

Elementos de Máquinas II

Ana Carolina Gigli Shiguemoto
Amauri Olivio

© 2019 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Presidente

Rodrigo Galindo

Vice-Presidente Acadêmico de Graduação e de Educação Básica

Mário Ghio Júnior

Conselho Acadêmico

Ana Lucia Jankovic Barduchi

Danielly Nunes Andrade Noé

Grasiele Aparecida Lourenço

Isabel Cristina Chagas Barbin

Thatiane Cristina dos Santos de Carvalho Ribeiro

Revisão Técnica

Éder Cícero Adão Simêncio

Hugo Tanzarella Teixeira

Pedro Donizeti Bolanho

Roberta Lopes Drekenner

Editorial

Elmir Carvalho da Silva (Coordenador)

Renata Jéssica Galdino (Coordenadora)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Shiguemoto, Ana Carolina Gigli

S555e Elementos de máquinas II / Ana Carolina Gigli
Shiguemoto, Amauri Olivio. – Londrina : Editora e
Distribuidora Educacional S.A., 2019.
208 p.

ISBN 978-85-522-1465-6

1. Engrenagens. 2. Correia transportadora. 3. Eixos.
I. Shiguemoto, Ana Carolina Gigli. II. Olivio, Amauri. III. Título.

CDD 620

Thamiris Mantovani CRB-8/9491

2019

Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza

CEP: 86041-100 — Londrina — PR

e-mail: editora.educacional@kroton.com.br

Homepage: <http://www.kroton.com.br/>

Sumário

Unidade 1

Engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas helicoidais.....	7
Seção 1.1	
Uma visão geral sobre engrenagens	8
Seção 1.2	
Equações para cálculos de engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas helicoidais	23
Seção 1.3	
Fatores para cálculos de engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas helicoidais	38

Unidade 2

Engrenagens cônicas e sem-fim.....	53
Seção 2.1	
Engrenamento cônico	55
Seção 2.2	
Engrenagens cônicas de dentes retos	71
Seção 2.3	
Engrenamento sem-fim	86

Unidade 3

Embreagens, freios, acoplamentos e volantes.....	101
Seção 3.1	
Embreagens e freios - parte I	103
Seção 3.2	
Embreagens e freios - parte II	118
Seção 3.3	
Embreagens e freios - parte III.....	133

Unidade 4

Eixos e eixos árvore, parafusos e elementos de fixação.....	151
Seção 4.1	
Eixos e componentes de eixos – Parte I	153
Seção 4.2	
Eixos e componentes de eixos - Parte II	168
Seção 4.3	
Parafusos e elementos de fixação.....	185

Palavras do autor

Caro aluno, seja bem-vindo à disciplina de Elementos de Máquinas II, que contém diversas informações fundamentais para a formação de um profissional da área de engenharia automotiva e engenharia mecânica, indispensáveis na aplicação de soluções de problemas em nível industrial. Este livro abordará características de projetos mecânicos que utilizam elementos básicos de engenharia, mas de grande importância. Nosso foco é nos tipos principais de elementos de máquinas, em que aplicamos conceitos de várias outras disciplinas, tais como Resistência dos Materiais, Mecânica dos Sólidos, Materiais de Construção Mecânica, Cinemática, Dinâmica, entre outras.

Como existe uma enorme variedade de conceitos utilizados em elementos de máquinas, precisamos sempre nos preocupar em nos atualizar e pesquisar, sempre que possível. Desse modo, é muito importante que você procure mais informações nas referências bibliográficas recomendadas e também faça a leitura de artigos relacionados a cada unidade e seção que estudaremos, que devem ser de fontes conhecidas e consagradas no meio acadêmico.

Portanto, adquiriremos competências fundamentais, tais como conhecer os elementos de máquinas utilizados em projetos mecânicos, a fim de dimensioná-los em relação a materiais utilizados e suas propriedades, os tipos de carregamentos e a análise de esforços. Abordaremos as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais, engrenagens cônicas, engrenamento sem-fim, embreagens e freios, eixos e seus respectivos componentes e, finalmente, os parafusos e os elementos de fixação.

Na primeira unidade estudaremos as engrenagens em geral, visualizando os diversos tipos, equações e fatores para cálculos de engrenagens cilíndricas, em que temos a função de transmissão de torque e alterações de rotação em sistemas mecânicos.

Na segunda unidade, estudaremos os engrenamentos cônicos e os engrenamentos sem-fim, nos quais, além de termos a função de transmitir torque e alterações de rotação, temos também uma possibilidade de alteração de posição dos eixos de entrada e saída em relações fixas entre eles.

Na terceira unidade, estudaremos as embreagens e os freios, sendo que as embreagens têm a principal função de permitir o acoplamento e desacoplamento em movimento e os freios têm a função de interromper o movimento do sistema mecânico.

Na quarta unidade, estudaremos os eixos e seus respectivos componentes com a função de transmitir torques e rotações entre sistemas mecânicos e, por último, veremos os parafusos e seus elementos cuja função é fixar os diversos tipos de conjuntos de mecânicos.

Essa disciplina de Elementos de Máquinas II exige que o leitor aplique uma grande quantidade de informações de diversas disciplinas de engenharia em um maior grau de profundidade. Dessa forma, incentivamos mais uma vez que você busque sempre mais conhecimento sobre essa área, independentemente desta disciplina, pois consideramos que esta é uma das áreas fundamentais da engenharia.

Bons estudos!

Unidade 1

Engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas helicoidais

Convite ao estudo

Caro aluno, nesta primeira unidade do livro didático abordaremos os conceitos sobre os diversos tipos de engrenagens, as quais são utilizadas em diversos conjuntos mecânicos, como em redutores de velocidade, em transmissões automotivas, em máquinas operatrizes, em eletrodomésticos etc. Em particular, estudaremos as engrenagens cilíndricas de dentes retos e dentes helicoidais e os respectivos fatores de cálculos. A importância desses elementos de máquinas é evidenciada pelo uso nos mais diversos mecanismos industriais, além do ramo automotivo, propiciando a troca de marchas e distribuição de torque adequado. A partir dos conceitos que trabalharemos nesta seção, você conhecerá os tipos de engrenagens, as equações e fatores utilizados para o dimensionamento de engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas helicoidais.

Para começar o seu estudo, considere uma empresa fabricante de engrenagens de transmissões automotivas, com uma ampla linha de fabricação de produtos seriados e especiais. Ela atende principalmente ao mercado automotivo e tem um parque industrial totalmente verticalizado (isto é, no qual os processos de fabricação são todos feitos dentro da própria empresa), com todos os departamentos e pessoas necessárias para a produção de transmissões automotivas. Nela, você atua como engenheiro da área de projetos de engrenagens. Nessa grande empresa, é necessário que os engenheiros da área conheçam as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais, a fim de dimensioná-las em relação aos materiais utilizados e suas propriedades.

Assim, teremos uma visão geral sobre engrenagens, conhecendo os tipos, as relações de transmissão, as conformações dos dentes, os sistemas e os trens de engrenagens, além das características geométricas e dos fatores geométricos das engrenagens de dentes retos e helicoidais. Portanto, como aplicar as engrenagens de dentes retos e helicoidais em projetos de transmissões ou mesmo em sistemas mecânicos? Devemos sempre aplicar o raciocínio crítico e de solução de problemas, com flexibilidade para avaliar os diversos fatores envolvidos, pois sempre teremos outros conjuntos que têm interface com esses tipos de elementos de máquinas.

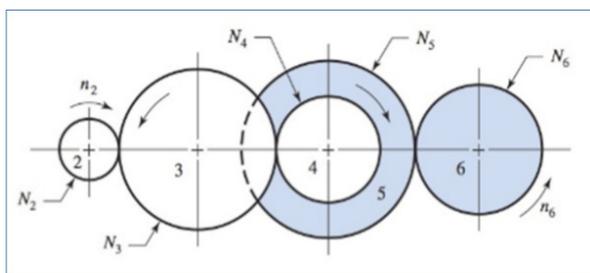
Uma visão geral sobre engrenagens

Diálogo aberto

O estudo sobre os diversos tipos de sistemas de engrenamento é de vital importância em sistemas mecânicos em que precisamos determinar o melhor tipo de engrenagens, rotações, relações de transmissão e processo de fabricação dos dentes. Temos diversas aplicações, mas podemos apresentar as mais comuns, relacionadas à transmissão de velocidades, como caixas de câmbio, automotivas ou mesmo de máquinas operatrizes, e redutores de velocidades, muito utilizados em sistemas de esteiras transportadores. Assim, estudaremos os tipos de transmissões e suas relações, a conformação dos dentes de engrenagens, os sistemas e os trens de engrenagens.

Em uma empresa fabricante de transmissões automotivas, na qual você atua como engenheiro da área de projetos de engrenagens, seu gestor solicitou a avaliação de um sistema que contém engrenagens e em especial uma transmissão automotiva e, no caso particular, do conjunto que envolve a marcha à ré. O trem de engrenagens apresenta as seguintes características: rotação de entrada de 200 rpm e números de dentes $N_2=25$; $N_3=60$; $N_4=40$; $N_5=80$; $N_6=50$. Observou-se que os dentes feitos de metal não estão paralelos ao eixo e deseja-se um nível de ruído baixo com grande precisão (Figura 1.1).

Figura 1.1 | Representação do trem de engrenagens: disposição



n = rotação; N = número de dentes

Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 682).

Portanto, você deve saber identificar os tipos de engrenagens e avaliar as relações de transmissões. Além disso, deverá conhecer o processo de conformação de dentes de engrenagens e o que são trens de engrenagens, ou seja, entender o que são engrenagens e suas utilizações. Por fim, você deverá elaborar um relatório contendo todas as considerações feitas durante a apresentação do caso para o gestor.

Ao final desta seção você conseguirá efetuar a análise de um trem de engrenagens, identificar os tipos de engrenagens, as relações de transmissão e sua aplicação, terá uma ideia de como são os processos de conformação dos dentes de engrenagens e saberá identificar os sistemas e trens de engrenagens. Desse modo, fica evidente que, para atuar nesta área de projetos de transmissões, devemos nos atentar e dar importância a esses tópicos.

Não pode faltar

Tipos de engrenagens

Antes de falarmos sobre os tipos, queremos destacar que as engrenagens desempenham um papel fundamental como elementos de máquinas, sendo muito utilizadas em vários sistemas mecânicos, desde em um simples redutor até mesmo para as necessidades de transmissão de torque e rotações, sob condições de baixo nível de ruído e alta precisão de rotação. Também é importante definir o que são engrenagens: são elementos mecânicos compostos de rodas dentadas que se ligam a eixos, aos quais imprimem rotação e torque, transmitindo potência. Assim, precisamos entender que, para atender a essa ampla gama de aplicações, encontramos uma variedade de tipos de engrenagens e focaremos em quatro tipos principais: as engrenagens cilíndricas de dentes retos, as helicoidais, as cônicas e a que chamamos de par pinhão-coroa sem-fim. A Figura 1.2 nos mostra alguns tipos e tamanhos.

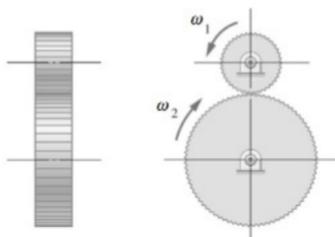
Figura 1.2 | Engrenagens



Fonte: Collins (2017, p. 495).

Engrenagens cilíndricas de dentes retos contêm dentes paralelos ao eixo de rotação e são utilizadas para transmitir movimentos angulares e principalmente rotações de um eixo para outro, paralelo ao primeiro, conforme apresenta a Figura 1.3. Essas engrenagens são as mais simples para entendimento e para fabricação e, por esse motivo, são as que usamos para desenvolver os conceitos e as relações cinemáticas primárias na forma de dente.

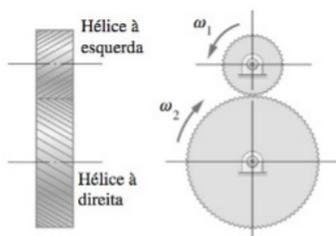
Figura 1.3 | Engrenagens cilíndrica de dentes retos externos



Fonte: Collins (2017, p. 495).

As engrenagens helicoidais contêm dentes inclinados com relação ao eixo de rotação, em que a inclinação desses dentes também pode ser gerada na forma de uma reta ou em uma hélice. A Figura 1.4 nos apresenta a engrenagem cilíndrica helicoidal.

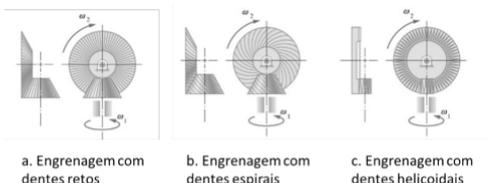
Figura 1.4 | Engrenagem helicoidal



Fonte: Collins (2017, p. 495).

Essas engrenagens podem ser utilizadas nas mesmas aplicações que as engrenagens de dentes retos, mas com a vantagem de ter o nível de ruído muito menor e, por termos os dentes de forma inclinada, teremos outros tipos de forças que destacaremos mais adiante neste livro. As engrenagens cônicas têm dentes que podem ser retos, espirais e helicoidais (vide Figura 1.5, letras (a), (b) e (c), respectivamente), formados em superfícies cônicas, e são utilizadas principalmente para transmitir movimentos entre eixos que se cruzam.

Figura 1.5 | Engrenagem cônica de dentes retos

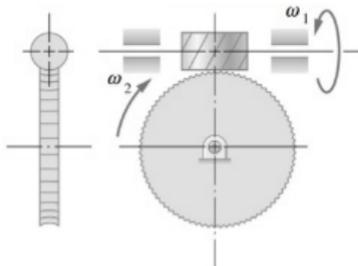


Fonte: adaptada de Collins (2017, p. 495).

As engrenagens cônicas mostradas na Figura 1.5 são todas com eixos que se cruzam, porém, existem outros tipos mais complexos em que podemos deslocar os eixos ou até mesmo incliná-los (dentes hipoidais e espiroidais), mas procuramos evitar esses tipos, pois apresentam um alto grau de complexidade de fabricação e exigem equipamentos especiais com alto valor de investimento.

Observamos, pela Figura 1.6, que o par pinhão-coroa sem-fim se parece com um parafuso. Assim, o elemento motor desse tipo de engrenamento é constituído de uma rosca que transmite potência para uma roda chamada coroa. Os eixos que constituem o engrenamento são reversos, normalmente a 90 graus, e aplicamos em sistemas que necessitam grandes reduções (quando as suas razões de velocidade dos dois eixos forem na faixa de três ou mais) e precisão na transmissão e no controle de folgas entre os dentes.

Figura 1.6 | Par pinhão-coroa sem-fim



Fonte: Collins (2017, p. 497).



Refleta

Com esses quatro tipos de engrenamento conseguimos atender a grande maioria de aplicações de sistemas mecânicos. Com essa grande diversidade, como poderemos determinar o melhor tipo? Para qual aplicação? Quais características devemos observar para escolher o tipo?

Relações de transmissão indicadas

As relações de transmissão estão relacionadas entre o que chamamos de roda motora e roda movida. A roda motora é aquela em que temos a entrada da fonte de rotação que está normalmente associada ao motor, e a roda movida é a que recebe e transmite a rotação a outro eixo. Então, a razão entre as velocidades da roda motora e da movida é chamada de relação de transmissão e normalmente usamos o símbolo (i). Assim, podemos apresentar a equação a seguir, que define a relação de transmissão:

$$i = \frac{\text{número de dentes da engrenagem movida}}{\text{número de dentes da engrenagem motora}} = \frac{N_2}{N_1}$$



Exemplificando

Para um melhor entendimento, a relação de transmissão indicada é diretamente proporcional ao número de dentes ou até mesmo aos diâmetros primitivos das engrenagens. Logo, se temos uma engrenagem motora com 12 dentes (N_1) e uma engrenagem movida com 36 dentes (N_2), a nossa relação de transmissão (i) será:

$$i = \frac{N_2}{N_1} = \frac{36}{12} = 3$$

Na prática, podemos entender que, para um giro completo da engrenagem movida, teremos três giros completos da engrenagem motora.

Conformação de dentes de engrenagens

A conformação de dentes de engrenagens está ligada a uma série de fatores, tais como material da engrenagem, tipo de dente, dimensões, precisão, nível de ruído, acabamento e custo. Desse modo, podemos agrupar alguns tipos de conformação aliados a processos de fabricação. Temos engrenagens de material metálico que podemos usar em processos de fundição para formar os dentes e, geralmente, o nível de precisão e de acabamento são baixos, tornando-se, muitas vezes, necessário utilizarmos mais algum outro processo de fabricação, como *shaving* (raspagem do dente), retífica do dente e formação do dente com processos de gerodenteação, para terminar a conformação dos dentes.

Engrenagens geralmente pequenas e com poucos esforços podem ser feitas à base de polímeros, e, assim, usar processos de fabricação via injeção (com injetoras de plástico, por exemplo). Consegue-se normalmente ótimos níveis de precisão e de acabamento e um custo relativamente baixo, se considerarmos um alto volume de fabricação. A Figura 1.7 mostra um processo de fundição de engrenagem.

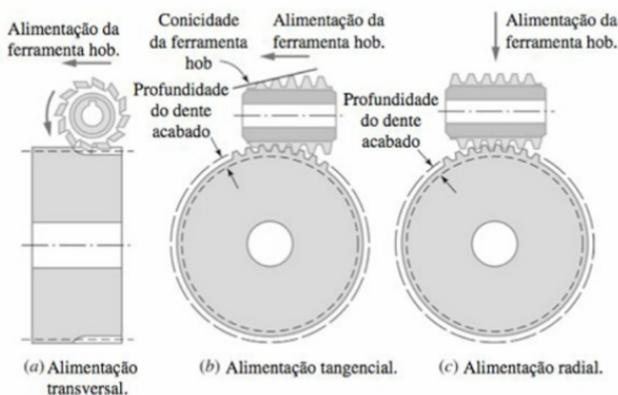
Figura 1.7 | Fundição de engrenagem



Fonte: adaptada de <http://users.xplornet.com/~rwenig/Some%20of%20my%20castings/casting%20a%203%20inch%20gear.jpg>. Acesso em: 16 out. 2018.

Outro processo de conformação de engrenagens muito usual é o de usinagem, dentro do qual temos dois tipos principais: um por fresagem com uma fresa de forma e outro por geração do dente de engrenagem, sendo este último o de maior precisão e utilizado para médios a altos volumes de produção. Os processos de geração são baseados em ferramentas com um perfil apropriado ao tipo e ao tamanho do dente. Temos diversos processos de geração que dependem do tipo de máquina e formato geral da engrenagem. A Figura 1.8 nos mostra um processo de conformação de dentes retos com ferramenta tipo hob.

Figura 1.8 | Processo de conformação de dentes de engrenagem tipo hob



Fonte: Collins (2017, p. 514).



Dica

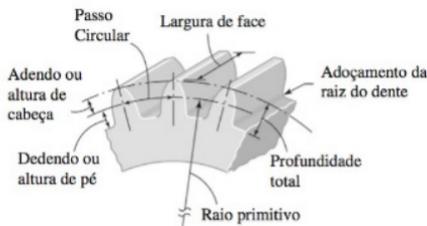
Os processos de geração de engrenagens, nos dias de hoje, podem ser combinados com outros tipos de processos, visando uma melhor geometria do conjunto e melhor qualidade dimensional. O vídeo indicado a seguir apresenta uma máquina combinada para tornear, conformar os dentes de engrenagens, chanfrar e outros processos para retirar a peça da máquina.

GLEASON CORPORATION. Gleason Agilus 180TH – combined machine – Turning/Hobbing/Chamfering/Deburring. 18 jun. 2014.

Sistemas de engrenagens

O sistema de engrenagens ou sistema de dentes é um padrão que especifica as relações envolvendo características dimensionais, sendo o adendo, dedendo, profundidade do dente, espessura do dente e ângulo de pressão, apresentados na Figura 1.9.

Figura 1.9 | Nomenclatura parcial para engrenagens



Fonte: adaptada de Collins (2017, p. 514).

Os padrões foram pensados para obter a intercambialidade de engrenagens de quaisquer números de dentes, porém, com o mesmo ângulo de pressão e passo. Visando essa padronização, foi criada a *American Gear Manufactures Association* (AGMA), uma associação focada nas questões de padronização e cálculo de engrenagens em geral. A Figura 1.10 apresenta duas características importantes, sendo o passo diametral (P , dentes por polegada) e o módulo (m , milímetros por dente).

Figura 1.9 | Nomenclatura parcial para engrenagens

Passo diametral P (dentes/in)	
Grosso	2, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16
Fino	20, 24, 32, 40, 48, 64, 80, 96, 120, 150, 200
Módulos m (mm/dente)	
Preferidos	1, 1,25, 1,5, 2, 2,5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Próxima escolha	1,125, 1,375, 1,75, 2,25, 2,75, 3,5, 4,5, 5,5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 679).



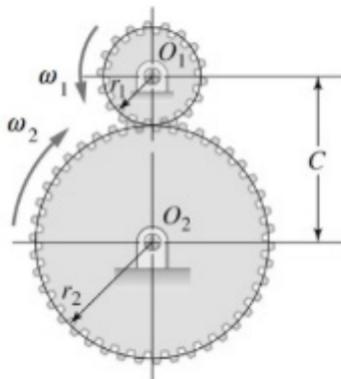
Dica

No site da AGMA, encontramos diversas outras informações e normas sobre as engrenagens nos mais diversos tipos. Assim, adotaremos aqui em nosso livro os métodos dessa organização.

Trens de engrenagens

O par de engrenagens em contato, como na Figura 1.10, é chamado de engrenamento ou engrazamento e é a forma mais simples de um trem de engrenagens.

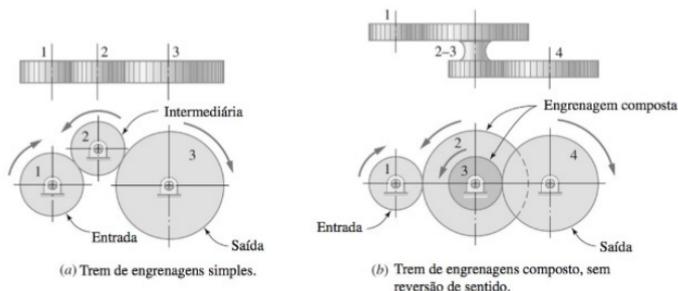
Figura 1.10 | Engrenamento de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos



Fonte: adaptada de Collins (2017, p. 493).

Podemos então considerar que um trem de engrenagens é uma sequência de várias engrenagens acopladas de tal forma que a velocidade de saída, o torque ou o sentido de rotação desejados são obtidos utilizando-se condições de entrada específicas. Podem ser usados diversos tipos de arranjos e sequências de engrenagens para alcançar os objetivos de projeto. É importante, em questões ligadas a trens de engrenagens, sermos capazes de determinar prontamente a intensidade e o sentido da velocidade angular da engrenagem de saída, conhecida a velocidade de entrada, para qualquer tipo de arranjo de trens de engrenagens. Os trens de engrenagens podem ser classificados em simples (quando existe apenas uma engrenagem no mesmo eixo) ou compostos (quando temos duas ou mais engrenagens solidárias em um mesmo eixo). A Figura 1.11 apresenta essas duas classificações.

Figura 1.11 | Trens de engrenagens simples e composto



Fonte: adaptada de Collins (2017, p. 499).

Para encontrarmos as velocidades, como citado anteriormente, devemos usar a razão de redução para uma engrenagem em um trem, em que todas as engrenagens têm eixos de rotação fixos no espaço. Usamos a seguinte equação:

$$\frac{\omega_{saída}}{\omega_{entrada}} = \frac{n_{saída}}{n_{entrada}} = \left| \frac{\text{produto do número de dentes das engrenagens motoras}}{\text{produto do número de dentes das engrenagens movidas}} \right|$$

Em que ω refere-se às velocidades angulares, n equivale às rotações e o sinal negativo é para aplicações de engrenamentos externos, que é o nosso caso. No caso de rotações no sentido anti-horário, devemos considerar como positivo e, para sentido horário, como negativo.



Assimile

Então, lembre-se de que a relação de transmissão é a razão entre os números de dentes, abreviada com a letra (i). Agora, podemos também definir como o valor do trem de engrenagem a letra (e), como:

$$e = \left| \frac{\text{produto do número de dentes das engrenagens motoras}}{\text{produto do número de dentes das engrenagens movidas}} \right|$$

Trens de engrenagens são utilizados na maioria dos casos em transmissões que necessitam de alterações de rotação e de alterações das relações de transmissão.

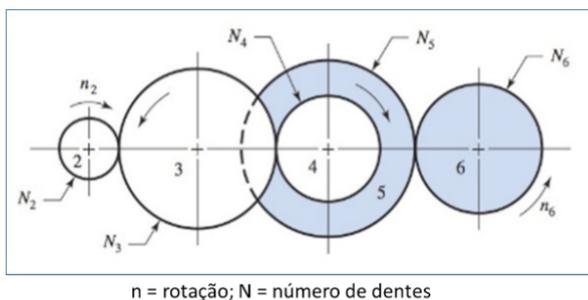
Sem medo de errar

Atuando em uma empresa fabricante de transmissões automotivas, você recebeu a solicitação de seu gestor para realizar a análise de um trem de engrenagens, com foco em determinar o tipo de engrenagem e na relação de transmissão de cada par de engrenagens. Também precisará apresentar uma

sugestão de conformação dos dentes e prever a razão de transmissão desse trem de engrenagens.

O trem de engrenagens apresenta as seguintes características: rotação de entrada de 200 rpm, e números de dentes $N_2=25$; $N_3=60$; $N_4=40$; $N_5=80$; $N_6=50$. Observou-se que os dentes feitos de metal não estão paralelos ao eixo e deseja-se um nível de ruído baixo com grande precisão (Figura 1.1).

Figura 1.1 | Representação do trem de engrenagens: disposição



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 682).

Em primeiro lugar, avaliando as informações da situação exposta, consideraremos as análises indicadas a seguir.

Análise do tipo de engrenagem:

Como os dentes não estão paralelos aos eixos, com a disposição acima do trem de engrenagem, e deseja-se um nível de ruído baixo, podemos concluir que o único tipo de engrenagem que se enquadra é a engrenagem cilíndrica com dentes helicoidais.

Análise do tipo de conformação:

Temos então o tipo helicoidal, precisamos de baixo nível de ruído, alta precisão e de material metálico, então vamos determinar que o tipo de conformação será pelo processo de geração.

Análise das relações de transmissão:

Em um primeiro momento analisaremos as relações a cada par de engrenagens (porque usaremos no desenvolvimento da solução), então utilizaremos a equação a seguir, sendo:

$$i = \frac{\text{número de dentes da engrenagem movida}}{\text{número de dentes da engrenagem motora}} = \frac{N_2}{N_1}$$

Para resolvermos, devemos seguir passo a passo o trem de engrenagens, sendo:

$$i_2 = \frac{N_3}{N_2} = \frac{60}{25} = 2,4 ; i_3 = \frac{N_4}{N_3} = \frac{40}{60} = 0,67 ; i_4 = \frac{N_5}{N_4} = \frac{80}{40} = 2,0 ;$$

$$i_6 = \frac{N_6}{N_5} = \frac{50}{80} = 0,63$$

Observe que no momento em que o valor de i é maior do que um, temos uma ampliação e, quando i é menor do que um, temos uma redução da razão de transmissão.

Finalmente, precisamos determinar a rotação de saída depois de todas essas ampliações e reduções. Logo, usamos a seguinte equação:

$$\frac{\omega_{saída}}{\omega_{entrada}} = \frac{n_{saída}}{n_{entrada}} = \left| \frac{\text{produto do número de dentes das engrenagens motoras}}{\text{produto do número de dentes das engrenagens movidas}} \right|$$

Então:

$$\eta_6 = - \left| \frac{N_2}{N_3} \cdot \frac{N_3}{N_4} \cdot \frac{N_5}{N_6} \right| \cdot \eta_2$$

$$\eta_6 = - \left| \frac{25}{60} \cdot \frac{60}{40} \cdot \frac{80}{50} \right| \cdot 200$$

$$\eta_6 = -200rpm$$

Concluindo, conseguimos determinar o tipo de engrenagem e o tipo de conformação, avaliando as características qualitativas apresentadas e, aplicando as Equações 1.1 e 1.2, determinamos as relações de transmissão em cada eixo. Assim, no final do trem de engrenagem, encontramos a rotação de saída, com valor de 200 rpm.

Avançando na prática

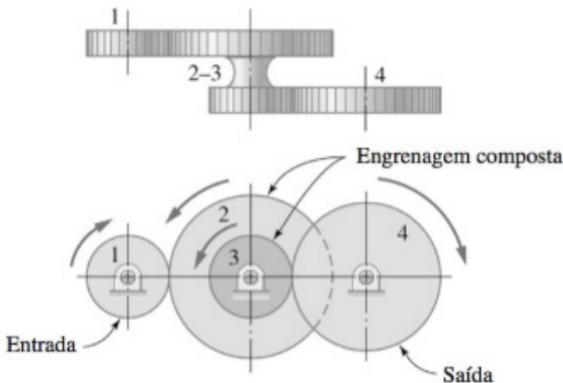
Alteração de rotação de um trem de engrenagens

Descrição da situação-problema

Encontramos um redutor de velocidades em uma empresa que utiliza muitas esteiras transportadoras de caixas e que não está apropriado para uma nova necessidade, portanto, será necessário efetuar uma alteração. A rotação de entrada é de 500 rpm e desejamos que a rotação de saída seja reduzida em 50%. Qual alteração será necessária? Para isso, o trem de engrenagens

a seguir tem os respectivos números de dentes: $N_1=30$; $N_2=100$; $N_3=70$; $N_4=60$. A Figura 1.13 apresenta a disposição do trem de engrenagens.

Figura 1.12 | Disposição do trem de engrenagens



Fonte: adaptada de Collins (2017, p. 499).

Resolução da situação-problema

Para a solução, devemos retomar a equação apresentada previamente no item *Não pode faltar*, sendo:

$$\frac{\omega_{saída}}{\omega_{entrada}} = \frac{n_{saída}}{n_{entrada}} = - \left| \frac{\text{produto do número de dentes das engrenagens motoras}}{\text{produto do número de dentes das engrenagens movidas}} \right|$$

$$\frac{\eta_{saída}}{\eta_{entrada}} = - \left| \frac{N_1 \cdot N_3}{N_2 \cdot N_4} \right|$$

$$\frac{\eta_{saída}}{500} = - \left| \frac{30 \cdot 70}{100 \cdot 60} \right| = 175rpm$$

Como encontramos o valor atual de saída e precisamos reduzi-lo em 50%, o novo valor é de 87,5 rpm. Voltando à equação anterior e alterando somente a engrenagem de saída (N_4), então:

$$\frac{87,5}{500} = - \left| \frac{30 \cdot 70}{100 \cdot N_4} \right|$$

$$N_4 = 120$$

Concluindo, precisamos somente alterar a engrenagem de saída N_4 para termos uma redução de 50% na rotação de saída do redutor.

1. Para atender a uma ampla gama de aplicações, encontramos uma variedade de tipos de engrenagens e focaremos em quatro tipos principais: as engrenagens cilíndricas de dentes retos, as helicoidais, as cônicas e a que chamamos de par pinhão-coroa sem-fim. A figura a seguir mostra alguns tipos e tamanhos.

Figura | Engrenagens



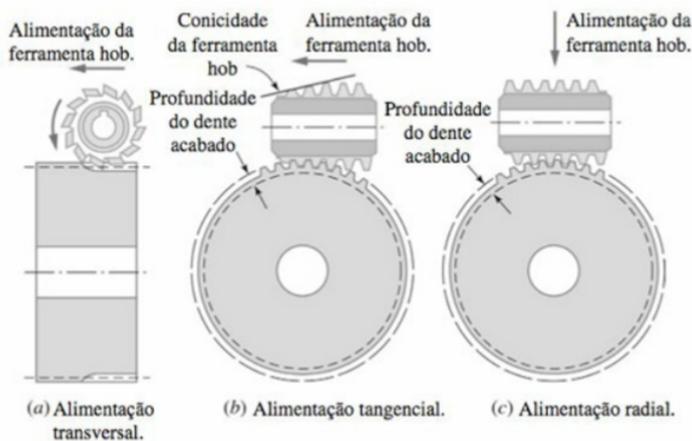
Fonte: Collins (2017, p. 495).

Sabemos que temos quatro tipos principais de engrenagens. Qual é a diferença principal entre eles?

- a) A relação de transmissão.
- b) O tipo de material aplicado na engrenagem.
- c) O posicionamento dos dentes em relação aos eixos de rotação e superfície.
- d) O processo de fabricação.
- e) A distância entre centros do trem de engrenagem.

2. Dentro do processo de usinagem de dentes de engrenagens temos dois tipos principais: um por fresagem com uma fresa de forma e outra por geração do dente de engrenagem (em que, comparativamente com a fresagem com fresa de forma, tem um volume de produção maior), sendo este último o de maior precisão e utilizado de médios a altos volumes de produção. Os processos de geração são baseados em ferramentas com um perfil apropriado ao tipo e ao tamanho do dente. Temos diversos processos de geração que dependem do tipo de máquina e do formato geral da engrenagem. A figura mostra um processo de conformação de dentes retos com ferramental tipo hob.

Figura | Processo de conformação de dentes de engrenagem tipo hob



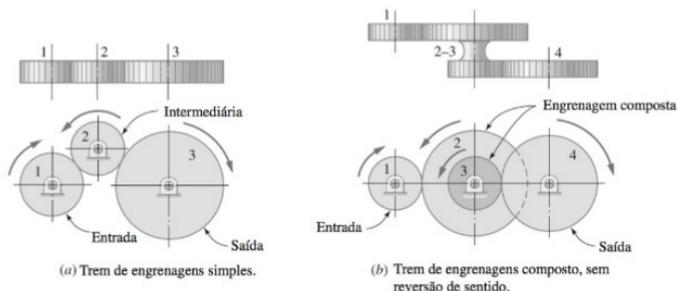
Fonte: Collins (2017, p. 514).

Considerando os processos de fresamento por forma e por geração, escolha uma das alternativas a seguir que representa uma afirmação correta.

- a) O fresamento por geração é um processo mais lento do que o de forma, porque faz vários dentes de cada vez.
- b) A velocidade de produção com fresamento por forma e por geração é o mesmo.
- c) O processo de geração não consegue a mesma precisão do fresamento por forma.
- d) O fresamento por forma é um processo mais lento do que o de geração, porque faz um dente de cada vez.
- e) Todo processo de fabricação de dentes de engrenagens deve ser feito devagar.

3. Podemos considerar que um trem de engrenagens é uma sequência de várias engrenagens acopladas de tal forma que a velocidade de saída, o torque ou o sentido de rotação desejados são obtidos, utilizando-se condições de entrada específicas. Podem ser usados diversos tipos de arranjos e sequências de engrenagens para se alcançar os objetivos de projeto. A respeito das questões ligadas a trens de engrenagens, é importante sermos capazes de determinar prontamente a intensidade e o sentido da velocidade angular da engrenagem de saída, conhecida a velocidade de entrada, para qualquer tipo de arranjo de trens de engrenagens. Os trens de engrenagens podem ser classificados em simples ou compostos. A figura a seguir apresenta essas duas classificações.

Figura | Trens de engrenagens simples e composto



Fonte: adaptada de Collins (2017, p. 499).

Para encontrarmos as velocidades, como citado anteriormente, devemos usar a razão de redução para uma engrenagem em um trem, em que todas as engrenagens têm eixos de rotação fixos no espaço, e a equação a seguir:

$$\frac{\omega_{saída}}{\omega_{entrada}} = \frac{n_{saída}}{n_{entrada}} = - \left| \frac{\text{produto do número de dentes das engrenagens motoras}}{\text{produto do número de dentes das engrenagens movidas}} \right|$$

Em que ω refere-se às velocidades angulares, n às rotações e o sinal negativo é para aplicações de engrenamentos externos, que é o nosso caso.

A partir da análise da equação fornecida no texto-base, por que podemos concluir que as razões de velocidade são compatíveis com as relações de dentes de engrenagens?

- a) Porque os dentes podem ser gerados com tamanhos diferentes e assim provocar um bom engrenamento.
- b) Porque sabemos que o número de dentes de uma engrenagem define o tamanho da engrenagem e, assim, a variação entre esses tamanhos nos apresenta as variações de velocidades angulares e de rotação.
- c) Porque entendemos que o número de dentes deve estar disposto de forma a atender a rotação e a velocidade angular.
- d) Porque em um trem de engrenagens temos diversos tipos de dentes e estes são espaçados de forma irregular.
- e) Porque a velocidade angular e a rotação são inversamente proporcionais e, assim, estão relacionadas com o número de dentes de uma engrenagem.

Equações para cálculos de engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas helicoidais

Diálogo aberto

Muitas vezes não paramos para observar os avanços tecnológicos ao nosso redor, como os meios de transporte. Mas você já se perguntou quais são os elementos necessários para o funcionamento de um motor de automóvel ou de um navio? Como são projetados? Suas características? Nesta seção vamos aprender que, para o funcionamento de motores, são necessários diversos elementos, tais como as engrenagens de dentes retos. Conheceremos as equações de cálculos para as engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais, com foco nas características geométricas, flexão e durabilidade superficial dos dentes, equações sobre tensões e resistência e, claro, sobre o dimensionamento destas. Veja que a aplicação de cálculos de engrenagens é muito comum nos dias de hoje, pois praticamente todo equipamento mecânico que tem um controle de velocidade com torque normalmente usa um conjunto ou mais de pares de engrenagens, em virtude da alta eficiência e do baixo custo, quando comparado com outras tecnologias. Para uma visão mais abrangente, encontramos estes sistemas em automóveis, que chamamos de transmissão manual ou transmissão automática.

Você foi contratado como engenheiro projetista em uma empresa fabricante de transmissões automotivas com um vasto parque de equipamentos de fabricação de engrenagens e extremamente verticalizada em seus processos. Nesse cargo é fundamental que você tenha conhecimento sobre as características geométricas, sobre aplicação de equações de dimensionamento, sobre avaliação de resultados das equações de flexão, tensão e resistência e também sobre a durabilidade superficial.

Você foi acionado por seu gestor, que solicitou a avaliação de um par de engrenagens de uma transmissão com cinco velocidades e, em especial, um par engrenado que tem a função de transmitir torque no sentido da marcha à ré, usando os conceitos das equações de Lewis e da metodologia da *American Gear Manufacturers Association* (AGMA). Assim, você deverá apresentar um relatório para um mesmo par de engrenagens e os cálculos referentes à flexão e desgaste, para o método de Lewis, utilizando as unidades do SI.

Você recebeu uma ficha com os seguintes dados obtidos do par de engrenagens:

- Módulo = 5.
- Face de 42 mm.
- $z_1 = 19$ dentes e $z_2 = 50$ dentes.
- Ângulo de pressão 20° .
- Aço AISI 1020, na condição de laminação e dentes fresados.
- Velocidade = 27 rps (rotações por segundo).
- Diâmetro primitivo = 95 mm.
- $V = 7,65$ m/s.
- Carga tangencial de 2000 N.
- $Y = 0,314$.

Para o aço AISI 1020, a resistência ao escoamento é igual a 201 MPa e a tensão de contato é igual a 235 MPa. Ao final desta seção, você terá condições de aplicar diversos cálculos sobre engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais, com foco nas características geométricas, na aplicação das equações de flexão de Lewis, além de entender a importância da durabilidade superficial dos dentes e aplicar as equações de tensão e resistência através do método da AGMA, tudo isto para obter um dimensionamento apropriado de engrenagens de dentes retos e helicoidais, o que vai ajudá-lo a encontrar soluções para diversas situações industriais envolvendo estes tipos de elementos de máquinas.

Você vai perceber que é muito importante aplicar corretamente as equações demonstradas no projeto de engrenagens de dentes retos e helicoidais, pois devemos eliminar as falhas de dimensionamento para, com isto, termos um baixo custo nas aplicações.

Vamos lá!

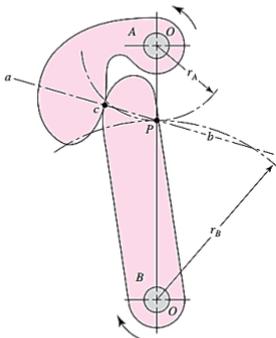
Não pode faltar

Características geométricas

Uma das exigências básicas para a geometria dos dentes de engrenagem é que se desenvolva uma relação de velocidades angulares que seja constante. Aqui devemos lembrar que existem as imprecisões dos processos

de fabricação e as deformações que causarão ligeiros desvios na relação de velocidades, porém os perfis para a geometria dos dentes são baseados em curvas teóricas que atendem a este critério, que denominamos ação conjugada de um par de dentes de engrenagens. Este tipo de curvas teóricas, na grande maioria dos casos, é chamado de perfil de involuta (curva que se faz sobre a superfície tangente de outra curva e intercepta ortogonalmente as retas geradoras) ou perfil de evolvente e é baseado na teoria de cames e tem a razão de velocidades mantida. A Figura 1.13 apresenta dois cames em contato com perfil de evolvente.

Figura 1.13 | Came com perfil evolvente em contato



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 659).

Toda a característica geométrica dos dentes de engrenagens retos e helicoidais tem como referência o perfil de evolvente, mas vale lembrar que existem outros tipos de perfis, para casos especiais de fabricação e, como são muito pouco utilizados, vamos manter nosso foco nos perfis de evolventes. Budynas e Nisbett (2016) indicam que

“O círculo primitivo ou de passo é um círculo teórico sobre o qual todos os cálculos geralmente se baseiam; seu diâmetro é o diâmetro primitivo. Os círculos primitivos de um par de engrenagens engrazadas são tangentes entre si. O pinhão é a menor das duas engrenagens. A maior é frequentemente chamada de coroa. (BUDYNAS; NISBETT, 2016, p. 658)

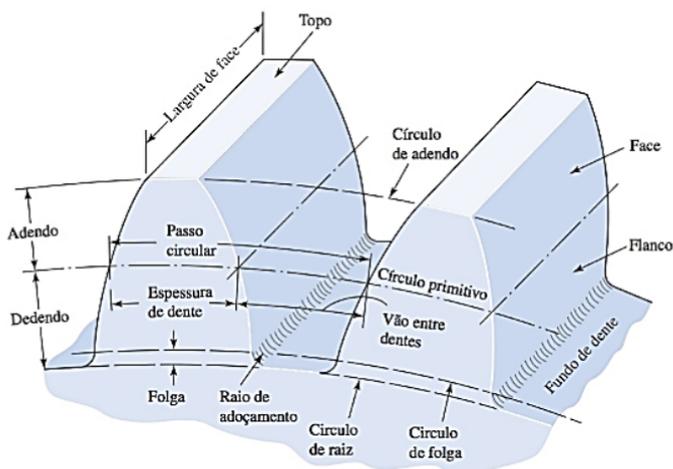


Pesquise mais

Recomendamos a pesquisa sobre a nomenclatura dos dentes de engrenagens, através da revisão bibliográfica apresentada ao final da unidade.

Veja a Figura 1.14 a seguir que apresenta a nomenclatura para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Figura 1.14 | Nomenclatura de engrenagens de dentes retos



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 658).

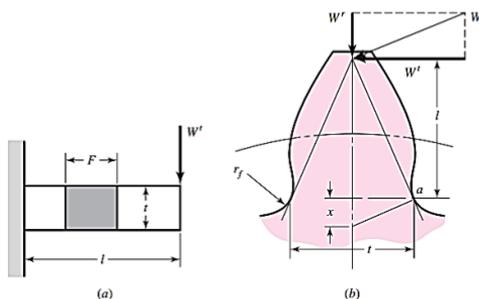
Você também poderá verificar o significado destas terminologias na página 658 do livro *Elementos de Máquinas de Shigley*.

BUDYNAS, R.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

Equação de flexão de Lewis

Antes de falarmos diretamente da equação de Lewis, precisamos entender que vamos aplicá-la visando uma análise sobre flexão. A falha por flexão ocorrerá quando a tensão significativa do dente (σ) for igual ou exceder à resistência ao escoamento ou ao limite de resistência à fadiga por flexão. Também nos estudos a seguir vamos simplificar as análises somente para dentes com profundidade nominal (sem correções) e um único ângulo de pressão. Com isso, vamos reduzir a necessidade de apresentarmos várias tabelas, mas sem prejuízo do aprendizado. A dedução da equação de Lewis baseia-se na Figura 1.15 que apresenta a nomenclatura básica.

Figura 1.15 | Nomenclatura para equação de Lewis



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 720).

Assim, temos duas formas de apresentar a equação de Lewis no sistema métrico:

$$\sigma = \frac{K_v \cdot W^t}{F \cdot m \cdot Y}$$

Em que: σ = tensão de flexão [MPa], W^t = força tangencial [N], F = largura da face [mm], m = módulo, Y = fator de forma de Lewis, $Y = \frac{2 \cdot x \cdot P}{3}$, em que P = passo diametral e $x = \frac{t^2}{\ell}$. Para t e ℓ , expressos em mm, vide Figura 1.16. Finalmente, K_v = fatores de velocidades.

Os valores de Y podem ser retirados da Tabela 1.2 | Valores do fator de forma Y de Lewis, que pode ser acessada através do QR Code que segue.



Para acessar as tabelas utilizadas nesta seção, utilize o link (<https://cm-kls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qr-code/2019-1/elementos-de-maquinas-ii/u1/s2/qr-code.pdf>) ou o QR Code.



Dica

Os fatores de velocidade (K_v), que são obtidos de equações específicas dependentes do tipo de acabamento e material de fabricação da engrenagem, podem ser obtidos na página 722 da obra *Elementos de Máquinas de Shigley*, de Budynas e Nisbett.

BUDYNAS, R.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

A equação de Lewis para passo diametral é:

$$\sigma = \frac{K_v \cdot W^t \cdot P}{F \cdot Y}$$

Durabilidade superficial

Agora vamos focar na questão de falhas na superfície do dente de engrenagens que, de forma geral, chamamos de desgaste. Da mesma forma que vimos em flexão, agora a falha por desgaste superficial (σ_c , chamada de tensão superficial de compressão) também ocorrerá quando for igual ou maior do que a resistência à fadiga superficial (que aparece em função da deflexão da superfície quando em contato com o outro dente e sobre tensão). Assim, podemos apresentar a equação que foi deduzida e adaptada da teoria de Hertz, sendo:

$$\sigma_c = -C_p \left[\frac{K_v \cdot W^t}{F \cdot \cos \phi} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Em que: ϕ = ângulo de pressão em graus, $r_1 = \frac{d_p \cdot \text{sen} \phi}{2}$, $r_2 = \frac{d_G \cdot \text{sen} \phi}{2}$

e r_1 e r_2 são, respectivamente, as relações geométricas para engrenagem menor e maior, d_p = diâmetro primitivo da engrenagem menor em mm, d_G = diâmetro primitivo da engrenagem maior em mm e $-C_p$ = coeficiente elástico, sendo valor negativo por ser caracterizado como compressão e definido pela equação a seguir:

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Em que: ν_p = coeficiente de Poisson para engrenagem menor e ν_G = coeficiente de Poisson para engrenagem maior, e E_p e E_G são as constantes elásticas das matérias da engrenagem menor e maior, respectivamente, em Pa. Esses valores de coeficiente de Poisson e os valores de constante elástica são facilmente encontrados em diversos livros sobre materiais e resistência de materiais e também na obra *Elementos de Máquinas de Shigley*, de Budynas e Nisbett (2016, p. 1007). Além disso, também é possível utilizar a Tabela 1.3, no anexo, que deve ser acessada através do QR Code.



Exemplificando

Vamos ilustrar este conceito com um exemplo simples, com uma aplicação do dia a dia de um profissional de projetos.

Uma engrenagem cilíndrica de dentes retos com um módulo = 3, uma face de 44 mm, 18 dentes, ângulo de pressão 20° e aço AISI 1030 será engrenada com uma outra de 50 dentes, em ferro fundido ASTM – 50, com uma carga tangencial de 1800 N. Vamos calcular a tensão de falha superficial e comparar com a tensão do material da engrenagem maior. Use as seguintes constantes elásticas para os materiais: $E_p = 206GPa, \nu_p = 0,289$ e $E_G = 105GPa, \nu_G = 0,214$, $r_1 = 9,23mm$ e $r_2 = 25,31mm$ para a engrenagem menor e para a maior, respectivamente. Para $F = 38mm$ e $K_v = 1,6$ e resistência a fadiga do ferro fundido em 575 MPa. Calculando:

$$C_p = \left\{ \frac{1}{\pi \cdot \left[\frac{1 - 0,289^2}{206 \times 10^9} + \frac{1 - 0,214^2}{105 \times 10^9} \right]} \right\}^{\frac{1}{2}} = 153345,14$$

$$\sigma_c = -153345,14 \cdot \left[\frac{1,6 \cdot 1800}{0,038 \cdot \cos 20^\circ} \cdot \left(\frac{1}{0,00923} + \frac{1}{0,2531} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = -461,5 MPa$$

Como conclusão, veja que a resistência à fadiga do ferro fundido é 575 MPa e, portanto, é maior do que a tensão por falha de desgaste superficial calculada, que é de 461,5 MPa. Assim, o projeto está adequado. Caso encontrássemos um valor da tensão por falha de desgaste superficial maior do que a resistência por fadiga do ferro fundido, deveríamos rever o projeto até que a condição inicial fosse atendida.

