Física geral e experimental: mecânica

Física geral e experimental: mecânica

Paula Beghelli Oliveira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Oliveira, Paula Beghelli
O48f Física geral e experimental: mecânica / Paula Beghelli Oliveira. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2016.
256 p.

ISBN 978-85-8482-557-8

1. Física - experiências. 2. Mecânica. I. Título.

CDD 531

2016
Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza
CEP: 86041-100 — Londrina — PR
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br
Homepage: http://www.kroton.com.br/

Sumário

Palavras do autor

A Física é uma ciência em constante desenvolvimento, responsável por estudar e interpretar diversos fenômenos da natureza, com o objetivo de entender o funcionamento do universo. É uma ciência fundamental que impulsiona e influencia os avanços tecnológicos e suas aplicações para o benefício, ou não, do ser humano. Sem a Física, não teríamos o GPS, não haveria as missões espaciais, não seria possível construir aviões, carros, muito menos os equipamentos ultramodernos utilizados na medicina para enxergar dentro do nosso corpo.

Nesta disciplina, iremos estudar a Mecânica, uma das grandes áreas da Física, responsável por analisar e explicar os movimentos e as interações dos corpos, através das variações de energia e das forças que atuam sobre eles. Vamos descobrir, por exemplo, o que vai acontecer com um objeto ao aplicarmos uma certa força nele. Como será que ele vai se movimentar? Com qual velocidade? Qual será a equação matemática que vai descrever esse movimento? Qual será seu deslocamento? E se ele colidir com outro objeto, o que acontecerá? E mesmo sem aplicar nenhuma força, será que um objeto pode se movimentar? Como isso é possível?

Assim, o autoestudo desta disciplina permitirá ao aluno conhecer conceitos como cinemática, dinâmica, trabalho, energia, momento linear, impulso e colisões, e aplicá-los na prática. Ainda, o aluno poderá desenvolver competências para identificar, simular, esquematizar, compreender e interpretar fenômenos físicos relacionados ao cotidiano pessoal e profissional; operar e aplicar de maneira consciente as equações matemáticas que representam os fenômenos físicos; realizar experiências práticas de aplicação da física clássica e tomar decisões fundamentadas no raciocínio lógico e no método científico.

Esta disciplina está dividida em quatro unidades de ensino, conforme descrito a seguir:

Unidade 1 – Cinemática: descreve o movimento dos corpos sem investigar suas causas.

Unidade 2 – Dinâmica: estuda as leis da natureza que explicam as causas dos movimentos dos corpos – as conhecidas leis de Newton.

Unidade 3 – Trabalho e energia: explicam as variações do estado de movimentos dos corpos, o que, em muitas situações, facilita nosso trabalho. – "*Na natureza, nada se cria, nada se perde, tudo se transforma*".

Unidade 4 – Momento linear, impulso e colisões: representam a interação entre dois ou mais corpos.

O estudo da Mecânica pode mostrar um mundo novo, no qual tudo se torna mais interessante, pois aprendemos e compreendemos como os fenômenos funcionam, por que e quando eles ocorrem. Desafie-se a entender o universo e a desenvolver sua inteligência. Aplique, no seu dia a dia, os conceitos e competências que serão desenvolvidos nesta disciplina. Desfrute da aventura de entender o que acontece ao seu redor. Bons estudos!

Cinemática- Movimento uniforme e uniformemente variado

Convite ao estudo

Você está começando a estudar a Física através da Mecânica, o estudo das relações entre movimento, massa e força. Para entender a importância da Física no seu dia a dia e no seu desenvolvimento profissional, tente responder às seguintes perguntas: Você sabe como é possível conhecer, a cada instante, a posição e a velocidade de naves espaciais? Como um satélite permanece em órbita? Como um míssil atinge perfeitamente um alvo muito distante? Como um guindaste consegue levantar tanto peso sem tombar? Por que sua mão dói e machuca quando você bate em alguma coisa? Por que, em dias de chuva, ocorrem mais acidentes nas rodovias? Para responder a essas questões, precisamos estudar a Física e suas aplicações.

Nesta disciplina, você irá conhecer por meio da teoria e aplicar através da experimentação, realizada por observação e análise dos fenômenos físicos, os principais conceitos referentes à cinemática, à dinâmica, ao trabalho e energia e ao momento linear, impulso e colisões. O objetivo desta unidade de estudo – cinemática – é o conhecimento e o desenvolvimento de métodos gerais para descrever os movimentos dos corpos, sem nos preocuparmos com as causas desses movimentos. A cinemática utiliza conceitos de geometria associados à ideia de tempo para descrever os movimentos.

Você vai ajudar Rafael, que acabou de se formar em Engenharia e foi contratado para atuar em uma empresa de logística, a Transportadora XYZ. A empresa possui diversas carretas, distribuídas por região de atuação. Uma das atribuições de Rafael será gerenciar e apresentar relatórios semanais sobre a carreta que realiza transporte pelas cidades do interior do estado de São Paulo. Os relatórios deverão conter informações e gráficos importantes para o gerenciamento, planejamento e acompanhamento da carreta. Ele deverá saber usar e converter unidades, descrever, desenhar, formular e calcular o movimento da carreta no espaço e no tempo. Como Rafael fará as conversões de unidades? Como serão calculadas a velocidade e a aceleração média da carreta? É possível desenhar a trajetória percorrida pela carreta? Como descrever o movimento da carreta por meio de equações matemáticas?

Todas as respostas para estas perguntas serão tratadas nesta unidade de ensino. Nela, você deverá aprender e aplicar os conceitos de medidas, unidades de medidas e conversões, vetores e soma vetorial, equações do movimento, velocidade e aceleração médias e instantâneas, movimento uniforme, movimento uniformemente variado e queda livre de corpos.

Seção 1.1

Padrões de medidas e unidades

Diálogo aberto

Caro aluno, descobrimos a Física aprendendo a medir e comparar grandezas com padrões.

Nesta seção, estudaremos os padrões de unidades e medidas. A unidade é um nome particular que atribuímos às medidas dessas grandezas. Existem inúmeras grandezas físicas e cada uma delas pode ser descrita em termos de diferentes unidades, de maneira que foi necessário instituir um Sistema Internacional de Unidades (SI) para facilitar a comunicação entre as diversas regiões do mundo. Muitas vezes precisamos fazer mudanças ou conversões de uma unidade para outra, o que é facilitado pelo uso de fatores de conversão. As grandezas mais utilizadas em mecânica são comprimento, tempo e massa.

Para contextualizar a importância desta seção, iremos ajudar Rafael, engenheiro recém-contratado pela Transportadora XYZ, que foi apresentado no início desta unidade. Rafael precisa apresentar seu primeiro relatório, que deverá conter uma tabela com informações de distâncias percorridas pela carreta entre cada cidade (no SI), distância percorrida total (em km), tempo de percurso entre cada cidade (no SI) e tempo de percurso total (em horas).

Coloque-se no lugar dele: o que você precisa aprender para apresentar esse relatório exatamente como solicitado?

Ao final desta seção, esperamos que você conclua que, para resolver o problema, teremos que compreender os padrões e unidades, conhecer o Sistema Internacional e saber como realizar mudanças (conversões) de unidades.

Não pode faltar

A medição na física

A física é uma ciência experimental. Os experimentos exigem medidas e, normalmente, usamos números para descrever resultados de medidas. Quando utilizamos grandezas para descrever qualitativa ou quantitativamente um fenômeno observado, chamamos essas grandezas de **grandezas físicas**. Exemplos de grandezas físicas: massa, altura, velocidade, tempo, distância etc. Ao medirmos uma grandeza física, sempre a comparamos com um padrão de referência (**a unidade**). O padrão de referência pode estar associado a um objeto ou a um procedimento experimental e é extremamente desejável que os padrões sejam naturais e invariáveis com o passar do tempo. Portanto, **medir** é o procedimento experimental pelo qual o valor momentâneo de uma grandeza física é determinado como um múltiplo e/ou uma fração de uma unidade, estabelecida por um padrão de referência.

Assimile

Medir é comparar a grandeza com a unidade e determinar (observar) o número de vezes que ela está contida na grandeza avaliada!

Exemplificando

Queremos medir a altura de Laura e expressar o resultado em metros. Para isso, devemos comparar quantas vezes a unidade metro "cabe" ou está contida na altura de Laura. Podemos fazer essa comparação com o auxílio de uma trena ou de uma fita métrica, que são instrumentos de medições compatíveis com o padrão da unidade metro. Assim, ao esticarmos uma trena ao lado de Laura, estamos comparando quantos metros cabem na altura dela; estamos, portanto, realizando uma medição, utilizando a unidade metro para observar e quantificar a grandeza física altura. Se identificarmos, por exemplo, que cabem 1,72 unidades de metro na altura de Laura, dizemos, então, que a altura da Laura é igual a 1,72 m.

O Sistema Internacional de Unidades (SI)

Para obter medidas confiáveis, precisas e que podem ser repetidas quantas vezes for necessário, por diferentes pessoas, sem produzir variações significativas, existe o Sistema Internacional de Unidades (SI), utilizado mundialmente por cientistas e engenheiros. O SI é composto por sete grandezas físicas fundamentais:

Tabela 1.1 | As sete grandezas físicas fundamentais do SI

Grandeza física	Unidade	Símbolo	Grandeza física	Unidade	Símbolo
Comprimento	metro	m	Temperatura	kelvin	K
Massa	quilograma	kg	Quantidade de matéria	mol	mol
Tempo	segundo	s	Intensidade luminosa	candela	cd
(Essas três são as mais utilizadas na mecânica)			Corrente elétrica	ampère	A

Fonte: elaborada pela autora.

Reflita

Será que todas as unidades e símbolos apresentados na Tabela 1.1 estão escritos de forma correta? É muito importante que você saiba escrever e simbolizar corretamente as unidades. **O nome da unidade**, quando escrito por extenso, é sempre grafado em **letras minúsculas** (exceto a unidade de temperatura "grau Celsius"). **Os símbolos das unidades** são entes matemáticos, e não abreviaturas. Por isso não possuem pontos e nunca vão para o plural. Existem símbolos com letras maiúsculas e minúsculas.

Muitas *unidades derivadas* do SI são definidas em termos das unidades fundamentais apresentadas na Tabela 1.1. Por exemplo, a unidade de força, Newton, é uma unidade derivada:

$$1\,N = 1\,kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

Muitas vezes, para expressar grandezas muito grandes ou muito pequenas, usamos **notação científica** e **prefixos**, que empregam potências de base 10.

$$3\,456\,000\,000\,000\,m = 3{,}456 \cdot 10^{12}\,m \quad | \quad 0{,}000\,000\,123\,s = 1{,}23 \cdot 10^{-7}\,s$$

No computador ou nas calculadoras científicas, o 10 muitas vezes aparece como E. Assim, os exemplos anteriores podem aparecer no formato 3,456E12 e 1,23E-7. Para representar as potências mais utilizadas, foram desenvolvidos prefixos e símbolos. Veja a Tabela 1.2 (os prefixos em negrito são os mais utilizados):

Tabela 1.2 | Prefixos do SI

Potência	Prefixo	Símbolo	Potência	Prefixo	Símbolo
10^{24}	**iota**	I	10^{-1}	**deci**	d
10^{21}	**zeta**	Z	10^{-2}	**centi**	c
10^{18}	**exa**	E	10^{-3}	**mili**	m
10^{15}	**peta**	P	10^{-6}	**micro**	μ
10^{12}	**tera**	T	10^{-9}	**nano**	n
10^{9}	**giga**	G	10^{-12}	**pico**	p
10^{6}	**mega**	M	10^{-15}	**femto**	f
10^{3}	**quilo**	k	10^{-18}	**ato**	a
10^{2}	**hecto**	h	10^{-21}	**zepto**	z
10^{1}	**deca**	da	10^{-24}	**iocto**	i

Fonte: adaptada da tabela do INMETRO. Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf>. Acesso em: 21 out. 2016.

Assimile

Perceba que os prefixos das unidades têm efeito de multiplicar a unidade pelo fator correspondente: 1 kg = 1 **quilo**grama. Note que prefixo **quilo (k)** corresponde à potência 10^3. Portanto:

$$1\,kg = 1 \cdot 10^3\ g = 1 \cdot 1000\ g = 1000\ g\ .$$

Exemplificando

O que significa comprar um smartphone com 64 Gb (gigabytes) de memória?

Como vimos, o símbolo G faz referência à potência 10^9. Portanto, $64\,Gb = 64 \cdot 10^9\ b = 64 \cdot 1\,000\,000\,000 b = 64\,000\,000\,000\ bytes$.
Ou seja, o smartphone possui **64 bilhões** de bytes de memória.

Pesquise mais

Para que você tenha um melhor conhecimento sobre o Sistema Internacional de Unidades e sobre as grandezas fundamentais, acesse: <http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf>. Acesso em: 24 out. 2016.

Mudança (conversão) de unidades

É possível medir as grandezas físicas nas unidades fundamentais do SI e, também, em diversas outras unidades derivadas. Assim, é importante conhecermos como converter uma unidade em outra. A maioria das conversões de unidades (mudanças de unidades) pode ser realizada pela **regra de três simples**. É necessário saber algumas correspondências entre as unidades. Seria impossível sabermos e guardarmos todos os fatores de conversão, por isso, vamos sugerir que guarde alguns fatores de conversão amplamente utilizados na mecânica. Demais fatores não citados aqui podem ser encontrados na internet ou em aplicativos de conversão de medidas.

Quadro 1.1 | Principais correspondências entre as unidades utilizadas em mecânica

Conversões de comprimento
1 km (um quilômetro) = 1000 m (mil metros)
1 m (um metro) = 100 cm (cem centímetros)
1 m (um metro) = 1000 mm (mil milímetros)
Conversões de massa
1 kg (um quilograma) = 1000 g (mil gramas)
1 g (um grama) = 1000 mg (mil miligramas)
Conversões de tempo
1 h (uma hora) = 60 min (sessenta minutos)
1 min (um minuto) = 60 s (sessenta segundos)
1 h (uma hora) = 3600 s (três mil e seiscentos segundos)
1 dia = 24 h (vinte e quatro horas)

*Lembre-se dos significados dos prefixos quilo(k) = 10^{13} , centi(c) = 10^{-2} e mili(m) = 10^{-3}.
Fonte: elaborado pela autora.

Exemplificando

Sabendo que, em um ano, 365 dias, quantas horas temos neste período?

Usando regra de três simples, temos:

$$1\,dia \rightarrow 24\,h$$
$$365\,dias \rightarrow X$$

Ao multiplicar em cruz, temos:

$$1\,dia \cdot X = 365\,dias \cdot 24h$$
$$X = \frac{365\,dias \cdot 24h}{1\,dia} \therefore X = 8760h$$

Observe que cancelamos a unidade "dia", restando apenas a unidade hora (h). Calculamos que, em 365 dias, 8760 horas. Se um ano tem exatamente 365 dias, portanto, em um ano temos 8760 horas.

Sabendo que um carro viaja a uma velocidade de 180 km/h, qual seria sua velocidade no SI? Lembremos que, no SI, a unidade de comprimento é metro (m), e de tempo é segundo (s), portanto, devemos calcular a velocidade em m/s. Nesse caso, teremos que transformar duas unidades. Precisamos transformar o quilômetro em metro e a hora em segundo. Para transformar os 180 quilômetros em metros, podemos fazer uma regra de três simples, obtendo:

$$1\,km \cdot X = 180\,km \cdot 1000\,m \Rightarrow X = \frac{180\,km \cdot 1000\,m}{1\,km} \therefore X = 180000\,m \therefore X = 180 \cdot 10^3\,m$$

Para transformar a hora em segundo, basta lembramos que 1 h = 3600s

Então, concluímos que: $\frac{180\,km}{1\,h} = \frac{180000\,m}{3600\,s} = 50\,m/s$ $\rightarrow$ **Portanto**, 180 km/h **equivalem** a 50 m/s.

Reflita

É importante que você compreenda o significado das unidades de medidas das grandezas físicas. O que significa uma velocidade de 120 km/h? O que significa uma velocidade de 50 m/s ? Será que existe uma forma rápida para transformar km/h em m/s e vice-versa?

Assimile

Aplicando uma regra de três simples, podemos fazer conversões de unidades para medir grandezas físicas.

Em todo processo de medição existem erros (incertezas) envolvidos. Portanto, para representar corretamente os resultados das medições, precisamos utilizar as regras de arredondamento e determinar os algarismos significativos. Por exemplo, ao medir a espessura de um livro com uma régua, cuja menor medida é de um milímetro (1 mm), se obtivermos o resultado de cinco milímetros, a forma correta de representar o resultado é 5 mm, ou seja, com apenas um algarismo significativo, de acordo com a menor medida (resolução) da régua utilizada. A resolução do instrumento representa o erro máximo da medição. Portanto, pode-se dizer que a espessura do livro é de $(5 \pm 1)\,mm$. Nesta situação, seria errado representar o resultado como 5,0 mm (dois algarismos significativos) ou 5,00 mm (três algarismos significativos). Porém, se fizermos a mesma medida com um paquímetro, cuja menor medida é de 0,05 mm, o correto é representar o resultado da medida como $(5{,}00 \pm 0{,}05)\,mm$.

Caso seja necessário realizar arredondamentos, é importante seguirmos as orientações da norma ABNT NBR 5891:2014. Esta norma define que:

- Quando o algarismo a ser conservado for seguido de outro **inferior a 5**, **<u>permanece aquele a ser conservado e retiram-se os posteriores</u>**. Exemplo: 2,3333 arredondado para uma casa decimal torna-se 2,3.

- Quando o algarismo a ser conservado for seguido de outro **superior ou igual a 5, seguido de, no mínimo, um algarismo diferente de zero,** **<u>soma-se uma unidade àquele a ser conservado e retiram-se os posteriores</u>**. Exemplo: 5,6666 arredondado para uma casa decimal torna-se 5,7; exemplo: 9,8505 arredondado para uma casa decimal torna-se 9,9.

- Quando o algarismo a ser conservado **for ímpar, seguido de 5 e posteriormente de zeros,** **<u>soma-se uma unidade àquele a ser conservado e retiram-se os posteriores</u>**. Exemplo: 6,5500 arredondado à primeira decimal torna-se 6,6. Quando o algarismo a ser conservado **for par, seguido de 5 e, posteriormente, de zeros, permanece aquele a ser conservado e retiram-se os posteriores**. Exemplo: 7,8500 arredondado à primeira decimal torna-se 7,8.

Pesquise mais

Para que você tenha um melhor conhecimento sobre os assuntos abordados, leia o capítulo 1 do Livro:

SEARS, Francis Weston; ZEMANSKY, Mark W.; YOUNG, Hugh D.. **Física 1**: Mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008, v.1.

Faça você mesmo

Converta as unidades a seguir:

a) Transforme 20 km/s em km/h.

b) Meça a sua altura em cm e transforme para o SI.

c) Uma área de 100 cm^2 corresponde a quantos m^2?

Sem medo de errar

Conhecendo o SI e como converter unidades, vamos ajudar o engenheiro Rafael? Para iniciar o relatório, ele coleta informações sobre o trajeto percorrido pela carreta no dia anterior, através do *site* de cobrança eletrônica de pedágio. A carreta gerenciada por ele sai da cidade de Ribeirão Preto com destino a São Paulo e retorna a Ribeirão Preto, percorrendo trajetos distintos na ida e na volta.

Tabela 1.3 | Cidades percorridas pela carreta e horário de chegada em cada cidade

Praça cobrança (cidade)	Horário
Ribeirão Preto	6h20min
Bauru	9h00min
Sorocaba	12h30min
São Paulo	14h00min
Campinas	15h30min
Piracicaba	16h30min
Ribeirão Preto	19h00min

Fonte: elaborada pela autora.

Na tabela a ser elaborada por Rafael, as informações de distância percorrida e tempo de percurso entre cada cidade deverão ser apresentadas no SI. Já as informações de distância total percorrida e tempo total de percurso deverão ser apresentadas em quilômetros e horas, respectivamente.

Solução

Inicialmente, você deve fazer uma breve pesquisa na internet (aplicativos) sobre a localização das cidades citadas no estado de São Paulo e as distâncias estimadas entre elas. Normalmente, essas distâncias serão encontradas em quilômetros, portanto, devem ser transformadas em metros (m) – SI. Em seguida, calcule o tempo de percurso entre cada cidade, levando em consideração o tempo gasto e convertendo as informações da tabela para minutos. (Exemplo: de Ribeirão Preto para Bauru, foram gastas 2h40min = 160 min).

Então, você deve transformar, em segundos, o tempo em minutos (unidade internacional para o tempo). Utilize regra de três. (Exemplo: 160 min = 9600 s).

Finalmente, espera-se que a tabela a ser apresentada no relatório de Rafael contenha as seguintes informações:

Tabela 1.4 | Estudo do movimento da carreta (distâncias e tempo de percurso)

Percurso	Distância	Tempo
Ribeirão Preto – Bauru	211 km = 211000 m	(2h40min) = 9600 s
Bauru – Sorocaba	248 km = 248000 m	(3h30min) =12600 s
Sorocaba – São Paulo	101 km = 101000 m	(1h30min) = 5400 s
São Paulo – Campinas	95 km = 95000 m	(1h30min) = 5400 s
Campinas – Piracicaba	71 km = 71000 m	(1h) = 3600 s
Piracicaba – Ribeirão Preto	207 km = 207000 m	(2h30min) = 9000 s
TOTAL	933000 m = 933 km	45600 s = 12,67 h = 12h40 min

Fonte: elaborada pela autora.

Atenção

Fique bastante atento às conversões de unidades. Muitas delas podem ser feitas por meio da regra de três simples. É muito importante que você sempre escreva e simbolize as unidades e os prefixos de forma correta. Esse tipo de erro pode destruir um projeto.

Avançando na prática

Bote salva-vidas

Descrição da situação-problema

Você recebeu ordens para navegar um bote salva-vidas a uma distância de 24,5 milhas na direção leste com o objetivo de resgatar sobreviventes de um naufrágio. Ao chegar no local, você percebe que não há nada. Em contato novamente com a base, você descobre que deveria navegar 24,5 milhas náuticas e não 24,5 milhas comuns (milhas terrestres). Calcule a distância entre a sua posição atual e a posição do naufrágio no SI. Utilize a internet ou aplicativos para descobrir o fator de conversão de milhas terrestres e milhas náuticas para o SI.

Resolução da situação-problema

A distância correta a ser percorrida seria 24,5 milhas náuticas. Sabemos que 1 milha náutica = 1852 metros. Portanto, usando a regra de três, temos que:

$$1\,\textit{milha naútica} \rightarrow 1852\ \textit{metros}$$
$$24{,}5\ \textit{milhas naúticas} \rightarrow X$$

Ao multiplicar em cruz, temos:

$$1 \cdot X = 1852 \cdot 24{,}5$$
$$X = \frac{1852 \cdot 24{,}5}{1} = 45\,374\ m$$

Portanto, a distância no SI correta a ser percorrida seria de 45.374 metros para chegar ao local do naufrágio. Mas, devido ao erro, foram percorridas 24,5 milhas comuns (milhas terrestres).
1 milha terrestre = 1609 metros. Usando a regra de três, temos que:

$$1\,\textit{milha terrestre} \rightarrow 1609\ \textit{metros}$$
$$24{,}5\ \textit{milhas terrestres} \rightarrow X$$

Ao multiplicar em cruz, temos:

$$1 \cdot X = 1609 \cdot 24,5$$

$$X = \frac{1609 \cdot 24,5}{1} = 39\,420,5\ m$$

Portanto, a distância no SI realmente percorrida foi de 39.420,5 m. Assim, a distância entre o local atual do bote e o local do naufrágio no SI é: $45374\ m - 39420,5\ m = 5953,5\ m \approx 5,9 \cdot 10^3\ m$. Você ainda deve navegar mais $5,9 \cdot 10^3 m$ (ou 5,9 km) aproximadamente para chegar ao local do naufrágio.

Lembre-se

As grandezas do SI mais importantes para a Mecânica são: comprimento, massa e tempo. Essas grandezas são medidas no SI, respectivamente, pelas unidades metro, quilograma e segundo. Conseguimos muitas conversões de medidas utilizando apenas regra de três simples.

Faça você mesmo

Uma unidade de área frequentemente usada para medir terrenos é o hectare, definido como $10^4 m^2$. Uma fazenda de 75 hectares possui quantos m^2?

Faça valer a pena

1. O recorde mundial de velocidade no solo é de 1228 km/h atingido por um carro movido a jato. Essa velocidade no SI seria de:

a) 741 m/s.

b) 341,11 m/s.

c) 500 m/s.

d) 1228 km/h.

e) 0,341 km/s.

2. Em uma cidade norte-americana, você vê o seguinte aviso: limite máximo de velocidade de 100 milhas/h. Quanto seria esse limite, aproximadamente, em km/h? Dado: 1 milha = 1609 metros.

a) 100.

b) 200.

c) 161.

d) 171.

e) 180.

3. Sabendo que a velocidade da luz é de $3 \cdot 10^8\ m/s$, calcule o tempo, em milissegundos, que a luz leva para percorrer uma distância de 1 km.

a) $3,33 \cdot 10^{-5}$.

b) $3,33 \cdot 10^{-4}$.

c) $3,33 \cdot 10^{-3}$.

d) $3,33 \cdot 10^{-2}$.

e) $3,33$.

Seção 1.2

Vetores e soma vetorial

Diálogo aberto

Na seção anterior, estudamos os padrões de medidas e unidades e tivemos a oportunidade de aprender sobre a importância das medições e, também, de como usar, representar e converter corretamente as unidades de medidas. Muitas vezes, ao medirmos uma grandeza física, precisamos de mais informações além do valor numérico e da unidade. A essas grandezas físicas, damos o nome de grandezas vetoriais. Nesta seção, estudaremos os vetores e a soma vetorial.

A nossa tarefa continua sendo ajudar o engenheiro Rafael, recém-contratado pela Transportadora XYZ. A empresa possui diversas carretas distribuídas por região de atuação. Uma de suas atribuições será gerenciar e apresentar relatórios semanais sobre a carreta que realiza transporte pelas cidades do interior do estado de São Paulo. Os relatórios deverão conter informações e gráficos importantes para o gerenciamento, planejamento e acompanhamento da carreta. Agora, você deverá ajudá-lo no seu próximo relatório, que precisará conter: cálculos, desenhos esquemáticos e representativos do movimento da carreta no espaço. Além disso, será preciso calcular e desenhar o deslocamento diário da carreta.

Vamos novamente nos colocar no lugar de Rafael: o que será preciso saber para apresentarmos esse relatório com êxito? Como representar corretamente o movimento da carreta no espaço? Existe uma grandeza física que pode nos ajudar?

Esperamos que, ao final desta seção, você perceba que o movimento da carreta pode ser representado pela grandeza física deslocamento, sendo esta uma **grandeza vetorial**, estudada e representada por meio dos **vetores**.

Não pode faltar

Grandezas escalares e vetoriais

Assimile

Uma grandeza é escalar quando ela fica perfeitamente definida através de um número (módulo). Uma grandeza é vetorial quando, para seu perfeito entendimento, são necessários: módulo, direção e sentido (orientação).

Tempo, massa e temperatura são exemplos de grandezas físicas que podem ser medidas e descritas apenas através de um valor numérico (módulo) e unidade. Elas são chamadas de **grandezas escalares**. No entanto, existem outras grandezas físicas que, para serem medidas e descritas corretamente, de forma que todos entendam sem gerar dúvidas, necessitam de mais informações além de um valor numérico (módulo). Necessitam, também, de informações de orientação, tais como direção e sentido. Essas são denominadas de grandezas vetoriais. Velocidade, aceleração e força são exemplos de **grandezas vetoriais que, normalmente,** são representadas por uma letra com uma flecha sobreposta ao seu símbolo.

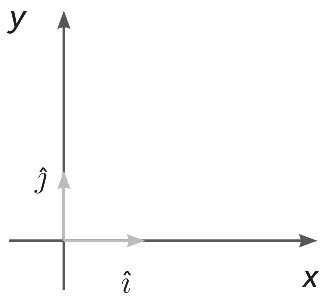
Reflita

Você saiu de casa e seu amigo te ligou, precisando encontrá-lo. Então, você diz que está há 20 metros da sua casa. Você acredita que essa informação é suficiente para que seu colega o encontre? Pensando nisso, como você definiria a grandeza deslocamento: uma grandeza escalar ou vetorial? Como podemos representar a grandeza deslocamento?

Podemos representar geometricamente (desenhar) as grandezas vetoriais por meio de flechas, que chamamos de vetores. O módulo da grandeza deve ser indicado pelo comprimento total da flecha. A direção é indicada pelo segmento da reta, e o sentido é indicado pela ponta da flecha.

Exemplos especiais de direção são a horizontal e a vertical, em que os sentidos seriam: para a direita, para a esquerda, para cima ou para baixo. Na física, as direções horizontal e vertical são representadas pelo plano cartesiano *xy*. **O eixo *x* representa a direção horizontal, e o y, vertical**.

Figura 1.1 | Plano cartesiano



Fonte: elaborada pela autora.

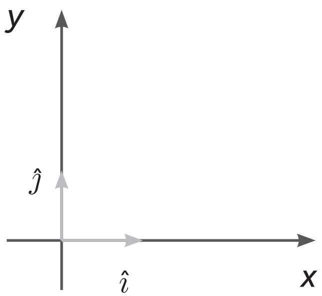
Lembre-se

Como não faz sentido falar em um comprimento (módulo) negativo para o vetor, um sinal de menos na frente do vetor significa que o sentido foi invertido. Entenda: se $\vec{A}$ é um vetor com módulo, direção e sentido bem definidos, $\vec{B} = (-1) \cdot \vec{A} = -\vec{A}$ é um vetor de mesmo módulo, mesma direção e sentido oposto ao de $\vec{A}$.

Iremos utilizar o plano cartesiano xy como referência e os vetores unitários, também chamados de versores, para representar os sentidos positivos. Define-se versor como sendo um vetor de módulo unitário e que tem a mesma orientação do eixo. É usual representarmos por $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$, respectivamente, os versores dos eixos *x* e *y*.

<u>O mais comum é adotar</u>: direção horizontal (eixo x): sentido positivo para a direita (leste) e representado pelo versor $\hat{\imath}$, sendo que $|\hat{\imath}| = 1$; direção vertical (eixo y): sentido positivo para cima (norte) e representado pelo versor $\hat{\jmath}$, sendo que $|\hat{\jmath}| = 1$.

Figura 1.2 | Eixos cartesianos

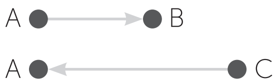


Fonte: elaborada pela autora.

Exemplificando

a) Paulo se deslocou do ponto A para o ponto B, percorrendo 10 m. Podemos desenhar esse deslocamento por meio de um vetor, conforme Figura 1.3. O deslocamento de Paulo pode ser representado como $\vec{d} = 10\hat{\imath}$ e $|\vec{d}| = 10\ m$. Jorge se deslocou do ponto C para o ponto A, percorrendo 18 m. Podemos representar o deslocamento de Jorge como $\vec{d} = -18\hat{\imath}$ e $|\vec{d}| = 18\ m$.

Figura 1.3 | Deslocamento

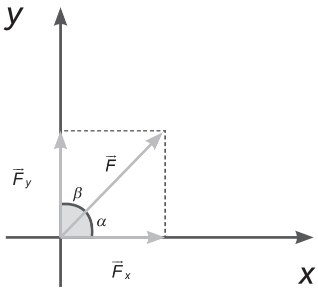


Fonte: elaborada pela autora.

Observe que o tamanho do vetor (flecha) que representa o deslocamento de Jorge é maior que o de Paulo, porque o módulo do deslocamento de Jorge é maior.

