ambas as direções, teremos que $e_{2x} = 0$ e $e_{2y} = 0$. Nesse caso, as excentricidades de segunda ordem mostradas na Figura 3.13 serão nulas.

Podemos considerar, nesse caso, uma excentricidade mínima em ambas as direções. De qualquer forma, se $\lambda > \lambda_1$ em uma ou nas duas direções, a excentricidade de segunda ordem será somada à excentricidade mínima.



Refleta

A escolha e a disposição das armaduras devem atender não só à função estrutural como também às condições de execução.

As armaduras longitudinais colaboram para resistir à compressão, diminuindo a seção do pilar e também devem colaborar para a resistência das tensões de tração. Além disso, têm a função de diminuir as deformações do pilar, especialmente aquelas que são decorrentes da retração e da fluência.

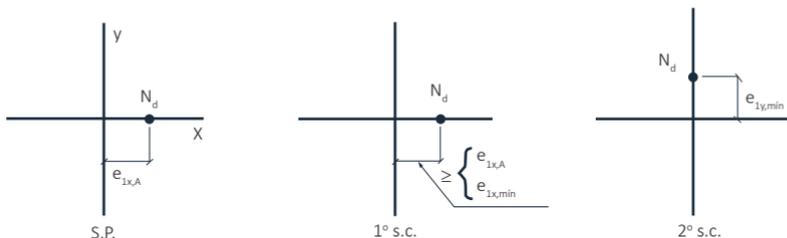
Para cada situação dos pilares, devemos determinar uma armadura longitudinal, sem deixar de considerar o posicionamento das barras de aço na seção transversal.

Como você acha que é a melhor forma de disposição das armaduras finais para atender às várias situações de cálculo existentes?

Pilar de extremidade

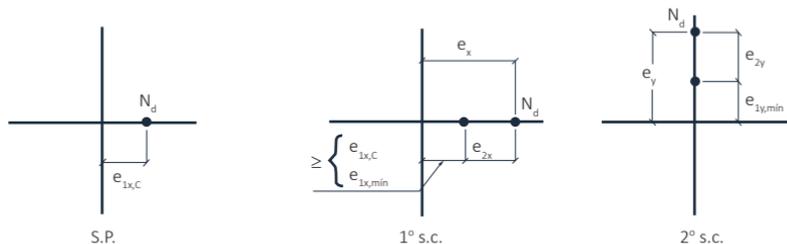
No pilar de extremidade temos a flexão composta normal, com existência de excentricidade de primeira ordem em uma das direções principais do pilar. As seções de extremidade deverão sempre ser analisadas, conforme apresentado na Figura 3.14. A seção intermediária *C*, nesse caso, deverá ser analisada somente na direção em que excentricidade de segunda ordem ocorrer, conforme apresenta a Figura 3.15.

Figura 3.14 | Situação de projeto e de cálculo para as seções de topo e base dos pilares de extremidade



Fonte: Bastos (2017, p. 28).

Figura 3.15 | Situação de projeto e situações de cálculo para a seção intermediária dos pilares de extremidade



Fonte: Bastos (2017, p. 28).

Devido aos apoios nas extremidades do pilar não termos deslocamentos horizontais, portanto, as excentricidades de segunda ordem serão iguais a zero. Contudo, nas seções ao longo da altura do pilar ocorrem excentricidades de segunda ordem, mas, se $\lambda \leq \lambda_1$, as excentricidades são pequenas e podem ser desprezadas. Entretanto, se $\lambda > \lambda_1$, teremos de considerar a excentricidade máxima de segunda ordem (e_{2x} ou e_{2y} na seção intermediária *C*). Nesse caso, a excentricidade de primeira ordem deverá ser alterada de $e_{1x,A}$ para $e_{1x,C}$ na situação de projeto, conforme apresentado na Figura 3.15.

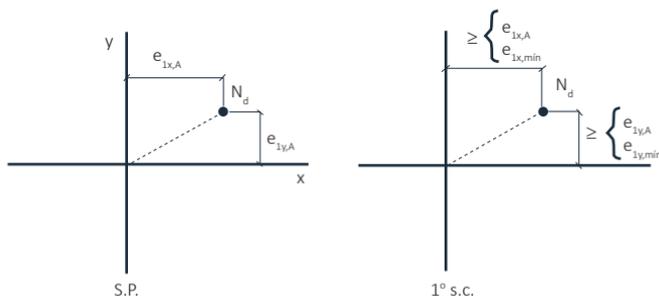
Da mesma forma que vimos nos pilares intermediários, para cada situação de cálculo, devemos calcular uma armadura considerando o mesmo

posicionamento das barras na seção transversal, sendo a armadura final a maior dentre as calculadas.

Pilar de canto

Da mesma forma, no pilar de canto a solicitação será a flexão composta oblíqua, tendo a existência de excentricidades de primeira ordem em ambas as direções principais do pilar. Na seção de extremidade A apenas a situação de cálculo é suficiente, comparando-se as excentricidades de primeira ordem com as excentricidades mínimas em cada direção, conforme apresentado na Figura 3.16:

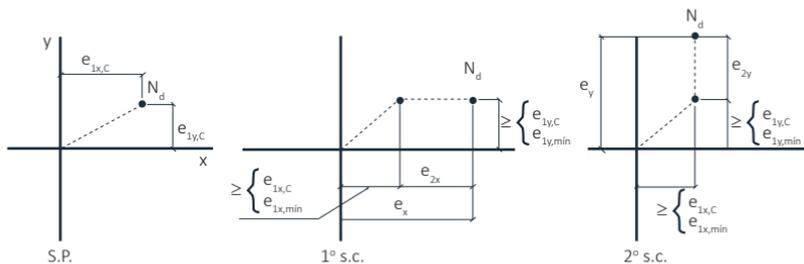
Figura 3.16 | Situação de projeto e de cálculo para as seções de extremidade dos pilares de canto



Fonte: Bastos (2017, p. 28).

Na seção intermediária C as excentricidades de primeira ordem devem ser alteradas de $e_{1,A}$ para $e_{1,C}$, conforme apresentado na Figura 3.17. Já as excentricidades de segunda ordem devem ser somadas às excentricidades de primeira ordem, segundo suas direções.

Figura 3.17 | Situação de projeto e situações de cálculo para a seção intermediária dos pilares de canto



Fonte: Bastos (2017, p. 29).



Dica

Para aprender mais sobre pilares e seus diversos tipos, consulte a apostila dos professores Scadelai e Libânio:

SCADELAI, M. A.; PINHEIRO, L. M. **Estruturas de concreto – capítulo 16**. 2003. Departamento de Engenharia de Estruturas, USP, EESC, São Paulo, 2003.

Determinação dos efeitos locais de segunda ordem

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), o cálculo dos efeitos locais de segunda ordem pode ser feito pelo método geral ou por métodos aproximados. A norma apresenta diferentes métodos aproximados, entre eles o método do pilar-padrão com curvatura aproximada (item 15.8.3.3.2). Serão agora apresentados os métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada, que são simples de serem aplicados no dimensionamento.

Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), temos que:

“O método pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, com seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. A não linearidade geométrica é considerada de forma aproximada. A não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. (ABNT, 2014, p. 109)

Assim, o momento fletor total máximo no pilar pode ser calculado com a Equação 3.26:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (3.26)$$

Sendo:

α_b = parâmetro definido na Seção 3.1.

N_d = força normal solicitante de cálculo.

ℓ_e = comprimento de flambagem.

$\frac{1}{r}$ = curvatura na seção crítica, avaliada pela Equação 3.27:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \times (v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (3.27)$$

A força normal adimensional (v) foi definida na Equação 3.28:

$$v = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} \quad (3.28)$$

Embora a NBR 6118 (ABNT, 2014) não apresente diretamente a seguinte expressão, podemos considerar que:

$$M_{1d,A} \geq M_{1d,min} \quad (3.29)$$

$$M_{d,tot} \geq M_{1d,min} \quad (3.30)$$

Sendo:

$M_{1d,A}$ = valor de cálculo de primeira ordem do momento M_A .

$M_{1d,min}$ = momento fletor mínimo como definido a seguir.

A_c = área da seção transversal do pilar.

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$.

h = dimensão da seção transversal na direção considerada.



Exemplificando

Considere o pilar de canto com seção 25x20 cm, com um força aplicada igual a $N_d = 1.148 \text{ kN}$ e momentos em x e y iguais a $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2.041 \text{ kN.cm}$ ($e_{1x,A} = -e_{1x,B} = 1,78 \text{ cm}$) e $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 1.726 \text{ kN.cm}$ ($e_{1y,A} = -e_{1y,B} = 1,50 \text{ cm}$), respectivamente, e comprimentos equivalentes iguais a $\ell_{ex} = \ell_{ey} = 280 \text{ cm}$; também considere que o $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$.

Agora, determine o momento fletor total aplicado nesse pilar.

Resposta:

a. Índice de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \times 280}{20} = 48,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \times \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \times 280}{50} = 19,4$$

b. Momento fletor mínimo:

$M_{1d,\min} = N_d \times (1,5 + 0,03h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo em cada direção é:

Direção x :

$$M_{1d,\min} = 1148 \times (1,5 + 0,03 \times 20) = 2410 \text{ kN.cm}; e_{1x,\min} = \frac{2410,8}{1148} = 2,10 \text{ cm}$$

Direção y :

$$M_{1d,\min} = 1148 \times (1,5 + 0,03 \times 50) = 3444,0 \text{ kN.cm};$$

$$e_{1y,\min} = \frac{3444,0}{1148} = 3,00 \text{ cm}$$

c. Esbeltez limite:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

A excentricidade de primeira ordem em x é igual a 1,78 cm. Portanto, $M_{1d,A,x} = -M_{1d,B,x} = 2.041 \text{ kN.cm}$ é menor do que o momento fletor mínimo.

Logo: $\alpha_b = 1,0$

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{1,78}{20}}{1,0} = 26,1 < 35 \rightarrow \lambda_{1,x} = 35$$

A excentricidade de primeira ordem em y é igual a 1,50 cm. Portanto, $M_{1d,A,y} = -M_{1d,B,y} = 1.726 \text{ kN.cm}$ é menor do que o momento fletor mínimo, logo: $\alpha_b = 1,0$.

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{1,50}{50}}{1,0} = 25,4 < 35 \rightarrow \lambda_{1,y} = 35$$

$\lambda_x = 48,4 > \lambda_{1,x} \rightarrow$ devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em x .

$\lambda_y = 19,4 < \lambda_{1,y} \rightarrow$ não devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em y .

Momento de segunda ordem:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}, M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$$

Força normal adimensional: $v = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{1148}{1000 \times 2,0 / 1,4} = 0,80$

Curvatura na direção x sujeita a momentos fletores de segunda ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \times (v + 0,5)} = \frac{0,005}{20 \times (0,80 + 0,5)} = 1,923 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$1,923 \times 10^{-4} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times \text{cm}^{-1} \rightarrow \text{ok!}$$

A excentricidade máxima de segunda ordem na direção x é:

$$e_{2,x} = \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} = \frac{280^2}{10} \times 1,923 \times 10^{-4} = 1,51 \text{ cm}$$

Logo, o momento fletor total em x será:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

$$M_{d,tot,x} = 1,0 \times 2410,8 + 1148 \times \frac{280^2}{10} \times 0,0001923 = 4141,6 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot,x} \geq M_{1d,\min,x} = 2410,8 \rightarrow \text{ok!}$$

$$M_{d,tot,x} = 4141,6 \text{ kN.cm}$$

Nessa direção, o pilar deve ser dimensionado para o máximo momento fletor que ocorre nas extremidades do topo e da base, bastando uma verificação com o momento fletor mínimo.

$$M_{1d,A,y} = 1726 \text{ kN.cm} < M_{1d,\min,y} = 3440 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot,y} = 3440,0 \text{ kN.cm}$$

Agora que vimos como determinar os momentos de primeira e segunda ordem dos pilares, podemos concluir mais uma etapa do nosso projeto de pilares.

Sem medo de errar

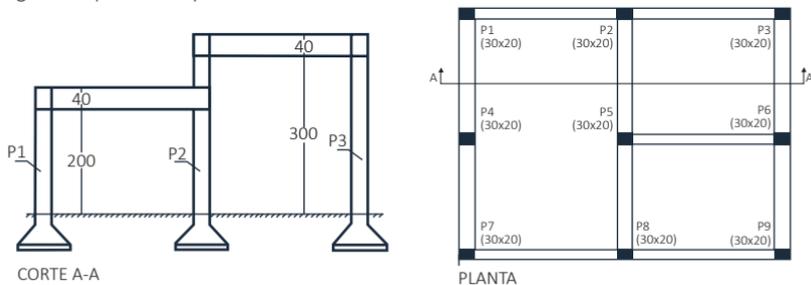
Você está atuando no desenvolvimento de um prédio de concreto armado de um edifício de concreto armado de quatro pavimentos, localizado na cidade de Belo Horizonte (MG).

Agora, você deve determinar a existência ou não de momentos de segunda ordem nos pilares de concreto armado utilizando a classificação dos pilares. Isso é parte fundamental para o dimensionamento dos pilares da edificação e para a determinação da armação dos pilares. Lembrando que você também deve determinar se os pilares são de canto, extremidade ou intermediários, pois isso facilita o dimensionamento.

O engenheiro para o qual você trabalha encarregou-o do dimensionamento dos pilares da edificação e agora você deve determinar os valores dos momentos de primeira e segunda ordem do pilar P2 apresentado no croqui da Figura 3.1, sabendo que a força de compressão que atua no pilar é igual a $N_d = 420 \text{ kN}$. Você também já sabe que o momento de primeira ordem e a excentricidade em y são iguais a $M_{d,topo,y} = -M_{d,base,y} = 1050 \text{ kN.cm}$ e

$$e_{1y} = 1050 / 420 = 2,5 \text{ cm}.$$

Figura 3.1 | Planta de pilares e corte



Fonte: elaborada pela autora.

Pela figura já percebemos que o pilar P2 é um pilar de extremidade. Assim, temos:

$$\ell_{ex} \leq \begin{cases} \ell_{0x} + h_x = 200 + 30 = 230 \text{ cm} \\ \ell_x = 240 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ex} = 230 \text{ cm}$$

$$\ell_{ey} \leq \begin{cases} \ell_{0y} + h_y = 200 + 20 = 220 \text{ cm} \\ \ell_y = 240 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ey} = 220 \text{ cm}$$

Índice de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \times 230}{30} = 26,53$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \times \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \times 220}{20} = 38,06$$

Momento fletor mínimo:

$M_{1d,min} = N_d \times (1,5 + 0,03h)$, com h em cm. O momento fletor mínimo em cada direção é:

Direção x :

$$M_{1d,min,x} = 420 \times (1,5 + 0,03 \times 30) = 1008,0 \text{ kN.cm}; e_{1x,min} = \frac{1008}{420} = 2,40 \text{ cm}$$

Direção y :

$$M_{1d,min,y} = 420 \times (1,5 + 0,03 \times 20) = 882,0 \text{ kN.cm}; e_{1y,min} = \frac{882}{420} = 2,10 \text{ cm}$$

Esbeltez limite:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Em x não ocorrem momentos fletores e excentricidade de primeira ordem, portanto, $e_{1x} = 0$ e $\alpha_b = 1,0$, logo:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{0}{30}}{1,0} = 25 < 35 \rightarrow \lambda_{1,x} = 35$$

Em y a excentricidade de primeira ordem é $e_{1y} = 2,5 \text{ cm}$. Portanto, os momentos fletores de primeira ordem na direção y são $M_{d,topo} = -M_{d,base} = 1050 \text{ kN.cm}$, maiores do que o momento fletor mínimo nessa direção. Logo:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \times \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 \times \frac{-1050}{1050} = 0,2 < 0,4 \rightarrow \alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{2,5}{20}}{0,4} = 66,41 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,y} = 66,41$$

Assim:

$\lambda_x = 26,53 < \lambda_{1,x} \rightarrow$ não devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em x .

$\lambda_y = 38,06 < \lambda_{1,y} \rightarrow$ não devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em y .

A partir desses cálculos vimos que não é necessário considerar os momentos de segunda ordem para o dimensionamento do pilar P2. Sendo os momentos totais em x e y iguais a:

$$M_{d,tot,x} = M_{1d,min,x} = 1008 \text{ kN.cm}$$

$$M_{1d,A,y} = 1050 \text{ kN.cm} > M_{1d,min,y} = 882 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot,y} = 1050 \text{ kN.cm}$$

Pela definição dos momentos fletores atuantes, na próxima seção poderemos dimensionar as armações e definir os detalhamentos dos pilares.

Por enquanto, resolveremos um outro problema de determinação do momento de segunda ordem de um pilar intermediário. Vamos lá?

Avançando na prática

Determinação do momento de segunda ordem de um pilar intermediário

Descrição da situação-problema

Você está atuando em um projeto estrutural e, durante a realização da planta de armação de um pilar, sua equipe ficou em dúvida sobre a real necessidade da realização do cálculo dos momentos de segunda ordem em um pilar (intermediário) com seção 20x50 cm. Esse cálculo aumentaria a armação e, conseqüentemente, o custo da obra.

Considerando que a carga de compressão nesse pilar é $N_d = 1.100 \text{ kN}$ e os comprimentos equivalentes são $\ell_{ex} = \ell_{ey} = 280 \text{ cm}$, considere que o $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$.

Assim, para que o relatório fique completo, você deve responder se é necessário realizar o cálculo dos momentos de segunda ordem e qual o valor desse(s) momento(s). Aponte também o que pode ser feito para que esse momento de segunda ordem possa ser desconsiderado.

Resolução da situação-problema

Índice de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \times 280}{50} = 19,4$$

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \times 280}{20} = 48,4$$

Momento fletor mínimo

$$M_{1d,\min} = N_d \times (1,5 + 0,03h), \text{ com } h \text{ em cm.}$$

Direção x:

$$M_{1d,\min} = 1100 \times (1,5 + 0,03 \times 50) = 3300 \text{ kN.cm}; e_{1x,\min} = \frac{3300}{1100} = 3,00 \text{ cm}$$

Direção y:

$$M_{1d,\min} = 1100 \times (1,5 + 0,03 \times 20) = 2310 \text{ kN.cm}; e_{1y,\min} = \frac{2310}{1100} = 2,10 \text{ cm}$$

Esbeltez limite:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Nos pilares intermediários não ocorrem momentos fletores e excentricidades de primeira ordem, portando, $e_1 = 0$ e $\alpha_b = 1,0$.

Logo:

$$\lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = \frac{25}{1,0} = 25 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 35$$

$\lambda_x = 19,4 < \lambda_{1,x} \rightarrow$ não devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em x.

$\lambda_y = 48,4 > \lambda_{1,y} \rightarrow$ devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em y.

Momento de segunda ordem:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}, M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$$

$$\text{Força normal adimensional: } v = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{1100}{1000 \times 2,0 / 1,4} = 0,77$$

Curvatura na direção y sujeita a momentos fletores de segunda ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \times (v + 0,5)} = \frac{0,005}{20 \times (0,77 + 0,5)} = 1,9685 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times \text{cm}^{-1} \rightarrow \text{ok!}$$

A excentricidade máxima de segunda ordem na direção y é:

$$e_{2y} = \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} = \frac{280^2}{10} \times 1,9685 \times 10^{-4} = 1,54 \text{ cm}$$

Logo, o momento fletor total será:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

Em x: $M_{d,tot,x} = M_{1d,min,x} = 3300 \text{ kN.cm}$

Em y: $M_{d,tot,y} = 1,0 \times 2310 + 1100 \times \frac{280^2}{10} \times 0,00019685 = 4008 \text{ kN.cm}$

$M_{d,tot,y} \geq M_{1d,min,y} = 2310 \text{ kN.cm} \rightarrow \text{ok!}$

$M_{d,tot,y} = 4008,0 \text{ kN.cm}$

Portanto, nessa situação, o momento de segunda ordem deve ser considerado somente na direção y, dessa forma a maneira mais simples para que possamos desconsiderar esse momento é reduzindo o valor de λ_y , ou seja, aumentando a seção transversal do pilar em y.

Faça valer a pena

1. O dimensionamento de pilares poderá ser feito com os valores da força normal e do momento fletor total máximo atuante no pilar, sem se explicitar as excentricidades da força de compressão. Entretanto, o cálculo também poderá ser feito utilizando-se as excentricidades.

Considere as afirmativas a seguir:

I – Nos pilares de canto os valores das excentricidades são $e_{1x} = 0$ e $e_{1y} \neq 0$.

II – Em pilares intermediários não se considera a existência de momentos fletores de primeira ordem, tendo como resultado a situação de projeto de compressão simples.

III – No pilar de extremidade teremos a ação da flexão composta normal, com existência de excentricidade de primeira ordem em uma das direções do pilar.

Em relação às afirmativas apresentadas, assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmativa I está correta.
- b) Somente a afirmativa II está correta.
- c) Somente a afirmativa III está correta.
- d) Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- e) Somente as afirmativas II e III estão corretas.

2. Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), os esforços locais de segunda ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor do que o valor-limite λ_1 . Sendo que valor de λ_1 depende de diversos fatores, como a excentricidade relativa de primeira ordem na extremidade do pilar, onde ocorre o momento de primeira ordem de maior valor absoluto, da vinculação dos extremos da

coluna isolada e da forma do diagrama de momentos de primeira ordem. Considere um pilar intermediário quadrado com seção 20x20 cm e comprimento equivalente em x e y iguais, sendo que $\ell_{ex} = \ell_{ey} = 300$.