Equações de tensões (AGMA)

A *American Gear Manufacturers Associations* (AGMA) contém uma metodologia de cálculo de engrenagens muito utilizada no mundo inteiro e, por isso, vamos apresentá-la aqui. Para que não haja muita confusão na simbologia, adaptaremos algumas às que já estamos usando nesta unidade de ensino. As equações de tensão também são duas, uma para flexão (σ) e outra para desgaste (σ_c), sendo:

$$\sigma = \begin{cases} W^t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{P_d}{F} \cdot \frac{K_m \cdot K_B}{J} & (\text{unidades no sistema americano}) \\ W^t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{1}{b \cdot m_t} \cdot \frac{K_H \cdot K_B}{Y_j} & (\text{unidades SI}) \end{cases}$$

$$\sigma_c = \begin{cases} C_p \cdot \sqrt{W^t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{K_m \cdot C_f}{d_p \cdot F} \cdot \frac{C_f}{I}} & (\text{unidades no sistema americano}) \\ Z_E \cdot \sqrt{W^t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{K_H \cdot Z_R}{d_{w1} \cdot b} \cdot \frac{Z_I}{Z_I}} & (\text{unidades no SI}) \end{cases}$$

Para unidades inglesas (unidades SI), temos:

W^t = força tangencial transmitida em lbf (N).

K_o = fator de sobrecarga; K_v = fator dinâmico; K_s = fator de tamanho.

P_d = passo diametral transversal; $F(b)$ = largura da face do membro mais estreito, em in (mm).

$K_m(K_H)$ = fator de distribuição de carga; $I(Z_I)$ = fator de espessura de aro (de borda).

$J(Y_J)$ = fator geométrico para a resistência flexional (que inclui o fator de concentração de tensão de adoçamento de raiz K_f).

m_t = módulo métrico transversal; $C_p(Z_E)$ = coeficiente elástico,

$$\sqrt{\frac{\text{lbf}}{\text{in}^2} \left(\sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)}.$$

$C_f(Z_R)$ = fator de condição superficial; $d_p(d_{w1})$ = diâmetro primitivo (de passo) da engrenagem menor, em in (mm); $I(Z_I)$ = fator geométrico para a resistência de desgaste.



Refleta

Imagine que um par de dentes de engrenagens em funcionamento vai sofrer um esforço em função do torque. Assim, como poderemos obter as forças envolvidas em um engrenamento? Elas podem ser resumidas em apenas uma de maior importância? Basicamente, essas forças estarão ligadas diretamente à flexão do dente e do desgaste?

Equações de resistência AGMA

Também aqui, nosso foco será nas tensões admissíveis para flexão (σ_{adm}) e para desgaste ($\sigma_{c,adm}$). Assim, temos:

$$\sigma_{adm} = \begin{cases} \frac{S_t \cdot Y_N}{S_F \cdot K_T \cdot K_R} & (\text{unidades no sistema americano}) \\ \frac{S_t \cdot Y_N}{S_F \cdot Y_\theta \cdot Y_Z} & (\text{unidades no SI}) \end{cases}$$

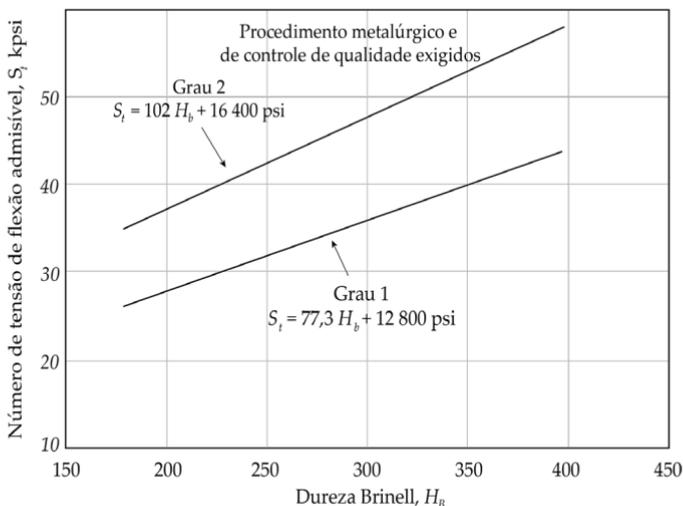
Para unidades inglesas (unidades SI), tem-se:

S_t = tensão de flexão admissível, $lbf/in^2 (N/mm^2)$; Y_N = fator de ciclagem de tensão para tensões de flexão; $K_T (Y_\theta)$ = fatores de temperatura; $K_R (Y_Z)$ = fatores de confiabilidade.

S_F = fator de segurança AGMA, uma razão de tensão.

A tensão de flexão admissível é função ao tipo de material e tratamento térmico empregado, assim, a Figura 1.16 apresenta a tensão de flexão admissível por dureza Brinell.

Figura 1.16 | Tensão de flexão admissível para aços endurecidos por completo



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 730).

Note que, na Figura 1.16, as unidades estão em sistema americano e, para o sistema SI, deve-se usar: $S_t = 0,533 \cdot H_B + 88,3 MPa$ para grau 1 e $S_t = 0,703 \cdot H_B + 113 MPa$ para grau 2, em que H_B = Dureza Brinell.

Agora para a tensão admissível de resistência à compressão (desgaste) ($\sigma_{c,adm}$), temos:

$$\sigma_{c,adm} = \begin{cases} \frac{S_c \cdot Z_H \cdot C_H}{S_H \cdot K_T \cdot K_R} & (\text{unidades no sistema americano}) \\ \frac{S_c \cdot Z_N \cdot Z_W}{S_H \cdot Y_\theta \cdot Y_Z} & (\text{unidades no SI}) \end{cases}$$

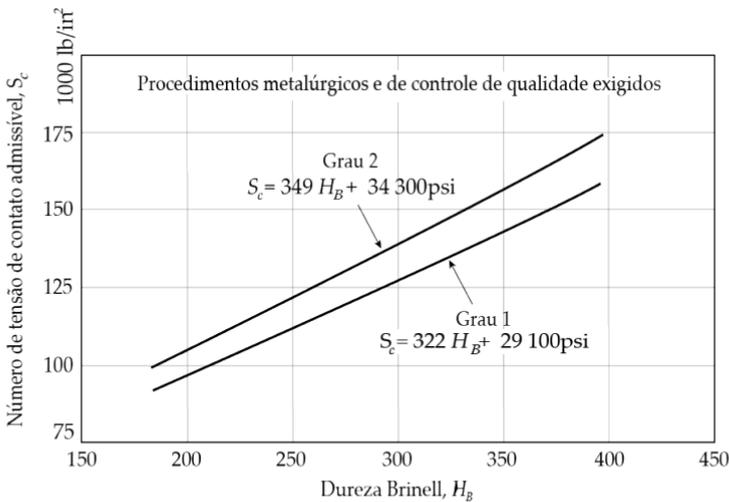
Em que, para unidades em sistema americano (unidades SI):

S_c = tensão de contato admissível, $\frac{lb_f}{in^2} \left(\frac{N}{mm^2} \right)$; Z_N = fator de ciclagem da tensão.

$C_H(Z_W)$ = fatores de razão de dureza para a resistência ao desgaste; S_H = fator de segurança AGMA, uma razão de tensão.

A tensão admissível de resistência ao desgaste também é função ao tipo de material e tratamento térmico empregado. A Figura 1.17 apresenta a tensão admissível de resistência ao desgaste.

Figura 1.17 | Tensão admissível de resistência ao desgaste para aços endurecidos por completo



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 733).

Note que, na Figura 1.17, as unidades estão em sistema americano e, para o sistema SI, deve-se usar: $S_c = 2,22 \cdot H_B + 200 \text{ MPa}$ para grau 1 e $S_c = 2,41 \cdot H_B + 237 \text{ MPa}$ para grau 2, em que H_B = Dureza Brinell.

Dimensionamento de engrenagens

Assim, para o dimensionamento de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais, devemos, em primeiro lugar, identificar as características de nomenclatura e usar formulários padrões encontrados na revisão

bibliográfica apresentada nesta unidade de ensino. Então, é necessário avaliar as questões de flexão e de desgaste dos dentes de engrenagens, sobre as quais apresentamos uma metodologia por Lewis e outra por AGMA. Deste modo, você poderá elaborar projetos de engrenagens com alto grau de precisão.



Assimile

Veja que temos duas formas de calcular as tensões: uma pelo método de Lewis e outra proposta pela AGMA. Ambas são válidas e muito usuais, mas comparativamente podemos observar que os resultados obtidos pelo método AGMA nos trazem um melhor resultado, em função dos diversos fatores de cálculos ponderados.



Pesquise mais

Para conhecer mais sobre os cálculos de flexão e desgaste de engrenagens de dentes retos, acesse na biblioteca virtual, as páginas 750 e 751 do livro *Elementos de Máquinas de Shigley*, de Richard G. Budynas e J. Keith Nisbett.

BUDYNAS, R.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

Sem medo de errar

Em uma empresa fabricante de transmissões automotivas, como engenheiro de projetos, você recebeu uma demanda do gestor para avaliar um par de engrenagens de uma transmissão com cinco velocidades e, em especial, um par engrenado que tem a função de transmitir torque no sentido da marcha à ré, usando os conceitos das equações de Lewis e da metodologia da AGMA. Assim, você deverá apresentar, para um mesmo par de engrenagens, os cálculos referentes à flexão e ao desgaste, para o método de Lewis, utilizando as unidades do sistema internacional. Dados do par de engrenagens: módulo = 5, face de 42 mm, $z_1 = 19$ dentes, e $z_2 = 50$ dentes, ângulo de pressão 20° , aço AISI 1020, na condição de laminação e dentes fresados, velocidade 27 rps (rotações por segundo), diâmetro primitivo = 95 mm, $V = 7,65$ m/s, carga tangencial de 2000 N, $Y = 0,314$. Para o aço temos: $E_p = 210\text{GPa}$, $\nu_p = 0,290$. Considere $r_1 = 10,2\text{mm}$ e $r_2 = 27,7\text{mm}$ e para o aço AISI 1020 temos a resistência ao escoamento em 201 MPa e tensão de contato em 235 MPa.

Solução:

$$K_v = \frac{6,1+V}{6,1}, (\text{para perfil fresado}), \text{onde } V = \text{velocidade em metros por segundo.}$$

(BUDYNAS; NISBETT, 2016, p. 722).

$$K_v = \frac{6,1+V}{6,1} = \frac{6,1+7,65}{6,1} = 2,25$$

Equação de Lewis, para flexão:

$$\sigma = \frac{K_v \cdot W^t}{F \cdot m \cdot Y} = \frac{2,25 \cdot 2000}{42 \cdot 5 \cdot 0,314} = 68,24 \text{ MPa.}$$

Equação de Lewis, para desgaste:

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ e } \sigma_c = -C_p \left[\frac{K_v \cdot W^t}{F \cdot \cos \phi} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \text{ então:}$$

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{1-0,290^2}{210 \times 10^9} + \frac{1-0,290^2}{210 \times 10^9} \right)} \right]^{\frac{1}{2}} = 191027,18$$

Lembre-se, aqui, de que os valores de $E_p, E_g, \nu_p, \text{ e } \nu_g$ são iguais porque os materiais das duas engrenagens são o aço.

$$\sigma_c = -191027,18 \cdot \left[\frac{2,25 \cdot 2000}{0,042 \cdot \cos 20} \cdot \left(\frac{1}{0,0102} + \frac{1}{0,0277} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = -747073794,30 \text{ Pa ou } -747,07 \text{ MPa.}$$

Em resumo, temos o seguinte:

$\sigma = 65,14 \text{ MPa}$ e tensão de escoamento de 201 MPa ; $65,14 < 201$, portanto, adequado.

$\sigma_c = 747,07 \text{ MPa}$ e tensão de contato em 235 MPa ; $747,07 > 235$, portanto, **não** adequado.

Podemos concluir que o projeto está adequado ao critério de tensão de flexão, mas para a tensão de contato, que é o critério para desgaste, não foi aprovado, significando que, se usarmos estas engrenagens, teremos um desgaste superficial elevado. Em um primeiro momento deveremos, então,

modificar o projeto até que a condição seja satisfeita. Por outro lado, é necessário avaliar se precisaremos buscar outras alternativas de análise, já que o par estudado é para o engrenamento da marcha à ré e sabemos que o uso é muito pequeno quando comparado à marcha à frente.

No momento não abordamos como exemplo o método da AGMA, pois precisaremos estudar os fatores ou coeficientes de cálculo que veremos na próxima seção.

Avançando na prática

Avaliação do fator de segurança de um par de engrenagens cilíndricas de dentes retos

Descrição da situação-problema

Em uma oficina mecânica, foi encontrada uma engrenagem de dentes retos com um dente quebrado em um redutor, e você foi contratado para avaliar se existe um erro de projeto ou mesmo mau uso do sistema. Assim, podemos nos perguntar: o que aconteceu no processo para apenas um dente da engrenagem ter quebrado? Como isso pode ser avaliado?

Da engrenagem existente, foram obtidos os seguintes dados: material aço AISI 1050, temperado e revenido com dureza Brinell de 235 HB e resistência ao escoamento de 717 MPa, módulo 4 mm, uma face de 40 mm, com 16 dentes ($Y = 0,296$), ângulo de pressão de 20° e profundidade do dente completa. Observou-se também que a velocidade é de 7 m/s e que o processo de fabricação e o perfil do dente retificado apresentam uma força tangencial em 2000 N, de acordo com a especificação do redutor.

Resolução da situação-problema

Como foi encontrada uma engrenagem com dente quebrado, podemos concluir que a tensão quanto à flexão foi ultrapassada e, assim, vamos usar a equação de Lewis, para tensão de flexão. Solução:

$$K_v = \sqrt{\frac{5,56 + \sqrt{V}}{5,56}} = \sqrt{\frac{5,56 + \sqrt{7}}{5,56}} = 1,22$$

Esta equação foi escolhida em função do perfil do dente ser retificado.

$$\sigma = \frac{K_v \cdot W^t}{F \cdot m \cdot Y} = \frac{1,22 \cdot 2000}{40 \cdot 4 \cdot 0,296} = 51,52 \text{ MPa}$$

Podemos, então, concluir que, para a força tangencial de projeto, a tensão de flexão de 51,52 MPa é muito menor do que a tensão de escoamento do material 717 MPa. Assim, houve um excesso de força aplicada neste par de engrenagens, o que provocou a falha. Logo, pode-se concluir que houve um mau uso do redutor.

Faça valer a pena

1. A falha por desgaste superficial (σ_c) também ocorrerá quando for igual ou maior do que a resistência à fadiga superficial. Assim, podemos apresentar a equação que foi deduzida e adaptada da teoria de Hertz, sendo:

$$\sigma_c = -C_p \left[\frac{K_v \cdot W^t}{F \cdot \cos \phi} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Em que: ϕ = ângulo de pressão em graus, $r_1 = \frac{d_p \cdot \text{sen} \phi}{2}$, $r_2 = \frac{d_G \cdot \text{sen} \phi}{2}$, d_p = diâmetro primitivo da engrenagem menor em mm, d_G = diâmetro primitivo da engrenagem maior em mm e $-C_p$ = coeficiente elástico.

Quais fatores precisamos usar para obter a tensão por desgaste superficial? Escolha a alternativa correta.

- a) Em função de fator de rotação, dimensional e força.
- b) Em função de um fator elástico, dimensional, material e força.
- c) Em função de um fator de temperatura, dimensional e material.
- d) Em função de um fator elástico, rotação, dimensional e material
- e) Em função de um fator dimensional e força.

2. Para o dimensionamento de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais, devemos, em primeiro lugar, identificar as características de nomenclatura e usar formulários padrões. Então, devemos avaliar as questões de flexão e de desgaste dos dentes de engrenagens, que apresentamos anteriormente através de uma metodologia desenvolvida por Lewis e outra pela metodologia AGMA.

Por que é necessário avaliar um projeto de engrenagens pelo critério de flexão e de desgaste? Analise as alternativas abaixo e escolha a correta.

- a) O critério de flexão avalia a possibilidade de variação de velocidade e o desgaste à vida útil.
- b) O critério de flexão avalia a possibilidade de deformação elástica do dente e o desgaste à vida útil.

- c) O critério de flexão avalia a possibilidade de deformação superficial e o desgaste para não ter ruído durante o uso.
- d) O critério de flexão avalia a possibilidade de quebra do dente e o desgaste para não ter ruído durante o uso.
- e) O critério de flexão avalia a possibilidade de quebra do dente e o desgaste à vida útil.

3. Uma das exigências básicas para a geometria dos dentes de engrenagem é que se desenvolva uma relação constante de velocidades angulares. Aqui devemos lembrar que existem as imprecisões dos processos de fabricação e as deformações que causarão ligeiros desvios na relação de velocidades, porém, os perfis para a geometria dos dentes são baseados em curvas teóricas que atendem a este critério que denominamos ação conjugada de um par de dentes de engrenagens. Esse tipo de curvas teóricas, na grande maioria dos casos, é chamado de perfil de involuta ou perfil de evolvente, baseado na teoria de cames e tem a razão de velocidades mantida.

Como a evolvente, baseando-se em perfis de cames, pode garantir que a razão de velocidades seja mantida? Avalie as alternativas abaixo e escolha a correta.

- a) Em função de cames ser um projeto mecânico com curvas hiperbólicas.
- b) Garante a velocidade constante pois a engrenagem motora é a que recebe o torque.
- c) Teremos no mínimo um ponto de contato que desliza de forma constante durante o movimento do par de engrenagens.
- d) Por termos números de dentes diferentes entre as engrenagens.
- e) Devido ao diâmetro primitivo baseado no módulo da engrenagem.

Fatores para cálculos de engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens cilíndricas helicoidais

Diálogo aberto

Prezado aluno, conforme vimos nas seções anteriores, os modos de falha mais prováveis em um projeto de conjunto de engrenagens são falhas por fadiga devido à flexão na raiz do dente ou por fadiga superficial devido à tensão de contato cíclica, que se dá pelo acoplamento repetitivo dos dentes das engrenagens. De forma geral, como qualquer outro elemento de máquina, o procedimento para projeto de engrenagens consiste no cálculo de parâmetros relacionados ao carregamento (tensões) e compará-los com as capacidades do elemento (limites de resistência), devido à geometria, material utilizado e ponto de operação até que se obtenha um fator de segurança adequado ou o nível de confiabilidade esteja de acordo com o desejado. Para tal, recomenda-se que o projetista consulte as normas AGMA atualizadas. Nesta seção, estudaremos os fatores propostos pela norma, que são utilizados para considerar variações no processo de fabricação, fatores dinâmicos na operação, variabilidade na resistência do material empregado para fabricação das engrenagens, variabilidades no ambiente, seja em relação à temperatura ou à lubrificação e, também, variabilidades na montagem.

Para empregar estes coeficientes e trabalhar com projeto e análise de engrenagens cilíndricas de dentes retos pela metodologia proposta pela AGMA, retomaremos a situação em que você é o engenheiro de projetos de uma empresa fabricante de transmissões automotivas e recebeu uma demanda do gerente para avaliar o par de engrenagens de uma transmissão com cinco velocidades e, em especial um par engrenado que tem a função de transmitir torque no sentido da marcha ré. Desta vez, você terá que avaliar o projeto considerando a metodologia AGMA, utilizando unidades no sistema internacional. São dados do projeto:

- Módulo: 5.
- Largura da face: 42 mm.
- z_1 : 19 dentes.
- z_2 : 50 dentes.
- Ângulo de pressão: 20°.

- Aço AISI 1020, na condição de laminação e dentes fresados.
- Velocidade: 27 rps (rotações por segundo).
- Diâmetro primitivo: 95 mm.
- Carga tangencial de 2000 N.
- Módulo de elasticidade do aço: 210 GPa.
- Coeficiente de Poisson: 0,29.
- Resistência ao escoamento: 201 MPa e tensão de contato: 235 MPa.

Quais os coeficientes AGMA a serem adotados no projeto? Qual o valor da tensão de flexão e tensão de contato encontradas para o projeto? Faça a comparação com os resultados obtidos aplicando o método anterior e apresente os cálculos de forma organizada, em um memorial de cálculo bem elaborado, ao seu gerente. Bom trabalho!

Não pode faltar

Vamos continuar a análise e projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais. O projeto visa, essencialmente, que os dentes da engrenagem sejam resistentes à flexão, bem como ao desgaste superficial, dois dos principais modos de falha em um conjunto de engrenagens. A falha devido à flexão ocorre se a tensão nos dentes de engrenagem for maior do que a tensão de escoamento do material ou ao limite de resistência à fadiga. No caso da falha superficial, esse fenômeno ocorre se a tensão se igualar ou for maior que o limite de resistência à fadiga superficial.

De forma simplificada, vamos avaliar os fatores levados em consideração para a análise do dente à flexão e quanto à durabilidade superficial.

Tomando primeiramente a flexão, podemos idealizar o dente de engrenagem como uma viga engastada carregada na extremidade. Lewis, em 1892, apresentou uma equação para se estimar a tensão de flexão levando em consideração a forma do dente, o fator Y. Assim como este fator é utilizado para introduzir o efeito da forma, os fatores AGMA I e J também possuem o mesmo objetivo, de forma mais elaborada; e são função da razão de contato com a face m_F , que é definido por:

$$m_F = \frac{F}{P_x}$$

em que F é a largura da face e P_x é o passo diametral. Neste livro, consideraremos que as engrenagens cilíndricas com dentes retos possuem $m_F = 0$ e as engrenagens helicoidais convencionais possuem $m_F > 1$.

O fator geométrico de resistência à flexão (J) é obtido por:

$$J = \frac{Y}{K_f m_N}$$

em que Y é fator de forma de Lewis modificado; K_f é o fator de correção de tensão; e m_N é o fator de razão de partilha de carga. Para engrenagens de dentes retos $m_N = 1$, e para engrenagens helicoidais com $m_F > 2$, m_N pode ser obtido por meio da equação:

$$m_N = \frac{P_N}{0,95Z}$$

em que P_N é o passo normal da base e Z é o comprimento da linha de ação no plano transversal. Para obter o fator geométrico J para engrenagens cilíndricas de dentes retos com ângulo de pressão de 20° e dentes de altura completa, utilize o gráfico da Figura A1.3.1, disponibilizadas no Anexo.



Para acessar as tabelas utilizadas nesta seção, utilize o link <https://cm-cls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qrcode/2019-1/elementos-de-maquinas-ii/u1/s3/qrcode.pdf>



Assimile

O fator geométrico J para engrenagens cilíndricas de dentes retos é determinado considerando-se o número de dentes do pinhão e da coroa. No caso de engrenagens helicoidais com ângulo de pressão normal de 20° é necessário, ainda, determinar um fator j' (função do número de dentes e do ângulo de hélice, designado por ψ), e para isso é necessário utilizar os gráficos da Figura A1.3.2 e Figura A1.3.3.

O fator geométrico I é denominado como fator geométrico de resistência à formação de cavidades e a equação deste fator pode ser escrita de duas formas:

Para engrenagens externas:
$$\frac{\cos \phi_t \operatorname{sen} \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1}$$

Para engrenagens internas:
$$\frac{\cos \phi_t \operatorname{sen} \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1}$$

Em que $m_N = 1$ para engrenagens cilíndricas de dentes retos e m_G é dado por:

$$m_G = \frac{N_G d_G}{N_P d_P}$$

De forma a se obter diferentes resultados provenientes da combinação de materiais de pinhão e coroa, a AGMA define um **coeficiente elástico** C_p que pode ser obtido da equação a seguir ou pela Tabela A1.3.1, disponível no Anexo.

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

Os **fatores dinâmicos** (K_v) são utilizados de forma a se considerar imprecisões na manufatura e no engranzamento de dentes de engrenagens. Para conseguir controle sobre estes efeitos, a AGMA definiu números de controle de qualidade ou número de grau de precisão da transmissão (Q_v), em que classes 3 a 7 incluem a maioria das engrenagens de qualidade comercial e as classes de 8 a 12 englobam as classes de qualidade onde se requer maior precisão e, conseqüentemente, custo de manufatura maior. Desta forma, temos que:

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{v_t}}{A} \right)^B, \text{ para } v_t \text{ em ft/min}$$

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200v_t}}{A} \right)^B, \text{ para } v_t \text{ em m/s}$$

em que v_t é a velocidade no diâmetro primitivo e os fatores A e B são calculados conforme equações a seguir:

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3}$$

Este coeficiente também pode ser obtido via gráfico (Figura A1.3.4.), considerando os valores de v_t (velocidade no diâmetro primitivo em ft/min) e número de grau de precisão da transmissão (Q_v) especificados no projeto.



Refleta

Imaginando o funcionamento de um trem de engrenagens cilíndricas de dentes retos, você consegue elencar quais são os fatores que produzem erro de transmissão? Qual é a definição física do erro de transmissão?

O **fator de sobrecarga** (K_o) tem o objetivo de considerar todas as cargas aplicadas externamente que excedam à carga tangencial nominal (W^t) em determinada aplicação, conforme indicado na Tabela 1.4 .

Tabela 1.4 | Fator de sobrecarga K_o (K_A)

Caráter do acionador principal	Caráter da carga na máquina acionada			
	Uniforme	Choques leves	Choques médios	Choques intensos
Uniforme	1,00	1,25	1,50	1,75 ou maior
Choques leves	1,10	1,35	1,60	1,85 ou maior
Choques médios	1,25	1,50	1,75	2,00 ou maior
Choques intensos	1,50	1,75	2,00	2,25 ou maior

Fonte: Budynas & Nisbett (2016, p. 775).

O **fator de condição de superfície** (C_f) é utilizado na equação de resistência à formação de cavidades e depende do acabamento superficial, tensões residuais e efeitos plásticos.

O **fator de tamanho** (K_s) considera a não uniformidade do material em função do tamanho e depende de diversos fatores, tais como tamanho do dente, diâmetro da peça, razão entre tamanho do dente e diâmetro da peça, largura da face, dentre outros. Este fator pode ser obtido a partir da equação a seguir ou ser adotado valor unitário ($K_s = 1$) se o efeito prejudicial do tamanho não ocorrer. Caso, pela equação, se obtenha valor inferior a 1, o valor de K_s a ser adotado deve ser igual a 1. Para simplificação, a Tabela 1.5 apresenta sugestões de fatores de forma a serem utilizados.

$$K_s = 1,192 \left(\frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

Tabela 1.5 | Fator de forma K_s

Passo diametral (P_d)	Módulo (m)	Fator de forma (K_s)
≥ 5	≤ 5	1,00
4	6	1,05
3	8	1,15
2	12	1,25
1,25	20	1,40

Fonte: Mott (2015, p. 389).

O **fator de distribuição de carga** (K_m) é utilizado nas equações de tensão para refletir a não uniformidade de distribuição de carga ao longo da linha de contato. Considerando $F/d \leq 2$, engrenagens montadas entre mancais e largura de face até 40 polegadas, o fator de distribuição de cargas é dado por:

$$K_m = 1 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

em que:

C_{mc} é o fator de correção de carga.

C_{pf} é o fator de proporção do pinhão.

C_{pm} é o módulo de proporcionalidade do pinhão.

C_{ma} é o fator de alinhamento das engrenagens.

C_e é o fator de correção do alinhamento.

Para dentes sem coroamento C_{mc} é igual a 1, e para dentes com coroamento, C_{mc} é igual a 0,8. C_{pf} é calculado de acordo com as seguintes condições:

$$F \leq 1 \text{ in: } \frac{F}{10d} - 0,025$$

$$1 < F \leq 17 \text{ in: } \frac{F}{10d} - 0,0375 + 0,0125F$$

$$17 < F \leq 40 \text{ in: } \frac{F}{10d} - 0,1109 + 0,0207F + 0,000228F^2$$

C_{pm} é determinado de acordo com as seguintes condições:

Pinhão montado entre mancais com $S_1/S < 0,175$: $C_{pm} = 1$

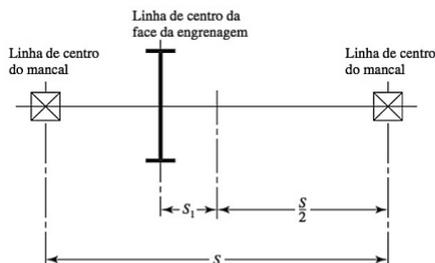
Pinhão montado entre mancais com $S_1/S \geq 0,175$: $C_{pm} = 1,1$



Exemplificando

A definição de S_1 e S é apresentada na Figura 1.18.

Figura 1.18 | Definição das distâncias S e S_1 para avaliação de C_{pm}



Fonte: Budynas & Nisbett (2016, p. 744).

Supondo uma situação em que a distância entre as linhas de centro dos mancais (S) seja 1,4 m e a linha de centro da face da engrenagem esteja a 0,8 m da linha de centro de um dos mancais:

$\frac{S}{2} = 0,7 \text{ m}$, com isso temos que: $S_1 = 0,8 - 0,7 = 0,1 \text{ m}$. A relação se dá, portanto, por: $\frac{S_1}{S} = \frac{0,1}{1,4} = 0,0714 < 0,175$. Neste caso, $C_{pm} = 1$

Em outra situação, a linha de centro da face da engrenagem está a 1,0 m da linha de centro de um dos mancais:

$\frac{S}{2} = 0,7 \text{ m}$, com isso temos que: $S_1 = 1,0 - 0,7 = 0,3 \text{ m}$. A relação se dá, portanto, por: $\frac{S_1}{S} = \frac{0,3}{1,4} = 0,214 \geq 0,175$. Neste caso, $C_{pm} = 1,1$

$C_{ma} = A + BF + CF^2$; os valores de A, B e C são apresentados na Tabela 1.4, e também podem ser verificados no gráfico da Figura A1.3.5, disponível no Anexo.

Tabela 1.4 | Constantes A, B e C para determinação de C_{ma} . F em polegadas

Tabela 1.4 | Constantes A, B e C para determinação de C_{ma} . F em polegadas

Condição	A	B	C
Engrenamento aberto	0,247	0,0167	-0,765(10 ⁻⁴)
Unidades fechadas, comerciais	0,127	0,0158	-0,930(10 ⁻⁴)
Unidades fechadas, de precisão	0,0675	0,0128	-0,926(10 ⁻⁴)
Unidades de engrenagens fechadas, extraprecisas	0,00360	0,0102	-0,822(10 ⁻⁴)

Fonte: Budynas & Nisbett (2016, p. 775).

C_e é determinado de acordo com as seguintes condições:

Engrenagens ajustadas na montagem: $C_e = 0,8$

Outras condições: $C_e = 1$

Uma característica do sistema de engrenagens é que o pinhão possui menos dentes que a coroa e, portanto, é submetido a mais ciclos de tensão de contato. Se ambos os elementos são endurecidos de forma completa, uma resistência superficial uniforme pode ser obtida com o pinhão mais duro que a coroa. O **fator de razão de dureza** (C_H), utilizado somente para a coroa, tem a finalidade de ajustar as resistências superficiais e é obtido a partir da

equação (vide também gráfico da Figura A1.3.6, disponível no Anexo):

$$C_H = 1,0 + A'(m_G - 1,0)$$

em que $A' = 8,93(10^{-3}) \left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29(10^{-3})$ para $1,2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1,7$. Para valores da relação $\frac{H_{BP}}{H_{BG}}$ menores que 1,2, adota-se $A' = 0$; para valores maiores que 1,7, adota-se $A' = 0,00698$. Atente-se às nomenclaturas: H_{BP} é a dureza Brinell do pinhão enquanto que H_{BG} é a da coroa.



Dica

Verifique o cálculo do fator de razão de dureza (C_H) para o caso de pinhões com superfície endurecida engranzando com coroas endurecidas por completo na página 746 do livro *Elementos de Máquinas de Shigley*, de Richard G. Budynas, J. Keith Nisbett(2016), que pode estar disponível na Biblioteca Virtual.

Para ciclos de vida da ordem de 10^7 revoluções, os **fatores de vida para ciclagem de tensão** Y_N (fator de ciclagem de tensão para resistência de flexão) e Z_N (fator de ciclagem de tensão para a resistência à formação de cavidades) são iguais a 1. Para outros ciclos de vida, são disponibilizados no Anexo, os gráficos da Figura A1.3.7 e da Figura A1.3.8, em que os fatores de ciclagem são determinados em função do número de ciclos de carga (N).

O **fator de confiabilidade** (K_R) leva em consideração o efeito da distribuição estatística das falhas e é dado por:

$$\text{Para confiabilidade entre } 0,5 \text{ e } 0,99: K_R = 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R)$$

$$\text{Para confiabilidade entre } 0,99 \text{ a } 0,9999: K_R = 0,50 - 0,109 \ln(1 - R)$$

Para valores indicados, utilize o valor de K_R determinado na Tabela 1.5.

Tabela 1. 5. Fatores de confiabilidade K_R (Y_Z)

Confiabilidade	K_R
0,9999	1,50
0,999	1,25
0,99	1,00
0,90	0,85
0,50	0,70

Fonte: Budynas & Nisbett (2016, p. 775).

Para óleo ou temperaturas de corpo de engrenagem até 250 °F (120 °C), o **fator de temperatura** (K_T) deve ser considerado igual a 1.

É também recomendada a utilização de um **fator de espessura de borda** (K_B) quando a espessura da borda não for suficiente para proporcionar suporte completo à raiz do dente, situação em que a falha por fadiga flexional pode ocorrer ao longo da borda da engrenagem e não no filete do dente e, para obtenção desses fatores, deve-se considerar duas situações:

1. Relação entre espessura de borda do dente e altura do dente (m_B) menor que 1,2:

$$K_B = 1,6 \ln \frac{2,242}{m_B}$$

$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

em que t_R é a espessura da borda abaixo do dente, em polegadas, e h_t é a altura do dente.

2. Relação entre espessura de borda do dente e altura do dente (m_B) maior ou igual a 1,2: $K_B = 1$.

Considerando m_B , este fator pode ser obtido graficamente (vide Figura A1.3.9 do Anexo).

O **fator de segurança** S_F protege contra a falha por fadiga devido à flexão, já o **fator de segurança** S_H protege contra a falha por desgaste ou aparecimento de cavidades. S_F é definido por:

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$

em que:

S_t = tensão admissível de flexão [lbf/in²].

Y_N = fator de ciclagem para tensão de flexão.

K_T = fator de temperatura.

K_R = fator de confiabilidade.

σ = tensão de flexão dada por:

$$\sigma = W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

S_H é definido por:

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

em que:

S_c = tensão admissível de contato [lbf/in²].

Z_N = fator de ciclagem para tensão.

C_H = fator de razão de dureza para resistência à formação de cavidades.

K_T = fator de temperatura.

K_R = fator de confiabilidade.

σ_c = tensão de contato dada por:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}}$$

Essa é uma definição de resistência contra tensão, porém num caso em que a tensão não é linear com a carga que está sendo transmitida W^t .

Enquanto a definição de S_H não interfere na função pretendida, é preciso cautela ao se comparar S_F e S_H em uma análise em que se busca verificar qual o modo de falha mais crítico. Para se ter S_H linear em relação à carga definida, podemos defini-la para contato linear ou helicoidal como:

$$S_H = \left(\frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} \right)^2$$

Para dentes com coroa (contato esférico), utiliza-se expoente 3. É importante que, na avaliação de um projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos ou helicoidais, seja comparado S_F com S_H^3 , de forma a se decidir qual o modo de falha que apresenta maior risco para o mecanismo.

Sem medo de errar

Você é o engenheiro de projetos de uma empresa fabricante de transmissões automotivas e recebeu uma demanda do gerente para avaliar o par de engrenagens de uma transmissão com cinco velocidades e, em especial, um par engrenado que tem a função de transmitir torque no sentido da marcha ré. Desta vez, você terá que avaliar o projeto, determinando a tensão de flexão e a tensão de contato, considerando a metodologia AGMA, utilizando unidades no sistema internacional. São dados do projeto: módulo: 5; largura da face: 42 mm; z_1 : 19 dentes; z_2 : 50 dentes; ângulo de pressão: 20°; aço AISI 1020, na condição de laminação e dentes fresados; velocidade: 27 rps (rotações por segundo); diâmetro primitivo: 95 mm; carga tangencial de 2000 N; módulo de elasticidade do aço: 210 GPa; coeficiente de Poisson: 0,29;

resistência ao escoamento: 201 MPa; e tensão de contato: 235 MPa.

$$\text{Tensão de flexão: } \sigma = W^t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J}$$

W^t = carga tangencial = **2000 N**;

K_o (considerando carga uniforme-uniforme) = **1**;

K_v , considerando precisão relativamente alta, usando $Q_v = 11$, temos:

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3} = 0,25(12 - 11)^{2/3} = 0,25$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0,25) = 92$$

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200v_t}}{A} \right)^B = \left(\frac{92 + \sqrt{200(8,06)}}{92} \right)^{0,25} = 1,095$$

K_s , fator de tamanho, obtemos por meio da equação:

$$K_s = 1,192 \left(\frac{F\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535} = 1,192 \left(\frac{42\sqrt{0,314}}{0,2} \right)^{0,0535} = 1,538$$

Módulo = 5

$b = 42$ mm;

$K_H >$ = fator de distribuição de carga = $1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$

em que para dentes sem coroamento C_{mc} é igual a 1; C_{pf} é calculado de acordo a equação:

$$\frac{F}{10d} - 0,0375 + 0,0125F = \frac{1,65}{10(3,74)} - 0,0375 + 0,0125(1,65) = 0,02724$$

C_{pm} é considerado 1 por ser montado entre mancais imediatamente adjacentes. Considerando-se engrenagens fechadas, comerciais, $C_{ma} = A + BF + CF^2 = 0,153$. Considera-se $C_e = 1$.

$$K_H = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e) = 1 + 1[(0,02724)(1) + (0,153)(1)] = 1,18$$

Assumindo engrenagens de espessura constante, $K_B = 1$.

Y_J , a partir do gráfico da Figura A1.3.1 é igual a 0,324

Com todas as variáveis determinadas, temos que, a tensão de flexão:

$$\sigma = 2000(1)(1,095)(1,538) \frac{1}{(42)5} \frac{1,18(1)}{0,324} = 58,414 \text{ MPa}$$

Tensão de contato (unidades S.I.): $\sigma_c = Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{\omega 1} b Y_J}}$

Precisamos determinar os termos adicionais que aparecem na equação:

Z_E = coeficiente elástico = considerando o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson dados, e que o material do pinhão é o mesmo da coroa, usando a equação:

$$Z_E = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2} = 191027,41$$

Considerando $Z_R = 1$; diâmetro primitivo do pinhão $d_{\omega 1}$ igual a 95 mm; largura da face igual a 42 mm; e Z_I dado por:

$$Z_I = \frac{\cos \phi_i \sin \phi_i}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} \text{ em que } m_G = \frac{N_G d_G}{N_p d_p}$$

$$m_G = \frac{N_G d_G}{N_p d_p} = \frac{50 \cdot 250}{19 \cdot 95} = 6,925$$

$$Z_I = \frac{\cos 20^\circ \sin 20^\circ}{2} \frac{6,925}{6,925 + 1} = 0,14$$

Com todas as variáveis determinadas, temos que a tensão de contato é:

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{\omega 1} b Z_I}} = 191027,41 \sqrt{2000(1)(1,095)1,538 \frac{(1,18)}{95(42)} \frac{1}{0,14}} = 509,55 \text{ MPa.}$$

Em resumo, temos que $\sigma = 58,41$ MPa e $\sigma_c = 509,55$ MPa. Em relação ao método de Lewis, empregado anteriormente, os valores encontrados foram menores, sendo que em relação à flexão o valor encontrado é menor que o da tensão de escoamento, o que atende o projeto, e deve ser avaliado o fator de segurança em uma próxima etapa. Isso, no entanto, não ocorre em relação à tensão de contato, em ambos os métodos estudados. Desta forma, alterações no projeto devem ser realizadas de forma que a tensão de contato seja maior do que a tensão de contato admissível.

Avançando na prática

Avaliação de projeto de sistema de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais

Descrição da situação-problema

O gerente de engenharia de sua empresa está preocupado com os níveis de ruído de uma máquina e pediu para que você avalie a possibilidade de

se utilizar engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais como medida para redução do ruído. Para tal, considerando os fatores das engrenagens cilíndricas de dentes retos de 2,6 para fadiga do dente à flexão e de 1,7 para fadiga superficial, compare os fatores de segurança existentes para a flexão do dente e ao desgaste superficial para engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, considerando os dados que você possui: material: AISI Aço 1020, grau 1; tensão admissível de flexão = 22.000 psi; tensão admissível de contato = 180.000 psi; BHN = 121; confiabilidade 99%, ciclo de vida 10^{10} ciclos; ângulo de pressão = 20° ; carga tangencial igual a 126 lbf; $K_o = K_s = K_B = 1$; $K_v = 1,15$; $K_m = 1,6$; $Pd = 7,5$ in; $F = 0,95$ in; $d_p = 2$ in; $J = 0,36$; $I = 0,12$; $C_p = 2,29 \times 10^3$; $C_f = 1$; $C_H = 1$.

Resolução da situação-problema

1. Avaliando-se, primeiramente, a tensão de flexão:

$$\sigma = W^t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_B}{F J} = 126(1)(1,15)(1) \frac{7,5 \cdot 1,6(1)}{0,95 \cdot 0,36} = 5084 \text{ psi}$$

O fator de segurança S_F é dado por: $S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma} = \frac{22000(0,8) / [1(1)]}{5084} = 3,5$

2. Tensão de contato:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I}} = 2,29 \times 10^3 \sqrt{126(1)(1,15)(1) \frac{1,6}{2(0,95) \cdot 0,12}} = 73023 \text{ psi}$$

O fator de segurança S_H é definido por:

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c} = \frac{180000(0,67)(1) / [1(1)]}{73023} = 1,7$$

Com esta avaliação, você deve reportar ao gerente que o emprego de engrenagens cilíndricas helicoidais trará benefícios ao projeto, pois trouxe um aumento de mais de 30% no valor do fator de segurança para fadiga do dente devida à flexão e, em relação ao fator de segurança para fadiga superficial, a alteração não alterou o coeficiente de segurança.

Faça valer a pena

1. Considere um pinhão que gira a 1750 rpm, acionado por um motor elétrico. A serra industrial a ser acionada necessita de 25 hp (acionamento uniforme – carga moderada). A unidade de engrenagem é fechada e feita de acordo com padrões comerciais. As engrenagens possuem montagem aberta entre rolamentos, os discos são sólidos e o ângulo de pressão é igual a 20° . Considere também: $N_p = 20$; $N_G = 70$; $P_d = 6$; $F = 2,25$; $Q_v = 10$.

Selecione a alternativa que indica a tensão de flexão aproximada no pinhão:

- a) 11091 psi.
- b) 7866 psi.
- c) 1283 psi.
- d) 6083 psi.
- e) 9125 psi.

2. Considerando o mecanismo composto por duas engrenagens de aço, que possui um pinhão que gira a 1750 rpm, acionado por um motor elétrico, fornecendo 25 hp de potência, temos os principais parâmetros de projeto resumidos como segue: ângulo de pressão = 20° ; $N_p = 20$; $N_G = 70$; $P_d = 6$; $F = 2,25$; $W' = 540$ lb; $D_p = 3,33$ in; $K_o = 1,5$; $K_v = 1,16$; $K_s = 1$; $K_m = 1,22$ e $K_B = 1$.

Analise os parâmetros obtidos e determine a tensão de contato aproximada:

- a) 28449 psi.
- b) 65700 psi.
- c) 80466 psi.
- d) 74711 psi.
- e) 72850 psi.

3. Considere o projeto de uma serra industrial, de operação normal, com único turno e que funciona 5 dias por semana e confiabilidade de 0,999 (menos de 1 falha em 1000). A ideia principal é a adoção de engrenagens de aço de Grau 1 endurecido por completo. Os dados do sistema são apresentados a seguir:

$n_p = 1750$ rpm; $n_G = 500$ rpm; $D_p = 3,333$ in; $F = 2,25$ pol; resistência à fadiga de flexão (pinhão) = 11091 psi; resistência à fadiga de flexão (coroa) = 8847 psi; resistência ao desgaste (pinhão e coroa) = 95398 psi. Considere o fator de segurança igual a 1 e vida útil de 20000 horas.

Indique a alternativa correspondente à dureza do material a ser selecionado.

- a) 450 HB.
- b) 330 HB.
- c) 180 HB.
- d) 27 HB.
- e) 270 HB.

Referências

BUDYNAS, R.G., NISBETT, J.K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

COLLINS, Jack A., BUSBY, H.R., STAAB, G.H. **Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas**. LTC, 2006.

JÚNIOR, A.A.S. **Elementos de Máquinas & Sistemas Mecânicos**: apostila para o curso. Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. Disponível em: http://www.fem.unicamp.br/~lafer/em718/arquivos/Engrenagens_Helicoidais.pdf. Acesso em: 24 out. 2018.

JUNIOR, A.A.S. **Engrenagens cilíndricas de dentes retos**. Apostila para o curso: EM718 – Elementos de Máquinas II. Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP. Disponível em: <http://www.fem.unicamp.br/~lafer/em618/pdf/Apostila%20Engrenagens%204.pdf>. Acesso em: 24 out. 2018.

MOTT, R.L. **Elementos de máquinas em projetos mecânicos**. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

NORTON, R.L. **Projeto de máquinas**: uma abordagem integrada. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, C.R., BUDYNAS, R.G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

Unidade 2

Engrenagens cônicas e sem-fim

Convite ao estudo

A forma mais fácil de se transferir o movimento de rotação de um eixo para outro é por meio de um par de cilindros rodando, no entanto, para que esse sistema apresente um funcionamento adequado, é necessário acrescentarmos dentes aos cilindros, de forma que tenhamos um par de engrenagens. Na primeira unidade deste livro, estudamos a fundo as engrenagens cilíndricas de dentes retos e engrenagens helicoidais, que transmitem movimento entre dois eixos paralelos. Nesta Unidade, o nosso foco são as engrenagens cônicas e as engrenagens sem-fim, compreendendo sua aplicação, dimensionamento e análise do projeto de máquinas que possuem esses elementos, seguindo os métodos definidos pela AGMA (*American Gear Manufacturers Association*) e suas recomendações.

Com isso em mente, imagine-se no papel do engenheiro responsável pelo projeto de uma máquina especial que possui engrenamento cônico de dentes retos para transformar a rotação em torno de um eixo vertical na rotação em torno de um eixo horizontal. Para a primeira etapa do projeto, a partir das premissas iniciais, sua tarefa é determinar a razão de engrenamento do projeto, calcular suas dimensões, levando em consideração as proporções padronizadas, e definir os fatores que serão utilizados no dimensionamento e na análise do projeto.

Na segunda etapa, você será responsável pelo planejamento do projeto e estabelecerá um procedimento padrão, baseado nas normas estudadas, que servirá de guia para a sua equipe, além de realizar o cálculo de flexão e desgaste da coroa e do pinhão.

Além do projeto do engranzamento de engrenagens cônicas, você também será desafiado a projetar um engrenamento sem fim, que consiste em um sem fim e uma engrenagem sem fim. Você consegue imaginar qual o funcionamento de um engrenamento sem fim? Quais são os parâmetros que devem ser considerados no projeto? Qual o método de análise que deve ser empregado? Tenha em mente que o sem fim é, na realidade, uma engrenagem helicoidal com ângulo de hélice tão grande que um único dente se envolve continuamente ao redor de sua circunferência.

Temos bastante trabalho pela frente, e para garantir êxito no desenvolvimento dos projetos, precisamos entender os mecanismos envolvidos em ambos os sistemas, compreender como ocorre atuação de forças no par de engrenagens, definir a geometria dos membros do par, bem como os fatores que serão considerados nos equacionamentos de flexão e superfície. Não temos tempo a perder, pois o prazo para entrega do *draft* do projeto é bastante curto e o gerente de engenharia já está cobrando. Bons estudos!

Engrenamento cônico

Diálogo aberto

Caro estudante!