Vamos tomar como exemplo a grandeza vetorial força. Quando você aplica uma força em um objeto sobre sua mesa, ele começa a mover-se em concordância com ela. Considere uma força $\vec{F}$ inclinada a um ângulo α em relação ao eixo horizontal (eixo x) e inclinada a um ângulo β em relação ao eixo vertical (eixo y), conforme mostra a Figura 1.4. Como utilizar o plano cartesiano para descrevê-la?

Figura 1.4 | Decomposição de um vetor



Fonte: elaborada pela autora.

Denominamos:

$\vec{F}_x = \left|\vec{F}_x\right| \hat{\imath}$ a componente ou projeção horizontal de $\vec{F}$ (no eixo x).

$\vec{F}_y = \left|\vec{F}_y\right| \hat{\jmath}$ a componente ou projeção vertical de $\vec{F}$ (no eixo y).

Da Figura 1.4, temos: $sen\alpha = \frac{F_y}{F}$; $\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$; $sen\beta = \frac{F_x}{F}$; e $\cos\beta = \frac{F_y}{F}$

Portanto, concluímos que o vetor pode ser decomposto nas suas projeções $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$, sendo os módulos dessas projeções dados por: $\left|\vec{F}_x\right| = F \cdot \cos\alpha = F \cdot sen\beta$ e $\left|\vec{F}_y\right| = F \cdot \cos\beta = F \cdot sen\alpha$ . . O vetor inclinado pode ser representado por meio das suas projeções, ou seja: $\vec{F} = \left|\vec{F}_x\right|\hat{\imath} + \left|\vec{F}_y\right|\hat{\jmath}$.

Ainda, pelo teorema de Pitágoras, temos que o módulo do vetor inclinado é $\left|\vec{F}\right|^2 = \left|\vec{F}_x\right|^2 + \left|\vec{F}_y\right|^2$.

Exemplificando

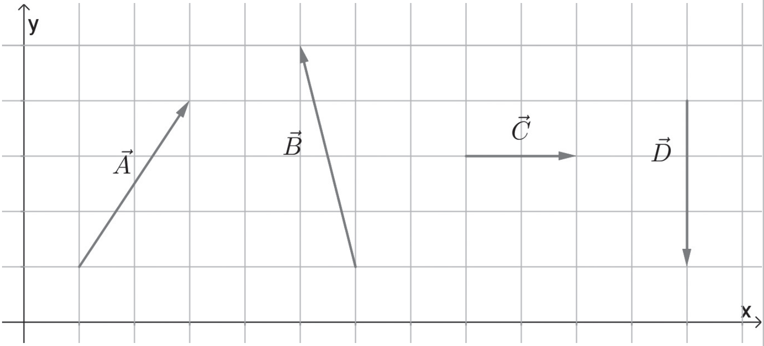
Veja, na Figura 1.5, os vetores deslocamento $\vec{A}$; $\vec{B}$; $\vec{C}$ e $\vec{D}$, medidos em metros.

a) Como poderíamos representar esses vetores utilizando versores?

b) Calcule a projeção horizontal e a vertical para o vetor $\vec{A}$.

c) Encontre o ângulo de inclinação do vetor $\vec{B}$ com relação à horizontal.

Figura 1.5 | Representação de vetores por meio de versores



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

a) Podemos representar os vetores por meio do versores:

$\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$; $\vec{B} = -\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$; $\vec{C} = 2\hat{\imath}$ e $\vec{D} = -3\hat{\jmath}$

b) As componentes horizontal e vertical do vetor $\vec{A}$ são dadas por: $\vec{A}_x = \left|\vec{A_x}\right| \hat{\imath} = 2\hat{\imath}$ e $\vec{A}_y = \left|\vec{A_y}\right| \hat{\jmath} = 3\hat{\jmath}$. É possível obter seu módulo, utilizando o teorema de Pitágoras:

$$\left|\vec{A}\right|^2 = \left|\vec{A_x}\right|^2 + \left|\vec{A_y}\right|^2$$

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{2^2 + 3^2} \approx 3{,}61\,m$$.

c) Os módulos das componentes são $\left|\vec{B_x}\right| = 1$ e $\left|\vec{B_y}\right| = 4$, e sabemos que $tg(\alpha) = \dfrac{cat\,op}{cat\,adj}$. Desejamos α com relação à vertical, portanto, $tg(\alpha) = \dfrac{1}{4}$. Utilizando a função inversa da tangente, temos $arctg\left(\dfrac{1}{4}\right) \approx 14°$.

Soma vetorial

Podemos representar a soma de vetores por meio da equação vetorial: $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$, onde $\vec{S}$ é o vetor soma dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Tenha muito cuidado, pois somar grandezas vetoriais é diferente de somar grandezas escalares. Quando somamos grandezas vetoriais, temos que lembrar que estamos somando os módulos, as direções e os sentidos dos vetores envolvidos. A soma vetorial possui duas propriedades importantes:

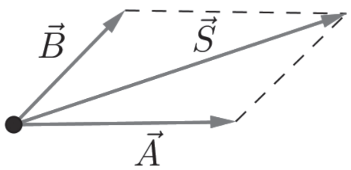
✓ **Propriedade comutativa:** $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$ $\rightarrow$ a ordem da soma é irrelevante.

✓ **Propriedade associativa:** $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$ $\rightarrow$ é possível agrupar os vetores em qualquer ordem para somá-los.

Soma de dois vetores

Considere **dois vetores** $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Chama-se vetor soma ou vetor resultante, um terceiro vetor $\vec{S}$, que pode ser obtido geometricamente por meio da **Regra do paralelogramo**, conforme mostra a Figura 1.6. A Regra do paralelogramo consiste em colocar os dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ na mesma origem e desenhar um paralelogramo por meio desses vetores. O vetor soma $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$ será a **diagonal** do paralelogramo **que contém a mesma origem** dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.

Figura 1.6 | Regra do paralelogramo



Fonte: elaborada pelo autor.

Pesquise mais

Assista a este vídeo para compreender melhor a regra do paralelogramo. Disponível em: <http://physicsdemos.com/kroton/view/104>. Acesso em: 30 set. 2016.

Aprofunde seus conhecimentos e leia mais sobre a regra do paralelogramo na seguinte referência:

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros**: Vol 1 - Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009.

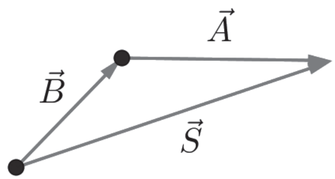
Lembre-se, você possui acesso ao livro realizando log in em sua área do estudante e depois acessando o site disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2618-3/cfi/0!/4/4@0.00:11.5 >. Acesso em: 30 set. 2016.

Observe, na Figura 1.6, que o módulo (valor absoluto) do vetor soma $|\vec{S}|$ pode ser obtido pela **lei dos cossenos (com sinal positivo):** $|\vec{S}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2 \cdot |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$ (em que θ é o ângulo formado entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$).

Soma de dois ou mais vetores

Para somar vários vetores, é mais fácil usarmos a **Regra do polígono**, conforme mostra a Figura 1.7. Para aplicar essa regra, escolhemos um ponto de origem (ponto O). Colocamos um vetor nessa origem e, a partir da extremidade desse primeiro vetor, colocamos o segundo, e a partir da extremidade desse segundo vetor, colocamos o terceiro, e assim sucessivamente, **formando um polígono**. O **vetor soma é o que fecha este polígono**, isto é, ele tem origem no início do primeiro vetor e extremidade no último vetor representado.

Figura 1.7 | Regra do polígono



Fonte: elaborada pelo autor.

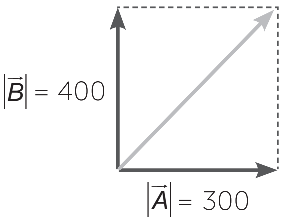
Observe, na Figura 1.7, que o módulo do vetor soma $|\vec{S}|$ pode ser obtido pela **lei dos cossenos (agora com sinal negativo):** $|\vec{S}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 - 2 \cdot |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$ (em que θ é o ângulo formado entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$). Vamos ver um exemplo para aplicação dessas regras na soma vetorial.

Exemplificando

Um motociclista percorreu **300 m na direção leste e 400 m na direção norte, conforme Figura 1.8**. Desenhe seu percurso e calcule o deslocamento resultante.

Solução: deslocamento é uma grandeza vetorial, podendo ser representada por vetores. Vejamos:

Figura 1.8 | Motocicleta: regra do paralelogramo



Fonte: elaborada pelo autor.

Para calcular o deslocamento resultante do motociclista, precisamos somar esses dois vetores.

1. Aplicando a Regra do paralelogramo: coloque os vetores na mesma origem e desenhe um paralelogramo por meio desses vetores. O vetor soma será a diagonal do paralelogramo, com a mesma origem dos demais vetores.

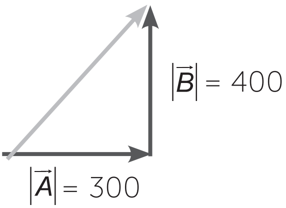
Temos que $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$. Observe que, nesse caso, os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são perpendiculares entre si (formam ângulo de 90º). Para encontrar o módulo do vetor resultante, podemos aplicar a lei dos cossenos, em que: $|\vec{S}|^2 = 300^2 + 400^2 + 2 \cdot 300 \cdot 400 \cdot \cos(90°) \rightarrow$ Resolvendo, temos $|\vec{S}| = 500\ m$.

Concluímos, pela regra do paralelogramo, que o deslocamento resultante do motociclista possui módulo de 500 m. Como seria se aplicássemos a regra do polígono?

2. Aplicando a regra do polígono: vamos colocar um dos vetores em uma origem qualquer e, com base na extremidade desse primeiro vetor, colocamos o segundo vetor. O vetor resultante deve fechar esse polígono, com origem no mesmo ponto do primeiro vetor e extremidade no último vetor.

Observe, na Figura 1.9, que temos um triângulo retângulo e que o vetor resultante é exatamente a hipotenusa desse triângulo. Podemos obter o módulo do vetor resultante por meio da relação de Pitágoras:

Figura 1.9 | Motocicleta: regra do paralelogramo



Fonte: elaborada pelo autor.

$$|\vec{S}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 \therefore |\vec{S}| = \sqrt{(300)^2 + (400)^2} \therefore |\vec{S}| = 500\ m$$

Observe que, pela regra do polígono, o deslocamento resultante do motociclista possui módulo de 500 m, estando de acordo com o resultado obtido pela regra do paralelogramo. **Para achar a direção e o sentido do vetor $\vec{S}$, devemos encontrar o ângulo que este vetor faz com algum eixo de referência; normalmente os eixos x ou y do plano cartesiano são referências.**

Nesse exemplo, vamos usar o eixo x como referência. Portanto, α será o ângulo entre o vetor soma e o sentido positivo do eixo x. Para achar esse ângulo, podemos usar as relações trigonométricas

$$\tan\alpha = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente};\ sen\alpha = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa};\ \cos\alpha = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

Nesse exemplo, temos:

$$\tan\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{400}{300} \rightarrow \alpha = arctg(4/3) \therefore \alpha \approx 53^{\circ}$$

Assim, concluímos que o deslocamento resultante do motociclista possui módulo de 500 m, direção oblíqua de 53º no sentido de leste para norte.

Assimile

Para calcular e obter geometricamente o vetor resultante da soma de vetores, podemos aplicar a regra do paralelogramo ou a regra do polígono. Relembrando algumas relações trigonométricas, somos capazes de calcular o módulo, a direção e o sentido do vetor resultante, utilizando os eixos do plano cartesiano como referência. Uma dica é que sempre podemos "resumir" a soma de n vetores em uma soma com apenas dois vetores.

Pesquise mais

Dicas importantes para seu desenvolvimento: veja mais operações com vetores (produto e componentes de vetores) e familiarize-se com o conceito e o uso de versores (vetores unitários). Leia o capítulo 1 do Livro: SEARS, Francis Weston; ZEMANSKY, Mark W.; YOUNG, Hugh D.. **Física 1**: Mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008, v.1.

Sem medo de errar

Agora que você já sabe que algumas grandezas físicas são vetoriais e aprendeu a representar e operar essas grandezas, vamos ajudar o engenheiro no seu desafio? Vamos lembrar que a carreta gerenciada por Rafael percorre cidades do interior do estado de São Paulo, **saindo da cidade de Ribeirão Preto, passando por Bauru e Sorocaba, até chegar a São Paulo**. Na volta, a carreta **sai de São Paulo, passa por Campinas e Piracicaba, até voltar novamente para Ribeirão Preto**, conforme representado na Figura 1.5. Apresentaremos aqui os cálculos e desenhos esquemáticos do deslocamento da carreta no trajeto de ida. Para testar os conhecimentos adquiridos nesta seção, você deverá fazer o mesmo para o trajeto de volta. Vamos lá?

Solução:

Você deve fazer uma breve pesquisa sobre a localização das cidades citadas. Veja a seguir, na Figura 1.10, uma ilustração do estado de São Paulo, contendo as cidades de nosso interesse.

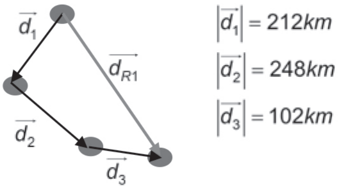
Figura 1.10 |O estado de São Paulo dividido em macrorregiões

Fonte: adaptada de: <http://www.saude.sp.gov.br/ses/institucional/departamentos-regionais-de-saude/regionais-de-saude>. Acesso em: 11 mar. 2016.

Vamos esquematizar o deslocamento da carreta no seu trajeto de ida (Ribeirão Preto – Bauru – Sorocaba – São Paulo) e estimar o deslocamento resultante $\overrightarrow{d_{R1}}$, conforme representado na Figura 1.11. Note que **não** estamos representando a trajetória da carreta, e sim seu deslocamento (estamos considerando apenas a posição final e inicial da carreta em cada trecho).

Sendo o deslocamento ($\vec{d}$) uma grandeza vetorial, podemos representá-lo por meio de vetores.

Figura 1.11 | Diagrama vetorial (trajeto ida)



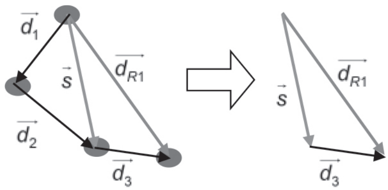
Fonte: elaborada pelo autor.

Temos que: $\overrightarrow{d_{R1}} = \overrightarrow{d_1} + \overrightarrow{d_2} + \overrightarrow{d_3}$

Observe que estamos utilizando a regra do polígono para representar o $\overrightarrow{d_{R1}}$

Para calcular um vetor resultante é importante "resumirmos" a soma vetorial dos n vetores em uma soma de dois vetores (lembre-se das propriedades comutativa e associativa da soma vetorial). Sendo $\vec{s}$ o vetor resultante da soma entre $\overrightarrow{d_1}$ e $\overrightarrow{d_2}$, conforme ilustra a Figura 1.12, conseguimos, então, resumir a soma vetorial da seguinte forma:

Figura 1.12 | Diagrama vetorial resultante (ida)



Fonte: elaborada pelo autor.

Medindo o ângulo entre $\vec{d_1}$ e $\vec{d_2}$ com um transferidor, obtemos aproximadamente 90°, assim, pela lei dos cossenos, temos: $|\vec{s}|^2 = 212^2 + 248^2 - 2 \cdot 212 \cdot 248 \cdot \cos(90°) \therefore |\vec{s}| \approx 326\,km$

Medindo, agora, o ângulo entre $\vec{s}$ e $\overrightarrow{d_3}$, obtemos aproximadamente 100°, assim, pela lei dos cossenos, podemos enfim calcular o módulo do deslocamento resultante $\overrightarrow{d_{R1}}$:

$$|\overrightarrow{d_{R1}}|^2 = 326^2 + 102^2 - 2 \cdot 326 \cdot 102 \cdot \cos(100°) \therefore |\overrightarrow{d_{R1}}| \approx 358\,km$$

Portanto, o deslocamento resultante da carreta, no seu trajeto de ida, possui módulo de aproximadamente 358 km e, pelo diagrama, podemos dizer que a direção é oblíqua no sentido sudeste. Agora, desafie-se e faça, você mesmo, as estimativas para o deslocamento da carreta no seu trajeto de volta.

Atenção

Soma de grandezas vetoriais é diferente de soma de grandezas escalares. Ao somarmos vetores, não podemos somar apenas os módulos (números). É preciso considerar a direção e o sentido de cada vetor, o que só é possível fazer por meio do uso da geometria (relações trigonométricas).

Avançando na prática

Caminhão dos Correios

Descrição da situação-problema

Vamos ajudar Lucas, funcionário dos Correios, a analisar fisicamente seu trajeto de entrega? Ele dirige um caminhão e faz um trajeto percorrendo 2,6 km na direção norte, em seguida vira à direita e percorre mais 4 km na direção leste e, por fim, vira à esquerda em uma rua que faz 45° em relação à rua que ele estava anteriormente, e percorre mais 3,1 km na direção nordeste, até estacionar o caminhão. Vamos determinar o módulo, a direção e o sentido do deslocamento resultante?

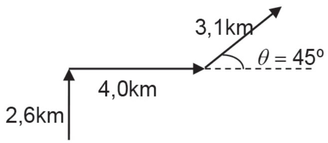
Lembre-se

Relembre as relações trigonométricas. Elas são fundamentais para trabalharmos com grandezas vetoriais. A direção e o sentido de um vetor devem ser representados, tomando como referência os eixos *x* e *y* do plano cartesiano, ou seja, os versores $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$.

Resolução da situação-problema

Construindo o diagrama vetorial pela regra do polígono, temos:

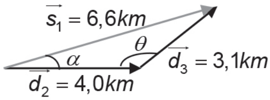
Figura 1.13 | Trajeto do caminhão



Fonte: elaborada pelo autor.

Chamaremos $\overrightarrow{d_1} = 2,6km$; $\overrightarrow{d_2} = 4,0km$ e $\overrightarrow{d_3} = 3,1\,km$. Vamos calcular primeiro o vetor soma ($\overrightarrow{s_1}$) entre $\overrightarrow{d_2}$ e $\overrightarrow{d_3}$. Observe que o ângulo entre esses dois vetores é $\theta = 180° - 45° \therefore \theta = 135°$. Pela lei dos cossenos, temos: $\left|\overrightarrow{s_1}\right|^2 = 4,0^2 + 3,2^2 - 2 \cdot 4,0 \cdot 3,1 \cdot \cos(135°) \therefore \left|\overrightarrow{s_1}\right| \approx 6,6km$

Figura 1.14 | Soma vetorial



Fonte: elaborada pelo autor.

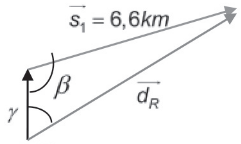
Aplicando a lei dos senos, podemos achar o ângulo α, que determina a direção e o sentido do vetor soma $\vec{s_1}$. Assim, temos: $\frac{6,6}{sen\theta} = \frac{3,1}{sen\alpha} \therefore sen\alpha = \frac{3,1 \cdot sen(135°)}{6,6} \therefore sen\alpha \approx 0,33$.

Então, temos que: $\alpha = arcsen(0,33) \therefore \alpha \approx 19,4°$.

Portanto, o vetor $\vec{s_1}$ possui módulo de 6,6 km e direção oblíqua de 19,4° no sentido de leste para norte. Podemos dizer, também, que o vetor $\vec{s_1}$ faz 19,4° com o sentido positivo do eixo x ou com o versor $\hat{\imath}$.Vamos, agora, calcular o vetor deslocamento resultante $\vec{d_R} = \vec{d_1} + \vec{s_1}$.

Atente que o ângulo entre $\vec{d_1}$ e $\vec{s_1}$ é: $\beta = 90° + 19,4° \therefore \beta = 109,4°$.

Figura 1.15 | Deslocamento do caminhão



Fonte: elaborada pelo autor.

Logo, pela lei dos cossenos, temos:

$$\left|\vec{d_R}\right|^2 = 2,6^2 + 6,6^2 - 2 \cdot 2,6 \cdot 6,6 \cdot \cos(109,4°) \therefore \left|\vec{d_R}\right| \approx 7,9\,km$$

Agora, aplicando a lei dos senos, podemos achar o ângulo γ :

$$\frac{7,9}{sen\beta} = \frac{6,6}{sen\gamma} \therefore sen\gamma = \frac{6,6 \cdot sen(109,4°)}{7,9} \therefore sen\alpha \approx 0,79$$

Então, temos que: $\gamma = arcsen(0,79) \therefore \gamma \approx 52°$.

Podemos concluir que o deslocamento resultante $\vec{d_R}$ do Lucas possui módulo de 7,9 km, direção oblíqua de 52° no sentido de norte para leste, ou podemos dizer, também, que o vetor $\vec{d_R}$ faz 52° com o sentido positivo do eixo *y* ou com o versor $\hat{\jmath}$.

Faça você mesmo

Força é uma grandeza vetorial, medida na unidade newton (N). Imagine um objeto que está submetido a duas forças, sendo uma força $\vec{F}_1 = 30N$ e a outra $\vec{F}_2 = 40N$. Desenhe e calcule o módulo, a direção e o sentido da força resultante no objeto, quando o ângulo θ entre essas duas forças for:

a) 60°.

b) 90°.

c) 120°.

Faça valer a pena

1. Uma grandeza vetorial deve ser representada por:

a) Apenas números.
b) Números e unidade.
c) Apenas unidade.
d) Módulo, direção e sentido.
e) Módulo e sentido.

2 . Considere dois vetores, perpendiculares entre si, sendo um vetor de módulo de 12 m e outro de 5 m. O módulo do vetor resultante é:

a) 11 m.
b) 12 m.
c) 13 m.
d) 14 m.
e) 15 m.

3. É possível somarmos vetores a partir das componentes. Por exemplo, seja $\vec{a} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$ e $\vec{b} = -3\hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$, a soma desses dois vetores pode ser representada por $\vec{a} + \vec{b} = -1\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$. Considere o vetor $\vec{c} = 1\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$, o vetor soma $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ será:

a) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$.

b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 4\hat{\jmath}$.

c) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -4\hat{\jmath}$.

d) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 1\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$.

e) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 1\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$.

Seção 1.3

Equações do movimento, velocidade e aceleração média e instantânea

Diálogo aberto

Um dos objetivos da Física é estudar o movimento dos objetos: a rapidez com que se movem, a distância que percorrem no espaço em um determinado tempo. Você sabe, por exemplo, quantos metros um carro percorre até parar, quando você pisa no freio? Quando um objeto escorrega da sua mão, quanto tempo você tem para segurá-lo antes que ele atinja o solo? Como funcionam os radares?

Nesta seção, estudaremos as equações de movimento, velocidade e aceleração média e instantânea, e você aprenderá a responder a essas perguntas.

Lembre-se de que desejamos ajudar o engenheiro Rafael, que está trabalhando duro em seu novo emprego na transportadora XYZ. Ele está preparando seu relatório semanal de uma das carretas, no qual precisa apresentar os cálculos de velocidade e aceleração da carreta em diferentes momentos do percurso e, também, em situações perigosas de frenagens bruscas. Vamos ajudá-lo? O que será preciso saber para calcular a velocidade e a aceleração da carreta?

Esperamos que, ao final desta seção, você aprenda a interpretar as equações do movimento. Para isso, você vai precisar conhecer, saber calcular e trabalhar com duas grandezas físicas vetoriais muito importantes na Física: velocidade e aceleração.

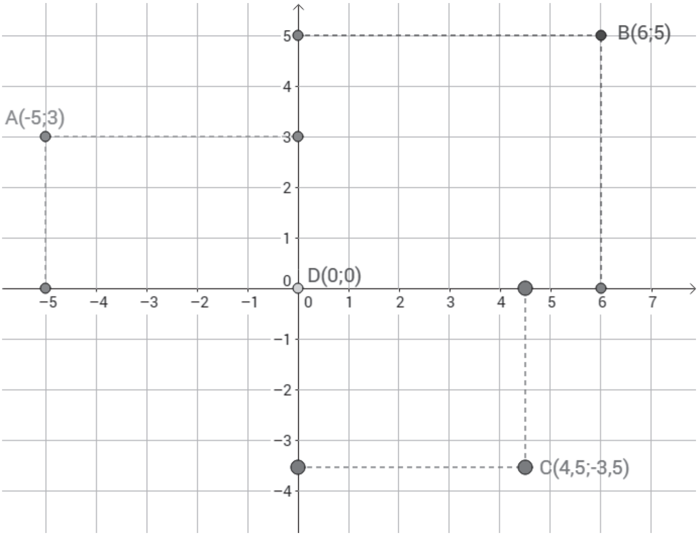
Não pode faltar

Posição de um ponto material

Quando estudamos o movimento de um objeto, suas dimensões podem ser importantes ou não. Ponto material (ou partícula) é um corpo cujas dimensões são desprezíveis em comparação com as distâncias envolvidas no movimento estudado. Ao contrário, se as dimensões do objeto forem importantes, dizemos que o objeto é um corpo extenso (ou corpo rígido). Por exemplo: um carro pode ser considerado um ponto material em uma viagem de São Paulo à Bahia. Mas o mesmo carro deve ser tratado como um corpo rígido, se estivermos estudando o tempo que ele gasta para ultrapassar um caminhão. Iniciaremos o estudo do movimento, considerando os objetos como pontos materiais.

A posição de um ponto material (em um plano) é definida pelo par de coordenadas cartesianas (x; y). Veja, na Figura 1.16, as posições das partículas A, B, C e D:

Figura 1.16 | Coordenadas cartesianas no plano



Fonte: elaborada pelo autor.

Trajetória e espaço

Trajetória de um ponto material é a união de todas as posições por onde o ponto material passou em um determinado tempo. Imagine um avião deixando um rastro de fumaça em um espetáculo aéreo. Sua trajetória fica marcada por ele. Quando a trajetória do objeto é uma reta, dizemos que o movimento é **retilíneo**. Toda trajetória deve ter um sentido de orientação.

Uma consideração importante é que **a trajetória depende do referencial adotado,** que pode ser entendido como o observador em relação ao qual pretendemos estudar um movimento qualquer.

Por exemplo, imagine que você está dentro de um carro em movimento e lança uma bola para cima. Para você, a bola apenas faz uma trajetória em linha reta de subida e descida. Agora, imagine a mesma situação, porém observada por uma pessoa parada na calçada. Para esta pessoa, a bola faz uma trajetória curvilínea (como uma parábola), pois, além de subir e descer, há também o movimento na horizontal do carro. Assim, a trajetória da bola é diferente em cada caso, pois depende do referencial adotado.

Reflita

Considere um metrô com velocidade constante em um trilho reto e horizontal. Um passageiro que está dentro de um vagão do metrô deixa cair seu celular no chão. A trajetória percorrida pelo celular é a mesma, se você observar a situação de dentro e fora do vagão (na plataforma de espera)?

Perceba que repouso e movimento são conceitos relativos, pois dependem do referencial adotado.

Assimile

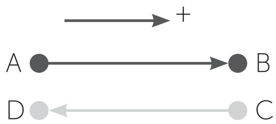
Uma partícula está em repouso para um dado referencial, quando sua posição permanece invariável no decorrer do tempo, ou seja, quando a trajetória é um ponto, pois as coordenadas não mudam.

Uma partícula está em movimento para um dado referencial, quando sua posição varia no decorrer do tempo. No caso, há variação de, pelo menos, uma coordenada, então a trajetória não é um ponto.

Denominamos espaço (representado pela letra s) a localização do objeto na sua trajetória com base em um ponto denominado de origem dos espaços (s_0). Assim, o espaço (s) é um indicador de local (posição), isto é, responde à pergunta "onde está o objeto?". O espaço (s) **não** indica a distância percorrida e pode ser um valor positivo, negativo ou nulo. Utilizaremos sempre uma unidade de comprimento como referência, em geral, o metro.

Podemos avaliar a variação de posição de um objeto através do seu **deslocamento** Δs. Vale ressaltar que o deslocamento é uma grandeza vetorial (como visto na seção anterior). Assim, é necessário adotar sentido positivo para o deslocamento, e quando o móvel se deslocar no sentido oposto, seu deslocamento será negativo. Veja a Figura 1.17:

Figura 1.17 | Deslocamento: grandeza vetorial



Fonte: elaborada pelo autor.

Se adotarmos o sentido positivo para a direita, o deslocamento de A para B é positivo, enquanto o deslocamento de C para D é negativo. O deslocamento é dado por:

$$\Delta s = s_{final} - s_{inicial}$$

(A letra grega maiúscula Δ – delta – é usada para representar a variação de uma grandeza e corresponde à diferença entre o valor final e o valor inicial.)

Equação horária do movimento

Quando um ponto material está em movimento, sua posição (*s*) varia no decorrer do tempo (*t*). Assim, podemos dizer que $s = f(t)$ e dizemos que esta é a função horária do movimento. É importante indicar as unidades das variáveis *s* e *t* na equação. No SI, metros e segundos, respectivamente.

Exemplificando

A seguir, temos duas equações do movimento de objetos que podem ser aproximados por pontos materiais. Encontre a posição das partículas nos instantes 0s, 1,0 s e 5,0 s.

a) $s = 8{,}0 + 3{,}0 \cdot t$ (SI).

Solução: utilizando $t = 0s$, temos que $s = 8{,}0m$; chamamos de espaço inicial (s_0) a posição quando $t = 0$; assim, $s_0 = 8{,}0\ m$; para $t = 1{,}0s$, temos que $s = 8 + 3 \cdot 1 = 11{,}0\ m$; para $t = 5{,}0\ s$, temos $s = 23,0\,m$. Ou seja, após 5,0 s do início do movimento, o objeto se encontra na posição 23 m.

b) $s = 3,0 \cdot t^2$ (SI).

Solução: determinamos a posição inicial s_0 do objeto na origem dos tempos, ou seja, quando $t = 0$; assim: $s_0 = 3,0 \cdot (0)^2 \therefore s_0 = 0$; para $t = 1,0\,s$, temos s=3m e para $t = 5,0\,s$, temos: $s = 3,0 \cdot (5,0)^2 \therefore s = 75m$.

Velocidade

Vimos que a posição do objeto ao longo da trajetória é definida pela grandeza física espaço (s). Se quisermos medir a taxa de variação da posição com o tempo, temos o conceito de velocidade. Quanto mais rápida a mudança de posição no tempo, maior a velocidade do objeto.

A velocidade é uma grandeza vetorial. Quando queremos saber apenas o módulo (o valor) da velocidade de um objeto, estudamos a velocidade escalar do objeto. Quando a velocidade é positiva, isso significa que o objeto se move no sentido positivo da trajetória (movimento progressivo). Quando a velocidade for negativa, significa que o objeto se move no sentido negativo da trajetória (movimento retrógrado). **Se a posição de um objeto não varia no tempo, dizemos que ele está em repouso (sua velocidade é nula)**.

Imagine um carro viajando de São Paulo para o Rio de Janeiro. A medida que descreve a rapidez com que a posição do carro varia no tempo é a velocidade.

Velocidade média

Considere o mesmo exemplo do carro viajando de São Paulo para o Rio de Janeiro (400 km). Durante a viagem, o painel do carro mostra velocidades diferentes. Às vezes, o carro está mais rápido (velocidade maior), outras, está mais devagar (velocidade menor). Podemos calcular uma média da velocidade do carro durante o trajeto percorrido. Chamaremos essa grandeza de velocidade média. Se o carro percorreu os 400 km em 5,0 horas, podemos dizer que, em média, o carro percorreu 80 km a cada hora. Assim, podemos definir que a velocidade média (v_m) é dada por:

$$v_m = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Onde:

s_f = espaço (posição) final no tempo final considerado (t_f).

s_i = espaço (posição) inicial no tempo inicial considerado (t_i).

Δs (delta s) = variação dos espaços (deslocamento).

Δt (delta t) = variação do tempo.