Determine a necessidade do cálculo dos efeitos de segunda ordem limite e marque a alternativa correspondente à resposta correta.

- a) $\lambda_x \neq \lambda_y < \lambda_{1x} \neq \lambda_{1y} \rightarrow$ não devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em y .
- b) $\lambda_x = \lambda_y > \lambda_{1x} = \lambda_{1y} \rightarrow$ não devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em x e y .
- c) $\lambda_x = \lambda_y > \lambda_{1x} = \lambda_{1y} \rightarrow$ devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em x e y .
- d) $\lambda_x \neq \lambda_y > \lambda_{1x} = \lambda_{1y} \rightarrow$ não devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em x .
- e) $\lambda_x = \lambda_y > \lambda_{1x} \neq \lambda_{1y} \rightarrow$ devemos considerar os efeitos locais de segunda ordem em x e y .

3. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o índice de esbelteza é a razão entre o comprimento de flambagem e o raio de giração, nas direções a serem consideradas. Nas estruturas de nós fixos, o cálculo pode ser realizado considerando cada elemento comprimido isoladamente, como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos estruturais que ali concorrem, onde se aplicam os esforços obtidos pela análise da estrutura efetuada segundo a teoria de primeira ordem.

Dado um pilar intermediário com seção 20x50 cm e comprimento equivalente $\ell_{ex} = 250\text{cm}$ e $\ell_{ey} = 240\text{cm}$. Considere que $N_d = 500\text{kN}$ e que $\alpha_b = 1,0$ tanto em x quanto em y . Determine os valores de λ_x , λ_y , λ_{1x} e λ_{1y} .

Marque a alternativa que apresenta os valores de λ_x , λ_y , λ_{1x} e λ_{1y} corretos, respectivamente.

- a) $\lambda_x = 17,30$, $\lambda_y = 41,52$, $\lambda_{1x} = 25$ e $\lambda_{1y} = 26,25$.
- b) $\lambda_x = 17,30$, $\lambda_y = 41,52$, $\lambda_{1x} = 35$ e $\lambda_{1y} = 35$.
- c) $\lambda_x = 18,30$, $\lambda_y = 41,52$, $\lambda_{1x} = 35$ e $\lambda_{1y} = 35$.
- d) $\lambda_x = 25$, $\lambda_y = 41,52$, $\lambda_{1x} = 35$ e $\lambda_{1y} = 25$.
- e) $\lambda_x = 35$, $\lambda_y = 35$, $\lambda_{1x} = 26$ e $\lambda_{1y} = 35$.

Dimensionamento de pilares de concreto armado

Diálogo aberto

Caro aluno, saber calcular pilares é fundamental na vida de qualquer engenheiro calculista. Pode parecer difícil no início, mas essa dificuldade pode ser superada pela prática de exercícios. Além disso, o aluno deve ter uma base teórica consistente, pois, conhecendo bem os três tipos de pilares que existem e sabendo determinar o momento atuante na estrutura, a determinação das armaduras poderá ser feita com facilidade.

Agora, finalizaremos o dimensionamento que iniciamos na seção passada.

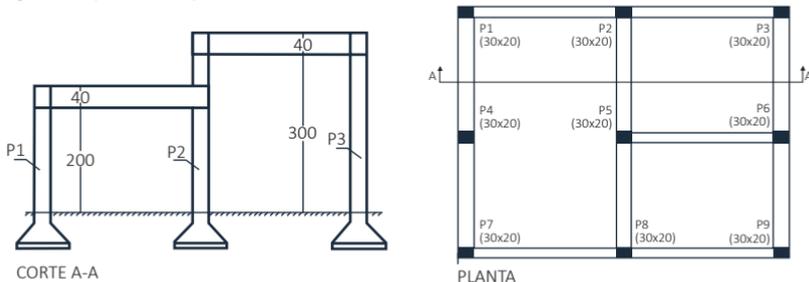
Relembramos que você está encarregado, como engenheiro *trainee*, de auxiliar o engenheiro calculista em um projeto estrutural. O projeto que você está desenvolvendo é de um edifício residencial de quatro pavimentos, localizado na cidade de Belo Horizonte (MG).

O engenheiro para o qual você trabalha encarregou-o do dimensionamento dos pilares da edificação e, na última seção, você aprendeu que o pilar P2 é um pilar de extremidade, conforme pode ser visto na Figura 3.1, e desenvolveu os cálculos das excentricidades, dos momentos mínimos e momentos de primeira e de segunda ordem.

Agora, o engenheiro responsável solicitou que você desenvolvesse todo o cálculo do pilar P3 e que determinasse inclusive a armação desse pilar e todo o detalhamento.

Lembrando que o projeto está sendo feito com concreto C20, aço CA-50, cobertura $d'_x = d'_y = 4,0$. Considere também que $M_{d,topo,x} = -M_{d,base,x} = 950 \text{ kN.cm}$, $e_{1x} = 1,00 \text{ cm}$, $M_{d,topo,y} = -M_{d,base,y} = 1010 \text{ kN.cm}$ e $e_{1y} = 1,20 \text{ cm}$.

Figura 3.1 | Planta de pilares e corte



Fonte: elaborada pela autora.

Para vencer essa última etapa do projeto, aprenderemos a utilização dos ábacos de dimensionamento à flexão reta e flexão oblíqua, além de estudarmos as taxas de armaduras em pilares e como detalhar essas armaduras.

Não pode faltar

Cálculo da armadura longitudinal com auxílio de ábacos

Os ábacos são imprescindíveis para o dimensionamento de pilares, pois permitem uma determinação rápida da taxa de armadura. Com os ábacos também é possível escolher diferentes bitolas de aço longitudinais para diferentes tipos de seções transversais.

Neste livro adotaremos os ábacos de Venturini e Rodrigues (1987) para os pilares sujeitos à flexão normal composta, e de Pinheiro, Baraldi e Porem (2009) para pilares sujeitos à flexão composta oblíqua. Vale ressaltar que esses ábacos só podem ser utilizados em pilares de concreto em que a resistência do concreto seja $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$.



Dica

Note que não existe apenas os ábacos de dimensionamento apresentados nesta seção. Para saber mais, sugerimos a leitura da página 104 do livro *Curso Básico de Concreto Armado* (2015), disponível em sua Biblioteca Virtual e indicado a seguir.

PORTO, T. B. **Curso Básico de Concreto Armado**. Conforme NBR 6118/2014. São Paulo: Oficina de textos, 2015. [Biblioteca 3.0/ base Pearson].

O trecho do livro mostra a mesma abordagem matemática, com os cálculos do μ_x , μ_y , ν e A_s , porém utiliza o ábaco de Montoya. O material a seguir mostra esse tipo de ábaco:

MUSSO JUNIOR, F. 8.3 – Pilar: dimensionamento. In: MUSSO JUNIOR, F. **Estruturas de concreto armado**. [S.l.: s.n.], [2013?].



Saiba mais

Pesquise os materiais indicados a seguir para ter acesso aos ábacos para dimensionar os pilares desta seção ou quaisquer outros que venha a analisar futuramente.

Ábacos de Venturini e Rodrigues (1987):

PINHEIRO, Libânio Miranda; BARALDI, Lívio Túlio; POREM, Marcelo Eduardo. **Concreto Armado: ábacos para flexão oblíqua**. 2009. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 2009.

Ábacos de Pinheiro, Baraldi e Porem (2009):

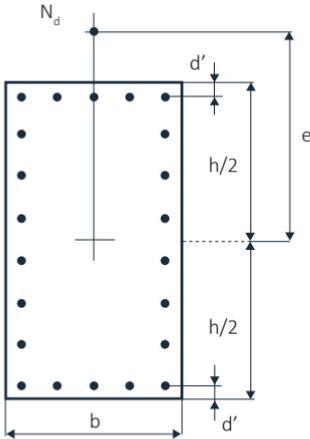
VENTURINI, Wilson Sérgio; RODRIGUES, Rogério de Oliveira.

Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta. 1987. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 1987.

Flexão composta normal

A notação que utilizaremos nos ábacos de Venturini e Rodrigues (1987), para a flexão composta normal, está demonstrada na Figura 3.18, onde a distância d' é paralela à excentricidade (e), entre a face da seção e o centro da barra do canto.

Figura 3.18 | Notação para a flexão normal composta



Fonte: Venturini e Rodrigues (1987, p. 31).

Onde podemos dizer que:

$$d' = c + \phi_t + \phi_l / 2 \quad (3.31)$$

Sendo: c = cobrimento de concreto; ϕ_t = diâmetro do estribo; ϕ_l = diâmetro da barra longitudinal.

As equações para a construção dos ábacos são apresentadas na publicação de Venturini e Rodrigues (1987), em que a determinação da armadura longitudinal é iniciada pelo cálculo dos esforços adimensionais ν e μ . Assim, o valor adimensional ν foi definido de acordo com a Equação 3.32:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} \quad (3.32)$$

O valor de μ , em função do momento fletor ou da excentricidade, é obtido por meio da Equação 3.33:

$$\mu = \frac{M_{d,tot}}{h \times A_c \times f_{cd}} \quad \text{ou} \quad \mu = \nu \times \frac{e}{h} \quad (3.33)$$

Onde: N_d = força normal de cálculo; A_c = área da seção transversal; f_{cd} = resistência de cálculo do concreto à compressão (f_{ck}/γ_c); $M_{d,tot}$ = momento fletor total de cálculo; h = dimensão do pilar na direção considerada; e = excentricidade na direção considerada.

Então, escolhemos uma disposição construtiva para a armadura no pilar. Posteriormente, o ábaco a ser utilizado também é escolhido em função do tipo de aço e do valor da relação d'/h . Por fim, no ábaco escolhido, com o par ν e μ , determina-se a taxa mecânica ω .

Em seguida, a armadura é calculada a partir da Equação 3.34:

$$A_s = \frac{\omega \times A_c \times f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.34)$$



Exemplificando

A seguir, calcularemos a área de armadura longitudinal vertical de um pilar intermediário, feito com concreto C20, aço CA-50, $d'_x = d'_y = 4,0$ e seção transversal 50×20 cm, onde $h_x = 50$ cm e $h_y = 20$ cm. Considere também $N_d = 1.100$ kN e $\ell_{ex} = \ell_{ey} = 280$ cm.

a. Índice de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \times 280}{50} = 19,4 \text{ e } \lambda_y = \frac{3,46 \times \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \times 280}{20} = 48,4$$

b. Momento fletor mínimo:

$$M_{1d,\min,x} = 1100 \times (1,5 + 0,03 \times 50) = 3300 \text{ kN.cm}; e_{1x,\min} = \frac{3300}{1100} = 3,00 \text{ cm}$$

$$M_{1d,\min,y} = 1100 \times (1,5 + 0,03 \times 20) = 2310 \text{ kN.cm}; e_{1y,\min} = \frac{2300}{1100} = 2,10 \text{ cm}$$

c. Esbeltez limite:

Como $e_1 = 0$ e $\alpha_b = 1$, temos $\lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 25 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 35$

$\lambda_x = 19,4 < \lambda_{1,x} \rightarrow$ Não se considera os efeitos locais de segunda ordem em x.

$\lambda_y = 48,4 > \lambda_{1,y} \rightarrow$ Considera-se os efeitos locais de segunda ordem em y.

d. Momento fletor de segunda ordem:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}, M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$$

$$\text{Força normal adimensional: } \nu = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{1100}{1000 \times 2,0 / 1,4} = 0,77$$

Curvatura na direção y sujeita a momentos flectores de segunda ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \times (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times \text{cm}^{-1}$$

$$\frac{0,005}{20 \times (0,77 + 0,5)} = 1,9685 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times \text{cm}^{-1} \rightarrow \text{ok!}$$

A excentricidade máxima de segunda ordem na direção y é:

$$e_{2y} = \frac{\ell_e^2}{10} \times \frac{1}{r} = \frac{280^2}{10} \times 1,9685 \times 10^{-4} = 1,54 \text{ cm}$$

Como $\alpha_b = 1$ e $M_{1d,A} = M_{1d,\min}$ em cada direção, tem-se os momentos flectores totais em cada direção principal do pilar:

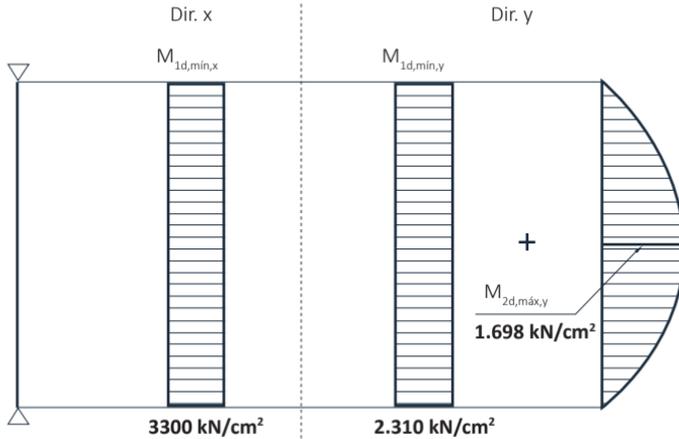
$$M_{d,tot,x} = M_{1d,min,x} = 3300 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot,y} = 1,0 \times 2310 + 1100 \times \frac{280^2}{10} \times 1,9685 \times 10^{-4} = 4008 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot,y} = 4008 \text{ kN.cm} \geq M_{1d,min,y} = 2310 \text{ kN.cm} \rightarrow \text{ok!}$$

A armadura longitudinal do pilar pode ser determinada a partir dos momentos fletores totais, conforme mostrado na Figura 3.19:

Figura 3.19 | Momentos fletores atuantes no pilar



Fonte: adaptada de Bastos (2017, p. 25).

Com $\nu = 0,77$ e por meio dos ábacos de Venturini e Rodrigues (1987), temos:

$$\text{Para x: } \mu = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \times A_c \times f_{cd}} = \frac{3300}{50 \times 1000 \times \frac{2,0}{1,4}} = 0,05$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{50} = 0,08 \cong 0,10 \rightarrow \text{Ábaco A-25} \rightarrow \omega = 0,05$$

$$\text{Para y: } \mu = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \times A_c \times f_{cd}} = \frac{4008}{20 \times 1000 \times \frac{2,0}{1,4}} = 0,14$$

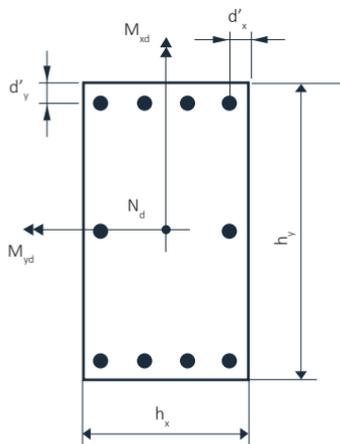
$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \rightarrow \text{Ábaco A-4} \rightarrow \omega = 0,38$$

$$\text{Logo: } A_s = \frac{\omega \times A_c \times f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,38 \times 1000 \times \frac{2,0}{1,4}}{50 / 1,15} = 12,49 \text{ cm}^2$$

Flexão composta oblíqua

A notação utilizada nos ábacos de Pinheiro, Baraldi e Porem (2009), para a flexão composta oblíqua, é apresentada na Figura 3.20, onde as distâncias d'_x e d'_y têm o mesmo significado de d' , entretanto, cada uma será para uma direção x ou y do pilar, respectivamente.

Figura 3.20 | Flexão composta oblíqua



Fonte: Bastos (2017, p. 30).

As armaduras são determinadas pelo cálculo dos esforços adimensionais ν e μ , sendo:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} \quad (3.35)$$

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \times A_c \times f_{cd}} = \nu \times \frac{e_x}{h_x} \quad e$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \times A_c \times f_{cd}} = \nu \times \frac{e_y}{h_y} \quad (3.36)$$

Assim, determina-se o ábaco que deve ser utilizado, em função do tipo de aço e dos valores das relações d'_x/h_x e d'_y/h_y . Já determinados o trio (ν e μ_x , μ_y), obtém-se a taxa mecânica

ω . A armadura é, então, calculada com a Equação 3.37:

$$A_s = \frac{\omega \times A_c \times f_{cd}}{f_{yd}} \quad (3.37)$$



Refleta

Os ábacos apresentados nesse capítulo somente podem ser utilizados para concreto com resistência menor ou igual a 50 MPa.

Para concretos com resistência maior do que 50 Mpa, devemos utilizar ábacos desenvolvidos com outros parâmetros numéricos.

Para outras solicitações, também devemos utilizar ábacos diferentes, sempre atentando para escolhas mais econômicas, com uma menor armadura.

Como você acha que é feito o desenvolvimento desses ábacos?

Detalhamento de pilares de concreto armado

Armaduras longitudinais

a) A taxa geométrica de armadura longitudinal mínima e máxima do pilar é:

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (3.38)$$

Onde:

A_s = área das seções transversais das barras; A_c = área da seção transversal do pilar.

A área mínima de armadura longitudinal, $A_{s,\min}$, pode ser determinada de acordo com a equação a seguir:

$$A_{s,\min} = 0,15 \times \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 \times A_c = 0,4\% \times A_c \quad (3.39)$$

Concluimos que a taxa geométrica mínima de armadura é igual a 0,4%. Já a maior área de armadura possível em pilares deve ser de 8% da área da seção transversal, inclusive nas regiões onde ocorre emenda, de acordo com a Equação 3.40:

$$A_{s,\max} = 8\% \times A_c \quad (3.40)$$

Nas regiões fora das emendas por traspasse, a taxa de armadura máxima é igual a 4%.

b) Diâmetro mínimo das barras:

O diâmetro mínimo das barras longitudinais nos pilares não pode ser inferior a 10 mm. Também não pode ser superior a 1/8 da menor dimensão da seção do pilar.

c) Distribuição das armaduras longitudinais na seção do pilar:

As barras longitudinais devem ser posicionadas ao redor da periferia da seção, nas bordas. Em seções poligonais, inclusive em seções retangulares, é prescrito que exista pelo menos uma barra em cada vértice do polígono. Já para seções circulares, devemos incluir pelo menos seis barras ao longo do perímetro.

d) Espaçamento livre entre as barras das armaduras:

É limitado o espaçamento entre as barras longitudinais (a_t), que deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- 20 mm.

- Diâmetro da barra, do feixe ou da luva adotada.
 - 1,2 vezes o diâmetro máximo do agregado.
- e) Espaçamento máximo entre eixos das armaduras:

O espaçamento máximo entre os eixos das barras deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão do pilar, sem exceder 400 mm.

Armaduras transversais

a) Diâmetro dos estribos:

A NBR 6118 (ABNT, 2014) também determina que o diâmetro dos estribos (ϕ_t) não poderá ser inferior a 5 mm ou 1/4 do diâmetro da barra longitudinal (ϕ_ℓ).

b) Espaçamento longitudinal entre os estribos:

É recomendado que os espaçamentos máximos entre os estribos (medido na direção do eixo do pilar), devem ser iguais ou inferiores ao menor dos seguintes valores:

- 200 mm.
- Menor dimensão da seção.
- $24\phi_\ell$ para aço CA-25 e $12\phi_\ell$ para aço CA-50, onde ϕ_ℓ é o diâmetro da barra longitudinal.