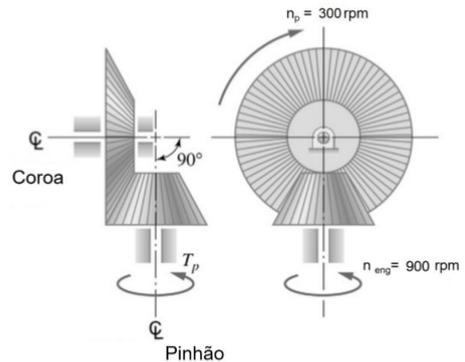
A análise e o projeto de engrenagens, de forma geral, deve ser tal que os dentes da engrenagem devem ser resistentes à falha por flexão e a superfície dos membros não deve conter desgastes, havendo formação de cavidades (cavitação). No primeiro caso, a falha ocorre devido à tensão aplicada na coroa ou no pinhão ser igual ou maior do que a tensão de escoamento do material. O segundo caso, cavitação, ocorre quando a tensão de contato for maior ou igual ao limite de resistência à fadiga superficial.

Existem, no mercado, diversos tipos de engrenagens cônicas, cada qual apresentando características que são importantes parâmetros na escolha de determinada aplicação e que deve ser de conhecimento consolidado do engenheiro, assim como o conhecimento do método de análise e projeto.

A autoridade responsável pela disseminação da metodologia de projeto e análises de engrenagens é o órgão americano, AGMA. O método proposto por ele requer a utilização de diversos gráficos e tabelas para que se encontrem os fatores adequados a serem utilizados nas equações de tensões e resistências de engrenagens cônicas; além disso, são apresentados os critérios de desgaste e resistência para esses elementos.

Para que você aprenda na prática, imagine que você é o engenheiro responsável pelo projeto de uma máquina especial que possui engrenamento cônico de dentes retos para transformar a rotação em torno de um eixo vertical (pinhão de 20 dentes) em uma rotação em torno de um eixo horizontal (coroa), conforme apresentado na Figura 2.1.

Figura 2.1 | Esboço das engrenagens cônicas envolvidas no projeto



Fonte: Adaptado de Collins et al. (2006, p. 558).

Nesse projeto, será necessário 6,85 hp para movimentar a máquina a 900 rpm. O motor de alimentação da máquina opera com 2700 rpm. Também foram fornecidos os dados de temperatura de trabalho igual a 300 °F, ângulo de pressão normal de 20° e fator de segurança de projeto igual a 2. Além desses dados, você deve levar em consideração alguns parâmetros de projeto:

1. Considera-se que as perdas por atrito são desprezíveis.
2. Deseja-se utilizar material de grau 1 AGMA e os dentes devem ter coroamento.
3. Deseja-se uma vida de projeto de 10^9 ciclos com uma confiabilidade de 99,5%.

Para a primeira etapa é preciso esclarecer alguns pontos importantes: qual a razão de engrenamento do projeto? Quais as dimensões a serem adotadas considerando-se as proporções padronizadas? Quais são os fatores AGMA a serem utilizados no dimensionamento e na análise do projeto?

Essa primeira etapa exige bastante esforço, por isso, a consulta às tabelas e aos gráficos disponibilizados pela AGMA é de fundamental importância para o sucesso de seu trabalho!

Não pode faltar

Antes de iniciarmos o dimensionamento de engrenagens cônicas, é importante que sejam definidos e conhecidos os tipos existentes, bem como suas aplicações: as engrenagens cônicas são cortadas em cones acoplados em que os eixos não são paralelos; frequentemente, o ângulo formado entre os eixos dessas engrenagens é igual a 90°.

Se os dentes das engrenagens forem cortados paralelamente ao eixo, elas serão denominadas **engrenagens cônicas de dentes retos** (Figura 2.2), análogas às engrenagens retas. Esse tipo de engrenagem é utilizado para velocidades na linha primitiva de até 1000 ft/min (5 m/s) e quando o nível de ruído não é uma premissa importante de projeto; além disso, a principal vantagem em relação aos demais tipos de engrenagens cônicas é seu baixo custo de fabricação.

No caso em que os dentes são cortados em um ângulo de espiral em relação ao eixo do cone, trata-se de uma **engrenagem cônica espiral**, análogas às engrenagens helicoidais. Esse tipo de engrenagem possui vantagem em relação às engrenagens cônicas de dentes retos por desenvolverem velocidades de até 8000 ft/min (40 m/s), bem como trabalham de forma mais silenciosa; dessa forma, é importante em projetos em que o nível de ruído é premissa básica a ser respeitada.

Outra forma de engrenagem cônica é a **Zerol**[®], que é uma engrenagem patenteada, possui dentes curvos, mas o ângulo de espiral nulo. Esse tipo de engrenagem se assemelha em alguns aspectos de nível de ruído e suavidade de funcionamento às engrenagens cônicas espirais. Os esforços axiais permissíveis, no entanto, são menores do que os esforços axiais permissíveis de engrenagens cônicas, dessa forma, prefere-se a utilização da engrenagem Zerol[®] no lugar das engrenagens cônicas de dentes retos.

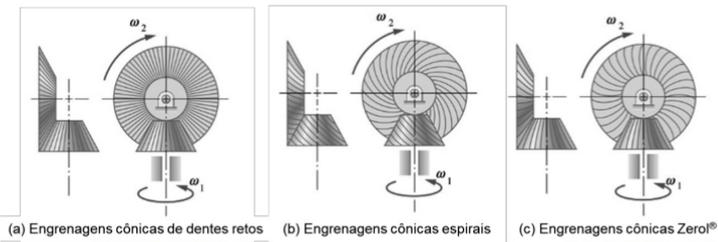
Em projetos de diferenciais automotivos (é um dispositivo mecânico que divide o torque em dois semieixos, possibilitando que estes desenvolvam diferentes rotações entre si), bem como melhoria de eficiência de veículos, é desejável a utilização de **engrenagens hiperbolóides** (ou hipóides), em que o eixo do pinhão não intersecta com o eixo da coroa e as superfícies primitivas são hiperbolóides de revolução, cujo engrenamento consiste em uma combinação do rolamento com deslizamento ao longo de uma linha reta, muito similar ao que ocorre no caso de engrenagens sem-fim. As características de seu funcionamento são: maior contato entre as engrenagens, maior relação de transmissão, maior resistência e menor ruído. Como desvantagem, apresentam maior geração de calor devido ao maior atrito e aos rendimentos baixos. No caso das engrenagens hiperbolóides, o deslocamento entre os eixos é pequeno; para deslocamentos maiores, são utilizadas **engrenagens espiróides** cujo pinhão é similar a um parafuso sem-fim em formato cônico.



Assimile

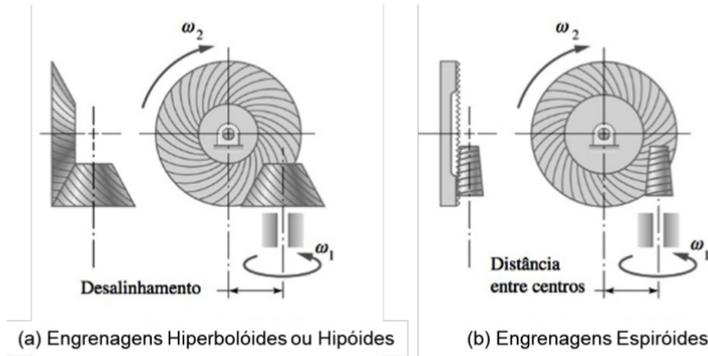
A Figura 2.2 ilustra os tipos de engrenagens cônicas utilizados quando os eixos são concorrentes, dentre as engrenagens, destacam-se as cônicas de dentes retos, as cônicas espirais e cônicas Zerol[®]. As engrenagens cônicas utilizadas em aplicações em que o pinhão e a coroa possuem deslocamento entre eixos são apresentadas na Figura 2.3.

Figura 2.2 | Engrenagens para uso em aplicações com eixos concorrentes. (Zerol[®] é uma marca registrada da Gleason Works, Rochester, NY)



Fonte: adaptada de Collins et al. (2006, p. 496).

Figura 2.3 | Engrenagens para uso em aplicações com eixos não-paralelos e não concorrentes

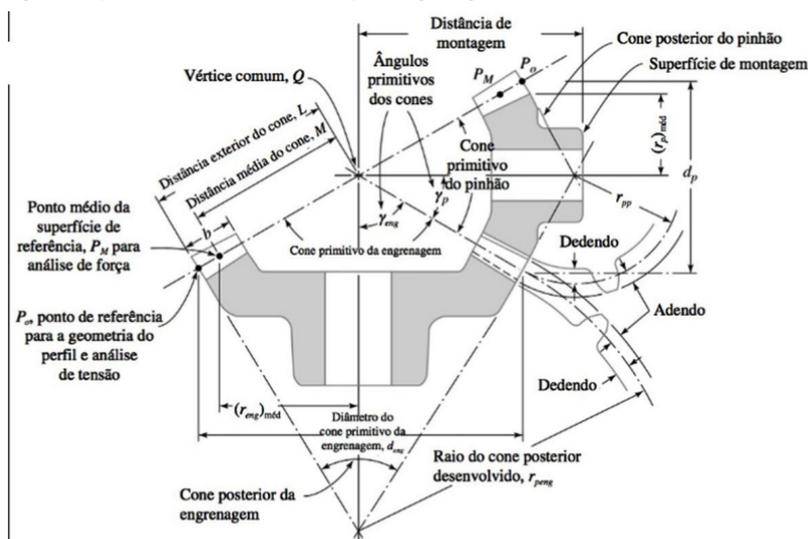


Fonte: adaptado de Collins et al. (2006, p. 497).

A Figura 2.4 apresenta a seção transversal de duas engrenagens cônicas acopladas, indicando os principais parâmetros geométricos de projeto. O ângulo de cone de referência do pinhão é denotado por γ_p , enquanto que o da engrenagem é denotado por γ_{eng} . A largura da face (F) é delimitada a $0,3L$, sendo L definido pela geometria:

$$L = \frac{r_p}{\text{sen } \gamma_p} = \frac{d_p}{2 \text{sen } \gamma_p} = \frac{d_{eng}}{2 \text{sen } \gamma_{eng}}$$

Figura 2.4 | Geometria e nomenclatura para engrenagens cônicas de dentes retos



Fonte: Collins et al. (2006, p. 551).



Exemplificando

Para que você tenha uma base do que é utilizado de forma padrão em projetos, o Quadro 2.1 apresentará as proporções padronizadas para dentes de engrenagens cônicas e o Quadro 2.2 apresentará o número mínimo de dentes da engrenagem para evitar interferência.

Quadro 2.1 | Parâmetros geométricos padrão para engrenagens cônicas de dentes retos

Parâmetro	Equação
Ângulo de pressão	20°
Profundidade de trabalho	$2,000/P_d$
Profundidade total	$(2,188/P_d) + 0,002(\text{min})$
Folga	$(0,188/P_d) + 0,002(\text{min})$
Adendo (engrenagem)	$\left[0,540 + 0,460\left(N_p/N_{eng}\right)^2\right]/P_d$
Adendo (pinhão)	$\left(2,000/P_d\right) - \left[0,540 + 0,460\left(N_p/N_{eng}\right)^2\right]/P_d$
Dedendo (engrenagem)	Profundidade total – Adendo (engrenagem)
Dedendo (pinhão)	Folga – Adendo (engrenagem)

Fonte: adaptado de Collins et al. (2006, p. 553).

Quadro 2.2 | Número de dentes de engrenagem cônica para evitar interferência

Número de dentes do pinhão	Número mínimo de dentes da engrenagem
16	16
15	17
14	20
13	31

Fonte: adaptado de Collins et al. (2006, p. 553).

Em termos de forças atuando nas engrenagens, existem componentes de força axial, radial e tangencial. Para a engrenagem cônica de dentes retos, os componentes são equacionados da seguinte maneira:

$$W^a = W^t \tan \phi \operatorname{sen} \gamma$$

$$W^r = W^t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W = \frac{W^t}{\cos \phi}$$

O ϕ é o ângulo de pressão. Para engrenagens cônicas e espirais, geralmente, ϕ é igual a 20° . Além disso, γ é o ângulo primitivo dos cones para o pinhão ou para a engrenagem, dessa forma, para cada um dos componentes, o ângulo correspondente deverá ser utilizado para obtenção das forças atuantes.

No caso de engrenagens cônicas espirais, as componentes de força são dadas por:

$$W^a = \frac{W^t}{\cos \Psi} (\tan \phi_n \operatorname{sen} \gamma \mp \operatorname{sen} \Psi \cos \gamma)$$

$$W^r = \frac{W^t}{\cos \Psi} (\tan \phi_n \cos \gamma \pm \operatorname{sen} \Psi \operatorname{sen} \gamma)$$

Em que Ψ é o ângulo de hélice.



Refleta

Consulte a bibliografia e seu professor para entender os sinais empregados na equação de componentes de força de engrenagens cônicas. Qual é o sentido físico dos sinais empregados?

A carga tangencial (W^t) pode ser calculada em função do Torque e do diâmetro de referência médio do componente:

$$W^t = \frac{2T}{d_m} = \frac{T}{r_m}$$

$$r_m = \frac{d}{2} - \left(\frac{b}{2}\right) \operatorname{sen} \gamma$$

Tensões de flexão em engrenagens cônicas: o equacionamento de tensão de flexão em engrenagens cônicas retas é bastante similar às equações de tensão de flexão para engrenagens retas e helicoidais, com a diferença de que, no caso de engrenagens cônicas, o fator J é levado em consideração.

$$s_t = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J} \text{ psi (unidades americanas)}$$

$$\sigma_F = \frac{1000W^t}{b} \frac{K_A K_v}{m_{et}} \frac{Y_x K_{H\beta}}{Y_\beta Y_j} \text{ MPa (unidades S.I.)}$$

O diâmetro de referência da equação é o do pinhão. Os fatores K_o (fator de sobrecarga – disponibilizado na Tabela 2.1.1 do Anexo - também designado por K_A), K_m (fator de distribuição de carga), K_s (Y_x) (fator de tamanho), K_v (fator dinâmico - Figura 2.5). J é o fator geométrico para resistência à flexão e pode ser obtido pelo gráfico apresentado na Figura 2.7.

K_m é o fator de distribuição de carga e é descrito pela equação abaixo:

$$K_m = K_{mb} + 0,0036 F^2 \text{ (unidades americanas)}$$

$$K_{H\beta} = K_{mb} + 5,6(10^{-6})b^2 \text{ (unidades S.I.)}$$

O valor de K_{mb} depende da montagem do sistema:

- Ambos os membros montados entre mancais: 1,00
- Um membro é montado entre mancais: 1,10
- Nenhum membro é montado entre mancais: 1,25

K_s é o fator de tamanho para flexão, dado por (para unidades americanas):

$$K_s = 0,4867 + 0,2132/P_d \text{ para } 0,5 \leq P_d \leq 16 \text{ dentes/in}$$

$$K_s = 0,5 \text{ para } P_d > 16 \text{ dentes/in}$$

No sistema internacional de unidades (S.I.) Y_x é dado por:

$$Y_x = 0,5 \text{ para } m_{et} > 16 \text{ dentes/in}$$

$$Y_x = 0,4867 + 0,008339m_{et} \text{ para } 1,6 \leq m_{et} \leq 50 \text{ dentes/in}$$



Para acessar as tabelas utilizadas nesta seção, utilize o link <https://cm-cls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qrcode/2019-1/elementos-de-maquinas-ii/u2/s1/tabela.pdf>

Equação para tensão de flexão permissível:

$$s_{wt} = \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \text{ (unidades americanas)}$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{NT}}{S_F K_\theta Y_Z} \text{ (unidades S.I.)}$$

Tensões de superfície em engrenagens cônicas:

$$\sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{F d_p I} K_o K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2} \quad (\text{unidades americanas})$$

I é o fator de geometria à cavitação e pode ser obtido a partir do gráfico da Figura 2.6.

$$\sigma_H = Z_E \left(\frac{1000 W^t}{b d Z_I} K_A K_\omega K_{H\beta} Z_x Z_{xc} \right)^{1/2} \quad (\text{unidades americanas})$$

Equação para valor permissível de contato:

$$(\sigma_c)_{adm} = \frac{s_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R} \quad (\text{unidades americanas})$$

CL é o fator de ciclagem de tensão de contato para a resistência à formação de cavidades,

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_W}{S_H K_\theta Z_Z} \quad (\text{unidades americanas})$$



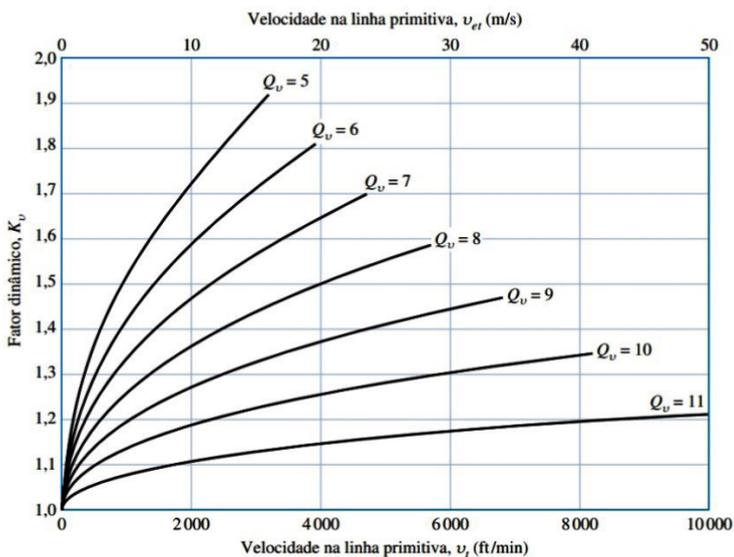
Dica

Atenção ao fato de que para engrenagens cônicas, embora as equações sejam similares às equações para engrenagens retas, alguns fatores podem possuir definições diferentes de acordo com as normas AGMA (*American Gear Manufacturers Association*) e devem, portanto, ser consultados. Sobre os fatores para Equação AGMA, consulte, a partir da página 775, o livro *Elementos de Máquinas de Shigley*.

BUDYNAS, R.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. [S.l.]: AMGH, 2016.

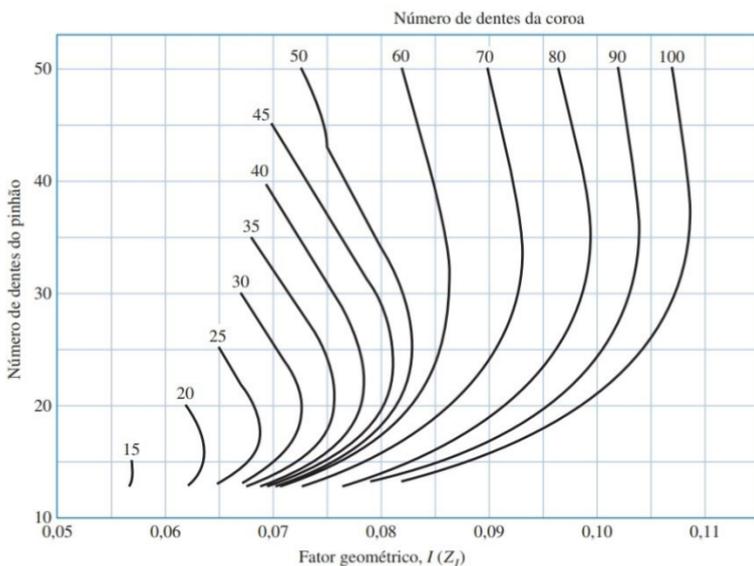
A norma AGMA fornece gráficos para os fatores utilizados no equacionamento de engrenagens cônicas, alguns deles estão disponibilizados neste livro. É importante que você complemente a leitura com a bibliografia indicada para verificação e estudo de todos os fatores utilizados no dimensionamento:

Figura 2.5 | Fator dinâmico K_v



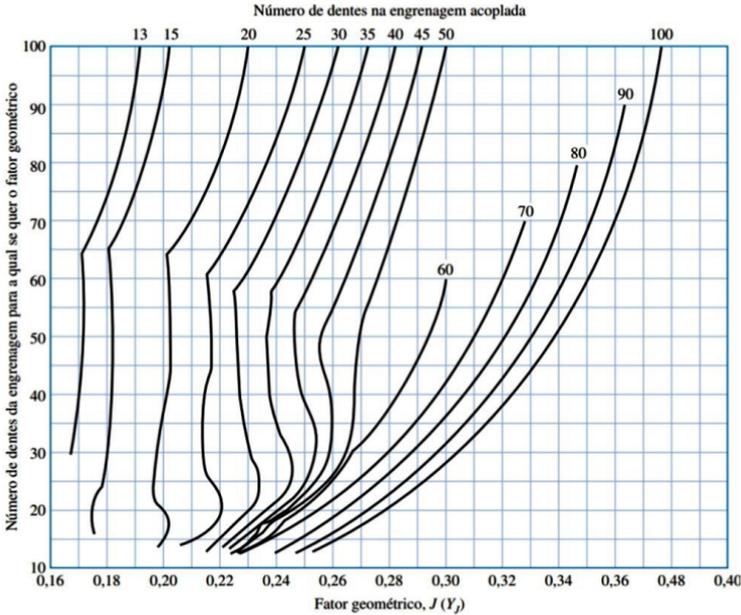
Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 776).

Figura 2.6 | Fator de geometria de contato (resistência à cavitação) $I(Z_I)$ para engrenagens cônicas com ângulo de pressão de 20° e ângulo entre eixos de 90°



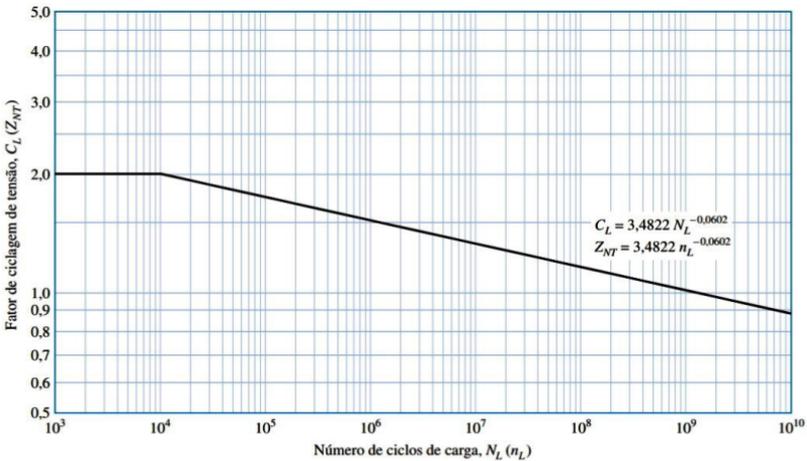
Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 778).

Figura 2.7 | Fator geométrico para resistência à flexão J (YJ) para engrenagens cônicas com ângulo de pressão de 20° e ângulo entre eixos de 90°



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 779).

Figura 2.8 | Fator de ciclagem de tensão de contato para a resistência à formação de cavidades CL(ZNT) em engrenagens cônicas de aço endurecido superficialmente por carbonetação



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 779).

Agora que você estudou a teoria, deve estar ansioso para aplicar seu conhecimento em um projeto prático. Vamos imaginar que você é o engenheiro de um projeto de máquina especial que possui engrenamento cônico de dentes retos para transformar a rotação em torno de um eixo vertical (pinhão de 20 dentes) na rotação em torno de um eixo horizontal (coroa). Nesse projeto, será necessário 6,85 hp para movimentar a máquina a 300 rpm. O motor de alimentação da máquina opera com 900 rpm. Também foram fornecidos os dados de temperatura de trabalho igual a 300 °F, ângulo de pressão normal de 20°, carga uniforme-uniforme e fator de segurança de projeto igual a 2. Além desses dados, você deve levar em consideração que as perdas por atrito são desprezíveis; o material que deve ser utilizado é de grau 1 AGMA e os dentes devem possuir coroamento. É necessário atender ao requisito de vida de projeto de 109 ciclos com uma confiabilidade de 99,5%.

A razão de engrenamento é definida por:

$$m_{Eng} = \frac{n_p}{n_{eng}} = \frac{900}{300} = 3$$

O torque de operação do pinhão é calculado por:

$$T_p = \frac{63025hp}{n_p} = \frac{63025(6,85)}{900} = 479,69 \text{ lbf.in}$$

Para determinar o diâmetro do pinhão, temos que fazer um chute inicial de passo diametral (P_d) igual a 8 dentes/in, para que, em função do número de dentes do pinhão (20), o seu diâmetro possa ser calculado:

$$d_p = \frac{N_p}{P_d} = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ in}$$

Considerando a razão de engrenamento calculada, o número de dentes da engrenagem é determinado por:

$$N_{eng} = m_{eng} N_p = 3(20) = 60 \text{ dentes}$$

A largura da face (F) pode ser determinada conforme abaixo:

$$F = 0,3 \left(\frac{d_p}{2 \text{ sen } \gamma_p} \right)$$

Em que γ_p é dado por:

$$\gamma_p = \tan^{-1} \frac{N_p}{N_{eng}} = \tan^{-1} \frac{20}{60} = 18,43^\circ$$

Dessa forma, tem-se que:

$$b = 0,3 \left(\frac{d_p}{2 \operatorname{sen} \gamma_p} \right) = 0,3 \left(\frac{2,5}{2 \operatorname{sen}(18,43^\circ)} \right) = 1,19 \text{ in}$$

γ_{eng} é dado por:

$$\gamma_{eng} = \tan^{-1} m_{eng} = \tan^{-1} 3 = 71,57^\circ$$

A velocidade média na linha primitiva (v_t) é dada por:

$$v_t = \frac{\pi d_p n_p}{12} = \frac{\pi(2,5)(900)}{12} = 589,05 \text{ ft/min}$$

Além de podermos calcular a carga tangencial (W_t) em função do Torque e do diâmetro de referência médio do componente, podemos utilizar uma equação que utiliza a potência e a velocidade média na linha primitiva, conforme segue:

$$W_t = \frac{33000hp}{v_t} = \frac{33000(6,85)}{589,05} = 383,75 \text{ lbf}$$

Até então, definimos os valores de:

W_t = carga tangencial [lbf].

b = largura da face [in].

P_d = passo diametral [dentes/in].

d_p = diâmetro do pinhão [in].

Essas são algumas das variáveis necessárias para o cálculo das tensões de flexão (s_t) e tensões de superfície (σ_c) dadas pelas equações estudadas, sendo utilizadas unidades americanas. No entanto, ainda é preciso definir os valores dos coeficientes:

K_o = fator de sobrecarga = uniforme-uniforme = 1,00.

K_v = fator dinâmico (Figura 2.5), que depende do número de precisão da transmissão (Q_v), que, neste caso, consideraremos igual a 6, e, então:

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3} = 0,25(12 - 6)^{2/3} = 0,83$$

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0,83) = 59,52$$

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{v_t}}{A} \right)^B = \left(\frac{59,52 + \sqrt{589,05}}{59,52} \right)^{0,83} = 1,33$$

K_s = fator de tamanho para flexão. Para P_d com valores entre 0,5 e 16 dentes/in, esse fator é dado por:

$$K_s = 0,4867 + 0,2132 / P_d = 0,4867 + 0,2132 / 8 = 0,513$$

K_m = fator de distribuição de carga

$$K_m = K_{mb} + 0,0036 F^2$$

O valor de K_{mb} depende da montagem do sistema:

- Ambos os membros montados entre mancais: 1,00
- Um membro é montado entre mancais: 1,10
- Nenhum membro é montado entre mancais: 1,25

Considerando que um membro é montado entre mancais, tem-se que:

$$K_m = 1,1 + 0,0036(1,19)^2 = 1,105$$

K_x = fator de curvatura ao longo do comprimento para resistência à flexão que, para as engrenagens cônicas de dentes retos, é igual a 1

J = fator geométrico para resistência à flexão (Figura 2.7) = 0,202 (engrenagem) e 0,248 (pinhão)

I = fator geométrico de contato (Figura 2.6) = 0,0825

C_s = fator de tamanho para resistência à formação de cavidades que, para b com valores entre 0,5 e 4,5 in, é dado por:

$$C_s = 0,125b + 0,4375 = 0,125(1,19) + 0,4375 = 0,586$$

C_{xc} = fator de coroamento para resistência à formação de cavidades

- 1,5 para dentes coroados apropriadamente.
- 2,0 para dentes maiores não-coroados.

Como os dentes possuem coroamento, C_{xc} é igual a 1,5.

Avançando na prática

Cálculo de Engrenagens Cônicas

Descrição da situação-problema

Você é responsável pelo setor de usinagem de uma empresa que apresenta grande crescimento no mercado brasileiro, com o chão de fábrica totalmente automatizado e com algumas máquinas importadas. Uma das máquinas quebrou e precisa, urgentemente, da troca de uma

engrenagem cônica com dimensões não padronizadas. A solução é que você projete e construa a peça na ferramentaria da empresa. O número de dentes da engrenagem que será construída é 30, e o número de dentes da engrenagem acoplada é 120. O módulo da engrenagem, razão entre o diâmetro primitivo e o dente da engrenagem, é 2. O ângulo de pressão (ϕ) é $14^{\circ}30'$ e o ângulo entre eixos é 90° . Faça os cálculos necessários de forma que você consiga elaborar o desenho técnico da engrenagem para a fabricação o mais rápido possível.

Resolução da situação-problema

Como o módulo da engrenagem é a razão entre o diâmetro primitivo e o dente da engrenagem, tem-se que o diâmetro primitivo:

$$D_p = mN = 2(30) = 60 \text{ mm}$$

O ângulo primitivo é dado por:

$$\gamma_p = \tan^{-1} \frac{N_p}{N_{eng}} = \tan^{-1} \frac{30}{120} = 14,036^{\circ}$$

O passo diametral (P_d) é dado pelo inverso do módulo: 0,5 dentes/mm.

O passo primitivo (p) é dado por:

$$p = \frac{\pi}{P_d} = \frac{\pi}{0,5} = 6,283 \text{ mm}$$

A espessura do dente (t) é a metade do passo primitivo, dessa forma, temos que a espessura é 3,14 mm.

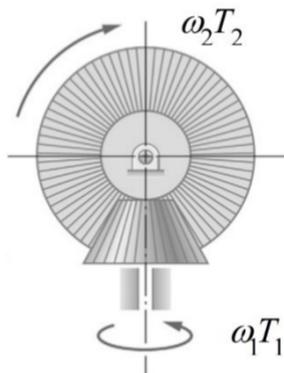
Adendo (altura da cabeça do dente) é igual ao módulo da engrenagem (2 mm), e o Dedendo (altura do pé do dente), para ângulo de pressão de $14^{\circ}30'$, é calculado por:

$$F = 1,17m = 1,17(2) = 2,34 \text{ mm}$$

Faça valer a pena

1. O torque também é transmitido em um sistema de engrenagens, caso a frequência seja constante, a velocidade angular também é constante e o torque será alterado com uma relação inversa à alteração da velocidade angular. A Figura 2.9 representa a transmissão de movimento entre dois eixos perpendiculares por meio de engrenagens cônicas:

Figura 2.9 | Par de engrenagens cônicas



Fonte: adaptada de Collins et al. (2006, p. 558).

Sabendo que o eixo 1 gira a 1500 rpm e o eixo 2 gira a 1200 rpm, a relação entre torques (T_1/T_2) é igual a:

- a) 1/8.
- b) 5/4.
- c) 3/8.
- d) 4/5.
- e) 8/3.

2. As engrenagens cônicas são usadas na transmissão entre eixos ortogonais concorrentes com ângulos distintos entre si. Deseja-se transferir movimento de rotação de um eixo para outro, perpendiculares entre si, utilizando um sistema de engrenagens. Como premissa, deseja-se que a velocidade angular no eixo movido seja a metade da velocidade angular do eixo motor. Considere as afirmações a seguir:

- I - Devem ser empregadas engrenagens cilíndricas.
- II - As engrenagens devem possuir módulos diferentes.
- III - Deve-se manter o módulo das engrenagens, sendo que o diâmetro da engrenagem motora deve ser a metade do diâmetro da engrenagem movida.
- IV - Podem-se empregar engrenagens cônicas de dentes retos.

Está correto somente o que se afirma em:

- a) I e II.
- b) I, II e IV.
- c) I, III e IV.
- d) II, III, e IV.
- e) III e IV.

3. As forças no pinhão e na engrenagem formam um par de ação ou reação, ou seja, as forças na engrenagem são iguais às do pinhão, mas atuam em sentidos opostos. Devido à orientação de 90° do eixo, a carga radial no pinhão se torna carga axial nas engrenagens, e a carga axial no pinhão se torna carga radial nas engrenagens. Considere que a transmissão é de 2,5 hp, a velocidade do pinhão de 600 rpm, o diâmetro de passo do pinhão (d) igual a 2 in, a largura da face (b) igual a 1 in, o ângulo primitivo do pinhão igual a $18,43^\circ$ e o ângulo de pressão igual a 20° .

Os valores da carga tangencial, radial e axial no pinhão são, respectivamente:

- a) 313 lb, 36 lb, 108 lb.
- b) 311,88 lb, 107,69 lb, 35,88 lb.
- c) 108 lb, 311,88 lb, 35,88 lb.
- d) 107,69 lb, 36 lb, 313 lb.
- e) 36 lb, 108 lb, 36 lb.

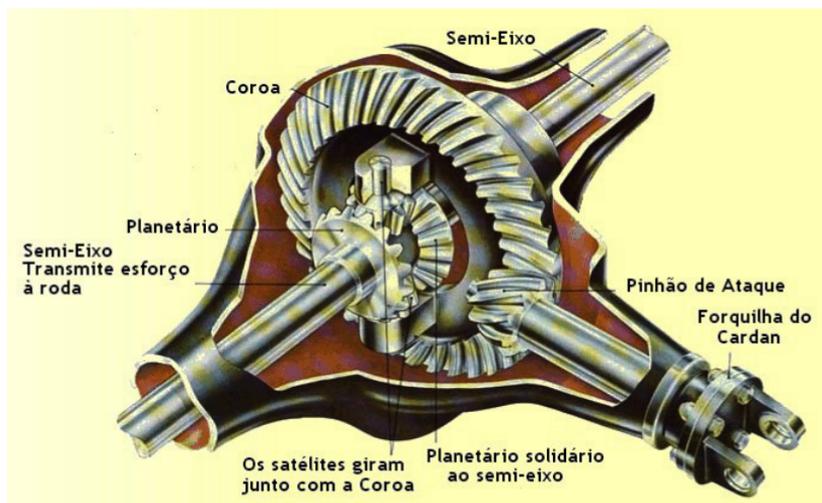
Engrenagens cônicas de dentes retos

Diálogo aberto

Caro estudante!

Nesta seção vamos continuar a análise de engrenagens cônicas de dentes retos cujas principais características de operação são: transmissão de movimento entre eixos perpendiculares entre si, como ocorre no diferencial automotivo (Figura 2.10), e o índice de ruído ser menor quando comparado a uma engrenagem cilíndrica de dentes retos.

Figura 2.10 | Aplicação de engrenagens cônicas: diferencial automotivo



Fonte: http://caraipora2.tripod.com/diferencial_.htm. Acesso em: 29 out. 2018.

O principal objetivo é que, com o estudo desta seção, você seja capaz de analisar o problema e formular um passo a passo do projeto de engrenagens cônicas para cálculo da flexão e do desgaste na coroa e no pinhão.

Para tal, devemos retomar nossa situação problema, em que você é o engenheiro responsável pelo projeto de uma máquina especial que possui engrenamento cônico de dentes retos. Nesse sistema de engrenagens cônicas é necessária uma potência de 6,85 hp para movimentar a máquina a 900 rpm. O motor de alimentação da máquina opera com 2700 rpm. Alguns dados de projeto foram fornecidos, tais como: temperatura de trabalho igual a 300°F, ângulo de pressão normal de 20° e fator de segurança de projeto igual a 2. As

proporções e dimensões foram calculadas na primeira etapa do projeto, bem como foram definidos os fatores AGMA.

Com os dados definidos anteriormente, você consegue calcular as tensões de flexão no pinhão e na coroa, bem como as tensões de contato para ambos os membros? Com os resultados em mãos, você consegue analisar os dados e dizer se o projeto atende as premissas básicas (fatores de segurança)? Serão necessárias alterações? Em caso afirmativo, quais os parâmetros que deverão ser alterados?

Parece que é bem complicado, mas não é. A metodologia proposta para solução do problema ajuda a direcionar o trabalho. Com dedicação você conseguirá responder a todos os questionamentos e analisar o desempenho de seu projeto. Mãos à obra!

Não pode faltar

O procedimento para o projeto de engrenagens cônicas segue a mesma estrutura básica do projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos e, geralmente, é sistematizado da seguinte maneira:

1. Faça um esboço conceitual, incluindo a razão de redução necessária, o torque de entrada do pinhão, as linhas de centro dos eixos das engrenagens, as localizações dos mancais e demais parâmetros geométricos e restrições importantes.
2. Identifique os modos de falha potenciais de acordo com a classe AGMA (desgaste, arranhamento, deformação plástica, fadiga de contato, trincamento, fratura e fadiga devido à flexão).
3. Faça uma seleção preliminar de materiais: ligas de aço (amplamente utilizadas), ferros fundidos cinza e ligados, latão, bronze e certos tipos de materiais poliméricos.
4. Selecione o nível de precisão necessária na fabricação de acordo com a aplicação do projeto (vide o Quadro 2.3).

Importante!



Para acessar os quadros utilizadas nesta seção, utilize o link (<https://cm-kls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qrcode/2019-1/elementos-de-maquinas-ii/u2/s2/tabela.pdf>)

5. Selecione um sistema de dente utilizando as especificações de potência e velocidade para determinar velocidades e torques desejados.
6. A partir do torque do pinhão (T_p), razão de engrenamento (m_{Eng}), estime o diâmetro primitivo inicial (d_p) utilizando os gráficos apresentados nas Figuras 2.11 e 2.12. Faça a seleção do número de dentes do pinhão e da engrenagem de acordo com as recomendações apresentadas no gráfico da Figura 2.13.



Para acessar as figuras utilizadas nesta seção, utilize o link (<https://cm-kls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qrcode/2019-1/elementos-de-maquinas-II/u2/s2/tabela.pdf>)

7. Com a definição do diâmetro primitivo d_p , é possível estimar o passo diametral P_d . Observação: para engrenagens cônicas, valores de passo diametral entre 1 e 64 são aceitáveis.
8. Calcule a largura de face (F), $F = 0,3 \left(\frac{d_p}{2 \operatorname{sen} \gamma_p} \right)$, sendo recomendado que a largura da face seja menor que $\frac{10}{P_d}$. Adota-se o menor dos valores calculados.



Exemplificando

Para um acoplamento de engrenagens cônicas de dentes retos, feitas com o mesmo aço, dados: $N_p = 20$; $N_G = 35$; $\phi = 25^\circ$; $P_d = 8$, transmitindo 10 hp de potência a 2500 rpm, determine:

1. Torque (T_p).
2. Diâmetros primitivos.
3. Ângulos de cone de referência.
4. Largura da face (F).

O torque é dado por:

$$T_p = \frac{63025hp}{n_p} = \frac{63025(10)}{2500} = 252,1 \text{ lb.in}$$

O diâmetro primitivo do pinhão (d_p) é dado por:

$$d_p = \frac{N_p}{P_d} = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ in}$$

O diâmetro primitivo da coroa (d_{eng}) é dado por:

$$d_{eng} = \frac{N_G}{P_d} = \frac{35}{8} = 4,375 \text{ in}$$

O ângulo do cone de referência do pinhão (γ_p) é dado por:

$$\gamma_p = \tan^{-1} \frac{N_p}{N_{eng}} = \tan^{-1} \frac{20}{35} = 29,74^\circ$$

O ângulo de cone de referência da coroa é:

$$\gamma_{eng} = 90 - 29,74 = 60,26^\circ$$

Por fim, a largura da face pode ser calculada por:

$$F = 0,3 \left(\frac{d_p}{2 \operatorname{sen} \gamma_p} \right) = 0,3 \left(\frac{2,5}{2 \operatorname{sen} 29,74^\circ} \right) = 0,76 \text{ in}$$

Como $\frac{10}{P_d}$ é 1,25, podemos adotar a largura da face igual a 0,76 in.

9. Calcule a velocidade média na linha primitiva dada por:

$$v_t = \frac{\pi d_p n_p}{12}$$

10. Calcule as componentes de força axial, radial e tangencial, que são equacionados da seguinte maneira, respectivamente:

$$W^a = W^t \tan \phi \operatorname{sen} \gamma$$

$$W^r = W^t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W = \frac{W^t}{\cos \phi}$$

11. Para cada membro, calcule o fator de segurança baseando-se na fadiga do dente devido à flexão.

A tensão de flexão é dada por:

$$s_t = \sigma = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J} \text{ psi}$$

A resistência à flexão é dada por:

$$s_{wt} = \sigma_{all} = \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \text{ psi}$$



Assimile

s_{at} = tensão de flexão admissível. Para o aço, consulte o Quadro 2.4, e para o ferro, consulte o Quadro 2.5.

K_L = Fator de ciclagem de tensão para resistência à flexão dado por:

$$K_L = \begin{cases} 2,7 & 10^2 \leq N_L \leq 10^3 \\ 6,1514N_L^{-0,1182} & 10^3 \leq N_L \leq 3(10^6) \\ 1,6831N_L^{-0,0323} & 3(10^6) \leq N_L \leq 10^{10} \text{ (geral)} \\ 1,2558N_L^{-0,0178} & 3(10^6) \leq N_L \leq 10^{10} \text{ (crítico)} \end{cases}$$

Em que N_L é o número de ciclos de carga. A Figura 2.14 apresenta o gráfico das equações acima.

S_F = fator de segurança.

K_T = fator de temperatura dado por:

$$K_T = \begin{cases} 1 & 32^\circ F \leq t \leq 250^\circ F \\ (460 + t)/710 & t > 250^\circ F \end{cases}$$

K_R = fator de confiabilidade (Quadro 2.6). As equações de interpolação logarítmica são:

$$Y_Z = K_R \begin{cases} 0,50 - 0,25 \log(1 - R) & 0,99 \leq R \leq 0,999 \\ 0,70 - 0,15 \log(1 - R) & 0,90 \leq R < 0,99 \end{cases}$$

O fator de segurança à flexão é calculado por:

$$S_F = \frac{\sigma_{all}}{\sigma}$$

Se o fator de segurança calculado estiver próximo ao valor do fator de segurança especificado pelo projeto, podemos adotar o dimensionamento conforme definido. No entanto, se forem diferentes, serão necessárias iterações até que os fatores (de projeto e o calculado) se igualem ou apresentem valores bastante próximos.



Exemplificando

Considerando o mesmo sistema de engrenagens do exemplo anterior, dados os coeficientes: $K_o = K_s = K_x = 1$; $K_v = 1,53$; $K_m = 1,66$; J_p (fator geométrico do pinhão) = 0,237; J_G (fator geométrico da coroa) = 0,201 e a resistência à flexão de 38937 psi, calcule a tensão de flexão e o

fator de segurança à flexão e avalie se este é aceitável ou não, considerando o fator de segurança igual a 1.

1. Pinhão:

$$s_{t(\text{pinhão})} = \frac{2T_p P_d K_o K_v K_s K_m}{d_p FJ K_x}$$

$$s_{t(\text{pinhão})} = \frac{2(252,1)}{2,5} \frac{8}{0,76(0,237)} \frac{1(1,53)(1)(1,66)}{1} = 22750,5 \text{ psi}$$

2. Engrenagem:

$$s_{t(\text{coroa})} = \frac{2T_p P_d K_o K_v K_s K_m}{d_p FJ K_x}$$

$$s_{t(\text{coroa})} = \frac{2(252,1)}{2,5} \frac{8}{0,76(0,201)} \frac{1(1,53)(1)(1,66)}{1} = 26825,2 \text{ psi}$$

Os coeficientes de segurança podem ser encontrados por:

1. Pinhão:

$$S_{F(\text{pinhão})} = \frac{\sigma_{all}}{\sigma} = \frac{38937}{22750,5} = 1,7$$

2. Engrenagem:

$$S_{F(\text{engrenagem})} = \frac{\sigma_{all}}{\sigma} = \frac{38937}{26825,2} = 1,5$$

Os valores encontrados para os coeficientes de segurança são satisfatórios em comparação com o fator de segurança adotado para o projeto.

12. Utilizando o mesmo raciocínio que foi utilizado anteriormente, calcule o fator de segurança baseado na durabilidade à fadiga superficial. Aqui, novamente, se o fator de segurança de projeto for menor que o fator de segurança calculado, serão necessárias novas iterações até que os fatores se igualem ou apresentem valores bastante próximos.

A tensão de contato é dada por:

$$\sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{Fd_p I} K_o K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2}$$

A resistência ao desgaste é dada por:

$$s_{wc} = (\sigma_c)_{all} = \frac{s_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R}$$



Assimile

s_{ac} = tensão de contato admissível. Para o aço, consulte o Quadro 2.7, e para o ferro, consulte o Quadro 2.8.

C_L = fator de ciclagem de tensão para resistência à formação de cavidades, dado por:

$$C_L = \begin{cases} 2 & 10^3 \leq N_L \leq 10^4 \\ 3,4822N_L^{-0,0602} & 10^4 \leq N_L \leq 10^{10} \end{cases}$$

A Figura 2.15 apresenta o gráfico das equações acima.

C_H = fator de dureza, dado por:

$C_H = 1 + B_1(N/n - 1)$, onde:

$$B_1 = 0,00898(H_{BP} / H_{BG}) - 0,00829$$

As equações são válidas para $1,2 \leq H_{BP} / H_{BG} \leq 1,7$. A Figura 2.16 mostra, graficamente, o equacionamento.

Observação: quando um pinhão endurecido superficialmente (≥ 480 HRC) roda com uma coroa endurecida inteiramente ($180 \leq H_B \leq 400$), ocorre efeito de encruamento; dessa forma, o fator C_H varia com a rugosidade superficial do pinhão $f_P(R_{a1})$ e com a dureza da coroa, conforme equacionamento abaixo (vide também Figura 2.17).

$C_H = 1 + B_2(450 - H_{BG})$, onde:

$$B_2 = 0,00075^{-0,0122f}$$

Em que:

$f_P(R_{a1})$ = dureza superficial do pinhão, μm (μm).

$H_{BG}(H_{B2})$ >= dureza Brinell mínima.

S_H = fator de segurança ao desgaste.

$$C_R = \text{fator de confiabilidade} = C_R = \sqrt{K_R}$$

13. Estime as perdas devido ao atrito, à geração de calor e, também, à necessidade de lubrificação, que será mandatória para que se faça um plano de manutenção, garantindo o funcionamento da máquina em níveis adequados de temperatura e ruído, prolongando a vida útil do mecanismo (COLLINS et al., 2006).



Refleta

O movimento entre os dentes de engrenagens pode causar desgaste adesivo ou abrasivo e, em alguns casos, significativo aquecimento por

atrito, por esse motivo, a lubrificação adequada e a capacidade de refrigeração são importantes para a operação suave e uma vida aceitável da engrenagem. Os itens lubrificação e refrigeração se tornam ainda mais importantes para engrenagens helicoidais e cônicas devido a componentes adicionais de deslizamento. Qual seria uma regra prática para a perda de potência em sistemas de engrenagens cônicas?



Dica

Uma vez que o procedimento estabelecido para análise de engrenagens cônicas foi estabelecido, chegou a hora de fazer uma breve revisão conceitual.

SENA, E. **Engrenagens Cônicas de Dentes Retos**. 2014.

Outro material interessante para conhecimento de aplicações de engrenagem cônicas é o vídeo *Como funciona o diferencial*, disponível em: RNTPINCELLI. **Como Funciona o Diferencial (legendado)**. 27 set. 2009.

Sem medo de errar

Agora, devemos retomar nossa situação problema, em que você é o engenheiro responsável pelo projeto de uma máquina especial que possui engrenamento cônico de dentes retos. Neste sistema de engrenagens cônicas é necessária uma potência de 6,85 hp para movimentar a máquina a 900 rpm. O motor de alimentação da máquina opera com 2700 rpm. Alguns dados de projeto foram fornecidos, tais como: temperatura de trabalho igual a 300°F, ângulo de pressão normal de 20° e fator de projeto igual a 2. As proporções e dimensões foram calculadas na primeira etapa do projeto, bem como foram definidos os fatores AGMA para o cálculo das tensões de flexão e contato.