No SI, a velocidade média v_m é medida em metros por segundo (m/s). Ou seja: quantos metros são percorridos em cada segundo de movimento.

Velocidade instantânea

Voltemos ao exemplo do carro que viaja de São Paulo para o Rio de Janeiro. A velocidade média que acabamos de definir é uma medida fictícia, como se no painel do carro, durante toda a viagem, estivesse marcando sempre 80 km/h, o que de fato não ocorre. A velocidade variável mostrada no painel do carro a cada instante da viagem é a chamada velocidade instantânea. Na linguagem da Física, dizemos que a velocidade em um dado instante é aproximada a partir da velocidade média com o intervalo de tempo Δt muito pequeno. Quanto mais próximo de zero o intervalo de tempo Δt tomado, mais nos aproximaremos de um valor limite, que é a velocidade instantânea v.

Em cálculo, você estuda o processo conhecido como limite, portanto, você poderá tomar o limite da velocidade média com $\Delta t \to 0$, obtendo a velocidade instantânea. Estudará, também, como fazer derivadas e saberá obter a velocidade instantânea, calculando a **derivada da posição com relação ao tempo**.

Assimile

Velocidade é uma grandeza vetorial que indica a taxa de variação da posição com o tempo.

Velocidade média v_m é uma medida fictícia que representa a velocidade constante que o objeto deveria ter para percorrer a trajetória no tempo considerado.

Velocidade instantânea v é a velocidade do objeto em um dado instante (intervalo de tempo muito pequeno) em uma determinada posição específica da trajetória.

Exemplificando

Uma partícula parte do repouso e começa a se movimentar. A posição dela é dada pela equação $s = 12 \cdot t^2 - 2 \cdot t^3$ (SI). Determine:

a) A posição inicial s_0 da partícula (quando $t = 0$).

b) A posição da partícula quando $t = 4{,}0\ s$.

c) A velocidade média da partícula entre $t = 0$ e $t = 4{,}0\ s$.

Solução:

a) Substituindo $t = 0$ na equação, temos que $s_0 = 0$. A partícula sai da origem do sistema de coordenadas.

b) Substituindo $t = 4$ na equação, temos que

$s = 12 \cdot \left(4^2\right) - 2 \cdot \left(4^3\right) = 12 \cdot 16 - 2 \cdot 64 = 64\ m$

c) A velocidade média é $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \dfrac{64 - 0}{4 - 0} = \dfrac{64}{4} = 16\ m/s$.

Aceleração

Quando a velocidade de um objeto em movimento varia com o tempo, dizemos que o objeto possui aceleração. A aceleração também é uma grandeza vetorial e ela descreve a taxa de variação da velocidade com o tempo. A aceleração também pode ser positiva ou negativa. Quando o produto entre a velocidade e a aceleração for positivo, isso significa que a aceleração é a favor do movimento e dizemos que o movimento é acelerado. Quando o produto entre a velocidade e a aceleração for negativo, isso significa que a aceleração é contrária ao movimento e dizemos que o movimento é retardado.

Se um objeto possui aceleração nula, significa que a velocidade dele não varia no tempo, ou seja, a velocidade é constante.

Aceleração média

A aceleração média a_m é dada por:

$$a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Em que:

v_f = velocidade final no tempo final considerado (t_f).

v_i = velocidade inicial no tempo inicial considerado (t_i).

Δv (delta v) = variação da velocidade.

Δt (delta t) = variação do tempo.

No SI, a aceleração média a_m é medida em metros por segundo ao quadrado (m/s^2). Ou seja: em quantos metros por segundo aumentou a velocidade a cada segundo de movimento?

Aceleração instantânea

A aceleração instantânea mede a taxa de variação da velocidade em um dado instante, ou seja, se o intervalo de tempo considerado tender a zero, a aceleração média tende a um valor que é denominado de aceleração instantânea. Portanto, podemos dizer que a aceleração instantânea é o limite da aceleração média, quando o intervalo de tempo considerado tende a zero.

Em cálculo, você estuda o processo conhecido como limite e poderá tomar o limite da aceleração média com $\Delta t \to 0$, obtendo a aceleração instantânea. Estudará, também, como fazer derivadas e aprenderá a obter a aceleração instantânea, calculando a **derivada da velocidade com relação ao tempo**.

Tabela 1.1 | Classificação do movimento em relação à velocidade e à aceleração

Sinal da velocidade (v)	Sinal da aceleração (a)	Sinal de v x a	Módulo da velocidade	Classificação
+	+	+	aumenta	progressivo acelerado
+	-	-	diminui	progressivo retardado
-	+	-	diminui	retrógrado e retardado
-	-	+	aumenta	retrógrado e acelerado

Fonte: elaborada pelo autor.

Pesquise mais

Você sabia que o cálculo fornece ferramentas para obter as velocidades e acelerações instantâneas? São os limites e as derivadas, que você conhecerá em seu curso de cálculo. Veja mais no capítulo 2 do Livro:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v.1.

Você, estudante de nossa instituição, tem acesso gratuito ao livro. Primeiro, faça seu *login* na sua área de estudante e, depois, sua biblioteca virtual. Em seguida, cole no seu navegador o link, disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/27!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 28 mar. 2016.

Sem medo de errar

Agora que você aprendeu o que é e como calcular velocidade e aceleração, vamos lembrar que a carreta gerenciada por Rafael percorre, diariamente, cidades do interior do estado de São Paulo, realizando trajetos distintos na ida e na volta. A carreta é rastreada e monitorada por um sistema que avisa sobre freadas bruscas, para evitar situações perigosas e o desgaste antecipado dos freios. São consideradas situações perigosas as frenagens com aceleração igual ou superior a 4,0 m/s^2 para carretas. Quando isso acontece, o condutor é advertido. Nesta terceira etapa, será necessário calcular a velocidade média da carreta entre cada percurso de ida (de acordo com os dados já apresentados nas seções anteriores) e também analisar uma situação de freada, para ajudarmos Rafael a definir se o condutor deve ou não ser advertido. Durante o percurso de Ribeirão Preto para Bauru, o condutor da carreta, para desviar de um buraco, freou e diminuiu a velocidade de $15{,}0\,m/s$ em um intervalo de tempo de 3,0 s.

Nota: estudante, você pode calcular as velocidades médias do trajeto de volta para testar seus conhecimentos.

Solução:

Vamos calcular as velocidades médias entre cada percurso do trajeto de ida. As distâncias entre cada cidade e o tempo gasto entre uma cidade e outra já foram definidos e calculados na primeira parte do relatório (Seção 1.1) e estão apresentados na Tabela 1.19.

Tabela 1.2 | Estudo do movimento da carreta (distâncias e tempo de percurso)

Trajeto de ida		
Percurso	Distância	Tempo
Ribeirão Preto – Bauru	211 km = 211000 m	(2h40min) = 9600 s
Bauru – Sorocaba	248 km = 248000 m	(3h30min) =12600 s
Sorocaba – São Paulo	101 km = 101000 m	(1h30min) = 5400 s

Fonte: elaborada pelo autor.

Sabemos que a velocidade média é $v_m = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Assim, para calcular a V_m entre cada cidade, basta dividirmos as distâncias percorridas (deslocamento) pelo tempo gasto. Atenção: o tempo deve ser convertido para horas (lembre-se da conversão de unidades discutida na Seção 1.1).

Tabela 1.3 | Velocidades médias no trajeto de ida

TRAJETO DE IDA			
Percurso	Distância	Tempo	v_m
Ribeirão Preto – Bauru	211 km	2,67h	$v_{m1} = \frac{211}{2,67} \approx 79\,km/h$
Bauru – Sorocaba	248 km	3,5h	$v_{m2} = \frac{248}{3,5} \approx 71\,km/h$
Sorocaba – São Paulo	101 km	1,5h	$v_{m3} = \frac{101}{1,5} \approx 67\,km/h$

Fonte: elaborada pelo autor.

Vamos analisar agora a desaceleração durante o percurso de Ribeirão Preto para Bauru, quando o condutor da carreta, para desviar de um buraco, freou e diminuiu a velocidade de $15{,}0\,m/s$ em um intervalo de tempo de 3,0 s. Sabemos que a aceleração média a_m é dada por $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Portanto, temos que $a_m = \frac{-15{,}0}{3{,}0} \therefore a_m = -5{,}0\,m/s^2$. Visto que desacelerações iguais ou acima de 4,0 m/s^2 devem ocasionar uma advertência ao condutor, concluímos que o condutor deverá ser advertido por freada brusca, colocando a carreta e o próprio condutor em situação perigosa.

Tabela 1.4 | Frenagem da carreta

Informações sobre a situação de frenagem			
Variação da velocidade	Tempo de frenagem	Aceleração	Advertência por situação perigosa?
$\Delta v \approx -15{,}0\,m/s$	$\Delta t = 3{,}0s$	$a \approx -5{,}0\,m/s^2$	SIM

Fonte: elaborada pelo autor.

Atenção

A velocidade mede a taxa de variação da posição de um objeto no tempo. A aceleração mede a taxa de variação da velocidade de um objeto no tempo.

Avançando na prática

Gerenciamento de ferrovias

Descrição da situação-problema

Você trabalha em uma operadora de monitoramento e rastreamento de trens e percebe a seguinte situação de perigo: um trem vermelho a $72\,km/h$ e um trem azul a $144\,km/h$ estão na mesma linha, retilínea e plana, movendo-se em direções opostas (um em direção ao outro). Quando a distância entre os trens é de $950\,m$, você percebe a gravidade da situação e avisa os dois maquinistas para acionarem imediatamente os freios, fazendo com que os dois trens sofram uma desaceleração de $1{,}0\,m/s^2$. Com essas informações, você precisa saber se os trens conseguem frear a tempo de evitar uma colisão para poder avisar seus superiores sobre uma possível situação de emergência.

Lembre-se

Velocidade e aceleração são duas grandezas vetoriais muito importantes no estudo da cinemática.

Resolução da situação-problema

Vamos analisar qual é o espaço que cada um dos trens precisa percorrer para poder parar completamente:

Para o trem vermelho: $v = 72\,km/h \rightarrow v = 20\,m/s$ e $a = -1{,}0m/s^2$

Para conseguir parar, a velocidade do trem deve zerar, assim, temos que: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} \rightarrow -1 = \frac{0-20}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{-20}{-1} = 20\,s$. O trem vermelho vai levar 20 segundos para frear completamente. Nesse processo de frenagem, temos que o módulo da velocidade média é $v = \frac{v_i - v_f}{2} = \frac{20-0}{2} = \frac{20}{2} = 10\,m/s$. Assim, a distância percorrida durante a frenagem é $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t = 10 \cdot 20 = 200\,m$. Portanto, o trem vermelho precisa percorrer 200 m até parar completamente.

Para o trem azul: $v = 144\,km/h \rightarrow v = 40\,m/s$ e $a = -1{,}0\,m/s^2$.

Para conseguir parar, a velocidade do trem deve zerar, assim, temos que: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} \rightarrow -1 = \frac{0-40}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{-40}{-1} = 40s$. O trem azul vai levar 40 segundos para frear completamente. Nesse processo de frenagem, temos que o módulo da velocidade média é $v = \frac{v_i - v_f}{2} = \frac{40-0}{2} = \frac{40}{2} = 20\,m/s$. Assim, a distância percorrida durante a frenagem é $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t = 20 \cdot 40 = 800\,m$. Portanto, o trem azul precisa percorrer 800 m até parar completamente. A distância total percorrida pelos dois trens até poderem parar completamente é de $\Delta s_{total} = 200 + 800 = 1000\,m$. Como a distância entre eles é de 950 m, haverá colisão e será necessário avisar os supervisores sobre a situação de emergência.

Faça você mesmo

Um carro de corrida é capaz de acelerar de 0 a 60 km/h em 5,4 s. Nesse intervalo de tempo, qual é a aceleração média em m/s^2 e qual é a distância percorrida pelo carro?

Faça valer a pena

1. O movimento de uma partícula é definido pela equação horária dos espaços: $s = 3{,}0 \cdot t^2 - 12{,}0 \cdot t + 4{,}0$ no SI. A velocidade média entre os instantes $t_1 = 0$ e $t_2 = 2{,}0\ s$ é:

a) 6,0 *m/s*.

b) -6,0 *m/s*.

c) 4,0 *m/s*.

d) -4,0 *m/s*.

e) 6,0 m/s^2.

2. Uma pessoa caminha dando 1,5 passos por segundo, com passos que medem 70 cm cada um. Ela deseja atravessar uma avenida com 21 metros de largura. O tempo mínimo que o sinal de pedestres deve ficar aberto para que essa pessoa atravesse a avenida com segurança é:

a) 10 s.

b) 14 s.

c) 20 s.

d) 32 s.

e) 45 s.

3. Como podemos classificar o movimento de um objeto que possui velocidade positiva e aceleração negativa?

a) Movimento progressivo retardado.

b) Movimento retrógrado retardado.

c) Movimento progressivo acelerado.

d) Movimento retrógrado acelerado.

e) Nenhuma das anteriores.

Seção 1.4

Movimento uniforme e variado e queda livre de corpos

Diálogo aberto

Caro estudante, ao longo desta unidade você já aprendeu bastante sobre a cinemática. Estudar os movimentos dos corpos é desafiador e muito importante para entendermos o que ocorre à nossa volta. Vamos nos aprofundar um pouco mais no estudo dos movimentos? Que tal agora analisarmos os movimentos de acordo com as variações da posição, da velocidade e da aceleração? Podemos descobrir muitas informações e reconstituir o movimento de um objeto ao analisarmos essas grandezas.

Como podemos definir e representar uma mudança de posição (velocidade) que é sempre igual (constante) no decorrer do tempo? E se a mudança de posição não variar de forma constante? O que ocorre quando se abandona um objeto do alto de um prédio ou quando uma pessoa salta de paraquedas? Nesta seção, estudaremos três tipos de movimentos: movimento uniforme, movimento uniformemente variado e queda livre.

Lembra-se do Rafael? Para finalizar seu relatório de gerenciamento da carreta que percorre diariamente as cidades do interior de São Paulo, ele precisa continuar o estudo da situação de frenagem, iniciada na seção anterior. Ele deverá construir a função horária do deslocamento e da velocidade da carreta nessa situação e também os gráficos dos espaços, velocidade e aceleração no tempo. Você, mais uma vez, deve ajudar Rafael nesse desafio, vamos lá? Vamos finalizar esse relatório com excelência?

Ao final desta seção, você terá aprendido os principais tipos de movimento, como representar e trabalhar com cada um deles e quais são as funções horárias que os descrevem e caracterizam. Bons estudos.

Não pode faltar

Movimento uniforme (MU)

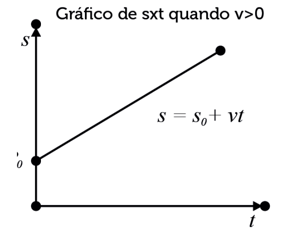
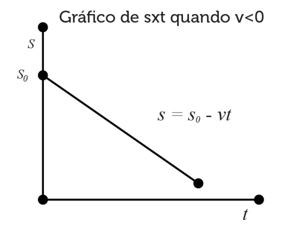
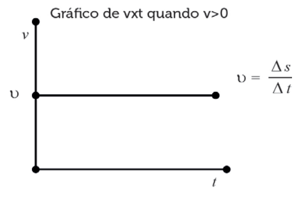
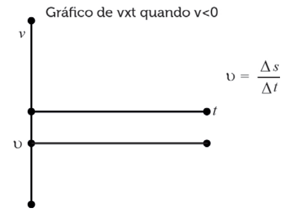
Em relação a um dado referencial, um movimento é chamado de uniforme quando o objeto percorre distâncias iguais para intervalos de tempos iguais, ou seja, quando a velocidade é constante e, portanto, não há aceleração. Assim, podemos generalizar dizendo:

Assimile

O movimento é uniforme (MU) quando a função horária dos espaços é de primeiro grau, ou seja: $s = A + B \cdot t$. Na Cinemática, o parâmetro A representa o espaço (posição) inicial do objeto ($A = s_0$) e o parâmetro B representa a velocidade média ($B = v$). Assim, temos que, no MU:

$s = s_0 + v \cdot t$, em que v é constante, diferente e zero dado por $v = \Delta s / \Delta t$ e também que a aceleração é nula $a = 0$.

Figura 1.18 | Gráficos do movimento uniforme (MU)

Variação da posição do objeto em função do tempo $s \times t$	 	
Variação da velocidade em função do tempo $v \times t$ A velocidade é constante.	 	

Fonte: elaborada pelo autor.

Movimento uniformemente variado (MUV)

O movimento uniformemente variado (MUV) caracteriza-se pela variação da velocidade no decorrer do tempo devido à presença de uma aceleração constante e diferente de zero.

Assimile

O movimento é uniformemente variado (MUV) quando a função horária dos espaços é de segundo grau, ou seja: $s = A + B \cdot t + C \cdot t^2$ .Na Cinemática, o parâmetro A representa o espaço (posição) inicial do objeto ($A = s_0$), o parâmetro B representa a velocidade escalar inicial ($B = v_0$) e o parâmetro C é igual à metade da aceleração média $C = \frac{a}{2}$. Assim, temos que, no MUV:

$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$, em que a é constante, diferente e zero dada por $a = {}^{\Delta v}\!/_{\Delta t}$.

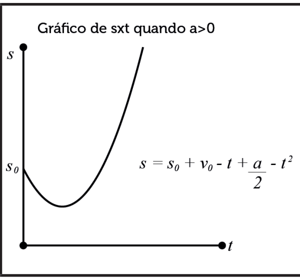
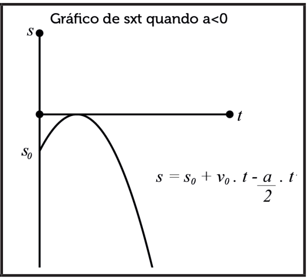
No MUV, a função horária dos espaços é $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$, e como a velocidade varia no tempo devido à aceleração constante, temos a função horária da velocidade dada por:

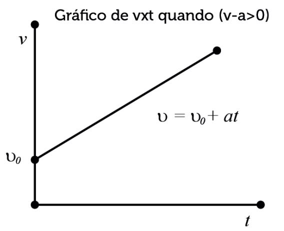
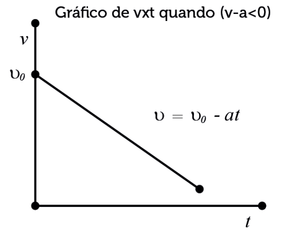
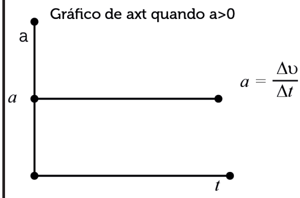
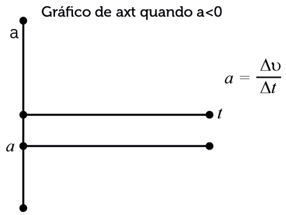
$$v = v_0 + a \cdot t \ .$$

Além disso, no MUV, podemos relacionar o deslocamento Δs com a velocidade em uma equação independente do tempo, por meio da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \ .$$

Figura 1.19 | Gráficos do movimento uniformemente variado (MUV)

Variação da posição do objeto em função do tempo $s \times t$		

Variação da velocidade em função do tempo $v \times t$		
Variação da aceleração em função do tempo $a \times t$ **A aceleração é constante**.		

Fonte: elaborada pelo autor.

Exemplificando

Um avião ao decolar, percorre 1,20 km no solo com aceleração constante, partindo do repouso, em um intervalo de tempo de 20 s.

a) Calcule a aceleração (SI) do avião durante a decolagem.

b) Calcule a velocidade (em km/h) com que o avião desprende-se do solo.

c) Confirme o deslocamento total do avião no processo de decolagem usando a equação de Torricelli.

Solução

a) Como há aceleração, concluímos que se trata de MUV. Nesse movimento, temos que $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$, ou seja, $\Delta_s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$. Como o avião parte do repouso, $v_0 = 0$, assim temos: $1200 = \frac{a}{2} \cdot 20^2 \therefore a = 6{,}0\, m/s^2$.

b) Temos que $v = v_0 + a \cdot t$. No nosso exemplo:
$v = 6 \cdot 20 = 120\, m/s \Rightarrow v = 432\, km/h$.

c) Usando a equação de Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$. Nesse caso, temos: $(120)^2 = 2 \cdot 6 \cdot \Delta s \therefore \Delta s = 1200 m \Rightarrow 1{,}2 km$, o que está de acordo com o enunciado.

Queda livre

Quando um objeto se movimenta sob ação exclusiva de um campo gravitacional (aceleração da gravidade) e quando podemos desprezar o efeito do ar, dizemos que ele está em queda livre. A queda livre é um caso especial do MUV (movimento uniformemente variado).

Segundo Galileu, **todos os corpos em queda livre, no mesmo local, se movimentam com a mesma aceleração, quaisquer que sejam suas massas e, portanto, chegam ao solo ao mesmo tempo**. (ANJOS, T. A. Queda livre.Disponível em: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/queda-livre.htm>. Acesso em: 6 jun. 2016).

A aceleração da gravidade, representada pela letra *g*, é uma grandeza física vetorial com direção vertical e sentido para baixo. O módulo da aceleração da gravidade varia de um local para outro. Na Lua, por exemplo, ela é bem menor do que na Terra. Mesmo no planeta Terra, o módulo da aceleração da gravidade varia dependendo da altitude do local. Adotaremos o módulo da aceleração da gravidade na Terra como $g = 9{,}8\,m/s^2$. (Curiosidade: na Lua, $g = 1{,}6\,m/s^2$.)

Considere um objeto **abandonado do repouso** $(v_0 = 0)$ de uma altura *h* acima do solo, em um local onde a aceleração da gravidade é *g* e o efeito do ar é desprezível. Observe que esse objeto se deslocará apenas na direção vertical e para baixo. Nesse tipo de movimento, costumamos adotar o sentido para baixo como positivo. Temos sempre a liberdade de escolher o sentido positivo de nossos eixos *xy*, desde que sejamos coerentes com a definição do início ao fim do cálculo. A aceleração da gravidade *g* possui sentido para baixo, portanto, entrará positiva nas equações da queda livre.

Devido à presença da aceleração constante da gravidade, esse movimento de queda livre é um MUV. Portanto: $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$ ou $s - s_0 = \Delta s = \frac{g}{2} \cdot t^2$, em que utilizamos $v_0 = 0$ (parte do repouso).

Repare que quando tiver transcorrido o tempo de queda t_q, o objeto terá percorrido toda a altura *h*, ou seja, quando $t = t_q \rightarrow \Delta_s = h$,

portanto, substituindo na equação do deslocamento, concluímos $h = \frac{g}{2} \cdot t_q{}^2 \rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$. A velocidade do objeto em queda livre a qualquer instante é dada por $v = v_0 + g \cdot t$. A velocidade do objeto em relação à distância percorrida é dada pela equação de Torricelli: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta s$. Partindo do repouso, quando o objeto chega ao solo em queda livre, podemos concluir a velocidade de chegada, que é dada por $v_f{}^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \therefore v_f = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Exemplificando

Um vaso de flores cai, a partir do repouso, da janela de um prédio de uma altura h = 45 m acima do solo. Despreze o efeito do ar e considere $g = 9{,}8\, m/s^2$. Calcule:

a) O tempo de queda (t_q) do vaso até atingir o solo.

b) O módulo da velocidade do vaso ao atingir o solo.

Solução:

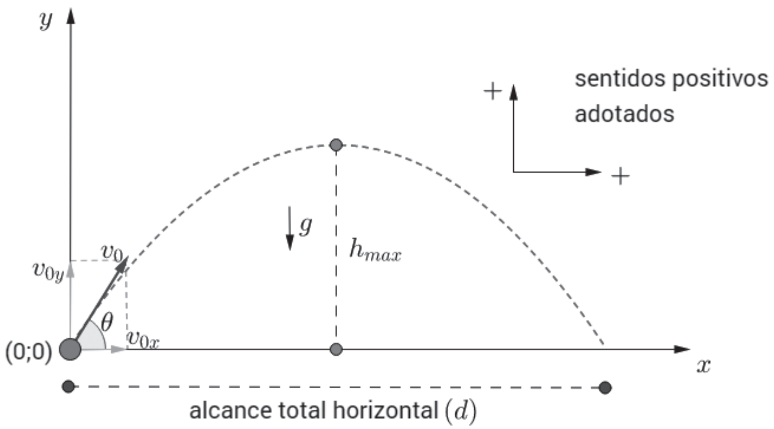
a) No movimento de queda livre, temos que $\Delta_s = v_0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$. Como o vaso parte do repouso, temos que $v_0 = 0$, logo, $\Delta_s = 0 \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2 \rightarrow \Delta_s = \frac{g}{2} \cdot t^2$. Repare que quando tiver transcorrido o tempo de queda t_q, o objeto terá percorrido toda a altura *h*, ou seja, quando $t = t_q \rightarrow \Delta_s = h$. Assim, substituindo na equação anterior, temos $h = \frac{g}{2} \cdot t_q{}^2 \rightarrow t_q{}^2 = \frac{2 \cdot h}{g} \rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$. Substituindo os valores, temos que o tempo de queda é: $t_q = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{9{,}8}} \approx 3{,}0s$.

b) Pela equação de Torricelli, temos $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta s$, sendo $v_0 = 0$, pois o objeto parte do repouso, e sendo a velocidade final do objeto dada por $v = v_f$, temos, então $v_f = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. Portanto, $v_f = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 45} \approx 29{,}7\, m/s$.

Lançamento de projéteis (movimento balístico)

Consideremos um projétil lançado obliquamente, sob ação da gravidade terrestre ($g = 9{,}8\,m/s^2$), com velocidade inicial $\vec{v}_0$ inclinado de um ângulo θ em relação ao plano horizontal de lançamento. Vamos adotar o ponto de lançamento como a origem dos espaços, $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$ (0;0) e adotaremos os sentidos para cima e para a direita como sentidos positivos, como mostra a Figura 1.20.

Figura 1.20 | Lançamento oblíquo de um projétil



Observe que nessa situação o objeto, lançado obliquamente, apresenta um arco de parábola como trajetória, ou seja, o objeto realiza um movimento vertical (de subida e descida) e, também, um movimento horizontal. Assim, para analisar o movimento do projétil, vamos precisar decompor o movimento em vertical e horizontal e analisá-los separadamente, de acordo com o princípio da independência dos movimentos de Galileu.

Conforme explicado na Seção 1.2, e de acordo com a Figura 1.20, sabemos que as componentes horizontal e vertical da velocidade inicial $\vec{v}_0$ são:

$$\left|\vec{v}_{0x}\right| = \left|\vec{v}_0\right| \cdot \cos\theta \quad \text{e} \quad \left|\vec{v}_{0y}\right| = \left|\vec{v}_0\right| \cdot sen\theta$$

De acordo com Galileu, movimentos em direções diferentes, perpendiculares, são independentes e podem ser estudados separadamente. Assim, vamos dividir o estudo do movimento do projétil em movimento vertical e horizontal. Para diferenciar, no movimento balístico, não usaremos a letra *s* para indicar o deslocamento. Usaremos a letra *y* para indicar o deslocamento vertical e a letra *x* para indicar o deslocamento horizontal.

Assimile

Quando um objeto é lançado obliquamente, devemos estudar o movimento separando as análises em movimento vertical e movimento horizontal, de acordo com o princípio da independência dos movimentos de Galileu. O movimento vertical estuda a subida e a descida do objeto (movimentação pelo eixo y) e, por ter a presença da aceleração da gravidade, é um MUV. O movimento horizontal estuda o alcance do objeto (movimentação pelo eixo x) e é um MU.

<u>Movimento vertical do projétil (altura do objeto)</u>: lembre-se de que, na vertical, temos a presença da aceleração da gravidade (*g*), como mostra a Figura 1.20. A presença da aceleração caracteriza o movimento uniformemente variado (MUV). O movimento na vertical refere-se à subida e à descida do objeto. O deslocamento na vertical será representado pela letra *y*. Precisamos adotar um sentido positivo para analisar o movimento vertical. Adotaremos o sentido para cima como positivo. Observe, portanto, que a aceleração da gravidade será negativa, pois seu sentido é para baixo, de acordo com a Figura 1.20.

Portanto, o movimento no eixo vertical apresenta as seguintes características:

Função horária dos espaços: $y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$, em que escolhemos definir o ponto de lançamento como a origem dos espaços ($y_0 = 0$); $v_{0y} = v_0 \cdot sen\alpha$ e $a = -g$ (pois adotamos o sentido para cima como positivo e, em relação a ele, a aceleração da gravidade é negativa – sentido para baixo). Daí resulta: $y = (v_0 \cdot sen\alpha) \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$ (equação 1).

Função horária da velocidade vertical: $v_y = v_0 \cdot sen\alpha - g \cdot t$ (equação 2).

Equação de Torricelli: $v_y^2 = v_0^2 \cdot (sen\alpha)^2 - 2 \cdot g \cdot \Delta s_y$ (equação 3).

<u>Movimento horizontal do projétil (alcance)</u>: reveja novamente a Figura 1.20 e observe que, no eixo horizontal, não temos aceleração, portanto, o movimento horizontal é uniforme (MU) e determina o alcance do objeto. O deslocamento horizontal será representado pela letra *x*. Esse movimento apresenta as seguintes características:

Função horária dos espaços: $x = x_0 + v_x \cdot t$, em que $x_0 = 0$ (pois o ponto de lançamento é a origem dos espaços); $v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ (a componente horizontal da velocidade é sempre constante e diferente de zero no movimento balístico), ou seja:

$x = (v_0 \cdot \cos\alpha) \cdot t$ (equação 4).

No lançamento de um projétil, é importante sabermos que, no ponto mais alto da trajetória, a componente vertical da velocidade é nula $v_y = 0$. Lembre-se de que a componente horizontal da velocidade (v_x) é sempre constante nesse movimento.

Utilizando as equações apresentadas acima, é possível desenvolver as equações para calcular o tempo de subida t_s (que é igual ao tempo de queda t_q), o tempo total da trajetória t_{total}, a altura máxima $h_{\max}$ e o alcance total horizontal *d*.

Da equação 2, podemos deduzir que $t_s = t_q = \dfrac{v_0 \cdot sen\alpha}{g}$.

Assim: $t_{total} = t_s + t_q = \dfrac{2 \cdot v_0 \cdot sen\alpha}{g}$.

Pela equação 3, podemos calcular a altura máxima atingida pelo objeto (lembrando que, na altura máxima, $v_y = 0$ e $\Delta_{sy} = h_{\max}$): $h_{\max} = \dfrac{v_0^2 \cdot (sen\alpha)^2}{2 \cdot g}$.

Da equação 4, considerando $t = t_{total}$, temos o alcance total horizontal do objeto ($x = d$). Assim: $d = v_{0.} \cos\alpha \cdot \dfrac{2 \cdot v_0 \cdot sen\alpha}{g}$, lembrando que $2 \cdot sen\alpha \cdot \cos\alpha = sen2\alpha$, temos: $d = \dfrac{v_0{}^2}{g} \cdot sen2\alpha$.

A velocidade em qualquer ponto da trajetória é dada por $v^2 = v_x^2 + v_y^2$.

Exemplificando

Considere um objeto lançado obliquamente com velocidade inicial $v_0 = 30\,m/s$ e formando um ângulo $\alpha = 45°$ com o solo. Desprezando o efeito do ar e considerando $g = 9{,}8\,m/s^2$, calcule a altura máxima atingida pelo objeto.

Solução:

Vamos precisar decompor o movimento em vertical e horizontal e analisá-los separadamente. As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial $\vec{v}_0$ são: $\left|\overrightarrow{v_{0x}}\right| = \left|\overrightarrow{v_0}\right| \cdot \cos\alpha$ e $\left|\overrightarrow{v_{0y}}\right| = \left|\overrightarrow{v_0}\right| \cdot sen\alpha$.