Também é prescrito pela norma que os estribos podem apresentar diâmetro (ϕ_t) menor do que $\phi_\ell/4$ desde que as armaduras sejam do mesmo tipo de aço e o espaçamento longitudinal respeite a limitação apresentada na Equação 3.41:

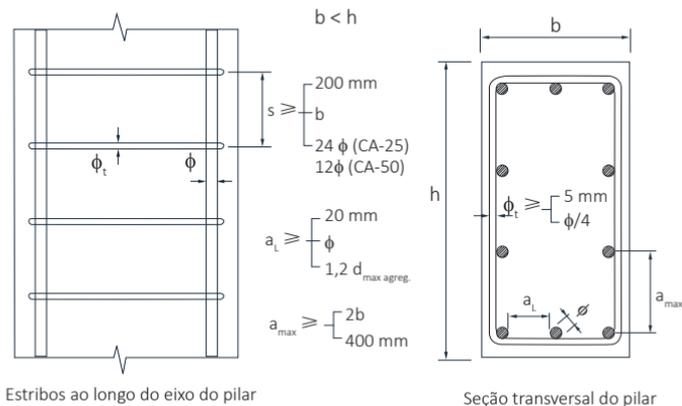
$$s_{m\acute{a}x} = 9000 \times \left(\frac{\phi_t^2}{\phi} \right) \times \frac{1}{f_{yk}} \quad (3.41)$$



Assimile

Os valores dos espaçamentos máximos e mínimos das armaduras transversais e longitudinais recomendados estão resumidos na Figura 3.21:

Figura 3.21 | Resumo das principais recomendações para o espaçamento das armaduras em pilares



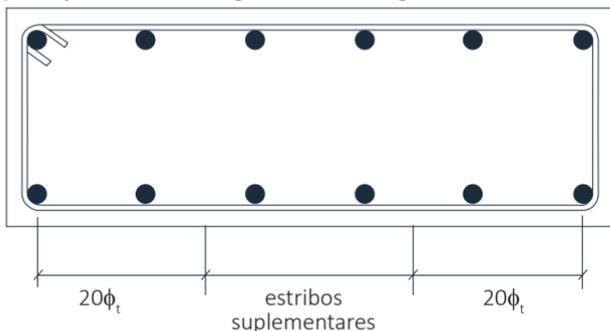
Fonte: Alva, El Debs e Giongo (2008, p. 20).

c) Proteção contra a flambagem das barras longitudinais:

Na possibilidade de flambagem das barras, devemos tomar as seguintes precauções:

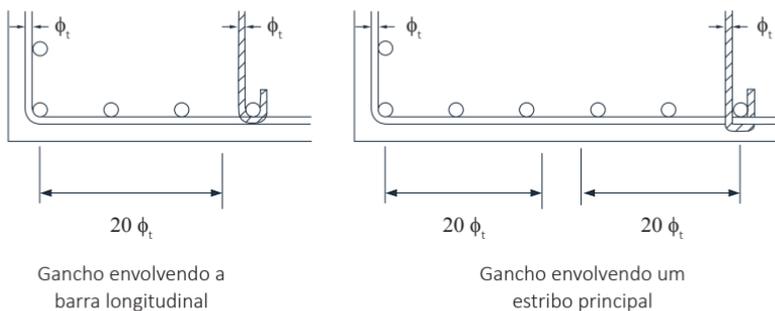
- Os estribos devem estar situados no máximo a $20\phi_t$ do canto, desde que nesse trecho não exista mais de duas barras, excluindo-se a do canto, conforme Figura 3.22.
- Caso haja mais de duas barras no trecho $20\phi_t$, deve haver estribos suplementares.
- Caso um estribo suplementar seja constituído por uma barra reta, esta deve atravessar a seção do pilar e seus ganchos devem envolver a barra. Se houver mais de uma barra a ser protegida, seu gancho deverá envolver um estribo principal junto a uma das barras, conforme Figura 3.23.

Figura 3.22 | Proteção contra a flambagem das barras longitudinais



Fonte: Alva, El Debs e Giongo (2008, p. 21).

Figura 3.23 | Forma de posicionar os ganchos dos estribos suplementares



Fonte: Alva, El Debs e Giongo (2008, p. 21).

Emenda das barras longitudinais do pilar

A emenda por traspasse é a mais empregada e seu comprimento deve ser determinado por:

$$\ell_{0c} = \ell_{b,nec} \geq \ell_{0c,min} \quad (3.42)$$

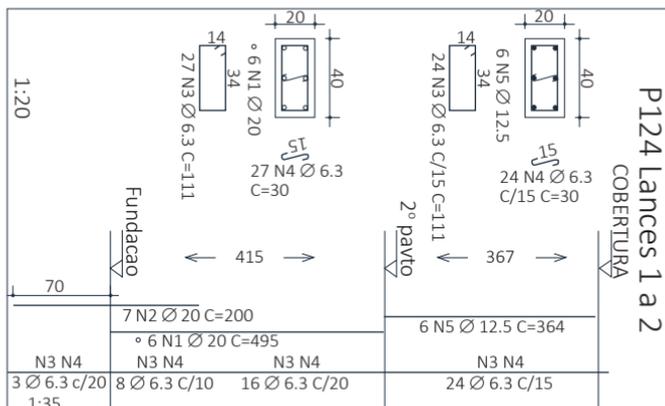
Sendo que: $\ell_{b,nec}$ = comprimento de ancoragem necessário; $\ell_{0c,min}$ = maior valor entre $0,6 \times \ell_b$, 15ϕ e 200 mm; ℓ_b = comprimento de ancoragem básico.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda que a emenda por traspasse seja evitada para grandes diâmetros como as barras de 32 mm.

Detalhamento da armadura

Um exemplo dos arranjos longitudinais típicos das armaduras dos pilares, com o uso de ganchos, está apresentado na Figura 3.24:

Figura 3.24 | Exemplo de arranjos das armaduras típico de um pilar de dois pavimentos



Fonte: elaborada pela autora.

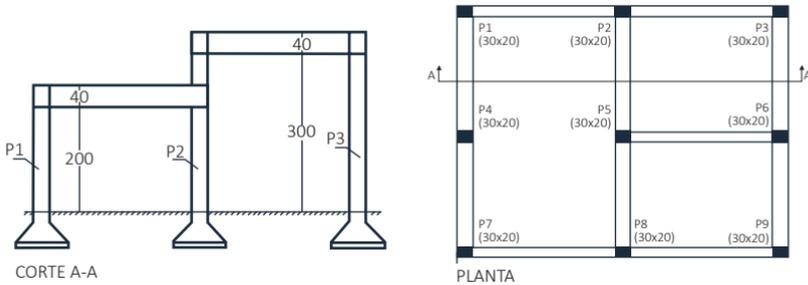
Você agora já está apto para desenvolver o cálculo dos pilares da situação-problema desta seção.

Sem medo de errar

Você trabalha em uma empresa de projetos, como engenheiro *trainee*, que auxilia o engenheiro calculista em um projeto estrutural. O projeto que você está desenvolvendo é de um edifício residencial de quatro pavimentos, localizado na cidade de Belo Horizonte (MG). Nesta fase do projeto, o engenheiro responsável solicitou que você desenvolvesse todo o cálculo do pilar P3 e que determinasse inclusive a armação desse pilar e todo o detalhamento.

Lembramos que o nosso projeto está sendo feito com concreto C20, aço CA-50, cobrimento $d'_x = d'_y = 4,0$. Considere também que $M_{d,topo,x} = -M_{d,base,x} = 950 \text{ kN.cm}$, $e_{1x} = 1,00 \text{ cm}$, $M_{d,topo,y} = -M_{d,base,y} = 1010 \text{ kN.cm}$ e $e_{1y} = 1,20 \text{ cm}$.

Figura 3.1 | Planta de pilares e corte



Fonte: elaborada pela autora.

A partir da saída do programa de pré-dimensionamento que utiliza, você sabe que a força de compressão que atua no pilar é igual a $e_{1y} = 1,20 \text{ cm}$ e que os momentos de primeira ordem e as excentricidades em x e y são iguais a:

$$M_{d,topo,x} = -M_{d,base,x} = 950 \text{ kN.cm} \text{ e } e_{1x} = 1,00 \text{ cm} .$$

$$M_{d,topo,y} = -M_{d,base,y} = 1010 \text{ kN.cm} \text{ e } e_{1y} = 1,20 \text{ cm} .$$

Você também já concluiu que esse é um pilar de canto. Agora, desenvolvamos, passo a passo o seu dimensionamento:

a. Comprimento equivalente:

Seção transversal: $h_x = 30 \text{ cm}$ e $h_y = 20 \text{ cm}$

$$\ell_{ex} \leq \begin{cases} \ell_{0x} + h_x = 300 + 30 = 330 \text{ cm} \\ \ell_x = 340 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ex} = 330 \text{ cm}$$

$$\ell_{ey} \leq \begin{cases} \ell_{0y} + h_y = 300 + 20 = 320 \text{ cm} \\ \ell_y = 340 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \ell_{ey} = 320 \text{ cm}$$

b. Índice de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \times 330}{30} = 38,06$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \times \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \times 320}{20} = 55,36$$

c. Momento fletor mínimo:

$$M_{1d,\min} = N_d \times (1,5 + 0,03h)$$

$$M_{1d,\min,x} = 550 \times (1,5 + 0,03 \times 30) = 1320 \text{ kN.cm} ; e_{1x,\min} = \frac{1320}{550} = 2,40 \text{ cm}$$

$$M_{1d,\min,y} = 550 \times (1,5 + 0,03 \times 20) = 1155 \text{ kN.cm} ; e_{1y,\min} = \frac{1155}{550} = 2,10 \text{ cm}$$

d. Esbeltez limite:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

A excentricidade de primeira ordem na direção x é $e_{1,x} = 1,00$. Os momentos fletores de primeira ordem nessa direção são $M_{d,topo,x} = -M_{d,base,x} = 950 \text{ kN.cm}$, menores do que o momento fletor mínimo $M_{1d,\min,x} = 1320 \text{ kN.cm}$, o que leva a $\alpha_b = 1$. Assim:

$$\lambda_{1,x} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{1,00}{30}}{1,0} = 25,41 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,x} = 35$$

A excentricidade de primeira ordem na direção y é $e_{1,y} = 1,20 \text{ cm}$. Os momentos fletores de primeira ordem nessa direção são $M_{d,topo,y} = -M_{d,base,y} = 1010 \text{ kN.cm}$, menores do que o momento fletor mínimo $M_{1d,\min,y} = 1155 \text{ kN.cm}$, o que leva a $\alpha_b = 1$. Assim:

$$\lambda_{1,y} = \frac{25 + 12,5 \times \frac{1,20}{20}}{1,0} = 25,75 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,y} = 35$$

$\lambda_x = 38,06 > \lambda_{1,x} \rightarrow$ considera-se os efeitos locais de segunda ordem em x .

$\lambda_y = 55,36 > \lambda_{1,y} \rightarrow$ considera-se os efeitos locais de segunda ordem em y .

e. Momento fletor de segunda ordem:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}, M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$$

Força normal adimensional:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{550}{600 \times 2,0 / 1,4} = 0,64$$

Curvatura na direção x sujeita a momentos fletores de segunda ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \times (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times cm^{-1}$$

$$\frac{0,005}{30 \times (0,64 + 0,5)} = 1,4620 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times cm^{-1} \rightarrow ok!$$

A excentricidade máxima de segunda ordem na direção x é:

$$e_{2x} = \frac{\ell^2}{10} \times \frac{1}{r} = \frac{330^2}{10} \times 1,4620 \times 10^{-4} = 1,59 \text{ cm}$$

Curvatura na direção y sujeita a momentos fletores de segunda ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \times (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times cm^{-1}$$

$$\frac{0,005}{20 \times (0,64 + 0,5)} = 2,1930 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times cm^{-1} \rightarrow ok!$$

A excentricidade máxima de segunda ordem na direção y é:

$$e_{2y} = \frac{\ell^2}{10} \times \frac{1}{r} = \frac{320^2}{10} \times 2,193 \times 10^{-4} = 2,25 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} = M_{1d,min}$ e $\alpha_b = 1$ em cada direção, tem-se o momento fletor total máximo:

$$M_{d,tot,x} = 1,0 \times 1320 + 550 \times 1,59 = 2194,5 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot,y} = 1,0 \times 1155 + 550 \times 2,25 = 2392,5 \text{ kN.cm}$$

f. Coeficientes adimensionais da flexão composta oblíqua:

$$\text{Para } x: \mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \times A_c \times f_{cd}} = \frac{2194,5}{30 \times 600 \times 2,0 / 1,4} = 0,085 \cong 0,10$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{30} = 0,13 \cong 0,15$$

$$\text{Para } y: \mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \times A_c \times f_{cd}} = \frac{2392,5}{20 \times 600 \times \frac{2,0}{1,4}} = 0,14 \cong 0,15$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20$$

g. Armação calculada:

Com $\nu = 0,64$ e utilizando o ábaco A-18 de Pinheiro, Baraldi e Porem (2009), a taxa de armadura resulta em $\omega = 0,6$, logo:

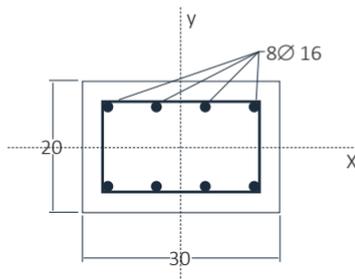
$$A_s = \frac{\omega \times A_c \times f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,6 \times 600 \times \frac{2,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 11,83 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Assim, } \phi 16 = \frac{\pi \times 1,6^2}{4} = 2,00 \text{ cm}^2, \text{ temos } 8\phi 16.$$

Sendo a disposição das barras apresentadas conforme Figura 3.25:

Nesse exercício, aprendemos como armar pilares de canto considerando momento de segunda ordem em x e y . Utilizamos também os ábacos de flexão composta oblíqua e o detalhamento das armações de uma seção transversal do pilar P3.

Figura 3.25 | Armação calculada para o pilar P3



Fonte: elaborada pela autora.

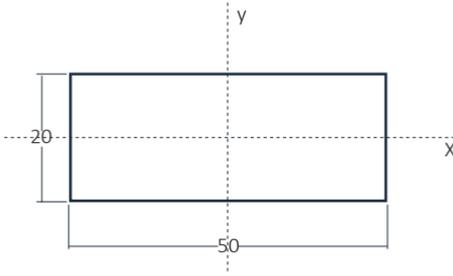
Avançando na prática

Armação de um pilar intermediário

Descrição da situação-problema

Durante a realização de uma obra, você foi solicitado para realizar o dimensionamento de um pilar intermediário, que foi acrescentado posteriormente ao projeto, conforme apresentado na Figura 3.26:

Figura 3.26 | Dimensões da seção transversal do pilar



Fonte: elaborada pela autora.

Considere que força normal é $N_d = 1500 \text{ kN}$ e os comprimentos de flambagem são $\ell_{ex} = \ell_{ey} = 280 \text{ cm}$. O cobrimento utilizado deve ser de 3 cm.

Resolução da situação-problema

a) Índice de esbeltez:

$$\lambda_x = \frac{3,46 \times \ell_{ex}}{h_x} = \frac{3,46 \times 280}{50} = 19,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,46 \times \ell_{ey}}{h_y} = \frac{3,46 \times 280}{20} = 48,4$$

b) Momento fletor mínimo:

$$M_{1d,\min} = N_d \times (1,5 + 0,03h)$$

$$M_{1d,\min,x} = 1500 \times (1,5 + 0,03 \times 50) = 4500 \text{ kN.cm}; e_{1x,\min} = \frac{4500}{1500} = 3,00 \text{ cm}$$

$$M_{1d,\min,y} = 1500 \times (1,5 + 0,03 \times 20) = 3150 \text{ kN.cm}; e_{1y,\min} = \frac{3150}{1500} = 2,10 \text{ cm}$$

c) Esbeltez limite:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

Temos que $\alpha_b = 1$ e $e_1 = 0$, portanto:

$$\lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 25 \geq 35 \rightarrow \lambda_{1,x} = \lambda_{1,y} = 35$$

$\lambda_x = 19,4 < \lambda_{1,x} \rightarrow$ não são considerados os efeitos locais de segunda ordem em x.

$\lambda_y = 48,4 > \lambda_{1,y} \rightarrow$ não são considerados os efeitos locais de segunda ordem em y.

d) Momento fletor de segunda ordem:

$$M_{d,tot} = \alpha_b \times M_{1d,A} + N_d \times \frac{\ell_0^2}{10} \times \frac{1}{r} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,\min} \end{cases}, M_{1d,A} \geq M_{1d,\min}$$

Força normal adimensional:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} = \frac{1500}{1000 \times 2,0 / 1,4} = 1,05$$

Curvatura na direção x sujeita a momentos fletores de segunda ordem:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h \times (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times cm^{-1}$$

$$\frac{0,005}{20 \times (1,05 + 0,5)} = 1,6129 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \leq \frac{0,005}{20} = 2,5 \times 10^{-4} \times cm^{-1} \rightarrow ok!$$

A excentricidade máxima de segunda ordem na direção y é:

$$e_{2y} = \frac{\ell_{ey}^2}{10} \times \frac{1}{r} = \frac{280^2}{10} \times 1,6129 \times 10^{-4} = 1,26 \text{ cm}$$

Fazendo $M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$ e $\alpha_b = 1$ em cada direção, tem-se o momento fletor total máximo:

$$M_{d,tot,x} = M_{1d,min,x} = 4500 \text{ kN.cm}$$

$$M_{d,tot,y} = 1,0 \times 3150 + 1500 \times 1,26 = 5.047 \text{ kN.cm}$$

e) Coeficientes adimensionais da flexão reta:

$$\text{Para } x: \mu_x = \frac{M_{d,tot,x}}{h_x \times A_c \times f_{cd}} = \frac{4500}{50 \times 1000 \times 2,0 / 1,4} = 0,06$$

$$\frac{d'_x}{h_x} = \frac{4,0}{30} = 0,08 \cong 0,10 \rightarrow \text{Ábaco A} - 25: \omega = 0,38$$

Para y :

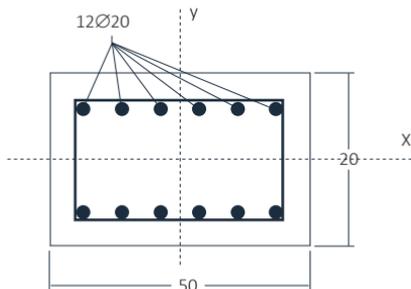
$$\mu_y = \frac{M_{d,tot,y}}{h_y \times A_c \times f_{cd}} = \frac{5047}{20 \times 1000 \times 2,0 / 1,4} = 0,18$$

$$\frac{d'_y}{h_y} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \rightarrow \text{Ábaco A} - 18: \omega = 0,78$$

f) Armação calculada:

Com $\nu = 1,05$ e utilizando os ábacos de Venturini e Rodrigues (1987) para flexão reta, temos:

Figura 3.27 | Disposição das armaduras no ábaco A18



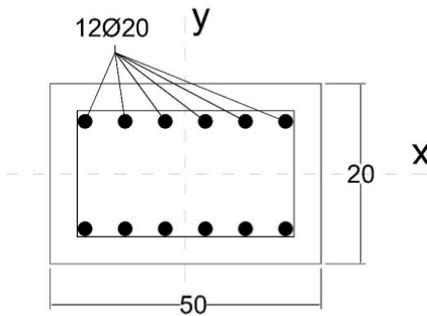
Fonte: elaborada pela autora.

$$A_s = \frac{\omega \times A_c \times f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,78 \times 1000 \times \frac{2,0}{1,4}}{50/1,15} = 25,63 \text{ cm}^2 .$$

Como $\phi 20 = \frac{\pi \times 2^2}{4} = 3,14 \text{ cm}^2$, temos $12\phi 20$.

Assim, a disposição das barras na seção transversal deve ser conforme apresentado na Figura 3.27:

Legenda:



Fonte:

Faça valer a pena

1. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), a máxima armadura permitida em pilares deve considerar inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda, devendo ser também respeitado o disposto em 18.4.2.2. Em projetos de pilares de concreto armado, considerando a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda, qual deve ser o valor percentual da maior armadura possível em pilares?

Assinale a alternativa correta:

- a) 4%.
- b) 10%.
- c) 6%.
- d) 12%.
- e) 8%.

2. Sobre o detalhamento de pilares de concreto armado, analise se as afirmações a seguir são verdadeiras (V) ou falsas (F):

() O diâmetro mínimo das barras longitudinais nos pilares não pode ser inferior a 8 mm. Também não pode ser superior a 1/8 da menor dimensão da seção do pilar.

() As barras longitudinais devem ser posicionadas ao redor da periferia da seção, nas bordas. Assim, podemos garantir a adequada resistência dos pilares de concreto armado.

() É limitado o espaçamento entre as barras longitudinais (a_l), que deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores: 20 mm; o diâmetro da barra, do feixe ou da luva adotada; ou 1,2 vezes o diâmetro máximo do agregado.

() Para que os estribos possam impedir a flambagem das barras longitudinais situadas nos cantos dos pilares poligonais, essas devem estar situadas no máximo a uma distância de $20\phi_l$ do canto.

Assinale a alternativa que classifica corretamente cada frase apresentada em verdadeira (V) ou falsa (F):

a) F - V - V - V.

b) F - F - V - F.

c) V - V - V - F.

d) F - F - F - V.

e) V - F - V - F.

3. No dimensionamento dos pilares feito sem o auxílio de computador, os ábacos são fundamentais, pois possibilitam uma rápida determinação da taxa de armadura. Com eles é possível escolher vários tipos diferentes de arranjos das armaduras. Considere um pilar com seção 20x50 cm, feito com concreto C20, aço CA-50 e $\nu = 0,80$. Sendo os momentos fletores totais máximos iguais a $M_{d,tot,x} = 4141,6 kN.cm$ e $M_{d,tot,y} = 3444 kN.cm$.

Determine a armação que deve ser utilizada em cm^2 :

a) 12,25 cm^2 .

b) 16,43 cm^2 .

c) 15,72 cm^2 .

d) 14,37 cm^2 .

e) 11,56 cm^2 .

Referências

ALVA, G. M. S.; EL DEBS, A. L. H. C.; GIONGO, J. S. **Concreto armado**: projeto de pilares de acordo com a NBR 6118:2003. 2008. Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 6118 (2014)**: Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

BASTOS, P. **Pilares de concreto armado**. 2017. Notas de aula da disciplina: 2323 - Estruturas de Concreto II (apostila). Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Bauru, 2017. Disponível em: <http://site.ufvjm.edu.br/icet/files/2016/08/apostila-pilares-unesp-prof-paulo-sergio.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2019.

BASTOS, P. **Ancoragem e emenda de armaduras**. 2018. Notas de aula da disciplina: 2323 - Estruturas de Concreto II (apostila) – Faculdade de Engenharia Civil da Universidade Estadual Paulista (Unesp), Bauru, 2018. Disponível em: <http://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/Ancoragem.pdf>. Acesso em: 24 jan. 2019.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**. São Paulo: Ed. Guanabara Dois, 1981.