A **tensão de flexão no pinhão** é dada por:

$$s_{t(\text{pinhão})} = \sigma_{\text{pinhão}} = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J}$$

$$s_{t(\text{pinhão})} = \sigma_{\text{pinhão}} = \frac{383,75}{1,19} 8(1)(1,33) \frac{(0,513)(1,105)}{1(0,248)} = 7843 \text{ psi}$$

A **resistência à flexão do pinhão** é dada por:

$$s_{wt} = \sigma_{all} = \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R}$$

Considerando aço carbonetado e endurecido superficialmente, as variáveis utilizadas para o cálculo da resistência à flexão são listadas abaixo:

$$s_{at} = 30000 \text{ lb/in}^2.$$

K_L para atender o requisito de vida de projeto de 10^9 ciclos é igual a 0,8.

S_F = fator de segurança = 2.

$K_T = 1,07$ (considerando $t = 300$ °F).

$K_R = 1,075$:

$$s_{wt(\text{pinhão})} = \sigma_{all(\text{pinhão})} = \frac{30000(0,8)}{2(1,07)(1,075)} = 10433 \text{ psi}$$

Resultando em um fator de segurança igual a:

$$S_{F(\text{pinhão})} = \frac{\sigma_{all}}{\sigma} = \frac{10433}{7843} = 1,33$$

A **tensão de flexão na coroa** é dada por:

$$s_{t(\text{coroa})} = \sigma_{coroa} = \frac{383,75}{1,19} 8(1)(1,33) \frac{(0,513)(1,105)}{1(0,202)} = 9629 \text{ psi}$$

A **resistência da coroa à flexão** é dada pela equação abaixo. Nesse caso, quando comparado com o cálculo realizado para o pinhão, os coeficientes permanecem os mesmos, exceto o K_L , uma vez que, devido à razão de engrenamento 3:1, o número de ciclos na coroa é 1/3 do número de ciclos do pinhão.

$$s_{wt(\text{pinhão})} = \sigma_{all(\text{pinhão})} = \frac{30000(0,829)}{2(1,07)(1,075)} = 10810 \text{ psi}$$

Resultando em um fator de segurança igual a:

$$S_{F(\text{coroa})} = \frac{\sigma_{all}}{\sigma} = \frac{10810}{9629} = 1,12$$

Em ambos os casos, o fator de segurança obtido é inferior àquele desejado. Para aumentar o fator de segurança quanto à fadiga, podemos, em uma próxima iteração, aumentar o diâmetro primitivo, de forma que o dente se torne mais espesso.

A **tensão de contato no pinhão e na coroa** é calculada por:

$$\sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{F d_p I} K_o K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2}$$

Em que C_p é o coeficiente elástico para resistência de formação a cavidades cujo valor para o aço é igual a $2290 \sqrt{\text{psi}}$. Os demais coeficientes foram determinados anteriormente:

$$\sigma_c = 2290 \left[\frac{383,75}{1,19(2,5)(0,0825)} (1)(1,33)(1,105)(0,586)(1,5) \right]^{1/2} = 102918 \text{ psi}$$

A **resistência de contato no pinhão** é dada por:

$$s_{wc} = (\sigma_c)_{all} = \frac{s_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R}$$

Em que:

$$s_{ac} = 200000 \text{ lb/in}^2.$$

$$C_L = 0,87 \text{ (projeto de } 10^9 \text{ ciclos).}$$

C_H determinado a partir do gráfico da Figura 2.16 é igual a 1.

S_H = o fator de segurança de projeto é igual a 2, no entanto, como se trata de um parâmetro que diz respeito tanto à análise de flexão como de contato, para análise de contato, deve ser considerado $S_H = \sqrt{2}$.

$$C_R = \text{fator de confiabilidade} = \sqrt{K_R} = 1,037$$

$$s_{wc} = (\sigma_c)_{all} = \frac{200000(0,87)1}{\sqrt{2}(1,07)1,037} = 110885 \text{ psi}$$

Resultando em um fator de segurança igual a:

$$S_{H(\text{pinhão})} = \frac{(\sigma_c)_{all}}{\sigma_c} = \frac{110885}{102918} = 1,01$$

A **resistência de contato da coroa** é dada pelo equacionamento abaixo, em que o único fator que se altera é o C_L devido à razão de engrenamento 3:1.

$$s_{wc} = (\sigma_c)_{all} = \frac{200000(0,93)1}{\sqrt{2}(1,07)1,037} = 118557 \text{ psi}$$

Resultando em um fator de segurança igual a:

$$S_{H(\text{coroa})} = \frac{(\sigma_c)_{all}}{\sigma_c} = \frac{118557}{102918} = 1,15$$

Em relação ao desgaste, também são necessárias alterações nos parâmetros de projeto para que os fatores sejam mais próximos de 2.

Avançando na prática

Capacidade de transmissão de potência

Descrição da situação-problema

Você é o engenheiro responsável pelo projeto de máquinas de uso industrial e está fazendo seleção de engrenagens cônicas a partir do catálogo do

fabricante. O catálogo lista engrenagens sem coroamento, manufaturadas com aço grau 1, com número de qualidade Q_v igual a 7 e com capacidade de transmitir 1,5 hp de potência a 600 rpm de velocidade do pinhão com 25 dentes, que é acionado por um motor elétrico. O par de engrenagens cônicas de dentes retos idênticas possui ângulo de pressão normal de 20° , largura de face de 1,10 in, passo diametral de 5 dentes/in e é endurecido por inteiro a 180 HB. Para uma confiabilidade de 0,995, vida da coroa de 10^9 , revoluções e $S_F = S_H = 1,5$, deve-se verificar a capacidade de transmissão de potência. Observação: considere carga uniforme-uniforme.

Resolução da situação-problema

Avaliando a flexão, temos que:

$$s_t = \sigma = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J}$$

$F = 1,10$ in e $P_d = 5$ dentes/in.

Considerando-se $Q_v >$ igual a 7, $K_v = 1,299$. O passo diametral de 5 dentes/in nos dá um K_s igual a 0,529. A largura da face (F) nos leva a um K_m de 1,254. $K_x = 1$. Ainda, considerando acionamento uniforme-uniforme, $K_o = 1$ do gráfico de fator geométrico para flexão (Figura 2.7), temos J igual a 0,217. Portanto:

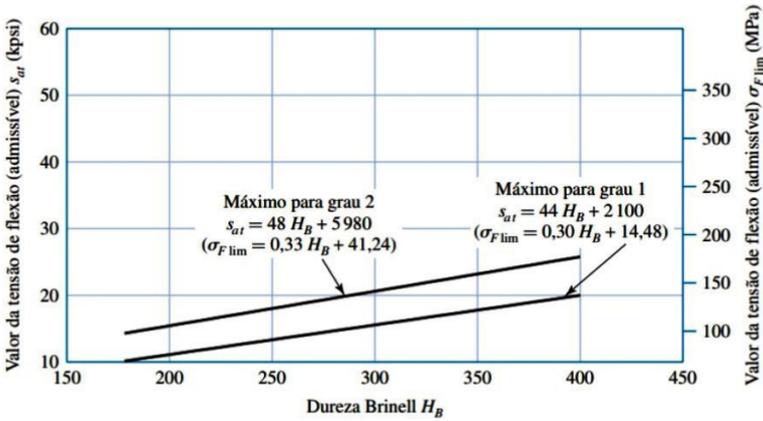
$$s_t = \sigma = \frac{W^t}{1,10} 5(1)1,299 \frac{(0,529)1,254}{(1)0,217} = 18,05W^t \text{ psi}$$

Tomando a equação de resistência à flexão:

$$s_{wt} = \sigma_{all} = \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R}$$

Do gráfico da Figura 2.18, obtemos s_{at} igual a 10020 psi; da equação, K_L é igual a 0,8, K_T é igual a 1 e K_R , de acordo com a equação, considerando-se confiabilidade de 0,995, é igual a 0,8.

Figura 2.18 | Valor de tensão de flexão admissível para engrenagens de aço endurecidas por completo $s_{at} (\sigma_{Flim})$



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 785).

Portanto:

$$s_{wt} = \sigma_{all} = \frac{10020(0,8)}{1,5(1)(1,075)} = 4971 \text{ psi}$$

Igualando ambas equações, temos:

$$18,05W^t = 4971$$

$$W^t = 275,41 \text{ lbf}$$

Como:

$$W^t = \frac{33000hp}{v_t}$$

E:

$$v_t = \frac{\pi d_p n_p}{12} = \frac{\pi \left(\frac{25}{5}\right) 600}{12} = 785,4 \text{ ft/min}$$

Temos que:

$$hp = \frac{W^t v_t}{33000} = \frac{275,41(785,4)}{33000} = 6,55 \text{ hp}$$

Aparentemente, o sistema de engrenagens consegue transmitir potência acima do que foi especificado. No entanto, nossa análise não para por aqui. Precisamos, assim como fizemos com a flexão, avaliar as condições de desgaste:

$$\sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{F d_p I} K_o K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2}$$

Com $C_p = 2290\sqrt{\text{psi}}$; $K_o = 1$; $K_v = 1,299$; $K_m = 1,254$; $C_s = 0,575$; C_{xc} (não corado) = 2,0 e $I = 0,065$ (Figura 2.6):

$$\sigma_c = 2290 \left[\frac{W^t}{1,10(5)0,065} 1(1,299)1,254(0,575)2,0 \right]^{1/2}$$

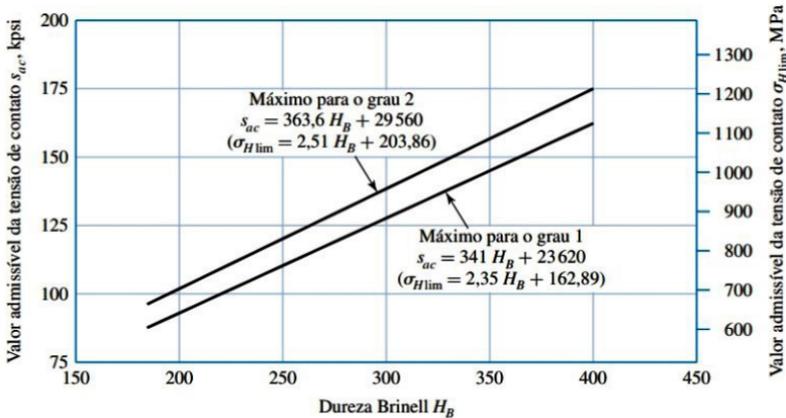
$$\sigma_c = 5242,87(W^t)^{1/2} \text{ psi}$$

Tomando a equação da resistência ao desgaste:

$$s_{wc} = (\sigma_c)_{all} = \frac{s_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R}$$

Da equação apresentada no gráfico da Figura 2.19, s_{ac} é igual a 85000 psi; C_L é 0,87, $C_H = K_T = 1$ e $C_R = \sqrt{K_R} = 1,037$.

Figura 2.19 | Número admissível da tensão de contato para engrenagens de aço endurecidas por completo, $s_{ac}(\sigma_{Hlim})$



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 784).

$$s_{wc} = (\sigma_c)_{all} = \frac{85000(0,87)1}{1,5(1)1,037} = 47541 \text{ psi.}$$

Igualando a tensão de contato e a resistência ao desgaste:

$$5242,87(W^t)^{1/2} = 47541$$

$$5242,87(W^t)^{1/2} = 47541$$

$$W^t = 82,22 \text{ lbf}$$

Dessa forma:

$$hp = \frac{W^t v_t}{33000} = \frac{82,22(785,4)}{33000} = 1,95 \text{ hp}$$

A capacidade de transmissão de potência é 1,95 hp (seleciona-se o menor valor de potência calculado), maior do que a informada no catálogo.

Faça valer a pena

1. A fadiga de flexão no pé do dente é um dos modos de falha de engrenagens mais comumente observado. Suponha um par de engrenagens cônicas de dentes retos cujo pinhão, acionado por um motor elétrico, transmite uma potência de 2,5 hp a 600 rpm. A carga proporciona choque moderado. Além disso, o pinhão possui 16 dentes, a coroa 48 dentes, passo diametral é igual a 8 dentes/in; diâmetro primitivo igual a 2 in e largura da face igual a 1 in. Ambos os membros foram montados de forma aberta, a qualidade é classificada como geral comercial e o índice de qualidade deve ser 11.

Determine os valores fatores AGMA (K_o , K_v , K_s , K_m e J, nesta sequência) e a tensão de flexão nos dentes do pinhão do par de engrenagens cônicas descrito no texto-base.

- a) 1,0; 1,299; 0,529; 1,254; 0,217; 8116 psi.
- b) 1,5; 1,045; 0,513; 1,105; 0,23; 8116 psi.
- c) 1,05; 1,005; 0,513; 1,5; 0,248; 8420 psi.
- d) 1,5; 1,299; 0,52; 1,3; 0,2; 8600 psi.
- e) 1,0; 1,045; 0,529; 1,105; 0,23; 8420 psi.

2. A fadiga de contato na maioria dos casos ocorre no pinhão de um par engrenado. Isso ocorre pois pinhões são engrenagens motoras e, na linha primitiva dessas engrenagens, o escorregamento tende a extrair material, enquanto que, na coroa, o escorregamento tende a comprimir o metal nesta região. Além disso, como os pinhões são menores que as coroas, os mesmos apresentam maiores ciclos de operação, e quanto maior o número de ciclos, mais apto o componente está a apresentar a fadiga de contato. Analise os dados fornecidos no Quadro 2.9 abaixo:

Quadro 2.9 | Tensões de flexão admissíveis para engrenagens de ferro $s_{ac}(\sigma_{Hlim})$. $R = 0,99$

Parâmetro	Valor adotado
W^t [lbf]	600
d_p [lbf]	1,5
F [lbf]	0,77
I [lbf]	0,083
C_p [\sqrt{psi}]	2290
K_o	1

Parâmetro	Valor adotado
K_v	1,15
K_m	1,1
C_s	0,625
C_{xc}	1,5

Fonte: elaborado pela autora.

Para uma resistência à fadiga 120600 psi e fator de segurança de 1,5, qual a tensão de contato para a engrenagem cônica (psi), o fator de segurança e a recomendação de projeto encontrados:

- 249558; 0,5; aprovado.
- 197293; 0,61; aprovado.
- 249558; 1,5; alterar.
- 197293; 0,61; alterar.
- 59914; 2; aprovado.

3. O projeto de engrenagens requer conhecimento acerca da composição e dureza do material, acabamento superficial, dimensões do corpo da engrenagem, classe de qualidade dos dentes, rugosidade dos dentes e no raio do pé do dente, viscosidade do lubrificante e dados sobre o sistema motriz (potência, torque e rotação). Considere o seguinte sistema composto por engrenagens cônicas. O eixo do pinhão de 15 dentes é acionado (uniforme-uniforme) a 300 rpm. O passo diametral é 6 in, ângulo de pressão 20° e largura de face igual a 1,15 in. Será utilizado o aço AISI 4140 Grau 2 nitretado e endurecido a 305 HB. Deseja-se uma qualidade (Q_v) igual a 8. A coroa com 45 dentes é montada entre mancais, mas o pinhão está em balanço. A vida de projeto a ser considerada é 109 ciclos com uma confiabilidade de 0,99 e fator de projeto igual a 1,3.

Para uma velocidade de 600 rpm, verifique a capacidade de transmissão de potência desse par de engrenagens com base na resistência à flexão e ao desgaste AGMA.

- 3 hp.
- 1 hp.
- 6 hp.
- 2 hp.
- 10 hp.

Engrenamento sem-fim

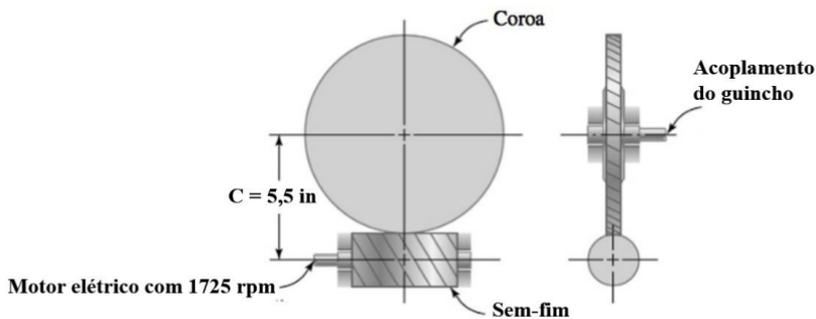
Diálogo aberto

Prezado aluno!

Seja bem-vindo à última etapa de estudo, compreensão e dimensionamento de engrenagens. Nesta seção, iremos estudar engrenagens sem-fim. Nosso objetivo é, a partir do estabelecimento dos parâmetros geométricos desse tipo de engrenagem, abordar a metodologia de cálculo da AGMA, bem como analisar e estabelecer metodologia de dimensionamento de engrenagens sem-fim. Então, estudaremos, de forma prática, o método proposto por Buckingham para avaliação da carga admissível para o dente da engrenagem (Carga de Desgaste de Buckingham).

Nesse contexto, você irá projetar um sistema de guincho para levantamento de materiais em uma fábrica. O dispositivo deve ser movido por um motor elétrico com engrenamento autotravante de redução 75:1. Quais são os parâmetros necessários para se projetar um redutor de velocidade de engrenamento sem-fim e a coroa (Figura 2.20)?

Figura 2.20 | Esboço do projeto do engrenamento sem-fim do sistema de guincho para levantamento de cargas



Fonte: adaptada de Collins et al. (2006, p. 572).

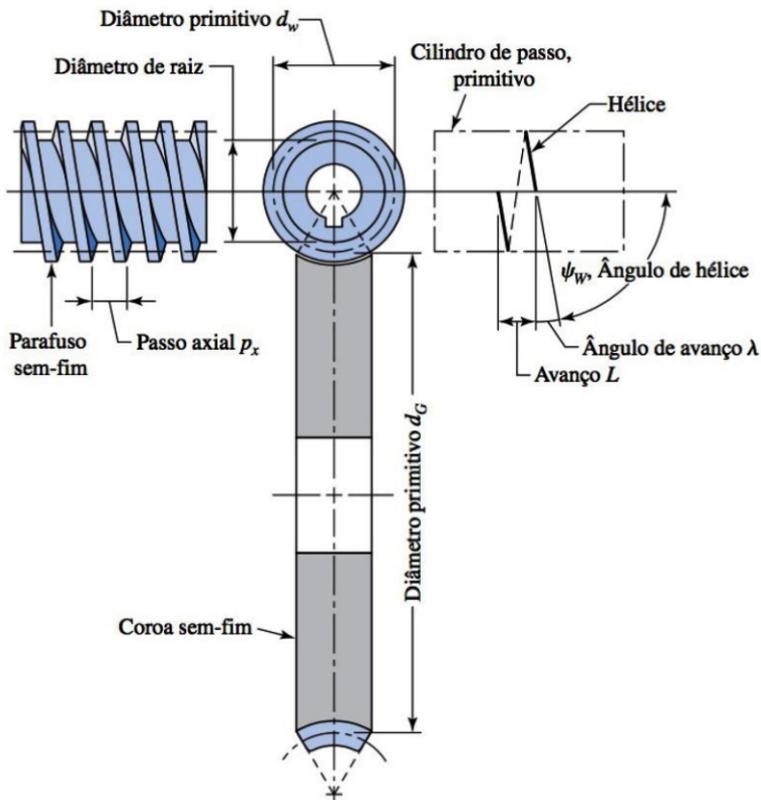
Para te ajudar nessa tarefa, alguns dados são fornecidos de antemão: a velocidade de entrada é 1725 rpm e a de saída é 23 rpm com potência de 0,6 hp. Inicialmente, foram feitas algumas suposições em relação ao tambor do guincho (10 in) e em relação ao torque de pico, que deve ser de 7800 lb.in. Com esses dados, você é capaz de determinar os fatores a

serem utilizados no equacionamento? Qual a carga tangencial W^t ? Qual é a força de atrito W^f ? Qual é a potência perdida no engrenamento e qual a sua eficiência? Estude a teoria, peça auxílio ao seu professor e enfrente mais esse desafio!

Não pode faltar

O engrenamento sem-fim é utilizado para transmissão de potência e movimento entre eixos reversos que, normalmente, estão perpendiculares entre si (Figura 2.21). O sem-fim é semelhante a um parafuso de transmissão de potência, enquanto a coroa se assemelha a uma engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais.

Figura 2.21 | Esboço de um arranjo de engrenamento com coroa e sem-fim cilíndrico (envolvimento simples)



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 678).

Se um sem-fim possuir movimento restrito por mancais de encosto, a coroa irá rotacionar em torno do próprio eixo, simulando o movimento de avanço linear de uma cremalheira acoplada a uma engrenagem cilíndrica de dentes retos.



Assimile

Normalmente, sem-fim e coroa possuem ângulos de hélice bastante diferentes: no parafuso, o ângulo de hélice é, normalmente, muito grande, enquanto que na coroa, o ângulo de hélice é muito pequeno. Dessa forma, especifica-se ângulo de avanço (λ) para o parafuso e ângulo de hélice (ψ_G) na coroa, que são iguais se o ângulo entre eixos for igual a 90° .

Ao se especificar o passo, são designados passo axial do parafuso (p_x) e passo circular transversal ou passo circular (p_t) da coroa, que devem ser idênticos se os eixos estiverem perpendiculares entre si, e são dados por:

$$p_x = p_t = \frac{\pi d_G}{N_G}$$

Em que d_G é o diâmetro primitivo da coroa e N_G é o número de dentes da coroa. O diâmetro primitivo da coroa (d_G) é determinado por:

$$d_G = 2C - d_w$$

Como não tem relação com o número de dentes, o sem-fim pode apresentar qualquer diâmetro ou passo primitivo. Para que o par apresente boa eficiência na transmissão de movimento, é recomendável que o diâmetro do parafuso sem-fim esteja no intervalo sugerido abaixo:

$$\frac{C^{0,875}}{3,0} \leq d_w \leq \frac{C^{0,875}}{1,7}$$

Em que C é a distância entre os centros. O avanço (L) e o ângulo de avanço do parafuso (λ) são dados pelas seguintes relações:

$$L = p_x N_w$$

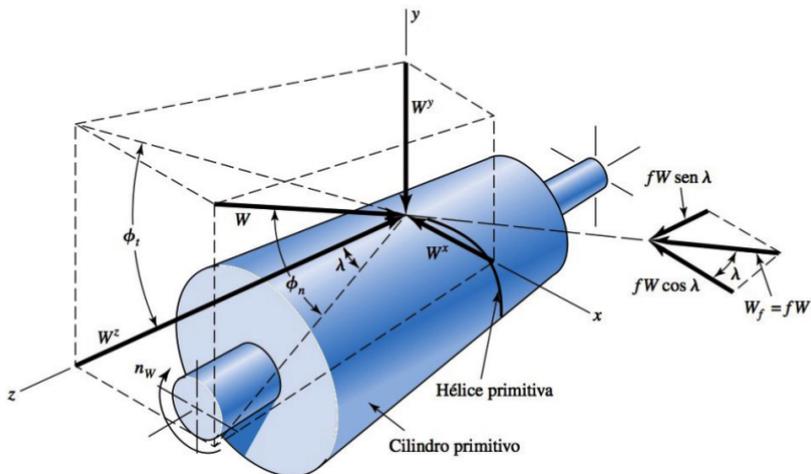
Em que N_w é o número de dentes do sem-fim.

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi d_w}$$

Em que d_w é o diâmetro do pinhão sem-fim.

Se desconsiderarmos o atrito, a única força aplicada pela coroa sem-fim é W , conforme apresentado na Figura 2.22, que apresenta três componentes (W^x , W^y e W^z):

Figura 2.22 | Forças exercidas pela coroa sem-fim que atuam no cilindro primitivo do parafuso sem-fim



Fonte: Budynas e Nisbett, (2016, p. 699).

$W^x = W \cos \phi_n \sin \lambda$ (força tangencial no parafuso e força axial na coroa).

$W^y = W \sin \phi_n$ (força separadora ou radial do parafuso e da coroa).

$W^z = W \cos \phi_n \cos \lambda$ (força axial no parafuso e força tangencial na coroa).

Em que ϕ_n é o ângulo de pressão normal e λ é o ângulo de avanço.



Exemplificando

O Quadro 2.10 apresenta o máximo ângulo de avanço associado ao ângulo de pressão normal para engrenagens sem-fim.

Quadro 2.10 | Máximo ângulo de avanço associado ao ângulo de pressão normal

ϕ_n	Ângulo de avanço máximo ($\lambda_{máx}$)
14,5°	16°
20°	25°
25°	35°
30°	45°

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 798).



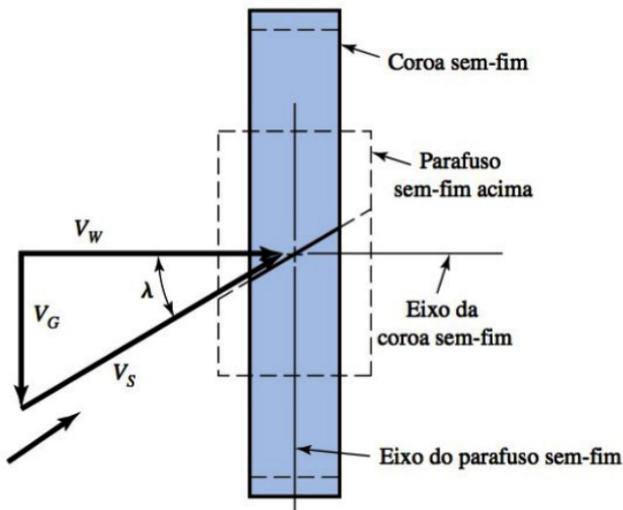
Refleta

Levando em conta as componentes que acabamos de estudar, e sendo essas forças opostas umas às outras, qual outra forma de expressarmos essas componentes no parafuso e na coroa?

O movimento relativo entre os dentes do parafuso e da coroa sem-fim é o de deslizamento, por isso, temos que considerar o atrito no desempenho desse tipo de engrenagem.

Com a introdução do coeficiente de atrito f e sendo considerada a Figura 2.23, temos que:

Figura 2.23 | Componentes de velocidade em um engrenamento sem-fim



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 701).

$$W^x = W(\cos \phi_n \operatorname{sen} \lambda + f \cos \lambda)$$

$$W^y = W \operatorname{sen} \phi_n$$

$$W^z = W(\cos \phi_n \cos \lambda - f \operatorname{sen} \lambda)$$

A força de atrito é dada por: $W_f = fW = \frac{fW_{Gt}}{f \operatorname{sen} \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda} = \frac{fW^t}{\cos \phi_n \cos \lambda}$

A relação entre as forças tangenciais é dada por:

$$W_{Wt} = W_{Gt} \frac{\cos \phi_n \operatorname{sen} \lambda + f \cos \lambda}{\cos \phi_n \cos \lambda - f \operatorname{sen} \lambda}$$

A eficiência pode ser definida por:
$$e = \frac{W_{Wt}(\text{sem atrito})}{W_{Wt}(\text{com atrito})} = \frac{\cos \phi_n - f \tan \lambda}{\cos \phi_n + f \cot \lambda}$$

Se não considerarmos o atrito: $W_{Wt} = W_{Gt} \tan \lambda$

A AGMA relaciona a força tangencial admissível do dente da coroa $(W^t)_{all}$ a outros parâmetros, conforme abaixo:

$$(W^t)_{all} = C_s D_m^{0,8} (Fe)_G C_m C_v$$

Em que: C_s é o fator material, que é dado pelas condições e equações apresentadas no Quadro 2.11; D_m é o diâmetro médio da coroa (in); $(Fe)_G$ é a largura efetiva de face da coroa (in); C_m é o fator de correção da razão de velocidades (Quadro 2.12) e C_v é o fator de velocidade (Quadro 2.13).

Quadro 2.11 | Equações para determinação do fator material C_s

Distância entre centros (C)	Diâmetro primitivo (d_G)	Fabricação das engrenagens	Equação de C_s
$C \leq 3$ in			$C_s = 270 + C^3$
$C > 3$	$d_G \leq 2,5$ in	Fundidas em areia	$C_s = 1000$
$C > 3$	$d_G > 2,5$	Fundidas em areia	$C_s = 1190 - 477 \log d_G$
$C > 3$	$d_G \leq 8$	Fundidas com resfriamento	$C_s = 1000$
$C > 3$	$d_G > 8$	Fundidas com resfriamento	$C_s = 1412 - 456 \log d_G$
$C > 3$	$d_G \leq 25$	Fundição centrífuga	$C_s = 1000$
$C > 3$	$d_G > 25$	Fundição centrífuga	$C_s = 1251 - 180 \log d_G$

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 795).

Quadro 2.12 | Equações para determinação do fator correção da velocidade C_m

Relação de redução (m_G)	Equação de C_m
$3 < m_G \leq 20$	$C_m = 0,02 \sqrt{-m_G^2 + 40m_G - 76} + 0,46$
$20 < m_G \leq 76$	$C_m = 0,0107 \sqrt{-m_G^2 + 56m_G + 5145}$
$m_G > 76$	$C_m = 1,1483 - 0,00658m_G$

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 795).

Quadro 2.13 | Equações para determinação do fator de velocidade C_v

Velocidade de deslizamento V_s	Equação de C_v
$V_s < 700$	$C_v = 0,659 \exp(-0,0011V_s)$
$700 \leq V_s < 3000$	$C_v = 13,31V_s^{-0,571}$
$V_s > 3000$	$C_v = 65,52V_s^{-0,774}$

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 795).

A velocidade de deslizamento V_s é dada por: $V_s = \frac{\pi n_w d_m}{12 \cos \lambda}$

Em que n_w é a velocidade do pinhão sem-fim e o d_m é o diâmetro médio do pinhão sem-fim.

O torque na coroa sem-fim é dado por: $T_G = \frac{W^t D_m}{2}$

O coeficiente de atrito f é descrito pelas equações do Quadro 2.14 em função da velocidade de deslizamento V_s .

Quadro 2.14 | Equações para determinação do coeficiente de atrito f

Velocidade de deslizamento V_s	Equação de f
$V_s = 0$	0,15
$0 \leq V_s < 10$ ft/min	$f = 0,124 \exp(-0,074V_s^{0,645})$
$V_s > 10$ ft/min	$f = 0,103 \exp(-0,110V_s^{0,450}) + 0,012$

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 795).

O Quadro 2.15 reúne todas as informações sobre a geometria de engrenagens sem-fim engrenzadas.

Quadro 2.15 | Parâmetros geométricos de engrenagens sem-fim engrenzadas

Parâmetro	Condição	Equação
Adendo (a)		$a = \frac{P_x}{\pi} = 0,3183 p_x$
Dedendo (b)		$b = \frac{1,157 P_x}{\pi} = 0,3683 p_x$

Parâmetro	Condição	Equação
Profundidade completa (h_t)	$p_x \geq 0,16$	$h_t = \frac{2,157 p_x}{\pi} = 0,6866 p_x$
	$p_x < 0,16$	$h_t = \frac{2,200 p_x}{\pi} + 0,002 = 0,7003 p_x + 0,002$
Diâmetro externo do pinhão sem-fim (d_o)		$d_o = d + 2a$
Diâmetro de raiz do pinhão sem-fim (d_r)		$d_r = d - 2b$
Diâmetro de garganta da coroa sem-fim (D_t)		$D_t = D + 2a$
Diâmetro de raiz da coroa sem-fim (D_r)		$D_r = D - 2b$
Folga (c)		$c = b - a$
Largura de face (máxima) do pinhão sem-fim ($(F_W)_{\max}$)		$(F_W)_{\max} = 2 \sqrt{\left(\frac{D_t}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - a\right)^2}$
Largura de face da coroa sem-fim (F_G)	$p_x \geq 0,16$	$F_G = 2d_m/3$
	$p_x < 0,16$	$F_G = 1,125 \sqrt{(d_o + 2c)^2 - (d_o + 4a)^2}$

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 795-796).

A razão da perda de calor (H_{perda}) da carcaça da coroa sem-fim (ft-lbf/min) é dada por:

$$H_{perda} = 33000(1-e)H_{in}$$

Em que e é a eficiência definida anteriormente e H_{in} é a potência de entrada do pinhão sem-fim. A eficiência geral \tilde{h}_{CR} para a combinação da transferência de calor a partir da caixa da coroa sem-fim é definida pelas equações apresentadas no Quadro 2.16.

Quadro 2.16 | Equações para determinação da eficiência geral \tilde{h}_{CR}

Condição	Equação de
Sem ventilador no eixo sem-fim	$\tilde{h}_{CR} = \frac{n_w}{6494} + 0,13$
Com ventilador no eixo sem-fim	$\tilde{h}_{CR} = \frac{n_w}{3939} + 0,13$

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 796).

A temperatura do reservatório de óleo (t_s) é dada, em °F, por:

$$t_s = t_a + \frac{H_{perda}}{\dot{h}_{CR}A} = \frac{33000(1-e)H_{in}}{\dot{h}_{CR}A} + t_a$$

Em que t_a é a temperatura ambiente em °F e A é a área da carcaça em in^2 . Deve-se também ser respeitada uma área mínima recomendada pela AGMA:

$$A_{min} = 43,20C^{1,7}$$

A tensão de flexão da coroa é dada por:

$$\sigma_a = \frac{W_G^t}{P_n(Fe)_G \gamma}$$

Em que $p_n = p_x \cos \lambda$ e γ é o fator de forma de Lewis.

Comparados a outros tipos de engrenamento, pares de engrenagens sem-fim possuem uma eficiência mecânica muito baixa, por isso se trabalha como conceito de potência de saída. A magnitude da força transmitida pela coroa (W_{Gt}) pode ser relacionada à potência de saída (H_0), ao fator de aplicação (K_a), à eficiência (e) e ao fator de projeto (n_d) por:

$$W_{Gt} = \frac{33000n_dH_0K_a}{V_Ge}$$

Considerando a equação de W_{wt} apresentada anteriormente, temos que a potência no pinhão sem-fim e na coroa sem-fim são, respectivamente:

$$H_w = \frac{W_{wt}V_w}{33000} = \frac{\pi d_w n_w W_{wt}}{12(33000)} \text{ hp}$$

$$H_G = \frac{W_{Gt}V_G}{33000} = \frac{\pi d_G n_G W_{Gt}}{12(33000)} \text{ hp}$$

Considerando a força de atrito W_f e a velocidade de deslizamento V_s , a potência de atrito é dada por:

$$H_f = \frac{|W_f|V_s}{33000} \text{ hp}$$

Esse método estudado até agora foi originado a partir do método de Carga de Desgaste de Buckingham, que avalia o carregamento admissível para o dente de engrenagem com relação ao desgaste por meio da equação abaixo, em que K_w é o fator de desgaste que pode ser obtido considerando o material da coroa e do pinhão, bem como o ângulo da rosca, consultando-se o Quadro 2.17.

$$(W_{Gt})_{all} = K_w d_G Fe_G$$



Dica

Aprofunde seu conhecimento acerca de projeto de máquinas que utilizam redução por engrenagem sem-fim. Um exemplo interessante de cálculo pode ser verificado nas páginas 43 a 50, da monografia *Projeto Mecânico de um Redutor de Engrenagens Sem-Fim numa Esteira Transportadora Inclinada*.

NAMIHIRA, E. M. **Projeto Mecânico de um Redutor de Engrenagens Sem-Fim numa Esteira Transportadora Inclinada**. 2014. 74 f. TCC (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

Sem medo de errar

Imagine que você é o responsável pelo projeto de um sistema de guincho para levantamento de materiais em uma fábrica. O dispositivo deve ser movido por um motor elétrico, com engrenamento autotravante de redução 75:1. Quais são os parâmetros necessários para se projetar o redutor de velocidade de engrenamento sem-fim e a coroa? Os dados de entrada fornecidos são: velocidade de entrada = 1725 rpm e velocidade de saída = 23 rpm com potência de 0,6 hp.

Inicialmente, foram feitas algumas suposições em relação ao tambor do guincho (10 in) e em relação ao torque de pico, que deve ser de 7800 lb.in. Considera-se a distância entre centros de 5,5 in e a largura da face da coroa igual a 1,354 in, bem como que o sem-fim será fundido com resfriamento. Com base na teoria estudada, você deve determinar: os fatores a serem utilizados no equacionamento, a carga tangencial W^t , a força de atrito W^f , a potência perdida no engrenamento e a eficiência do engrenamento.

Com base na relação $\frac{C^{0,875}}{3,0} \leq d_w \leq \frac{C^{0,875}}{1,7}$, determina-se o diâmetro do pinhão sem-fim:

$$d_w = \frac{C^{0,875}}{2,2} = \frac{5,5^{0,875}}{2,2} = 2,02 \text{ in}$$

O diâmetro primitivo da coroa sem-fim é determinada por:
 $d_G = 2C - d_w = 2(5,5) - 2,02 = 8,98 \text{ in}$

O avanço (L), considerando-se a relação de transmissão 75:1, e o ângulo de avanço do parafuso (λ) são dados pelas seguintes relações:

$$L = p_x N_w = \pi d_G \frac{N_w}{N_G} = \pi(8,98) \frac{1}{75} = 0,376 \text{ in}$$

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{L}{\pi d_w} = \tan^{-1} \frac{0,376}{\pi(2,02)} = 3,39^\circ$$

Como o ângulo de avanço encontrado é menor que 6° , o engrenamento é autotravante (não retorna), conforme premissa de projeto.

Para o cálculo da força tangencial admissível do dente da coroa $(W^t)_{all}$, é preciso definir os fatores presentes na equação:

$$(W^t)_{all} = C_s D_m^{0,8} (Fe)_G C_m C_v$$

C_s é o fator material. considerando $C > 3$, $d_G \leq 8 \text{ in}$ e sem-fim fundido com resfriamento, temos $C_s = 1000$. D_m é o diâmetro médio da coroa (in) cujo valor é $8,98 \text{ in}$. $(Fe)_G$ é a largura efetiva de face da coroa (in), igual a $1,354 \text{ in}$. C_m é o fator de correção da razão de velocidades dado por:

$$C_m = 0,0107 \sqrt{-m_G^2 + 56m_G + 5145} = 0,0107 \sqrt{-75^2 + 56(75) + 5145} = 0,653$$

C_v é o fator de velocidade, e para determinar esse fator, é preciso determinar a velocidade de deslizamento V_s , dada por:

$$V_s = \frac{\pi n_w d_m}{12 \cos \lambda} = \frac{\pi(1725)(2,02)}{12 \cos(3,39)} = 913,839 \text{ ft/min} . \text{ Com isso:}$$

$$C_v = 13,31 V_s^{-0,571} = 13,31(913,839)^{-0,571} = 0,271$$

Portanto, a **força tangencial admissível do dente da coroa** $(W^t)_{all}$ é:

$$(W^t)_{all} = C_s D_m^{0,8} (Fe)_G C_m C_v = (1000)(8,98)^{0,8} (1,354)(0,653)0,271 = 1388 \text{ lbf}$$

O coeficiente de atrito f deve ser determinado a partir da equação:

$$f = 0,103 \exp(-0,110 V_s^{0,450}) + 0,012 = 0,103 \exp(-0,110(913,839)^{0,450}) + 0,012 = 0,0216$$

A **força de atrito** é, então, expressa por:

$$W_f = fW = \frac{fW_{Gt}}{f \sin \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda} = \frac{fW^t}{\cos \phi_n \cos \lambda} = \frac{0,0216(1388)}{\cos 20^\circ \cos 3,39^\circ} = 32,13 \text{ lbf}$$

A potência de saída é dada por:

$$H_G = \frac{W_{Gt} V_G}{33000} = \frac{\pi d_G n_G W_{Gt}}{12(33000)} = \frac{\pi(8,98)(23)(1388)}{12(33000)} = 2,274 \text{ hp}$$

Considerando a força de atrito W_f e a velocidade de deslizamento V_s , a **potência de atrito** é dada por:

$$H_f = \frac{|W_f| V_s}{33000} = \frac{32,13(913,839)}{33000} = 0,89 \text{ hp}$$

A eficiência do engrenamento pode ser definida por:

$$e = \frac{W_{Wt}(\text{sem atrito})}{W_{Wt}(\text{com atrito})} = \frac{2,274}{2,274 + 0,89} = 71,87\%$$

Avançando na prática

Determinando a carga tangencial admissível da coroa

Descrição da situação-problema

Você é engenheiro recém-contratado do departamento de projetos de uma empresa fabricantes de engrenagem. Seu chefe está envolvido em um projeto de engrenagens sem-fim e calculou pelo método AGMA uma tensão admissível de desgaste da coroa cujo diâmetro primitivo é 10,504 in, largura efetiva 1,5 in e ângulo de rosca de 20°, igual a 1239 lbf. O material empregado para a fabricação do pinhão é o aço endurecido e para a coroa, o bronze.

Para a comparação dos resultados, foi pedido a você que desenvolvesse os cálculos pelo método precursor ao método AGMA: o método de Carga de Desgaste de Buckingham. Para tanto, foi fornecido o material com a fórmula e um quadro com os fatores de desgaste K_w (Quadro 2.17).

$$(W_{Gt})_{all} = K_w d_g F_e F_G$$

Quadro 2.17 | Fatores de desgaste K_w para engrenagens sem-fim

Material		Ângulo de rosca (ϕ_n)			
Pinhão	Coroa	14,5°	20°	25°	30°
Aço endurecido	Bronze resfriado	90	125	150	180
Aço endurecido	Bronze	60	80	100	120
Aço (250 HB)	Bronze	36	50	60	72
Ferro fundido de alto rendimento	Bronze	80	115	140	165
Ferro fundido	Alumínio	10	12	15	18
Ferro fundido de alto rendimento	Ferro Cinza	90	125	150	180
Ferro fundido de alto rendimento	Aço fundido	22	31	37	45

Material		Ângulo de rosca (ϕ_n)			
Ferro fundido de alto rendimento	Ferro fundido de alto rendimento	135	185	225	270
Aço (250 HB)	Fenólico laminado	47	64	80	95
Ferro Cinza	Fenólico laminado	70	96	120	140

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 805).

Resolução da situação-problema

Dos dados fornecidos para desenvolvimento do trabalho, temos definido que:

$$d_G = \text{diâmetro primitivo da coroa} = 10,504 \text{ in.}$$

$$F_{e_G} = \text{largura efetiva de face da coroa sem-fim} = 1,5 \text{ in.}$$

Considerando que o material empregado para fabricação do pinhão é aço endurecido e a coroa é feita de bronze, de acordo com o Quadro 2.17, temos que K_w é 80. Com isso:

$$(W_{Gt})_{all} = K_w d_G F_{e_G} = 80(10,504)(1,5) = 1260 \text{ lbf}$$

O valor de tensão admissível é maior do que encontrado pelo método AGMA uma vez que este possui refinamentos. Dessa forma, a avaliação da carga de desgaste de Buckingham é interessante para se ter, de forma rápida, uma ideia da grandeza de tensão que pode ser admitida pela coroa. Além disso, permite analisar projeto em situações cuja combinação de materiais não é preconizada pela AGMA.

Faça valer a pena

1. Considere um par de engrenagens sem-fim com rotação de entrada de 1800 rpm engranzando com coroa sem-fim de 24 dentes, transmitindo 3 hp na saída. São fornecidos os dados de diâmetro primitivo do pinhão e da coroa, que são, respectivamente, 3 e 6 in

Os valores dos parâmetros geométricos: adendo, dedendo, profundidade completa, folga e largura de face da coroa sem-fim são, respectivamente, em polegadas:

- 0,25; 0,25; 0,539; 0,1; 4.
- 0,25; 0,289; 0,269; 0,539, 2.
- 0,289; 0,289; 0,269; 0; 2.

d) 0,25; 0,289; 0,539; 0,039; 2.

e) 0,289; 0,25; 0,539; 0,539; 3

2. Comparado a outros tipos de engrenagens, a eficiência desse sistema é baixa, e como o movimento relativo nos dentes é de deslizamento, existe considerável aquecimento devido ao atrito. Dessa forma, a transferência de calor pode limitar a vida de um par de engrenagens sem-fim. Analise um conjunto de engrenagens sem-fim com ângulo de pressão normal de $14,5^\circ$, ângulo de avanço de $4,764^\circ$ e coeficiente de atrito igual a 0,0178, que transmite 3 hp ao eixo de saída, com fator de aplicação igual a 1,25 e fator de projeto igual a 1. A velocidade tangencial da coroa é 117,8 ft/min.

Para esse par de engrenagens sem-fim, as componentes de força tangencial na coroa, no pinhão, e a eficiência do engrenamento são, respectivamente:

a) 1284 lbf; 131 lbf; 0,818.

b) 1027 lbf; 133 lbf; 0,407.

c) 131 lbf; 1284 lbf; 0,818.

d) 1284 lbf; 133 lbf; 0,407.

e) 1027 lbf; 131 lbf; 0,818.

3. Um par de engrenagens sem-fim possui uma relação de redução de 11:1. O sem-fim de aço liga endurecido superficialmente roda a 1720 rpm, transmitindo uma potência de 10 hp ao eixo de saída. O diâmetro médio do sem-fim, que possui rosca dupla ($N_w = 2$), é 2,5 in, e o passo axial (P_x) da coroa é 1,5 dentes/in. O ângulo de pressão normal é 20° . A temperatura ambiente é de 70°F . O fator de aplicação K_a é igual a 1,25 e o fator de projeto n_d é 1,2. A largura da face da coroa é 1,5 in e a área lateral é $XX \text{ in}^2$, sendo a coroa de bronze fundida em areia.

A temperatura no tanque do óleo lubrificante é:

a) 166°F .

b) $88,5^\circ\text{F}$.

c) $144,5^\circ\text{F}$.

d) 90°F .

e) 125°F .

Referências

BUDYNAS, R.G.; NISBETT, J.K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

COLLINS, J. A., BUSBY, H. R., STAAB, G. H. **Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas**. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

MOTT, R. L. **Elementos de máquinas em projetos mecânicos**. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

NORTON, R.L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SHIGLEY, J. E., MISCHKE, C. R., BUDYNAS, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica**, 7. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

Unidade 3

Embreagens, freios, acoplamentos e volantes

Convite ao estudo

Inventar a roda proporcionou ao homem o grande feito de poder transportar algo mais pesado que seu próprio corpo, mas, como parar esse elemento em movimento? Neste momento nos deparamos com a necessidade de elementos que controlem a velocidade e a direção do movimento. Dessa forma, surgem os freios - classe de elementos de máquinas denominadas de acoplamentos por atrito que podem impedir o deslocamento, parar algo que está se deslocando, diminuir ou controlar a velocidade de um sistema móvel.

Com a evolução da tecnologia, novos tipos de acoplamentos surgiram, dentre os quais se destacam os magnéticos, os eletromagnéticos e os hidráulicos, no entanto, o acoplamento por atrito ainda é o mais utilizado. O princípio do funcionamento do freio por atrito é dado, como o próprio nome diz, pelo atrito de dois materiais que possuem velocidades diferentes, fazendo com que um influa na velocidade do outro. Quando um desses materiais possui velocidade igual a zero, o acoplamento é denominado de freio no caso em que nenhum dos dois materiais possuam velocidade nula, o acoplamento é chamado de embreagem.

Embreagens são dispositivos utilizados para conectar ou desconectar um elemento acionado do motor, permitindo que ele atue de maneira mais eficiente no caso de uma máquina que opere com diferentes ciclos.

Levando em consideração essa introdução sobre definição e funcionamento básico de freios e embreagens, imagine que você é o engenheiro responsável pelos projetos de uma grande empresa fabricante de máquinas agrícolas e está com três frentes de trabalho no seu backlog. O projeto de maior importância e o que será tratado primeiramente é a revisão do projeto do freio de mão do trator, cujo mecanismo corresponde a um freio de sapatas internas. Qual método deve ser empregado para análise deste projeto? É possível determinar a pressão máxima na sapata e o torque de frenagem?

Neste mesmo contexto, outra frente de trabalho coordenada por você é a revisão do projeto da embreagem, no qual você e sua equipe deverão determinar, por meio do modelo de desgaste uniforme, a força axial e o torque. Se o diâmetro interno do disco for alterado, qual será o impacto no projeto? Qual

configuração é a mais interessante? Certamente, devemos avaliar a viabilidade em se alterar o projeto em um cenário cujos componentes ofereçam maior performance.

Finalmente, você deverá auxiliar o pessoal da área comercial em um treinamento para dimensionamento e seleção de um eixo cardan (acoplamento) para operação de uma roçadora montada no trator, com base em catálogos de empresas parceiras. Qual o equacionamento utilizado para esse dimensionamento? Quais os fatores de carga que deverão ser considerados no projeto?

Você é um engenheiro respeitado na empresa e sua frente de trabalho impacta diretamente outros departamentos. Estude os conceitos teóricos e os utilize na prática! Bom trabalho!

Embreagens e freios - parte I

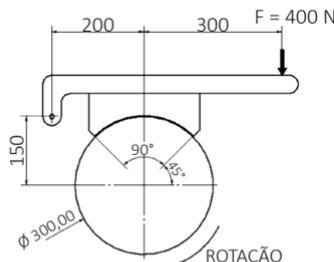
Diálogo aberto

Como já falado anteriormente, no freio, um dos elementos trabalha com rotação nula. No freio a disco, o disco, ligado ao eixo girante, é acoplado ao eixo que possui velocidade nula por meio de uma pinça presa à estrutura do veículo ou dispositivo. O acionamento da pinça pode ser pneumático, hidráulico, magnético, dentre outros.