Para analisar a altura atingida pelo objeto, devemos analisar o movimento vertical (eixo *y*). No eixo vertical, o movimento é variado (MUV), pois há aceleração da gravidade. Podemos analisar o deslocamento no eixo *y* pela equação de Torriceli: $v_y{}^2 = v_{0y}{}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s_y$. No movimento vertical do lançamento oblíquo, adotamos o sentido para cima como positivo. Observe, portanto, que a aceleração da gravidade será negativa, pois seu sentido é para baixo. Assim temos, no lançamento oblíquo, que $v_{0y} = v_0 \cdot sen\alpha$ e $a = -g$, portanto, a equação de Torricelli fica: $v_y{}^2 = v_0{}^2 \cdot (sen\alpha)^2 - 2 \cdot g \cdot \Delta s_y$.

Quando o objeto atinge a altura máxima, a componente vertical da velocidade é nula $\rightarrow$ $v_y = 0$ e o deslocamento vertical é a altura máxima do objeto $\rightarrow \Delta_{sy} = h_{max}$. Assim, a equação de Torricelli fica da seguinte forma:

$$(0^2) = v_0{}^2 \cdot (sen\alpha)^2 - 2 \cdot g \cdot h_{max} \rightarrow v_0{}^2 \cdot (sen\alpha)^2 = 2 \cdot g \cdot h_{max} \rightarrow h_{max} = \frac{v_0{}^2 \cdot (sen\alpha)^2}{2 \cdot g} .$$

Substituindo os valores, conforme informado no enunciado, temos que a altura máxima é: $h_{max} = \dfrac{(30^2) \cdot (sen45)^2}{2 \cdot 9{,}8} \approx 23\,m$.

Reflita

Cada vez mais os conceitos da Física estão sendo aplicados nos esportes com o objetivo de melhorar o desempenho dos atletas. Você acredita que os conceitos apresentados nesta seção poderiam, por exemplo, ser aplicados para aprimorar o desempenho em alguma modalidade esportiva?

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos. Leia o capítulo 4 do Livro:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K.. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v.1. Na sua biblioteca virtual, cole o link: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/87!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 13 abr. 2016.

Sem medo de errar

Você concluiu o estudo da cinemática na Física. Nesta seção, vimos os movimentos dos tipos uniforme (MU), variado (MUV) e queda livre. Então, que tal ajudar Rafael a finalizar com êxito seu último relatório? Na seção anterior, você o ajudou a avaliar a carreta durante uma possível situação perigosa de frenagem entre no percurso Ribeirão Preto – Bauru e obteve os dados apresentados na Tabela 1.25. Para finalizar, continuaremos a estudar essa situação de frenagem. Lembre-se de que nesse trecho a carreta trafega com $v_m \approx 79\,km/h$ (ou $v_m \approx 22\,m/s$). Podemos considerar essa velocidade como sendo a velocidade inicial da carreta no processo de frenagem. Assim, devemos construir a função horária do deslocamento e da velocidade da carreta nessa situação de frenagem e os gráficos dos espaços, velocidade e aceleração no tempo.

Tabela 1.3 | Frenagem da carreta

Variação da velocidade	Tempo de frenagem	Aceleração
$\Delta v \approx -15{,}0\,m/s$	$\Delta t = 3{,}0\,s$	$a \approx -5{,}0\,m/s^2$

Fonte: elaborada pelo autor.

Solução:

Como há presença da aceleração, temos um MUV.

Para esse movimento, sabemos que a função horária do deslocamento é dada por: $\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$ e sabemos que $v_0 \approx 22\,m/s$ e $a = -5{,}0\,m/s^2$. Assim, temos que, durante o processo de frenagem da carreta, $\Delta s = 22 \cdot t - 2{,}5 \cdot t^2$(SI).

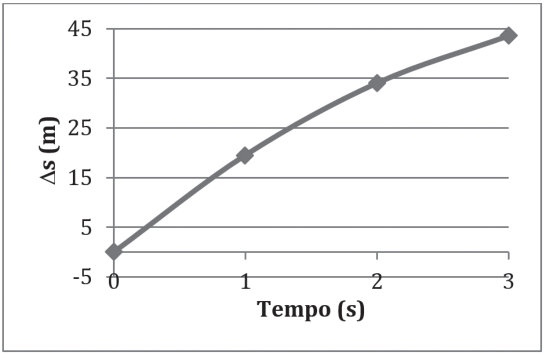
Podemos calcular o deslocamento total da carreta durante a frenagem, ou seja, quando $t = 3{,}0\,s$. Temos então que: $\Delta s = 22 \cdot 3 - 2{,}5 \cdot (3^2) \therefore \Delta s = 43{,}5\,m$.

A função horária da velocidade no MUV é: $v = v_0 + a \cdot t$. Para a carreta, temos: $v = 22 - 5{,}0 \cdot t$ (SI).

Portanto, a velocidade da carreta no final da frenagem é $v = 22 - 5{,}0 \cdot 3 \therefore v = 7\,m/s$.

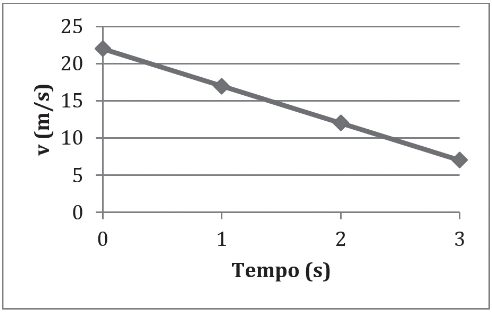
Construindo os gráficos, temos:

Figura 1.21 | Gráfico da função horária do deslocamento



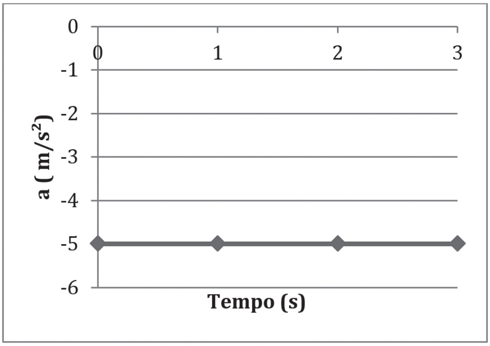
Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 1.22 | Gráfico da função horária da velocidade



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 1.23 | Gráfico da aceleração (constante)



Fonte: elaborada pelo autor.

Atenção

Propriedades do MUV: a função horária dos espaços é uma equação de segundo grau, portanto, seu gráfico é uma parábola; a função horária da velocidade é do primeiro grau, portanto, seu gráfico é uma reta; a aceleração é constante (diferente de zero).

Avançando na prática

O pulo do gato

Descrição da situação-problema

Você observa um gato que está em frente ao portão de sua casa. De repente, ele salta verticalmente para cima e sobe em seu portão.

Você sabe que a altura do portão é de 2,1 m e que, portanto, essa é a altura máxima atingida pelo gato no salto. Você, um dedicado estudante de Física, fica surpreso com a rapidez com que o gato subiu no portão e resolve analisar seu movimento. Sabendo que a aceleração da gravidade na Terra é de aproximadamente $g = 9{,}8\, m/s^2$ e, desprezando o efeito do ar, qual seria a velocidade inicial do gato e quanto tempo ele levou para subir no seu portão?

Lembre-se

Os movimentos de lançamento de projétil, lançamento horizontal, queda livre e lançamento vertical para cima são todos casos especiais do MUV.

Resolução da situação-problema

Observe que o movimento do gato é semelhante, porém no sentido contrário ao de queda livre. Podemos considerar esse movimento como um lançamento vertical para cima. Como é um movimento vertical, temos a presença da aceleração da gravidade, portanto, trata-se de um movimento uniformemente variado (MUV). Como o movimento do gato é para cima, podemos adotar este sentido como positivo. Porém, a aceleração da gravidade, que tem sentido para baixo, será negativa $(a = -g)$. Podemos analisar a altura do gato por meio da equação de Torricelli: $v^2 = v_0{}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$. Sabendo que $a = -g$ e quando o gato atinge a altura máxima sua velocidade é nula $(v = 0)$, e que $\Delta_s = h$, temos então que $0^2 = v_0{}^2 - 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v_0{}^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Substituindo as informações constantes no enunciado, temos que a velocidade inicial do gato é: $v_0 = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 2{,}1} \rightarrow v_0 \approx 6{,}42\, m/s$

Para calcular o tempo de subida, devemos lembrar que no MUV a função horária da velocidade é $v = v_0 + a \cdot t$. Nesta situação, temos que $a = -g$ e que, no instante em que o gato atinge sua altura máxima, sua velocidade é nula $(v = 0)$ e o tempo é justamente o tempo de subida $(t = t_s)$. Portanto, temos: $0 = v_0 - g \cdot t_s \rightarrow v_0 = g \cdot t_s$. Logo, o tempo de subida do gato no portão é: $t_s = \frac{v_0}{g} \rightarrow t_s = \frac{6{,}42}{9{,}8} \approx 0{,}66\, s$.

Faça você mesmo

Uma pedra é lançada verticalmente para cima a partir do solo e, depois de 10 s, retorna ao ponto de partida. Desprezando o efeito do ar e adotando $g = 9{,}8\,m/s^2$, calcule a velocidade inicial de lançamento da pedra.

Faça valer a pena

1. Um automóvel se desloca em uma rodovia conforme os dados do quadro a seguir. O quilômetro zero da rodovia é adotado como o início dos espaços. Analise as afirmações e marque a alternativa correta.

Quadro 1.2

t(h)	1,0	2,0	3,0	4,0
s(km)	112	224	336	448

Fonte: elaborado pelo autor.

I. A velocidade média do automóvel é 112 km/h.

II. A equação horário dos espaços (para t em horas e s em km) é: $s = 112 \cdot t$.

III. O movimento é uniforme (MU).

a) I-V; II-F; III-F.

b) I-F; II-F; III-F.

c) I-V; II-V; III-V.

d) I-V; II-V; III-F.

e) I-V; II-F; III-V.

2. Uma partícula se move conforme as características do MU. Sabendo que a posição inicial da partícula é 400 m e que sua velocidade média é de $-20\,m/s$, a equação horária dos espaços dessa partícula é:

a) $s = -400 + 20t$.

b) $s = 0 + 20t$.

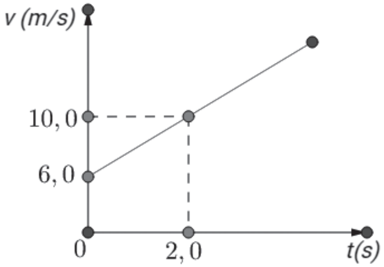
c) $s = 400 - 2t$.

d) $s = 0 - 2t$.

e) $s = 400 - 20t$.

3. O gráfico a seguir representa a velocidade em função do tempo do movimento de um objeto. Sabendo que a posição inicial do objeto é 20 m, podemos afirmar que sua aceleração e a função horária da velocidade são, Precisa nomear o gráfico a seguir. Assim:

Gráfico 1.1



Fonte: elaborado pelo autor.

a) $a = 2{,}0\, m/s^2$ e $s = 20 + 6{,}0 \cdot t + 1{,}0 \cdot t^2$.

b) $a = -2{,}0\, m/s^2$ e $s = 20 + 6{,}0 \cdot t - 1{,}0 \cdot t^2$.

c) $a = 2{,}0\, m/s^2$ e $s = 6{,}0 \cdot t + 1{,}0 \cdot t^2$.

d) $a = 4{,}0\, m/s^2$ e $s = 20 + 6{,}0 \cdot t + 2{,}0 \cdot t^2$.

e) $a = 4{,}0\, m/s^2$ e $s = 20 + 6{,}0 \cdot t + 1{,}0 \cdot t^2$.

Referências

ANJOS, T. A. Queda livre. **Mundo Educação**. Disponível em: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/queda-livre.htm>. Acesso em: 6 jun. 2016.

INMETRO. Sistema internacional de unidades - SI. 8. ed. (revisada) Rio de Janeiro, 2007. Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf>. Acesso em: 21 out. 2016.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

SEARS, F. W. ZEMANSKY, M. W. YOUNG, H. D. **Física 1**: Mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008, v.1.

Dinâmica - Leis de Newton do movimento e suas aplicações

Convite ao estudo

Caro aluno, na nossa aventura de aprendizado, estamos estudando a Mecânica, uma das grandes áreas da Física, que estuda os movimentos. A Mecânica é dividida em cinemática e dinâmica. Já aprendemos bastante estudando a cinemática na unidade anterior e vimos como descrever os movimentos. Até o momento, ainda não estudamos por que os objetos se movem. Esse será exatamente o assunto que abordaremos nesta unidade. Estudaremos o que faz os corpos se moverem.

Por que seu pé machuca mais quando você chuta uma parede do que quando chuta uma bola? Por que é mais difícil controlar um carro na chuva do que nos dias secos? Como é possível um rebocador pequeno rebocar um navio muito maior e mais pesado do que ele? Por que somos jogados para trás quando o carro é acelerado e jogados para a frente quando o carro é freado? Por que muitos acidentes com automóveis ocorrem justamente nas áreas de curvas? Como é possível uma nave espacial se mover com os motores desligados? As respostas a essas perguntas nos conduzem ao estudo da dinâmica.

A dinâmica pesquisa e estuda as causas que produzem e modificam os movimentos. Ela procura relacionar as características dos movimentos com os fatores que determinam e causam suas alterações. Para estudar a dinâmica, usaremos as grandezas que já conhecemos: deslocamento, velocidade e aceleração, juntamente com dois conceitos novos: força e massa.

No decorrer dos estudos desta unidade, você vai se envolver numa situação da empresa de elevadores Eleva Tudo. Você faz parte da equipe dessa empresa que vai realizar estudos e simulações durante a instalação de um elevador em um prédio. Vários testes precisam ser feitos antes de ser liberado seu uso, com segurança. Os testes incluem determinação das forças atuantes, cálculo da aceleração e montagem de equações que descrevem a força resultante no elevador nos momentos de subida e descida, cálculo das tensões nos cabos que sustentam o elevador em situações de subida, descida e repouso e determinação dos contrapesos.

Todas as informações e conhecimentos necessários para realizar os testes do elevador, com segurança e confiança, serão desenvolvidos nesta unidade de ensino. Nela, você deverá aprender e aplicar os conceitos das três leis de Newton do movimento: princípio da inércia (primeira lei de Newton), princípio fundamental da dinâmica (segunda lei de Newton) e princípio da ação e reação (terceira lei de Newton). Estudaremos, em detalhes e com muitos exemplos práticos, os corpos em repouso e em movimento e veremos como as leis de Newton nos ajudam em cada situação. Será uma aventura e tanto! Vamos começar?

Seção 2.1

Primeira e segunda leis de Newton

Diálogo aberto

Prezado estudante, já conhecemos a linguagem para descrever os movimentos – a cinemática. Agora estamos aptos a entender o que faz os objetos se moverem da maneira com que isso acontece.

Para isso, na Seção 2.1, iniciaremos os estudos dos princípios da dinâmica, conhecidos como a primeira e a segunda leis de Newton do movimento.

Você verá que as leis de Newton são enunciadas de modo muito simples, porém entender e utilizar essas leis pode ser desafiador. Isso porque, antes de estudar Física, durante anos, você caminhou, jogou bola, empurrou caixas, fez e faz milhares de coisas que envolvem movimentos. Nesse período você desenvolveu um "senso comum" envolvendo ideias sobre os movimentos e suas causas, que, embora possam funcionar em nossa vida diária, não se encaixam com uma análise lógica ou experimental. Assim, começaremos, nesta seção, nossa tarefa de substituir o "senso comum" por análises baseadas em conceitos físicos. Será empolgante!

A primeira lei de Newton estuda e explica situações em que a força resultante que atua sobre um corpo é nula (igual a zero). A segunda lei trata das situações em que a força resultante que atua sobre um corpo não é igual a zero.

Para contextualizar a importância desta seção, você e sua equipe da empresa Eleva Tudo realizarão estudos e simulações durante a instalação de um elevador em um prédio, como enunciado no início da unidade. Nos primeiros testes, você e sua equipe devem verificar, observar e explicar, com base na primeira e segunda leis de Newton, o que ocorre com um passageiro e com o elevador em três situações distintas: quando o elevador começa a subir, quando o elevador está em movimento com velocidade constante e quando ele está em processo de descida. O que será necessário saber para realizar essas análises? Como as leis de Newton explicam essas situações?

Ao final desta seção, esperamos que você conclua que a primeira e a segunda leis de Newton do movimento explicam, fisicamente, o que ocorre com o elevador e com o passageiro nas situações de repouso e movimento.

Não pode faltar

No decorrer desta unidade vamos nos dedicar a entender e a descobrir as causas dos movimentos. Nossos estudos serão fundamentados na mecânica newtoniana, ou seja, descobriremos as causas dos movimentos por meio de três leis básicas apresentadas por Issac Newton. É importante sabermos que essas leis não podem ser aplicadas em todas as situações, mas por meio delas conseguimos estudar diversas situações importantes. Daremos início, assim, ao estudo das duas primeiras leis de Newton.

Primeira lei de Newton: o princípio da inércia

Assimile

A primeira lei de Newton define que se nenhuma força resultante atua sobre um corpo, então, a velocidade desse corpo não pode mudar, ou seja, o corpo não pode sofrer aceleração.

Em outras palavras, se não há força resultante, um corpo que está em repouso tem a tendência de continuar em repouso e, se o corpo está em movimento, tem a tendência de continuar em movimento com velocidade constante. Isso significa que, se não há força resultante, não é possível mudar a direção e o sentido do movimento.

Quando um corpo está em repouso, dizemos que ele está em equilíbrio estático (velocidade constante igual a zero). Se o corpo está em movimento uniforme, dizemos que está em equilíbrio dinâmico (velocidade constante diferente de zero e aceleração nula). Vale ressaltar que, quando o objeto está em equilíbrio dinâmico, ele se move com velocidade constante, aceleração nula, e a direção e o sentido do movimento não se alteram!

A inércia é uma propriedade da matéria e consiste na tendência do corpo em manter sua velocidade vetorial (módulo e orientação), ou seja, se um corpo está em repouso, ele tem uma tendência natural e espontânea de continuar em repouso, isto é, uma tendência de manter sua velocidade nula. Quando um corpo está em movimento, ele tem uma tendência natural e espontânea de continuar em movimento, mantendo invariável sua velocidade em módulo e orientação.

Essas características da inércia são enunciadas pela primeira lei de Newton, por isso, essa lei é, também, conhecida como o princípio da inércia.

Observe que, na primeira lei de Newton o que importa é conhecer a força resultante ($\vec{F}_R$). Força resultante é a somatória de todas as forças ($\sum \vec{F} = \vec{F}_R$). Quando a força resultante sobre um objeto é zero, dizemos que esse objeto está em equilíbrio, isto é, o objeto pode estar em repouso ou se movendo com velocidade constante.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_R = 0 \rightarrow \text{equilíbrio}$$

Lembre-se de que no repouso a velocidade é constante e igual a zero.

Assim, podemos concluir: **força resultante nula $\Leftrightarrow$ velocidade constante (equilíbrio).**

Exemplificando

Analise as seguintes afirmações e explique por que acontecem:

a) Quando um ônibus arranca para a direita, a partir do repouso, um passageiro desprevenido pode cair, sentindo-se lançado para a esquerda.

b) Quando um ônibus, em pleno movimento retilíneo para a direita, freia bruscamente, um passageiro desprevenido pode cair, sentindo-se projetado para a direita.

Solução:

a) Quando um corpo está em repouso, ele tende a permanecer dessa forma, ou seja, manter sua velocidade nula. Assim, quando o ônibus arranca para a direta, a partir do repouso, o passageiro desprevenido pode desequilibrar-se, pois seu corpo insiste em manter-se em repouso.

b) Quando um corpo está em movimento, ele tende a permanecer em movimento, mantendo sua velocidade constante em módulo e orientação. Assim, quando o ônibus, em pleno movimento retilíneo para a direita, freia bruscamente, o passageiro pode desequilibrar-se para a direita, pois seu corpo insiste em manter-se em movimento.

Curiosidade: para vencer a inércia, é preciso sempre a intervenção de uma força. Por isso, para não cair, o passageiro precisa segurar-se no ônibus, com o objetivo de receber uma força capaz de vencer sua inércia.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos. Leia o capítulo 3 do livro:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. v. 1. Faça o login na sua biblioteca virtual. Copie e cole o link em seu navegador, disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/59!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 16 maio 2016.

Força

No nosso cotidiano, exercer uma força significa puxar ou empurrar alguma coisa. A força é uma grandeza vetorial que causa a aceleração dos objetos. Assim, dizemos que uma força age sobre um objeto, mudando sua velocidade, ou seja, aplicar uma força sobre um objeto é a única forma de tirá-lo da condição de equilíbrio. A unidade que mede a força é newton (N).

Quando duas ou mais forças atuam, simultaneamente, sobre um objeto, podemos calcular a força total ou força resultante ($\vec{F}_R$) somando vetorialmente todas as forças: $\sum \vec{F} = \vec{F}_R$

Uma única força com módulo e orientação da força resultante tem o mesmo efeito sobre um objeto do que todas as forças agindo ao mesmo tempo.

Lembre-se de que já estudamos a soma vetorial e a decomposição de vetores na Seção 1.2. Vale a pena revisar, pois força é uma grandeza vetorial!

Segunda lei de Newton: o princípio fundamental da dinâmica

A segunda lei de Newton enuncia o princípio fundamental da dinâmica: quando uma força é aplicada a um corpo, ele adquire uma aceleração. A aceleração possui mesma direção e mesmo sentido da força resultante. O módulo da aceleração é proporcional ao da força resultante aplicada. Matematicamente: $\vec{F}_R = k \cdot \vec{a}$. A constante k é uma medida da inércia do corpo, ou seja, mede a dificuldade em acelerar o corpo. Quanto maior k, maior deve ser a intensidade da força a ser aplicada. Essa constante recebeu o nome de massa, sendo representada por m.

Assimile

A segunda lei de Newton determina que a força resultante que age sobre um corpo é igual ao produto da massa do corpo pela aceleração. Esta afirmação pode ser descrita matematicamente na equação:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

É importante ressaltar que a força resultante $\vec{F}_R$ aplicada e a aceleração adquirida têm sempre a mesma orientação, isto é, mesma direção e mesmo sentido. A massa m é uma grandeza escalar e positiva (não existe massa negativa).

Observe pela equação do princípio fundamental da dinâmica $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$ que, se a força resultante sobre um corpo é nula, então, a aceleração também é nula, logo, um corpo que não tem aceleração está em equilíbrio: ou em repouso ou se movendo com velocidade constante.

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \rightarrow 0 = m \cdot \vec{a},$$
$$\vec{a} = 0 \Leftrightarrow \text{equilíbrio}.$$

No SI, a unidade de medida da força é newton e o símbolo é N. Sabendo que as unidades, no SI, que medem massa e aceleração, são respectivamente kg e m/s^2, temos:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \rightarrow 1\ N = (1\ kg) \cdot (1 m/s^2) = 1\ kg \cdot m/s^2.$$

Exemplificando

A Figura 2.1 mostra duas forças atuando em uma caixa.

Figura 2.1 | Duas forças em uma caixa

Fonte: elaborada pela autor.

a) Se apenas essas duas forças atuarem na caixa, qual será a força resultante? A caixa irá se mover? Em caso afirmativo, qual será a direção e o sentido do movimento?

b) Se uma terceira força $\vec{F}_3$ também agir sobre a caixa, qual deve ser o seu módulo e a orientação para que a caixa fique em equilíbrio estático (repouso)?

Solução:

a) A força resultante é a soma vetorial de todas as forças que atuam na caixa. Lembre-se que, ao somar vetores, precisamos considerar a orientação, para isso, usamos os versores. Logo: $\vec{F}_R = \sum \vec{F} = 5\hat{\imath} - 3\hat{\imath} = 2\hat{\imath}$ A força resultante possui módulo de 2 N, direção horizontal sentido para a direita (conforme o versor $\hat{\imath}$). Pela segunda lei de Newton, sabemos que a caixa irá adquirir uma aceleração na mesma direção e no mesmo sentido da força resultante, portanto a caixa irá se mover na horizontal para a direita.

b) Para o equilíbrio estático (repouso) vimos, pela primeira lei de Newton, que a força resultante sobre a caixa deve ser nula, pois assim, garantimos que não há aceleração. Portanto, a somatória de todas as forças deve ser igual a zero, logo:

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F} = 5\hat{\imath} - 3\hat{\imath} + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow 2\hat{\imath} + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow \vec{F}_3 = -2\hat{\imath}.$$

Concluímos que, para que a caixa fique em repouso, a força $\vec{F}_3$ deve possuir módulo de 2 N, direção horizontal e sentido para a esquerda (sentido negativo do versor $\hat{\imath}$).

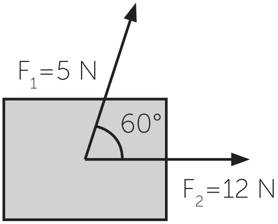
Reflita

Os projetos de automóveis de alto desempenho dependem fundamentalmente da segunda lei de Newton. A massa e o motor (responsável pela força resultante) são os pontos-chaves do projeto. Para maximizar a aceleração, o que você acha que o projetista deve buscar, com relação à massa e ao motor do automóvel?

Exemplificando

A Figura 2.2 mostra duas forças atuando em um bloco de massa igual a 10 *kg*.

Figura 2.2 | Bloco sob ação de duas forças



Fonte: elaborada pela autor.

a) Calcule o módulo e a orientação da força resultante, desprezando-se a força da gravidade.

b) Calcule o módulo e a orientação da aceleração, se houver.

Solução:

a) Observe que a força $\vec{F}_1$ está inclinada em 60° com o semieixo positivo de *x*. Assim, primeiramente, devemos fazer a decomposição dessa força e achar suas componentes horizontal e vertical:

$\vec{F}_{1x}=|\vec{F}_1|\cdot\cos(60°)\hat{\imath} = 5\cdot\cos(60°)\hat{\imath}=2{,}5\hat{\imath}$

$\vec{F}_{1y}=|\vec{F}_1|\cdot\text{sen}(60°)\hat{\jmath} = 5\cdot\text{sen}(60°)\hat{\jmath}\approx 4{,}3\hat{\jmath}$

Logo:

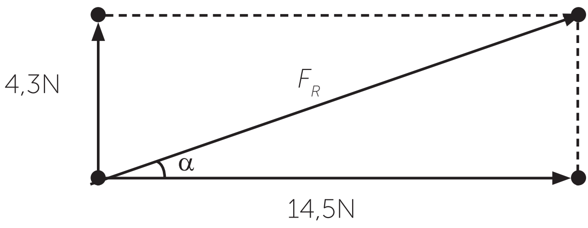
$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} = \vec{F}_{1y} \rightarrow \vec{F}_1=2{,}5\hat{\imath} + 4{,}3\hat{\jmath}$

Agora, podemos achar a força resultante:

$\vec{F}_R = \Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2=(2{,}5\hat{\imath} + 4{,}3\hat{\jmath})+12\hat{\imath}$

$\vec{F}_R=2{,}5\hat{\imath} + 4{,}3\hat{\jmath} = 14{,}5\hat{\imath} + 4{,}3\hat{\jmath}$.

Figura 2.3 | Força resultante sobre o bloco



Fonte: elaborada pela autor.

O módulo da força resultante, mostrado na Figura 2.3, é:

$$(F_R)^2 = (14,5)^2 + (4,3)^2 \quad \rightarrow \quad F_R = \sqrt{(14,5)^2 + (4,3)^2} \approx 15,1N$$

Para achar a orientação da força resultante, podemos fazer:

$$\tan\alpha = \frac{cat.\,op.}{cat.\,adj.} = \frac{4,3}{14,5} \approx 0,30 \quad \rightarrow \quad \alpha = \arctan(0,30) \approx 16,5°$$

b) Pela segunda lei de Newton, temos: $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$. Sabendo que o módulo da força resultante é de aproximadamente 15,1*N* e a massa do bloco é de 10 *kg* temos, então, que o módulo da aceleração do bloco é: $F_R = m \cdot a \quad \rightarrow \quad 15,1 = 10 \cdot a$,

$$a = \frac{15,1}{10} = 1,51 m/s^2$$

A orientação da aceleração é a mesma da força resultante. Logo, a aceleração terá uma orientação de α=16,5° (com o semieixo positivo de *x*).

Sem medo de errar

Vamos agora aplicar nossos conhecimentos em uma situação real? Você faz parte da equipe da empresa de elevadores Eleva Tudo e vai realizar estudos e simulações durante a instalação de um elevador em um prédio. Vários testes precisam ser realizados antes de liberar o uso, com segurança, do elevador.

Sabe-se que o elevador atinge, a partir do repouso, uma velocidade constante de 2,0 *m/s* após percorrer uma distância de 1,0 *m* no processo de subida. Na descida, o elevador atinge, a partir do repouso, uma velocidade constante de 2,0 *m/s* após percorrer uma distância de 0,5 *m*. Nos primeiros testes, você e sua equipe devem verificar, observar e explicar, com base na primeira e segunda leis de Newton, o que ocorre com um passageiro e com ele quando o elevador começa a subir e a descer, a partir do repouso. A massa do elevador é de 800 *kg* e a do passageiro é de 70 *kg*.

Solução:

Processo de subida do elevador

Elevador: na subida, o elevador sai do repouso e atinge uma velocidade constante de 2,0 *m/s* após percorrer uma distância de 1,0 *m*, logo a aceleração na subida é:

$$v^2 = v_0{}^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \rightarrow (2{,}0^2) = (0^2) + 2 \cdot a \cdot 1{,}0 \rightarrow a = \frac{4{,}0 - 0}{2 \cdot 1{,}0} = \frac{4{,}0}{2{,}0} = 2{,}0\, m/s^2$$

Sabemos que só é possível alterar a velocidade de um objeto

se houver uma força resultante não nula atuando sobre ele, pois, conforme o princípio fundamental da dinâmica, se uma força resultante atua sobre um objeto ele adquire uma aceleração na mesma orientação da força resultante. Assim, para o elevador subir, é necessário que uma força resultante na vertical, para cima, atue sobre ele.

O módulo dessa força é dado pela segunda lei de Newton: $F_R = m \cdot a$

A massa total do sistema é a massa do elevador mais a massa do passageiro $m = 800 + 70 = 870$ *kg*. Assim, $F_R = m \cdot a =$ 870 kg · 2,0=1740 *N*.

Passageiro: inicialmente, o passageiro está em equilíbrio estático (repouso) e tende a permanecer em repouso, ou seja, manter sua velocidade nula, de acordo com o princípio da inércia – primeira lei de Newton. Quando o elevador sobe, o passageiro também sobe com o elevador. Durante a subida, o passageiro sente um "tranco" em suas pernas, devido ao fato de seu corpo insistir em manter-se na posição de repouso. Assim, temporariamente, o passageiro sente-se mais pesado, pois suas pernas sustentam a aceleração da gravidade (9,8 m/s^2) mais a aceleração do elevador na subida (2,0 m/s^2) totalizando, aproximadamente, 11,8 m/s^2.

Processo de descida do elevador

Elevador: na descida, o elevador sai do repouso e atinge uma velocidade constante de 2,0 m/s após percorrer uma distância de 0,5 m, logo a aceleração na descida é:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \rightarrow (2{,}0^2) = (0^2) + 2 \cdot a \cdot 0{,}5 \rightarrow a = \frac{4{,}0 - 0}{2 \cdot 0{,}5} = \frac{4{,}0}{1{,}0} = 4{,}0\, m/s^2$$

De acordo com a segunda lei de Newton, para o elevador

descer é necessário que uma força resultante na vertical, para baixo, atue sobre o elevador, e o módulo dessa força é: $F_R = m \cdot a$.