PINHEIRO, L. M.; BARALDI, L. T.; POREM, M. E. **Concreto Armado**: ábacos para flexão oblíqua. 2009. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 2009. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/24%20Abacos%20flexao%20obliqua.pdf>. Acesso em: 28 jan. 2019.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D. **Aderência e ancoragem – capítulo 10**. 2003. Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.fec.unicamp.br/~almeida/cv714/Ancoragem.pdf>. Acesso em: 24 jan. 2019.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D. **Estruturas de concreto – capítulo 16**. Pilares. 2005. Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005. Disponível em: <http://www.fec.unicamp.br/~almeida/ec802/Pilares/16%20Pilares.pdf>. Acesso em: 28 jan. 2019.

PORTO, T.; FERNANDES, D. **Curso Básico de Concreto Armado Conforme NBR 6118/2014**. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.

VENTURINI, W. S.; RODRIGUES, R. O. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. 1987. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 1987. Disponível em: <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/23%20Abacos%20flexao%20normal%20-%20Venturini%20-%20Walter.pdf>. Acesso em: 28 jan. 2019.

Unidade 4

Sistemas estruturais

Convite ao estudo

Bem-vindo a esta nova unidade!

Até aqui, você já aprendeu muitos conceitos importantes sobre estruturas de concreto armado. Para que o engenheiro civil seja bem-sucedido em seu dia a dia profissional, é fundamental que saiba fazer de maneira correta um projeto estrutural para as edificações que pretende construir. Além de saber determinar a solução estrutural mais adequada, conhecer bem as normas vigentes relacionadas, também é muito importante saber fazer o detalhamento dessas peças que irão compor o projeto. Atualmente temos vários sistemas computacionais disponíveis no mercado para dimensionamento dessas estruturas. Também é papel do engenheiro saber interpretar esses resultados, para que as estruturas sejam construídas de forma adequada e segura. Nesse contexto, saber detalhar as armaduras que vão compor essas peças estruturais é extremamente importante.

Estamos iniciando a quarta e última unidade da disciplina Estruturas de concreto armado II. Nesta unidade, vamos aprender a dimensionar e detalhar as armaduras de diversas estruturas que também fazem parte do projeto estrutural de um edifício feito em concreto armado. Nesta primeira seção, vamos estudar para que servem e como dimensionar as armaduras de uma fundação conhecida como bloco, muito utilizada, e que talvez você já tenha visto em outras disciplinas. Já na segunda seção, vamos estudar as sapatas em concreto armado, e na última seção, vamos aprender mais sobre escadas e reservatórios em concreto.

Essas quatro estruturas são comumente vistas em projetos de edifícios e residências de concreto armado, fazendo parte da rotina do dimensionamento de estruturas em concreto nos escritórios de cálculo. Assim, é muito importante que o engenheiro civil tenha a familiaridade com o dimensionamento dessas estruturas.

Portanto, questione-se: com qual frequência você se depara com essas estruturas no dia a dia? Você conhece todas elas? Qual a função estrutural dessas estruturas e como elas atuam resistindo aos carregamentos nos edifícios que você tem o costume de frequentar ou até mesmo de alguma construção que você veio a conhecer?

Para responder a essas perguntas, vamos estudar os conceitos básicos de dimensionamento e detalhamento da armadura principal dos sistemas estruturais complementares de uma edificação. Após estudar o conteúdo desta unidade, você saberá dimensionar e detalhar de forma adequada as armaduras dos blocos de fundação e das sapatas, além de saber detalhar corretamente as armaduras principais de escadas e reservatórios.

É importante, também, que você pratique e amplie o seu conhecimento, não somente do conteúdo desta disciplina, mas de todo o curso de engenharia civil, para que você esteja apto a desenvolver projetos estruturais em concreto armado.

Vamos lá, temos várias lições para aprender!

Dimensionamento de blocos de fundação em concreto armado

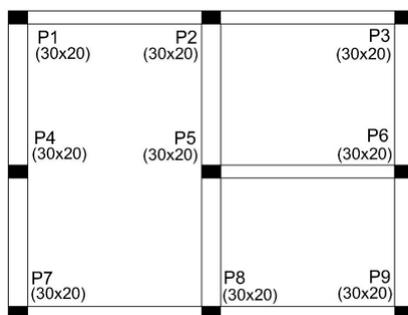
Diálogo aberto

Uma das fases importantes de um projeto de estruturas de concreto é dimensionar os blocos de fundação de um edifício. Eles vão fazer parte de um sistema estrutural, transmitindo as cargas de uma edificação para as camadas mais resistentes do solo. Devem ser dimensionados de forma adequada para transmitir os esforços sem provocar a ruptura do terreno de fundação.

Estamos iniciando a última unidade desta disciplina e para que você possa estar habilitado a desenvolver o projeto de um edifício completo, vai aprender os conceitos, método de dimensionamento de blocos de fundação, cálculo da armadura principal do bloco e detalhamento da armadura do bloco.

Lembrando que você está trabalhando no projeto estrutural de um edifício de concreto armado de quatro pavimentos localizado em Belo Horizonte. O engenheiro responsável solicitou que você dimensionasse os blocos de fundação de parte do edifício residencial que vocês estão projetando. Você deverá dimensionar um bloco de fundação para o pilar P4 apresentado na planta conforme Figura 4.1.

Figura 4.1 | Planta de pilares



PLANTA

Fonte: elaborada pela autora.

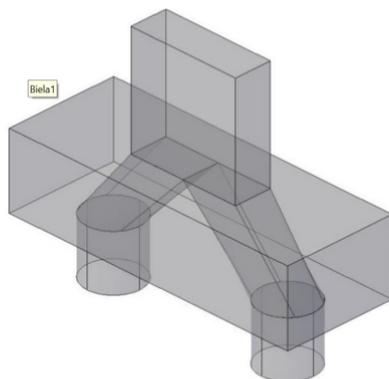
Por meio de um pré-dimensionamento, você já sabe que esse pilar tem seção 20x30 cm e deverá suportar uma carga de $N_d = 700\text{ kN}$. O concreto utilizado é C20 e o aço será o CA-50. O bloco estará sobre duas estacas de 30 cm de diâmetro e o espaçamento entre as estacas é de 80 cm. O cobrimento do bloco é de 3 cm.

CONCEITO DE BLOCOS DE FUNDAÇÃO

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), blocos são estruturas usadas para transmitir para as estacas e tubulões as cargas de fundação, podendo ser calculados e armados como rígidos ou flexíveis.

Por ter uma execução fácil e relativamente barata, blocos são estruturas muito utilizadas em todos os tipos de edificações. Já os blocos sobre uma ou duas estacas são mais comuns em construções de pequeno porte, residências térreas ou com poucos pavimentos, onde a carga vertical do pilar costuma ser menor. Nos edifícios de múltiplos pavimentos, devido ao aumento das cargas verticais, ocorre um aumento no número de estacas. Há também o caso de bloco sobre um tubulão, que é quando o bloco atua como elemento de transição de carga entre o pilar e o fuste do tubulão. A Figura 4.2 apresenta um esquema de um bloco de concreto sobre duas estacas com ênfase nas suas armações.

Figura 4.2 | Bloco sobre estacas



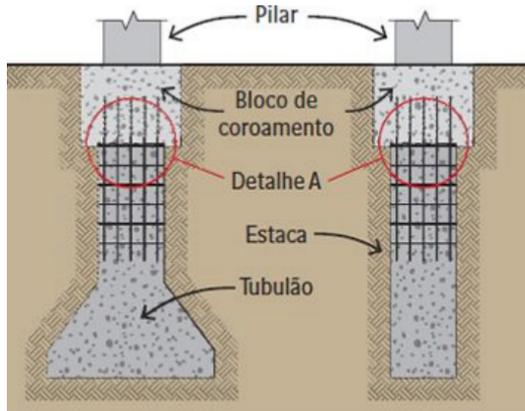
Fonte: Bastos (2017, p. 2).



Saiba mais

Blocos sobre tubulões: uma das causas de patologias que muitas vezes não recebem tratamento adequado é a forma com que se dá o preparo da cabeça das estacas ou dos tubulões para posterior ligação com o bloco de coroamento, conforme apresentado na Figura 4.3.

Figura 4.3 | Detalhe da ligação entre elementos de fundação e blocos de coroamento



Fonte: <https://goo.gl/dxj2HG>. Acesso em: 5 dez. 2018.

O dimensionamento do bloco na cabeça dos tubulões tem a função de absorver os possíveis momentos existentes nos pilares para que esses não sejam transmitidos para a fundação.

Saiba mais sobre como esse procedimento deve ser feito no artigo a seguir:

PEINADO, H. S. Preparo da cabeça de tubulões e de estacas de concreto para ligação com blocos de coroamento. *Téchne*, ed. 191, fev. 2013.

Modelos estruturais

Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), o comportamento estrutural dos blocos rígidos é caracterizado por:

- “ a) trabalho à flexão nas duas direções, mas com trações essencialmente concentradas nas linhas sobre as estacas (reticulado definido pelo eixo das estacas, com faixas de largura igual a 1,2 vez seu diâmetro);
- b) forças transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por bielias de compressão, de forma e dimensões complexas;
- c) trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruínas por tração diagonal, e sim por compressão das bielias, analogamente às sapatas. (ABNT, 2014, p. 190)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) também apresenta o bloco flexível onde deve ser realizada uma análise mais completa, desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração, até a necessidade da verificação da punção.

Modelos de cálculo

A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta que “*para o cálculo e dimensionamento dos blocos, são aceitos modelos tridimensionais lineares ou não lineares e modelos biela-tirante tridimensionais*”. A norma também diz que:

“Na região de contato entre o pilar e o bloco, os efeitos de fendilhamento devem ser considerados, permitindo-se a adoção de um modelo de bielas e tirantes para a determinação das armaduras. No modelo de bielas e tirantes, a biela é a representação do concreto comprimido e o tirante das armaduras tracionadas. Sempre que houver forças horizontais significativas ou forte assimetria, o modelo deve contemplar a interação solo-estrutura. (ABNT, 2014, p. 190)

O modelo de cálculo que estudaremos é o Método das Bielas, pois este é o mais utilizado para o dimensionamento dos blocos sobre estacas, contudo, esse método só deve ser aplicado ao dimensionamento de blocos rígidos. Para blocos flexíveis, são aplicados os mesmos métodos clássicos aplicáveis às vigas ou às lajes.



Assimile

Bloco rígido x bloco flexível

Neste trabalho, vamos ensinar o projeto estrutural dos blocos rígidos, pois esse tipo de bloco é mais utilizado nas obras de engenharia que os blocos flexíveis. Para blocos flexíveis, deve-se utilizar o método clássico da flexão, que você já conhece por ser semelhante ao cálculo de lajes e vigas.

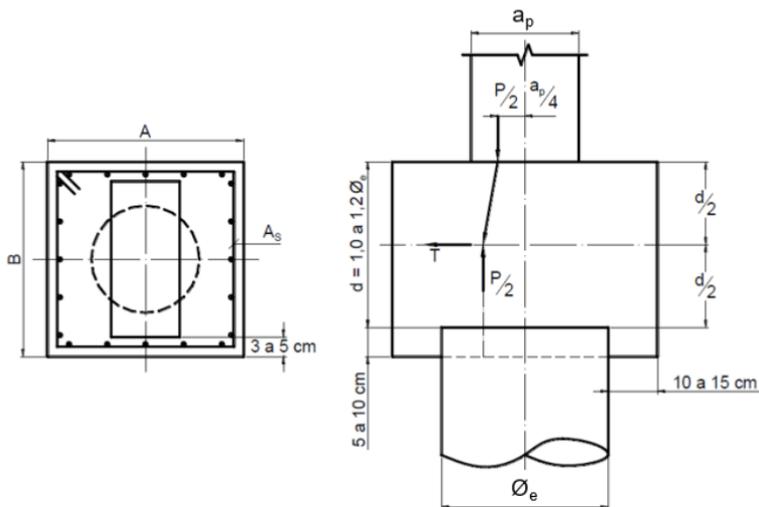
Método das bielas

O Método das Bielas admite como modelo resistente, no interior do bloco, uma “treliça espacial”, semelhante ao que vimos na unidade 1, para o cálculo de estribos em vigas de concreto. As forças atuantes nas barras tracionadas são resistidas pelas barras de aço e as forças comprimidas da treliça são resistidas pelo concreto. Portanto, as principais incógnitas que se devem determinar são as dimensões das bielas comprimidas.

Bloco sobre uma estaca

Neste primeiro caso que vamos estudar, o bloco tem a função de atuar como em um elemento de transferência de carga, que será necessário por razões construtivas, para a locação correta dos pilares, chumbadores, correção de pequenas excentricidades da estaca, uniformização da carga sobre a estaca. Nessa estrutura também são colocados estribos horizontais fechados para o esforço de fendilhamento e estribos verticais construtivos, conforme apresentado na Figura 4.4.

Figura 4.4 | Bloco sobre uma estaca: esquema de forças e detalhes das armaduras



Fonte: Bastos (2017, p. 3).

Cálculo simplificado da força de tração horizontal (T):

Sendo P a carga no pilar, temos que:

$$T = \frac{1}{4} \times P \times \frac{\phi_e - a_p}{\phi_e} \cong \frac{1}{4} \times P \quad (4.1)$$

Assim, temos que o valor de cálculo da tração é:

$$T_d = 0,25 \times P_d \quad (4.2)$$

Assim, a armadura para resistir à força de tração T_d é:

$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}} \quad (4.3)$$

Para edifícios em que a carga sobre o bloco é mais alta, a dimensão A do bloco poderá ser tomada como: $A = \phi_e + 2 \times 10$. Para construções menores, com cargas baixas sobre o bloco, teremos que $A = \phi_e + 2 \times 5$. Em ambos os casos, devido à estaca ter seção circular, o bloco deverá ser quadrado, com $B = A$ (largura = comprimento).

Já a altura d do bloco poderá ser estimada entre e e $1,2 \times \phi_e$.



Exemplificando

O pilarete de um sobrado tem uma estaca com diâmetro, $\phi_e = 20\text{ cm}$. Vamos considerar que o cobrimento é igual a 5 cm. Com isso já podemos prever que terá dimensões 30x30 cm, pois:

$$A = \phi_e + 2 \times 5 = 20 + 2 \times 5 = 30\text{ cm}$$

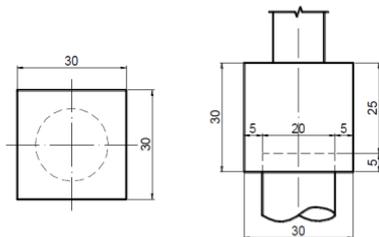
Para este caso, o pilarete não poderá ter dimensões maiores que 25 cm. Se necessitarmos aumentar as dimensões dos pilares, devemos aumentar as dimensões do bloco, para garantir a efetividade do método das bielas. Neste exemplo, teremos, conforme apresentado na Figura 4.5:

$$d = 1,2 \times \phi_e = 1,2 \times 20 = 24\text{ cm}$$

$$d = 30 - 6 = 24\text{ cm}$$

$$h = 24 + 5 = 29\text{ cm} \cong 30\text{ cm}$$

Figura 4.5 | Dimensões mínimas para bloco sobre uma estaca $\phi_e = 20\text{ cm}$

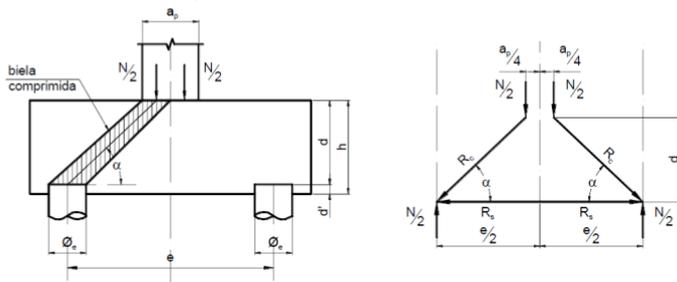


Fonte: Bastos (2017, p. 4).

Bloco sobre duas estacas

A Figura 4.6 detalha um bloco sobre duas estacas por meio do Método das Bielas de concreto comprimido e o esquema de forças atuantes.

Figura 4.6 | Esquema de forças no bloco sobre duas estacas



Fonte: Bastos (2017).

Por meio do polígono de forças na extremidade do bloco, onde e é a distância de centro a centro das estacas, temos:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{N/2}{R_s} \text{ e } \operatorname{tg}\alpha = \frac{d}{e/2 - a_p/4} \quad (4.4)$$

Onde: $R_s = \frac{N}{8} \times \frac{(2e - a_p)}{d} \Rightarrow$ (força de tração na armadura, A_s) e $\operatorname{sen}\alpha = \frac{N/2}{R_c} \rightarrow R_c = \frac{N}{2\operatorname{sen}\alpha}$ (força de compressão).

Altura útil: as bielas comprimidas de concreto não apresentam risco de ruptura, desde que $45^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$, o que deve resultar em um valor de d_{\min} igual a:

$$d_{\min} = 0,5 \left(e - \frac{a_p}{2} \right) \text{ e } d_{\max} = 0,71 \left(e - \frac{a_p}{2} \right) \quad (4.5)$$

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014):

“Bloco deve ter altura suficiente para permitir a ancoragem da armadura de arranque dos pilares. Nessa ancoragem pode-se considerar o efeito favorável da compressão transversal às barras decorrente da flexão do bloco. (ABNT, 2014, p. 192)

Desse modo, a armadura longitudinal vertical do pilar que ficará ancorada dentro do bloco deve ser:

$$d > \ell_{b,\phi,pil} \quad (4.5)$$

onde $\ell_{b,\phi,pil}$ é o comprimento de ancoragem da armadura do pilar.

A altura h do bloco deve ser:

$$h = d + d' \text{ com } d' \geq \begin{cases} 5\text{cm} \\ \frac{a_{est}}{5} \end{cases} \quad (4.5)$$

onde: a_{est} é o lado de uma estaca de seção quadrada, sendo $a_{est} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \times \phi_e$

Verificação das bielas: a área das bielas varia ao longo da altura do bloco e, por isso, são verificadas as seções junto ao pilar e junto às estacas, sendo:

$$A_b = \frac{A_p}{2} \times \operatorname{sen}\alpha \rightarrow \text{no pilar} \text{ e } A_b = A_e \times \operatorname{sen}\alpha \rightarrow \text{na estaca}$$

onde: A_b = área da biela, A_p = área do pilar; A_e = área da estaca.

Considerando a equação básica de tensão ($\sigma_{cd} = \frac{R_{cd}}{A_b}$), a tensão de compressão na biela, relativa ao pilar e à estaca, é:

$$\sigma_{cd,b,pil} = \frac{N_d}{A_p \times \operatorname{sen}^2\alpha} \rightarrow \text{no pilar} \text{ e } \sigma_{cd,b,est} = \frac{N_d}{2 \times A_e \times \operatorname{sen}^2\alpha} \rightarrow \text{na estaca} \quad (4.6)$$

Para evitar o esmagamento do concreto, as tensões atuantes devem ser menores que as tensões resistentes. Logo:

$$\sigma_{cd,b,lim,pil} = \sigma_{cd,b,lim,est} = 1,4 \times K_R \times f_{cd}, \text{ sendo } 0,9 \leq K_R \leq 0,95 \quad (4.7)$$

Sendo K_R o coeficiente que leva em consideração a perda de resistência do concreto ao longo do tempo devido às cargas permanentes (efeito Rüsçh).

Armadura principal: como nos ensaios, a força medida na armadura principal foi 15 % superior à indicada pelo cálculo teórico, considerando-se $R_s + 15\%$, devido ao coeficiente de segurança, temos:

$$R_s = \frac{1,15}{8} = \frac{(2e - a_p)}{d} \quad (4.8)$$

Logo, a armadura principal, disposta sobre o topo das estacas, é:

$$A_s = \frac{R_{sd}}{\sigma_{sd}} = \frac{1,15N_d}{8d \times f_{yd}} (2e - a_p) \quad (4.9)$$

Armadura superior e armadura de pele: a NBR 6118 (ABNT, 2014) especifica que:

“Em blocos com duas ou mais estacas em uma única linha, é obrigatória a colocação de armaduras laterais e superior. Em blocos de fundação de grandes volumes, é conveniente a análise da necessidade de armaduras complementares. (ABNT, 2014, p. 192)

A armadura superior pode ser tomada como uma pequena parcela da armadura principal:

$$A_{s,sup} = 0,2 \times A_s \quad (4.10)$$

Armadura de pele (lateral) e estribos verticais em cada face lateral:

$$\left(\frac{A_{sp}}{s} \right)_{min, face} = \left(\frac{A_w}{s} \right)_{min, face} = 0,075B (cm^2 / m) \quad (4.11)$$

Onde: B = largura do bloco em cm, podendo ser tomado, para cargas elevadas como:

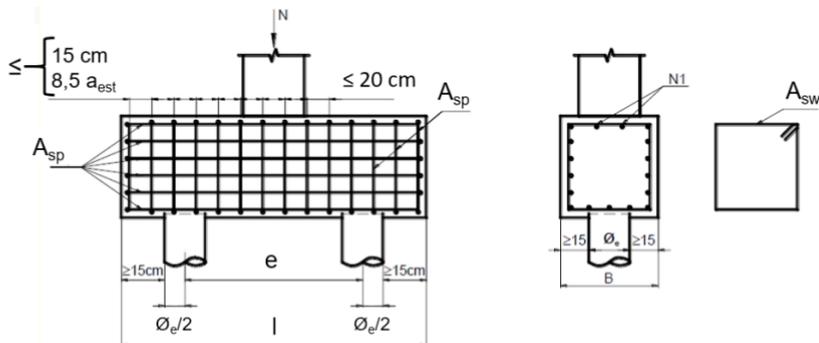
$B \geq \phi_e + 2 \times 15cm \rightarrow$ edifícios de grande porte e $B \geq \phi_e + 2 \times 5cm \rightarrow$ edifícios de pequeno porte

O espaçamento da armadura de pele deve ser:

$$s \leq \begin{cases} d/3 \\ 20cm \end{cases} \text{ e } s \geq 8cm \quad (4.12)$$

Detalhamento das armaduras: a Figura 4.7 apresenta um resumo do detalhamento das armaduras dos blocos sobre duas estacas de concreto armado:

Figura 4.7 | Ancoragem da armadura principal no bloco sobre duas estacas



Fonte: Bastos (2017, p. 10).