Devido à natureza do acionamento, os discos precisam de uma área de resfriamento grande e as pastilhas de freio, que atuam com placa de pressão, ocupam uma pequena parcela da área do disco de freio. Para questão de facilidade de manutenção, o material de atrito (que sofre desgaste) é empregado na manufatura das pastilhas de freio. Os discos, por sua vez, podem ser manufaturados com ferro fundido, aço, alumínio e outros materiais.

A essa altura você deve estar se perguntando quais são os tipos de freios que são utilizados em cada aplicação e como fazemos para determinar os parâmetros geométricos e, também o dimensionamento. Para responder a essa pergunta, vamos trabalhar na prática: imagine que você é o engenheiro responsável pelos projetos de uma grande empresa fabricante de máquinas agrícolas e está com três frentes de trabalho no seu backlog. Neste momento, seu foco está no projeto de maior importância para a companhia e o que será tratado primeiramente é a revisão do projeto do freio de mão do trator, cujo mecanismo corresponde a um freio de sapatas internas. Considerando o diagrama do mecanismo proposto na Figura 3.1, largura de 30 mm, coeficiente de fricção de 0,25, é possível determinar a pressão máxima na sapata? E o torque de frenagem? Para o equacionamento, assumamos que $\theta_1 = 8,13^\circ$ e $\theta_2 = 98,13^\circ$.

Figura 3.1 | Freio de mão tipo bloco



Fonte: elaborada pela autora.

Seu trabalho é fundamental para que as condições de operação do freio sejam conhecidas e possibilite a melhoria da eficiência do sistema como um todo. Estude para apresentar bons resultados à companhia!

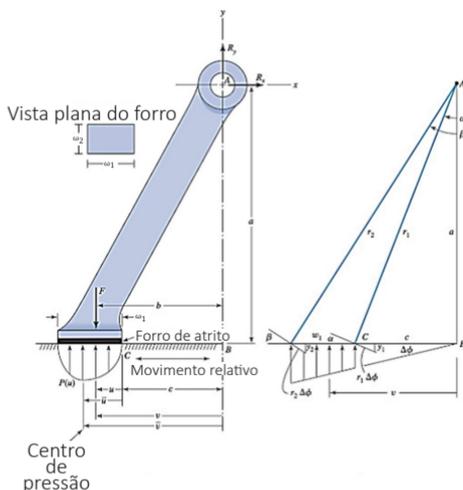
Não pode faltar

Freios e embreagens podem ser analisados por um procedimento padrão que envolve as seguintes etapas, de acordo com Budynas e Nisbett, 2016:

1. Estimar a distribuição de pressão nas superfícies de fricção.
2. Encontrar a relação entre a maior pressão e a pressão em qualquer ponto da superfície considerada.
3. Utilizar as condições de equilíbrio para determinar a força de frenagem ou torque, bem como as reações de suporte.

Para avaliar as condições de equilíbrio, vamos considerar o retentor de porta ilustrado na Figura 3.2. O ponto A representa a articulação do retentor. Sob a pastilha de fricção, ocorre a distribuição da pressão normal $p(u)$, que é função da posição u , dada a partir da extremidade direita da pastilha. Na superfície, ocorre a distribuição similar da componente de cisalhamento por atrito, com intensidade $f_p(u)$, na direção de movimento do chão, onde f é o coeficiente de atrito. A resultante na direção y e o momento em relação ao ponto C são dados, respectivamente, por:

Figura 3.2 | Corpo livre de retentor de porta comum e distribuição de pressão



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 811).

$N = \omega_2 \int_0^{\omega_1} p(u) du = p_{av} \omega_1 \omega_2$, em que p_{av} é a pressão média.

$$\int_0^{\omega_1} p(u) u du = \bar{u} \int_0^{\omega_1} p(u) du = \bar{u} N = p_{av} \omega_1 \bar{u}.$$

Considerando o somatório de forças na direção x e também que f e ω_2 são constantes, temos:

$$\Sigma F_x = R_x \mp \int_0^{\omega_1} f \omega_2 p(u) du = 0. \text{ Isolando } R_x, \text{ temos:}$$

$$R_x = \pm \int_0^{\omega_1} f \omega_2 p(u) du = \pm f \omega_1 \omega_2 p_{av}$$

Na direção y: $\Sigma F_y = -F + \int_0^{\omega_1} p(u) \omega_2 du + R_y = 0$. Isolando R_y , temos:

$$R_y = F - \omega_2 \int_0^{\omega_1} p(u) du = F - p_{av} \omega_1 \omega_2.$$

A somatória de momentos ao redor da articulação (ponto A) nos fornece:

$$\Sigma M_A = Fb - \int_0^{\omega_1} \omega_2 p(u)(c + u) du \mp af \omega_2 \int_0^{\omega_1} p(u) du = 0, \text{ assim, tem-se que:}$$

$$F = \frac{\omega_2}{b} \left[\int_0^{\omega_1} p(u)(c + u) du \pm af \int_0^{\omega_1} p(u) du \right].$$



Refleta

Considerando o momento, em quais situações são ditas que uma sapata de freio é auto-energizante ou autodeenergizante?

Estabelecendo que o termo entre colchetes é menor ou igual a zero, temos que:

$$\int_0^{\omega_1} p(u)(c + u) du - af \int_0^{\omega_1} p(u) du \leq 0$$

A partir do que obtemos, o valor crítico do coeficiente de atrito (f_{cr}):

$$f_{cr} \geq \frac{1}{a} \frac{\int_0^{\omega_1} p(u)(c + u) du}{\int_0^{\omega_1} p(u) du} = \frac{1}{a} \frac{c \int_0^{\omega_1} p(u) du + \int_0^{\omega_1} p(u) u du}{\int_0^{\omega_1} p(u) du}$$

$$f_{cr} \geq \frac{c + \bar{u}}{a}$$

A afirmação de que um fenômeno de autoacionamento ou autotravamento ocorre independe do conhecimento sobre a distribuição de pressão normal $p(u)$. O conhecimento de $p(u)$, de onde derivamos \bar{u} , torna possível encontrarmos o valor de f_{cr} .

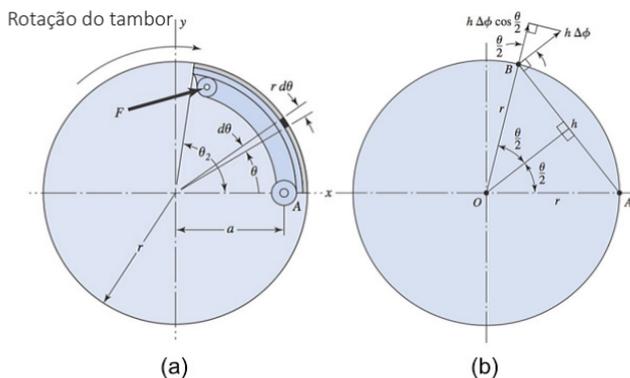


Assimile

O valor crítico do coeficiente de atrito depende dos fatores geométricos c e a , bem como de \bar{u} , que é a distância do centro de pressão a partir da extremidade direita da almofada, que é derivada da distribuição de pressão normal $p(u)$.

O freio de tambor de sapatas internas é utilizado como freio traseiro de automóveis ou como freio de veículos pesados. O mecanismo consiste de duas ou mais sapatas que são aplicadas contra a face interna do tambor de freios. A Figura 3.3(a) apresenta a geometria de uma sapata de fricção interna que é pivotada no ponto A e possui uma força (F) atuando na extremidade oposta. Como se trata de uma sapata longa, a distribuição da pressão não é uniforme e, ainda, no calcanhar da sapata (ponto A), vamos assumir que a pressão é igual a zero.

Figura 3.3 | Geometria de sapata de fricção interna (a); geometria associada a um ponto (b)



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 816).

Considere uma pressão (p) atuando em um elemento de área localizada a um ângulo θ da articulação e, ainda, que a pressão máxima (p_a) ocorre a um ângulo θ_a . Para encontrar a pressão no contorno da sapata interna, considerando o ponto B da Figura 3.4(b), se a sapata se deforma devido a uma rotação $\Delta\phi$ em relação ao ponto A, a deformação perpendicular a AB é $h\Delta\phi$, onde h é dado por $2r \sin(\theta/2)$. Dessa forma: $h\Delta\phi = 2r\Delta\phi \sin(\theta/2)$. A deformação perpendicular ao aro é $h\Delta\phi \cos(\theta/2)$, que pode ser escrito por:

$$h\Delta\phi \cos(\theta/2) = 2r\Delta\phi \sin(\theta/2) \cos(\theta/2) = r\Delta\phi \sin \theta .$$

A deformação e a pressão são, portanto, proporcionais a $\sin\theta$. No ponto B, onde a pressão é máxima: $\frac{p}{\sin\theta} = \frac{p_a}{\sin\theta_a}$, reescrevendo: $p = \frac{p_a}{\sin\theta_a} \sin\theta$.



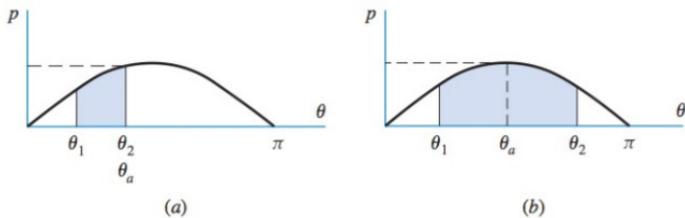
Exemplificando

Considerando a forma de distribuição de pressão na sapata interna do freio, deduzimos que ela possui uma forma senoidal em relação ao ângulo θ e isso traz algumas implicações físicas:

No caso de sapatas curtas, a maior pressão p_a ocorre na extremidade θ_2 (Figura 3.4a).

No caso de sapatas longas, a maior pressão p_a ocorre na extremidade $\theta_a = 90^\circ$ (Figura 3.4b).

Figura 3.4 | Determinação da máxima pressão p_a em função do ângulo θ



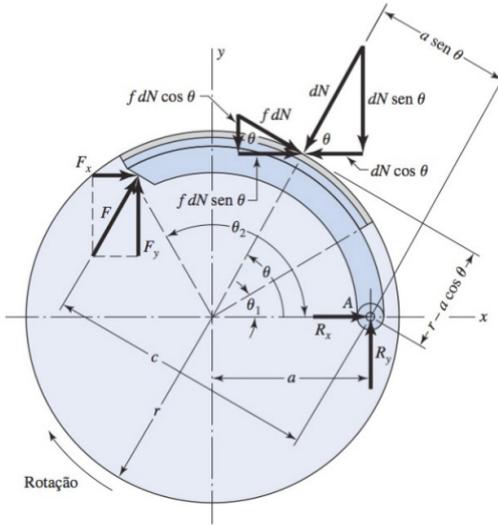
Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 817).

Um bom projeto é, portanto, aquele em que o projetista considera o ponto de máxima pressão para alocar maior concentração de material friccional nesta posição.

Para esse tipo de sapata, vamos considerar o diagrama de corpo livre da Figura 3.5 para fazer a análise de forças atuantes, torque e reações no suporte aplicando as condições de equilíbrio estático. As reações na articulação são R_x e R_y . A uma distância c da articulação, atua uma força F , cujas componentes são F_x e F_y . Para qualquer ângulo θ , há uma força diferencial normal (dN), dada por: $dN = pbr d\phi$, em que b é a largura da face do material de fricção. Considerando a pressão máxima p_a , a equação pode ser reescrita como: $dN = \frac{p_a br \sin\phi d\phi}{\sin\phi_a}$.

dN também possui componentes horizontal e vertical dadas por $dN \cos\phi$ e $dN \sin\phi$. O atrito fdN possui componentes horizontal e vertical dadas por $fdN \sin\phi$ e $fdN \cos\phi$.

Figura 3.5 | Forças atuantes na sapata



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 818).

Avaliando o momento devido ao atrito, temos que:

$$M_f = \int f dN (r - a \cos \theta) = \frac{f p_a b r}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta (r - a \cos \theta) d\theta .$$

O momento devido às forças normais é dado por:

$$M_N = \int dN (a \sin \theta) = \frac{p_a b r a}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta .$$

A força F deve balancear os momentos, portanto, temos : $F = \frac{M_N - M_f}{c}$.

Aqui, é bastante claro observar que se $M_N = M_f$, um autotravamento é obtido. Para se obter as dimensões para ação auto-energizante, a dimensão a deve ser tal que $M_N > M_f$.

O torque é dado por: $T = \int f r dN = \frac{f p_a b r^2}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{f p_a b r^2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\sin \theta_a}$

R_x é dado por:

$$R_x = \int dN \cos \theta - \int f dN \sin \theta - F_x = \frac{p_a b r}{\sin \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta - f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta \right) - F_x$$

R_y é dado por:

$$R_y = \int dN \sin \theta + \int f dN \cos \theta - F_y = \frac{p_a b r}{\sin \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta + f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta \right) - F_y$$



Refleta

Este equacionamento considera que a rotação se dá no sentido horário. Se formos considerar uma rotação inversa, como serão as relações estudadas até aqui?



Assimile

Vamos simplificar as equações apresentadas para R_x e R_y adotando:

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

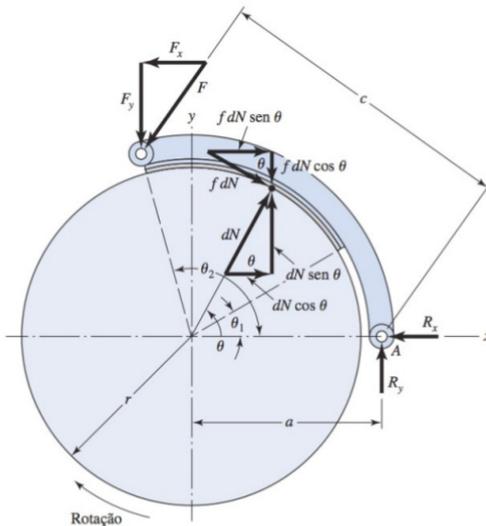
Desta forma, reescrevemos:

$$R_x = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (A - fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (B + fA) - F_y$$

O tipo de freio mais comum é o de **tambor de sapatas externas**, utilizado em pontes rolantes,

Figura 3.6 | Forças atuantes na sapata externa



gruas e elevadores, por exemplo. Esse elemento de máquinas é composto por duas sapatas dispostas simetricamente em torno do tambor, ao qual é acoplada a carga a ser freada. Normalmente, o acionamento é eletromagnético ou pneumático, então, ao acionar o freio, um conjunto de alavancas aplica pressão entre as sapatas e o tambor.

Aqui, as equações de momento das forças friccionais e normais em

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 825):.

relação à articulação são as mesmas consideradas para freios de tambor de sapatas internas, considerando-se o diagrama de corpo livre apresentado na Figura 3.6.

Para o caso de sapatas externas, as equações de momento produzem valores positivos para momentos horários, dessa forma, a força acionadora do freio deve ser dada por:

$$F = \frac{M_N + M_f}{c}$$

Com isso, as reações horizontal e vertical na articulação são dadas, respectivamente, por:

$$R_x = \int dN \cos \theta + \int f dN \sin \theta - F_x$$

$$R_y = \int f dN \cos \theta - \int dN \sin \theta + F_y$$

Adotando a mesma simplificação anteriormente apresentada, temos que:

$$R_x = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (A + fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (fA - B) + F_y$$

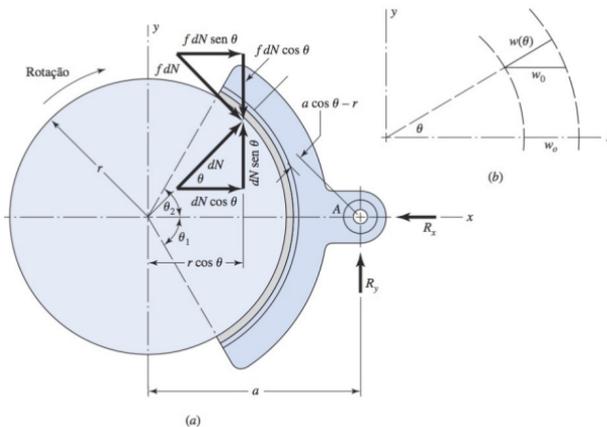
Se considerarmos uma rotação anti-horária, a força acionadora deve ser tal que: $F = \frac{M_N - M_f}{c}$.

Quando se empregam sapatas contráteis no projeto de embreagens, à medida que a velocidade angular aumenta, maior força acionadora (F) é requerida.

Um caso especial surge quando o pivô é localizado simetricamente (Figura 3.7a) e disposto de tal forma que o momento devido ao atrito ao seu redor é zero.

Neste caso, a componente de abscissa do desgaste é $w(\theta)$ para todas as posições θ (Figura 3.7b).

Figura 3.7 | Freio com sapata externa simétrica (a); desgaste (b)



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 826).

O desgaste na direção radial é dado por: $\omega(\theta) = \omega_0 \cos \theta$. O desgaste radial, também pode ser expresso por: $\omega(\theta) = K P V t$, onde K é a constante do material; P é a pressão; V é a velocidade do aro e t é o tempo. Denotando P como $p(\theta)$, temos:

$$p(\theta) = \frac{\omega(\theta)}{K V t} = \frac{\omega_0 \cos \theta}{K V t}$$

onde, $\frac{\omega_0}{K V t}$ é uma constante e, portanto: $p(\theta) = (\text{constante}) \cos \theta = p_a \cos \theta$; p_a é o valor máximo de $p(\theta)$.

Fazendo a análise de forças, temos $dN = pbr d\theta = p_a br \cos \theta d\theta$.

Considerando o momento devido ao atrito igual a zero, determinamos a distância de a .

$$M_f = 2 \int_0^{\theta_2} (f dN)(a \cos \theta - r) = 0$$

$$2fp_a br \int_0^{\theta_2} (a \cos^2 \theta - r \cos \theta) d\theta = 0, \text{ a partir do que: } a = \frac{4r \operatorname{sen} \theta_2}{2\theta_2 + \operatorname{sen} 2\theta_2}.$$

As reações horizontal e vertical são dadas, devido à simetria, respectivamente, por:

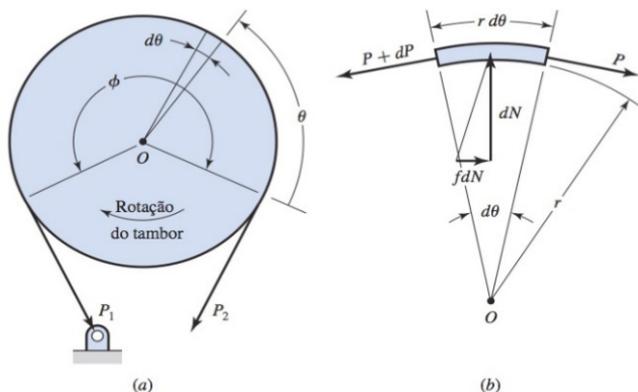
$$R_x = 2 \int_0^{\theta_2} dN \cos \theta = 2 \int_0^{\theta_2} (p_a br \cos \theta d\theta) \cos \theta = \frac{p_a br}{2} (2\theta_2 + \operatorname{sen} 2\theta_2)$$

$$R_y = 2 \int_0^{\theta_2} f dN \cos \theta = 2 \int_0^{\theta_2} f (p_a br \cos \theta d\theta) \cos \theta = \frac{p_a br f}{2} (2\theta_2 + \operatorname{sen} 2\theta_2)$$

Podemos notar que, para a dimensão adotada, $R_x = N$ e $R_y = fN$. O torque é dado por: $T = afN$.

Embreagens e freios de cinta são utilizados, principalmente em máquinas de levantamento e o diagrama de corpo livre é apresentado na Figura 3.8.

Figura 3.8 | Análise de forças em uma cinta de freio



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 826).

Qualquer elemento da cinta estará em equilíbrio sob a ação das forças apresentadas na Figura 3.8b. Na direção vertical, temos:

$$(P + dP)\text{sen} \frac{d\theta}{2} + P \text{sen} \frac{d\theta}{2} - dN = 0$$

Para ângulos pequenos, $\text{sen} \theta \approx \theta$, portanto: $dN = Pd\theta$.

Na direção horizontal:

$$(P + dP)\text{cos} \frac{d\theta}{2} - P \text{cos} \frac{d\theta}{2} - fdN = 0$$

Para ângulos pequenos, $\text{cos}(d\theta/2) \approx 1$, portanto: $dP - fdN = 0$.

Substituindo dN na segunda equação e integrando, temos que:

$$dP - fPd\theta = 0$$

$$\int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{P} = f \int_0^{\phi} d\theta$$

$$\ln \frac{P_1}{P_2} = f\phi$$

$$\frac{P_1}{P_2} = e^{f\phi}$$

O torque é definido por: $T = (P_1 - P_2) \frac{D}{2}$.

A força normal dN é dada por: $dN = pbr d\theta$, em que p é a pressão. Essa equação pode ser reescrita por: $Pd\theta = pbr d\theta$

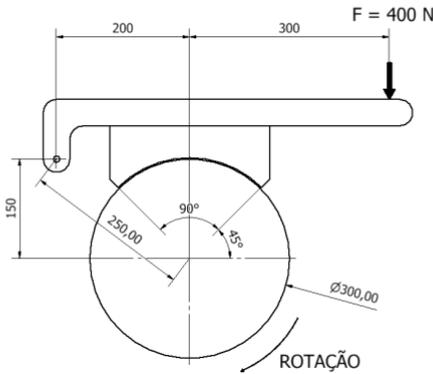
$$p = \frac{P}{br} = \frac{2P}{bD}$$

A pressão máxima p_a , que ocorre na ponta, é dada por:

$$p_a = \frac{2P_1}{bD}$$

Voltemos nossa atenção à situação problema: você é o engenheiro responsável pelos projetos de uma grande empresa fabricante de máquinas agrícolas e está trabalhando em três projetos importantes. Neste momento, seu foco está no projeto de maior importância para a companhia e o que será tratado primeiramente é a revisão do projeto do freio de mão do trator, cujo mecanismo corresponde a um freio de sapatas internas. Devemos considerar o diagrama do mecanismo proposto na Figura 3.9, em que a largura da cinta é de 30 mm e o coeficiente de fricção de 0,25. Para o equacionamento, assuma que $\theta_1 = 8,13^\circ$ e $\theta_2 = 98,13^\circ$.

Figura 3.9 | Freio de mão do tipo bloco



Fonte: Fonte: elaborada pela autora.

Os fatores para simplificação já vistos são:

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

Acrescenta-se um fator C, que é utilizado para simplificar a equação de momento:

$$C = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = -(\cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

Para que seja determinada a pressão máxima na sapata (sapata longa), precisamos determinar o momento devido ao atrito e o momento devido às forças normais. O momento devido ao atrito é dado por:

$$M_f = \int f dN (r - a \cos \theta) = \frac{f p_a b r}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta (r - a \cos \theta) d\theta = \frac{f p_a b r}{\sin \theta_a} (rC - aA)$$

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{8,13^\circ}^{98,13^\circ} = 0,480$$

$$C = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta d\theta = -(\cos \theta)_{8,13^\circ}^{98,13^\circ} = 1,1314$$

$$M_f = \frac{fp_a br}{\text{sen } \theta_a} (rC - aA) = \frac{0,25 p_a (0,03)(0,15)}{\text{sen } 90^\circ} [0,15(1,1314) - 0,25(0,48)]$$

$$M_f = 5,59 \times 10^{-5} p_a N \cdot m$$

Já o momento devido à força normal é dado por:

$$M_N = \int dN (a \text{sen } \theta) = \frac{p_a bra}{\text{sen } \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta = \frac{p_a bra}{\text{sen } \theta_a} B$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \text{sen } 2\theta \right)_{8,13^\circ}^{98,13^\circ} = 0,925 \quad (\text{com o ângulo expresso em radianos})$$

$$M_N = \frac{p_a bra}{\text{sen } \theta_a} B = \frac{p_a (0,03)(0,15)(0,25)}{\text{sen } 90^\circ} 0,925 = 1,0406 \times 10^{-3} p_a N \cdot m$$

A força F deve balancear os momentos e, temos, portanto: $F = \frac{M_N - M_f}{c}$, daí, vem:

$$400 = \frac{104,06 p_a - 5,59 p_a}{0,5(10^5)}$$

$$400 = \frac{1,0406 \times 10^{-3} p_a - 5,59 \times 10^{-5} p_a}{0,5}$$

$$98,47 \times 10^{-5} p_a = 200$$

A pressão máxima na sapata é dada por:

$$p_a = 203107,55 \text{ kN/m}^2 = 203 \text{ kPa}$$

O torque de frenagem é dado por:

$$T = \frac{fp_a br^2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\text{sen } \theta_a} = \frac{0,25(203107,55)(0,03)(0,15)^2 (\cos 8,13^\circ - \cos 98,13^\circ)}{\text{sen } 90^\circ}$$

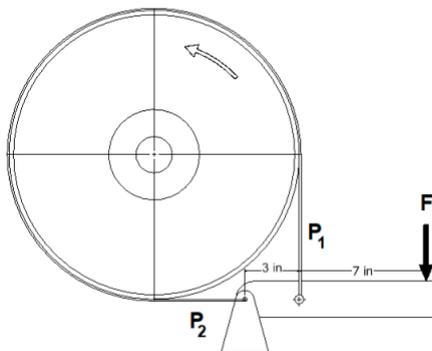
$$T = 38,78 \text{ N} \cdot m$$

Dimensionando um freio de cinta

Descrição da situação-problema

Você está trabalhando em um projeto de dimensionamento de freio de cinta cuja pressão máxima é de 70 psi. A rotação é de 200 rpm (sentido anti-horário). O tambor possui 16 in de diâmetro e suporta uma cinta com a largura de 3 in. O coeficiente de fricção é 0,2. É necessário determinar para o projeto em questão a força F (indicada na Figura 3.10), o torque de frenagem e a potência de regime permanente.

Figura 3.10 | Diagrama freio de cinta



Fonte: Fonte: elaborada pela autora.

Resolução da situação-problema

P_1 é determinado a partir da pressão máxima p_a , largura da cinta e diâmetro do tambor:

$$P_1 = \frac{p_a b D}{2} = \frac{70(3)(16)}{2} = 1680 \text{ lbf}$$

$$P_2 = \frac{P_1}{e^{f\theta}}$$

Da Figura 3.10, os pontos onde a cinta tem contato com freio resulta em um θ de 270° . Em radianos, $\theta = 4,7124$ rad, portanto:

$$P_2 = \frac{1680}{e^{0,2(4,7124)}} = 654,63 \text{ lbf}$$

O torque de frenagem é definido por:

$$T = (P_1 - P_2) \frac{D}{2} = (1680 - 654,63) \frac{16}{2} = 8202,95 \text{ lbf}\cdot\text{in} .$$

A potência é função do torque e da torração e é definida por:

$$Hp = \frac{Tn}{63025} = \frac{8202,95(200)}{63025} = 26 \text{ hp}$$

A força F na alavanca é função da geometria da alavanca e onde a cinta está conectada. Fazendo-se o somatório dos momentos em relação ao ponto onde a cinta está conectada (rótula), determina-se F por:

$$(7 + 3)F = 3P_1$$

$$F = \frac{3P_1}{10} = \frac{3(1680)}{10} = 504 \text{ lbf}$$

Faça valer a pena

1. Considerando a forma de distribuição de pressão na sapata _____ do freio, deduzimos que ela possui uma forma _____ em relação ao ângulo θ e isso traz algumas implicações físicas ao mecanismo. No caso de sapatas _____, a maior pressão P_a ocorre na extremidade θ_2 . No caso de sapatas _____, a maior pressão P_a ocorre na extremidade $\theta_a = 90^\circ$. O bom projeto é, portanto, se considerar o ponto de _____ para alocar maior concentração de material friccional nesta posição. Qual das alternativas possui os termos que preenchem corretamente as lacunas do texto-base?

- a) externa; parabólica; curtas; longas; máxima pressão.
- b) interna; senoidal; longas; curtas; máxima pressão.
- c) interna; senoidal; curtas; longas; máxima pressão.
- d) externa; senoidal; longas; curtas; mínima pressão.
- e) interna; parabólica; curtas; longas; mínima pressão.

2. O freio de cinta, também denominado como freio de banda, consiste em uma correia plana enrolada em torno de um tambor, que impede o movimento deste quando acionada. Considere um tambor com 14 in de diâmetro, largura de banda 4 in, coeficiente de fricção de 0,25 e ângulo de cobertura igual a 270° . A pressão máxima é 90 psi.

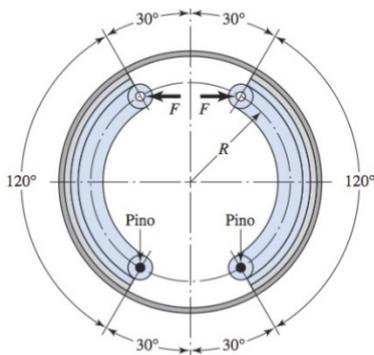
Quais os valores de P_1 , P_2 e a capacidade de torque, respectivamente?

- a) 2520 lbf; 776; lbf; 12210 lbf.in.
- b) 2880 lbf; 776; lbf; 16800 lbf.in.

- c) 2520 lbf; 1220; lbf; 16800 lbf.in.
- d) 2880 lbf; 1220; lbf; 12210 lbf.in.
- e) 126 lbf; 38,7; lbf; 610 lbf.in.

3. O freio de tambor de sapatas internas é utilizado como freio traseiro automotivo e consiste de duas ou mais sapatas que são aplicadas contra a face interna de um tambor de freios. Para este tipo de freio, com diâmetro interno de 280 mm, onde R é igual a 90 mm (Figura 3.11), com sapatas com largura de face de 30 mm e coeficiente de atrito igual a 0,30, considere uma força de acionamento de 1 kN e, ainda, que o tambor rotacional no sentido horário.

Figura 3.11 | Freio de sapata interna



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 855).

Assinale a alternativa que indica o torque total de frenagem:

- a) 375 N.m.
- b) 240 N.m.
- c) 541 N.m.
- d) 220 N.m.
- e) 161 N.m.

Embreagens e freios - parte II

Diálogo aberto

Um elemento de máquina de transmissão muito utilizado em veículos automotivos é a engrenagem. Imagine um o torque do motor transmitido até a saída da transmissão por um conjunto de engrenagens conjugadas. Para alterar a relação de transmissão, é preciso que um par do conjunto seja desacoplado e, na sequência, outro par seja acoplado. Como as engrenagens são elementos rígidos, os dentes sofreriam com o impacto causado pelo acoplamento brusco da carga ao motor. De forma a evitar esse tipo de choque, o motor é desacoplado da linha de transmissão com o uso da embreagem, que possibilita a mudança de marcha (relação de transmissão), sem que se tenha danos às engrenagens. Se as rotações forem diferentes, os elementos de atrito da embreagem deslizarão até que estas sejam iguais.

O tipo mais comum de **embreagem axial** utiliza mola de prato (conhecida como chapéu chinês) ao invés de molas helicoidais. Um tipo de embreagem utilizada em caminhões de pequeno porte é a de múltiplos discos, que possibilitam a transmissão de torques mais elevados.

As **embreagens cônicas** são empregadas quando o objetivo é amplificar a força de aplicação sem que se tenha limitação axial para o deslocamento, são também empregadas como freios. Nesse tipo de embreagem, o princípio de funcionamento é o de cunha, no qual uma mola desloca o cone contra o tambor, surgindo uma pressão na superfície de contato, que aumenta com o deslocamento axial. O desacoplamento, neste caso, ocorre com o deslocamento no sentido oposto ao do tambor.

O **freio à disco** é uma embreagem à seco em que um dos elementos encontra-se estático: o disco, ligado ao eixo girante, é acoplado ao eixo com velocidade nula por meio de uma pinça presa à estrutura do veículo e pode ser acionada de diferentes maneiras (acionamento pneumático, elétrico, magnético, dentre outros).

Dada a introdução aos tipos de elementos de máquinas que veremos nesta seção, nos deparamos novamente com nosso trabalho: após a solução encontrada na revisão do projeto do freio, na seção anterior, na sequência dos projetos gerenciados por você, o desafio é analisar o projeto de uma embreagem de placa de múltiplos discos operada hidráulicamente. Essa embreagem possui diâmetro externo de 6,5 in e o diâmetro interno é igual a 4 in. Existem seis planos de deslizamento presentes e devem ser considerados em seu projeto o coeficiente de

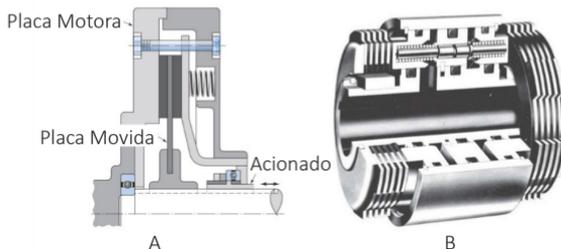
tração de 0,24 e pressão de 120 psi. Qual a força axial determinada pelo modelo de desgaste uniforme? Qual o torque encontrado pelo método de cálculo? Ainda, se tornarmos o diâmetro interno variável, considerando 2, 3, 5 e 6 in, respectivamente, qual o comportamento dos parâmetros calculados?

Aprofunde seus estudos acerca dos métodos de projetos de engrenagens e mãos à obra!

Não pode faltar

A **embreamento axial** possui um dos membros movidos em direção paralela ao eixo (axial). A principal vantagem desse tipo de embreamento é a independência dos efeitos centrífugos. As demais vantagens incluem a grande área friccional que ocupa menos espaço (radialmente) do que uma embreamento convencional à seco, possuem superfícies mais efetivas para dissipação de calor e, também, distribuição de pressão favorável. Podem ser de único (Figura 3.12a) ou múltiplos discos (Figura 3.12b).

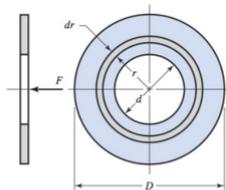
Figura 3.12 | Seção transversal de uma embreamento de único disco (a) e embreamento-freio de múltiplos discos (b)



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 829, 830).

A geometria de um membro do disco de fricção é apresentada na Figura 3.13: diâmetro externo (D); diâmetro interno (d).

Figura 3.13 | Membro do disco de fricção



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 830).

Existem duas formas para se resolver um problema em que se deseja determinar a força (F) para produzir o Torque (T) e pressão (p) desejados. O primeiro método é o do **Desgaste Uniforme**: se os discos são rígidos, o desgaste ocorre primeiro nas áreas mais interna, onde o atrito é maior, após determinado tempo e, conseqüentemente, o desgaste, a distribuição de pressão se altera para permitir um desgaste uniforme. O outro método preconiza o emprego de molas para que se tenha **Pressão Uniforme** sobre a área.

No caso do **Desgaste Uniforme**, assim que os discos sofrerem desgaste tal que o desgaste uniforme tenha se estabelecido, o desgaste axial é expresso por:

$$\omega = f_1 f_2 K P V t$$

O desgaste é proporcional ao trabalho de atrito, que pode ser calculado pelo produto da força de atrito, proporcional à pressão superficial, pela distância, proporcional à pressão radial. Com isso, o desgaste é proporcional ao produto da pressão (p) e do raio (r). Como este produto é constante, temos que a pressão máxima (p_a) ocorre com o raio mínimo (r_i):

$$C = p_{max} r_i = p_a r_i = p_a \frac{d}{2}$$

Dessa forma, temos um elemento de área de raio (r), que possui uma espessura dr e, cuja área é expressa por $2\pi r dr$. A força normal agindo sobre este elemento é: $dF = 2\pi pr dr$. Com o raio variando de $d/2$ a $D/2$ e pr constante, integramos e obtemos a força F conforme indica a equação a seguir:

$$F = \int_{d/2}^{D/2} 2\pi pr dr = \pi p_a d \int_{d/2}^{D/2} dr = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d)$$

O torque é dado pela integral do produto da força de atrito e do raio:

$$T = \int_{d/2}^{D/2} 2\pi f p r^2 dr = \pi f p_a d \int_{d/2}^{D/2} r dr = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2)$$

Substituindo-se F para simplificar a equação, o Torque é dado por:

$$T = \frac{Ff}{4} (D + d)$$

No caso de **Pressão Uniforme**, a pressão em qualquer ponto da superfície de contato é a mesma, o que normalmente ocorre quando o acoplamento é novo ou apresenta pouco desgaste. O elemento de espessura dr suporta uma pressão (p) (igual em todos os pontos da superfície de contato) quando é aplicada uma força dF, que pode ser calculada por:

$$dF = (2\pi dr)p$$

$$F = \int_{d/2}^{D/2} 2\pi pr dr = \frac{\pi p_a}{4} (D^2 - d^2)$$

O torque é dado pela integral do produto da força de atrito e do raio:

$$T = 2\pi fp \int_{d/2}^{D/2} r^2 dr = \frac{\pi fp}{12} (D^3 - d^3)$$

Como p é igual a p_a , considerando-se a equação da força F , temos que:

$$T = \frac{Ff}{3} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$



Assimile

Podemos expressar as equações de torque para desgaste uniforme e para o torque sob pressão uniforme (embreagens novas), respectivamente da seguinte forma:

$$\frac{T}{fFD} = \frac{1+d/D}{4} \text{ (desgaste uniforme); } \frac{T}{fFD} = \frac{1-(d/D)^3}{3(1-(d/D)^2)} \text{ (pressão$$

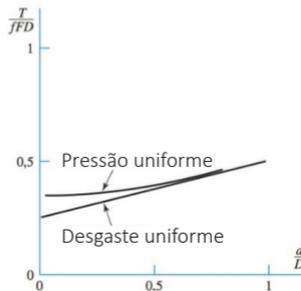
uniforme)

Dessa forma, podemos traçar o gráfico da Figura 3.14, conhecido como método de Buckingham, que permite reduzir o número de variáveis de

5 (T , f , F , D e d) para 3 (T/FD , f e d/D), denominados termos π : $\pi_1 = \frac{T}{FD}$;

$$\pi_2 = f ; \pi_3 = \frac{d}{D}$$

Figura 3.14 | Gráfico adimensional



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 832).

A relação entre esses termos permite explorar os domínios de existência, estabelecendo relações que permitem fazer comparações entre diferentes situações sem risco de desconsiderar algum dado importante ao projeto.

A Figura 3.15 apresenta um freio de tipo flutuante, nesse dispositivo, a pinça suporta um pistão acionado por pressão hidráulica. Os freios de pinça e de disco pressionam o material de fricção contra a face de um disco rodando, cuja geometria é apresentada na (Figura 3.16).

A coordenada \bar{r} indica a linha de ação da força F . O raio efetivo (r_e) é o raio de uma sapata equivalente de uma espessura radial infinitesimal. A força F e o torque T são dados, respectivamente, por:

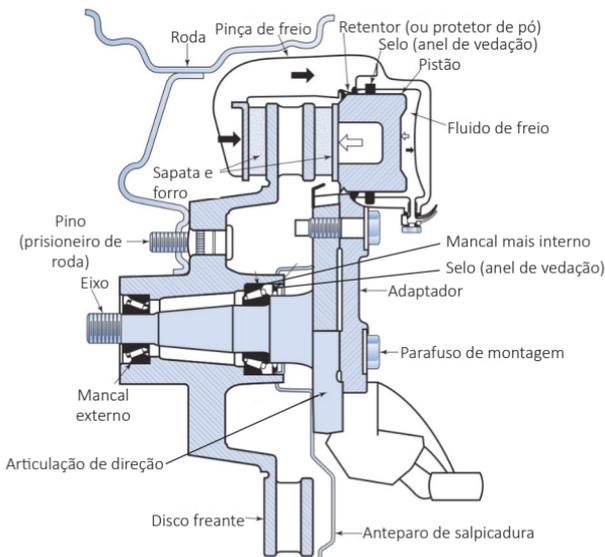
$$F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} pr \, dr \, d\theta = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} pr \, dr$$

$$T = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} fpr^2 \, dr \, d\theta = (\theta_2 - \theta_1) f \int_{r_i}^{r_o} pr^2 \, dr$$

Considerando as equações anteriores, o r_e pode ser encontrado a partir de $fFr_e = T$, ou seja:

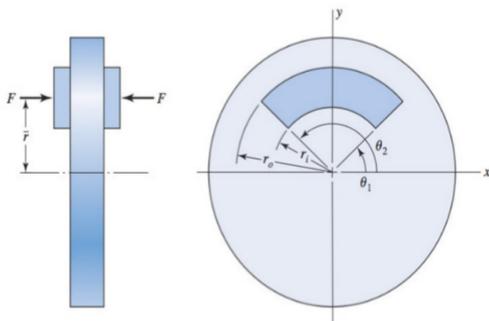
$$r_e = \frac{T}{fF} = \frac{\int_{r_i}^{r_o} pr^2 \, dr}{\int_{r_i}^{r_o} pr \, dr}$$

Figura 3.15 | Freio de disco



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 833).

Figura 3.16 | Geometria da área de contato de um segmento de pastilha anular de um freio de pinça



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 834).

A coordenada de localização \bar{r} é encontrada avaliando-se o momento em torno do eixo x:

$$M_x = F\bar{r} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} pr(r \sin \theta) dr d\theta = (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \int_{r_i}^{r_o} pr^2 dr, \text{ portanto:}$$

$$\bar{r} = \frac{M_x}{F} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\theta_1 - \theta_2} r_e$$



Exemplificando

Considerando o equacionamento anterior, vamos avaliar as equações do raio efetivo r_e , bem como da coordenada de localização \bar{r} para as condições de desgaste uniforme e pressão uniforme:

Desgaste Uniforme

Neste caso, o desgaste axial é o mesmo em todo o lugar, portanto, PV deve ser uma constante. A pressão é dada por: $p = p_a r_i / r$, a força F pode ser escrita por: $F = (\theta_2 - \theta_1) p_a r_i (r_o - r_i)$.

$$\text{O torque é dado por: } T = (\theta_2 - \theta_1) f p_a r_i \int_{r_i}^{r_o} r dr = \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) f p_a r_i (r_o^2 - r_i^2)$$

Resolvendo a equação do raio efetivo r_e , temos que:

$$r_e = \frac{p_a r_i \int_{r_i}^{r_o} r dr}{p_a r_i \int_{r_i}^{r_o} dr} = \frac{r_o^2 - r_i^2}{2} \frac{1}{r_o - r_i} = \frac{r_o + r_i}{2}$$

$$\text{A coordenada de localização } \bar{r} \text{ é, portanto: } \bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\theta_1 - \theta_2} \frac{r_o + r_i}{2}$$

Pressão Uniforme

No caso de freio novo, ainda sem desgaste, $p = p_a$, a força F é dada por:

$$F = (\theta_2 - \theta_1) p_a \int_{r_i}^{r_o} r dr = \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) p_a (r_o^2 - r_i^2)$$

O torque é expresso por:

$$T = (\theta_2 - \theta_1) f p_a \int_{r_i}^{r_o} r^2 dr = \frac{1}{3} (\theta_2 - \theta_1) f p_a (r_o^3 - r_i^3)$$

Resolvendo a equação do raio efetivo r_e , temos que:

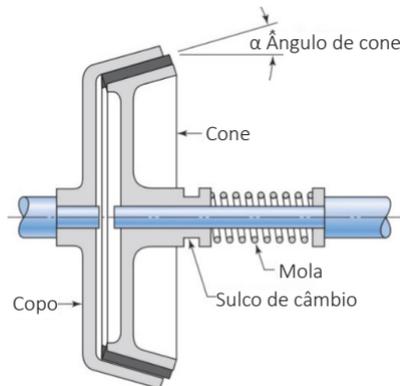
$$r_e = \frac{p_a \int_{r_i}^{r_o} r^2 dr}{p_a \int_{r_i}^{r_o} r dr} = \frac{r_o^3 - r_i^3}{3} \frac{2}{r_o^2 - r_i^2} = \frac{2}{3} \frac{r_o^3 - r_i^3}{r_o^2 - r_i^2}$$

A coordenada de localização \bar{r} é, portanto:

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \frac{2}{3} \frac{r_o^3 - r_i^3}{r_o^2 - r_i^2}}{\theta_1 - \theta_2} = \frac{2}{3} \frac{r_o^3 - r_i^3}{r_o^2 - r_i^2} \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\theta_1 - \theta_2}$$

A Figura 3.17 ilustra uma **embreagem de cone**, constituída por uma copa chavetada ou estriada, um cone que desliza axialmente e uma mola que mantém a embreagem engatada. A embreagem é desengatada por um garfo que se encaixa no sulco de câmbio localizado no cone. Dentre os parâmetros geométricos importantes para o projeto, destacam-se o ângulo de cone α , diâmetro e largura de face do cone.

Figura 3.17 | Seção transversal de uma embreagem de cone



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 838).



Refleta

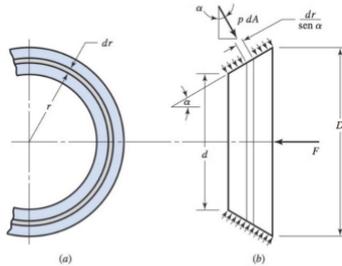
Você consegue imaginar o que acontece se for adotado um ângulo de cone muito pequeno em seu projeto? Qual solução de compromisso

seria a ideal para os ângulos de cone? Lembre-se que devemos levar em consideração o material empregado na pastilha!

Considerando a Figura 3.18 vamos desenvolver as relações para desgaste uniforme e, na sequência, as relações quando se supõe pressão uniforme. Para desgaste uniforme, consideremos a relação de pressão igual a utilizada para embreagem axial. Verifica-se que existe um elemento de área dA , de raio r e largura $dr/\text{sen}\alpha$. Com isso, tem-se que $dA = (2\pi r dr)/\text{sen}\alpha$ e a força é expressa por:

$$F = \int p dA \text{sen}\alpha = \int_{d/2}^{D/2} \left(p_a \frac{d}{2r} \right) \left(\frac{2\pi r dr}{\text{sen}\alpha} \right) (\text{sen}\alpha) = \pi p_a d \int_{d/2}^{D/2} dr = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d)$$

Figura 3.18 | Seção transversal de uma embreagem de cone



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 838).

Como vimos anteriormente, o torque é a integral do produto da força com o raio e, é dada por:

$$T = \int r f p dA = \int_{d/2}^{D/2} (rf) \left(p_a \frac{d}{2r} \right) \left(\frac{2\pi r dr}{\text{sen}\alpha} \right) = \frac{\pi f p_a d}{\text{sen}\alpha} \int_{d/2}^{D/2} r dr = \frac{\pi f p_a d}{8 \text{sen}\alpha} (D^2 - d^2) \text{ e}$$

pode ser escrito por: $T = \frac{Ff}{4 \text{sen}\alpha} (D + d)$

Para pressão uniforme, consideremos $p = p_a$, neste caso, a força é expressa por:

$$F = \int p_a dA \text{sen}\alpha = \int_{d/2}^{D/2} (p_a) \left(\frac{2\pi r dr}{\text{sen}\alpha} \right) (\text{sen}\alpha) = \frac{\pi p_a d}{2} (D^2 - d^2)$$

O torque é descrito por:

$$T = \int r f p_a dA = \int_{d/2}^{D/2} (r f p_a) \left(\frac{2\pi r dr}{\text{sen}\alpha} \right) = \frac{\pi f p_a}{12 \text{sen}\alpha} (D^3 - d^3)$$

E pode ser escrito por: $T = \frac{Ff}{3\text{sen } \alpha} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$



Refleta

Retome a análise realizada para embreagens axiais. No caso que estamos estudando agora, partimos de seis parâmetros (T, α, f, F, D e d): quais seriam os termos π (π) a serem encontrados?

Quando membros em rotação são parados por meio de um freio, a energia cinética é absorvida por este elemento de máquina, gerando calor. Da mesma forma, quando os membros estão em repouso inicialmente e então são colocados em movimento, deve surgir um deslizamento na embreagem para que isso ocorra. Durante o deslizamento, a energia cinética é absorvida na forma de calor. Com isso, fica bem claro que, além dos parâmetros físicos estudados até agora – força, pressão e torque – é importante que se avalie no projeto as características do material e a habilidade deste em dissipar calor.