A massa total do sistema é a massa do elevador mais a massa do passageiro $m = 800 + 70 = 870\ kg$. Assim $F_R = m \cdot a =$ 870 kg · 4,0=3480 N.

Passageiro: inicialmente, o passageiro está em equilíbrio estático (repouso) e tende a permanecer em repouso, ou seja, manter sua velocidade nula, de acordo com o princípio da inércia – primeira lei de Newton. Quando o elevador desce, o passageiro também desce com o elevador. Durante a descida, o passageiro sente uma "leveza" em suas pernas, devido ao fato de seu corpo insistir em manter-se na posição de repouso. Assim, temporariamente, o passageiro sente-se mais leve, pois suas pernas sustentam a aceleração da gravidade (9,8 m/s^2) menos a aceleração do elevador na descida (4,0 m/s^2) totalizando, aproximadamente, 5,8 m/s^2.

Atenção

Pela segunda lei de Newton, um objeto só tem aceleração se ele estiver sob ação de uma força resultante. Se a força resultante for nula, então, o objeto não possui aceleração e, portanto, ele está em equilíbrio estático (repouso) ou equilíbrio dinâmico (em movimento com velocidade constante).

Avançando na prática

Esportes no gelo

Descrição da situação-problema

Você e seu amigo estão assistindo aos Jogos Olímpicos de Inverno. A modalidade conhecida como curling é uma excelente oportunidade para estudar as leis de Newton.

Figura 2.4 | Curling – esporte no gelo

Fonte: <https://pixabay.com/pt/ondula%C3%A7%C3%A3o-equipe-jogos-ol%C3%ADmpicos-670195/>. Acesso em: 16 maio 2016.

O curling é um esporte praticado em uma pista de gelo, cujo objetivo é lançar pedras de granito, que devem parar o mais próximo possível de um alvo. Sabendo que uma força de 200 *N* é aplicada para lançar a pedra a uma velocidade inicial de 20 *m/s* e que a pedra entra em repouso após 2 segundos, responda: a) como você explica o movimento da pedra, do momento em que ela é lançada até parar, visto que, neste intervalo, ninguém toca na pedra? b) qual é a massa da pedra?

Lembre-se

A primeira lei de Newton é o princípio da inércia: um corpo em repouso tende a continuar em repouso, e um corpo em movimento tende a continuar em movimento com velocidade constante. A segunda lei de Newton, é o princípio fundamental da dinâmica: um corpo sob ação de uma força resultante irá desenvolver uma aceleração com a mesma orientação da força resultante.

Resolução da situação-problema

a) Pela primeira lei de Newton, um corpo inicialmente em movimento tende a continuar em movimento com velocidade constante. Por isso, após lançada, a pedra continua em movimento, mesmo sem ser tocada, devido ao princípio de inércia. Se não fosse o atrito com a pista de gelo, a pedra jamais entraria em repouso (falaremos mais sobre atrito na próxima seção).

b) O módulo da aceleração da pedra é: $|a| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{|0-20|}{2-0} = \frac{20}{2} = 10\, m/s^2$.

Pela segunda lei de Newton sabemos que $F_R = m \cdot a$. Sabemos que a força resultante é 200 N assim, a massa da pedra é :

$$200 = m \cdot 10 \rightarrow m = \frac{200}{10} = 20\ kg \cdot$$

Faça você mesmo

Em um balcão de uma lanchonete, um garçom lança um pote de mostarda de massa igual a 0,45 kg, percorrendo 1,2 m até parar completamente. Calcule o módulo da força resultante no pote de mostarda. Dica: use a equação de Torricelli para achar a aceleração do pote.

Faça valer a pena

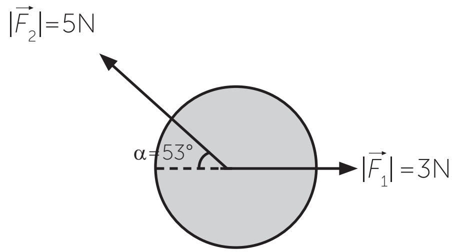
1. Uma pessoa está sentada em um carro em repouso e, quando o carro acelera para a frente, ela sente suas costas comprimirem o banco no qual está sentada. Como isso se explica?

a) Pela primeira lei de Newton – princípio da inércia.
b) Pela segunda lei de Newton – princípio fundamental da dinâmica.
c) Pela primeira lei da termodinâmica.
d) Pelo princípio de conservação de massas.
e) A mecânica newtoniana não explica essa situação.

2. Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas da frase a seguir: "De acordo com as leis da mecânica newtoniana, se um corpo se movimenta com velocidade constante ele ____________ em equilíbrio e possui uma força resultante ____________ atuando sobre ele, com aceleração ____________ ".

a) Está; não nula; diferente de zero.
b) Não está; não nula; igual a zero.
c) Está; nula; igual a zero.
d) Não está; nula; diferente de zero.
e) Está; nula; diferente de zero.

3. O objeto circular de massa de 2,0 *kg* está submetido à ação de duas forças como mostra a figura. De forma aproximada, a força resultante e a aceleração do objeto são, respectivamente:



a) 4,0 N e 2,0 m/s^2 ambas com direção vertical e sentido para cima.
b) 4,0 N e 2,0 m/s^2 ambas com direção oblíqua e sentido de 127° com o semieixo x positivo.
c) 3,0 N e 1,5 m/s^2 ambas com direção oblíqua e sentido de 127° com o semieixo x positivo.
d) 5,0 N e 2,5 m/s^2 ambas com direção horizontal e sentido para a esquerda.
e) 3,0 N e 1,5 m/s^2 ambas com direção vertical e sentido para cima.

Seção 2.2

Terceira lei de Newton

Diálogo aberto

Na seção anterior, estudamos as duas primeiras leis de Newton do movimento: o princípio da inércia e o princípio fundamental da dinâmica. Vimos que aplicar uma força é a única maneira de alterar o estado de equilíbrio de um corpo. Nesta seção, vamos explorar ainda mais a interação das forças com os corpos.

Veremos que a toda força de ação corresponde uma força de reação, fenômeno denominado de princípio da ação e reação ou terceira lei de Newton do movimento.

Esse princípio explica algumas situações como: Por que nossa mão dói quando batemos em algo? Como um livro fica parado sobre uma mesa? Qual é a função da turbina em um avião?

Para entender melhor a terceira lei de Newton, será muito importante conhecermos algumas forças especiais: força peso, força normal, tração, atrito e força elástica. Você será capaz de identificar cada uma dessas forças e saberá como calculá-las. Será um aprendizado e tanto!

Vamos estudar esses conceitos aplicando na situação da empresa Eleva Tudo, na qual você e sua equipe vão realizar estudos e simulações durante a instalação de um elevador em um prédio, como enunciado na seção anterior. Agora, seu desafio será analisar e calcular as forças que atuam quando o elevador está em processo de subida ou de descida a partir do repouso.

O que será preciso saber para fazer essa análise com sucesso? Como vamos descobrir todas as forças que atuam no sistema do elevador?

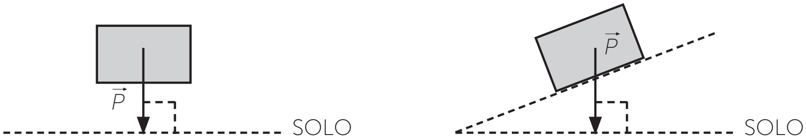
Ao final desta seção, esperamos que você perceba a importância da terceira lei de Newton, que estabelece o princípio da ação e reação entre os corpos. Utilizando esse princípio, seremos capazes de analisar e entender fisicamente diversas situações cotidianas e profissionais. Que tal começarmos nossos estudos?

Não pode faltar

Forças especiais

<u>Força peso</u>: o planeta Terra exerce uma força de atração gravitacional em todos os corpos que possuem massa e que estejam no campo gravitacional da Terra. É essa força que faz os corpos caírem. Denominamos essa força de atração como peso ($\vec{P}$). **A força peso sempre terá direção vertical e sentido para baixo, sendo sempre perpendicular ao solo.**

Figura 2.5 | A força peso

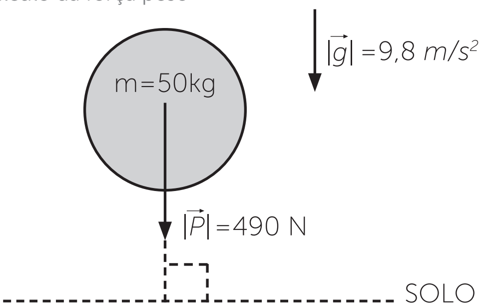


Fonte: elaborada pelo autor.

O peso de um corpo é dado por: $\vec{P} = m \cdot g$, em que m é a massa do objeto em kg e $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade (já vimos que na Terra $g \approx 9{,}8\ m/s^2$). O peso é uma força e, portanto, é medido na unidade newton (N). Observe que massa e peso são conceitos distintos, apesar de usarmos erroneamente no nosso dia a dia. O peso de um corpo não é a mesma coisa que a massa. A massa de um corpo é medida na unidade quilograma. O peso é uma força gravitacional, medido na unidade Newton. Portanto, se um objeto tem massa de 50 kg, o módulo do peso, no planeta Terra será: $|\vec{P}| = m \cdot g$.

A direção do peso é sempre vertical e o sentido é sempre para baixo.

Figura 2.6 | Cálculo da força peso



Fonte: elaborada pelo autor.

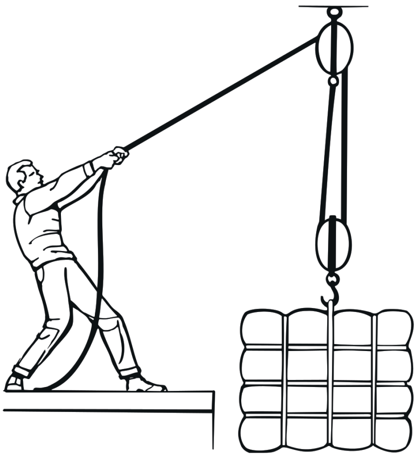
Força normal: quando um corpo exerce uma força sobre uma superfície qualquer, a superfície reage e empurra o corpo com uma força que é perpendicular à superfície. Esta força recebe o nome de força normal ($\vec{N}$). Assim sendo, sempre que um corpo estiver apoiado, a superfície de apoio irá exercer uma força normal no corpo, sendo essa força sempre perpendicular à superfície de apoio.

Figura 2.7 | A força normal

Fonte: elaborada pelo autor.

Tração: quando o corpo está preso a uma corda (fio ou cabo) esticada, essa corda aplica ao corpo uma força denominada de tração ($\vec{T}$), que sempre estará orientada ao longo da corda, ou seja, terá a mesma direção da corda. Trabalhamos aqui com cabos ideais. A tração, ao longo de um mesmo cabo ideal, é constante.

Figura 2.8 | Tração em uma corda



Fonte: <https://en.wikipedia.org/wiki/Block_and_tackle>. Acesso em: 25 maio 2016.

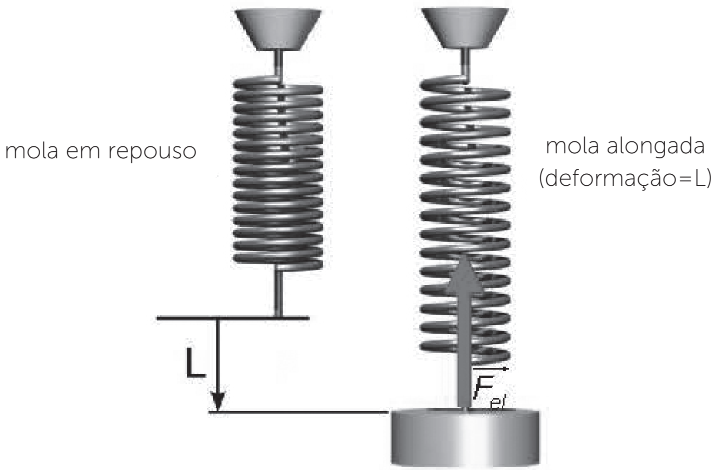
Observe na imagem anterior que uma pessoa puxa a corda. A corda resiste à deformação, puxando a extremidade oposta. Assim, como reação, a corda puxa o objeto ao qual está ligada.

Atrito: a força de atrito ($\vec{F}_{at}$) é uma força de resistência e surge na interação de um corpo com uma superfície. Ambos não são perfeitamente lisos e possuem imperfeições, invisíveis a olho nu e microscópicas. Assim, quando tentamos puxar ou empurrar um objeto sobre uma superfície, podemos perceber a força de atrito, que é sempre paralela à superfície e aponta no sentido oposto ao do movimento ou da tendência de movimento. Dizemos que a força de atrito é sempre contrária ao movimento.

O módulo força de atrito é calculado como: $\vec{F}_{at} = \mu \cdot \vec{N}$, em que μ é o coeficiente de atrito, podendo ser coeficiente de atrito estático (μ_e) para corpos em repouso ou coeficiente de atrito dinâmico (μ_d) para corpos em movimento; N é a intensidade da força normal. Estudaremos mais sobre a força de atrito na próxima unidade.

Força elástica (mola): quando um corpo está preso a um objeto elástico (mola, corda elástica ou outro objeto semelhante com propriedades elásticas), vale a lei de Hooke, ou seja, o objeto elástico exerce uma força ($\vec{F}_{el}$) sobre o corpo, proporcional a sua deformação ($\vec{L}$) e à sua constante elástica (k). Assim: $\vec{F}_{el} = k \cdot \vec{L}$. A força elástica possui a mesma direção da deformação sofrida pelo objeto elástico, e o sentido dessa força é o da tendência de fazer o objeto elástico retornar à sua posição de repouso, ou seja, o sentido da força elástica é contrário ao sentido da deformação.

Figura 2.9 | A força elástica



Fonte: Adaptada de <https://en.wikipedia.org/wiki/Hooke%27s_law>. Acesso em: 10 maio 2016.

Lembre-se

Toda força é uma grandeza vetorial e, portanto, possui módulo, direção e sentido. Peso, normal, tração, atrito e força elástica são forças.

A terceira lei de Newton

Quando dois corpos interagem, as duas forças decorrentes da interação possuem sempre o mesmo módulo e a mesma direção, porém, sentidos contrários. Esse resultado denomina-se terceira lei de Newton do movimento.

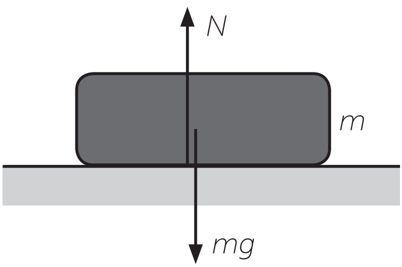
Assimile

A terceira lei de Newton estabelece o princípio de ação e reação: quando um corpo A exerce uma força (uma ação) sobre um corpo B, o corpo B reage e exerce, também uma força sobre o corpo A (uma reação). Essas duas forças têm o mesmo módulo, a mesma direção e sentidos opostos. Elas atuam em **corpos diferentes**.

É muito importante enfatizarmos que as duas forças, ação e reação, atuam em corpos diferentes. Como enunciado acima, a força de ação se aplica ao corpo B e, a de reação, ao corpo A. Assim, as forças de ação e reação nunca podem se equilibrar (ou anular), pois atuam em corpos distintos.

Veja, por exemplo, que um objeto se mantém em repouso em uma superfície plana, porque nele atuam forças que **NÃO** configuram um par de ação e reação e que, portanto, podem se anular: força peso e normal.

Figura 2.10 | Peso e normal na superfície plana



Fonte: <https://en.wikipedia.org/wiki/Mechanical_equilibrium>. Acesso em: 25 maio 2016.

Na Figura 2.10, a força gravitacional atrai o bloco de massa *m* (força peso). Assim, o bloco pressiona a mesa. A mesa, por sua vez, reage, impedindo o movimento do bloco, aplicando uma força normal sobre ele, de forma a cancelar a força peso. Observe que, se a mesa não conseguir anular completamente a força peso, restaria uma força resultante para baixo, e o bloco teria que acelerar. A mesa quebraria!

Exemplificando

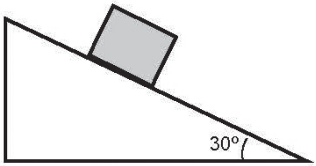
Quando um objeto é colocado em uma superfície inclinada, ele apresenta uma tendência a se movimentar, deslizando pela superfície, ou seja, as forças normal e peso não se anulam naturalmente nessa situação. Veja a seguir o que ocorre:

Considere um bloco de massa igual a 10 *kg* apoiado em uma superfície inclinada de 30° com a horizontal, como mostra a Figura 2.11, onde não atuam forças de atrito.

a) Calcule a força normal.

b) Calcule a aceleração do bloco.

Figura 2.11 | Plano inclinado

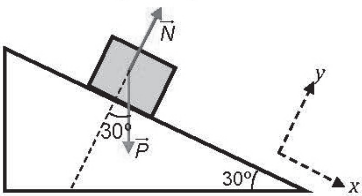


Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

a) Sobre o bloco, atuam as forças peso e normal. Sendo o peso vertical para baixo e a normal, perpendicular à superfície.

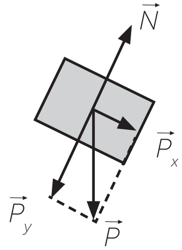
Figura 2.12 | Normal e peso no plano inclinado



Fonte: elaborada pela autora.

Decompondo a força peso, temos:

Figura 2.13 | Decomposição das forças no plano inclinado



Fonte: elaborada pela autora.

Observe que a força normal se anula com a componente vertical do peso, assim:

$$N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 30°$$

$$N = 10 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30° \approx 85\,N$$

Assim sendo, o bloco fica sujeito à presença de uma força resultante, que é a componente horizontal do peso e, por isso, ele desliza sobre o plano inclinado:

$$F_R = P_x = m \cdot g \cdot sen 30°$$

$$F_R = 10 \cdot 9{,}8 \cdot sen 30° = 49\,N$$

b) Lembrando da segunda lei de Newton, temos que $F_R = m \cdot a$.

Assim, a aceleração do bloco será: $49 = 10 \cdot a \rightarrow a = \frac{49}{10} = 4{,}9\,m/s^2$

Matematicamente, podemos escrever um par de forças de ação e reação como: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ (o sinal negativo indica o sentido oposto entre as forças de ação e reação), em que:

$\vec{F}_{AB}$: força que o corpo A aplica em B.

$\vec{F}_{BA}$: força que o corpo B aplica em A.

A terceira lei de Newton se aplica para corpos em repouso ou em movimento.

Reflita

Você conseguiria explicar por que sua mão ou seu pé machucam quando você bate em uma parede? Por qual motivo os lutadores usam luvas nas mãos?

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos e leia mais sobre o assunto na seguinte referência:

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros**: Vol 1 - Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009.

Lembre-se, você possui acesso ao livro realizando log in em sua área do estudante e depois acessando o link, disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2618-3/cfi/0!/4/4@0.00:11.5>. Acesso em: 30 set. 2016.

Muitas vezes, para resolver problemas que envolvem as leis de Newton, desenhamos um **diagrama de corpo livre**, no qual o único corpo mostrado é aquele que estamos analisando e para o qual somando as forças. Normalmente, no diagrama de corpo livre, simplificamos o corpo em estudo, representando-o através de um ponto. Ao desenhar um diagrama de corpo livre, é conveniente representar, também, o sistema de coordenadas.

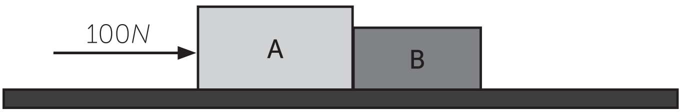
Exemplificando

Na Figura 2.14, temos dois blocos, A e B, de massas 15 *kg* e 10 *kg*, respectivamente. Ambos estão apoiados em uma superfície lisa, horizontal, sem atrito. Uma força $\vec{F}$ de módulo igual a 100 *N* é aplicada ao bloco A, de modo que todo o sistema se movimenta.

a) Calcule a aceleração do sistema.

b) Represente todas as forças atuantes em cada bloco e calcule a intensidade da força trocada entre A e B.

Figura 2.14 | Força agindo nos blocos



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

a) A força resultante do sistema como um todo é justamente $\vec{F} = 100N$. Assim, temos que:

$F_R = m \cdot a \rightarrow 100 = m \cdot a$. Observe que m é a massa total do sistema:

$$100 = (m_A + m_B) \cdot a \rightarrow 100 = (15 + 10) \cdot a$$

Logo: $a = \dfrac{100}{25} = 4\, m/s^2$

b) Ambos os blocos estão no planeta Terra, portanto, estão sujeitos à força de atração gravitacional, chamada peso. O peso é sempre vertical, para baixo e perpendicular ao solo. Ambos os blocos estão apoiados sobre uma superfície, assim, ao pressionar a superfície com o peso, ela reage e empurra o bloco para cima, por meio da força normal, que, nesta situação, possui mesmo módulo, direção e sentido oposto ao peso. A normal é sempre perpendicular à superfície. Os módulos dessas forças são:

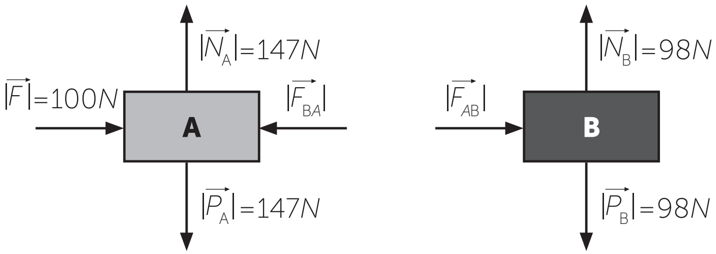
$$P_A = m_A \cdot g = 15 \cdot 9{,}8 \rightarrow P_A = 147N \rightarrow N_A = 147N$$

$$P_B = m_B \cdot g = 10 \cdot 9{,}8 \rightarrow P_B = 98N \rightarrow N_B = 98N$$

Como os blocos estão em contato, quando a força $\vec{F}$ empurra o bloco A, ele, por consequência, empurra o bloco B, aplicando uma força $\vec{F}_{AB}$. Como reação, o bloco B também exerce uma força no bloco A, aplicando uma força $\vec{F}_{BA}$ (de mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário à força $\vec{F}_{BA}$).

Assim, temos:

Figura 2.15 | Forças que atuam em cada bloco



Fonte: elaborada pela autora.

Observe que os blocos não se movem na vertical, pois as forças peso e normal se equilibram. O movimento é apenas na horizontal, para a direita. Assim, adotaremos o sentido para a direita como positivo. A força resultante no bloco A é:

$$F_{RA} = F - F_{BA}$$

Lembrando da segunda lei de Newton, temos:

$$F_{RA} = m_A \cdot a \rightarrow F - F_{BA} = m_A \cdot a$$

Substituindo os valores, podemos obter a intensidade da força trocada entre os blocos A e B:

$$F - F_{BA} = m_A \cdot a$$

$$100 - F_{BA} = 15 \cdot 4{,}0$$

$$F_{BA} = 100 - (15 \cdot 4{,}0) = 40N$$

Pelo princípio da ação e reação (terceira lei de Newton), concluímos que: $F_{AB} = 40N$.

Lembre-se

As forças de ação e reação são em corpos distintos e, portanto, elas nunca podem se anular. O peso e a normal **NÃO** são um par de ação e reação.

Exemplificando

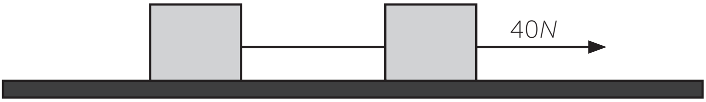
Dois blocos idênticos, de massa igual a 2,0 *kg*, estão unidos por um cabo ideal (massa desprezível) e estão apoiados em uma superfície lisa, horizontal e sem atrito. Uma força $\vec{F} = 40N$ é aplicada ao sistema, como mostra a Figura 2.16:

a) Represente todas as forças que atuam em cada bloco.

b) Calcule a aceleração do sistema.

c) Calcule a força de tração no cabo.

Figura 2.16 | Blocos ligados por uma corda



Fonte: elaborada pela autora.

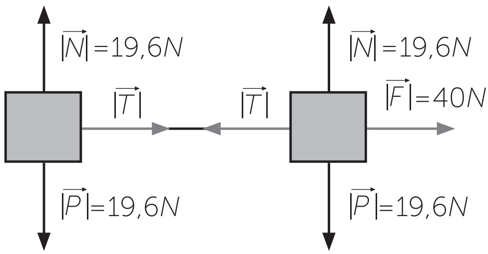
Solução:

a) Nos dois blocos, temos a força peso, vertical para baixo e perpendicular ao solo. Como reação ao peso dos blocos, temos, também, atuando em cada um, a força normal, que, nesta situação, possui mesmo módulo, direção e sentido oposto ao peso. A normal é sempre perpendicular à superfície. Os módulos dessas forças são idênticos para cada bloco e são:

$$P = m \cdot g = 2{,}0 \cdot 9{,}8 \rightarrow P = 19{,}6N \rightarrow N = 19{,}6N$$

Os blocos são ligados por um cabo. Quando a força $\vec{F}$ puxa o primeiro bloco, ele, então, puxa a corda para a frente. A corda reage, puxando o bloco para trás. A força no cabo, chamada tração ($\vec{T}$), é constante. Assim, temos:

Figura 2.17 | As forças em cada bloco



Fonte: elaborada pela autora.

b) Observe que as forças peso e normal se anulam e, portanto, não há movimento na vertical. Adotando o sentido para a direita como positivo e analisando cada bloco individualmente, temos, para o bloco da direita:

$$F_R = F - T \rightarrow F - T = m \cdot a \text{ (equação 1).}$$

Para o bloco da esquerda, temos:

$$F_R = T \rightarrow T = m \cdot a \text{ (equação 2).}$$

Observe que, se somarmos a equação 1 com a equação 2, temos:

$$\begin{array}{rl} F - T = & m \cdot a \\ T = & m \cdot a \\ \hline F = & 2 \cdot m \cdot a \end{array}$$

Substituindo, temos: $F = 2 \cdot m \cdot a \rightarrow 40 = 2 \cdot 2 \cdot a \rightarrow a = \dfrac{40}{4} = 10\, m/s^2$

c) Para calcularmos a tração, basta voltarmos em qualquer uma das equações acima (equação 1 ou equação 2). Assim, temos:

Pela equação 1: $F - T = m \cdot a \rightarrow 40 - T = 2 \cdot 10 \rightarrow T = 40 - 20 = 20N$

Pela equação 2: $T = m \cdot a = 2 \cdot 10 = 20N$

Sem medo de errar

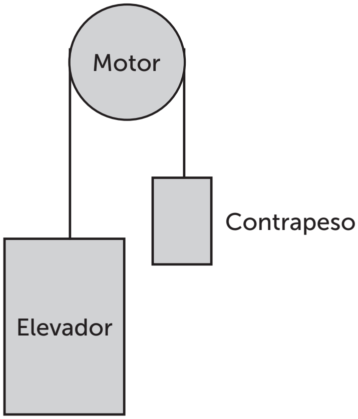
Agora que você já sabe como descobrir as forças que atuam em um corpo e, também, já aprendeu sobre a terceira lei de Newton, vamos estudar e aplicar os conceitos aprendidos na situação da empresa Eleva Tudo, na qual você e sua equipe realizarão estudos e simulações durante a instalação de um elevador em um prédio, como enunciado na seção anterior.

Seu desafio, agora, será analisar e calcular as forças que atuam no elevador quando ele está no processo de subida, a partir do repouso, até atingir a velocidade constante. Vocês sabem que o elevador é sustentado e acionado por um cabo que liga o elevador ao motor e ao contrapeso. Lembre-se de que a massa do elevador é de 800 *kg* e a do passageiro, que participa das simulações, é de 70 *kg*. Calculamos, na seção anterior, que a aceleração do elevador na subida, partindo do repouso até atingir a velocidade constante, é: a=2,0 m/s^2.

<u>Solução:</u>

Para iniciar as análises, você e sua equipe esquematizaram o sistema de funcionamento do elevador. A seguir, temos o esboço:

Figura 2.18 | Esquema do funcionamento do elevador

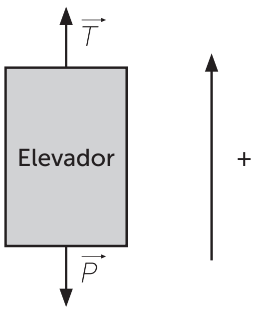


Fonte: elaborada pela autora.

Situação: elevador no processo de subida a partir do repouso.

O objeto de interesse é o elevador. Inicialmente, é importante que você descubra todas as forças que atuam nele. Você e sua equipe discutem e concluem: como estamos no planeta Terra, temos, então, a força peso, sempre vertical para baixo. O elevador está sustentado por um cabo que o liga até o contrapeso. Quando temos cabo, temos tensão. A tensão é na direção do cabo e constante por todo o cabo. Para manter o cabo esticado, temos a aplicação da terceira lei de Newton. O elevador puxa o cabo para baixo devido ao peso. O cabo, como reação, puxa o elevador para cima. Assim, a tração no cabo é vertical para cima. Vocês estão esquematizando todas as forças que atuam no elevador em um diagrama de corpo livre.

Figura 2.19 | Diagrama de corpo livre do elevador



Fonte: elaborada pela autora.

Vocês, agora, precisam calcular as forças que atuam no elevador. Como o elevador está em subida, vocês adotam o sentido para cima como positivo.

O módulo do peso é: $P = m \cdot g = (800 + 70) \cdot 9{,}8 = 8526N$

Para calcular a tração, vocês lembram da segunda lei de Newton: $F_R = m \cdot a$. O módulo da força resultante que atua no elevador é a somatória das forças peso e tração, sendo o peso uma força positiva, pois aponta no sentido positivo adotado (para baixo) e, a tração, uma força negativa, pois aponta no sentido negativo (para cima). Logo: $F_R = T - P$. Utilizando a segunda lei de Newton, vocês concluem que: $F_R = m \cdot a \rightarrow T - P = m \cdot a$

Lembrando que P=8526N, $m = 800\,kg + 70\,kg = 870\,kg$, a=2,0 m/s^2 e g=9,8 m/s^2, então:

$$T - P = m \cdot a \;\rightarrow\; T - 8526\ N = 870 \cdot 2{,}0 \;\rightarrow\; T = 1740 + 8526 = 10266\ N$$

A tração no cabo, no momento da descida, partindo do repouso até atingir a velocidade constante, possui módulo de 10266 N.

Que tal você tentar realizar a mesma análise no processo de descida do elevador? Adote o sentido para baixo como positivo e lembre-se de que, na descida, a aceleração do elevador, partindo do repouso até atingir a velocidade constante, é: a=4,0 m/s^2. Qual será a tração no cabo na descida?

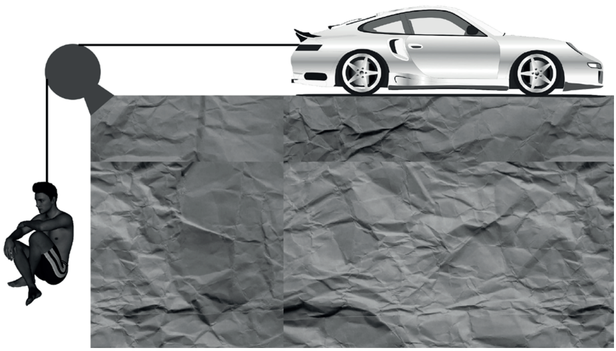
Avançando na prática

O resgate

Descrição da situação-problema

Em uma situação de resgate, você usa um carro e tenta puxar um colega, de massa igual a 80 *kg*, que caiu em um precipício. Para isso, você usa uma corda ideal. Ao ler as especificações da corda, você descobre que ela suporta, no máximo, 2,0 *kN*. Você, então, resolve usar as leis de Newton para analisar a situação de resgate e esboça um desenho como a figura apresentada a seguir. Desprezando o efeito do ar e o atrito, considerando a polia ideal e sabendo que você vai puxar seu colega, fazendo com que ele se mova com aceleração de módulo igual a 1,0 m/s^2, será possível realizar o resgate sem que a corda arrebente?