Refleta

As vigas de travamento são vigas ligadas ao pilar do bloco no nível da fundação, cuja função é absorver os efeitos das excentricidades dos pilares e das estacas.

Os blocos de uma e duas estacas devem ter vigas de travamento em duas e uma direção, respectivamente. Já os blocos com três estacas ou mais, desde que não alinhadas, não necessitam de vigas de travamento, pois as estacas já atuam combatendo essas excentricidades.

Você saberia dizer por que isso acontece? Quais são os esforços, portanto, que precisamos considerar no dimensionamento dos blocos de três ou mais estacas?



Saiba mais

Além dos blocos de uma e duas estacas, podemos dimensionar blocos maiores contendo diversos números de estacas. Os mais usuais são os blocos de três e quatro, mas não é muito difícil encontrarmos blocos com até dez estacas.

Cada um desses blocos deve ser dimensionado separadamente de acordo com as cargas aplicadas, contudo o dimensionamento e detalhamento dos blocos de três e quatro estacas podem ser padronizados.

Para saber mais, consulte a apostila do professor Bastos (p. 10-21): BASTOS, P. S. dos S. Blocos de Fundações. Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2018. Notas de aula.

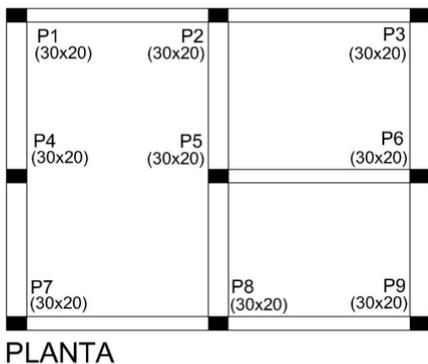
Nesta seção, aprendemos a desenvolver o dimensionamento e o detalhamento de blocos em concreto armado. Podemos, então, passar para o dimensionamento do bloco do pilar P4 do edifício no qual estamos trabalhando no projeto estrutural.

Sem medo de errar

Estamos encerrando mais uma etapa de seu trabalho. Para que você possa estar habilitado a desenvolver o projeto de um edifício completo, você aprendeu a dimensionar os blocos de um edifício de concreto armado.

Lembrando que você está trabalhando no projeto estrutural de um edifício de concreto armado de quatro pavimentos localizado em Belo Horizonte. Assim, nesta seção, o engenheiro responsável solicitou que você dimensionasse a armação necessária para os blocos de fundação de parte do edifício residencial que vocês estão projetando. Aqui você deve dimensionar um bloco de fundação para o pilar P7 apresentado na planta conforme Figura 4.1.

Figura 4.1 | Planta de pilares



Fonte: elaborada pela autora.

Por meio de um pré-dimensionamento, você já sabe que esse pilar tem seção 30x20 cm e deverá suportar uma carga de $N_d = 700\text{ kN}$. O concreto utilizado é C20 e o aço será o CA-50. O bloco estará sobre duas estacas de 30 cm de diâmetro e o espaçamento entre as estacas é de 80 cm.

a) Altura do bloco

$$d_{\min} = 0,5 \left(e - \frac{a_p}{2} \right) = 0,5 \left(80 - \frac{30}{2} \right) = 32,5\text{ cm} \quad \text{e} \quad d_{\max} = 0,71 \left(e - \frac{a_p}{2} \right) = \left(80 - \frac{30}{2} \right) = 46,2\text{ cm}$$

$$d' \geq \begin{cases} 5 \text{ cm} \\ \frac{a_{est}}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{\sqrt{\pi}}{2} \times 30 = 5,3 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow d' = 6 \text{ cm}$$

Se a altura do bloco for: $h = 50 \text{ cm} \rightarrow d = h - d' = 50 - 6 = 44 \text{ cm}$

$$\text{tg } \alpha = \frac{d}{\frac{e}{2} - \frac{a_p}{4}} = \frac{44}{\frac{80}{2} - \frac{30}{4}} = 1,35 \rightarrow \alpha = 53,55^\circ$$

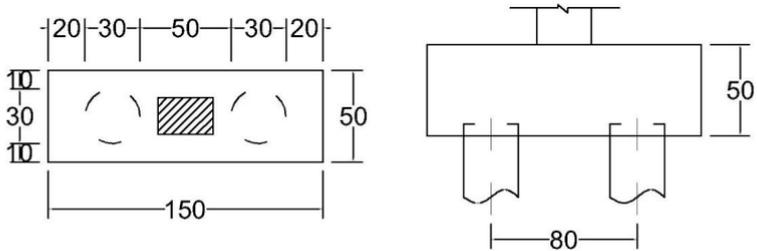
$$\alpha_{\text{máx}} = 55^\circ \rightarrow \text{ok!}$$

A partir da Figura 4.7 e dos cálculos feitos acima, podemos concluir que o bloco deverá ter as seguintes dimensões:

$$A = \phi_e + e + 2 \times 20 = 30 + 80 + 2 \times 20 = 150 \text{ cm}$$

$$B = \phi_e + 2 \times 10 = 30 + 2 \times 10 = 50 \text{ cm}$$

Figura 4.8 | Pré-dimensionamento do bloco



Fonte: elaborada pela autora.

b) Verificação das bielas

$$\sigma_{cd,b,lim} = 1,4 \times K_R \times f_{cd} = 1,4 \times 0,95 \times \frac{2,0}{1,4} = 1,9 \text{ kN} / \text{cm}^2, \text{ sendo } 0,9 \leq K_R \leq 0,95$$

Tensão atuante nas estacas:

$$\sigma_{cd,b,est} = \frac{N_d}{2 \times A_e \times \text{sen}^2 \alpha} = \frac{700}{2 \times \left(\frac{\pi \times 30^2}{4} \right) \times \text{sen}^2(53,55)}$$

$$\sigma_{cd,b,est} = 0,77 \text{ kN} / \text{cm}^2 < \sigma_{cd,b,lim} \rightarrow \text{ok!}$$

Tensão atuante nos pilares:

$$\sigma_{cd,b,pil} = \frac{N_d}{A_p \times \text{sen}^2 \alpha} = \frac{700}{(30 \times 20) \times \text{sen}^2(53,55)} = 1,80 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$\sigma_{cd,b,pil} = 1,8 \text{ kN} / \text{cm}^2 < \sigma_{cd,b,lim} \rightarrow \text{ok!}$$

c) Cálculo das armaduras

Armadura principal:

$$A_s = \frac{1,15N_d}{8d \times f_{yd}} (2e - a_p) = \frac{1,15 \times 700}{8 \times 44 \times 43,5} \times (2 \times 80 - 30) = 6,83 \text{ cm}^2$$

$$\phi 12,5 \text{ mm} \rightarrow \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 1,25 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 6,83 \text{ cm}^2 \rightarrow 6\phi 12,5$$

Armadura superior:

$$A_{s,\text{sup}} = 0,2 \times A_s = 0,2 \times 6,83 = 1,36 \text{ cm}^2$$

$$\phi 8 \text{ mm} \rightarrow \frac{\pi \times 8^2}{4} = 0,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\text{sup}} = 1,26 \text{ cm}^2 \rightarrow 3\phi 8$$

Armadura de pele e estribos verticais por face:

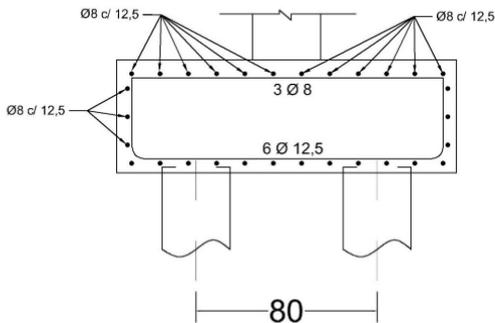
Sendo: $B \geq \phi_c + 2 \times 5 \text{ cm} = 30 + 2 \times 5 = 40 \text{ cm}$

$$\left(\frac{A_{sp}}{s} \right)_{\text{min, face}} = \left(\frac{A_w}{s} \right)_{\text{min, face}} = 0,075B = 0,075 \times 40 = 3,00 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \phi 8 \text{ c} / 12,5 \text{ cm}$$

Detalhamento:

Sendo assim, o detalhamento da armação do bloco deverá ser:

Figura 4.9 | Detalhamento das armações do bloco



Fonte: elaborada pela autora.

Nesta fase do projeto, você aplicou os conhecimentos aprendidos nesta seção, aprendendo a dimensionar e detalhar um bloco de fundação em concreto armado sobre duas estacas para um edifício residencial de pequeno porte.

Dimensionamento de um bloco para uma estaca

Descrição da situação-problema

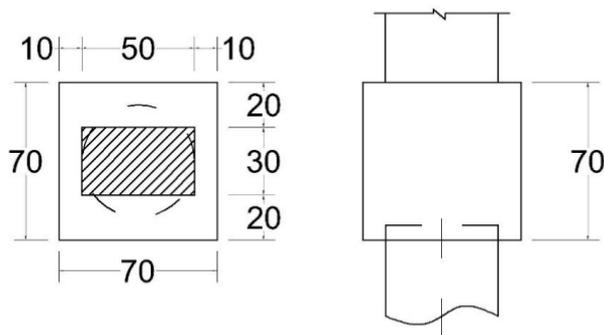
Você está atuando em um projeto de uma obra industrial com cargas altas, e antes da concretagem de um bloco, foi solicitado que você verificasse a armação principal e esboçasse o croqui de como deve ser esse bloco, para efeito de conferência com o projeto original que ainda não havia sido encaminhado. O bloco em questão deve suportar um pilar 30x50 cm que recebe um carregamento de $P_d = 1000 \text{ kN}$. Esse bloco está apoiado em uma estaca com 50 cm de diâmetro. O aço utilizado será o CA50.

Resolução da situação-problema

a) Dimensionamento do tamanho do bloco

A partir da Figura 4.4, podemos fazer um pré-dimensionamento do tamanho do bloco:

Figura 4.10 | Pré-dimensionamento do bloco



Fonte: elaborada pela autora.

b) Cálculo da armação do bloco:

$$T_d = 0,25 \times P_d = 0,25 \times 1000 = 250 \text{ kN}$$

$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}} = \frac{250}{\frac{50}{1,15}} = 5,75 \text{ cm}^2$$

Sendo $\phi 12,5 \rightarrow \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 1,25 \text{ cm}^2$, temos $5\phi 12,5$.

Neste exercício, o bloco de concreto armado está pré-dimensionado, podendo ser comparado com o projeto completo quando for apresentado.

Contudo, para fazer a concretagem com o projeto adequado, ainda faltam as armaduras de montagem dos estribos e as armaduras de pele.

Faça valer a pena

1. Analise se as afirmações abaixo são V (verdadeiras) ou F (falsas):

- () No Brasil, o modelo de cálculo mais utilizado para o dimensionamento dos blocos sobre estacas é o Método das Bielas. O Método das Bielas deve ser aplicado apenas nos blocos flexíveis. No caso de blocos rígidos, são aplicados métodos clássicos aplicáveis às vigas ou às lajes.
- () Conforme a NBR 6118, o comportamento estrutural dos blocos rígidos é caracterizado por trabalho à flexão nas duas direções, mas com trações essencialmente concentradas nas linhas sobre as estacas, forças transmitidas do pilar para as estacas essencialmente por bielas de compressão, de forma e dimensões complexas e pelo trabalho ao cisalhamento também em duas direções, não apresentando ruínas por tração diagonal, e sim por compressão das bielas, analogamente às sapatas.
- () Os blocos sobre estacas podem ser para, teoricamente, n estacas, dependendo principalmente da capacidade da estaca e das características do solo.
- () Blocos sobre uma ou duas estacas são mais comuns em construções de pequeno porte, como residências térreas, sobrados, galpões, etc. Nos edifícios de vários pavimentos, como as cargas podem ser altas, a quantidade de estacas é geralmente superior a duas.

Marque a sequência correta:

- a) V-F-F-V
- b) V-V-V-F
- c) F-F-F-V
- d) F-F-V-V
- e) F-V-V-V

2. Uma das importantes verificações no dimensionamento de um bloco de concreto armado é a altura e a altura útil. Considere um bloco projetado com concreto C20 sobre duas estacas com diâmetros de $\phi 40\text{cm}$ e distância entre estacas $e = 80\text{cm}$. Esse bloco deverá receber um pilar de seção $20 \times 40\text{ cm}$.

Determine a altura mínima do bloco e marque a alternativa correspondente à resposta correta:

- a) 35 cm
- b) 38 cm
- c) 40 cm
- d) 42 cm
- e) 45 cm

3. Considere um bloco projetado com aço CA-50 sobre duas estacas de $\phi 50\text{cm}$ e distância entre estacas $e = 80\text{cm}$. Esse bloco deverá receber um pilar de seção $30 \times 40\text{cm}$ que suporta uma carga de $N_d = 1000\text{kN}$. Considere que $d = 45\text{cm}$ e que a edificação é de pequeno porte.

Determine e marque a alternativa que apresenta as armações principais, superiores, armaduras de pele e os estribos verticais, respectivamente.

- a) $9,75\text{ cm}^2$, $1,95\text{ cm}^2$ e $4,5\text{ cm}^2/\text{m}$
- b) $8,81\text{ cm}^2$, $3,57\text{ cm}^2$ e $2,5\text{ cm}^2/\text{m}$
- c) $8,81\text{ cm}^2$, $1,76\text{ cm}^2$ e $4,5\text{ cm}^2/\text{m}$
- d) $6,50\text{ cm}^2$, $1,30\text{ cm}^2$ e $5,5\text{ cm}^2/\text{m}$
- e) $9,75\text{ cm}^2$, $1,76\text{ cm}^2$ e $4,5\text{ cm}^2/\text{m}$

Dimensionamento de estruturas de sapatas de fundação em concreto armado

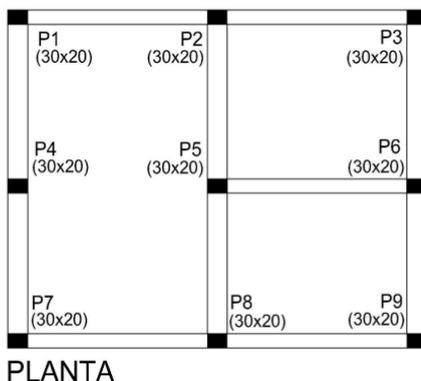
Diálogo aberto

Nesta seção, vamos aprender a dimensionar e detalhar mais um tipo de fundação de concreto armado: as sapatas. As sapatas são o tipo de fundação mais usada em situações em que o solo é mais firme, sendo uma das estruturas mais rápidas e baratas de serem realizadas, sendo utilizadas em construções residenciais e industriais, de grande e pequeno porte. Sempre que o solo permitir, esse é o tipo de fundação mais recomendado devido a sua facilidade, tanto de dimensionamento quanto de execução.

No projeto em que você está trabalhando, houve a necessidade de trocar o bloco que foi dimensionado anteriormente por uma sapata. Então você deverá desenvolver o dimensionamento e o detalhamento de uma sapata de concreto armado.

Lembrando que você está trabalhando no projeto estrutural de um edifício de concreto armado de quatro pavimentos localizado em Belo Horizonte. Aqui você deve dimensionar um bloco de fundação para o mesmo pilar P7, apresentado na planta conforme Figura 4.1.

Figura 4.1 | Planta de pilares



Fonte: elaborada pela autora.

Relembrando que, por meio de um pré-dimensionamento, sabemos que o pilar tem seção 20 x 30 cm e deverá suportar uma carga de $N_k = 500 \text{ kN}$. O concreto utilizado é C20 e o aço será o CA-50. A tensão admissível do solo de $\sigma_{adm} = 2,5 \text{ kgf/cm}^2$ e cobrimento $c = 4 \text{ cm}$.

Nesta seção, vamos conceituar as sapatas de concreto. Vamos também conhecer mais sobre os métodos de dimensionamento das sapatas e desenvolver o cálculo das armaduras principais das sapatas. E por fim, vamos aprender sobre o detalhamento da armadura das sapatas.

Preparado? Temos muito conteúdo novo para assimilar! Mãos à obra!

Não pode faltar

Na NBR 6118 (ABNT, 2014), a sapata é definida como “estruturas de volume usadas para transmitir ao terreno as cargas de fundação, no caso de fundação direta.” Na superfície correspondente à base da sapata, atua a máxima tensão de tração, que supera a resistência do concreto à tração, de modo que se torna necessário dispor uma armadura resistente.

A sapata isolada é a mais comum nas edificações, sendo aquela que transmite ao solo as ações de um único pilar, conforme apresentado na Figura 4.11.

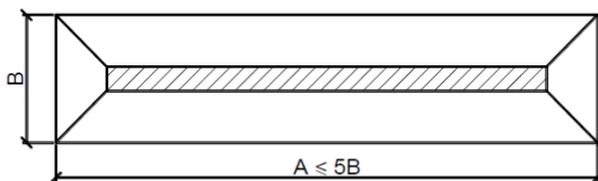
Figura 4.11 | Sapata isolada



Fonte: Fundacta *apud* Alva (2007, p. 1).

Um limite para a sapata retangular é que a dimensão maior da base não supere cinco vezes a largura, ou seja $A \leq 5B$ conforme Figura 4.12.

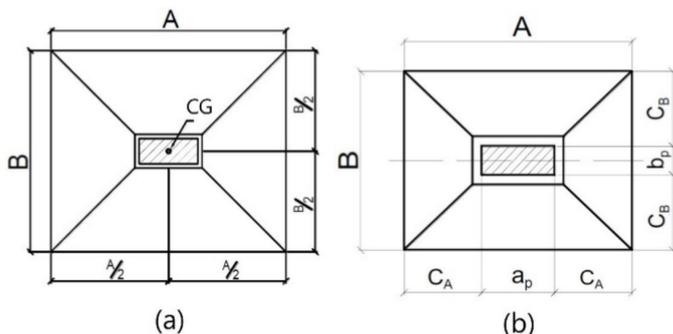
Figura 4.12 | Limite para a sapata retangular ($A \leq 5B$)



Fonte: Bastos (2016, p. 7).

Para sapata sob pilar, existe a recomendação de que a dimensão mínima seja 80 cm. Entretanto, segundo NBR 6122 (ABNT, 2010), a menor dimensão não deve ser menor que 60 cm. Preferencialmente, o centro de gravidade do pilar deve coincidir com o centro de gravidade da base da sapata, Figura 4.13a. Para o dimensionamento econômico, é indicado que os balanços da sapata nas duas direções, $C_A = C_B$, sejam iguais ou aproximadamente iguais, conforme Figura 4.13b.

Figura 4.13 | Dimensões preferenciais das sapatas



Fonte: adaptado de Bastos (2016, p. 7-8).



Refleta

Sapatas associadas ocorrem quando as sapatas de dois ou mais pilares superpõem-se, sendo necessário associar duas sapatas. Há várias possibilidades para a sapata associada, que pode receber carga de dois ou mais pilares, de pilares alinhados ou não, com cargas iguais ou não, com um pilar na divisa, com desenho em planta retangular, trapezoidal, etc.

Esse dimensionamento não é tão simples e varia muito dependendo da quantidade de pilares que essa sapata vai receber.

Você saberia dizer como é feito o dimensionamento desse tipo de estrutura?

Classificação relativa à rigidez

A classificação das sapatas quanto à rigidez é muito importante, porque direciona a forma como a distribuição de tensões na interface base da sapata/solo deve ser considerada, bem como o procedimento ou método adotado no dimensionamento estrutural. A NBR 6118 (ABNT, 2014) classifica as sapatas como rígidas ou flexíveis, sendo que a rígida atende à equação 4.13:

$$h \geq \frac{A - a_p}{3} \quad (4.13)$$

em que: h é altura da sapata; A é dimensão da sapata em uma determinada direção; a_p é dimensão do pilar na mesma direção.



Assimile

A equação 4.13 deve também ser verificada relativamente na outra direção da sapata, e para ser classificada como rígida, a equação deve ser atendida em ambas as direções.

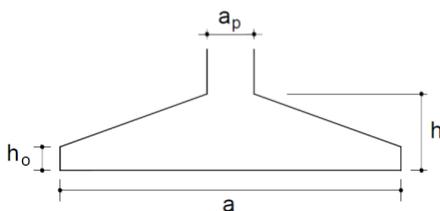
As sapatas rígidas têm a preferência no projeto de fundações, por serem menos deformáveis, menos sujeitas à ruptura e mais seguras.