Assumindo que o torque é constante, considerando um sistema com dois membros conectados a uma embreagem, a equação de movimento de inércia para o membro 1 e do membro 2 são, respectivamente, dadas por:

$$I_1 \ddot{\theta}_1 = -T ; I_2 \ddot{\theta}_2 = T$$

em que: $\ddot{\theta}$ é a aceleração angular, I , a inércia e T , o torque da embreagem. Integrando essas equações, obtemos as equações de velocidades angulares instantâneas:

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{T}{I_1}t + \omega_1 ; \dot{\theta}_2 = \frac{T}{I_2}t + \omega_2$$

em que: $\dot{\theta}$ é a velocidade angular instantânea, t , o tempo e ω a velocidade angular inicial. A velocidade relativa é dada por:

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2 = -\frac{T}{I_1}t + \omega_1 - \left(\frac{T}{I_2}t + \omega_2 \right) = \omega_1 - \omega_2 - T \left(\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \right) t$$

A condição de operação da embreagem é igualar às velocidades, ou seja: $\dot{\theta} = 0$ o que ocorre quando $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2$. O tempo para que essa operação se complete é dado por:

$$t_1 = \frac{I_1 I_2 (\omega_1 - \omega_2)}{T (I_1 + I_2)}$$

Logo no início, assumimos o torque constante, com isso, a taxa de dissipação de energia (u) durante o tempo para se efetivar a operação é dada por:

$$u = T\dot{\theta} = T \left[\omega_1 - \omega_2 - T \left(\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \right) t \right]$$

O que indica que, no início do acionamento, a taxa de dissipação é maior. A energia total dissipada no ciclo de operação é dada pela integral da taxa de dissipação do tempo $t=0$ a $t=t_1$:

$$E = \int_0^{t_1} u dt = T \int_0^{t_1} \left[\omega_1 - \omega_2 - T \left(\frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} \right) t \right] dt = \frac{I_1 I_2 (\omega_1 - \omega_2)^2}{2(I_1 + I_2)}$$

Utilizando as unidades no sistema americano, as inércias são expressas em $\text{lbf}\cdot\text{in}\cdot\text{s}^2$, e a energia é expressa em $\text{in}\cdot\text{lbf}$. Utilizando essas unidades, o calor gerado em BTU é dado por:

$$H = \frac{E}{9336}$$

Sem medo de errar

Após a solução encontrada na revisão do projeto do freio, na sequência dos projetos gerenciados por você, o desafio é, junto com sua equipe, analisar o projeto de uma embreagem de placa de múltiplos discos operada hidraulicamente. Essa embreagem possui diâmetro externo de 6,5 in e o diâmetro interno é igual a 4 in. Existem seis planos de deslizamento presentes e devem ser considerados em seu projeto o coeficiente de tração de 0,24 e pressão de 120 psi. Qual a força axial determinada pelo modelo de desgaste uniforme? Qual o torque encontrado pelo método de cálculo. Ainda, se tornarmos o diâmetro interno variável, considerando 2, 3, 5 e 6 in, respectivamente, qual o comportamento dos parâmetros calculados?

Vamos inicialmente fazer um resumo dos dados do problema:

- $D = 6,5$ in
- $d = 4$ in
- $f = 0,24$
- $p_a = 120$ psi

Embreagem de múltiplos discos em que $N = 6$ (seis planos de deslizamento).

De acordo com o método do desgaste uniforme, a força axial F é determinada conforme equação a seguir:

$$F = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d) = \frac{\pi(120)(4)}{2} (6,5 - 4) = 1885 \text{ lbf}$$

O torque, como estudamos anteriormente, é dado seguinte equação:

$$T = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2).$$

No entanto, como se trata de um estudo de embreagens de múltiplos discos, incluímos na equação o número de planos de deslizamento (N); portanto, a equação fica igual a:

$$T = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2) N$$

Fazendo a substituição das variáveis da nossa situação-problema, temos que o torque, para o diâmetro avaliado (4 in) é:

$$T = \frac{\pi(0,24)(120)(4)}{8} (6,5^2 - 4^2)(6) = 7125 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

Considerando a equação para o torque, variando o diâmetro interno, obtemos os seguintes resultados, que são apresentados graficamente na Figura 3.19:

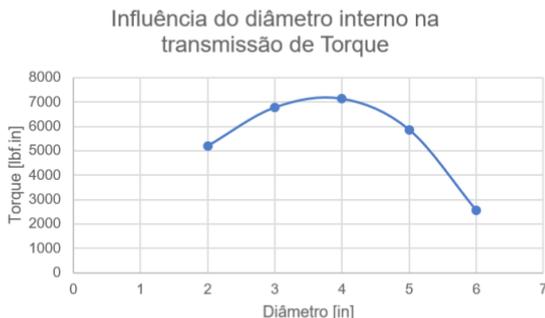
$$d = 2 \text{ in}; \quad T = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2) N = \frac{\pi(0,24)(120)(2)}{8} (6,5^2 - 2^2)(6) = 5191 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$d = 3 \text{ in}; \quad T = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2) N = \frac{\pi(0,24)(120)(3)}{8} (6,5^2 - 3^2)(6) = 6769 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$d = 5 \text{ in}; \quad T = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2) N = \frac{\pi(0,24)(120)(5)}{8} (6,5^2 - 5^2)(6) = 5853 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$d = 6 \text{ in}; \quad T = \frac{\pi f p_a d}{8} (D^2 - d^2) N = \frac{\pi(0,24)(120)(6)}{8} (6,5^2 - 6^2)(6) = 2545 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

Figura 3.19 | Influência do diâmetro interno na transmissão do torque de embreagem axial com múltiplos discos



Fonte: elaborada pela autora.

Observando o gráfico da Figura 3.19, verificamos que a opção de se definir o diâmetro interno com dimensão de 4 in permite que se trabalhe próximo às condições ideais, dessa forma, finaliza-se o projeto.

Avançando na prática

Comparando os métodos de análise

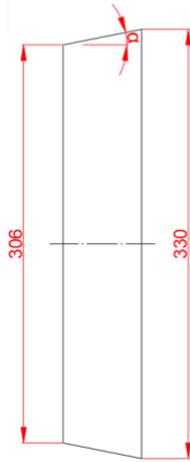
Descrição da situação-problema

Você está trabalhando no projeto de uma embreagem de cone que apresenta diâmetro externo de 330 mm e diâmetro interno igual a 306 mm. O comprimento do cone é 60 mm e o coeficiente de fricção f é igual a 0,26. Nesse projeto, a pressão máxima admissível deve ser 80 kPa. Utilizando ambos os modelos de dimensionamento de projetos de embreagens, é preciso que tanto a força atuante como o torque sejam avaliados.

Resolução da situação-problema

Vamos determinar o ângulo de cone analisando o esboço da embreagem (Figura 3.20).

Figura 3.20 | Esboço embreagem de cone



Fonte: elaborada pela autora.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\left(\frac{330 - 306}{2} \right)}{60} \right) = 11,31^\circ$$

Para o modelo de desgaste uniforme a força é dada por:

$$F = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d) = \frac{\pi(80)(0,306)}{2} (0,330 - 0,306) = 0,923 \text{ kN}$$

O torque é calculado por:

$$T = \frac{\pi(0,26)(80)(0,306)}{8 \text{sen}11,31^\circ} (0,330^2 - 0,306^2) = 0,1945 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Para o modelo de pressão uniforme, a força é expressa por:

$$F = \frac{\pi p_a}{2} (D^2 - d^2) = \frac{\pi(80)}{2} (0,330^2 - 0,306^2) = 1,918 \text{ kPa}$$

O torque é descrito por:

$$T = \frac{\pi f p_a}{12 \text{sen} \alpha} (D^3 - d^3) = \frac{\pi(0,26)(80)}{12 \text{sen}11,31^\circ} (0,330^3 - 0,306^3) = 0,2023 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

1. Um elemento de máquina de transmissão muito utilizado em veículos automotivos é a engrenagem. O uso da embreagem possibilita a mudança de marcha (relação de transmissão), sem que se tenha danos às engrenagens, se as rotações forem diferentes, os elementos de atrito da embreagem deslizarão até que estas sejam iguais. Analise tipos de embreagens na coluna da esquerda e relacione com as respectivas descrições na coluna da direita:

Coluna esquerda:	Coluna direita:
I – embreagem axial	() é empregada quando o objetivo é amplificar a força sem que se tenha limitação axial para o deslocamento.
II – embreagem cônica	() a de múltiplos discos possibilita a transmissão de torques elevados.
III – freio a disco	() é uma embreagem a seco.
	() utiliza molas de prato ao invés de molas helicoidais.
	() o eixo girante é acoplado ao eixo de velocidade nula por meio de uma pinça presa à estrutura do veículo.

Qual das alternativas a seguir apresenta a sequência correta?

- a) I – II – III – I – II.
- b) I – II – III – I – III.
- c) II – I – II – I – II.
- d) II – I – III – I – III.
- e) II – III – I – III – II.

2. Dois modelos são utilizados no dimensionamento do acoplamento: _____ uniformemente distribuída e desgaste uniforme. O método do desgaste uniforme preconiza que se os discos são rígidos, o _____ ocorre primeiro nas áreas mais internas, onde o atrito é _____, após determinado tempo e, consequentemente, o desgaste, a distribuição de _____ se altera para permitir um desgaste uniforme. O outro método preconiza o emprego de molas para que se tenha pressão uniforme sobre a área. Neste caso, a _____ em qualquer ponto da superfície de contato é a mesma, o que normalmente ocorre quando o acoplamento é _____ ou apresenta pouco desgaste.

Qual das alternativas a seguir preenche as lacunas de forma correta?

- a) pressão – desgaste – maior – temperatura – pressão – novo.
- b) desgaste – desgaste maior – pressão – pressão – velho.
- c) pressão – desgaste – maior – pressão – pressão – novo.
- d) desgaste – desgaste maior – temperatura – pressão – velho.
- e) pressão – desgaste – menor- pressão – temperatura – novo.

3. O dimensionamento dos sistemas de freios ou embreagens requer o conhecimento do tipo do acionamento, do tipo do acoplamento, da estrutura de apoio e das características básicas do dispositivo onde será utilizado. Considere uma embreagem de placa (axial), que possui um par de superfícies de fricção com diâmetro externo de 300 mm e diâmetro interno de 225 mm. A força atuante é 5 kN e o coeficiente de fricção considerado é igual a 0.25.

A capacidade do torque é, respectivamente, pelo método do desgaste uniforme e pelo método da pressão uniforme:

- a) 164 Nm – 165 Nm.
- b) 164 Nm – 164 Nm.
- c) 165 Nm – 165 Nm.
- d) 164 Nm – 146 Nm.
- e) 156 Nm – 146 Nm.

Embreagens e freios - parte III

Diálogo aberto

Até agora nos concentramos no dimensionamento e na análise de projeto dos diferentes tipos de embreagens e freios disponíveis utilizando duas metodologias de cálculo: o método da pressão uniforme e o método do desgaste uniforme. Agora, chegou o momento de explorarmos questões relacionadas à elevação de temperatura, seleção de materiais, considerando o atrito, além de estudar o dimensionamento de outros tipos de embreagens, acoplamentos e volantes.

Os fabricantes de freios e embreagens trazem em seus catálogos informações bastante completas sobre torque e potência de diferentes modelos de embreagens e freios disponíveis no mercado. Este material disponibilizado também apresenta procedimento de especificação e seleção desses elementos de máquinas, baseados no torque e na potência, de acordo com a aplicação desejada e outros aspectos relacionados ao produto final em desenvolvimento.

Para que não se tenha problemas de dimensionamento, o projetista deve levar em consideração os fatores de serviço, que é específico de cada aplicação. Esse é um problema comum e é tido por muitos fabricantes como a causa mais comum de problemas em embreagens e freios. Dessa forma, devemos ficar atentos, pois o fator de serviço não é padronizado: pode ser recomendado fator de serviço igual a 1,5 para determinada aplicação, enquanto outro fabricante recomenda um fator de serviço igual a 3,0. O projetista, portanto, deve seguir a recomendação específica do fabricante para fazer a seleção mais adequada dos produtos, considerando as cargas às quais o elemento de máquina será submetido, bem como às condições ambientais. Ainda, é uma preocupação importante estabelecer um plano de manutenção preventiva para que a vida útil dos elementos seja prolongada.

Já que você domina o dimensionamento de engrenagens e freios, como gestor do departamento de engenharia, é frequente a solicitação de treinamento para os colaboradores da área comercial. Esses treinamentos são importantes e garantem que o produto oferecido pela empresa encontrará, de fato, as necessidades do cliente. O dimensionamento correto é sinônimo de economia. Nesse contexto, você ministrará um treinamento para a equipe comercial sobre dimensionamento e seleção de um eixo cardan, que faz a transmissão de potência de um trator para uma roçadora. Essa operação será realizada com a tomada de potência a 540 rpm, o comprimento do eixo cardan é 1 metro e o ângulo de trabalho é de 12°. Para essas condições de

operação, qual equacionamento deve ser considerado? E quais os fatores de condições de carga devem ser utilizados no equacionamento?

Descreva o passo a passo do processo de seleção e, com base na teoria, auxilie os seus colegas de empresa a apresentarem excelentes resultados.

Mãos à obra!

Não pode faltar

Começamos a última seção da unidade sobre freios, embreagens e acoplamentos relembando a última equação estudada anteriormente, que é do

calor gerado, em Btu, pelo sistema de embreagens: $H = \frac{E}{9336}$, em que E

é a energia total dissipada. A elevação de temperatura pode ser aproximada

pela equação: $\Delta T = \frac{H}{C_p W}$

Em que: ΔT é a elevação de temperatura em °F, H é o calor gerado em Btu, C_p é a capacidade térmica específica em Btu/(lb_m·°F) e W é a massa da embreagem ou componentes do freio. Essa equação pode ser utilizada para explicar o que ocorre quando uma embreagem ou freio são acionados, no entanto, existem diversas variáveis para se apontar com precisão qual o parâmetro que possui maior influência no projeto. Se um objeto possui temperatura inicial T_1 em um ambiente de temperatura T_∞ , o modelo de resfriamento de Newton é dado por:

$$\frac{T - T_\infty}{T_1 - T_\infty} = \exp\left(-\frac{\dot{h}_{CR} A}{WC_p}\right), \text{ em que:}$$

T: temperatura no instante t [°F]

T_1 : temperatura inicial [°F]

T_∞ : temperatura do ambiente [°F]

\dot{h}_{CR} : coeficiente global de transferência de calor [Btu/(in²·s·°F)]

A: área da superfície lateral [in²]

W: massa do objeto [lbm]

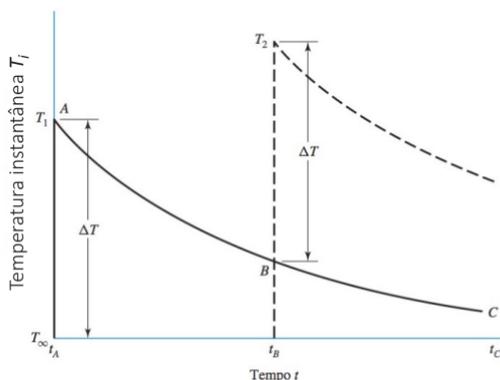
C_p : capacidade térmica específica do objeto [Btu/(lb_m·°F)]



Assimile

Vamos analisar o gráfico da Figura 3.21. Ele representa a equação que acabamos de estudar. A curva ABC representa o declínio exponencial de temperatura e no instante t_B ocorre um segundo acionamento do freio, que provoca um rápido aumento de temperatura, que se eleva a T_2 e, então, uma nova curva de resfriamento se inicia. Para acionamentos repetidos, surgem picos de temperatura até que o freio seja capaz de dissipar uma quantidade de calor igual à energia absorvida entre as operações. A capacidade de dissipação de calor deve ser dimensionada para que as temperaturas do disco e da pastilha não sejam prejudiciais aos demais componentes da máquina. Observe também que para cada operação, a elevação de temperatura ΔT pode ser diferente.

Figura 3.21 | O efeito do acionamento da embreagem e freio sobre a temperatura



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 842).

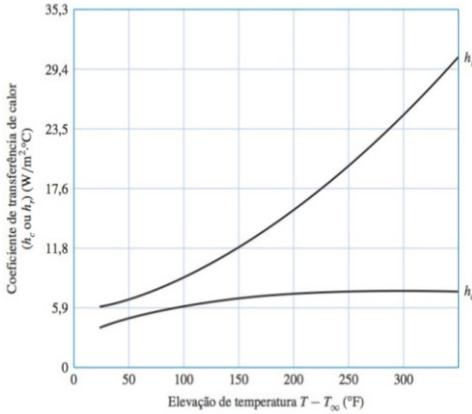
Levando em consideração as condições de operação anteriores, a taxa de calor é calculada por: $H_{perda} = \dot{h}_{CR}A(T - T_\infty) = (h_r + f_v h_c)A(T - T_\infty)$, em que:

h_r : componente de radiação de \dot{h}_{CR} [Btu/(in²·s·° F)] (Figura 3.22)

h_c : componente de convecção de \dot{h}_{CR} [Btu/(in²·s·° F)] (Figura 3.22)

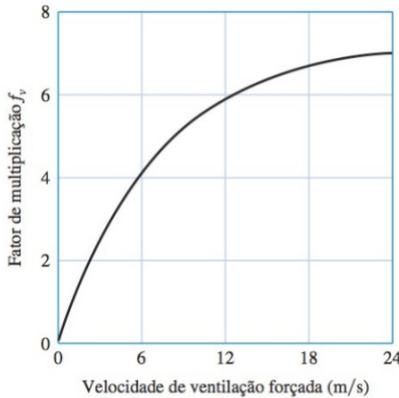
f_v : fator de ventilação (Figura 3.23)

Figura 3.22 | Coeficiente de transferência de calor com o ar parado



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 843).

Figura 3.23 Fator de ventilação



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 843).

A energia E absorvida pelo freio, em Btu, parando uma inércia rotacional equivalente I, para $I_1 = I$ e $I_2 = 0$, é dada por: $E = \frac{1}{2} \frac{I}{9336} (\omega_0^2 - \omega_f^2)$, em que ω_0 é a velocidade angular original e ω_f é a velocidade angular final.

A temperatura máxima T_{\max} precisa ser alta o suficiente para transferir E em t_1 (em segundos). Rearranjando a equação do modelo de resfriamento de Newton, temos que essa temperatura T_{\max} é dada por:

$$T_{\max} = T_{\infty} + \frac{\Delta T}{1 - \exp(-\beta t_1)}, \text{ em que } \beta = \frac{\bar{h}_{CR} A}{WC_p}$$



Faça você mesmo

Verifique o equacionamento e demonstre a equação anterior a partir do modelo de resfriamento de Newton! Não hesite em tirar dúvidas com o seu professor!

Materiais de fricção de freios e embreagens devem atender, dentre outras, às principais exigências de serviço, tais como: elevado coeficiente de fricção, habilidade de suportar altas temperaturas, possuir boa condutividade térmica e alta capacidade de calor específico, boa resistência, flexibilidade e compatibilidade com o ambiente de aplicação.

A Tabela 3.1 apresenta a área de superfície de fricção requerida para várias potências de frenagem. Já a Tabela 3.2 mostra características importantes de materiais de fricção.



Para acessar as tabelas utilizadas nesta seção, utilize o link ().

Como destacamos no início de nosso estudo, é importante a consulta de catálogos de fabricantes devido ao fato de a manufatura de materiais de fricção ser um processo altamente especializado, principalmente, no que diz respeito a aplicações muito específicas. Sobre os materiais com os quais são manufaturados, destacamos os seguintes componentes, revestimentos e pastilhas de freios de embreagens:

1. Algodão trançado: produzidos com cinto de tecido impregnado com resinas e polimerizado, fornecidos em rolos de até 6 metros de comprimento. Possuem espessuras que variam de 3 a 25,4 mm com largura de até 30,5 cm. São utilizados como revestimentos de máquinas pesadas.
2. Asbesto trançado: semelhante ao de algodão trançado, podendo conter partículas de metal, sendo menos flexíveis. Possuem menor variedade de tamanhos disponíveis e também são utilizados como revestimentos em máquinas pesadas.
3. Asbesto moldado: feito com fibra de asbesto e modificadores de fricção, um polímero termorrígido é utilizado para formar um molde rígido ou semirrígido. Utilizado, principalmente, como revestimentos em freios de tambor. As pastilhas de asbesto moldado são

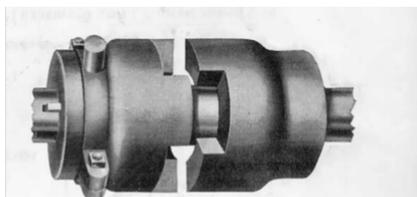
similares aos revestimentos sendo, no entanto, menos flexíveis.

4. Metal sinterizado: as pastilhas são feitas de uma mistura de cobre e/ou partículas de ferro, moldadas sob pressão elevada e então aquecidas para fusão do material. São utilizadas em freios e embreagens em máquinas de serviço pesado.
5. Cermeto: utilizado na fabricação de pastilhas e possuem conteúdo cerâmico.

Os revestimentos podem ser manufaturados com uma mistura de materiais para que se tenha a resistência de desgaste, coeficiente de fricção adequado à aplicação e capacidade de suportar temperaturas às quais serão sujeitas. Algumas propriedades mecânicas desses revestimentos podem ser consultadas na Tabela 3.3, e a Tabela 3.4 apresenta mais propriedades de materiais de atrito que podem ser utilizados a seco ou úmidos, pulverizando ou mergulhando esses componentes em óleo.

A Figura 3.24 ilustra embreagens de mandíbula: uma forma de embreagem de contato positivo que possui como característica o não deslizamento, não gera calor, não pode ser engatada com rotações elevadas e apresenta choque após o engate independentemente da velocidade. São embreagens utilizadas em aplicações em que se requer operação síncrona, como prensas ou laminadores. A diferença no projeto desse tipo de embreagem está relacionada ao formato das mandíbulas, que podem possuir forma de catraca, dente de engrenagem ou espiral.

Figura 3.24 | Embreagem de mandíbula



Acoplamento de embreagem de mandíbula quadrada



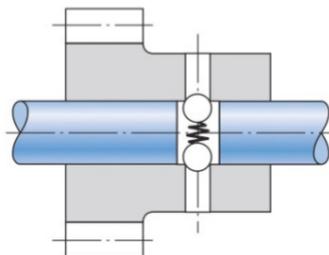
Acoplamento de embreagem de mandíbula espiral

Fonte: <https://slideplayer.com/slide/13743762/>. Acesso em: 30 jan. 2019.

Para aplicações em que dispositivos operados por motor devem rodar a um limite definido e fazer uma parada, o tipo de embreagem de alívio de sobrecarga é utilizado (Figura 3.25).

Para dimensionamento e obtenção das tensões e deflexões destas embreagens, as cargas de fadiga e de choque devem ser consideradas, assim como o desgaste, conforme vimos nas seções anteriores desta Unidade. Existem muitos tipos de embreagens de desengate disponíveis em catálogos de diversos fabricantes, construídas com capacidades de centenas de cavalos de potência.

Figura 3.25 | Embreagem de alívio de sobrecarga utilizando um distensor



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 849).



Refleta

Como nas embreagens ilustradas acima não existe deslizamento, você consegue identificar as causas de perda de potência nesse tipo de transmissão?



Dica

Nesta seção comentamos bastante sobre diversos materiais, complementamos o conhecimento estudando mais tipos de embreagens e acoplamentos e destacamos a importância de se consultar os catálogos disponíveis no mercado. Faça uma pesquisa e se aprofunde nos catálogos selecionados para sua verificação:

VULKAN. **Embreagens Industriais** – Vulkan Drive Tech. 2010.

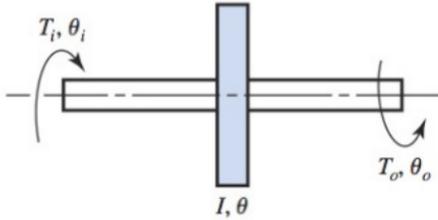
Sachs - Catálogos em PDF.

LUK. **Catálogo de Aplicações**. LUK. 2010/2011.

HD. **Catálogo de embreagens**. HD. 2017.

Agora vamos considerar a representação matemática do volante na Figura 3.26. O volante é um elemento que absorve energia mecânica aumentando sua velocidade angular e transmite energia diminuindo a velocidade.

Figura 3.26 | Representação matemática do volante



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 809).

A equação de movimento para este elemento é dada por:

$\sum M = T_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) - T_o(\theta_o, \dot{\theta}_o) - I\ddot{\theta} = 0$, ou seja, $I\ddot{\theta} = T_i(\theta_i, \omega_i) - T_o(\theta_o, \omega_o)$ em que T_i é positivo e T_o negativo e ambos dependem dos deslocamentos e das velocidades angulares; $\dot{\theta}$ e $\ddot{\theta}$ são a primeira e segunda derivadas temporais de θ , respectivamente. Quando se conhecem as funções de torque de entrada e de saída, podemos resolver a equação utilizando técnicas conhecidas de soluções de equações diferenciais. Para evitar isso, tratamos o eixo como elemento rígido em que $\theta_i = \theta = \theta_o$. A equação torna-se igual a:

$$I\ddot{\theta} = T_i(\theta, \omega) - T_o(\theta, \omega)$$

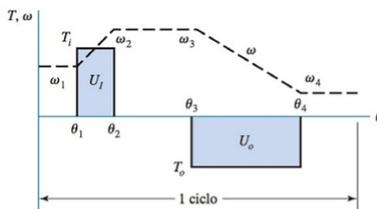


Exemplificando

Estamos interessados em conhecer o desempenho global do volante. Para fazer essa análise, vamos considerar a situação representada no gráfico da Figura 3.27.

A um torque T_i , o eixo roda de θ_1 a θ_2 , o que gera uma aceleração positiva, que eleva a velocidade angular de ω_1 para ω_2 . Em um segundo momento, o eixo gira de θ_2 a θ_3 com torque igual a zero. Assim, a aceleração é igual a zero e a velocidade angular permanece constante, ou seja, $\omega_2 = \omega_3$. Um torque na direção negativa é aplicado de θ_3 a θ_4 , provocando diminuição da velocidade de ω_3 para ω_4 .

Figura 3.27 | Representação matemática do volante



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 851).

O trabalho introduzido no volante corresponde à área do retângulo U_i , já o trabalho transferido é correspondente à área do retângulo U_o , respectivamente, dados por:

$$U_i = T_i(\theta_2 - \theta_1),$$

$$U_o = T_o(\theta_4 - \theta_3)$$

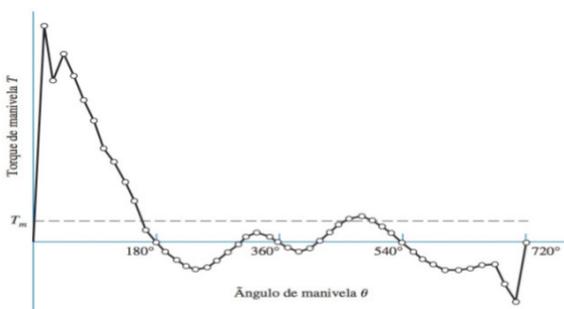
Considerando este exemplo, o que acontece com a velocidade angular se o U_i for maior do que U_o e vice-versa? E, ainda? Se desconsiderarmos as perdas por atrito, qual a característica da velocidade angular final quando $U_i = U_o$?

Podemos descrever as relações estudadas até aqui em termos de energia cinética. Para $\theta = \theta_1$, temos que: $E_1 = \frac{1}{2}I\omega_1^2$ e para $\theta = \theta_2$, temos que $E_2 = \frac{1}{2}I\omega_2^2$. A mudança na energia cinética é dada por:

$$E_2 - E_1 = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2).$$

Diferentemente de nosso exemplo, algumas situações no cotidiano de um engenheiro podem exigir integração por métodos numéricos, como é o caso do motor de combustão interna de um cilindro (Figura 3.28).

Figura 3.28 | Relação entre torque e ângulo de manivela para um motor de combustão interna de quatro ciclos



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 851).

Em casos como este, é conveniente definir um coeficiente de flutuação de velocidade:

$$C_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega} \text{ em que é dado por: } \omega = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$$

A equação da mudança na energia cinética pode ser fatorada, resultando em:

$$E_2 - E_1 = \frac{I}{2}(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 + \omega_1)$$

Substituindo os termos referentes ao coeficiente de flutuação de velocidade, obteremos a equação que pode ser utilizada para que se calcule a inércia apropriada para a mudança de energia cinética desejada no projeto:

$$E_2 - E_1 = C_s I \omega^2$$

Sem medo de errar

Uma das demandas frequentes ao departamento de engenharia é a solicitação de treinamento para os colaboradores da área comercial. Esses treinamentos são importantes e garantem que o produto oferecido pela empresa encontrará, de fato, as necessidades do cliente. Nesse contexto, você ministrará um treinamento para a equipe comercial sobre dimensionamento e seleção de um eixo cardan, que fará a transmissão de potência de um trator para uma roçadora. Essa operação será realizada com a tomada de potência a 540 rpm, o comprimento do eixo cardan é 1 metro e o ângulo de trabalho é de 12°.

Em primeiro lugar, consultamos a área de suprimentos para verificar os fornecedores desse tipo de acoplamento. O analista passou o endereço de dois catálogos eletrônicos: do Fabricante TecTor® e do Fabricante INEC. Os catálogos descrevem o procedimento de seleção e fatores de serviço.

Para cálculo do torque nominal, é necessário determinar a potência na tomada de potência, para isso, verificamos o catálogo do trator (Valtra). A potência na tomada de potência para uma rotação de 540 rpm é 110 cv. Assim sendo, o torque nominal (T_{nom}) é calculado pela equação:

$$T_{nom} = \frac{7162P}{n}$$

em que: T_{nom} = torque nominal [N.m]

P = potência na tomada de potência [cv] = 110 cv

n = rotação na tomada de potência [rpm] = 540 rpm

$$T_{nom} = \frac{7162P}{n} = \frac{7162(110)}{540} = 1460 \text{ N.m}$$

O torque calculado (T_k) é dado pela equação a seguir. O fator de serviço é determinado considerando um motor a combustão com 4 cilindros, com serviço irregular e massas grandes a acelerar com choques fortes, funcionamento de até 8 horas por dia, sem influência de temperatura e com 1 a 10 partidas por hora.

Tabela 3.6 | Área de material de fricção de acordo com a potência média de frenagem

Condições de carga	Fator K
Carga contínua	1,2 a 1,5
Choques leves	1,5 a 2,0
Choques médios	2,5
Choques pesados	3,0
Choques extremos e reversos	4,0 a 6,0

Fonte: http://www.tector.com.br/imgs/produtos/95-079CT-Cardan_ECI_a6ll3gra.pdf. Acesso em: 30 jan. 2019.

$$T_{\max} = T_k \times K = 4380 \times 3,0 = 13140 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Para o cálculo do torque contínuo, utiliza-se a equação:

$$T_c = T_k \times k_1 \times k_2 \times k_3$$

em que k_1 é o fator de choque; k_2 é o fator de vida útil e k_3 é o fator angular. Estes fatores podem ser obtidos consultado o catálogo do fabricante (Tabela 3.7). Consideramos que a montagem será executada com elemento elástico, a vida útil será de 20 mil horas e o ângulo de trabalho de 12°.

Tabela 3.7 | Fatores para determinação do torque contínuo

K1 - Fator de Choque

ECI são acionados por motores elétricos ou de combustão, picos de torque que ocorrem e excedem ao torque nominal devem ser levados em consideração.

Acionamento Fator K1	COM elemento elástico	SEM elemento elástico
Motor elétrico	1,00	1,00
Gasolina 4 ou + cil.	1,25	1,75
Gasolina 1 a 3 cil.	1,50	2,00
Diesel 4 ou + cil.	1,50	2,00
Diesel 1 a 3 cil.	2,00	2,50

K2 - Fator Vida Útil

Obtem-se uma vida útil estimada, superior a 5000 horas, aplicando-se fatores do quadro abaixo:

Vida (x10 ³ horas)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Fator K2	1,2	1,5	1,7	1,9	2,2	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9

K3 - Fator Angular

ECI em trabalhos superiores a 3 graus, deverão ser aplicados os fatores do quadro abaixo:

Angulo de Trabalho	≤3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
Fator K3	1	1,15	1,30	1,40	1,50	1,65	1,8	1,9	2,0	2,10	2,30	2,40	2,50

Fonte: http://www.tector.com.br/imgs/produtos/95-079CT-Cardan_ECI_a6ll3gra.pdf. Acesso em: 30 jan. 2019.

$$T_c = 4380 \times 1,5 \times 1,5 \times 1,65 = 16260 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Considerando os cálculos apresentados e os parâmetros relacionados com comprimento de 1 metro do eixo e consultando o catálogo do fabricante TecTor[®], na página 7, pelos torque máximo e contínuos calculados e ângulo

de trabalho, selecionamos o cardan TTECI 225 - 74B Tipo 1 com a flange F1. Consultando a página 9 do catálogo INEC para as mesmas especificações, selecionamos o modelo 2503 Tipo 1, que possui 1 metro de comprimento.

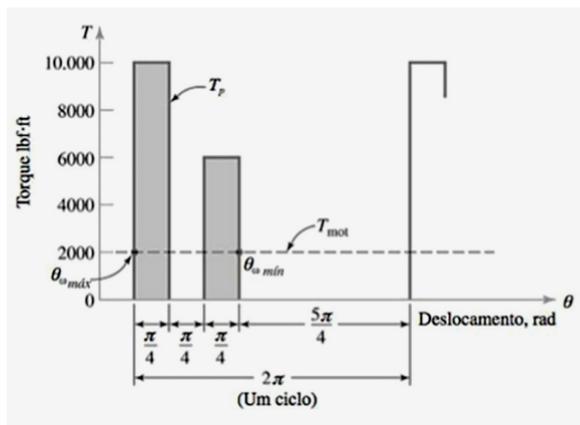
Avançando na prática

Projeto de um volante

Descrição da situação-problema

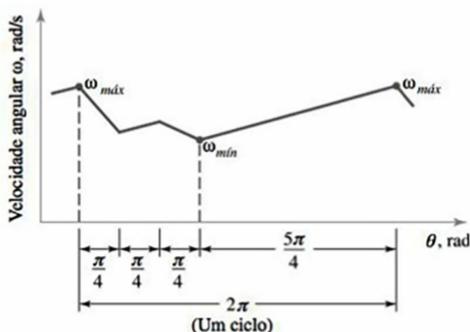
Você é o engenheiro responsável pela ferramentaria e recebe a tarefa de estimar a inércia do volante para controlar as flutuações na velocidade da prensa de uma punçoneira acionada por um motor de torque constante, que opera a 1200 rpm (126 rad/s). Considera-se a operação da prensa da seguinte maneira: o torque sobe de 0 até 10.000 lbf·ft, permanece constante por 45°, cai a zero para os próximos 45°, sobe para 6000 lbf·ft para os próximos 45°, e cai de volta a zero até ao final do ciclo (Figura 3.29). O gráfico da Figura 3.30 mostra como a velocidade angular oscila em função do deslocamento angular em um ciclo de operação. O coeficiente de flutuação de velocidade considerado é igual a 0,2.

Figura 3.29 | Torque da prensa e torque motriz versus o deslocamento angular



Fonte: Collins et al. (2006, p. 664).

Figura 3.30 | Velocidade angular em função do deslocamento angular em um ciclo de operação



Fonte: Collins et al. (2006, p. 665).

Resolução da situação-problema

A curva do torque do motor é dada por:

$$10000 \frac{\pi}{4} + 6000 \frac{\pi}{4} = 2\pi T_{motor}$$

O torque do motor é, portanto:

$$T_{motor} = \frac{16000\pi}{8\pi} = 2000 \text{ lbf} \cdot \text{ft}$$

A máxima variação de energia cinética é dada por:

$$E_2 - E_1 = (10000 - 2000) \frac{\pi}{4} + (6000 - 2000) \frac{\pi}{4} = 9425 \text{ lbf} \cdot \text{ft}$$

A inércia do volante é dada por:

$$I = \frac{E_2 - E_1}{C_s \omega^2} = \frac{9425}{0,2(126^2)} = 2,97 \text{ lbf} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{in}$$

Faça valer a pena

1. Os materiais utilizados para manufatura de freios e de embreagens devem ter alta resistência ao desgaste, a riscos por atrito e a desgaste por contato, um coeficiente de atrito alto e estável, capacidade de resistir a altas temperaturas, boa condutividade térmica e, dentre outras características, deve ter um custo adequado. Geralmente, esses elementos de máquinas consistem em um componente metálico, feito de ferro fundido ou aço que, quando acionado, é pressionado contra um componente de acoplamento com revestimento que possui alto coeficiente de atrito, boa resistência à temperatura elevada e boa resiliência.

Analisando os materiais de atrito, associe corretamente a coluna da esquerda com a coluna da direita:

Coluna esquerda	Coluna direita
I - Algodão trançado	() Pastilhas são feitas de uma mistura de cobre e/ou partículas de ferro, moldadas sob pressão elevada e então aquecidas para fusão do material.
II - Asbesto trançado	() Utilizado na fabricação de pastilhas e possuem conteúdo cerâmico.
III - Asbesto moldado	() Produzidos com cinto de tecido impregnado com resinas e polimerizado, são utilizados como revestimentos de máquinas pesadas.
IV - Metal sinterizado	() Feito com fibra de asbesto e modificadores de fricção, um polímero termorrígido é utilizado para formar um molde rígido ou semirrígido.
V - Cermeto	() Pode conter partículas de metal, sendo menos flexíveis. Possuem menor variedade de tamanhos disponíveis.

- a) IV - V - I - II - III.
- b) IV - V - I - III - II.
- c) V - IV - I - III - II.
- d) IV - V - III - I - II.
- e) I - II - III - IV - V.

2. Os acoplamentos são conjuntos mecânicos empregados na transmissão de movimento de rotação entre duas árvores ou eixos-arvores, cuja função é promover a união entre os eixos, independentemente do alinhamento. O acoplamento de mandíbula quadrada ou garras são elementos de transmissão constituídos por tocos de borracha encaixados nas aberturas do contra-disco.

Sobre as características desses acoplamentos, selecione a alternativa correta:

- a) Geram calor excessivo durante seu funcionamento.
- b) O engate é realizado a altas velocidades.
- c) Apresentam deslizamento.
- d) O engate a qualquer velocidade é seguido de choque.
- e) Nenhuma das alternativas.

3. A embreagem axial se constitui de um conjunto de peças destinado a promover alteração do movimento relativo de torção entre dois elementos ou peças de uma

máquina. Imagine a situação analisada por você em que uma embreagem possui 250 mm de diâmetro interno e 300 mm de diâmetro externo, transmitindo um torque de 40 N.m. Trabalhe supondo que a pressão máxima é igual a 50 psi.

Selecione, pelo método do desgaste uniforme, o material para fabricação da embreagem.

- a) Asbesto trançado em aço ou ferro fundido.
- b) Asbesto moldado em aço ou ferro fundido.
- c) Ferro fundido em ferro fundido.
- d) Asbesto impregnado em aço ou ferro fundido.
- e) Aço carbono em aço.

Referências

BUDYNAS, R. G., NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

Cardans INEC. **Eixo Cardan**. Disponível em: <http://www.cardansinec.com.br/pt/catalogo.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2019.

COLLINS, Jack A., BUSBY, H. R., STAAB, G. H. **Projeto mecânico de elementos de máquinas**. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

JUNIOR, A. A. S. **Freios e embreagens**. Apostila. Unicamp, [s.d.]. Disponível em: <http://www.fem.unicamp.br/~lafer/em618/pdf/Freios%20e%20Embreagens.pdf>. Acesso em: 29 jan. 2019.

MOTT, R. L. **Elementos de máquinas em projetos mecânicos**. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SHIGLEY, J. E., MISCHKE, C. R., BUDYNAS, R. G. **Projeto de engenharia mecânica**. 7. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

TECTOR®. **Eixo Compensador Industrial**. Disponível em: http://www.tector.com.br/imgs/produtos/95-079CT-Cardan_ECI_a6ll3gra.pdf. Acesso em: 30 jan. 2019.

VALTRA. **Linha Média BM125i**. Disponível em: <http://www.valtra.com.br/assets/especificacaoProduto/BM125i%20BAIXA%20FOP.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2019. A

Unidade 4

Eixos e eixos árvore, parafusos e elementos de fixação

Convite ao estudo

Prezado aluno! Chegando até aqui, ao pensar em máquinas rotativas, um engenheiro em formação imagina um sistema em que um eixo é utilizado. Geralmente, o material escolhido para manufatura do eixo é o aço, que pode ter sua composição química diferenciada, de acordo com a aplicação do projeto. Além disso, para posicionamento de demais elementos de máquinas, tais como engrenagens, o eixo apresentará ressaltos, que são elementos concentradores de tensões e, portanto, devem ser considerados quando da análise de tensões em um projeto. São também concentradores de tensões rasgos de chavetas e ajustes por interferência. É importante que se observe, durante o desenvolvimento do projeto, frequências críticas, nas quais os eixos entrarão em ressonância com grandes deflexões, ocasionando falhas.

Outro tema bastante importante na área de projetos mecânicos são os fixadores, em que uma das vantagens de sua utilização é permitir a realização de manutenção. No esforço de se reduzir o número de fixadores em uma máquina, pesquisas são realizadas com este intuito e culminam em uma gama de dispositivos disponíveis no mercado a serem selecionados pelo projetista, que deve estar atento a todas as inovações.

Neste último desafio, você fará o papel do engenheiro de cálculo responsável pelo dimensionamento de um eixo submetido à torção repetida com flexão repetida, sendo que o projeto deverá atender ao coeficiente de segurança de 2,5. O material a ser utilizado na manufatura do eixo é aço para vida infinita. Você deve considerar que o torque e o momento variam no tempo de modo repetitivo. As componentes médias e alternante do torque são 73 lb.in. As componentes médias e alternante do momento são iguais em magnitude. Quais devem ser os fatores de segurança a serem considerados no projeto? Qual é o equacionamento necessário para se determinar o diâmetro nos pontos de interesse do eixo?

Na segunda etapa, para o eixo com o qual você trabalhou anteriormente, deverá ser projetada a chaveta. As chavetas serão quadradas e paralelas, manufaturadas com aço SAE 1010; os rasgos serão produzidos com fresa de topo. Qual é o método de cálculo para obtenção das tensões? Quais são

os coeficientes de segurança encontrados? Quais considerações deverão ser feitas para que o projeto se torne viável?

Por fim, mas não menos importante, você deverá determinar as tensões de von Mises e a tensão máxima de cisalhamento na raiz de um parafuso de potência de rosca quadrada que será utilizado em uma prensa. O parafuso de potência é um dispositivo que transforma o movimento angular em linear e, geralmente, transmite potência. Quais são os parâmetros geométricos do parafuso? Quais são as tensões de corpo? Qual é o equacionamento a se utilizar para determinar as tensões von Mises e a tensão máxima de cisalhamento na raiz desse parafuso?

Já estamos chegando ao final do conteúdo que, com certeza, será muito importante em sua vida profissional como engenheiro. Foque nos estudos, resolva as situações-problema e busque exemplos para aprofundar seu conhecimento!

Eixos e componentes de eixos – Parte I

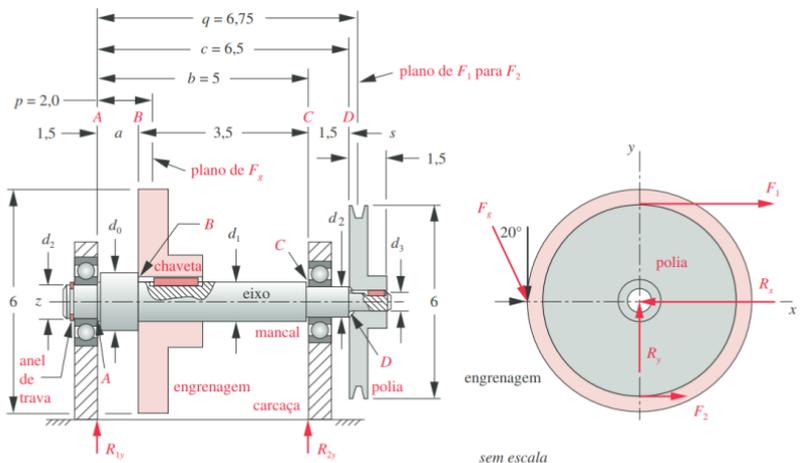
Diálogo aberto

Prezado aluno, quando um engenheiro em formação, como você, pensa em projetos de máquinas, facilmente imagina um sistema em que um eixo é utilizado. Para que se projete o eixo, no entanto, é necessário um extenso trabalho preliminar para definição de outros elementos de máquinas e dispositivos, já estudados em nosso curso, que serão alocados no eixo em questão.

O eixo é um elemento rotativo utilizado para transmissão de movimento ou potência e possui, na maioria das vezes, seção circular. Fala-se que um eixo é fixo quando este tem a função de suportar elementos girantes, como rodas e polias; neste caso, tem a função de suportar as cargas transversais aplicadas. No caso de eixos rotativos, elementos da superfície vão da tração à compressão a cada volta do eixo, desta forma, o eixo deve ser projetado contra a falha por fadiga.

Com isso em mente, na primeira parte deste último desafio, você fará o papel do engenheiro de cálculo responsável pelo dimensionamento de um eixo submetido à torção repetida com flexão repetida (Figura 4.1), sendo que o projeto deverá atender ao coeficiente de segurança de 2,5. O material a ser utilizado na manufatura do eixo é aço para vida infinita (isso significa que, para um número bastante elevado de ciclos, o material não falhará por fadiga).

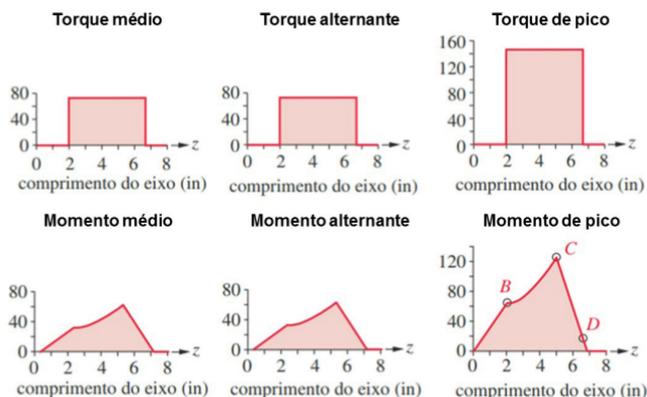
Figura 4.1 | Geometria preliminar do projeto



Fonte: Norton (2004, p. 487).

Você deve considerar que o torque e o momento variam no tempo de modo repetitivo. As componentes médias e alternante do torque são 73 lb.in. As componentes médias e alternante do momento são iguais em magnitude. Os gráficos de torque e momentos são apresentados na Figura 4.2. Em qual situação de carregamento o projeto se enquadra? Qual é o equacionamento necessário para se determinar o diâmetro nos pontos de interesse do eixo? Os valores encontrados são os valores adotados no projeto?

Figura 4.2 | Torque e momentos



Fonte: adaptado de Norton (2004, p. 492).

Para resolver este problema, nesta seção, aprofunde seus conhecimentos relacionados à disposição geométrica de eixos e dimensionamento considerando as tensões e a resistência do material, para que você consiga apresentar o melhor resultado. Bom trabalho!

Não pode faltar

Eixos de transmissão de rotação estão, de forma geral, submetidos a dois tipos de cargas: torção devido à transmissão do torque ou flexão devido às cargas transversais, que, na maioria dos projetos, ocorrem simultaneamente e podem, também, ser constantes ou variar com o tempo.

Quando o eixo está sujeito a cargas de flexão transversais fixas, as tensões se alteram, de forma que os elementos que compõem o eixo em questão ora estão sob tração, ora estão sob compressão. Tal comportamento indica que o eixo rotativo deve ser projetado contra falha por fadiga.



Exemplificando

Outra situação comum no projeto de máquinas é a utilização de mancais de rolamento, que são ajustados por pressão ao eixo e à caixa. Para tal, é necessário que um eixo, de diâmetro maior do que o diâmetro do mancal, seja usinado, para que seja ajustado no mancal. Para que não se permita movimentação axial contra o mancal, utiliza-se um anel de retenção, que deve ser especificado, para que a ranhura também seja usinada no eixo. Esse sistema de fixação é amplamente utilizado, principalmente na indústria automobilística, sendo uma opção segura para cargas e rotações elevadas.

Dependendo da aplicação, como no caso de acoplamentos forçados transversalmente, é necessário que o projeto evite tensões axiais adicionais geradas devido à dilatação térmica do eixo entre os mancais; para isso, é previsto uma folga axial entre o mancal e o ressalto.

Devido ao elevado módulo de elasticidade, para minimizar grandes deflexões, o aço é um material amplamente empregado em projetos de eixos. O ferro fundido também é utilizado e, para aplicações em ambientes marítimos ou corrosivos, emprega-se bronze ou aço inoxidável.