Figura 2.20 | Situação de resgate



Fonte: elaborada pela autora (Imagem do carro disponível em: <https://pixabay.com/pt/porsche-autom%C3%B3vel-carro-158149/> e imagem do homem disponível em: <https://pixabay.com/pt/homem-cal%C3%A7%C3%A3o-de-banho-praia-corpo-1317261/>. Acesso em: 12 maio 2016.)

Lembre-se

A terceira lei de Newton aplica-se tanto para corpos em repouso como para corpos em movimento.

Resolução da situação-problema

Desenhando um diagrama de corpo livre do seu colega, temos:

Figura 2.21 | Diagrama de corpo livre do corpo

Fonte: elaborada pela autora.

Como seu colega está se movendo para cima para ser resgatado, adotamos o sentido para cima como positivo.

Assim, temos que a força resultante no seu colega é: $F_R = T - P$, em que P = $m \cdot g$ = 80 · 9,8 = 784N

Pela segunda lei de Newton:

$F_R = m \cdot a \rightarrow T - P = m \cdot a \rightarrow T - 784 = 80 \cdot 1{,}0 \rightarrow T = 80 + 784 = 864N$

A tensão no cabo é de 864 N. Como a corda suporta até 2000 N, então, será possível realizar o resgate.

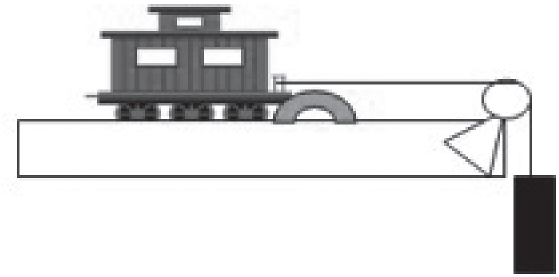
Faça você mesmo

Um carrinho, de 20 *kg* de massa, é unido a um bloco de 5 *kg*, por meio de um fio leve e inextensível, conforme a Figura 2.22. Inicialmente, o sistema está em repouso devido à presença do anteparo, que bloqueia o carrinho. Sendo g=9,8 m/s^2, determine:

a) Qual é o valor da força que o anteparo exerce sobre o carrinho?

b) Retirado o anteparo, com que aceleração o carrinho se movimenta?

Figura 2.22 | Faça você mesmo



Fonte: elaborada pela autora (Imagem do carrinho disponível em: <https://pixabay.com/pt/vag%C3%A3o-trem-transporte-476382/>. Acesso em: 12 maio 2016.)

Faça valer a pena

1. Após estudar a terceira lei de Newton um aluno conclui que de nada adianta ele empurrar um carro que está parado por falta de combustível, pois, devido à força de reação, o carro vai continuar em repouso. O aluno está:

a) Correto, pois as forças de ação e reação se anulam e, portanto, o carro ficará em repouso.

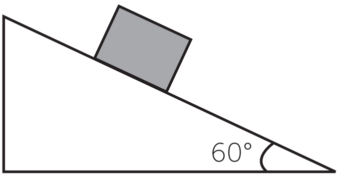
b) Correto, pois as forças de ação e reação são sempre aplicadas ao mesmo corpo.

c) Errado, pois, as forças de ação e reação são aplicadas a corpos distintos.

d) Errado, pois nessa situação, não existe força de reação. O aluno vai aplicar uma força no carro, fazendo-o mover-se.

e) Correto, pois as forças de ação e reação, apesar de serem aplicadas a corpos distintos, podem se anular por terem a mesma intensidade e sentidos opostos.

2. Considere um bloco de massa igual a 20 kg apoiado em uma superfície inclinada de 60° com a horizontal, como mostra a figura. A força normal e a aceleração do bloco são, respectivamente (considere valores aproximados e despreze o atrito):



Fonte: elaborada pela autora.

a) 170 N e 4,9 m/s^2.

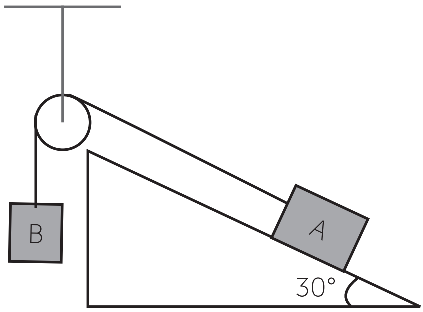
b) 98 N e 4,9 m/s^2.

c) 170 N e 8,5 m/s^2.

d) 98 N e 8,5 m/s^2.

e) 98 N e 1,7 m/s^2.

3. Observe o sistema a seguir, que está em equilíbrio. O bloco A possui massa de 200 kg. Considere o cabo, a polia e o plano que apoia o bloco A como ideais (sem atrito). A massa do bloco B é:



a) 10 kg.

b) 980 kg.

c) 980 N.

d) 10 N.

e) 173 kg.

Seção 2.3

Uso da primeira lei de Newton: partículas em equilíbrio

Diálogo aberto

Na Seção 2.1, você conheceu a primeira lei de Newton: o princípio da inércia. Vimos que, se o corpo está em equilíbrio, então a força resultante sobre ele deve ser nula. Agora que já aprendemos as três leis de Newton, nesta seção, iremos estudar mais a fundo as situações de equilíbrio, aplicando a primeira lei de Newton. Faremos diversos exercícios para que você possa entender perfeitamente o que ocorre com objetos em tal estado.

Você já parou para pensar ou já se perguntou como e por que os objetos conseguem ficar em equilíbrio? Será que não existe nenhuma força atuando sobre eles? Ou será que existem forças atuando, mas a força resultante é nula?

Veremos que as aplicações da primeira lei de Newton possuem formas muito simples, porém capazes de solucionar uma grande variedade de desafios reais. No decorrer dos estudos, algumas dicas para solução de problemas serão apresentadas para que você sinta-se mais confortável e acompanhe melhor o raciocínio.

Avaliaremos situações reais de equilíbrio, nas quais você e sua equipe da empresa Eleva Tudo realizarão novos testes no estudo do elevador. Lembre-se: esses testes são extramente importantes para garantir a instalação correta e o funcionamento com segurança do elevador. Agora, o desafio será analisar o que acontece com o elevador em duas situações de equilíbrio: em repouso e em movimento uniforme. Vocês irão, também, definir o número máximo de passageiros que o elevador pode suportar, sabendo que a tração máxima no cabo é de 20 kN.

Como fazemos para garantir o equilíbrio de corpos? Quais forças precisamos considerar? Como analisar uma situação em que vários corpos estão em contato? Esses e outros questionamentos serão devidamente tratados nesta seção.

Caro aluno, após estudar esta seção você vai perceber que pode aplicar a primeira lei de Newton para resolver diversas situações de equilíbrio. Você pode utilizar os conhecimentos adquiridos em várias situações cotidianas e profissionais.

Será um aprendizado e tanto. Pronto para começarmos?

Bons estudos!

Não pode faltar

Um corpo encontra-se em equilíbrio desde que esteja em repouso, se anteriormente estava em repouso, ou se o corpo se move com velocidade constante se anteriormente estava em movimento. Para manter um corpo em equilíbrio, precisamos satisfazer a primeira lei de Newton.

Na primeira lei de Newton do movimento, o que importa é conhecer a força resultante $\vec{F}_R$.

Força resultante é a somatória de todas as forças que atuam no objeto, sendo representada por: $\sum_{i=-1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_R$.

Caro aluno, é importante que você comece a se familiarizar com a simbologia anterior. O somatório é um operador matemático para representar a soma, em sequência, de um grande número de termos. A variável *i* é o índice que indica o início do somatório. Essa variável deve percorrer valores inteiros até alcançar a variável *n*, que determina o limite final do somatório. Se tivermos, por exemplo, três forças atuando em um objeto, podemos representar a força resultante da seguinte forma:

$$\sum_{i=-1}^{3} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_R$$

Quando a força resultante sobre um objeto é zero, dizemos que esse objeto está em equilíbrio, isto é, o objeto pode estar em repouso ou se movendo com velocidade constante.

$$\sum_{i=-1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_R = 0 \rightarrow \text{equilíbrio}$$

Lembre-se de que, no repouso, a velocidade é constante e igual a zero.

Assim, podemos concluir: força resultante nula $\Leftrightarrow$ velocidade constante (equilíbrio).

Assimile

Quando você usar a primeira lei de Newton $\sum_{i}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_R = 0$ para uma situação de equilíbrio, você deve aplicá-la em um corpo específico. É absolutamente necessário definir, logo de início, o corpo que estamos analisando.

Depois de identificar o corpo que será analisado, devemos identificar as forças que atuam sobre ele. Tenha em mente que:

- ✓ Se o corpo estiver em um campo gravitacional (planeta Terra), existe força peso ($\vec{P}$) atuando sobre ele.
- ✓ Se o corpo estiver apoiado em uma superfície, existe uma força normal ($\vec{N}$) atuando sobre ele.
- ✓ Se a superfície de contato não for perfeitamente lisa, existe uma força de atrito ($\vec{f}$) atuando sobre o corpo.
- ✓ Se o corpo estiver ligado por uma corda, fio ou cabo, existe uma tração ($\vec{T}$) atuando sobre ele.
- ✓ Se o corpo estiver ligado por uma corda elástica ou mola, existe uma força elástica ($\vec{F_{el}}$) atuando sobre ele.

Reflita

Utilizamos o varal para pendurar roupas para secar. Você já reparou que o varal nunca fica na horizontal quando penduramos roupas para secar? Por que isso acontece?

Uma sugestão é que você revise a seção anterior e reveja como representar e calcular cada uma das forças mencionadas. Você pode representar todas as forças que atuam no corpo a ser analisado por meio de um diagrama de corpo livre.

Assimile

Seja cuidadoso na hora de incluir todas as forças que atuam no objeto a ser analisado. Você só deve considerar as forças que são aplicadas nele. Tome cuidado para não considerar forças que o objeto aplica em outros corpos. Após esquematizar todas as forças que são aplicadas no objeto a ser analisado, você deve ser capaz de responder "que outro corpo aplica esta força?". Se não conseguir responder, reavalie a existência dessa força.

Sempre se lembre do princípio da independência dos movimentos, ou seja, você pode e deve analisar separadamente o equilíbrio no eixo x (horizontal) e o equilíbrio no eixo y (vertical). Assim, podemos escrever a primeira lei de Newton da seguinte forma:

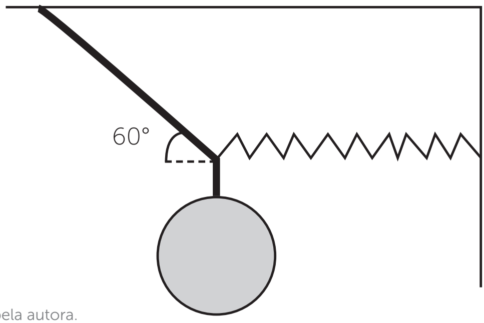
$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{xi} = 0 \rightarrow \text{equilíbrio (horizontal)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{yi} = 0 \rightarrow \text{equilíbrio (vertical)}$$

Exemplificando

Uma esfera está suspensa por uma corda e uma mola, como mostra a Figura 2.23. A mola está alongada em 20 cm. Sabendo que a esfera está em equilíbrio e que a constante elástica da mola é $k=100N/m$, calcule a tração e a massa da esfera.

Figura 2.23 | Esfera suspensa em equilíbrio



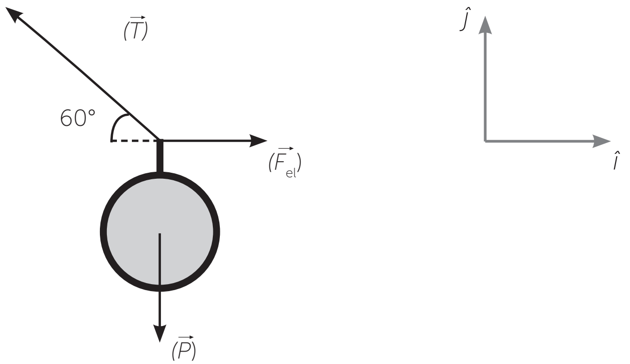
Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

Vamos olhar para a esfera e ver quais forças atuam sobre ela.

Considerando que a situação ocorre no planeta Terra, temos força peso ($\vec{P}$) atuando sobre a esfera, sempre vertical para baixo. Como a esfera está suspensa por uma corda, temos a tração ($\vec{T}$) na direção do cabo. A esfera está suspensa, também, por uma mola, portanto, temos a força elástica na mesma direção da mola e com sentido oposto ao da deformação. Desenhando um diagrama de corpo livre da esfera, temos:

Figura 2.24 | Diagrama de corpo livre da esfera



Fonte: elaborada pela autora.

Observe que, no diagrama de corpo livre, adotamos os sentidos positivos para os eixos *xy*.

$$\vec{F}_{el} = (k \cdot L)\hat{i}$$

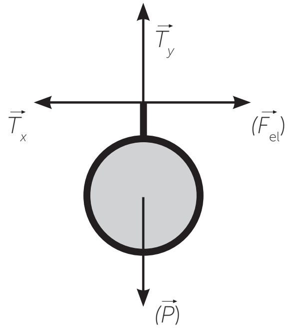
$$\vec{P} = (-m \cdot g)\hat{j}$$

Veja que precisamos decompor a tração, pois ela está inclinada no plano. Temos, então:

$$\vec{T}_x = -T \cdot \cos(60°)\hat{i}$$

$$\vec{T}_y = -T \cdot \cos(60°)\hat{j}$$

Figura 2.25 | Componentes da tração



Fonte: elaborada pela autora.

Como a esfera está em equilíbrio, a somatória das forças que atuam sobre ela deve ser nula, ou seja, a força resultante deve ser zero.

Podemos analisar separadamente as forças que atuam no eixo *x* (forças horizontais) das forças que atuam no eixo *y* (forças verticais). Lembre-se do princípio de independência dos movimentos. Para o equilíbrio, a somatória de forças no eixo *x* deve ser zero e, também, a somatória de forças no eixo *y* deve ser zero.

Assim, no eixo *x*, temos :

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_{el} + \vec{T}_x = 0$$

$$(k \cdot L)\hat{\imath} - \vec{T}_x = 0$$

$$(100 \cdot 0{,}2\hat{\imath}) - (\vec{T}_x) = 0 \rightarrow \vec{T}_x = 20\hat{\imath}$$

Sabemos que: $\vec{T}_x = T \cdot \cos 60° \rightarrow T = \dfrac{20}{\cos 60°} = 40N$

No eixo *y*, temos:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{T}_y + \vec{P} = 0$$

$$(\vec{T}_y) = (m \cdot g\hat{\jmath}) = 0 \rightarrow \vec{T}_y = m \cdot 9{,}8\hat{\jmath}$$

Sabemos que: $\vec{T}_y = T \cdot \text{sen } 60°\hat{\jmath} \rightarrow m \cdot 9{,}8 = 40 \cdot sen60°$

Assim: $m = \dfrac{40 \cdot sen60°}{9{,}8} \approx \dfrac{34{,}64}{9{,}8} \approx 3{,}5\ kg$

Quando o problema envolve mais de um corpo, você deve separar os corpos e desenhar um diagrama de corpo livre para cada um.

Ao estudarmos as aplicações das leis de Newton, iremos nos deparar com muitas situações envolvendo polias (também chamadas de roldanas). As polias são dispositivos circulares utilizados para mudar a direção e o sentido da força que traciona o cabo. Existem polias fixas e móveis. A associação de várias polias pode reduzir drasticamente a força necessária para elevar um objeto pesado.

Quando dizemos que temos polia ideal em um sistema, queremos dizer que a força é transmitida integralmente por ela, de modo que ela altera a direção e o sentido, mas não a intensidade da força. Com isso, afirmamos também, que a massa da polia é desprezível e não há atritos ou resistências nela.

Exemplificando

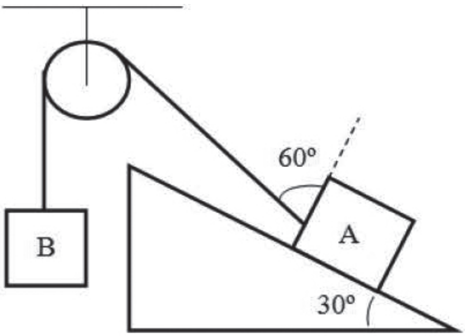
Observe o sistema a seguir, que está em equilíbrio. O bloco A possui massa de 200 *kg*. Considere o cabo, a polia e o plano que apoia o bloco A como ideais (sem atrito). Calcule:

a. A tração no cabo.

b. A força normal no bloco A.

c. A massa do bloco B.

Figura 2.26 | Sistema de blocos em equilíbrio



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

As forças que atuam no bloco A são: a Terra aplica uma força peso ($\vec{P}_A$), o cabo aplica uma tração ($\vec{T}$) e a superfície de apoio aplica uma normal ($\vec{N}$).

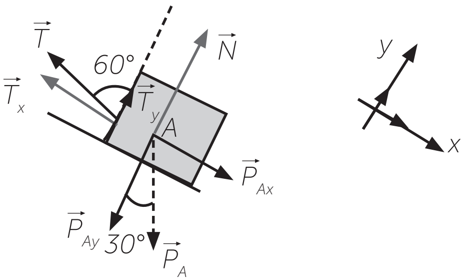
As forças que atuam no bloco B são: a Terra aplica uma força peso ($\vec{P}_B$), o cabo aplica uma tração ($\vec{T}$).

Observe que, como o cabo é ideal, **o módulo da tração (*T*) é constante por todo o cabo, assim, a mesma intensidade da tração atua nos blocos A e B**.

Observe, também, que o bloco B não está apoiado em nenhuma superfície, por isso não há normal atuando nele.

Construindo o diagrama de corpo livre para cada bloco, temos:

Figura 2.27 | Diagrama de corpo livre do bloco A



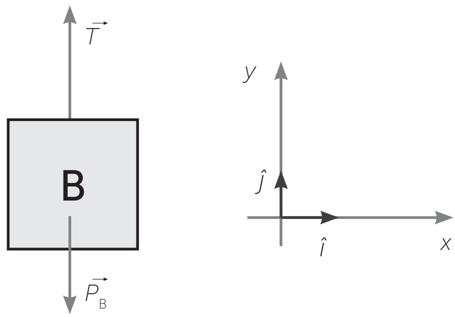
Fonte: elaborada pela autora.

Observe, no diagrama do bloco A, que fizemos a decomposição da força tração e, também, da força peso. Veja que a tração foi projetada, pois a corda está inclinada com um ângulo de 60° em relação ao versor $\hat{j}$.

Assim, pelo diagrama anterior, temos:

$$\vec{T}_x = T \cdot \text{sen}60°\hat{\imath}$$
$$\vec{T}_y = T \cdot \cos 60°\hat{\jmath}$$
$$\vec{P}_{Ax} = P \cdot \text{sen}30°\hat{\imath}$$
$$\vec{P}_{Ay} = P \cdot \cos 30°\hat{\jmath}$$

Figura 2.28 | Diagrama de corpo livre do bloco B



Fonte: elaborada pela autora.

Perceba que, para cada diagrama de corpo, adotamos as orientações dos eixos *xy*, por meio dos versores $\hat{i}$ e $\hat{j}$, conforme nossa necessidade. Uma dica para objetos que estão em planos inclinados é adotar a orientação dos eixos, de forma que o eixo *x* seja paralelo à superfície do plano inclinado. Observe, na Figura 2.27, que as forças tração e peso foram projetadas conforme as orientações adotadas para os eixos os versores $\hat{i}$ e $\hat{j}$.

Como o sistema está em equilíbrio, consequentemente, os blocos A e B também estão.

a) Assim, no bloco A, temos:

$$\Sigma \vec{F_x} = \vec{P_x} + \vec{T_x} = 0$$

$$(m_A \cdot sen30 \cdot g\hat{\imath}) - (T \cdot sen60°\,\hat{\imath}) = 0$$

$$(200 \cdot sen30° \cdot 9{,}8\hat{\imath}) - (T \cdot sen60° \quad) = 0 \rightarrow T = \frac{200 \cdot sen30° \cdot 9{,}8}{sen60°}$$

$$T = \frac{980}{sen60°} \approx 1132\,N$$

Lembre-se de que o módulo da tração é constante por todo o cabo, visto que estamos desprezando o atrito, ao considerarmos a polia ideal.

b) Ainda no bloco A, agora no eixo *y*, temos:

$$\Sigma \vec{F_y} = \vec{N} + \vec{T_y} + \vec{P} = 0$$

$$(\vec{N}) + (T \cdot \cos 60°\,\hat{\jmath}) - (m_A \cdot \cos 30° \cdot g\hat{\jmath}) = 0$$

$$(\vec{N}) + (1132 \cdot \cos 60°\,\hat{\jmath}) - (200 \cdot \cos 30° \cdot 9{,}8\hat{\jmath}) = 0 \rightarrow \vec{N} + 566\hat{\jmath} - 1697\hat{\jmath} = 0$$

$$\vec{N} \approx 1697\hat{\jmath} - 566\hat{\jmath} \rightarrow \vec{N} \approx 1131\hat{\jmath}$$

Logo, a normal possui módulo de aproximadamente 1131 *N*.

c) No bloco B, temos forças atuando apenas na vertical. Logo:

$$\Sigma \vec{F_y} = \vec{T} + \vec{P_B} = 0$$

$$(1132\hat{j}) - (m_B \cdot 9{,}8\hat{j}) = \left(1132 - m_B \cdot 9{,}8\right)\hat{j} = 0$$

$$m_B = \frac{1132}{9{,}8} \approx 116\,kg$$

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos. Leia o capítulo 5 do livro:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. v. 1. Faça o login na sua biblioteca virtual. Copie e cole o link a seguir no seu navegador, disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/116!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 17 maio 2016.

Sem medo de errar

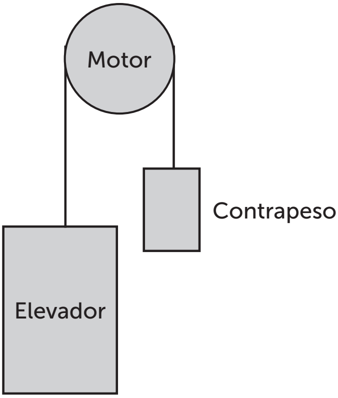
Vamos reforçar os conceitos aprendidos nesta seção, aplicando-os nas simulações que você e sua equipe estão realizando pela empresa Eleva Tudo durante a instalação de um elevador. Lembre-se: esses testes são extramente importantes para garantir a instalação correta e o funcionamento com segurança do elevador.

Agora, vocês devem avaliar as condições de equilíbrio do elevador. Ou seja, estudar o elevador em repouso (velocidade nula) e, também, o elevador se movendo com velocidade constante. O objetivo é calcular a tração no cabo quando o elevador está em equilíbrio e comparar com os valores obtidos anteriormente. Através dessa comparação, vocês definirão o número máximo de passageiros que o elevador pode suportar, sabendo que a tração máxima no cabo é de 20 *kN*. Lembre-se de que a massa do elevador é de 800 *kg* e a do passageiro, que participa das simulações, é de 70 *kg* (considere essa a massa média dos passageiros).

Solução:

Esboçando novamente o sistema do elevador, temos:

Figura 2.29 | Esquema do funcionamento do elevador



Fonte: elaborada pela autora.

Situação: elevador em equilíbrio (repouso ou se movendo com velocidade constante).

O objeto de interesse é o elevador. Já vimos as forças que atuam no elevador: a força peso e a tração.

Figura 2.30 | Diagrama de corpo livre do elevador em equilíbrio

Fonte: elaborada pela autora.

Como o elevador está em equilíbrio a força resultante sobre ele deve ser nula. Logo:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{T} + \vec{P} = 0$$

$$(\vec{T}) - (870 \cdot 9{,}8\hat{j}) = 0 \rightarrow \vec{T} = 870 \cdot 9{,}8\hat{j} = 8526\hat{j}$$

Portanto, o módulo da tração para o elevador em equilíbrio é de 8526 *N*.

Comparando as trações em todas as situações analisadas até o momento, temos o quadro a seguir:

Situação analisada	Módulo da tração no cabo
Elevador no processo de subida	10266 N
Elevador no processo de descida	5046 N
Elevador em equilíbrio (repouso ou movendo-se com velocidade constante)	8526 N

Fonte: elaborada pela autora.

De posse dos valores anteriores, você e sua equipe concluem que a maior tração no cabo ocorre no processo de subida do elevador, ou seja, quando ele parte do repouso e acelera para subir, até atingir a velocidade constante. Sabendo que a tração máxima no cabo é de 20 *kN*, para analisar o peso máximo suportado, temos, durante a subida:

$$T_{\max} - P_{\max} = m_{\lim ite} \cdot a$$

$$20000 - (m_{\lim ite} \cdot 9{,}8) = m_{\lim ite} \cdot 2{,}0 \rightarrow m_{\lim ite} = \frac{20000}{11{,}8} \approx 1695\ kg$$

Dessa massa total, não se esqueça de que 800 *kg* é da cabine do elevador. Assim, o número máximo de passageiros, considerando a média de massa de 70 *kg* por passageiro, é:

$$Passageiros = \frac{1695 - 800}{70} \approx 12{,}8 \Rightarrow 12 passageiros$$

Atenção

É muito importante que você saiba representar corretamente todas as forças que atuam no corpo a ser analisado. Esquecer forças ou colocar forças que não existem vai comprometer os resultados. Assim, defina corretamente o corpo que será analisado, faça um diagrama de corpo livre e adote os sentidos positivos para os eixos *xy*. Para cada força que você considerar, responda "que outro corpo aplica esta força?". Não se esqueça do princípio da independência dos movimentos.

Avançando na prática

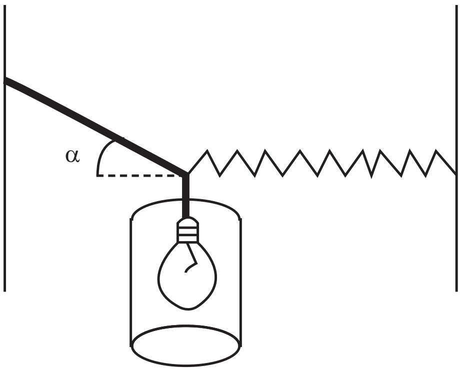
Instalando uma luminária

Descrição da situação-problema

Após aprender as leis de Newton, em especial a primeira lei de Newton, que define a condição para que os corpos estejam em equilíbrio, você resolve instalar uma luminária em sua residência, sem usar o teto e utilizando um cabo e uma corda elástica. A luminária deverá ficar em repouso. Você já tem a luminária e a corda elástica, falta comprar o cabo.

A instalação deverá ser conforme a figura a seguir.

Figura 2.31 | Instalação da luminária



Fonte: elaborada pela autora.

Você já possui algumas informações: a luminária tem massa de 8,0 *kg*; a corda elástica possui constante elástica $k=300\ N/m$ e será alongada de 0,5 *m* na instalação.

Ao chegar à loja de materiais, o vendedor pergunta se você quer um cabo que suporte até 100 *N* ou até 200 *N*. Assim sendo, para responder ao vendedor, você rapidamente analisa o sistema de instalação da luminária com o objetivo de calcular a tração no cabo e o ângulo α. Qual cabo você deverá pedir ao vendedor?

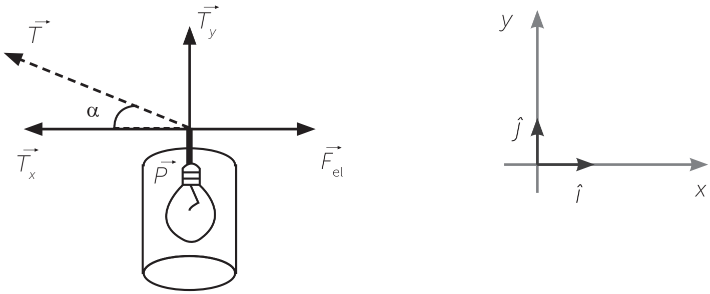
Lembre-se

Lembre-se de projetar as forças, quando necessário, e de analisar separadamente as forças que atuam na horizontal e na vertical. Um objeto só pode estar em equilíbrio se a força resultante sobre ele for nula.

Resolução da situação-problema

Vamos desenhar um diagrama de corpo livre com todas as forças que atuam sobre a luminária:

Figura 2.32 | Diagrama de corpo livre da luminária



Fonte: elaborada pela autora.

Para o equilíbrio da luminária, temos:

Analisando o eixo *x*:

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{F}_{el} + \vec{T}_x = 0$$

$$(k \cdot L \cdot \hat{i}) - (\vec{T}_x) = 0$$

$$(300 \cdot 0{,}5 \cdot \hat{i}) - (\vec{T}_x) = 0 \rightarrow \vec{T}_x = 300 \cdot 0{,}5 \cdot \hat{i} = 150\,\hat{i}$$

Analisando, agora, o eixo *y*:

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{T}_y + \vec{P} = 0$$

$$(\vec{T}_y) - (m \cdot g\,\hat{j}) = 0$$

$$(\vec{T}_y) - (8{,}0 \cdot 9{,}8\,\hat{j}) = 0 \rightarrow \vec{T}_y = 8{,}0 \cdot 9{,}8\,\hat{j} = 78{,}4\,\hat{j}$$

Assim, podemos concluir que o módulo da tração no cabo é:

$$T^2 = T_x^2 + T_y^2 \rightarrow T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$$

$$T = \sqrt{(150^2) + (78{,}4^2)} \approx 169{,}3\ N$$

Sabendo que $T_x = T \cdot \cos\alpha$, temos que:

$$150 = 169{,}3 \cdot \cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = \frac{150}{169{,}3} \approx 0{,}89$$

Logo: $\alpha = \arccos(0{,}88) \approx 27{,}6°$

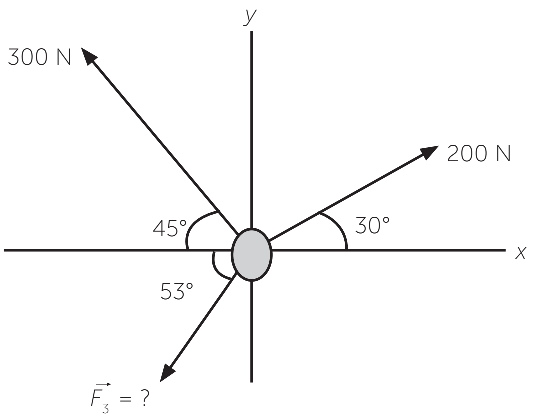
Portanto, você solicita ao vendedor um cabo que suporte até 200 *N*.

Faça você mesmo

Três forças atuam sobre uma esfera de massa desprezível, como na Figura 2.33.

Qual deve ser o módulo da força $\vec{F}_3$ para que a esfera esteja em equilíbrio?

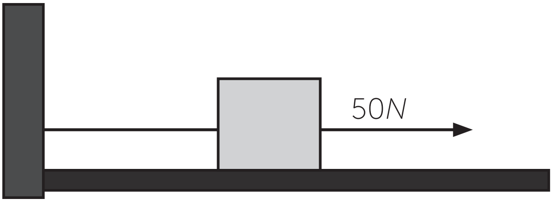
Figura 2.33 | Esfera em equilíbrio



Fonte: elaborada pela autora.

Faça valer a pena

1. Um bloco, de massa igual a 8,0 kg, está preso à parede através de uma corda e apoiado em uma superfície plana, horizontal e sem atrito. Uma força de 50 N está sendo aplicada no bloco, como mostra a figura, porém o bloco permanece em repouso. Podemos afirmar que a tração no cabo:



Fonte: elaborada pela autora.

a) Possui módulo de 30 N, direção horizontal e sentido para a esquerda.