Detalhes construtivos

A superfície de topo da sapata deve ter um plano horizontal maior que a seção transversal do pilar, com pelo menos 2,5 ou 3 cm. Para evitar a possível ruptura nos lados da sapata, o valor das faces verticais, h_0 , conforme Figura 4.14, deve ser determinado a partir da equação 4.14:

$$h_0 \geq \begin{cases} h/3 \\ 15\text{cm} \end{cases} \quad (4.14)$$

Figura 4.14 | Detalhes construtivos para a sapata



Fonte: Alva (2007, p. 5).

Estimativa das dimensões de sapatas com carga centrada

Para obtenção de momentos fletores solicitantes e armaduras de flexão não muito diferentes nas duas direções da sapata, procura-se determinar as dimensões A e B de modo que os balanços sejam iguais ou semelhantes ($C_a = C_b$), assim temos: $s_{s,A} \approx A$

$$A - a_p = B - b_p \Rightarrow A - B = a_p - b_p \quad (4.15)$$

consequentemente, $A_{s,A} \approx A_{s,B}$, sendo $A_{s,A}$ a armadura necessária em A e $A_{s,B}$ a armadura necessária em B . Portanto, a área de apoio ou da base da sapata pode ser determinada como:

$$S_{sap} = \frac{K_{maj} \times N_{gk} + N_{qk}}{\sigma_{adm}} \quad (4.16)$$

em que: N_{gk} é carga vertical devida às ações permanentes, N_{qk} é carga vertical devida às ações variáveis, K_{maj} é coeficiente majorador da carga vertical das ações permanentes, σ_{adm} é a tensão admissível do solo.

A NBR 6122 (ABNT, 2010) recomenda considerar o peso próprio da sapata como no mínimo 5% da carga vertical permanente. Para K_{maj} recomenda-se 1,05 para sapatas flexíveis e de 1,05 a 1,10 para sapatas rígidas, e quando as parcelas relativas às ações permanentes e variáveis não forem conhecidas, adotar 1,05 como fator multiplicador da carga total.

Balancos iguais nas duas direções

A área da base da sapata também pode ser definida por $S_{sap} = A \times B$ e:

$$A = \frac{S_{sap}}{B} \quad (4.17)$$

Como os balanços são iguais ($C_a = C_b$), temos:

$$\frac{S_{sap}}{B} - B = a_p - b_p \quad (4.18)$$

Logo determinamos por meio de:

$$\frac{S_{sap}}{B} - B^2 = (a_p - b_p) \times B \Rightarrow B = \frac{1}{2} \times (b_p - a_p) + \sqrt{\frac{1}{4} \times (b_p - a_p)^2 + S_{sap}} \quad (4.19)$$

Sendo os lados A e B, preferencialmente, múltiplos de 5 cm.

Balancos não iguais nas duas direções

Quando, $C_a \neq C_b$, recomenda-se a seguinte relação entre os lados:

$$\frac{A}{B} \leq 3,0 \quad (4.20)$$

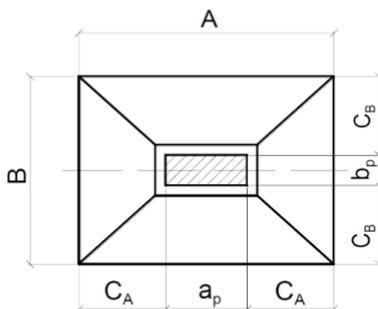
Considerando R como a relação entre os lados temos:

$$\frac{A}{B} = R \rightarrow A = B \times R \quad (4.21)$$

$$S_{sap} = A \times B \rightarrow S_{sap} = B^2 \times R \rightarrow B = \sqrt{\frac{S_{sap}}{R}} \quad (4.22)$$

Usualmente, define-se um valor para R entre 1 e 3.

Figura 4.15 | Sapata isolada com balanços não iguais nas duas direções



Fonte: adaptado de Bastos (2016, p. 11).



Exemplificando

Determinar as dimensões de uma sapata de fundação superficial para um pilar com seção transversal $20 \times 80 \text{ cm}$, que transfere à sapata uma carga vertical de $N_k = 1.250 \text{ kN} / \text{cm}^2$ e com tensão admissível do solo de $\sigma_{adm} = 2,6 \text{ kgf} / \text{cm}^2$.

Considere que o concreto é o C25, aço CA-50 e cobrimento $c = 4 \text{ cm}$

Resolução:

Estimativa das dimensões da sapata:

$$S_{sap} = \frac{K_{maj} \times N_k}{\sigma_{adm}} = \frac{1,1 \times 1250}{0,026} = 52.885 \text{ cm}^2$$

Considerando os balanços iguais, temos:

$$B = \frac{1}{2} \times (b_p - a_p) + \sqrt{\frac{1}{4} \times (b_p - a_p)^2 + S_{sap}}$$

$$B = \frac{1}{2} \times (20 - 80) + \sqrt{\frac{1}{4} \times (20 - 80)^2 + 52885} = 201,9 \text{ cm}$$

Como B deve ser múltiplo de 5, temos que $B = 205 \text{ cm}$

$$A - B = a_p - b_p \rightarrow A = 205 + 80 - 20 = 265 \text{ cm}$$

Assim, a área da sapata será:

$$S_{sap} = 265 \times 205 = 54.325 \text{ cm}^2 > 52.885 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{ok!}$$

Assim, temos que os balanços serão:

$$c_A = c_B = \frac{A - a_p}{2} = \frac{265 - 80}{2} = 92,5 \text{ cm}$$

A altura da sapata será:

$$h \geq \frac{A - a_p}{3} \geq \frac{265 - 80}{3} = 61,7 \text{ cm}$$

Como utilizamos h sendo múltiplo de 5, temos que $h = 65 \text{ cm}$.

Para a altura das faces verticais, temos:

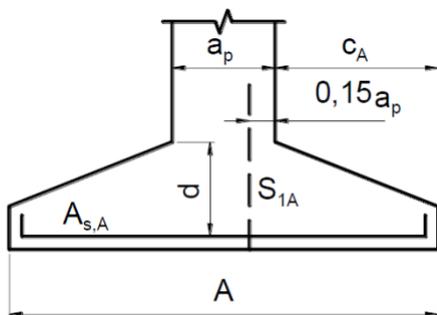
$$h_0 \geq \begin{cases} h/3 = 65/3 = 21,67\text{cm} \\ 15\text{cm} \end{cases} \rightarrow h_0 = 25\text{cm}$$

Dimensionamento e disposições das armaduras de flexão

Os momentos fletores são calculados, para cada direção, em relação a uma seção de referência ($S_{1A} = S_{1B}$) plana, perpendicular à superfície de apoio, ao longo da sapata e situada internamente ao pilar, distante da face do pilar de $0,15 \times a_p$, em que a_p é a dimensão do pilar normal à seção de referência, conforme Figura 4.16.

A altura útil d da seção de referência é tomada na seção paralela à S_1 e situada na face do pilar e não deve exceder $0,15 \times c$. Para a sapata da Figura 4.16, $d \leq 0,15c_a$.

Figura 4.16 | Seção de referência S_{1A} , relativa à dimensão A da sapata



Fonte: Bastos (2016, p. 29).

O momento fletor relativo a uma seção de referência S_1 é calculado considerando a reação do solo que age na área da base da sapata, limitada pela seção S_1 e a extremidade da sapata mais próxima de S_1 . As duas direções devem ser consideradas, e o menor momento fletor deve ser pelo menos $1/5$ do maior momento fletor, isso é, a relação entre a armadura de flexão menor e a maior na direção ortogonal deve ser maior ou igual a $1/5$.

O cálculo da armadura de flexão que atravessa perpendicularmente a seção S_1 é feito como nas vigas à flexão simples, considerando as características geométricas da seção de referência S_1 .

Na avaliação dos momentos fletores, não devem ser considerados o peso da sapata e do solo acima dela, porque não causam flexão na sapata. Se o momento fletor que resultar for negativo, deverá existir uma armadura negativa na parte superior da sapata.

Os momentos fletores são calculados nas seções de referência S_{1A} e S_{1B} , relativas respectivamente aos lados A e B da sapata. Os balanços C_a e C_b , como indicados na Figura 4.17, são:

$$c_A = \frac{A - a_p}{2} \text{ e } c_B = \frac{B - b_p}{2} \quad (4.23)$$

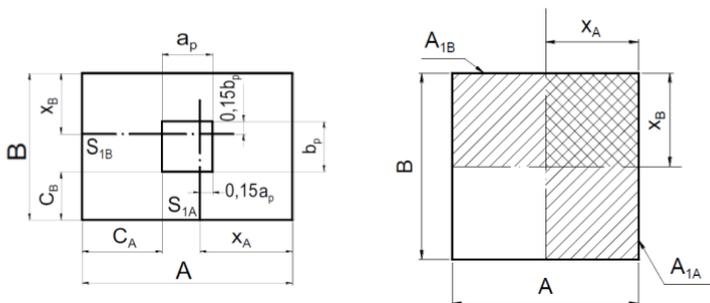
A pressão que a sapata exerce sobre o solo, e que corresponde à reação do solo, é:

$$p = \frac{N_k}{A \times B} \quad (4.24)$$

em que, como já comentado, não é necessário considerar em N_k o peso próprio da sapata e do solo sobre a sapata. As distâncias x_A e x_B são:

$$x_A = c_A + 0,15 \times a_p \text{ e } x_B = c_B + 0,15 \times b_p \quad (4.25)$$

Figura 4.17 | Seções de referência S_{1A} e S_{1B} e área de cálculo para momentos fletores



Fonte: adaptado de Bastos (2016, p. 30).

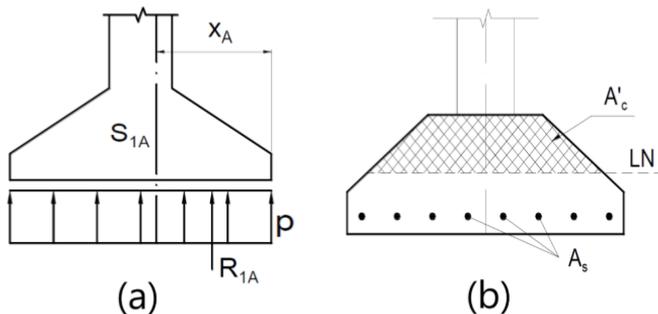
As áreas da base da sapata (conforme Figura 4.18), a serem consideradas no cálculo dos momentos fletores são:

$$A_{1A} = x_A \times B \text{ e } A_{1B} = x_B \times A \quad (4.26)$$

Considerando a pressão no solo, atuante em cada área de influência, pode-se determinar a força resultante, conforme apresentado na Figura 4.18:

$$R_{1A} = p \times A_{1A} = p \times x_A \times B \text{ e } R_{1B} = p \times A_{1B} = p \times x_B \times A \quad (4.27)$$

Figura 4.18 | Resultante da pressão no solo e área comprimida pela flexão (A'_c)



Fonte: adaptado de Bastos (2016, p. 31).

Os momentos fletores relativos às seções de referência S_{1A} e S_{1B} são:

$$M_{1A} = R_{1A} \times \frac{x_A}{2} \text{ e } M_{1B} = R_{1B} \times \frac{x_B}{2} \tag{4.28}$$

portanto:

$$M_{1A} = p \times \frac{x_A^2}{2} \times B \text{ e } M_{1B} = p \times \frac{x_B^2}{2} \times A \tag{4.29}$$

Nas sapatas com superfícies superiores inclinadas, a seção comprimida de concreto, A'_c , tem a forma de um trapézio, conforme Figura 4.18(b), e o cálculo exato das armaduras de flexão deve ter essa consideração. Como uma alternativa simplificada, considera-se o cálculo admitindo uma seção retangular com braço de alavanca $z = 0,85 \times d$, e que neste caso o erro cometido não ultrapassa 10% e a área de armadura é:

$$A_s = \frac{M_d}{0,85 \times d \times f_{yd}} \tag{4.30}$$

A fim de evitar possíveis problemas no preenchimento do concreto na forma e entre as barras, e diminuir a possibilidade de fissuras, recomenda-se que o espaçamento entre as barras da armadura de flexão esteja compreendido no intervalo de: $10\text{ cm} \leq e \leq 20\text{ cm}$.

A armadura deve se estender, sem redução de seção, sobre toda a extensão da sapata, ou seja, de face a face, e deve terminar com gancho nas extremidades. A NBR 6118 considera que “a armadura de flexão deve ser uniformemente distribuída ao longo da largura da sapata, estendendo-se integralmente de face a face da sapata e terminando em gancho nas duas extremidades” (ABNT, 2014, p. 189).



Dica

A NBR 6122 (ABNT, 2010) é a norma que dispõe sobre Projeto e Execução de Fundações e trata dos critérios gerais do projeto e da execução de fundações das estruturas convencionais da engenharia civil, incluindo: residências, edifícios de uso geral, pontes, viadutos, entre outros.

Para saber mais sobre sapatas, consulte o capítulo 7, que trata sobre fundações superficiais (p. 20-24). Essa norma está disponível em nossa Biblioteca Virtual na base GedWeb (Normas ABNT).

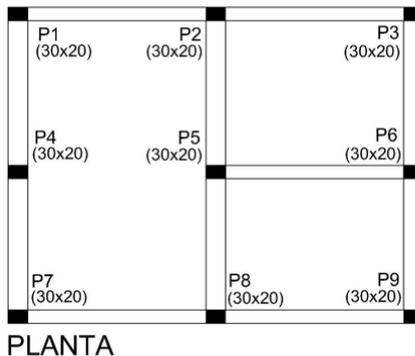
Agora que sabemos como deve ser feito o dimensionamento e o detalhamento de uma sapata isolada de concreto armado, vamos voltar à resolução do projeto em que estamos trabalhando.

Sem medo de errar

Em mais uma etapa do projeto que você está atuando, o engenheiro responsável resolveu testar outro tipo de fundação no edifício. Sabendo que o solo é suficientemente firme, ele decidiu fazer o pré-dimensionamento de algumas sapatas. Assim, você deverá determinar o dimensionamento e o detalhamento de uma sapata de concreto armado.

Lembrando que você está trabalhando no projeto estrutural de um edifício de concreto armado de quatro pavimentos localizado em Belo Horizonte. Aqui você deve dimensionar uma sapata de fundação para o mesmo pilar P7, apresentado na planta conforme Figura 4.1.

Figura 4.1: Planta de pilares



Fonte: elaborada pela autora.

Relembrando que, por meio de um pré-dimensionamento, sabemos que:

- O pilar tem seção 20 x 30 cm e deverá suportar uma carga de $N_k = 500 kN$.
- O concreto utilizado é C20 e o aço será o CA-50.
- A tensão admissível do solo de $\sigma_{adm} = 2,5 kgf / cm^2$ e cobrimento $c = 4 cm$.

Resolução:

a) Dimensões da sapata:

$$S_{sap} = \frac{K_{maj} \times N_k}{\sigma_{adm}} = \frac{1,1 \times 500}{0,025} = 22000 cm^2$$

Considerando os balanços iguais, temos:

$$B = \frac{1}{2} \times (b_p - a_p) + \sqrt{\frac{1}{4} \times (b_p - a_p)^2 + S_{sap}}$$

$$B = \frac{1}{2} \times (30 - 20) + \sqrt{\frac{1}{4} \times (30 - 20)^2 + 22000} = 153,41 cm$$

Como B deve ser múltiplo de 5, temos que $B = 155 cm$

$$A - B = a_p - b_p \rightarrow A = 155 + 20 - 30 = 145 cm$$

Assim, a área da sapata será:

$$S_{sap} = 155 \times 145 = 22.475 cm^2 > 22000 cm^2 \rightarrow ok!$$

Assim, temos que os balanços serão:

$$c_A = c_B = \frac{A - a_p}{2} = \frac{145 - 20}{2} = 62,5 cm$$

A altura da sapata será:

$$h \geq \frac{A - a_p}{3} \geq \frac{145 - 20}{3} = 41,67 cm$$

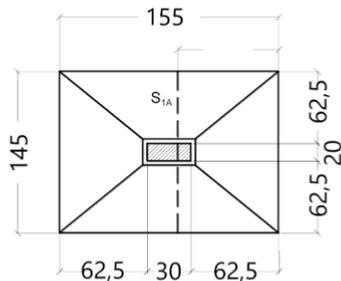
Como utilizamos h sendo múltiplo de 5, temos que $h = 45 cm$.

Para a altura das faces verticais, temos:

$$h_0 \geq \begin{cases} h / 3 = 45 / 3 = 15 cm \\ 15 cm \end{cases} \rightarrow h_0 = 15 cm$$

Assim, a sapata terá as seguintes dimensões, conforme a Figura 4.19:

Figura 4.19 | Dimensões da sapata



Fonte: elaborada pela autora.

b) Determinação dos momentos internos solicitantes:

$$p_d = \frac{N_d}{A \times B} = \frac{1,4 \times 500}{145 \times 155} = 0,03114 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

As distâncias das seções de referência S_1 são:

$$x_A = c_A + 0,15 \times a_p = 62,5 + 0,15 \times 30 = 67 \text{ cm}$$

$$x_B = c_B + 0,15 \times b_p = 62,5 + 0,15 \times 20 = 65,5 \text{ cm}$$

Cálculo dos momentos fletores em S_{1A} e S_{1B}

$$M_{1A,d} = p_d \times \frac{x_A^2}{2} \times B = 0,03114 \times \frac{67^2}{2} \times 155 = 10833,53 \text{ kN.cm}$$

$$M_{1B,d} = p_d \times \frac{x_B^2}{2} \times A = 0,03114 \times \frac{65,5^2}{2} \times 145 = 9685,88 \text{ kN.cm}$$

Por fim, temos armaduras flexão:

$$A_{s,A} = \frac{M_{1A,d}}{0,85 \times d \times f_{yd}} = \frac{10833,53}{0,85 \times 40 \times 43,48} = 7,33 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,B} = \frac{M_{1B,d}}{0,85 \times d \times f_{yd}} = \frac{9685,88}{0,85 \times 40 \times 43,48} = 6,55 \text{ cm}^2$$

Na dimensão A: $\frac{7,33}{1,45} = 5,06 \text{ cm}^2 / \text{m}$

Sendo $\phi 8,0 \rightarrow \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 0,8^2}{4} = 0,50 \text{ cm}^2$

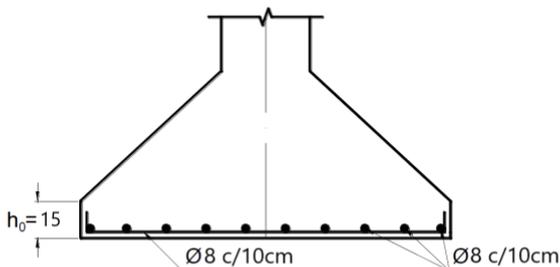
$$\frac{5,06}{0,5} \cong 10 \text{ barras} \rightarrow \frac{100}{10} \cong \phi 8,0 \text{ c} / 10$$

Na dimensão B: $\frac{6,55}{1,55} = 4,23 \text{ cm}^2 / \text{m}$

$$\frac{4,23}{0,5} \cong 9 \text{ barras} \rightarrow \frac{100}{9} \cong \phi 8,0 \text{ c} / 10$$

Na Figura 4.20, são apresentados estes detalhes.

Figura 4.20 | Detalhamento das armações da sapata



Fonte: elaborada pela autora.

Assim é feito o dimensionamento de uma sapata simples, que será a fundação de um pilar do nosso edifício. Aqui vimos como dimensionar uma sapata e calcular a armação principal nos dois sentidos.

Avançando na prática

Determinação da armação de uma sapata isolada

Descrição da situação-problema

Você atua em um escritório de projetos e recebeu a planta de cargas dos pilares já com o dimensionamento das sapatas de um prédio, feita por um engenheiro geotécnico de sua confiança. Seu trabalho agora é determinar as armações das sapatas do prédio.

Você deve dimensionar uma sapata, em particular, com dimensões 205 cm por 265 cm, esforço solicitante igual a $N_k = 1500\text{ kN}$ e pilar com dimensão 30 x 80 cm. Considere também que a altura da sapata será de 70 cm e o cobrimento deve ser igual a 4 cm.