Os aços mais empregados em projetos de eixos de máquinas são o de baixo ou médio carbono, obtidos por laminação a frio (para diâmetros de eixo inferiores a 3 in) ou laminação a quente (para diâmetros de até 6 in – diâmetros maiores requerem forjamento anteriormente à usinagem). Importante ressaltar que a laminação a frio aumenta as propriedades mecânicas da liga, no entanto o processo ocasiona o aparecimento de tensões residuais de tração na superfície.

De acordo com Collins, Busby e Staab (2017), dentre os aços empregados, destacam-se os aços AISI 1010, 1018, 1020 ou 1035, que são, normalmente, selecionados para aplicações de transmissão de potência por meio de eixos. Se uma maior resistência é necessária, aços de baixa liga, como o AISI 4140, 4340 ou 8640, podem ser selecionados e, então, deverão ser submetidos a tratamentos térmicos para obtenção das propriedades desejadas.

A combinação de um momento fletor e de um torque no eixo girante cria tensões multiaxiais. Se a direção for constante ao longo de tempo, considera-se um caso de tensões multiaxiais simples; caso a direção varie com o tempo, trata-se de um caso de tensões multiaxiais complexas. A maioria dos eixos carregados tanto em flexão quanto em torção estará na categoria de tensões multiaxiais complexas. Para efeitos multiaxiais, é necessário, primeiramente, encontrar as tensões aplicadas nos pontos de interesse. As tensões média e alternada são dadas, respectivamente, por $\sigma_m = k_{fm} \frac{M_m c}{I}$ e $\sigma_a = k_{fa} \frac{M_a c}{I}$,

em que: k_{fm} e k_f são os fatores de concentração de tensão de fadiga por flexão para componentes média e alternantes, respectivamente; e M_m e M_a são o momento médio e o momento alternante, respectivamente. Considerando que o eixo possui seção transversal circular $c = r = \frac{d}{2}$ e $I = \frac{\pi d^4}{64}$, em que d é o diâmetro local da seção de interesse. Fazendo as substituições nas equações apresentadas anteriormente, temos que:

$$\sigma_m = k_{fm} \frac{32M_m}{\pi d^3}, \text{ e}$$

$$\sigma_a = k_f \frac{32M_a}{\pi d^3}$$

As tensões torcionais de cisalhamento média e alternantes são dadas, respectivamente, por $\tau_m = k_{fsm} \frac{T_m r}{J}$ e $\tau_a = k_{fs} \frac{T_a r}{J}$, em que: k_{fsm} e k_{fs} são os fatores de concentração de tensão de fadiga torcional para componentes média e alternantes, respectivamente; T_m e T_a são o momento médio e o momento alternante, respectivamente. Considerando que o eixo possui seção transversal sólida circular $r = \frac{d}{2}$ e $J = \frac{\pi d^4}{32}$, em que d é o diâmetro local da seção de interesse. Fazendo as substituições nas equações apresentadas anteriormente, temos que:

$$\tau_m = k_{fsm} \frac{16T_m}{\pi d^3}$$

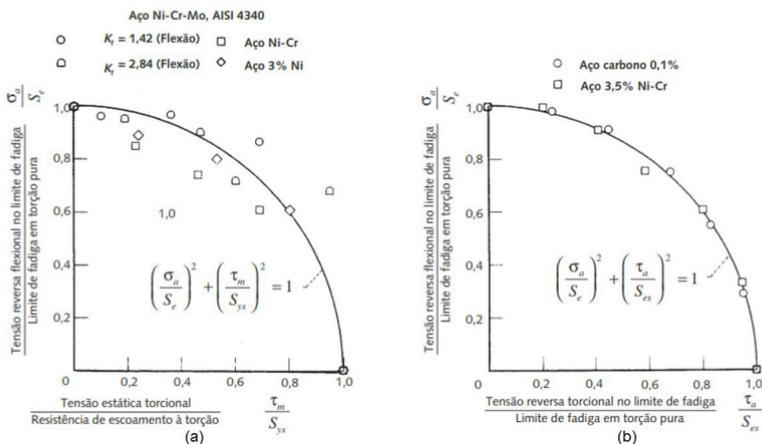
$$\tau_a = k_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3}$$

A carga de tração axial F_z pode ser encontrada por:

$$\sigma_{m_{axial}} = k_{fm} \frac{F_z}{A} = k_{fm} \frac{4F_z}{\pi d^2}.$$

A combinação de torção e flexão em materiais dúcteis segue uma relação elíptica, como definida pelas equações apresentadas na Figura 4.4. Esses gráficos são resultados de pesquisas que remetem aos primeiros trabalhos realizados na Inglaterra, por Davies, Gough e Polard, em 1930, sobre comportamento de aços dúcteis e ferro fundido submetidos à flexo-torção.

Figura 4.4 | Resultado experimental para amostras de aço submetidas à combinação de flexão e torção: a) dados do teste de fadiga por tensão combinada para flexão reversa combinada com torção estática; e b) dados do teste de fadiga por tensão combinada para flexão reversa combinada com torção reversa



Fonte: adaptada de Norton (2004, p. 483).

No projeto, é necessário levar em consideração tanto as tensões quanto as deflexões. As tensões no eixo podem ser calculadas em diversos pontos do eixo considerando as cargas e o diâmetro da seção. A deflexão, no entanto, requer que a geometria do eixo esteja definida. Desta forma, inicialmente, avaliam-se as tensões e, a partir do momento em que se define a geometria, as deflexões são determinadas. As frequências naturais também precisam ser avaliadas neste projeto: se as frequências das funções de força forem próximas à frequência natural do eixo, o sistema entra em ressonância, ocasionando vibrações, tensões e deflexões elevadas.



Refleta

Aqui vale a pena abrimos um parêntese: a deflexão, em muitos projetos, é considerada o fator crítico. Quais são as consequências da deflexão no eixo?

O caso de fadiga multiaxial simples é aquele em que se tem flexão e torção variadas. Para eixos que estão submetidos a este carregamento, a *American Society of Mechanical Engineers* (ASME) desenvolveu uma metodologia de projeto. Tal procedimento é apresentado na norma ANSI/ASME B106.1M-1985 (Projeto de Eixos de Transmissão Mecânica), em que se pressupõe que o carregamento é constituído por uma flexão alternada (flexão média nula) e torque fixo (componente alternada do torque nula). O método utiliza a elipse definida na Figura 4.4, ajustada pelo limite de resistência à fadiga por flexão

σ_a e pelo limite de resistência ao escoamento em tração σ_m como envelope de falha. Utilizando-se a relação de von Mises, a resistência de escoamento à tração é substituída pela resistência de escoamento torcional.

Comecemos o desenvolvimento do equacionamento com a equação do envelope de falha visto na Figura 4.4a, considerando um fator de segurança N_f :

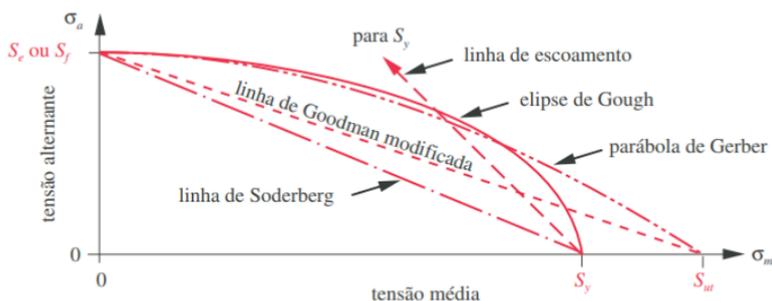
$$\left(N_f \frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(N_f \frac{\tau_m}{S_{ys}}\right)^2 = 1$$

Em que a relação de von Mises para S_{ys} é dada por: $S_{ys} = S_y / \sqrt{3}$. Substituindo as equações de tensão alternada e torção média, bem como a relação de von Mises, a equação do envelope de falhas pode ser organizada para determinação do diâmetro do eixo (d), conforme apresentado a seguir:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\left(k_f \frac{M_a}{S_e} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(k_{fsm} \frac{T_m}{S_y} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

Outros critérios de falha são apresentados na Figura 4.5, na qual a linha de falha elíptica é sobreposta às linhas de Gerber, Soderberg e Goodman modificada. A linha elíptica se aproxima à linha de Gerber, mas diverge para interceptar a linha de resistência ao escoamento. Embora apresente uma boa aproximação para os resultados, a linha elíptica (elipse de Gough) fornece resultados menos conservadores do que a combinação da linha de Goodman com a linha de escoamento, usadas, em conjunto, como um envelope de falha. As equações para os critérios de falha ilustrados são apresentadas no Quadro 4.1.

Figura 4.5 | Diagrama de falha por fadiga



Fonte: Norton (2004, p. 485).

Critério de falha	Fórmula
ASME – Elíptico	$\left(N_f \frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(N_f \frac{\tau_m}{S_{ys}}\right)^2 = 1$
Gerber	$N_f \frac{\sigma_a}{S_e} + \left(N_f \frac{\tau_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$
Soderberg	$N_f \frac{\sigma_a}{S_e} + N_f \frac{\tau_m}{S_{ys}} = 1$
Goodman	$N_f \frac{\sigma_a}{S_e} + N_f \frac{\tau_m}{S_{ut}} = 1$

Fonte: adaptado de Shigley, Mischke e Budynas (2005, p. 876).



Pesquise mais

Consulte o material disponível em sua biblioteca virtual para aprofundamento teórico. Verifique a Seção 7.4, sobre projeto do eixo por tensão, na página 353, do livro indicado a seguir:

BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. São Paulo: AMGH, 2016.

Para casos em que o torque é variável, haverá um estado de tensão multiaxial complexo no eixo. Desta forma, as tensões médias e alternantes são determinadas por meio das respectivas equações de componentes de von Mises de tensões médias e alternantes:

$$\sigma'_m = \sqrt{(\sigma_m + \sigma_{m_{axial}})^2 + 3\tau_m^2}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

Após o cálculo das tensões, podemos introduzir os valores encontrados no diagrama de Goodman modificado (Figura Anexo 4.1) para cada um dos casos de carregamento, para se determinar o fator de segurança de acordo com o material com o qual o eixo será confeccionado. Se o modelo de falha usado for o Caso 3, em que as cargas médias e alternantes mantêm uma razão constante, o coeficiente de segurança (N_f) é determinado por:

$$\frac{1}{N_f} = \frac{\sigma'_a}{S_f} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

Em que S_f é a resistência à fadiga corrigida para o ciclo de vida selecionado, e S_{ut} é o limite de resistência à tração do material.

Para o mesmo Caso 3, se considerarmos que a carga axial no eixo é zero, podemos determinar o diâmetro de eixo para qualquer combinação de carregamento de flexão e torção por meio da seguinte equação:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\sqrt{\frac{(K_f M_a)^2 + \frac{3}{4}(K_{fs} T_a)^2}{S_f}} + \sqrt{\frac{(K_{fm} M_m)^2 + \frac{3}{4}(K_{fsm} T_m)^2}{S_{ut}}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

Em que:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

$$K_{fs} = 1 + q(K_{ts} - 1)$$



Para visualizar o Diagrama de Goodman e as respectivas equações utilizadas nesta seção, acesse o link (http://cm-cls-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qr-code/2019-1/elementos-de-maquinas-ii/u4/s1/ele_maq_ii_u4_s1_anexo.pdf) ou use o QR Code.

Na análise da deflexão dos eixos, podemos considerar dois modelos: eixos sendo modelados como vigas, em que o fator de complicação é a presença de degraus que alteram as propriedades da seção transversal, e eixos modelados como barras de torção. Neste caso, a deflexão angular θ (em radianos) para um eixo de comprimento l , módulo de cisalhamento G , momento polar de inércia J e torque T , é dado por: $\theta = \frac{Tl}{GJ}$.

A partir dessa relação, podemos determinar a constante torcional de mola: $k_t = \frac{T}{\theta} = \frac{GJ}{l}$

Caso o eixo apresente muitos degraus, o momento polar de inércia (J) se altera. Nessa situação, podemos calcular uma constante efetiva de mola ou J efetivo para encontrar a deflexão relativa entre suas extremidades. Desta forma, a deflexão angular é dada por:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{T}{G} \left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3} \right)$$

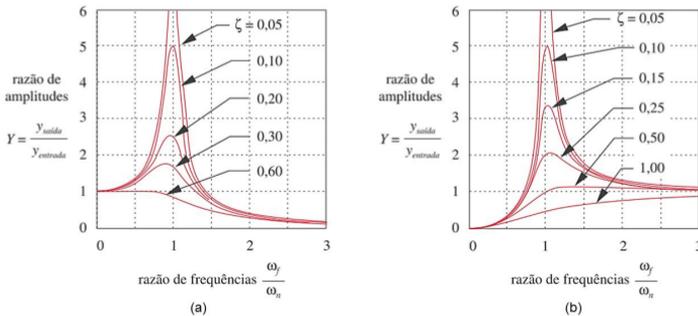
Desta forma, a constante efetiva de mola $k_{t_{ef}}$ de um eixo que possui três segmentos escalonados é determinada por:

$$\frac{1}{k_{t_{ef}}} = \frac{1}{k_{t_1}} + \frac{1}{k_{t_2}} + \frac{1}{k_{t_3}}$$

Sistemas compostos por elementos de armazenamento de energia possuirão um conjunto de frequências naturais nas quais o sistema vibra com amplitudes muito grandes. Um eixo, sujeito a uma carga que varia ao longo do tempo, vibra. Se esse mesmo eixo receber uma carga como um golpe (carga transiente), ele vibrará nas suas frequências naturais ω_n , assim como o badalo de um sino. Esse tipo de vibração é chamado de vibração livre, que após um tempo se dissipará devido ao amortecimento do próprio sistema. Se o carregamento for mantido, o eixo continuará a vibrar na frequência forçante ω_f da função excitante; se essa frequência coincidir com as frequências naturais do elemento, este entra em ressonância.

A Figura 4.6a apresenta a resposta em amplitude de uma vibração forçada, e a Figura 4.6b apresenta uma vibração autoexcitada em função da razão de frequência forçante e da frequência natural do sistema. Quando a razão é 1, o sistema está em ressonância, e a amplitude da resposta tende ao infinito na ausência de amortecimento (ζ). A frequência natural também recebe a denominação de frequência crítica ou velocidade crítica.

Figura 4.6 | Resposta de um sistema de um grau de liberdade a frequências variáveis ou autoexcitação: a) resposta à vibração forçada externamente e b) resposta à vibração autoexcitada



Fonte: adaptada de Norton (2004, p. 518).

As frequências naturais de vibração podem ser expressas como frequências circulares ω_n (em rad/s ou rpm) ou frequências lineares f_n (em Hz). A

expressão geral para frequência natural fundamental, desconsiderando-se o amortecimento, é descrita por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad/s}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ Hz}$$

Em que k é a constante de mola do sistema, e m , a massa. As frequências naturais são uma característica inerente ao sistema, sendo alteradas em caso de ganho ou perda de rigidez durante a vida útil do sistema em si.

Sem medo de erro

Você é o engenheiro responsável pelo dimensionamento de um eixo submetido à torção repetida com flexão repetida (Figura 4.1), sendo que o projeto deverá atender ao coeficiente de segurança (N_f) de 2,5. Com isso, em relação ao carregamento, você deve considerar a situação em que o torque e o momento variam no tempo de modo repetitivo. As componentes médias e alternante do torque são 73 lb.in. As componentes médias e alternante do momento são iguais em magnitude.

Os gráficos de torque e momentos são apresentados na Figura 4.2. O grande desafio é determinar o diâmetro nos pontos de interesse do eixo. Para isso, devemos considerar que o material a ser utilizado na manufatura do eixo é aço para vida infinita. Vamos selecionar o aço SAE 1020 de baixo carbono, que é amplamente utilizado em projetos de eixos de máquinas e laminado a frio, uma vez que o diâmetro do eixo deve ser menor que 3 in. Esse aço possui $S_{ut} = 65$ kpsi; $S_y = 38$ kpsi; $S_e = 27,3$ kpsi (corrigido).

A sensibilidade ao entalhe (q) é 0,5 em flexão e 0,57 em torção, supondo que o raio do entalhe é 0,01 in. Você deve considerar também que o fator de concentração de tensão de 3,5 para os raios em flexão, 2 para os raios em torção e 4 nas chavetas (ponto B).

Os pontos de interesse, apresentados na Figura 4.1, são os pontos B, C e D. Devido às cargas torcionais não constantes, devemos avaliar o diâmetro por meio da equação:

$$d = \left\{ \frac{32N_f}{\pi} \left[\sqrt{\frac{(K_f M_a)^2 + \frac{3}{4}(K_{fs} T_a)^2}{S_f}} + \sqrt{\frac{(K_{fm} M_m)^2 + \frac{3}{4}(K_{fsm} T_m)^2}{S_{ut}}} \right] \right\}^{\frac{1}{3}}$$

Em que: $K_f = 1 + q(K_t - 1)$ e $K_{fs} = 1 + q(K_{ts} - 1)$.

Desta forma, primeiramente, devemos determinar o fator de concentração de tensão para cada um dos pontos de interesse. Para o ponto B, temos que:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,5(4 - 1) = 2,5$$

$$K_{fs} = 1 + q(K_{ts} - 1) = 1 + 0,57(4 - 1) = 2,71$$

Para os pontos C e D:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,5(3,5 - 1) = 2,25$$

$$K_{fs} = 1 + q(K_{ts} - 1) = 1 + 0,57(2 - 1) = 1,57$$

Utilizando a equação do Caso 3, em que a relação entre tensão alternante e média é constante, determinamos o diâmetro de cada um dos pontos de interesse.

Para o ponto B, onde $M_a = M_m = 32,8 \text{ lb-in}$, temos:

$$d = \left[\frac{32(2,5)}{\pi} \left[\sqrt{\frac{[2,5(32,8)]^2 + \frac{3}{4}[2,71(73,1)]^2}{27300}} + \sqrt{\frac{[2,5(32,8)]^2 + \frac{3}{4}[2,71(73,1)]^2}{65000}} \right] \right]^{\frac{1}{3}} = 0,63 \text{ in}$$

Para o ponto C, onde $M_a = M_m = 63,9 \text{ lb-in}$, temos:

$$d = \left[\frac{32(2,5)}{\pi} \left[\sqrt{\frac{[2,25(63,9)]^2 + \frac{3}{4}[1,57(73,1)]^2}{27300}} + \sqrt{\frac{[2,25(63,9)]^2 + \frac{3}{4}[1,57(73,1)]^2}{65000}} \right] \right]^{\frac{1}{3}} = 0,61 \text{ in}$$

Para o ponto D, onde $M_a = M_m = 9,1 \text{ lb-in}$, temos:

$$d = \left[\frac{32(2,5)}{\pi} \left[\sqrt{\frac{[2,25(9,1)]^2 + \frac{3}{4}[1,57(73,1)]^2}{27300}} + \sqrt{\frac{[2,25(9,1)]^2 + \frac{3}{4}[1,57(73,1)]^2}{65000}} \right] \right]^{\frac{1}{3}} = 0,51 \text{ in}$$

Determinados os diâmetros nos pontos de interesse, precisamos avaliar se, no mercado, encontramos mancais com diâmetros aproximados. Após a seleção desses mancais, muito provavelmente, os diâmetros finais do eixo para os pontos calculados serão alterados e tanto as tensões quanto os coeficientes de segurança deverão ser recalculados de forma a se fazer uma verificação final.

Verificação de deflexões angulares

Descrição da situação-problema

Após o dimensionamento do diâmetro do eixo da situação-problema, a última verificação a ser feita no projeto é a deflexão angular que, no máximo, deve ser de $0,5^\circ$ entre a polia e a engrenagem. Da etapa anterior do projeto, com a adequação do eixo aos mancais padronizados, os diâmetros definidos foram: $d_0 = 0,875$ in ; $d_1 = 0,750$ in ; $d_2 = 0,669$ in ; e $d_3 = 0,531$ in . O torque de pico é 146 lb.in, sendo que, em B, é igual a 65,6 lb.in; em C, é igual a 127,9 lb.in; e, em D, é igual a 18,3 lb.in. Em relação aos comprimentos do eixo, da Figura 4.1, temos que $AB = 1,5$ in, $BC = 3,5$ in e $CD = 1,5$ in.

Resolução da situação-problema

Para cada um dos diâmetros considerados, calculamos o momento polar de inércia J , conforme indicado a seguir:

$$\text{Trecho A-B: } J = \frac{\pi d_{AB}^4}{32} = \frac{\pi (0,875)^4}{32} = 0,0575 \text{ in}^4$$

$$\text{Trecho B-C: } J = \frac{\pi d_{BC}^4}{32} = \frac{\pi (0,750)^4}{32} = 0,0311 \text{ in}^4$$

$$\text{Trecho C-D: } J = \frac{\pi d_{CD}^4}{32} = \frac{\pi (0,669)^4}{32} = 0,0197 \text{ in}^4$$

Nessa situação, em que o eixo apresenta muitos degraus, podemos calcular o valor de J efetivo para encontrar a deflexão relativa entre suas extremidades. Desta forma, a deflexão angular é dada por:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{T}{G} \left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2} + \frac{l_3}{J_3} \right)$$

Portanto:

$$\theta = \frac{146}{1,2 \times 10^7} \left(\frac{1,5}{0,0575} + \frac{3,5}{0,0311} + \frac{1,5}{0,0197} \right) = 0,15^\circ$$

Desta forma, concluímos que a deflexão do eixo está dentro do parâmetro especificado para o projeto.

1. É bastante comum, no projeto de máquinas, a utilização de _____, que são ajustados por pressão ao eixo e à caixa. Para tal, é necessário que um eixo, de diâmetro _____ do que o diâmetro do mancal, seja usinado, para que seja ajustado no mancal. Para que não se permita movimentação _____ contra o mancal, utiliza-se um _____, que deve ser especificado para que a ranhura também seja usinada no eixo.

Dependendo da aplicação, é necessário que o projeto evite tensões axiais adicionais geradas devido à _____ do eixo entre os mancais. Para isso, é prevista uma folga axial entre o mancal e o ressalto.

Assinale a alternativa que preenche as lacunas do texto-base de forma correta.

- a) polias – menor – axial – anel de retenção – dilatação térmica.
- b) mancais de rolamento – maior – radial – anel de retenção – pressão.
- c) engrenagens – maior – axial – pino – dilatação térmica.
- d) mancais de rolamento – maior – axial – anel de retenção – dilatação térmica.
- e) polias – maior – axial – pino – dilatação térmica.

2. Os materiais a serem utilizados em eixos devem ter boa resistência à fadiga, rigidez elevada, baixo custo e, dependendo da aplicação, boa resistência ao desgaste. Os aços satisfazem a maioria desses critérios. O critério de resistência ao desgaste pode ser atendido se forem utilizadas ligas para endurecimento superficial ou de alta temperabilidade.

I. Em relação à seleção de materiais para eixos, é correto afirmar que:

II. Devido ao elevado módulo de elasticidade, para minimizar grandes deflexões, o aço é um material amplamente empregado em projetos de eixos.

III. O aço inoxidável também é utilizado e, para aplicações em ambientes marítimos ou corrosivos, emprega-se ferro fundido ou bronze.

IV. Os aços mais empregados em projetos de eixos de máquinas são o de baixo ou médio carbono, obtidos por laminação a frio (para diâmetros de eixo superiores a 3 in) ou laminação a quente (para diâmetros de até 3 in – diâmetros maiores requerem forjamento anteriormente à usinagem).

V. É importante ressaltar que a laminação a frio aumenta as propriedades mecânicas da liga, no entanto o processo ocasiona o aparecimento de tensões residuais de tração na superfície.

VI. Se o projeto requer maior resistência, aços de baixa liga, como o AISI 4140, 4340 ou 8640, podem ser selecionados, então, deverão ser submetidos a tratamentos térmicos, para obtenção das propriedades desejadas.

Assinale a alternativa correta.

- a) Apenas as afirmativas I, IV e V estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I, III, IV e V estão corretas.
- c) As afirmativas I, II, III, IV e V estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas I, II, III e IV estão corretas.

3. A combinação de um momento fletor e de um torque no eixo girante cria tensões multiaxiais. Se a direção for constante ao longo de tempo, considera-se um caso de tensões multiaxiais simples; caso a direção varie com o tempo, trata-se de um caso de tensões multiaxiais complexas. Considere o caso de um eixo em que $M_m = T_a = 0$, $M_a = 1260 \text{ lbf} \cdot \text{in}$, $T_m = 1100 \text{ lbf} \cdot \text{in}$, $S_{ut} = 105 \text{ kpsi}$, $S_y = 82 \text{ kpsi}$, $S_e = 36 \text{ kpsi}$ corrigido, $N_f = 2$, $K_f = 1,73$ e $K_{fs} = 1,31$. Empregue, em sua análise, o critério de falha por fadiga da ASME.

Assinale a alternativa que apresenta o diâmetro d correto.

- a) 1,129 in.
- b) 1,086 in.
- c) 1,083 in.
- d) 1,138 in.
- e) 1,087 in.

Eixos e componentes de eixos - Parte II

Diálogo aberto

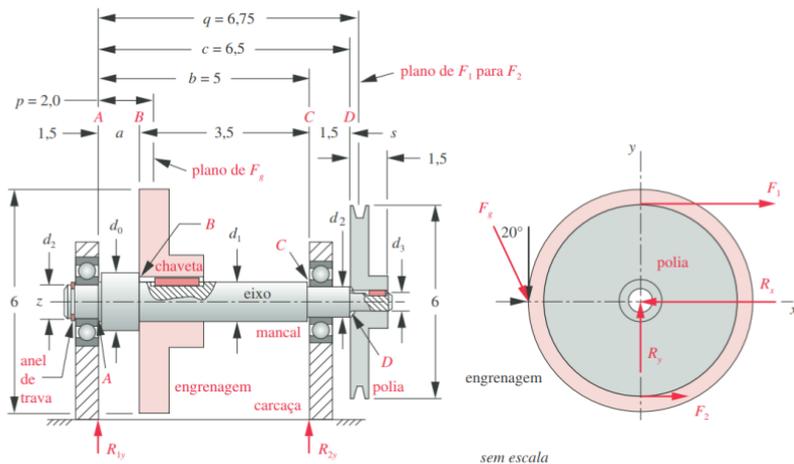
Prezado aluno! Após o estudo de uma primeira parte relacionada a eixos, vamos continuar nossos estudos retomando alguns dos últimos temas abordados na seção anterior. Quando se tem um eixo girando, deflexões acontecem devido à excentricidade. As deflexões são resistidas devido à rigidez do eixo à flexão e, se apresentarem pequenas magnitudes, não causarão danos estruturais. No entanto, a certas velocidades, o eixo é instável, e eles entrarão em ressonância com grandes deflexões, causando falha estrutural. A estas velocidades damos o nome de velocidades críticas. Para que não se tenha esse tipo de situação em seu projeto, é muito importante que esta análise seja feita, e o projetista deve ter em mente que a velocidade rotacional deve ser mantida bem abaixo da menor frequência crítica do eixo.

Além dessa consideração, precisamos prever problemas relacionados à transmissão do torque de um elemento ao outro em um eixo a ser projetado. Para isso, especificamos componentes para transferência de torque, com destaque para parafusos de fixação, chavetas, pinos e ajustes de pressão e contração. Para resolução do problema de localização axial precisa no eixo, contamos com a utilização de dispositivos de localização, destacando, aqui, o emprego de anéis de retenção. O uso de anéis de retenção é uma opção barata para utilização nos projetos, uma vez que o sulco para encaixe no anel é raso e, no mercado, existe uma vasta gama de opções de anéis disponíveis; os anéis atuam exercendo uma força de mola contra o dispositivo a ser ancorado.

Levando isso em consideração, devemos, agora, retomar o desenvolvimento do projeto de eixo, em que, na etapa anterior, foram determinados os diâmetros para cada um dos pontos de interesse do eixo em função do carregamento. Anteriormente, consideramos que o torque e o momento variam no tempo de modo repetitivo, sendo as componentes médias e alternante do torque iguais a 73 lb.in. Na segunda etapa do projeto, para o mesmo eixo, você deverá projetar a chaveta. A Sociedade Americana de Engenharia Mecânica (ASME – do inglês American Society of Mechanical Engineers) define esse componente como uma parte de maquinaria desmontável que, quando colocada em assentos, representa um meio positivo de transmitir torque entre o eixo e o cubo. Chavetas são itens padronizados pelo tamanho e pela forma. Em nosso projeto, as chavetas serão quadradas e paralelas, manufaturadas com aço SAE 1010; os rasgos serão produzidos com fresa de topo. O torque máximo é 146 lb.in, e o momento máximo sobre o comprimento do eixo é apresentado na Figura 4.7; em B, é igual a 65,6 lb.in; e em

D, é igual a 18,3 lb.in. Os diâmetros preliminares nas chavetas são d_1 igual a 0,75 in em B, e em D, 0,5 in. Qual é o método de cálculo para obtenção das tensões? Quais são os coeficientes de segurança encontrados? Quais considerações deverão ser feitas para que o projeto se torne viável?

Figura 4.7 | Geometria preliminar do projeto



Fonte: Norton (2004, p. 487).

Estude a teoria e o equacionamento dos métodos de falha para chavetas (cisalhamento e esmagamento), e não se esqueça de analisar a conformidade em relação ao coeficiente de segurança adotado no projeto. Vamos em frente, pois temos muito trabalho a fazer! Bons estudos!

Não pode faltar

Imperfeições na fabricação e montagem de eixos e componentes, além das deflexões, fazem com que o centro de massa não coincida exatamente com o centro de rotação do sistema, promovendo, portanto, excentricidade. Desta forma, com o aumento da velocidade de rotação, as forças centrífugas sobre os centros de massa excêntricos aumentam. As excentricidades, então, tornam-se maiores, produzindo forças centrífugas maiores ainda. Se a velocidade do eixo se aproximar de qualquer uma das velocidades críticas do sistema, pode-se desenvolver uma forte vibração em modo flexional, que pode destruir o sistema. A **velocidade crítica para um eixo** simplesmente apoiado, com i massas montadas, pode ser estimada baseando-se no Método de Rayleigh, em radiano por segundos, por:

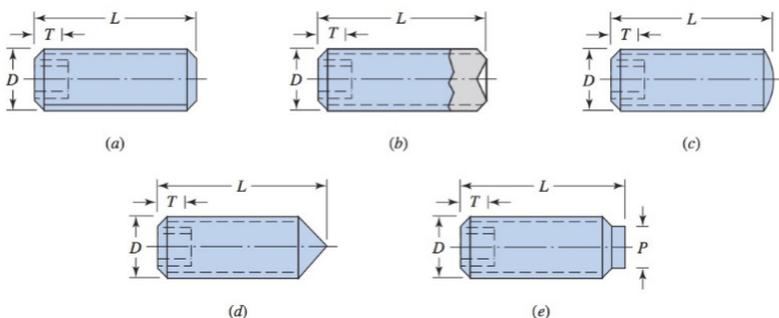
$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g \sum w_i y_i}{\sum w_i y_i^2}}$$

Em que w_i é o peso da i -ésima massa (em lbf), e y_i é a deflexão na i -ésima localidade do corpo (em polegadas). Para garantir a segurança, é aconselhável manter a velocidade de operação **abaixo da velocidade crítica (fator 2 ou 3)**.

Além de problemas relacionados à velocidade crítica, precisamos prever problemas relacionados à transmissão do torque de um elemento ao outro em um eixo a ser projetado. Para isso, nós especificamos componentes para transferência de torque, com destaque para parafusos de fixação, chavetas, pinos e ajustes de pressão e contração.

Nos **parafusos de fixação**, a resistência ao movimento axial relativo ao eixo é chamada de capacidade de sustentação, que é uma resistência de força devido à resistência friccional das porções do colar e do eixo que estão em contato. São disponíveis diversos tipos de pontas, que podem ser manufaturados com fenda ou cabeças quadradas (Figura 4.8).

Figura 4.8 | Parafusos de fixação: (a) ponta plana; (b) ponta de taça; (c) ponta oval; (d) ponta de cone; (e) ponta meio-grampo



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 375).

A Tabela Anexo 4.1 apresenta os valores de torque de instalação (assentamento) e capacidade de sustentação para os parafusos de retenção da série métrica. Esses valores são aplicados tanto para a capacidade de sustentação axial (esforço axial) quanto para a capacidade de sustentação tangencial (torção).

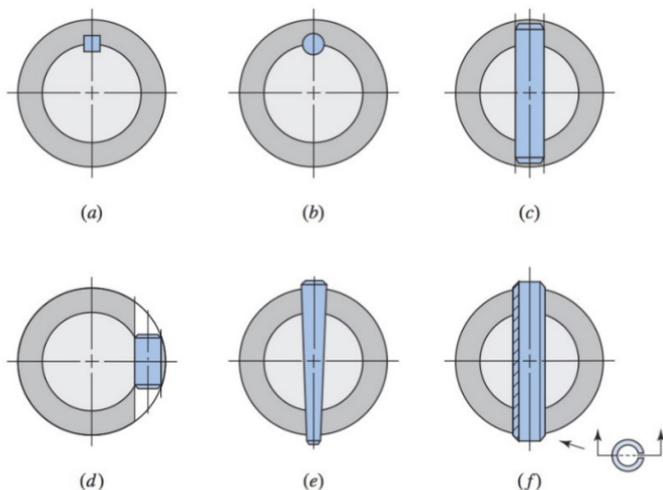


Veja o material anexo a esta seção acessando o link (http://cm-kl-s-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qr-code/2019-1/elementos-de-maquinas-II/u4/s2/ele_maq_II_u4_s2_anexo.PDF) ou o QR Code.

Chavetas e pinos são utilizados em eixos para segurar elementos rotativos. Aqueles são usados para transmitir torque ao elemento suportado pelo eixo, enquanto estes são usados para posicionamento axial e transferência de torque e/ou força axial e são úteis quando o carregamento principal é o cisalhamento, mas também existem torção e força axial. Diversos tipos de chavetas e pinos são apresentados na Figura 4.9.

Pinos cônicos são dimensionados de acordo com o diâmetro na extremidade maior. O diâmetro na extremidade menor é calculado por: $d = D - 0,0208L$, em que d é o diâmetro na extremidade menor (em mm), D é o diâmetro na extremidade maior (em mm) e L é o comprimento do pino (em mm). Diâmetros padronizados de pinos cônicos (série métrica) são apresentados na Tabela Anexo 4.2.

Figura 4.9 | Chavetas: (a) chaveta quadrada; (b) chaveta redonda; (c e d) pinos redondos; (e) pino cônico; (f) pino de mola tubular partido



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 377).

A chaveta quadrada pode ser encontrada com dimensões retangulares. Consulte os tamanhos padronizados na Tabela Anexo 4.3, que estão relacionados ao eixo onde a chaveta será aplicada. Com base nisso, o projetista especifica um comprimento apropriado para a chaveta ser capaz de conduzir a carga torcional. Tenha em mente que o comprimento máximo da chaveta está limitado pelo comprimento do cubo e não deve exceder uma vez e meia o diâmetro do eixo, para não termos problemas com deflexões excessivas. Podemos usar, quando se tratar de projeto em que as cargas são maiores, múltiplas chavetas, as quais são, geralmente, orientadas a 90° em relação à outra.

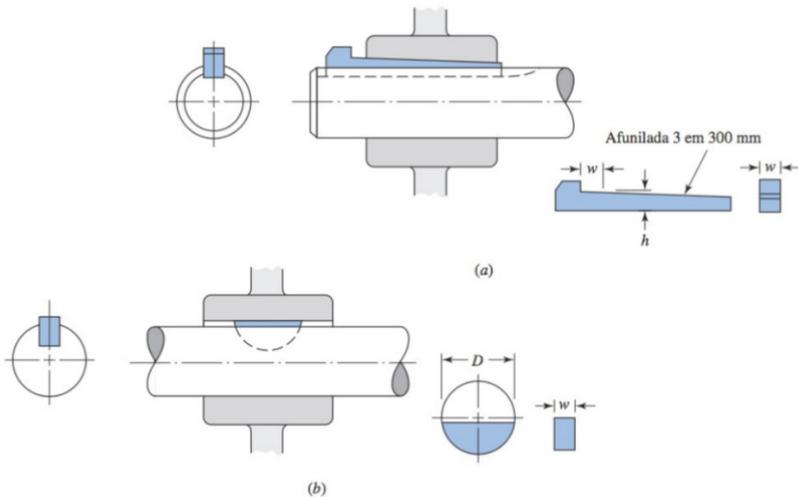


Refleta

Geralmente, o material padrão da chaveta de prateleira é o aço carbono manufaturado em dimensões que respeitam as dimensões nominais. Em termos de manufatura, quais são as vantagens que isso representa? Além disso, você consegue dar um exemplo de um componente de eixo que pode ser usado em conjunto com a chaveta para segurar o cubo axialmente e minimizar o jogo quando o eixo gira em duas direções?

A chaveta de cabeça de quilha (Figura 4.10a) atua para prevenir o movimento axial relativo, oferecendo como vantagem a possibilidade de ajuste da melhor localização axial do cubo. A chaveta Woodruff (Figura 4.10b), denominada também de chaveta meia-lua, é utilizada em eixos menores e autoalinhantes. A forma semicircular gera um assento mais fundo, que ajuda a prevenir o rolamento da chaveta.

Figura 4.10 | Chavetas: (a) chaveta cabeça de quilha e (b) chaveta Woodruff (meia-lua)



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 378).

A Tabela Anexo 4.4 fornece tamanhos de chavetas Woodruff padronizadas, e a Tabela Anexo 4.5 indica a largura de rasgo de chaveta em função do diâmetro do eixo.

Os valores de concentração de tensão em um assento de chaveta de extremidade fresada são função da razão do raio (r) no fundo da ranhura e do diâmetro do eixo (d). Para adóçamentos cortados por cortadores padronizados de fresadoras com $r/d = 0,02$, assume-se $K_t = 2,14$ para a flexão, e $K_{ts} = 2,62$ para torção sem a chaveta no lugar, ou $K_{ts} = 3,0$ para torção com a chaveta no lugar.

Em chavetas, existem dois modos de falha: cisalhamento e esmagamento. A falha por cisalhamento acontece quando este ocorre ao longo de sua largura, na interface entre o eixo e o cubo, e a tensão de cisalhamento é determinada pela seguinte equação:

$$\tau_{xy} = \frac{F}{A_{cis}}$$

Em que F é a força aplicada, e A_{cis} é a área de cisalhamento sendo cortada, que é determinada pelo produto da largura da chaveta pelo comprimento. A força aplicada é dada pela razão entre o torque do eixo e seu raio.

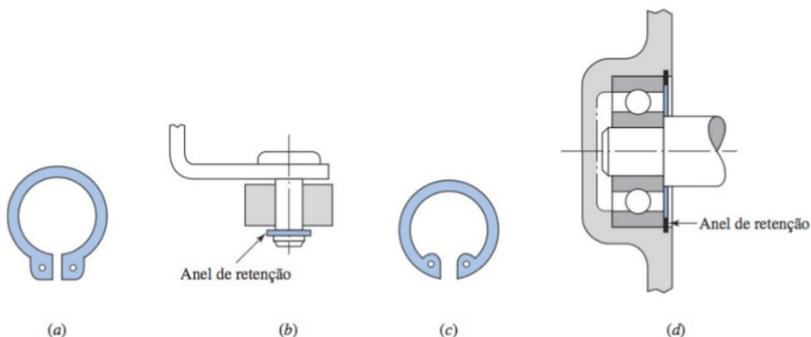
A falha por esmagamento ocorre por esmagamento em qualquer lado da chaveta sob compressão. A tensão média de compressão é dada por:

$$\sigma_x = \frac{F}{A_{esm}}$$

Em que F é a força aplicada, e A_{esm} é a área de esmagamento definida pela área de contato entre o lado da chaveta e o eixo ou cubo.

A Figura 4.11 ilustra dois tipos e suas respectivas aplicações de **anéis de retenção**, que também são conhecidos como anéis elásticos.

Figura 4.11 | Anéis de retenção e aplicação: (a) anel externo; (b) aplicação do anel externo; (c) anel interno; e (d) aplicação do anel interno



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 380).

Este componente é frequentemente utilizado para posicionar axialmente um componente em um eixo ou furo de alojamento. São disponíveis no mercado diversos catálogos com especificação de tamanhos, dimensões e classificações de carga axial.



Dica

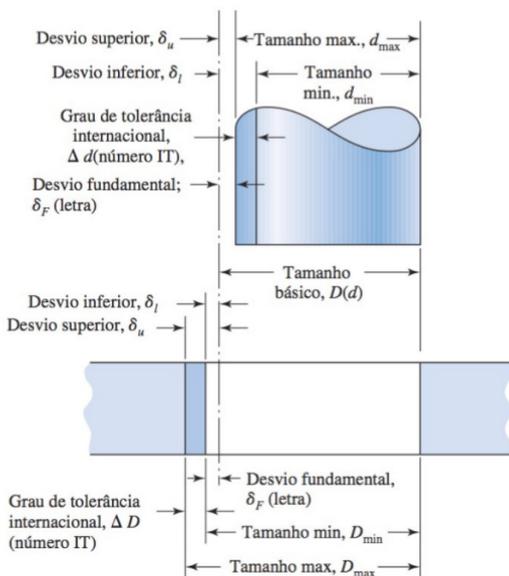
Verifique as informações disponíveis em alguns fabricantes e fornecedores de anéis de retenção listados a seguir.

- Anéis de retenção da Smalley.
- Anéis de retenção da TTB.

O raio do fundo da ranhura deve ser de, aproximadamente, um décimo da largura da ranhura, para que os anéis se assentem perfeitamente e consigam suportar as cargas axiais. Isso causa valores elevados de concentração de tensão, o que implica reforçar a atenção do projetista para essa análise.

Além desse cuidado, o projetista também deve adotar a geometria de ajuste adequada para a função pretendida. As definições padrão são apresentadas na Figura 4.12, lembrando que, ao se adotar esse padrão, as letras **maiúsculas** se referem às **dimensões internas do furo**, enquanto que as letras **minúsculas** são relacionadas às **dimensões externas do eixo**.

Figura 4.12 | Definições para um ajuste cilíndrico



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 382).



Assimile

Certamente, em alguma disciplina do seu curso, você já ouviu conceitos relacionados a tolerâncias e ajustes, mas vale a pena relembra-los aqui:

1. Tamanho básico é o tamanho ao qual limites ou desvios são designados, e é o mesmo para ambos os membros do ajuste.
2. Desvio é a diferença entre um tamanho e o tamanho básico.
3. Desvio superior é a diferença entre o limite máximo e o tamanho básico.
4. Desvio inferior é a diferença entre o limite mínimo e o tamanho básico.
5. Desvio fundamental é tanto o desvio superior quanto o inferior, dependendo de qual mais se aproxima do tamanho básico.
6. Tolerância é a diferença entre os limites de tamanhos máximo e mínimo de um componente.
7. Números de grau de tolerância internacional IT designam grupos de tolerâncias.
8. Base furo representa um sistema de ajustes com base em um tamanho básico de furo. O desvio fundamental é H.
9. Base eixo representa um sistema de ajustes com base em um tamanho básico de eixo. O desvio fundamental é h.

O Quadro 4.2 apresenta a combinação de letras e graus de tolerância para estabelecimento de ajuste preferencial. Por exemplo: o símbolo para um furo de ajuste deslizante com tamanho básico de 32 mm é 32H7.

Quadro 4.2 | Descrições de ajustes preferenciais utilizando o Sistema Furo Base

Tipos de ajustes	Descrição	Símbolo
Folga	Correção folgado: tolerâncias amplas ou margens em membros externos.	H11/c11
	Correção livre: não deve ser utilizado em aplicações nas quais é essencial ter grande precisão. É indicado para grandes variações de temperatura, altas velocidades ou pressão.	H9/d9
	Correção apertado: indicado para máquinas de precisão, bem como posicionamento acurado a velocidades e pressões moderadas.	H8/f7
	Deslizante: peças não correm livremente, mas giram e se movimentam. Aplicação em casos de localização precisa de peças.	H7/g6
	Locativo com folga: ajuste perfeito para localização de peças estacionárias e facilidade de remoção para manutenção.	H7/h6
Transição	Locativo de transição: posicionamento preciso.	H7/k6
	Locativo de transição: localização mais precisa, na qual se admite maior interferência possível.	H7/n6

Tipos de ajustes	Descrição	Símbolo
Interferência	Locativo com interferência: peças que requerem rigidez e alinhamento preciso, mas sem requisitos especiais de pressão de furo.	H7/p6
	Meio forçado: para peças de aço ou ajustes de contração em seções leves.	H7/s6
	Forçado: indicado para peças que serão tensionadas, ou por ajustes de contração, quando elevadas forças de prensagem são impraticáveis.	H7/u6

Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016, p. 383).

As classes de tolerâncias e os desvios fundamentais para eixos são apresentados na Tabela Anexo 4.6, para dimensões em milímetros, e na Tabela Anexo 4.7, para dimensões em polegadas. Para os códigos c, d, f, g e h, temos que:

$$\text{Desvio superior} = \text{Desvio fundamental}$$

$$\text{Desvio inferior} = \text{Desvio superior} - \text{Grau de tolerância}$$

Para os códigos k, n, p, s e u, os desvios para eixos são:

$$\text{Desvio inferior} = \text{Desvio fundamental}$$

$$\text{Desvio superior} = \text{Desvio inferior} + \text{Grau de tolerância}$$

O desvio inferior H (para furos) é zero. Desta forma, para furos, o desvio superior é igual ao grau de tolerância. O diâmetro máximo do furo ($D_{máx}$) e o diâmetro mínimo do furo ($D_{mín}$) são determinados por:

$$D_{máx} = D + \Delta D$$

$$D_{mín} = D$$

Em que D é o tamanho básico do furo, e ΔD é o grau de tolerância para o furo.

Para eixos com ajuste com folga c, d, f, g e h, o diâmetro máximo do eixo ($d_{máx}$) e o diâmetro mínimo do eixo ($d_{mín}$) são estimados por:

$$d_{máx} = d + \delta_F$$

$$d_{mín} = d + \delta_F - \Delta d$$

Em que d é o tamanho básico do eixo, δ_F é o desvio fundamental e Δd é o grau de tolerância para o eixo.

Para eixos com ajuste por interferência k, n, p, s e u, diâmetro mínimo do eixo ($d_{mín}$) e o diâmetro máximo do eixo ($d_{máx}$) são dados por:

$$d_{mín} = d + \delta_F$$

$$d_{m\acute{a}x} = d + \delta_F + \Delta d$$



Exemplificando

Vamos aplicar esses conceitos em um exemplo prático! Para um ajuste correção folgado, com tamanho básico de 34 mm, quais são as dimensões de eixo e de furo?

Para o ajuste correção folgado, de acordo com o Quadro 4.2, o símbolo ISO é 34H11/c11. Para esse eixo, considerando o grau de tolerância IT 11, pela Tabela Anexo 4.6, obtemos $\Delta D = \Delta d = 0,160$ mm .

O diâmetro máximo do furo ($D_{m\acute{a}x}$) e o diâmetro mínimo do furo ($D_{m\grave{m}n}$) são determinados por:

$$D_{m\acute{a}x} = D + \Delta D = 34 + 0,160 = 34,160 \text{ mm}$$

$$D_{m\grave{m}n} = D = 34,000 \text{ mm}$$

O eixo é designado como um eixo 34c11. Desta forma, pela Tabela Anexo 4.8, temos que o desvio fundamental δ_F é igual a -0,120 mm, portanto o diâmetro máximo do eixo ($d_{m\acute{a}x}$) e o diâmetro mínimo do eixo ($d_{m\grave{m}n}$) são estimados por:

$$d_{m\acute{a}x} = d + \delta_F = 34 + (-0,120) = 33,880 \text{ mm}$$

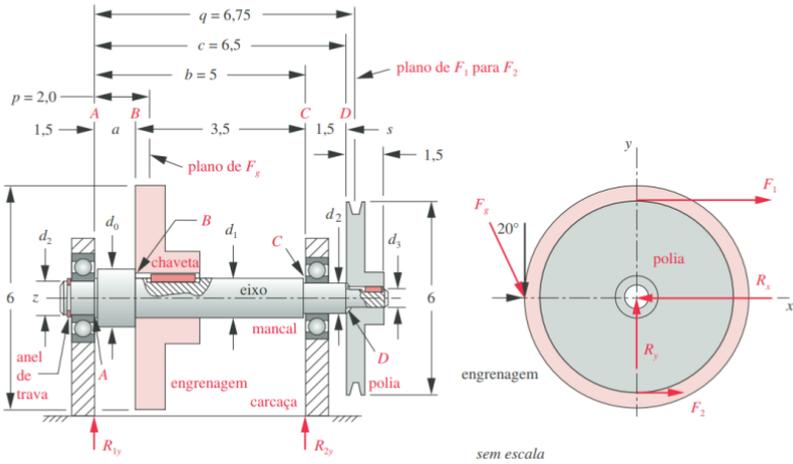
$$d_{m\grave{m}n} = d + \delta_F - \Delta d = 34 + (-0,120) - 0,160 = 33,720 \text{ mm}$$

Sem medo de errar

Agora, você deverá retomar a segunda etapa do seu projeto como engenheiro calculista, projetando a chaveta para o eixo em estudo. Na etapa anterior, você determinou, em função do carregamento, os diâmetros para cada um dos pontos de interesse do eixo. Foi considerado que o torque e o momento variam no tempo de modo repetitivo, sendo as componentes médias e alternante do torque iguais a 73 lb.in. Em nosso projeto, as chavetas serão quadradas e paralelas, manufaturadas com aço SAE 1010; os rasgos serão produzidos com fresa de topo.