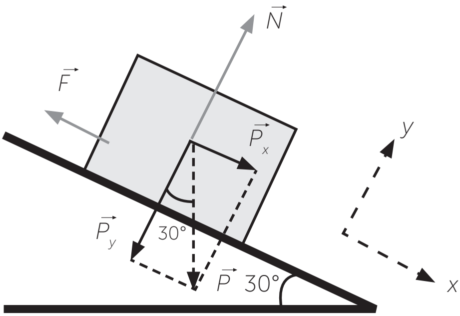
b) Possui módulo de 40 N, direção horizontal e sentido para a direita.

c) Possui módulo de 50 N, direção horizontal e sentido para a esquerda.

d) Possui módulo de 50 N, direção oblíqua e sentido de 30° com o eixo x.

e) Possui módulo de 50 N, direção oblíqua e sentido de 90° com o eixo x.

2. Considere a situação mostrada na figura a seguir:



Fonte: elaborada pela autora.

Nessas condições, podemos afirmar que:

I – Se o bloco está em repouso, então $\vec{N} = \vec{P}_y$ e $\vec{F} = \vec{P}_x$.

II – Se o bloco se move com velocidade constante, então, $\vec{N} = \vec{P}_y$, mas $\vec{F} \neq \vec{P}_x$.

III – Se o bloco está em repouso, então, $\vec{N} = \vec{P}$.

IV – O bloco nessas condições não pode estar em equilíbrio.

Estão corretas somente as afirmações:

a) I, II e III.

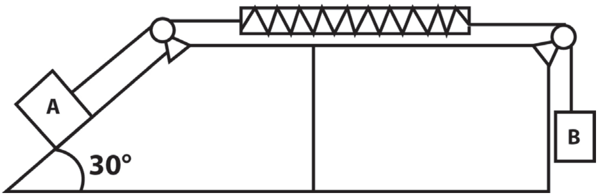
b) I e II.

c) II e III.

d) IV.

e) I.

3. No sistema representado a seguir, os blocos estão ligados em um dinamômetro. O dinamômetro é um instrumento que mede a força total aplicada sobre ele, somando os módulos de cada uma das forças aplicadas em suas extremidades. Os cabos, as polias e o dinamômetro são ideais. O sistema está em equilíbrio. Despreze o atrito. O bloco A possui massa de 50*kg*. A indicação no dinamômetro e a massa do bloco B são, respectivamente:



Fonte: elaborada pela autora.

a) 0 e 50 *kg*.

b) 0 e 25*kg*.

c) 245 *N* e 50 *kg*.

d) 245 *N* e 25 *kg*.

e) 490 *N* e 25 *kg*.

Seção 2.4

Uso da segunda lei de Newton: dinâmica da partícula

Diálogo aberto

Olá, estudante!

Já avançamos muito nosso estudo da mecânica e, agora, estamos preparados para discutir mais detalhadamente problemas de dinâmica. Neles, devemos aplicar a segunda lei de Newton: o princípio fundamental da dinâmica, apresentada na Seção 2.1.

Sabemos que os corpos que se aceleram não estão em equilíbrio, pois a força resultante sobre o corpo não é igual a zero e, também, que a força resultante é igual ao produto da massa pela aceleração. Assim sendo, você pode entender que quando estudamos situações de equilíbrio, aplicamos a primeira lei de Newton e, quando estudamos situações sem equilíbrio, aplicamos, então, a segunda lei de Newton.

Nesta seção, estudaremos situações em que os objetos não estão em equilíbrio e veremos diversas aplicações, exemplos práticos de como utilizar e quais informações podemos obter por meio do princípio fundamental da dinâmica. Mostraremos, também, algumas dicas para solução de problemas, para que você consiga utilizar o conhecimento adquirido em diversas outras situações do seu cotidiano ou da sua vida profissional.

Finalizaremos o estudo desta unidade fazendo uma última análise interessante no elevador da empresa Eleva Tudo. Você e sua equipe vão aplicar a segunda lei de Newton para calcular a força realizada pelo motor sobre o cabo de aço em duas situações distintas: quando o elevador começa a subir e quando o elevador está em processo de descida. O contrapeso possui massa fixa equivalente a 40% da massa do elevador na capacidade máxima.

Lembre-se de que, ao analisar o movimento, é absolutamente necessário definir, logo de início, sobre qual corpo ou objeto estamos falando. Em seguida, devemos identificar todas as forças que atuam nesse corpo. Você vai descobrir, também, como resolver também, como resolver problemas quando temos vários objetos em movimento interagindo entre si.

Uma boa dica é que você sempre revise os conceitos aprendidos nas seções anteriores. Vale muito à pena ter em mente tudo o que aprendemos até aqui. Você vai perceber que já somos capazes de descobrir diversas informações ao resolver os problemas. Quer ver? Acompanhe atentamente, a seguir, o que temos preparado para você. Divirta-se!

Não pode faltar

Na seção anterior, você aprendeu como resolver situações em que os objetos estavam em equilíbrio. Nesta seção, iremos aprender como resolver situações em que o corpo **não** está em equilíbrio. Ou seja, discutiremos agora problemas de dinâmica.

Os corpos que não estão em equilíbrio se aceleram, pois, sobre eles, atua uma força resultante diferente de zero, conforme enunciado pela segunda lei de Newton.

Assimile

Se o corpo não está em equilíbrio, então esse corpo possui aceleração e sobre ele atua uma força resultante, cujo módulo é dado pelo produto da massa pela aceleração do corpo.

A segunda lei de Newton define o princípio fundamental da dinâmica: a força resultante que age sobre um corpo é igual ao produto da massa do corpo pela aceleração. Assim, devemos lembrar que:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

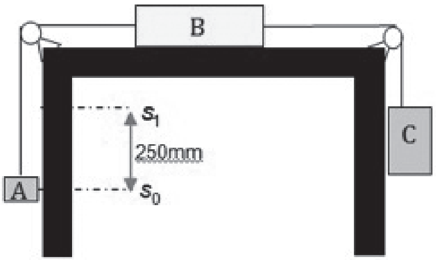
Para resolver as situações da dinâmica de corpos, primeiro é preciso identificar o corpo que vamos estudar, em seguida, devemos descobrir todas as forças que atuam sobre ele. Desenhar um diagrama de corpo livre com os sentidos positivos dos eixos do plano cartesiano pode ajudar muito.

Uma dica importante é lembrar que a força resultante e a aceleração sempre possuem mesma direção e sentido.

Exemplificando

O sistema, a seguir, é constituído de cabos e polias ideais, num local onde a aceleração da gravidade possui módulo $g = 9{,}8\ m/s^2$. O bloco A possui massa de 4,0 *kg*, o bloco B, de 11,0 *kg* e o bloco C, de 5,0 *kg*. Desprezando atrito e resistência do ar, calcule a velocidade do bloco A ao passar pela posição s_1, sabendo que ele foi abandonado do repouso da posição s_0.

Figura 2.34 | Sistema de três blocos em movimento



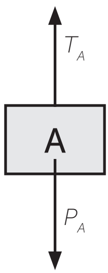
Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

Veja que o bloco A se movimenta para cima, pois o bloco C é mais pesado. Assim, como consequência, o bloco B se move para a direita e o bloco C, para baixo. Como não há atrito nem resistências, a aceleração de todo o sistema é a mesma (todos os blocos se movem com a mesma aceleração).

Devemos analisar cada bloco separadamente, com o intuito de descobrir a força resultante em cada um.

Figura 2.35 | Diagrama de corpo livre do bloco A



Fonte: elaborada pela autora.

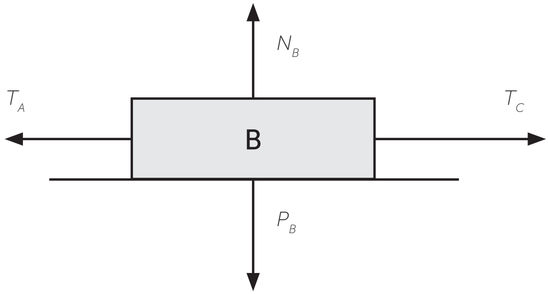
Como a aceleração do bloco A é para cima, sabemos que a força resultante também é para cima, portanto, adotaremos o sentido para cima como positivo, assim:

$$\Sigma F_A = F_{RA} = T_A - P_A$$

$$T_A - P_A = m_A \cdot a \quad \rightarrow \quad T_A = m_A \cdot a + P_A$$

$$T_A = 4{,}0 \cdot a + (4{,}0 \cdot 9{,}8) = 4{,}0 \cdot a + 39{,}2$$

Figura 2.36 | Diagrama de corpo livre do bloco B



Fonte: elaborada pela autora.

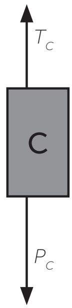
No bloco B, as forças peso e normal se equilibram e, portanto, ele não se movimenta na vertical, apenas na horizontal. Assim, a força resultante no bloco B é dada pelas forças que atuam na horizontal (as trações nos cabos). Como a aceleração do bloco B é para a direita, sabemos que a força resultante também é para a direita, assim, adotaremos o sentido para a direita como positivo, desse modo:

$$\Sigma F_B = F_{RB} = T_C - T_A$$

$$T_C - T_A = m_B \cdot a \quad \rightarrow \quad T_C = T_A + m_B \cdot a$$

$$T_C = (4{,}0 \cdot a + 39{,}2) + (11{,}0 \cdot a) = 39{,}2 + 15{,}0 \cdot a \quad \text{(equação 1)}$$

Figura 2.37 | Diagrama de corpo livre do bloco C



Fonte: elaborada pela autora.

Como a aceleração do bloco C, é para baixo, sabemos que a força resultante também é para baixo e adotaremos o sentido para baixo como positivo, logo:

$$\Sigma F_C = F_{RC} = P_C - T_C$$

$$P_C - T_C = m_C \cdot a \quad \rightarrow \quad T_C = P_C - m_C \cdot a$$

$$T_C = (5{,}0 \cdot 9{,}8) - (5{,}0 \cdot a) = 49{,}0 - 5{,}0 \cdot a \text{ (equação 2)}$$

Então, temos:

$$T_C = 39{,}2 + 15{,}0 \cdot a \quad \text{(equação 1)}$$

$$T_C = 49{,}0 - 5{,}0 \cdot a \quad \text{(equação 2)}$$

Subtraindo as equações acima, temos:

$$0 = -9{,}8 + 20{,}0 \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{9{,}8}{20{,}0} = 0{,}49 \approx 0{,}5\, m/s^2$$

Usando Torricelli, podemos obter a velocidade do bloco A na posição desejada.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

Lembrando que a velocidade inicial é nula e o deslocamento é de 250 mm, ou seja, 0,25 m, temos:

$$v^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}25} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5\, m/s$$

Sempre se lembre do princípio da independência dos movimentos, ou seja, você pode e deve analisar separadamente os movimentos compostos, separando-os em movimento que ocorre no eixo x e movimento que ocorre no eixo y. Assim, podemos até mesmo, escrever a segunda lei de Newton da seguinte forma:

$$\Sigma \vec{F}_x = \overrightarrow{F_{Rx}} = m \cdot \overrightarrow{a_x}$$

$$\Sigma \vec{F}_y = \overrightarrow{F_{Ry}} = m \cdot \overrightarrow{a_y}$$

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos. Leia o capítulo 5 do livro:

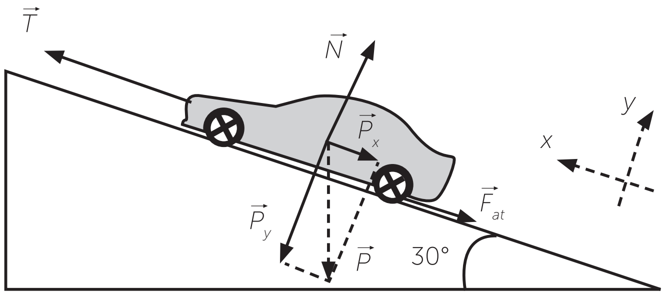
RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. v. 1. Faça o log in na sua biblioteca virtual. Copie e cole o link a seguir no seu navegador, disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/116!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 17 maio 2016.

Exemplificando

Um carro quebrado deve ser içado por uma corda para subir uma ladeira. A ladeira forma um ângulo de 30° com a horizontal. A massa do carro é de 800 *kg* e o coeficiente de atrito entre o asfalto e os pneus é 0,0577. Qual deve ser o módulo da tração no cabo para que o carro suba com uma aceleração de 0,5m/s^2?

Solução:

Figura 2.38 | Diagrama de corpo livre do carro



Fonte: elaborada pela autora (Imagem do carro disponível em: <https://pixabay.com/pt/carro-transporte-autom%C3%B3vel-533592/>. Acesso em: 30 maio 2016.)

As forças que atuam sobre o carro são: peso, normal, tração e atrito.

De acordo com a orientação dos eixos *x* e *y*, precisamos decompor apenas a força peso.

Assim, temos:

$$P_x = m \cdot g \cdot sen30° = 800 \cdot 9{,}8 \cdot sen30° = 3920\,N$$
$$P_y = m \cdot g \cdot \cos 30° = 800 \cdot 9{,}8 \cdot \cos 30° \approx 6790\,N$$

Utilizando o princípio da independência dos movimentos, temos:

$$\Sigma F_y = F_{Ry} = N - P_y$$

Pela segunda lei de Newton: $N - P_y = m \cdot a_y$, mas, como não temos aceleração na vertical, $a_y = 0$.

Então: $N = P_y \approx 6790N$

Sabendo a normal, podemos calcular a força de atrito:

$$F_{at} = \alpha \cdot N = 0{,}0577 \cdot 6790 \quad \Rightarrow \quad F_{at} = 392N$$

Pelo eixo *x*, temos:

$$\Sigma F_x = F_{Rx} = T - P_x - F_{at}$$

Pela segunda lei de Newton: $T - P_x - F_{at} = m \cdot a_x$

Observe que a aceleração do carro é justamente pelo eixo *x*, pois não há movimento pelo eixo *y*. Assim:

$$T - 3920 - 392 = 800 \cdot 0{,}5 \quad \rightarrow \quad T = 400 + 3920 + 392 = 4712N$$

O módulo da tração no cabo é de 4712 *N*.

É interessante notar que nem sempre conseguimos mover um objeto por uma superfície, mesmo aplicando uma força sobre ele. Isso ocorre devido ao atrito. O atrito é uma força que aparece somente quando há deslizamento ou tendência de deslizamento entre as superfícies de contato. A força de atrito é sempre paralela às superfícies de contato e contrária ao sentido do movimento. O módulo da força de atrito é: $\vec{F}_{at} = \mu \cdot N$, em que μ é o coeficiente de atrito, podendo ser coeficiente de atrito estático (μ_e) para corpos em repouso (com tendência de deslizamento), ou coeficiente de atrito dinâmico (μ_d) para corpos em movimento (já em deslizamento), e *N* é o módulo da força normal.

O coeficiente de atrito estático é maior que o dinâmico: $\mu_e > \mu_d$.

Reflita

Pensando nos coeficientes de atrito estático e dinâmico, você acha que é mais fácil iniciar o movimento, tirando o objeto do repouso, ou manter o movimento do objeto que se move? Em qual dessas situações você acha que precisa aplicar mais força?

Sem medo de errar

Você e sua equipe da empresa Eleva Tudo precisam finalizar os estudos e os testes do elevador instalado.

Para isso, vocês precisam aplicar a segunda lei de Newton para calcular a força realizada pelo motor sobre o cabo de aço em duas situações distintas: quando o elevador começa a subir e quando o elevador está em processo de descida. O contrapeso possui massa fixa equivalente a 40% da massa do elevador na capacidade máxima.

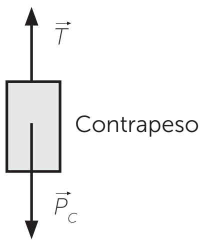
Na seção anterior, calculamos a carga máxima do elevador que é de 1695 kg.

Vocês também já sabem a aceleração do elevador nos processos de subida e descida até atingir a velocidade constante, que são, respectivamente, 2 m/s^2 e 4 m/s^2.

<u>Solução</u>:

Situação de subida do elevador: na subida do elevador, o contrapeso deve descer. Assim, vamos analisar o contrapeso.

Figura 2.39 | Diagrama de corpo livre do contrapeso na subida do elevador



Fonte: elaborada pela autora.

A massa do contrapeso é: $m_c = 0,4 \cdot 1695 = 678\,kg$

Assim, lembrando que a aceleração de todo o sistema na subida é $a=2m/s^2$, temos que a força resultante no contrapeso, conforme a segunda lei de Newton é:

$$F_{Rc} = m_c \cdot a = 678 \cdot 2,0 = 1356\,N$$

Mas, observe que, durante a subida do elevador, o contrapeso deve descer. Assim, temos:

$$F_{Rc} = P_c - T = 1236\,N \rightarrow T = (678 \cdot 9,8) - 1356 = 5288,4\,N$$

Portanto, o contrapeso é responsável por fazer uma força no cabo equivalente a 5288,4 *N* para a subida do elevador. Porém, já sabemos que, durante a subida com apenas um passageiro no elevador, a tração no cabo deve ser de *T*=10266 *N*. Podemos, então, concluir que o módulo da força exercida pelo motor no cabo, nesta situação, é justamente o que falta para termos os 10266 *N*, ou seja:

$$F_{MOTOR} = 10266 - 5408,4 \approx 4857,6\,N$$

Vale ressaltar que, nos estudos realizados, você e sua equipe consideraram apenas um passageiro de massa de 70 *kg* no elevador. As análises mudam, dependendo do número de passageiros.

Que tal você tentar realizar a mesma análise no processo de descida do elevador? Tenha em mente que, para o elevador descer, o contrapeso deve subir, e a aceleração de todo o sistema é $a=4\,m/s^2$. Qual será a força exercida no cabo, pelo motor, para a descida do elevador?

Atenção

É muito importante definir, com clareza, o corpo que está sendo analisado. Quando há mais de um corpo, você pode analisar cada um separadamente. Desenhar um diagrama de corpo livre com todas as forças que atuam no corpo analisado pode ajudar bastante.

Avançando na prática

Peso aparente: o que mede a balança?

Descrição da situação-problema

Você foi desafiado a responder se as balanças medem o peso ou a massa das pessoas. Como um bom estudante, você, antes de responder, decidiu realizar um experimento com a balança. Sabe-se que os pesos dos corpos dependem da aceleração. Já a massa não depende da aceleração. Assim, você decidiu colocar uma balança dentro de um elevador e pediu para que uma pessoa de 60 *kg* ficasse sobre a balança enquanto o elevador subia com aceleração de $a = 2\ m/s^2$. Será que, após essa experiência, você saberá responder à pergunta? Qual foi a leitura que você observou na balança?

Lembre-se

A força resultante e a aceleração possuem, sempre, a mesma direção e o mesmo sentido (segunda lei de Newton).

Resolução da situação-problema

A balança faz a leitura da força de cima para baixo exercida pela pessoa sobre a balança (força peso). Pela terceira lei de Newton, sabemos que a balança reage e exerce uma força normal sobre a pessoa, de mesmo módulo da força peso. Logo, podemos resolver a questão, calculando o módulo da força normal, analisando as forças que atuam sobre a pessoa (peso e normal).

Figura 2.40 | Diagrama de corpo livre

Fonte: adaptado de: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Balance_board_2.svg>. Acesso em: 31 maio 2016.

Sabendo que o elevador está subindo com aceleração de $a=2m/s^2$ e que a aceleração da pessoa é a mesma do elevador, adotando o sentido para cima como positivo, temos:

$$\Sigma F = F_R = N - P$$

Pela segunda lei de Newton: $N - P = m \cdot a$

Já sabemos que: $a=2m/s^2$

Então: $N - (m \cdot g) = m \cdot a \rightarrow N = m(g + a)$

$$N = 60(2{,}0 + 9{,}8) = 708\ N$$

Portanto, a leitura da balança é de 120 N a mais que do que o peso real. Essa leitura denomina-se peso aparente.

Observe que, quando a balança está em uma superfície plana e em equilíbrio, a força normal é igual ao peso da pessoa.

Assim, podemos concluir que a balança não mede nem o peso e nem a massa. Ela realiza a leitura referente à força normal aplicada ao objeto que está sobre ela.

Faça você mesmo

Uma pessoa de massa de 80 *kg* está dentro de um elevador e sobre uma balança. Calcule:

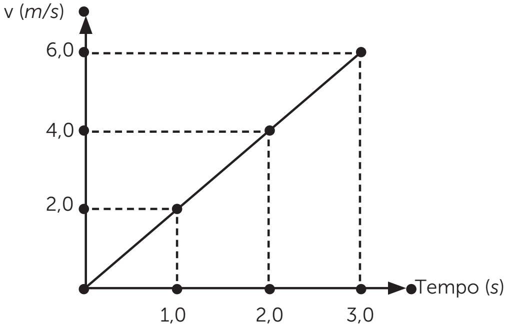
a) A leitura da balança, em *kg*, quando o elevador está em equilíbrio.

b) A leitura da balança, em *kg*, quando o elevador está descendo com aceleração de 3 m/s^2.

c) A leitura da balança, em *kg*, quando o elevador está freando durante a descida com aceleração de 4 m/s^2.

Faça valer a pena

1. Um bloco de 5,0 *kg* parte do repouso e desliza sobre um plano inclinado. O gráfico a seguir mostra a variação da velocidade do bloco no tempo. A força de atrito entre o bloco e o plano é de 5,0 *N*. O ângulo de inclinação do plano é de aproximadamente:



Fonte: elaborado pela autora.

a) 90°.

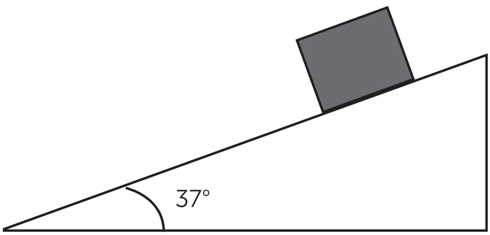
b) 85°.

c) 30°.

d) 60°.

e) 18°.

2. Um bloco de 3,0 *kg* é abandonado do repouso sobre um plano inclinado de 37° com a horizontal. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é de 0,50. Os módulos da aceleração do bloco e a distância percorrida por ele após 2,0 *s* são, respectivamente (considere valores aproximados):



Fonte: elaborado pela autora.

a) 1 m/s^2 e 2,0 m.

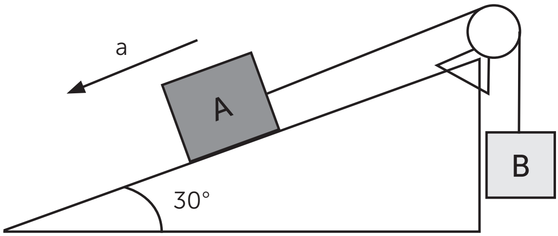
b) 2 m/s^2 e 4,0 m.

c) 3 m/s^2 e 6,0 m.

d) 2 m/s^2 e 8,0 m.

e) 5 m/s^2 e 10,0 m.

3. No plano inclinado mostrado abaixo, o bloco A de massa M desce com aceleração de 2 m/s^2, puxando o bloco B de massa M para cima. Considere g=10,0 m/s^2. Despreze o atrito. A massa do bloco A deve ser quantas vezes maior que a do bloco B?



Fonte: elaborado pela autora.

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Referências

CHIQUETTO, M. VALENTIM, B. PAGLIARI, E. **Aprendendo física**. São Paulo: Scipione, 1996. v. 3.

HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos de Física 1**: mecânica. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos, 2009. v. 1.

NUSSENZVEIG, H. **Curso de física básica**. São Paulo: Edgard Blücher, 2011. v. 3.

ORTIZ, J. **Práticas de laboratórios para engenharias:** obra de referência. Campinas: Átomo, 2009.

SEARS, F. W. ZEMANSKY, M. W. YOUNG, H. D. **Física 1**: mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. v. 1.

SERWAY, R. A. JEWETT JR, J. W. **Princípios de física**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

TIPLER, P. A. **Física para cientistas e engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos, 2009.

YOUNG, H. **Física I**: mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2010.

Trabalho e energia

Convite ao estudo

Prezado estudante, já aprendemos muito sobre a mecânica, não é mesmo? Está sendo empolgante desvendar e entender fisicamente os fenômenos naturais que ocorrem no nosso dia a dia.

Muitas vezes, aplicar apenas as leis de Newton e as demais técnicas que você já aprendeu em cinemática e dinâmica, abordadas nas unidades anteriores, não serão suficientes para desvendar um problema na Física. O que vamos aprender nesta seção, além de ser usado para resolver várias situações, é também uma maneira mais simples de resolver alguns dos problemas já estudados, pensando em termos de energia.

Nas situações que estudamos até agora, consideramos que as forças que atuavam sobre os corpos eram constantes, ou seja, a intensidade da força não mudava com o tempo. Mas sabemos que as forças podem variar, ou seja, nem sempre elas são constantes. Então, como podemos estudar esse tipo de situação? Como entender o início dos movimentos? O que nos permite levantar um objeto ou correr pela rua?

Nesta unidade, aprenderemos outros métodos para abordar essas questões e, também, para explicar as variações do estado de movimentos dos corpos, que, em muitas situações, facilita o nosso trabalho. Conheceremos e aplicaremos os conceitos de trabalho, energia, potência e o princípio de conservação da energia. Faremos uso daquela famosa frase enunciada por Lavoisier: “Na natureza, nada se cria, nada se perde, tudo se transforma”.

Durante esta unidade, aplicaremos os conceitos aprendidos em uma situação de realidade profissional: você, foi convidado para projetar e participar do desenvolvimento de uma montanha-russa em um novo parque de diversões que será aberto em breve na sua cidade. Assim, você será responsável por determinar o trabalho resultante e a potência média, a velocidade do carrinho, a energia cinética e a energia potencial em diversos pontos do trilho.

No decorrer desta unidade, certamente você irá desenvolver todas as competências necessárias para resolver com tranquilidade esse desafio.

No final, você estará apto a estudar uma imensa variedade de fenômenos físicos. Pronto para começar? Será divertido!

Seção 3.1

Trabalho e potência

Diálogo aberto

Para explicar as variações do estado de movimentos dos corpos, precisamos, inicialmente, falar de dois conceitos importantes: trabalho e energia.

Podemos entender por energia aquilo que nos capacita a realizar tarefas, como: levantar peso, subir uma escada, praticar um exercício físico etc. No seu cotidiano, você já deve ter reparado que a energia pode se manifestar de diversas formas: energia elétrica, energia térmica, energia química, energia radiante e energia mecânica, dividida em cinética, potencial e elástica.

Estudar a energia também é um dos objetivos da Física. Fato é que nenhum movimento pode ser iniciado sem algum tipo de energia. A energia pode ser transferida de um corpo para o outro e pode também, se transformar de uma modalidade em outra.

Nosso estudo será focado na energia mecânica. Para medir a energia mecânica transferida ou transformada, usaremos o conceito de trabalho. Podemos dizer, então, que trabalho, na Física, é uma medida da energia mecânica transferida ou transformada através de uma força.

Nesta seção, aprenderemos como calcular o trabalho realizado pelas forças e entenderemos também, como quantificar a rapidez com que as forças transferem energia aos corpos utilizando o cálculo da potência.

Para aplicar na prática os conceitos aprendidos nesta seção, você irá se deparar com uma situação na qual você foi convidado para projetar e participar do desenvolvimento de uma montanha-russa em um novo parque de diversões. Tendo em vista os conceitos aprendidos, desprezando o atrito, você ficou encarregado de calcular o trabalho resultante e a potência média necessária para o percurso de subida do carrinho.

O que devemos saber para poder calcular o trabalho? Qual é a importância e o significado do trabalho realizado por uma força? Como podemos quantificar a potência? Quais são as relações dessas grandezas com a energia?

Quando chegarmos ao final desta seção, você terá compreendido todas essas grandezas físicas escalares, fundamentais para nosso estudo: trabalho, energia e potência. Você estará apto para calcular o trabalho realizado pelas forças que atuam em um objeto. Dessa forma, você será capaz de responder todas as questões levantadas acima e poderá resolver várias situações novas que acontecem ao nosso redor.

Seja bem-vindo a mais esta seção de estudos!

Não pode faltar

Trabalho

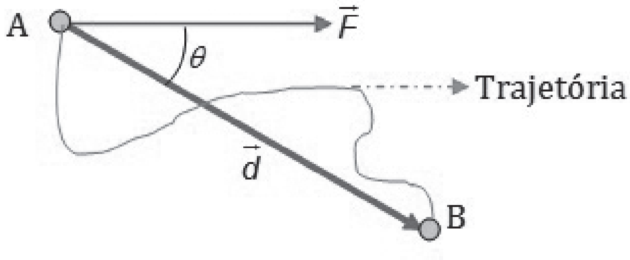
Você provavelmente concorda que é necessário fazer um trabalho duro para puxar um sofá pesado ao longo da sala, levantar uma pilha de livros do chão até a estante ou empurrar um carro enguiçado pela rua. Na verdade, todos esses exemplos nos remetem ao significado da palavra trabalho. O conceito cotidiano do trabalho significa qualquer atividade que necessita de um esforço físico ou intelectual com gasto de energia.

Na física, o trabalho possui uma definição muito mais precisa. Calcular o trabalho é uma forma de medir a energia. Observe que, em todas as situações citadas, existe algo em comum. Em cada caso, você realiza trabalho e gasta energia, exercendo uma força sobre o corpo enquanto ele se desloca. Você realiza um trabalho maior quando aplica uma força maior ou quando quer deslocar o objeto por uma distância maior.

Sabemos que, quando aplicamos uma força em um objeto, causamos a sua aceleração. Dessa forma, intuitivamente, podemos pensar que, ao aplicarmos uma força, estamos fornecendo energia ao objeto.

Assim, primeiro vamos definir trabalho para o caso particular de uma força constante $\vec{F}$, aplicada a uma partícula qualquer, que se desloca de uma posição inicial (A) para uma posição final (B), como mostra a figura.

Figura 3.1 | Trabalho realizado por uma força constante



Fonte: elaborada pela autora.

O trabalho realizado pela força será:

$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta \text{ ,}$$

Sendo que:

W é o trabalho.

$|\vec{F}|$ é o módulo da força constante aplicada sobre a partícula.

$|\vec{d}|$ é o módulo do deslocamento da partícula.

θ é o ângulo entre a força e o deslocamento.

Assimile

O trabalho é uma medida da energia mecânica transferida ou transformada através de uma força. Quando a força é constante, podemos calcular o trabalho realizado pela força da seguinte maneira: $W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$. O trabalho é uma grandeza escalar.

A unidade no SI da grandeza trabalho é newton, multiplicado por metro, definido como joule (J).

$1J = 1N \cdot m$

Se houver mais de uma força sendo aplicada em uma partícula, podemos calcular o trabalho resultante dado pelo módulo da força resultante que atua na partícula, ou seja:

$$W_R = \sum_{i=1}^{n} W_i = |\overrightarrow{F_R}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\theta).$$

Notas importantes sobre o trabalho:

- Todas as manifestações da energia, até mesmo o trabalho, são grandezas escalares.

- A definição de trabalho $W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$ só pode ser usada se a força for constante.

- O trabalho pode ser positivo ou negativo. Quando a força cede energia mecânica à partícula, ou seja, quando a força favorece o deslocamento, o trabalho é positivo. Do contrário, quando a força retira energia mecânica da partícula, ou seja, quando a força se opõe ao deslocamento, o trabalho é negativo.

Reflita

Como podemos dobrar o trabalho realizado por uma força que teve sua intensidade reduzida pela metade de seu valor original?

Tendo em vista o que já expomos sobre o conceito e a forma de calcular o trabalho, podemos concluir que o trabalho é nulo quando a força não transfere nem transforma energia mecânica. Assim, podemos dizer que o trabalho será nulo em três situações:

- Força nula $(|\vec{F}| = 0)$: se não houver força, não há trabalho.