Resolução da situação-problema

Determinação dos momentos internos solicitantes:

$$p_d = \frac{N_d}{A \times B} = \frac{1,4 \times 1500}{205 \times 265} = 0,03865\text{ kN} / \text{cm}^2$$

As distâncias das seções de referência S_1 são:

$$x_A = c_A + 0,15 \times a_p = 87,5 + 0,15 \times 30 = 92\text{ cm}$$

$$x_B = c_B + 0,15 \times b_p = 92,5 + 0,15 \times 80 = 104,5\text{ cm}$$

Cálculo dos momentos fletores em S_{1A} e S_{1B}

$$M_{1A,d} = p_d \times \frac{x_A^2}{2} \times B = 0,03865 \times \frac{92^2}{2} \times 205 = 33531,19\text{ kN.cm}$$

$$M_{1B,d} = p_d \times \frac{x_B^2}{2} \times A = 0,03865 \times \frac{104,5^2}{2} \times 265 = 55923,97\text{ kN.cm}$$

Por fim, temos armaduras flexão:

$$A_{s,A} = \frac{M_{1A,d}}{0,85 \times d \times f_{yd}} = \frac{33531,19}{0,85 \times 65 \times 43,48} = 13,96\text{ cm}^2$$

$$A_{s,B} = \frac{M_{1B,d}}{0,85 \times d \times f_{yd}} = \frac{55923,97}{0,85 \times 65 \times 43,48} = 23,28\text{ cm}^2$$

$$\text{Na dimensão A: } \frac{13,96}{2,05} = 6,81 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\text{Sendo } \phi 10,0 \rightarrow \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 1^2}{4} = 0,8 \text{ cm}^2$$

$$\frac{6,81}{0,8} \cong 9 \text{ barras} \rightarrow \frac{100}{9} \cong \phi 10,0 \text{ c} / 10$$

$$\text{Na dimensão B: } \frac{23,28}{2,65} = 8,78 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$\phi 12,5 \rightarrow \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 1,25 \text{ cm}^2$$

$$\frac{8,78}{1,25} \cong 7 \text{ barras} \rightarrow \frac{100}{7} \cong \phi 12,5 \text{ c} / 12,5$$

Faça valer a pena

1. A NBR 6118 (ABNT, 2014) trata, entre outras coisas, do dimensionamento de sapatas de concreto armado. Sobre esse assunto, faça uma análise das afirmações abaixo:

- I. Todas as partes da fundação superficial em contato com o solo devem ser concretadas sobre um lastro de concreto não estrutural com no mínimo 5 cm de espessura, a ser lançado sobre toda a superfície de contato solo fundação.
- II. No caso de rocha, esse lastro deve servir para regularização da superfície e, portanto, pode ter espessura variável, no entanto, observado um mínimo de 5 cm.
- III. A área da fundação solicitada por cargas centradas deve ser tal que as tensões transmitidas ao terreno, admitidas uniformemente distribuídas, sejam menores ou iguais à tensão admissível ou tensão resistente de projeto do solo de apoio.

(ABNT, 2014)

Marque a alternativa que apresenta as afirmativas corretas.

- a) I e II.
- b) I, II e III.
- c) Somente I.
- d) Somente II.
- e) Somente III.

2. Considere um pilar, com dimensões iguais a 55 x 55 cm e carga igual a $N_k = 3840\text{kN}$, que será construído sobre uma sapata. Sendo que o terreno tem tensão admissível do solo igual a 0,24 MPa no local onde a sapata estará apoiada.

Para o dimensionamento economicamente mais viável, a sapata deverá ter área:

- a) Quadrada, de lado igual a 4,2 m.
- b) Retangular, com balanços iguais e lados de dimensões 5,5 m e 2,4 m.
- c) Retangular, com balanços diferentes e lados de comprimento 2,2 m e 3,5 m.
- d) Quadrada, de lado igual a 1,26 m.
- e) Quadrada, de lado igual a 5,5 m.

3. Uma sapata quadrada com dimensões 150 x 150 cm recebe um pilar cuja seção é 20 x 20cm e deverá suportar uma carga de $N_k = 475\text{kN}$. Sabe-se também que a tensão admissível do solo é de $\sigma_{adm} = 2,0\text{kgf} / \text{cm}^2$

Marque a alternativa correta quanto ao valor dos momentos solicitantes internos que estão atuando nessa sapata.

- a) O momento em x é de 11.034 kN.cm e o momento em y é de 12.893 kN.cm.
- b) O momento em x é de 10.248 kN.cm e o momento em y é de 12.893 kN.cm.
- c) Os momentos que atuam em x e y são iguais a 10.248 kN.cm.
- d) Os momentos que atuam em x e y são iguais a 11.034 kN.cm.
- e) Os momentos que atuam em x e y são iguais a 12.893 kN.cm.

Dimensionamento de estruturas de concreto armado para escadas e reservatórios

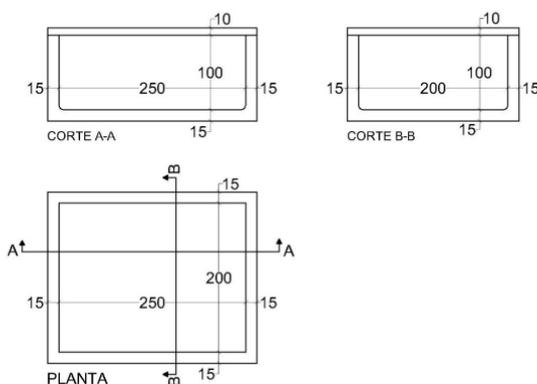
Diálogo aberto

Prezado aluno.

Estamos iniciando a última seção do livro e, para finalizar o conhecimento básico em estruturas de concreto armado, vamos aprender a dimensionar duas estruturas muito utilizadas, tanto no residencial como no industrial. Vamos aprender como calcular um reservatório de água, podendo ser uma caixa d'água ou até mesmo uma piscina, e escadas em concreto armado.

O problema que vamos trabalhar nesta última seção é o seguinte: o engenheiro, sabendo do seu desenvolvimento no conhecimento de estruturas de concreto, solicitou que você realizasse o dimensionamento do reservatório do edifício residencial em que estamos trabalhando. Para auxiliá-lo, ele fez um croqui de como deverá ser o reservatório, apresentado na Figura 4.21. A partir desse desenho, você deve determinar quais são os momentos máximos atuantes em cada uma das lajes do reservatório.

Figura 4.21 | Croqui do reservatório de concreto armado



Fonte: elaborada pela autora.

Saber esse dimensionamento é muito importante, pois é um projeto muito comum no dia a dia, nos escritórios de cálculo de estruturas e até mesmo em obras. E para desenvolver esse projeto, existem alguns conceitos que ainda temos de aprender.

Vamos ver nesta seção os tipos de escadas em concreto armado e suas vinculações nas bordas e detalhamento desse tipo de estrutura. Também vamos ver as forças atuantes nos reservatórios de água e o detalhamento das armaduras desses reservatórios.

Para fixar o conhecimento, vamos começar dando uma olhada no problema do dimensionamento de um reservatório de concreto do prédio que estamos dimensionando.

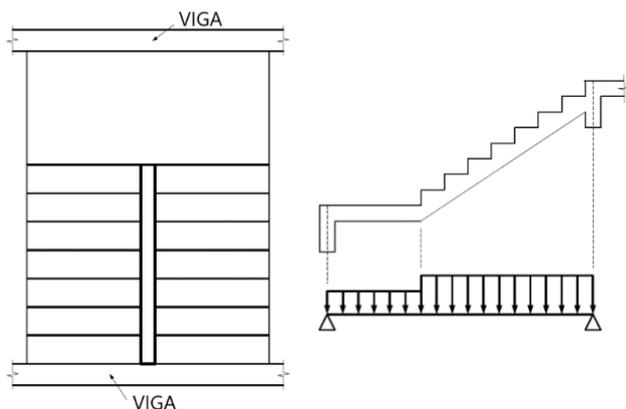
Vamos lá?

Não pode faltar

Bem-vindo!

Vamos começar esta seção estudando o dimensionamento de escadas de concreto armado. Sabemos que o tipo mais utilizado no dimensionamento e detalhamento de escada em concreto armado tendo como elemento resistente uma laje armada em uma só direção. Comumente os degraus não são estruturais e o modelo estrutural é feito considerando-se uma laje armada em uma só direção, simplesmente apoiada, carregada apenas por cargas verticais. Esse modelo é semelhante a uma viga isostática, em que podemos calcular as reações e solicitações utilizando o vão projetado, conforme apresentado na Figura 4.22.

Figura 4.22 | Escada feita em laje armada em uma única direção



Fonte: adaptado de Campos Filho (2014, p. 1).

A espessura da laje pode ser fixada, em função do comprimento do vão, conforme Tabela 4.1:

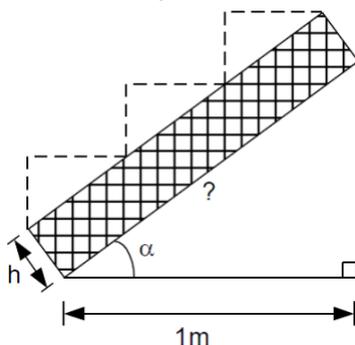
Tabela 4.1 | altura da laje da escada em função do vão

Vão	Espessura
$\ell \leq 3m$	10 cm
$3m < \ell \leq 4m$	12 cm
$4m < \ell \leq 5m$	14 cm

Fonte: Campos Filho (2014, p. 2).

Para o dimensionamento, deve-se considerar que o patamar é um trecho do vão total, onde encontra-se a menor carga atuante. Já para o trecho inclinado, deve-se considerar que a espessura na composição de cargas é $h/\cos\alpha$. Assim sendo, o peso próprio da laje que compõe a carga superficial será $h/\cos\alpha \times 25\text{ kN} / \text{m}^3$, conforme apresentado na Figura 4.23.

Figura 4.23 | Detalhe da escada feita em laje armada em uma única direção



Fonte: adaptado de Campos Filho (2014, p. 2).

A carga correspondente a ser considerada para o peso dos degraus deve ser a espessura média igual à metade da altura de cada degrau. O peso específico do degrau é igual a $24\text{ kN}/\text{m}^3$. Assim sendo a carga superficial do degrau é igual a $b/2 \times 24\text{ kN} / \text{m}^3$

De acordo com a NBR 6120 (ABNT, 2019), o valor da carga variável a ser considerado no projeto de escadas é de $2,5\text{ kN}/\text{m}^2$ em edifícios residenciais e de $3,0\text{ kN}/\text{m}^2$ em edifícios não residenciais e se houver um peitoril de alvenaria, deve-se considerar o seu peso distribuído ao longo da largura da escada ($\leq 1,5m$).

Para atender aos critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014), as escadas armadas em uma só direção devem ter uma armadura de distribuição na direção transversal à armadura principal, atendendo à seguinte condição:

$$A_{s,distr} \geq \begin{cases} A_{s,princ} / 5 \\ A_{s,min} / 2 \\ 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{cases} \quad (4.30)$$



Assimile

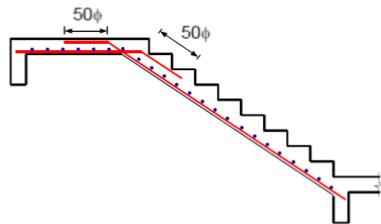
Atenção para as barras dobradas em ângulos menores.

Quando houver tendência à retificação de barra tracionada em regiões em que a resistência a esses deslocamentos seja proporcionada por cobrimento insuficiente de concreto, a permanência da barra em sua posição deve ser garantida por meio de estribos ou grampos convenientemente distribuídos.

Nesses casos, convém dar preferência à substituição da barra por outras duas, prolongadas além do seu cruzamento e ancoradas.

Na região do patamar, para evitar essa retificação das barras, devemos realizar a ancoragem conforme apresentado na Figura 4.24.

Figura 4.24 | Detalhe da ancoragem das barras no patamar



Fonte: adaptado de Campos Filho (2014, p. 3).

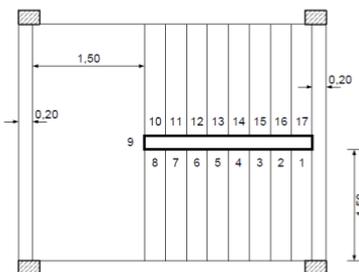


Exemplificando

Vamos dimensionar uma escada de um edifício residencial que apresenta dois vãos paralelos, conforme a Figura 4.25. Para isso, vamos considerar que os degraus têm uma altura de 16,7 cm e uma largura de 28 cm.

O lado interno dos degraus possui um peitoril com carga igual a 1,5 kN/m. Será considerado o concreto C25 e o aço CA-50. A laje da escada possui 12 cm de altura.

Figura 4.25 | Escada bi apoiada com dois vãos paralelos



Fonte: adaptado de Campos Filho (2014, p. 4).

Inclinação da escada:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_{\text{degrau}}}{\ell_{\text{degrau}}} = \frac{16,7}{28} \Rightarrow \alpha = 30,81^\circ$$

Vão da escada:

$$\ell = \frac{0,20}{2} + 1,50 + 8 \times 0,28 + \frac{0,20}{2} = 3,94 \text{ m}$$

$$h_{\text{laje}} = 12 \text{ cm}$$

Carregamento

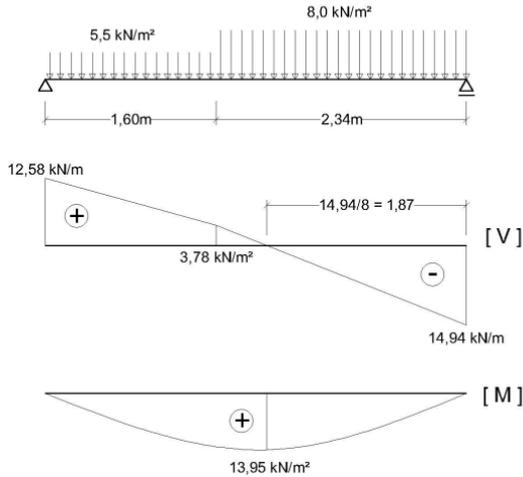
$$\text{Patamar} \begin{cases} P.P \Rightarrow 0,12 \times 25 = 3,0 \text{ kN} / \text{m}^2 \\ S.C \Rightarrow \quad \quad = 2,5 \text{ kN} / \text{m}^2 \end{cases}$$

$$\text{Total} = 5,5 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\text{Escada} \begin{cases} P.P \Rightarrow (0,12 / \cos \alpha) \times 25 = 3,5 \text{ kN} / \text{m}^2 \\ \text{Degraus} \Rightarrow (0,167 / 2) \times 24 = 2,0 \text{ kN} / \text{m}^2 \\ S.C \Rightarrow \quad \quad = 2,5 \text{ kN} / \text{m}^2 \end{cases}$$

$$\text{Total} = 8 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Figura 4.26 | Reações vinculares e solicitações



Fonte: elaborado pela autora.

$$m_{\text{máx}} = 14,94 \times 1,87 - \frac{8 \times 1,87^2}{2} = 13,95 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}$$

Armadura principal para uma viga de base 100 cm

$$d = h - c - 0,5 = 12 - 2,0 - 0,5 = 9,5 \text{ cm}$$

$$M_d = 0,68 \times bw \times X \times f_{cd} \times (d - 0,4 \times X)$$

$$1,4 \times 1395 = 0,68 \times 100 \times X \times \frac{2,5}{1,4} \times (9,5 - 0,4 \times X)$$

$$X = 1,83 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \times (d - 0,4 \times X)}$$

$$A_s = \frac{1,4 \times 1395}{\frac{50}{1,15} \times (9,5 - 0,4 \times 1,83)} = 5,12 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

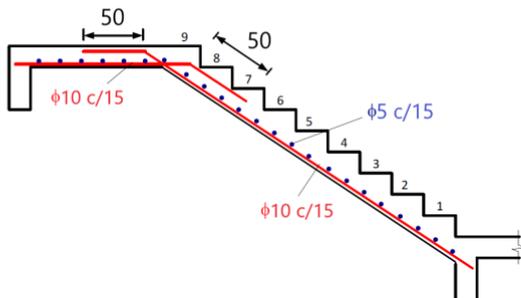
$$A_{s,\min} = 0,15\% \times b \times h = 0,15 \times 12 = 1,80 \text{ cm}^2 / \text{m} < A_s$$

$$\phi 10 \Rightarrow \frac{\pi \times 1^2}{4} = 0,8 \Rightarrow \frac{5,12}{0,8} = 6,4 \Rightarrow s = \frac{100}{6,4} = 15,62$$

Adotaremos $\phi 10 \text{ c} / 15$ no sentido principal e $\phi 5 \text{ c} / 15$ no outro sentido.

Logo, o detalhamento ficará conforme apresentado na Figura 4.27:

Figura 4.27 | Detalhamento da armação da escada



Fonte: elaborado pela autora.

Dimensionamento de reservatórios

Os reservatórios podem ser classificados quanto ao nível do solo, podendo ser enterrados, semienterrados e elevados. Essa definição é feita conforme o projeto que está sendo desenvolvido. Já as dimensões adotadas dependem, na grande maioria das vezes, do volume de água que se pretende armazenar e são definidas de acordo com o consumo de água da edificação. Na maioria dos edifícios e residências, as formas usuais das paredes das caixas d'água são retangulares.

Essas definições são importantes, pois é a partir delas que o calculista determina o carregamento para o qual essa estrutura está sujeita e, com isso,

define a quais carregamentos estarão sujeitas as lajes do topo e do fundo do reservatório.

Inicialmente, podemos determinar a atuação dos seguintes carregamentos:

Cargas atuantes na tampa da caixa d'água (quando não enterrada):

- (a) carga devida ao peso próprio: $25 \times t$ (kN / m^2), sendo t a espessura da tampa;
- (b) carga devida ao revestimento: 1 (kN / m^2);
- (c) carga accidental: $0,5$ (kN / m^2);

Para caixas d'água enterradas, deve-se determinar o peso do solo, em função da altura, que vai atuar sobre a estrutura. Geralmente, para fins de pré-dimensionamento, considera-se que o peso de terra é igual a $16 \times z_{solo}$ (kN / m^2), entretanto esse valor depende do tipo de solo em que o reservatório estará enterrado.

Cargas atuantes na laje de fundo:

- (a) carga devida ao peso próprio: $25 \times t$ (kN / m^2), sendo t a espessura de fundo;
- (b) carga devida ao revestimento: 1 (kN / m^2);
- (c) carga devida à pressão hidrostática: $10 \times z$ (kN / m^2), sendo $z_{\text{água}}$ a altura máxima da lâmina d'água no reservatório.

As paredes do reservatório devem ser calculadas como placas retangulares submetidas a cargas triangulares. Para isso, será necessário determinar, por meio do carregamento do empuxo, os momentos fletores e as reações nos apoios. Assim temos:

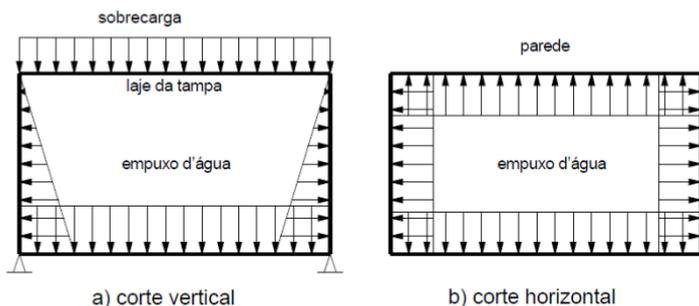
Cargas atuantes nas paredes:

- (d) carga triangular, com valor máximo de: $10 \times z$ (kN / m^2), com z representando a altura máxima da lâmina d'água no reservatório, em metros.

Assim, concluímos que, nos reservatórios, além do peso próprio e das ações devido à sobrecarga, atuam as ações indicadas a seguir, que podem variar de acordo com a posição.

Em reservatórios elevados, o empuxo de água atua conforme mostra a Figura 4.28.

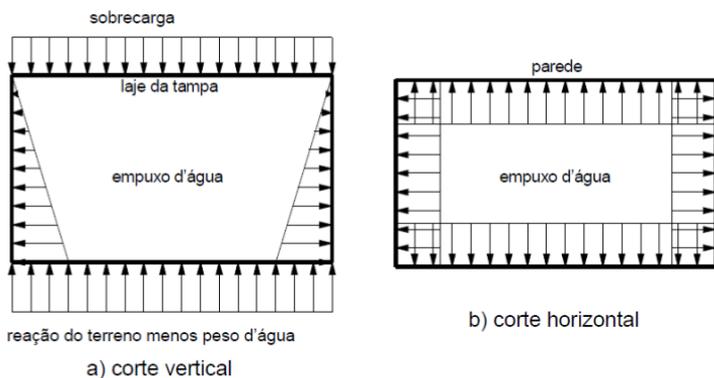
Figura 4.28 | Reservatório elevado cheio – empuxo d'água



Fonte: Vasconcelos (1998, p. 19).

Já nos reservatórios apoiados, podem atuar o empuxo d'água e a reação do terreno, conforme mostra a Figura 4.29

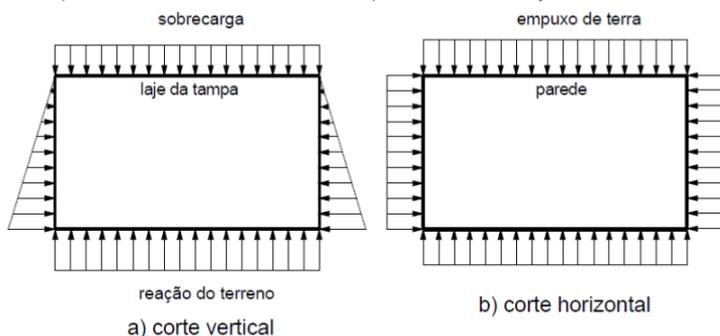
Figura 4.29 | Reservatório apoiado cheio – empuxo d'água e reação do terreno menos o peso d'água



Fonte: Vasconcelos (1998, p. 20).