São dados: $S_{ut} = 53$ kpsi , $S_y = 44$ kpsi e $S_e = 22,9$ kpsi . O torque máximo é 146 lb.in, e o momento máximo sobre o comprimento do eixo é apresentado na Figura 4.7 (esta figura, que se encontra no início da seção, será repetida a seguir, com a mesma numeração); em B, é igual a 65,6 lb.in; e em D, é igual a 18,3 lb.in. Os diâmetros preliminares nas chavetas são d_1 igual a 0,75 in em B, e em D, 0,5 in.

Figura 4.7 | Geometria preliminar do projeto



Fonte: Norton (2004, p. 487).

Para tais dimensões de diâmetros de eixo, consultando a Tabela Anexo 4.3, no ponto B, a largura da chaveta deve ser 5 mm ou 0,197 in. No ponto D, a largura da chaveta deve ser de 3 mm ou 0,118 in.

No ponto B, as componentes alternante e média de força na chaveta são dadas por:

$$F_a = \frac{T_a}{r} = \frac{73,1}{0,375} = 194,94 \text{ lb}$$

$$F_m = \frac{T_m}{r} = \frac{73,1}{0,375} = 194,94 \text{ lb}$$

Supondo que a chaveta terá comprimento de 0,5 in, as componentes de tensão de cisalhamento alternante e média são dadas por:

$$\tau_a = \frac{F_a}{A_{cis}} = \frac{194,94}{0,197(0,5)} = 1979 \text{ psi}$$

$$\tau_m = \frac{F_m}{A_{cis}} = \frac{194,94}{0,197(0,5)} = 1979 \text{ psi}$$

Para determinação do coeficiente de segurança para fadiga por cisalhamento, as tensões equivalentes de von Mises devem ser obtidas por:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3(1979)^2} = 3428 \text{ psi}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3(1979)^2} = 3428 \text{ psi}$$

O coeficiente de segurança à fadiga é:

$$N_f = \frac{1}{\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}} = \frac{1}{\frac{3428}{22900} + \frac{3428}{53000}} = 4,67$$

A tensão de esmagamento é calculada usando a força máxima na chaveta:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_m + F_a}{A_{esm}} = \frac{194,94 + 194,94}{0,197(0,5)(0,5)} = 7916 \text{ psi}$$

O coeficiente de segurança para a falha por esmagamento é:

$$N_s = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{44000}{7916} = 5,6$$

Aplicando o mesmo método de cálculo, definimos as tensões e os coeficientes de segurança para o ponto D. Neste ponto, as componentes alternante e média de força na chaveta são dadas por:

$$F_a = \frac{T_a}{r} = \frac{73,1}{0,25} = 292,4 \text{ lb}$$

$$F_m = \frac{T_m}{r} = \frac{73,1}{0,25} = 292,4 \text{ lb}$$

Supondo que a chaveta também terá comprimento de 0,5 in, as componentes de tensão de cisalhamento alternante e média são dadas por:

$$\tau_a = \frac{F_a}{A_{cis}} = \frac{292,4}{0,118(0,5)} = 4956 \text{ psi}$$

$$\tau_m = \frac{F_m}{A_{cis}} = \frac{292,4}{0,118(0,5)} = 4956 \text{ psi}$$

Para determinação do coeficiente de segurança para fadiga por cisalhamento, as tensões equivalentes de von Mises devem ser obtidas por:

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3(4956)^2} = 8584 \text{ psi}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3\tau_{xy}^2} = \sqrt{3(4956)^2} = 8584 \text{ psi}$$

O coeficiente de segurança à fadiga é:

$$N_f = \frac{1}{\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}} = \frac{1}{\frac{8584}{22900} + \frac{8584}{53000}} = 1,86$$

A tensão de esmagamento é calculada usando a força máxima na chaveta:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_m + F_a}{A_{esm}} = \frac{292,4 + 292,4}{0,118(0,5)(0,5)} = 19824 \text{ psi}$$

O coeficiente de segurança para a falha por esmagamento é:

$$N_s = \frac{S_y}{\sigma_{\max}} = \frac{44000}{19824} = 2,2$$

Após a realização de todo o equacionamento, precisamos verificar se o coeficiente de segurança encontrado está de acordo com o adotado no projeto, que é igual a 2,5. No ponto B, o coeficiente de segurança calculado é maior (4,67), portanto o diâmetro é satisfatório, e não são necessárias alterações da geometria nesse ponto específico. No ponto D, no entanto, o valor encontrado para o coeficiente de segurança é menor do que o preconizado pelo projeto (1,86), o que implica aumentar o diâmetro do eixo para que se tenha um coeficiente de segurança aceitável, tornando o projeto viável.

Avançando na prática

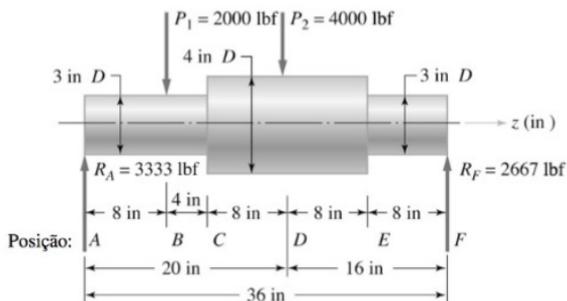
Analisando a velocidade crítica de um eixo

Descrição da situação-problema

Você é o engenheiro responsável pelo projeto de um eixo e está na etapa de verificação se este eixo é adequado em termos de velocidade crítica. Desta forma, você deve avaliar a velocidade crítica dele e, então, determinar se alguma alteração na geometria se faz necessária, considerando o cálculo do fator de segurança para essa condição.

A rotação do eixo ilustrado na Figura 4.13 é 1200 rpm. Para que você consiga desenvolver os cálculos, seu auxiliar desenvolveu uma tabela com o resumo dos dados (Quadro 4.3):

Figura 4.13 | Diagrama de corpo livre do eixo



Fonte: Collins, Busby e Staab (2006, p. 298).

Quadro 4.3 | Dados para cálculo da velocidade crítica

Titulo	Techo A-C	Techo C-E	Techo E-F
Peso [w_i - em lb]	24	59,6	16
Deflexão do centro de massa [y_i - em in]	0,012	0,018	0,007

Fonte: adaptado de Collins, Busby e Staab (2006, p. 298).

Resolução da situação-problema

Para fazer esta avaliação, é necessário determinar a velocidade crítica do eixo. Pelo método de Rayleigh, a velocidade crítica pode ser estimada, em rad/s, por:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g \sum w_i y_i}{\sum w_i y_i^2}}$$

Em que g é a aceleração da gravidade, igual a 386 in/s^2 .

Para determinar o valor em rpm, a fórmula fica igual a:

$$\omega_1 = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{g \sum w_i y_i}{\sum w_i y_i^2}}$$

Assim, temos que:

$$\omega_1 = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{g \sum w_i y_i}{\sum w_i y_i^2}} = \frac{60}{2\pi} \sqrt{386 \frac{24(0,012) + 59,6(0,018) + 16(0,007)}{24(0,012)^2 + 59,6(0,018)^2 + 16(0,007)^2}} = 1484 \text{ rpm}$$

Comparando a velocidade crítica do eixo com a velocidade de operação, encontramos o fator de segurança:

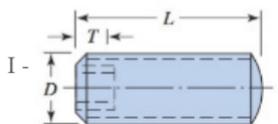
$$\frac{\omega_1}{\omega_{op}} = \frac{1484}{1200} = 1,24$$

O fator encontrado é menor do que os valores mínimos recomendados (**devem estar na faixa entre 2 e 3**), por isso, é indicado que sejam feitas alterações no diâmetro do eixo (aumentar) para que não se tenha problemas devido às rotações excêntricas de eixo ou vibrações laterais.

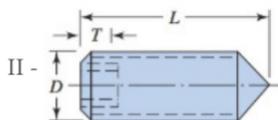
Faça valer a pena

1. Em relação ao desenvolvimento de força de aperto, os parafusos de porca dependem da tração para desenvolvê-la; os parafusos de retenção, no entanto, dependem da compressão para desenvolver força de aperto. Os parafusos de retenção têm diversos tipos de pontas disponíveis, que podem ser manufaturados com fenda ou cabeças quadradas.

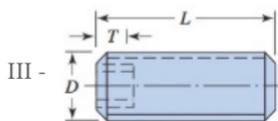
Analisando os tipos disponíveis de parafusos de retenção, associe corretamente a coluna da esquerda com a coluna da direita:



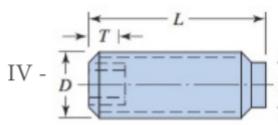
() de ponta plana.



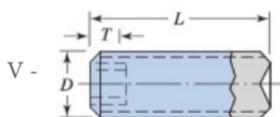
() de ponta oval.



() de ponta de meio grampo.



() de ponta de cone.



() de ponta de çã.

Fonte: elaborado pelo autor baseado em Budynas e Nisbett (2016, p. 375).

- a) I – II – III – IV – V.
- b) III – I – IV – II – V.
- c) III – V – II – I – IV.
- d) III – II – IV – I – V.
- e) I – III – II – V – IV.

2. Quando se especificam _____, o projetista determina um(a) _____ apropriado(a) para a chaveta ser capaz de conduzir a carga _____. É importante ressaltar que o comprimento _____ da chaveta está limitado pelo comprimento do cubo, e não deve exceder uma vez e meia o diâmetro do eixo, para não termos problemas com _____ excessivas. Podemos usar, quando se tratar de projeto em que as cargas são maiores, múltiplas chavetas, as quais são, geralmente, orientadas a 90° em relação à outra.

Assinale a alternativa a seguir que apresenta os termos que preenchem corretamente as respectivas lacunas do texto-base.

- a) pinos – largura – de flexão – máximo – tensões.
- b) parafusos – comprimento – torcional – mínimo – tensões.
- c) chavetas – diâmetro – torcional – mínimo – deflexões.
- d) chavetas – comprimento – torcional – máximo – deflexões.
- e) pinos – altura – de flexão – ideal – tensões.

3. Em projetos de eixos, o projetista é livre para adotar uma geometria idealizada, porém que venha de encontro com a função pretendida do conjunto. Suponha uma situação em que se deseja um ajuste de esforço médio, cujo tamanho básico de furo é 2 in. Lembre-se de que, para dimensões em polegadas, o ajuste é indicado pela dimensão em polegadas entre parênteses seguida pelo símbolo ISO.

Assinale a alternativa que indica corretamente os valores, em polegadas, de diâmetro máximo do furo ($D_{máx}$), diâmetro mínimo do furo ($D_{mín}$), diâmetro máximo do eixo ($d_{máx}$) e diâmetro mínimo do eixo ($d_{mín}$), respectivamente.

- a) 2,0000 – 2,0010 – 2,0000 – 2,0023.
- b) 2,0010 – 1,9990 – 2,0017 – 2,0000.
- c) 2,0010 – 2,0000 – 2,0017 – 2,0023.
- d) 1,9990 – 2,0000 – 1,9983 – 1,9989.
- e) 2,0010 – 2,0000 – 1,9983 – 1,9989.

Parafusos e elementos de fixação

Diálogo aberto

Prezado aluno, chegamos ao final de nossa jornada e, para encerrar o conteúdo relacionado a Elementos de Máquinas, vamos estudar teoria e aplicação de parafusos e elementos de fixação. Durante sua vida profissional, nos projetos que serão desenvolvidos por você, certamente, a preocupação relacionada ao custo estará bem destacada, e seu superior apreciará se você propuser um projeto eficiente com o menor custo possível. Neste sentido, você também deverá se preocupar com a quantidade de fixadores e, de tempos em tempos, seu projeto deverá sofrer uma revisão, para que sejam feitas melhorias utilizando-se de novas tecnologias lançadas no mercado, sejam elas novos fixadores, novas técnicas de instalação, bem como inovações relacionadas ao ferramental.

Existem diversas formas de se fixar ou unir peças, sendo que os métodos mais comuns se dão por meio da utilização de parafusos rosqueados, porcas, parafusos de retenção, rebites, retentores de molas, soldas, adesivos e até elementos que já estudamos em capítulos anteriores, tais como chavetas e pinos. Por ser um tema bastante conhecido para quem já tem um pouco de familiaridade com o assunto, aparentemente, pode se passar por algo não tão importante. Ledo engano! O assunto “parafusos e elementos de fixação” é um dos mais interessantes da engenharia mecânica. O número de inovações nesta área é muito grande, assim como o número de tipos de fixadores disponíveis para seleção do projetista.

Com isso em mente, lançamos um novo desafio: você, engenheiro de cálculo responsável pelo projeto de uma prensa, deve projetar um parafuso de potência de rosca quadrada que será utilizado na máquina em questão. Para tal, você precisa determinar as tensões de Von Mises e a tensão máxima de cisalhamento na raiz desse parafuso. Para o projeto, deve-se considerar diâmetro maior de 36 mm com passo de 4 mm. O coeficiente de fricção considerado é 0,08, e o diâmetro de colar é 40 mm. Uma força de 7 kN é aplicada em cada parafuso. Quais são os parâmetros geométricos do parafuso? Quais são as tensões de corpo? Qual é o equacionamento a se utilizar para determinar as tensões Von Mises e a tensão máxima de cisalhamento na raiz desse parafuso?

Vamos estudar a teoria relacionada aos padrões e às definições de roscas e, também, entender qual é o equacionamento para dimensionamento de parafusos de potência, para que você seja capaz de

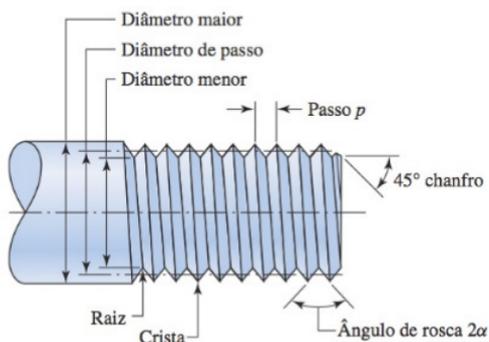
selecionar da melhor forma os fixadores a serem utilizados em seu projeto. Sucesso!

Não pode faltar

Podemos utilizar os parafusos para manter partes unidas; a estes, damos o nome de parafusos de fixação. Para movimentação de cargas, são utilizados parafusos de potência ou de avanço. No primeiro caso, os parafusos devem ser arranjados para resistir a cargas de cisalhamento, tração ou ambas. Os parafusos de potência são elementos utilizados para converter movimento rotacional em linear, podendo levantar ou movimentar grandes cargas. Para isso, é necessário que a rosca seja mais forte que as existentes em aplicações de parafusos de fixação.

Vamos iniciar nossa seção estudando a Figura 4.14, que apresenta a terminologia de roscas de parafusos: o passo é a distância entre roscas adjacentes medidas paralelamente ao eixo da rosca. O diâmetro maior (d) é o maior diâmetro de uma rosca de parafuso; o menor diâmetro de uma rosca de parafuso é designado por d_r ou d_f ; o avanço ou comprimento da rosca (l) é a distância (paralela ao eixo) em que uma porca (rosca par) avançará com uma revolução completa. Para uma rosca única, o avanço é igual ao passo.

Figura 4.14 | Terminologia de roscas de parafuso



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 396).



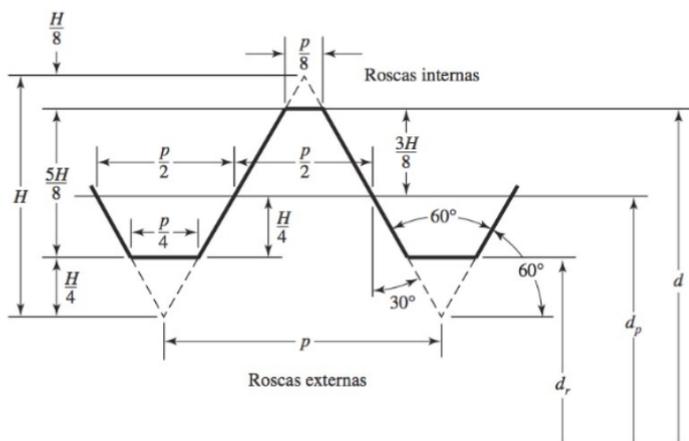
Refleta

O rosqueado pode ser único ou múltiplo. Imagine o caso de um parafuso rosqueado duplo. Qual seria o comprimento da rosca neste caso? E para um rosqueado triplo?

O ângulo de rosca padrão, utilizado tanto pelo sistema UNS (*Unified National Standard*) quanto ISO (*International Standardization Organization*), é igual a 60° . As cristas e raízes das roscas podem ser planas, para redução da concentração de tensões que ocorrem em cantos vivos, ou arredondadas, tais como as roscas do sistema Whitworth, cujas dimensões são em polegadas, e o ângulo de rosca é igual a 55° .

A Figura 4.15 mostra a geometria de rosca de perfis métricos M e MJ. O perfil M é o perfil da ISO 68 com roscas simétricas de 60° , e o perfil MJ é preferido quando se requer alta resistência à fadiga (BUDYNAS; NISBETT, 2016).

Figura 4.15 | Perfil básico para roscas métricas M e MJ em que d = diâmetro maior, d_r = diâmetro menor, d_p = diâmetro de passo, p = passo, $H = \frac{\sqrt{3}}{2} p$



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 396).

Três séries padrão de famílias de diâmetro primitivo são definidas para as roscas de padrão UNS: passo grosso (UNC), passo fino (UNF) e passo ultrafino (UNEF). A série grossa é mais comum e recomendada para aplicações corriqueiras, principalmente em casos em que a aplicação requer montagem e desmontagem frequentes. As roscas finas são utilizadas em aplicações submetidas a vibrações, tais como automóveis e aviões. As roscas da série ultrafina são utilizadas onde a espessura de parede é um fator limitador e requer roscas pequenas. A Tabela Anexo 4.1 apresenta os diâmetros e as áreas de roscas métricas de passo grosso e passo fino; já a Tabela Anexo 4.2 apresenta os diâmetros e as áreas de roscas de parafusos unificados UNC e UNF. Essas tabelas são bastante úteis para especificação e projeto de peças rosqueadas.



Veja o material anexo a esta seção acessando o link (http://cm-kl-s-content.s3.amazonaws.com/ebook/embed/qr-code/2019-1/elementos-de-maquinas-ii/u4/s3/ele_maq_ii_u4_s3_anexo.PDF) ou o QR Code.



Exemplificando

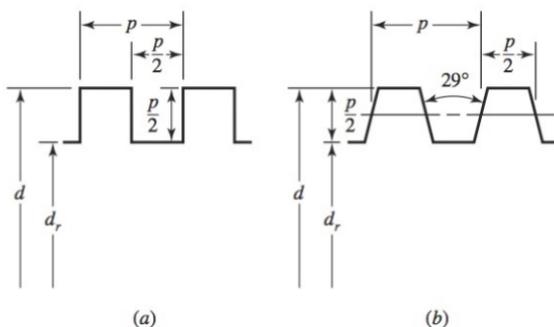
A rosca é especificada a partir de um código que define sua série, seu diâmetro, seu passo e sua classe de ajuste. Passo de roscas UNS é definido como o número de roscas por polegada, enquanto que, para roscas métricas, o passo é especificado pela dimensão do passo em milímetro.

Um exemplo de especificação UNS: 1/4 – 20 UNC 2A define uma rosca externa de diâmetro 0,25 in com 20 filetes por polegada, série grossa, classe 2 de ajuste.

Um exemplo de especificação métrica: M8 x 1,25 define uma rosca ISO com 8 mm de diâmetro externo por 1,25 mm de passo.

Roscas quadradas e Acme (Figura 4.16) são utilizadas em casos em que a potência deve ser transferida. A Tabela Anexo 4.3 apresenta os passos preferidos para roscas Acme. Outros passos, no entanto, são empregados, e modificações para aumento da resistência do parafuso são frequentes tanto em roscas quadradas quanto em roscas Acme.

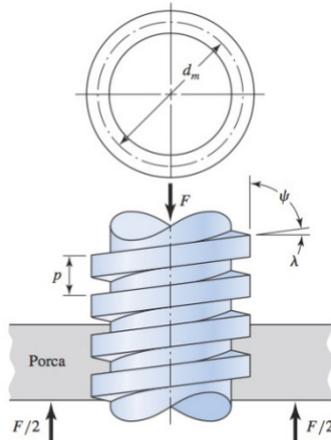
Figura 4.16 | Rosca quadrada (a) e Rosca Acme (b)



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 398).

Como citado anteriormente, um parafuso de potência transforma o movimento rotacional em linear e, geralmente, transmite potência. Uma aplicação pode ser encontrada na Figura Anexo 4.1. A Figura 4.17 apresenta um parafuso de potência de rosca quadrada única com diâmetro d_m , passo p , ângulo de avanço λ e ângulo de hélice ψ carregado por uma força de compressão axial F . Qual seria o torque necessário para elevar ou baixar a carga?

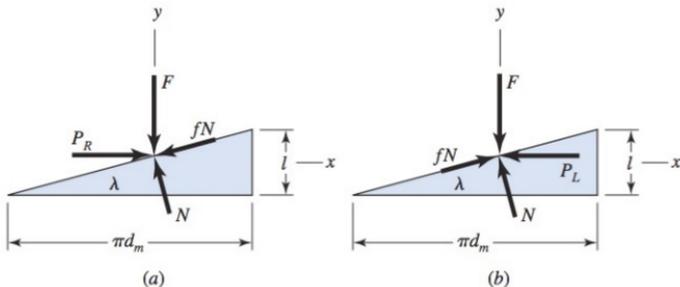
Figura 4.17 | Porção de um parafuso de potência



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 400).

Vamos desenvolver esse raciocínio com base na Figura 4.18. Imagine que uma única rosca do parafuso é desenvolvida por uma única volta: a beira da rosca formará a hipotenusa de um triângulo retângulo, cuja base é dada pelo comprimento da circunferência do diâmetro médio, e a altura é equivalente ao avanço. A soma das forças axiais é F e, para elevar a carga, temos uma **força atuando para a direita** (P_R), e para abaixar a carga, temos uma **força atuando para a esquerda** (P_L).

Figura 4.18 | Diagrama de força: elevação de carga (a) e abaixamento de carga (b)



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 400).

A **força de fricção** é dada pelo coeficiente de fricção multiplicado pela força normal N . Com isso especificado, para elevar a carga, temos que a **componente horizontal da força** (F_H) e a **componente vertical da força** (F_V) são dadas por:

$$\sum F_H = P_R - N \sin \lambda - fN \cos \lambda = 0$$

$$\sum F_V = F + fN \sin \lambda - N \cos \lambda = 0$$

Para abaixar a carga, temos:

$$\sum F_H = -P_L - N \sin \lambda + fN \cos \lambda = 0$$

$$\sum F_V = F - fN \sin \lambda - N \cos \lambda = 0$$

Desprezando a força normal e considerando as equações anteriores, solucionando o resultado para P , temos: $P_R = \frac{F(\sin \lambda + f \cos \lambda)}{\cos \lambda - f \sin \lambda}$ e $P_L = \frac{F(f \cos \lambda - \sin \lambda)}{\cos \lambda + f \sin \lambda}$.

Manipulando as equações anteriores, dividindo numerador e denominador por $\cos \lambda$ e utilizando a relação $\tan \lambda = \frac{l}{\pi d_m}$, temos que:

$$P_R = \frac{F\left(\frac{l}{\pi d_m} + f\right)}{1 - \left(f \frac{l}{\pi d_m}\right)} \text{ e } P_L = \frac{F\left[f - \left(\frac{l}{\pi d_m}\right)\right]}{1 + \left(\frac{fl}{\pi d_m}\right)}$$

Sendo o torque o produto da força P e do raio médio $\frac{d_m}{2}$, o torque requerido T_R para superar a fricção de rosca e elevar a carga é dado por:

$$T_R = \frac{Fd_m}{2} \left(\frac{l + \pi f d_m}{\pi d_m - fl} \right)$$

Da mesma forma, o torque requerido para superar parte da fricção ao baixar a carga é dado por: $T_L = \frac{Fd_m}{2} \left(\frac{\pi f d_m - l}{\pi d_m + fl} \right)$.



Assimile

Existem situações em que o avanço é grande ou a carga é tão pequena que a carga baixa por si só, fazendo com que o parafuso rode sem nenhum esforço. Nestes casos, torque T_L é negativo ou zero. Quando um torque T_L é positivo, diz-se que o parafuso é autobloqueante. Isso ocorre quando $\pi f d_m > l$.

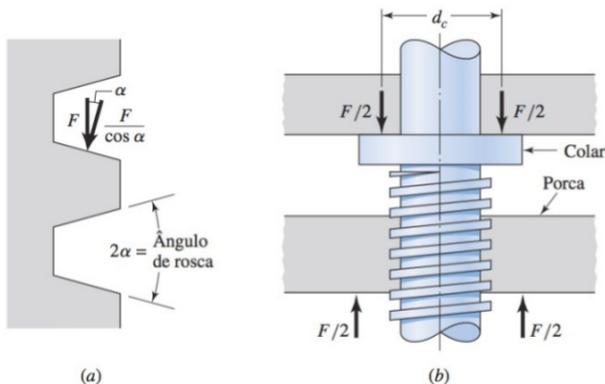
Dividindo ambos os lados dessa inequação por πd_m e considerando que $l/\pi d_m = \tan \lambda$, temos que: $f > \tan \lambda$. Ou seja, o parafuso é autobloqueante quando o coeficiente de fricção for igual ou maior que a tangente do ângulo de avanço da rosca.

Para avaliar a eficiência do parafuso de potência, assumimos $f = 0$ e, substituindo na equação de T_R , temos: $T_0 = \frac{Fl}{2\pi}$, que é o torque necessário somente para a elevação da carga, uma vez que eliminamos o atrito da rosca. Desta forma, a eficiência da rosca (e) é dada pela relação entre T_0 e T_R :

$$e = \frac{T_0}{T_R} = \frac{Fl}{2\pi T_R}$$

No caso de outras roscas, tais como as roscas Acme, a carga de rosca está inclinada relativamente ao eixo devido ao ângulo de rosca (2α) e ao ângulo de avanço (λ) (Figura 4.18a). Considerando somente o efeito do ângulo de rosca cujo efeito é aumentar a força friccional pela ação de calço das roscas, dividimos os termos friccionais da equação de T_R por $\cos \alpha$, que produz a equação para avaliação de um T_R aproximado, visto que o desconsideramos o efeito do ângulo de avanço.

Figura 4.19 | Diagrama de força: força normal aumentada devido ao ângulo de rosca (a); colar de empuxo tem diâmetro friccional d_c (b)



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 402).

Quando um parafuso é carregado axialmente, um mancal axial ou colar deve ser empregado, conforme apresentado na Figura 4.19b. A carga no colar é concentrada no diâmetro d_c . O torque requerido é, portanto, $T_c = \frac{Ff_c d_c}{2}$, em que T_c é o torque requerido no colar, e f_c é o coeficiente de fricção no colar.

A tensão nominal de cisalhamento τ na torção do corpo do parafuso é dada por $\tau = \frac{16T}{\pi d_r^3}$

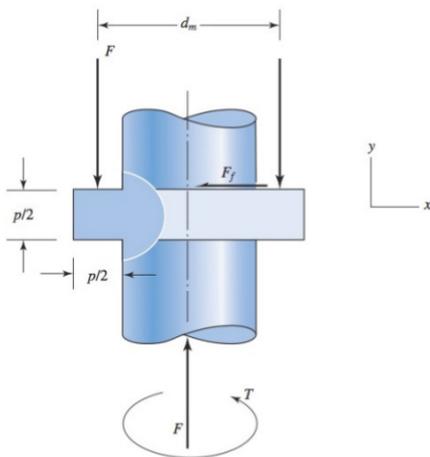
A tensão axial σ no corpo do parafuso, na ausência da coluna, é dada por: $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d_r^2}$

Na rosca, a tensão de apoio σ_B , conforme Figura 4.20, é dada por: $\sigma_B = -\frac{F}{\pi d_m n_t p / 2} = -\frac{2F}{\pi d_m n_t p}$, em que n_t é o número de roscas envolvidas.

A tensão de flexão na rosca é dada por $\sigma_b = \frac{M}{I/c} = \frac{Fp}{4} \frac{24}{\pi d_m n_t p^2} = \frac{6F}{\pi d_m n_t p}$.

A tensão transversal de cisalhamento τ no centro da raiz da rosca é $\tau = \frac{3F}{\pi d_r n_t p}$.

Figura 4.20 | Geometria da rosca quadrada



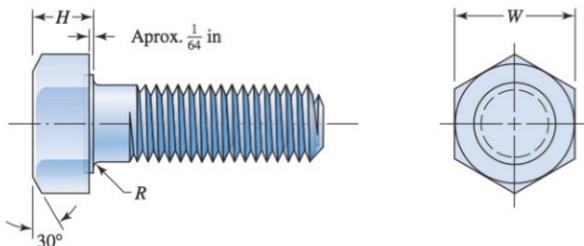
Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 403).

Consulte as Tabelas Anexo 4.4 e 4.6 sobre pressões seguras em roscas e coeficientes de fricção para pares roscados e para colar de empuxo.

A Figura 4.21 apresenta um parafuso de porca de cabeça hexagonal rosqueado. Os pontos de concentração de tensão estão no filete, no começo das roscas e no arredondamento da raiz da rosca no plano da porca (quando esta estiver presente). O diâmetro de face da arruela (D) é igual à largura entre faces opostas do hexágono. O comprimento da rosca de parafusos de porca de série em polegadas, para comprimentos de parafuso menores ou

igual a 6 in, é dado por $L_T = 2D + 1/4$ in . Para comprimentos de parafusos maiores que 6 in, $L_T = 2D + 1/2$ in .

Figura 4.21 | Parafuso de cabeça hexagonal



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 408).

No caso de parafusos métricos, o comprimento da rosca, para comprimentos de parafuso L menores ou iguais a 125 mm e diâmetro menor ou igual a 48 mm, é dado por $L_T = 2D + 6$ mm . Para comprimentos de parafuso maiores que 200 mm, $L_T = 2D + 25$ mm . Para valores de comprimento de parafuso entre 125 e 200 mm, $L_T = 2D + 12$ mm .

O comprimento ideal de um parafuso de rosca é aquele em que sobram apenas uma ou duas roscas após o aperto. É importante lembrar que rebarbas nos furos podem “morder” o filete, aumentando a concentração de tensão, por isso, é recomendada a utilização de arruelas. É importante verificar a necessidade de utilização de porcas. Verifique nas Figuras Anexo 4.1 a 4.3 os tipos de cabeças de parafusos utilizados em máquinas e os tipos de porcas hexagonais.



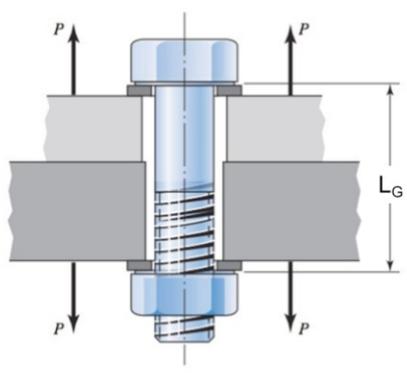
Dica

Conheça mais sobre fixadores rosqueados disponíveis no mercado consultando os sites dos fabricantes:

- Fixopar.
- REX Industrial.

Vamos entender um pouco sobre as Juntas – Rigidez dos fixadores. O propósito de um parafuso de porca é reter duas ou mais partes. Torcer a porca estica o parafuso, produzindo uma força de retenção conhecida como pré-tração ou pré-carga. A força de retenção existe na conexão depois de a porca ter sido propriamente apertada, estando ou não o conjunto submetido à força P, indicada na Figura 4.22, na qual podemos também verificar o comprimento L_c , conhecido como agarramento ou alcance, que corresponde à espessura total de material retido na conexão.

Figura 4.22 | Conexão de parafuso de porca com duas arruelas



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 410).

Para um membro elástico, como o parafuso de porcas, a razão entre a força aplicada ao membro e a deflexão produzida pela força é conhecida por razão de mola. A rigidez da porção de um parafuso de porca ou daquele sem porca dentro da zona de retenção é constituída pela parte correspondente à da porção de haste não-rosqueada e à da porção rosqueada, desta forma, a constante de rigidez no parafuso é equivalente às rigidezes de duas molas em série, conforme equação: $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.

As razões de mola da porção rosqueada e não rosqueada são dadas, respectivamente, por: $k_t = \frac{A_t E}{l_t}$ em que A_t é a área de tensão de tração, e l_t é o comprimento da porção rosqueada; e $k_d = \frac{A_d E}{l_d}$, em que A_d é a área de diâmetro maior do fixador, e l_d é o comprimento da porção não-rosqueada.

Fazendo a substituição das razões de mola na equação da constante de rigidez, temos que a rigidez efetiva estimada do parafuso na zona de retenção (k_b) é dada por:

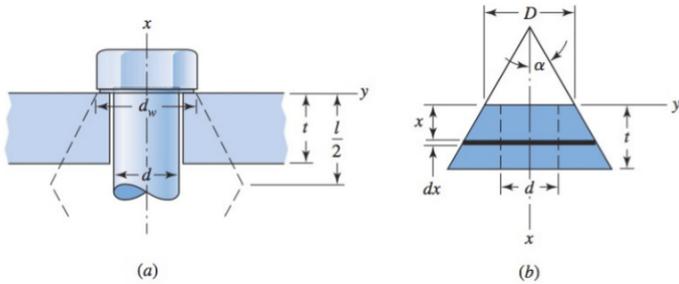
$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d}$$

Você conhece sobre o assunto Juntas – Rigidez dos elementos de ligação? Além da rigidez do fixador na zona de retenção, precisamos avaliar a rigidez dos membros nesta mesma zona, pois é necessário que ambas sejam conhecidas para prevermos o comportamento da conexão quando esta for submetida a esforços de tração. Todos os membros atuam como molas em série, e a rigidez dos membros é dada por:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_i}$$

Para fazermos esta análise, tomaremos a Figura 4.23, que apresenta, em a, a geometria geral de cone usando um ângulo de meio ápice α . Considerando, em b, que uma força de compressão P promove uma contração do elemento de cone de espessura dx definida por: $d\delta = \frac{Pdx}{EA}$.

Figura 4.23 | Compressão de um membro com propriedades elásticas equivalentes representadas por um tronco de cone vazado



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 414).

A área do elemento é:

$$A = \pi(r_o^2 - r_i^2) = \pi \left[\left(x \tan \alpha + \frac{D}{2} \right)^2 - \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right] = \pi \left(x \tan \alpha + \frac{D+d}{2} \right) \left(x \tan \alpha + \frac{D-d}{2} \right)$$

Fazendo a substituição da área na equação apresentada anteriormente, temos:

$$\delta = \frac{P}{\pi E} \int_0^t \frac{dx}{\left[x \tan \alpha + \frac{(D+d)}{2} \right] \left[x \tan \alpha + \frac{(D-d)}{2} \right]}$$

Utilizando a tabela de integrais, é possível chegar ao seguinte resultado:

$$\delta = \frac{P}{\pi E d \tan \alpha} \ln \frac{(2t \tan \alpha + D - d)(D + d)}{(2t \tan \alpha + D + d)(D - d)}$$

A rigidez desse elemento é, portanto:

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{\pi E d \tan \alpha}{\ln \frac{(2t \tan \alpha + D - d)(D + d)}{(2t \tan \alpha + D + d)(D - d)}}$$

Assumindo $\alpha = 30^\circ$, a rigidez é dada por:

$$k = \frac{0,5774 \pi E d}{\ln \frac{(1,155t + D - d)(D + d)}{(1,155t + D + d)(D - d)}}$$

Se os membros da ligação possuem o mesmo módulo de elasticidade e apresentam simetria, podemos considerá-los como molas idênticas em série. Da equação de rigidez dos membros, $k_m = k/2$. Considerando o agarramento l como $2t$, e d_w como o diâmetro da face da arruela, a rigidez dos membros é encontrada por:

$$k_m = \frac{\pi E d \tan \alpha}{2 \ln \left(\frac{l \tan \alpha + d_w - d}{l \tan \alpha + d_w + d} \right) \left(\frac{d_w + d}{d_w - d} \right)}$$

Podemos simplificar a equação anterior considerando que o diâmetro da face da arruela é, aproximadamente, 50% maior que o diâmetro do fixador para parafusos de porca, logo $d_w = 1,5d$, além disso, consideramos $\alpha = 30^\circ$:

$$k_m = \frac{0,5774 \pi E d}{2 \ln \left(5 \frac{0,5774l + 0,5d}{0,5774l + 2,5d} \right)}$$

Sem medo de errar

Agora, chegou a hora de retomarmos nosso último desafio: você, engenheiro de cálculo responsável pelo projeto de uma prensa, deve projetar um parafuso de potência de rosca quadrada que será utilizado na máquina em questão. Para tal, você deve determinar as tensões de Von Mises e a tensão máxima de cisalhamento na raiz desse parafuso.

Para o projeto, deve-se considerar diâmetro maior de 36 mm com passo de 4 mm com risca dupla. O coeficiente de fricção considerado é 0,08 (podemos considerar $f = f_c$), e o diâmetro de colar é 40 mm. Uma força de 7 kN é aplicada em cada parafuso. Quais são os parâmetros geométricos do parafuso? Quais são as tensões de corpo? Qual é o equacionamento a se utilizar para determinar as tensões Von Mises e a tensão máxima de cisalhamento na raiz desse parafuso?

Vamos iniciar o trabalho definindo os parâmetros geométricos que serão utilizados para calcular o que se pede. Considerando-se uma rosca quadrada, da Figura 4.15, temos que a profundidade da rosca e a largura são iguais à metade do passo, ou seja, 2 mm.

O diâmetro maior é dado por: $d_m = d - p/2 = 36 - 4/2 = 34$ mm .

O diâmetro menor é igual a $d_r = d - p = 36 - 4 = 32$ mm .

O avanço, como se trata de rosca dupla, é igual a duas vezes o passo, ou seja, 8 mm.

O torque requerido T_R para superar a fricção de rosca e elevar a carga, em roscas quadradas, é dado por:

$$T_R = \frac{Fd_m}{2} \left(l + \pi f d_m \right) + \frac{Ff_c d_c}{2}, \text{ portanto,}$$

$$T_R = \frac{7(34)}{2} \left[\frac{8 + \pi(0,08)(34)}{\pi(34) - (0,08)(8)} \right] + \frac{7(0,08)40}{2} = 18,54 + 11,2 = 29,74 \text{ Nm}$$

A tensão de cisalhamento de corpo decorrente do momento de torção T_R no exterior do corpo do eixo do corpo do parafuso é dado por:

$$\tau = \frac{16T}{\pi d_r^3} = \frac{16(29,74)(10^3)}{\pi(32)^3} = 4,62 \text{ MPa}$$

A tensão nominal normal no eixo é:

$$\sigma = \frac{4F}{\pi d_r^2} = \frac{4(7)(10^3)}{\pi(32)^2} = 8,7 \text{ MPa}$$

A tensão de flexão na rosca é dada por $\sigma_b = \frac{M}{I/c} = \frac{Fp}{4} \frac{24}{\pi d_r n_r p^2} = \frac{6F}{\pi d_r n_r p}$. Aqui, você precisa levar em consideração que a rosca não compartilha a carga igualmente, por isso, determinou-se experimentalmente que F deve ser substituído por 0,38F, para prover o nível mais elevado de tensões na combinação rosca-porca. Portanto, temos que:

$$\sigma_b = \frac{6(0,38F)}{\pi d_r n_r p} = \frac{6(0,38)(7)(10^3)}{\pi(32)(1)4} = 39,69 \text{ MPa}$$

Para determinar as tensões de von Mises e a tensão máxima de cisalhamento, assumimos como tensão principal σ_x o valor encontrado para σ_b . As tensões restantes podem ser transformadas utilizando a equação de tensão plana.

$$\sigma_2, \sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}, \text{ portanto temos que:}$$

$$\sigma_2, \sigma_3 = \frac{8,7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8,7}{2} \right)^2 + 4,62^2} = 10,69; -1,99 \text{ MPa}$$

As tensões principais ordenadas são, portanto, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 39,69; 10,69; -1,99$ MPa . Substituindo na equação:

$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2}, \text{ portanto temos que:}$$

$$\sigma' = \left[\frac{(39,69 - 10,69)^2 + (10,69 + 1,99)^2 + (-1,99 - 39,69)^2}{2} \right]^{1/2} = 37 \text{ MPa}$$

A tensão máxima de cisalhamento é dada por:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{39,69 - (-1,99)}{2} = 20,8 \text{ MPa} .$$

Avançando na prática

Comparação de resultados

Descrição da situação-problema

Em um treinamento ministrado na empresa em que você trabalha, foi exposto um ajuste de curva para avaliação da razão de mola k_m , além de um gráfico da rigidez versus a relação d/l de uma junção parafusada (Figura 4.24), mostrando a precisão de diferentes metodologias. Dados fundamentais para desenvolvimento do projeto de junções e avaliação da rigidez dos membros da zona de retenção, portanto para que possamos estimar como será o comportamento dessa junção quando esta for submetida ao carregamento.

$$\frac{k_m}{Ed} = A \exp(Bd/l)$$

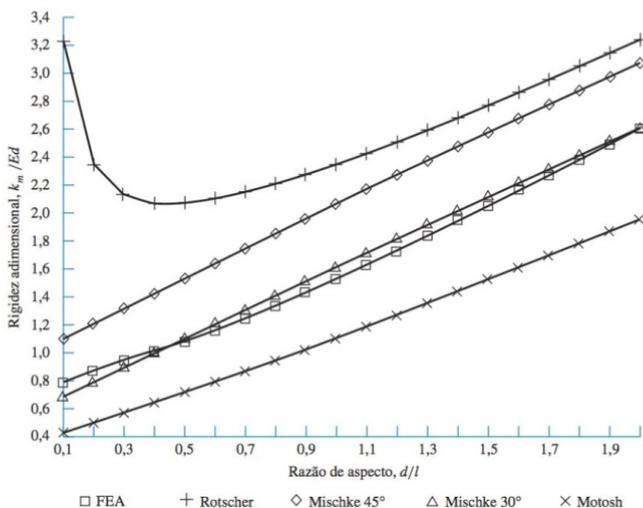
As constantes A e B são especificadas no Quadro 4.4.

Quadro 4.4 | Parâmetros de rigidez de materiais para vários membros

Material usado	Razão de Poisson	Elástico GPa	Módulo Mpsi	A	B
Aço	0,291	207	30,0	0,78715	0,62873
Alumínio	0,334	71	10,3	0,79670	0,63873
Cobre	0,326	119	17,3	0,79568	0,63553
Ferro fundido cinza	0,211	100	14,5	0,78871	0,61616
Expressão geral				0,78952	0,62914

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 416).

Figura 4.24 | Rigidez versus a relação d/l de uma junção parafusada



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 415).

Após o treinamento, seu chefe solicitou a comparação da razão de mola k_m , obtida por meio do método indicado no treinamento, com a obtida pela

$$\text{equação } k_m = \frac{0,5774\pi Ed}{2 \ln \left(5 \frac{0,5774l + 0,5d}{0,5774l + 2,5d} \right)}.$$

O primeiro caso a ser analisado são duas placas de aço, com 0,5 in de espessura, engastadas por um parafuso de 0,5 in de arruela frontal, com uma arruela de 0,095 in de espessura posicionada sob a porca.

O objetivo dessa avaliação é verificar se a metodologia indicada no treinamento apresenta resultados muito diferentes em relação à fórmula apresentada pelo seu chefe. A ideia é simplificar a obtenção desse parâmetro para que o dimensionamento se torne mais ágil.

Resolução da situação-problema

Considerando a espessura das placas e a espessura de uma arruela, temos que l é igual a 1,095 in. O diâmetro d é 0,5 in. Analisando, primeiramente pelo equacionamento ensinado no treinamento, tomando a equação apresentada e as constantes para o aço $A = 0,78715$ e $B = 0,62873$, temos que:

$$k_m = EdA \exp(Bd/l) = 30(10^6)(0,5)(0,78715) \exp[0,62873(0,5)/1,095] = 15,73(10^6) \text{ lbf/in}$$

Tomando como parâmetro a equação $k_m = \frac{0,5774\pi Ed}{2 \ln \left(5 \frac{0,5774l + 0,5d}{0,5774l + 2,5d} \right)}$, temos que:

$$k_m = \frac{0,5774\pi Ed}{2 \ln \left(5 \frac{0,5774l + 0,5d}{0,5774l + 2,5d} \right)} = \frac{0,5774\pi 30(10^6)(0,5)}{2 \ln \left(5 \frac{0,5774(1,095) + 0,5(0,5)}{0,5774(1,095) + 2,5(0,5)} \right)} = 15,97(10^6) \text{ lbf/in}$$

Desta forma, você pode concluir que os resultados obtidos se utilizando diferentes metodologias foram muito semelhantes (aproximadamente, 1,5% de diferença). Com isso, o seu time optou por utilizar o segundo equacionamento (apresentado pelo seu chefe), para obtenção da rigidez dos membros de conexões e avaliar o comportamento delas quando submetidas aos esforços de tração.

Faça valer a pena

1. A rosca é especificada a partir de um código que define sua série, seu diâmetro, seu passo e sua classe de ajuste. Passo de roscas UNS é definido como o número de roscas por polegada, enquanto que, para roscas métricas, o passo é especificado pela dimensão do passo em milímetro. Considere uma rosca ISO com 12 mm de diâmetro nominal maior e 1,75 mm de passo.

A rosca descrita no texto-base deve ser especificada da seguinte forma:

a) $M8 \times 1,25$.

b) $P_L = \frac{F(f \cos \lambda - \operatorname{sen} \lambda)}{\cos \lambda + f \operatorname{sen} \lambda}$.

c) $\cos \lambda$.

d) $M12 \times 1,75$.

e) UNS: 1/4 - 20 UNC 2A.

2. Existem situações em que o avanço é grande ou a carga é tão pequena que a carga _____ por si só, fazendo com que o parafuso rode sem nenhum esforço. Nestes casos, o torque T_L é _____ ou zero. Quando um torque T_L é _____, diz-se que o parafuso é _____. Isso ocorre quando $\pi f d_m > l$. Dividindo ambos os lados dessa inequação por πd_m e considerando que $l/\pi d_m = \tan \lambda$, temos que: $f > \tan \lambda$. Ou seja: o parafuso é autobloqueante quando o coeficiente de fricção for igual ou maior que a tangente do ângulo de _____.

Assinale a alternativa a seguir que apresenta os termos que preenchem corretamente as lacunas do texto-base.

- a) baixa; positivo; negativo; autobloqueante; avanço da rosca.
- b) baixa; negativo; positivo; autobloqueante; avanço da rosca.
- c) levanta; negativo; positivo; autobloqueante; avanço da rosca.
- d) levanta; positivo; negativo; autobloqueante; hélice.
- e) baixa; negativo; positivo; autobloqueante; hélice.

3. O parafuso de potência transforma o movimento rotacional em linear e, geralmente, transmite potência. Considere o caso de um parafuso de potência com 40 mm de diâmetro, rosca quadrada dupla com passo de 6 mm. A porca deve desenvolver uma velocidade de **48 mm/s** e movimentar uma carga F de 10 kN. O diâmetro do colar é 60 mm, e seu coeficiente de fricção é 0,15. O coeficiente de fricção da rosca é 0,10.

Assinale a alternativa que indica a potência necessária para acionamento do parafuso.

- a) 2086 W.
- b) 955 W.
- c) 664 W.
- d) 1130 W.
- e) 360 W.

Referências

BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

COLLINS, J. A.; BUSBY, H. R.; STAAB, G. H. **Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas**. São Paulo: LTC, 2006.

MOTT, R. L. **Elementos de máquinas em projetos mecânicos**. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2015.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. Porto Alegre: Bookman, 2004.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7. ed. Porto Alegre: Bookman. 2005.

ISBN 978-85-522-1465-6



9 788552 214656 >