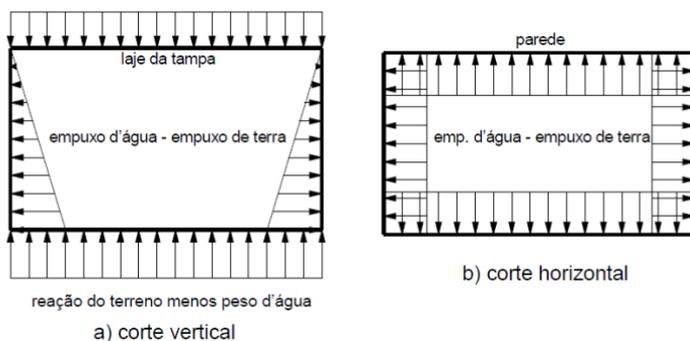
Para reservatórios enterrados, teremos a atuação do empuxo de água, do empuxo da terra, da subpressão de água (de baixo pra cima, quando houver lençol freático) e da reação do terreno em que o mesmo estará apoiado. Nesses reservatórios, devemos considerar a diferença entre essas ações, considerando o sentido do esforço. Como o empuxo de água nas paredes é, normalmente, maior que o de terra no fundo do reservatório, a reação do terreno é sempre maior que a carga correspondente ao peso da água. As situações das ações ficam semelhantes ao indicado na Figura 4.30 para o reservatório vazio e na Figura 4.31 para o reservatório cheio.

Figura 4.30 | Reservatório enterrado vazio – empuxo de terra e reação do terreno



Fonte: Vasconcelos (1998, p. 21).

Figura 4.31 | Reservatório enterrado cheio – empuxo d'água menos empuxo de terra e reação do terreno menos peso d'água



Fonte: Vasconcelos (1998, p. 21).



Refleta

Para o dimensionamento de reservatórios enterrados, devemos analisar vários casos de carregamento, pois o reservatório deve resistir estando cheio ou vazio de água. Também devemos garantir que o reservatório não entre em colapso durante a sua execução, pois haverá momento em que ele não estará enterrado.

Como você faria a análise desses casos de carregamento e determinaria o momento solicitante de dimensionamento das armaduras?

Montoya *et al.* (2000, p. 588) recomendam que as paredes do reservatório sejam dimensionadas com espessura constante e de modo que não se necessite armadura transversal.

Quanto à altura de água $z \leq 6,00m$, podemos adotar como espessura da parede $t_p = 0,1 \times z$, não inferior a 20 centímetros e a espessura do fundo não deve ser inferior à da parede.

Os momentos fletores nos diversos pontos da estrutura devem ser obtidos por meio do cálculo das lajes. Da mesma forma, podemos obter as reações de apoio.

Se considerarmos que cada laje está apoiada em suas lajes adjacentes, as reações de apoio serão transmitidas às lajes de apoio como cargas aplicadas.

Para as paredes, devemos ainda realizar um dimensionamento como viga. Nesse caso, consideram-se as cargas provenientes da tampa e do fundo, bem como o peso próprio da parede. O peso próprio deve ser acrescido dos revestimentos interno e externo da parede, os quais podem ser considerados com o valor total de $1 (kN / m^2)$.



Dica

Para saber mais sobre os casos de carregamentos em reservatórios, dê uma olhada nas páginas 1-13 do capítulo 5 da apostila do professor Túlio Bittencourt (2001) - **Exemplo de um projeto completo de um edifício de concreto armado**.

Saiba mais também sobre o detalhamento das armações dos reservatórios de concreto armado lendo o conteúdo das páginas 101 a 104 da tese de Ana Elisabete Paganelli Guimarães (1995), da Universidade de São Paulo. GUIMARÃES, A. E. P. Indicações para projeto e execução de reservatórios cilíndricos em concreto armado. Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1995.

Agora podemos dimensionar o reservatório e detalhar as lajes que constituem a tampa, o fundo e as paredes do reservatório do projeto do edifício que estamos atuando. Lembrando que o detalhamento das lajes de um reservatório é muito semelhante ao detalhamento de lajes que aprendemos na disciplina de Estruturas de Concreto Armado I.

Vamos lá?

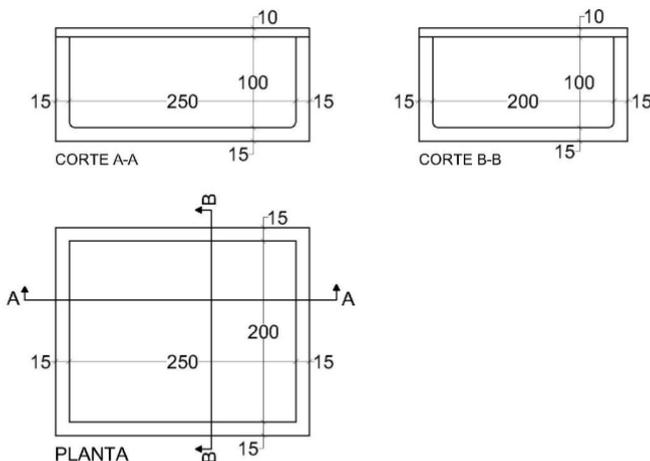
Sem medo de errar

O engenheiro-chefe solicitou que você determinasse os momentos fletores máximos atuantes nas lajes do reservatório do edifício residencial que estamos projetando. Para auxiliá-lo, ele fez um croqui de como deverá ser

o reservatório e informou que o mesmo deverá ser apoiado no solo, apresentado na Figura 4.21.

A partir deste desenho, você poderá determinar quais os momentos máximos atuantes em cada uma das lajes e paredes do reservatório para fins de dimensionamento e poderá encaminhar para a equipe que está fazendo o detalhamento das armaduras.

Figura 4.21 | Croqui do reservatório de concreto armado



Fonte: elaborado pela autora.

Laje da tampa

Ações atuantes na laje da tampa

Peso próprio: $pp = 0,1 \times 25 = 2,5 \text{ kN} / \text{m}^2$

Revestimento: $1,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

Sobrecarga: $0,5 \text{ kN} / \text{m}^2$

Carregamento total da tampa: $2,5 + 1,00 + 0,5 = 4,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

Os vãos teóricos são iguais a $\ell_y = 2,5 \text{ m}$ e $\ell_x = 2,0 \text{ m}$, então:

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{2,5}{2,0} = 1,25 .$$

As reações de apoio podem ser determinadas com o uso das tabelas de Pinheiro (2007), considerando que a laje da tampa é simplesmente apoiada em todas as bordas.

Reações para a tampa do reservatório (laje apoiada em todas as bordas - tipo 1)

Já sabemos que o ℓ_x é menor vão da laje que iremos dimensionar

$$R_x = \frac{\nu_x \times p \times \ell_x}{10} = \frac{3,00 \times 4,0 \times 2,00}{10} = 2,4 \text{ kN} / \text{m}$$

$$R_y = \frac{\nu_y \times p \times \ell_x}{10} = \frac{2,5 \times 4,0 \times 2,00}{10} = 2 \text{ kN} / \text{m}$$

Verificação dos momentos fletores (laje apoiada em todas as bordas - tipo 1)

$$m_x = \frac{\mu_x \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{6,10 \times 4,0 \times 2^2}{100} = 0,98 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{\mu_y \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{4,17 \times 4,0 \times 2^2}{100} = 0,67 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

Laje do fundo

Ações atuantes na laje de fundo

Peso próprio: $pp = 0,15 \times 25 = 3,75 \text{ kN} / \text{m}^2$

Revestimento: $1,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

Pressão hidrostática: $P_h = 1,0 \times 10 = 10 \text{ kN} / \text{m}^2$

Carregamento total do fundo: $3,75 + 1,00 + 10 = 14,75 \text{ kN} / \text{m}^2$

A laje de fundo tem todas as suas bordas consideradas engastadas nas paredes, tendo os vãos teóricos correspondentes a $\ell_x = 2,0 \text{ m}$ e $\ell_y = 2,5 \text{ m}$,

então: $\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{2,5}{2,0} = 1,25$.

Reações para o fundo do reservatório (laje engastada em todas as bordas - tipo 6)

$$R_x = \frac{\nu_x \times p \times \ell_x}{10} = \frac{3,00 \times 14,75 \times 2,00}{10} = 8,85 \text{ kN} / \text{m}$$

$$R_y = \frac{\nu_y \times p \times \ell_x}{10} = \frac{2,5 \times 14,75 \times 2,00}{10} = 7,38 \text{ kN} / \text{m}$$

Verificação dos momentos fletores (laje engastada em todas as bordas – tipo 6)

$$m_x = \frac{\mu_x \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{2,97 \times 14,75 \times 2^2}{100} = 1,75 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{\mu_y \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{1,83 \times 14,75 \times 2^2}{100} = 1,08 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m'_x = \frac{\mu'_x \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{6,67 \times 14,75 \times 2^2}{100} = 3,94 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m'_y = \frac{\mu'_y \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{5,64 \times 14,75 \times 2^2}{100} = 3,33 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

Paredes

As paredes possuem espessura de 15 cm e apresentam como vinculações a borda superior apoiada e as demais bordas engastadas. Para se calcular o carregamento gerado pela pressão hidrostática, consideraram-se os esquemas estruturais apresentados a seguir.

Figura 4.32 – Esquemas estruturais – laje tipo A



Fonte: elaborado pela autora.

Para a laje parede de tipo A, temos: $\ell_a = 1,0\text{m}$ e $\ell_b = 2,5\text{m}$, então:

$$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b} = \frac{1}{2,5} = 0,4$$

Verificação dos momentos fletores (laje tipo 16)

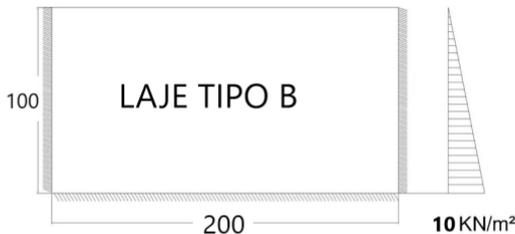
$$m_x = \frac{\mu_x \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{2,98 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,30 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{\mu_y \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{0,96 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,10 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m'_x = \frac{\mu'_x \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{6,67 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,67 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m'_y = \frac{\mu'_y \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{3,6 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,36 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

Figura 4.33 – Esquemas estruturais – laje tipo B



Fonte: elaborado pela autora.

Para a laje parede de tipo B, temos: $\ell_a = 1,0\text{m}$ e $\ell_b = 2,0\text{m}$, então:

$$\gamma = \frac{\ell_a}{\ell_b} = \frac{1}{2,0} = 0,5$$

Verificação dos momentos fletores (laje tipo 16)

$$m_x = \frac{\mu_x \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{2,59 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,26 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m_y = \frac{\mu_y \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{0,96 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,10 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m'_x = \frac{\mu'_x \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{6,14 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,61 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

$$m'_y = \frac{\mu'_y \times p \times \ell_x^2}{10} = \frac{3,6 \times 10 \times 1^2}{100} = 0,36 \text{ kN} \times \text{m} / \text{m}$$

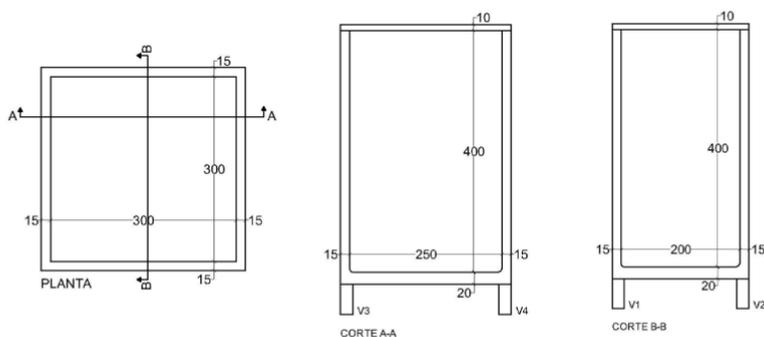
Pronto! Agora de posse dos momentos fletores máximos que atuam no meio do vão e em cada engaste, o escritório em que você trabalha poderá determinar a armação que deve ser utilizada no reservatório. Com as reações em cada apoio das lajes, vocês também podem dimensionar as vigas que vão sustentar esse reservatório e completar todo o projeto!

Determinação das cargas das vigas que suportam um reservatório de água

Descrição da situação-problema

Você está atuando em um projeto de um edifício comercial e precisa saber qual carregamento está atuando sobre as vigas que apoiam um reservatório de concreto armado. O reservatório tem 3 x 3 de fundo e 4 metros de altura e está apoiado sobre 4 vigas, conforme apresentado no croqui abaixo:

Figura 4.34 – Reservatório apoiado em vigas



Fonte: elaborado pela autora.

Resolução da situação-problema

Laje da tampa

Ações atuantes na laje da tampa

Peso próprio: $pp = 0,1 \times 25 = 2,5 \text{ kN} / \text{m}^2$

Revestimento: $1,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

Sobrecarga: $0,5 \text{ kN} / \text{m}^2$

Carregamento total da tampa: $2,5 + 1,00 + 0,5 = 4,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

Os vãos teóricos são iguais a $\ell_y = 3,0 \text{ m}$ e $\ell_x = 3,0 \text{ m}$, então:

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{3,0}{3,0} = 1,0.$$

As reações de apoio podem ser determinadas com o uso das tabelas de Pinheiro (2007), considerando que a laje da tampa é simplesmente apoiada em todas as bordas.

Reações para a tampa do reservatório (laje apoiada em todas as bordas – tipo 1)

$$R_x = \frac{\nu_x \times p \times \ell_x}{10} = \frac{2,5 \times 4,0 \times 3,00}{10} = 3,0 \text{ kN} / \text{m}$$

$$R_y = \frac{\nu_y \times p \times \ell_x}{10} = \frac{2,5 \times 4,0 \times 3,00}{10} = 3,0 \text{ kN} / \text{m}$$

Laje do fundo

Ações atuantes na laje de fundo

Peso próprio: $pp = 0,20 \times 25 = 5,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

Revestimento: $1,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

Pressão hidrostática: $P_h = 4,0 \times 10 = 40 \text{ kN} / \text{m}^2$

Carregamento total da tampa: $5,0 + 1,0 + 40,0 = 46,0 \text{ kN} / \text{m}^2$

A laje de fundo tem todas as suas bordas consideradas engastadas nas paredes, tendo os vãos teóricos correspondentes a $\ell_x = 3,0 \text{ m}$ e $\ell_y = 3,0 \text{ m}$,

então: $\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{3,0}{3,0} = 1,0$.

Reações para o fundo do reservatório (laje engastada em todas as bordas – tipo 6)

$$R_x = \frac{\nu_x \times p \times \ell_x}{10} = \frac{2,5 \times 46,0 \times 3,00}{10} = 34,5 \text{ kN} / \text{m}$$

$$R_y = \frac{\nu_y \times p \times \ell_x}{10} = \frac{2,5 \times 46 \times 3,00}{10} = 34,5 \text{ kN} / \text{m}$$

Paredes

As paredes possuem espessura de 15 cm e 4 m de altura, logo:

$$p_{\text{parede}} = 0,15 \times 4,0 \times 25 = 15 \text{ kN} / \text{m}$$

Por fim, podemos concluir que o peso que as vigas que suportam a laje deverão resistir é igual a:

$$P = 3 + 34,5 + 15 = 52,5 \text{ kN} / \text{m}$$

Com esse valor de carregamento, podemos dimensionar as vigas que deverão suportar a caixa d'água desse edifício e completar esse dimensionamento.

1. As escadas em concreto armado são geralmente armadas como uma laje estruturada em uma só direção, onde os degraus não têm função estrutural.

Sobre esse assunto, analise as afirmativas e marque (F) para falso e (V) para verdadeiro:

- () O valor da carga variável a ser considerado no projeto de escadas é de $3,0 \text{ kN/m}^2$ em edifícios residenciais e de $3,5 \text{ kN/m}^2$ em edifícios não residenciais.
- () Sempre que houver tendência à retificação de barra tracionada, a permanência da barra em sua posição deve ser garantida pela substituição de cada barra da armadura principal por outras duas prolongadas além do seu cruzamento e devidamente ancoradas.
- () Para considerar a carga correspondente ao peso dos degraus, deve-se tomar uma espessura média igual à metade da altura de cada degrau. O peso específico do concreto simples deve ser tomado como sendo 24 kN/m^3 .

Marque a alternativa que apresenta a sequência correta.

- a) V – V – F
- b) F – V – V
- c) V – V – V
- d) F – F – V
- e) F – F – F

2. As ações que atuam nos reservatórios paralelepípedicos variam de acordo com suas posições em relação ao nível do solo.

Sobre esse assunto, analise as afirmativas abaixo:

- I. Nos reservatórios elevados devemos considerar somente o empuxo de água para o dimensionamento das paredes de concreto.
- II. Nos reservatórios apoiados no solo, devemos considerar somente o empuxo de terra para o dimensionamento das paredes de concreto.
- III. Para o reservatório enterrado, devemos considerar o empuxo de água juntamente com o empuxo causado pelo terreno nas paredes de concreto.

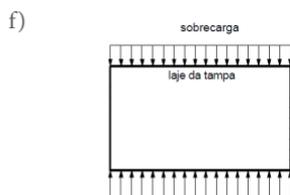
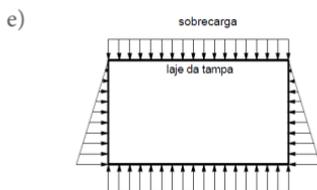
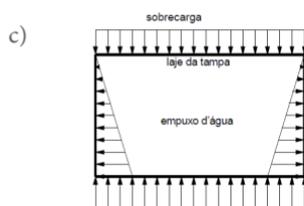
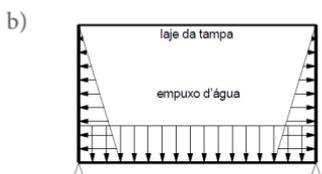
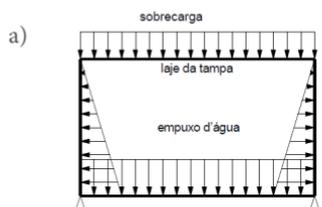
Marque a alternativa que contenha as afirmativas corretas:

- a) I, II e III
- b) II e III, apenas
- c) I e III, apenas

- d) I e II, apenas
- e) Somente III

3. O dimensionamento de reservatório pode ser extrapolado para facilitar o dimensionamento de diversas estruturas também feitas em concreto armado, como silos, piscinas, tanque, entre outros.

Sobre o dimensionamento de um reservatório de concreto armado totalmente enterrado e cheio de água, analise os desenhos abaixo e marque o caso de carregamento mais apropriado, tendo em vista o estado limite último:



ALONSO, U. R. **Exercícios de fundações**. E. Blucher, 1983.

ALVA, G.M.S. **Projeto estrutural de sapatas**. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Departamento de Estruturas e Construção Civil, Disciplina: ECC 1008 – Estruturas de Concreto, 2007. Apostila. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1008/Downloads/Sapatas.pdf>. Acesso em: 4 fev. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. v. 3. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.

_____. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2010.

BARROS, C. **Técnicas construtivas** – edificações. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Pelotas, 2011. Apostila de Fundações. Disponível em: <https://edificacoes.files.wordpress.com/2011/04/apo-fundac3a7c3b5es-completa.pdf>. Acesso em: 5 dez. 2018.

BASTOS, P. **Blocos de fundações**. Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2017. Notas de Aula. Disponível em: www.feb.unesp.br/pbastos/concreto3/Blocos.pdf. Acesso em: 6 dez. 2018.

_____. **Sapatas de fundação**. Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2016. Apostila. Disponível em: <http://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto3/Sapatas.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2019.

BITTENCOURT, T. N.; FRANÇA, R. L. S. **Exemplo de um projeto completo de edifício de concreto armado**. Programa de Especialização em Estruturas, Escola Politécnica da USP, São Paulo, 2001. Disponível em <http://www.lem.ep.usp.br/gpse/es13/ES013Aula1.pdf>. Acesso em: 11 fev. 2019.

CAMPOS FILHO, A. **Projeto de escadas de concreto armado**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Escola de Engenharia. Departamento de Engenharia Civil, 2014.

GUIMARÃES, A. E. P. **Indicações para projeto e execução de reservatórios cilíndricos em concreto armado**. 1995. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

MONTOYA, P. J.; GARCÍA MESEGUER, A.; MORÁN CABRÉ, F. **Hormigón armado**. 15. ed. [S.l.]: Gustavo Gili, 2010.

PEINADO, H. S. Preparo da cabeça de tubulões e de estacas de concreto para ligação com blocos de coroamento. **Téchne**, São Paulo, n. 191, fev. 2013. Disponível em: <http://techne17.pini.com.br/engenharia-civil/191/preparo-da-cabeca-de-tubuloes-e-de-estacas-de-concreto-285989-1.aspx>. Acesso em: 5 dez. 2018.

PORTO, T.; FERNANDES, D. **Curso básico de concreto armado conforme NBR 6118/2014**. São Paulo, 2015. p. 105-108. Disponível em: <https://goo.gl/XCCQX7> [Biblioteca Virtual]. Acesso em: 5 fev. 2019.

PINHEIRO, L. M. **Tabelas de lajes**. Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2007.

VASCONCELOS, Z. L. **Critérios para projetos de reservatórios paralelepípedicos elevados de concreto armado**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1998. Disponível em: http://www.set.eesc.usp.br/static/media/producao/1998ME_ZelmaLamaneresVasconcelos.pdf. Acesso em: 11 fev. 2019.

ISBN 978-85-522-1387-1



9 788552 213871 >