- Deslocamento nulo $(|\vec{d}| = 0)$: se não houver deslocamento, mesmo que haja força, o trabalho é nulo.

- Força perpendicular ao deslocamento $(\theta = 90° \Rightarrow \cos\theta = 0)$: se a força é perpendicular ao deslocamento, não há transferência nem transformação de energia mecânica, portanto o trabalho é nulo. Veja que, no caso de forças inclinadas, somente a componente tangencial da força realiza trabalho. A componente perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

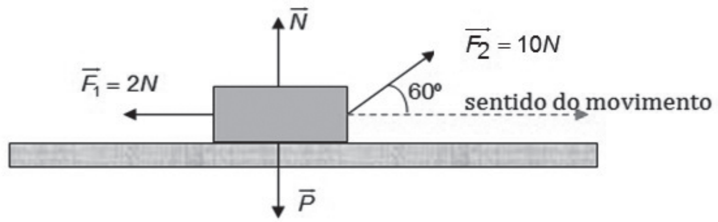
Exemplificando

Um bloco de peso de 10 N está em movimento sobre um plano horizontal, no sentido da esquerda para a direita. Na Figura 3.2, estão representadas as forças que atuam no bloco. Para um deslocamento de 5,0 m, calcule:

a) O trabalho que cada uma das forças realiza.

b) O trabalho resultante.

Figura 3.2 | Forças que atuam no bloco em movimento



Fonte: elaborada pela autora.

Resolução:

a) O peso e a força normal são perpendiculares ao deslocamento $\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos(90^\circ) = 0$. Portanto, não realizam trabalho. Assim, temos:

$$W_N = W_P = 0.$$

O trabalho da força $\vec{F_1}$ é dado por:

$$W_{F_1} = |\vec{F_1}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta = 2 \cdot 5{,}0 \cdot \cos(180^\circ) = -10J.$$

O trabalho da força $\vec{F_2}$ é dado por:

$$W_{F_2} = |\vec{F_2}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta = 10 \cdot 5{,}0 \cdot \cos(60^\circ) = 25J.$$

Observe que o trabalho da força $\vec{F_2}$ é positivo, indicando que a força é favorável ao movimento (ela ajuda o movimento). Já o trabalho da força $\vec{F_1}$ é negativo, indicando que a força é contrária ao movimento (ela atrapalha o movimento).

b) O trabalho resultante é dado por: $W_R = |\vec{F_R}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta$

Sabemos que a força normal cancela o peso descontado da componente vertical da força $\vec{F_2}$. Assim, temos que a força resultante será:

$$\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}.$$

Temos que:

$$\vec{F_1} = -2\hat{\imath}$$

E a componente horizontal da força $\vec{F_2}$ é:

$$\vec{F_{2x}} = 10 \cdot \cos(60°)\hat{\imath} = 5\hat{\imath}.$$

Assim: $\vec{F_R} = -2\hat{\imath} + 5\hat{\imath} = 3\hat{\imath}.$

Portanto, o módulo da força resultante é: $F_R = 3{,}0N$

de modo que o trabalho resultante será:

$$W_R = |\vec{F_R}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta = 3{,}0 \cdot 5 \cdot \cos(0) = 15J.$$

Observe que poderíamos, também, obter o trabalho resultante apenas somando os trabalhos realizados por cada uma das forças que atuam no objeto:

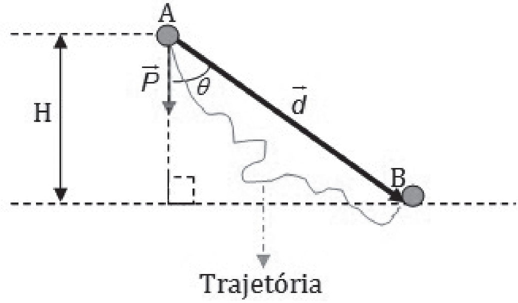
$$W_R = \sum W = W_N + W_P + W_{F_1} + W_{F_2}$$

$$W_R = 0 + 0 - 10 + 25 = 15J.$$

Você viu que, quando uma partícula se desloca horizontalmente sobre um plano, o trabalho da força peso é nulo, pois o peso é perpendicular ao movimento. Porém, quando uma partícula se descola para baixo, ou seja, de um ponto mais elevado (A) para um ponto mais baixo (B), percorrendo uma altura H, o trabalho da força peso é diferente de zero, pois, neste caso, o peso não é perpendicular ao movimento. Assim, o trabalho do peso é dado por:

$$W_P = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\theta.$$

Figura 3.3 | Trabalho do peso durante a queda de um objeto



Fonte: elaborada pela autora.

Observe, na Figura 3.3, que $\cos\theta = \frac{H}{d} \Rightarrow d \cdot \cos\theta = H$ e, lembrando que $P = m \cdot g$, podemos dizer que o trabalho do peso durante a queda (ou descida) de um objeto de uma altura H pode ser escrito com:

$$W_P = m \cdot g \cdot H$$

Do contrário, quando a partícula se desloca para cima, o trabalho do peso é negativo:

$$W_P = -m \cdot g \cdot H$$

Essas expressões podem também ser obtidas, de forma análoga, estudando o trabalho realizado pela força peso em um objeto que se desloca em um plano inclinado, como mostrado na seção Sem medo de errar.

Assimile

O trabalho do peso pode ser escrito como: $W_P = m \cdot g \cdot H$. No movimento de queda, o peso realiza trabalho positivo (o que favorece a queda) e, na subida, o peso realiza trabalho negativo (o que dificulta a subida).

Até o momento, falamos apenas de trabalho de forças constantes. A força elástica exercida por uma mola é um exemplo de força variável. Quanto mais a mola está comprimida, maior é o esforço para empurrá-la. O trabalho realizado pela força elástica é definido por:

$$W_{F_{el}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 .$$

Lembre-se de que k é a constante elástica e x é a deformação da mola.

Exemplificando

Uma mola de constante elástica $k = 200\,N/m$ está comprimida de 50 cm. Qual é a energia elástica armazenada na mola nessas condições?

Solução:

$$W_{F_{el}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0{,}5^2) = 2{,}5\,J .$$

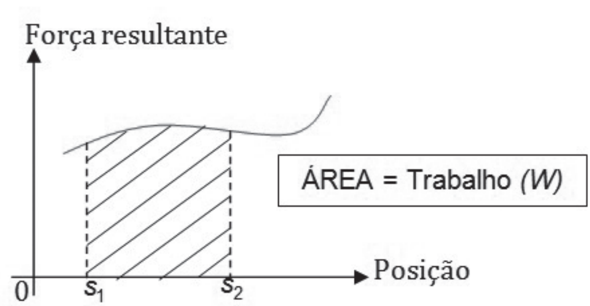
Pesquise mais

Saiba mais sobre os conceitos de trabalho e energia! Assista o vídeo a seguir. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/science/physics/work-and-energy/work-and-energy-tutorial/v/introduction-to-work-and-energy>. Acesso em 30 set. 2016.

Cálculo do trabalho por métodos gráficos

Podemos usar o método gráfico para calcular o trabalho realizado pela força resultante durante um deslocamento. O método gráfico é válido para forças constantes e, também, variáveis.

Figura 3.4 | Cálculo do trabalho pelo método gráfico

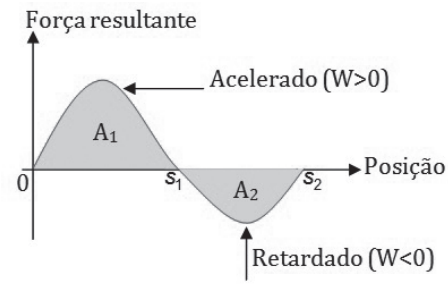


Fonte: elaborada pela autora.

Observe que a área sob (embaixo) o gráfico mede o trabalho da força resultante durante o deslocamento entre as posições s_1 e s_2.

O trabalho é positivo para movimentos acelerados (quando a força é a favor do movimento) e negativo para movimentos retardados (quando a força é contrária ao movimento). Assim, graficamente, temos:

Figura 3.5 | Cálculo do trabalho para movimento acelerado e retardado pelo gráfico



Fonte: elaborada pela autora.

Conforme Figura 3.5, podemos obter o trabalho total, por meio do cálculo das duas áreas representadas no gráfico:

$$W_1 = A_1$$

$$W_2 = -A_2$$

$$\therefore W_{total} = W_1 + W_2 = A_1 - A_2 .$$

Pesquise mais

Perceba que o cálculo diferencial e integral nos fornece ferramentas para lidar com situações assim. Dada uma função força resultante em termos da posição, poderíamos calcular o trabalho, realizando a integral da força em relação à posição.

Sugestão de leitura: Capítulo 11 do livro Física 1, de David Halliday, Robert Resnick e Kenneth Krane:

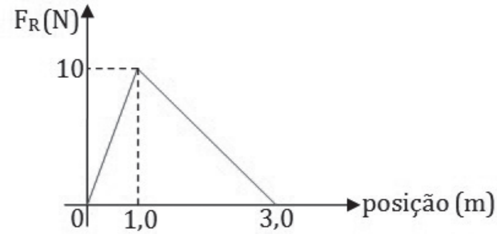
HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; KRANE, Kenneth. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

Faça *log in* na sua biblioteca virtual e acesse: Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/270!/4/4@0.00:42.0>. Acesso em: 20 jun. 2016.

Exemplificando

Uma partícula desloca-se sob ação de uma força resultante variável, como mostra a Figura 3.6. A força tem a mesma orientação do deslocamento. Qual é o trabalho realizado pela força resultante entre a posição inicial (0 m) e a posição final (3,0 m) da partícula?

Figura 3.6 | Força variável



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

O trabalho pode ser medido pela área sob o gráfico entre os pontos de 0 e 3,0 m. Observe que a área em questão é a área de um triângulo, calculada como $A_{triângulo} = \dfrac{base \cdot altura}{2}$.

Assim, temos:

$$W_{F_R} = Área = \frac{3{,}0 \cdot 10}{2} = 15\,J$$.

Potência média e instantânea

A definição de trabalho não faz nenhuma referência ao tempo. Se precisarmos saber quanto tempo levamos para realizar um trabalho, devemos calcular a potência. Assim, na física, definimos potência como sendo a taxa temporal da realização de um trabalho, ou, em outras palavras, a potência de uma força $\vec{F}$ é uma medida da rapidez com que a força transforma ou transfere energia ao corpo.

Potência, assim como o trabalho e como a energia, também é uma grandeza escalar. Calculamos a potência média por meio da variação do trabalho em um intervalo de tempo. Assim:

$$P_{méd} = \frac{\Delta W}{\Delta t}.$$

Podemos também, calcular a potência instantânea dada pelo produto da força resultante pela velocidade instantânea do corpo em um determinado instante:

$$P_{méd} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot d \cdot \cos\theta}{\Delta t}.$$

Na expressão anterior, sabemos que $\frac{d}{\Delta t} = velocidade(v)$. Assim, podemos também, calcular a potência como:

$$P = F \cdot v \cdot \cos\theta .$$

A unidade no SI da potência é o watt (W). Observe que: $1\,W = 1\,J/s$.

Uma unidade bastante utilizada no nosso dia a dia para energia elétrica é o quilowatt-hora $(kW \cdot h)$. Atenção que o $kW \cdot h$ não é uma unidade de potência e sim de trabalho ou energia. Um quilowatt-hora é o trabalho total realizado em uma hora quando a potência é de um quilowatt.

$$1kW \cdot h = 1000W \cdot 1h = 1000\left(J/s\right) \cdot 3600\,s = 3{,}6 \cdot 10^6\,J .$$

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos!

Sugestão de leitura: Capítulo 11 do livro Física 1, de David Halliday, Robert Resnick e Kenneth Krane:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; KRANE, Kenneth. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

Faça *log in* na sua biblioteca virtual e acesse:

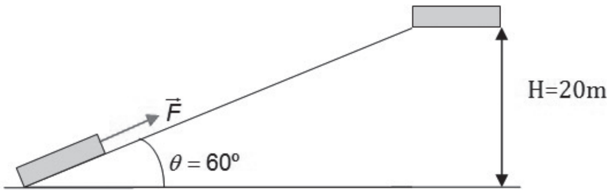
Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/270!/4/4@0.00:42.0>. Acesso em: 20 jun. 2016.

Sem medo de errar

Você foi convidado para projetar e participar do desenvolvimento de uma montanha-russa em um novo parque de diversões que será aberto em breve na sua cidade. A montanha-russa consiste, basicamente, de um carrinho que percorre uma estrutura de aço, em forma de pista, com elevações, quedas e loopings, causando diversão nos passageiros.

No nosso caso, o carrinho que percorrerá a montanha-russa vai iniciar o percurso do repouso, subindo uma rampa, que faz 60° com a horizontal. Ele deve subir a rampa até uma altura de 20 m do solo em um intervalo de 15 segundos. Durante a subida, o carrinho estará sujeito à ação de uma força constante, na mesma direção dos trilhos, que transfere energia para o movimento do carrinho. Tendo em vista os conceitos aprendidos nesta seção e nas unidades anteriores, desprezando o atrito, você ficou encarregado de calcular o trabalho resultante e a potência média necessários para o percurso de subida do carrinho. Nos cálculos, você vai considerar a carga máxima do carrinho, que é de 500 kg.

Figura 3.7 | Diagrama do início da montanha-russa



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

Na posição inicial do carrinho, temos as seguintes forças: normal, peso e a força $\vec{F}$. O trabalho realizado por cada uma dessas forças será:

$$W_N = N \cdot d \cdot \cos(90°) = 0 .$$

Observe que somente a componente x do peso realiza trabalho, pois:

$$W_{P_y} = P_y \cdot d \cdot \cos(90°) = 0 .$$

$$W_{P_x} = P_x \cdot d \cdot \cos(180°) = -m \cdot g \cdot sen\theta \cdot d \cdot$$

Mas: $sen\theta = \dfrac{cat.oposto}{hipotenusa} = \dfrac{H}{d}$.

Assim: $W_{P_x} = W_P = -m \cdot g \cdot \dfrac{H}{d} \cdot d = -m \cdot g \cdot H$,

Ou seja: $W_P = -500 \cdot 9,8 \cdot 20 = -98\,kJ$

$W_F = F \cdot d \cdot \cos(0^o) = F \cdot d$ (equação 1).

Observe que o deslocamento pode ser obtido pela relação trigonométrica: $sen(60°) = \dfrac{20}{d} \Rightarrow d = \dfrac{20}{sen(60°)} \approx 23,1m$.

Para obter o módulo da força $\vec{F}$, vamos usar a segunda lei de Newton:

$F_R = F - P_x = m \cdot a$ (equação 2).

Sendo:

$P_x = m \cdot g \cdot sen(60°) \approx 4243,5N$.

Uma vez que as forças que atuam sobre o carrinho são constantes, a aceleração também será. A aceleração pode ser obtida por: $\Delta s = v_o \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 23,1 = 0 \cdot t + \dfrac{a \cdot (15^2)}{2}$,

Assim: $a = \dfrac{23,1 \cdot 2}{(15^2)} \approx 0,21\,m/s^2$.

Voltando à equação 2, temos:

$F - 4243,5 = 500 \cdot 0,21 \Rightarrow F = 4348,5\,N$.

Agora, retornando à equação 1, temos o trabalho da força $\vec{F}$:

$W_F = F \cdot d = 4348,5 \cdot 23,1 \approx 100,4\ kJ$.

Assim, o trabalho resultante será:

$W_R = W_N + W_P + W_F = 0 - 98kJ + 100,4\,kJ = 2,4\,kJ$,

Ou então: $W_R = F_R \cdot d = (500 \cdot 0,21) \cdot 23,1 \approx 2,4\ kJ$.

A potência total necessária será:

$$P_{méd} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{2,4kJ}{15s} \approx 0,16kW = 160\,W.$$

Atenção

As forças perpendiculares ao movimento não realizam trabalho. As forças que ajudam o movimento realizam trabalho positivo. As forças que atrapalham o movimento realizam trabalho negativo.

Avançando na prática

O piano e o guindaste

Descrição da situação-problema

Seu colega mora no décimo andar de um prédio e comprou um piano que precisará ser içado por um guindaste para ser entregue ao apartamento. Para contratar o serviço do guindaste, ele precisa informar a potência necessária do motor do guindaste. Então, para resolver essa questão, seu colega solicitou a sua ajuda. Você, a fim de realizar os cálculos, coletou os seguintes dados:

- Altura do solo até o apartamento no décimo andar: 45 m.
- Massa do piano: 200 kg.
- Tempo para içar o piano até o apartamento: 5 minutos.

Sabendo que o guindaste vai içar o piano com velocidade constante e verticalmente para cima, qual deverá ser a potência do guindaste capaz de erguer o piano até o apartamento do seu colega?

Lembre-se

Potência, assim como o trabalho e a energia, também é uma grandeza escalar. Calculamos a potência média por meio da variação do trabalho em um intervalo de tempo. Assim: $P_{méd} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot d \cdot \cos\theta}{\Delta t}$

Resolução da situação-problema

Para erguer o piano com velocidade constante, o guindaste deve aplicar uma força no piano, verticalmente para cima, de módulo igual ao peso do piano.

Assim:

$$F_{guindaste} = P = m \cdot g \Rightarrow F_{guindaste} = 200 \cdot 9{,}8 = 1960\,N.$$

O trabalho que o guindaste vai realizar para aplicar a força para erguer o piano será:

$$W_{guindaste} = F_{guindaste} \cdot d \cdot \cos\theta$$

Observe que $\theta = 0 \Rightarrow \cos(0) = 1$,

Logo: $W_{guindaste} = 1960 \cdot 45 = 88200J = 88{,}2\,kJ$.

Assim, a potência média do guindaste deve ser de:

$$P_{méd} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{88200J}{(5 \cdot 60)s} = 294\,W .$$

Como a velocidade é constante, observe que podemos, também, dizer que a potência média é igual à potência instantânea, ou seja:

$$P = F \cdot \frac{d}{\Delta t} \cdot \cos\theta = F \cdot v \Rightarrow P = 1960 \cdot \frac{45}{(5 \cdot 60)} = 294\,W.$$

Faça você mesmo

Uma carga de 100 kg é puxada com velocidade constante de $5{,}0\,m/s$ sobre um piso horizontal por uma força de 122 N que faz um ângulo de 30° com a horizontal. Qual é a potência necessária para realizar essa operação?

Faça valer a pena

1. Um objeto de massa de 20 kg desloca-se por 20 m em uma trajetória retilínea, de acordo com a equação horária dos espaços $s = 10{,}0 + 3{,}0 \cdot t + 1{,}0 \cdot t^2$. O trabalho realizado pela força resultante durante o deslocamento é de:

a) 200 J.

b) 400 J.

c) 600 J.

d) 800 J.

e) 1000 J.

2. Analise as afirmações a seguir:

I – O trabalho é uma grandeza vetorial que quantifica a energia mecânica.

II – O trabalho pode ser positivo ou negativo, dependendo se a força possui o mesmo sentido ou o sentido oposto ao do movimento do corpo.

III – Se houver força, porém não houver deslocamento, o trabalho é nulo.

IV – A força peso realiza trabalho positivo na subida e trabalho negativo na descida de um corpo.

São verdadeiras as afirmações:

a) I, II e III.

b) II e III.

c) I e II.

d) II e IV.

e) Todas são verdadeiras.

3. Uma partícula de massa de 10 kg, partindo do repouso, está sujeita à ação exclusiva de duas forças constantes, perpendiculares entre si, de módulos iguais a 3,0 N e 4,0 N, que atuam durante 4,0 s. O trabalho resultante e a potência média são, respectivamente:

a) 10 J e 5,0 W.

b) 20 J e 4,0 W.

c) 20 J e 5,0 W.

d) 30 J e 6,0 W.

e) 40 J e 4,0 W.

Seção 3.2

Energia cinética e o teorema do trabalho-energia

Diálogo aberto

Olá! Bem-vindos a esta nova seção de estudos!

Na seção anterior, já apresentamos alguns conceitos muito importantes na mecânica: energia, trabalho e potência. Mencionamos que a energia mecânica pode apresentar-se de duas formas: energia cinética e potencial.

Nesta seção, aprofundaremos os nossos conhecimentos. Vamos aprender a calcular a energia cinética, ou energia do movimento, e veremos como essa energia se relaciona com o conceito de trabalho. A relação da energia cinética com o trabalho é definida através do teorema trabalho-energia, que também será cuidadosamente apresentado e discutido nesta seção, por meio de muitos exemplos.

Novamente, faremos uma aplicação prática, simulando a realidade profissional. Lembre-se de que você é responsável por projetar e participar do desenvolvimento de uma montanha-russa em um novo parque de diversões que será aberto na sua cidade. Agora você deverá calcular a energia cinética e a velocidade do carrinho em diferentes pontos do trilho. Nos cálculos, você precisa saber se o carrinho tem energia e velocidade suficientes para realizar o percurso com segurança de forma a evitar acidentes.

Como vamos conseguir saber a velocidade e a energia do carrinho em diferentes pontos do trilho? Como relacionar velocidade e energia? Qual é o significado de energia cinética e quando ela, de fato, existe? Não se preocupe. Ao concluirmos os estudos desta seção, você saberá solucionar todas essas questões, pois você aprenderá a calcular a energia cinética, saberá utilizar o teorema do trabalho-energia e, certamente, poderá aproveitar o conhecimento adquirido para o seu desenvolvimento profissional.

Lembre-se de que precisamos nos dedicar aos estudos. A Física é um aprendizado contínuo. Quanto mais aprendemos, mais desenvolvemos nosso raciocínio e, dessa forma, conseguimos compreender como e por que os fenômenos ocorrem. Você está adquirindo um novo conceito, uma nova visão do mundo e das coisas que ocorrem ao seu redor. Aproveite e dedique-se aos estudos!

Não pode faltar

A energia cinética é uma grandeza escalar, representada pela letra maiúscula *K*, que quantifica a energia associada ao estado de movimento de um corpo. Assim, podemos entender que quanto mais rápido o corpo de move, ou seja, quanto maior a sua velocidade, maior é a energia cinética. Portanto, definimos a energia cinética de um corpo como:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Sendo que: *m* é a massa e v é o módulo da velocidade do corpo.

Todas as manifestações da energia são medidas na unidade joule (*J*), no SI.

Pela equação anterior, observe que, para que haja energia cinética, é necessário que haja velocidade.

Observe também, que a energia cinética possui uma relação linear com a massa e uma relação quadrática com a velocidade. Assim, um objeto com massa pequena (como uma bala de revólver), porém com elevada velocidade, pode superar, por exemplo, a energia cinética de um veículo de massa muito elevada, com baixa velocidade, isso porque a energia cinética possui relação quadrática com a velocidade.

Veja que, para um objeto que se move com certa velocidade, se mantivermos a velocidade e dobrarmos a massa, a energia cinética irá dobrar também. Agora, se mantivermos a massa e dobramos a velocidade do objeto, a energia cinética irá aumentar em quatro vezes.

Assimile

Corpos em repouso não possuem energia cinética. A energia cinética possui relação linear com a massa e relação quadrática com a velocidade.

Outra observação interessante é que a energia cinética nunca terá um valor negativo. Na equação, a velocidade é elevada ao quadrado, o que sempre resultará em um número positivo, e a massa de um corpo nunca pode ser negativa.

Exemplificando

Uma partícula de massa de 2,0 kg parte do repouso e percorre 10,0 m em um intervalo de tempo de 2,0 s, com aceleração constante. Qual é a energia cinética da partícula ao final desse movimento?

Solução:

A energia cinética é: $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.

1.1 Portanto, precisamos descobrir qual é a velocidade da partícula no final do movimento. Para isso, primeiro vamos precisar descobrir a aceleração.

1.2 $\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 10,0 = 0 \cdot 2,0 + \frac{a \cdot (2,0^2)}{2}$.

1.2.1 $a = \frac{10,0 \cdot 2}{(2,0^2)} = \frac{20,0}{4,0} = 5,0\, m/s^2$.

1.2.1.1 Assim, a velocidade final é:

$v = v_0 + a \cdot t = 0 + 5,0 \cdot 2,0 = 10\, m/s$.

1.2.1.1.1 Dessa forma, a energia cinética será:

1.2.1.1.2 $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot (10,0^2) = 100\, J$.

Trabalho e energia cinética

Na seção anterior, estudamos que o trabalho total (ou resultante) realizado pelas forças externas sobre um corpo é relacionado com o deslocamento do corpo. O trabalho total também é relacionado com a velocidade do corpo. Vejamos:

Sabemos que: $W_R = F_R \cdot d \cdot \cos\theta$

Mas: $F_R = m \cdot a$.

Lembrando-se da equação de Torricelli, temos: $v^2 = v_0^{\,2} + 2 \cdot a \cdot \Delta s$

(observe que $\Delta s = d \Rightarrow deslocamento$).

Assim, pela equação de Torricelli: $a = \dfrac{v^2 - v_0^{\,2}}{2 \cdot d}$,

Portanto: $F_R = m \cdot \left(\dfrac{v^2 - v_0^{\,2}}{2 \cdot d} \right)$.

O trabalho pode ser escrito da seguinte forma: $W_R = m \cdot \left(\dfrac{v^2 - v_0^{\,2}}{2 \cdot d} \right) \cdot d \cdot \cos\theta$.

Simplificando, temos: $W_R = \left(\dfrac{m \cdot v^2}{2} - \dfrac{m \cdot v_0^{\,2}}{2} \right) \cdot \cos\theta$.

Assumindo que a força resultante é paralela ao deslocamento, ou seja, $\theta = 0 \Rightarrow \cos(0) = 1$, podemos concluir que:

$W_R = \left(\dfrac{m \cdot v^2}{2} - \dfrac{m \cdot v_0^{\,2}}{2} \right)$ (Equação 1).

Veja que, se a velocidade do corpo diminuir $(v < v_0)$ durante o deslocamento, o trabalho será negativo. Do contrário, se a velocidade do corpo aumentar $(v > v_0)$, o trabalho será positivo.

Se o corpo partir do repouso $(v_0 = 0)$, temos, então:

$$W_R = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow W_R = K$$

Assimile

A energia cinética de uma partícula é igual ao trabalho total realizado para acelerá-la, a partir do repouso, até a sua velocidade atual. Quanto maior é a energia cinética, maior será o trabalho resultante.

Reflita

Pensando em um jogo de bilhar, quando o jogador realiza uma tacada em uma bola em repouso, podemos dizer que a energia cinética da bola é igual ao trabalho realizado pelo taco ao atingir a bola? E o que acontece com a velocidade da bola quanto mais perto ou mais longe dela o jogador posicionar o taco? Você consegue explicar utilizando os conceitos de trabalho e energia cinética?

Teorema do trabalho-energia

Vamos retomar a equação 1 deduzida anterior:

$$W_R = \left(\frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot {v_0}^2}{2} \right).$$

Se lembrarmos de que a energia cinética é definida como:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2,$$

então podemos concluir que:

$$W_R = \left(\frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot {v_0}^2}{2} \right) = K_{final} - K_{inicial} \Rightarrow W_R = \Delta K \;.$$

Ou seja, a variação da energia cinética de uma partícula é igual ao trabalho total executado sobre a partícula. Essa relação é conhecida como <u>teorema do trabalho-energia</u>. Esse é um dos teoremas mais importantes da Física Clássica.

Assimile

Teorema do trabalho-energia: o trabalho de todas as forças atuantes em um corpo, ou seja, o trabalho resultante é igual à variação da energia cinética desse corpo.

$$W_R = K_{final} - K_{inicial} = \Delta K \;.$$

Note que:

Se $W_R > 0 \Leftrightarrow K_{final} > K_{inicial}$, ou seja, a velocidade final é maior que a inicial.

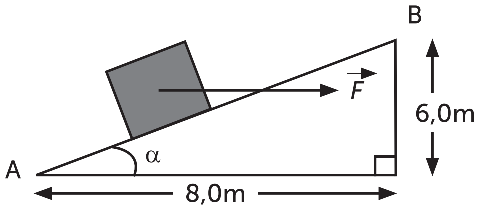
Se $W_R < 0 \Leftrightarrow K_{final} < K_{inicial}$, ou seja, a velocidade final é menor que a inicial.

Se $W_R = 0 \Leftrightarrow K_{final} = K_{inicial}$, ou seja, a velocidade não se alterou.

Exemplificando

Um bloco de peso de 5,0 N sobe uma rampa sem atrito, partindo do repouso e da base da rampa, graças à ação de uma força horizontal constante de intensidade de 10,0 N, como mostra a Figura 3.8. Qual é a energia cinética do bloco quando ele atinge o topo da rampa?

Figura 3.8 | Bloco subindo a rampa



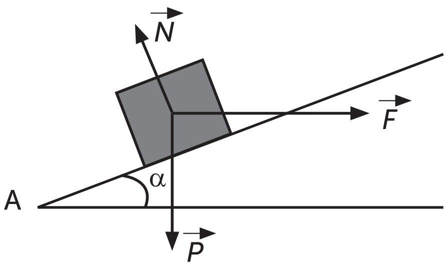
Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

O cálculo da energia cinética adquirida pelo bloco será feito pelo teorema do trabalho-energia. Portanto, precisamos calcular o trabalho resultante.

Atuando no bloco, temos as seguintes forças: peso, normal e a força constante $\vec{F}$, conforme Figura 3.9.

Figura 3.9 | Forças que atuam no bloco



Fonte: elaborada pela autora.

O trabalho de cada uma dessas forças é:

$W_N = 0$ (perpendicular ao deslocamento).

$W_P = -m \cdot g \cdot H = -P \cdot H \;\therefore W_P = -5{,}0 \cdot 6{,}0 = -30{,}0J$.

$W_F = F \cdot d \cdot \cos\alpha$.

O deslocamento é: $d = \sqrt{8{,}0^2 + 6{,}0^2} = 10{,}0\ m$

e $\cos\alpha = \dfrac{cat.adj}{hipotenusa} = \dfrac{8{,}0}{10{,}0} = 0{,}8$,

assim: $W_F = 10{,}0 \cdot 10{,}0 \cdot 0{,}8 = 80{,}0J$.

Logo, o trabalho resultante é:
$W_R = W_N - W_P - W_F = 0 - 30{,}0 + 80{,}0 = 50{,}0J$.

Utilizando o teorema do trabalho-energia e lembrando de que a energia cinética inicial do bloco é nula, pois ele estava em repouso $(v_0 = 0)$, concluímos que:

$$W_R = K_{final} - K_{inicial} \Rightarrow K_{final} = 50{,}0J$$

A energia cinética final do bloco é de 50,0 J.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos!

Sugestão de leitura: Capítulo 11 do livro Física 1, de David Halliday, Robert Resnick e Kenneth Krane:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; KRANE, Kenneth. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

Faça log in na sua biblioteca virtual e acesse:

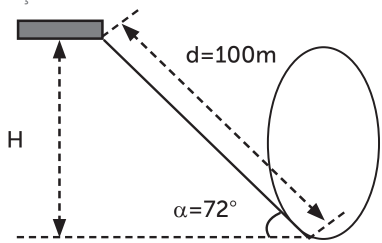
Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/270!/4/4@0.00:42.0>. Acesso em: 20 jun. 2016.

Sem medo de errar

Lembre-se de que você é responsável por projetar e participar do desenvolvimento de uma montanha-russa em um novo parque de diversões que será aberto na sua cidade. Inicialmente, o carrinho sobe uma rampa, como mostrado na seção anterior. Agora, você deverá calcular a energia cinética e a velocidade do carrinho ao atingir o topo da rampa. Em seguida, o carrinho despenca, percorrendo 100 m em uma descida íngreme, na qual o trilho faz 72° com a horizontal. Logo após a descida, há um *looping*. Você precisa saber também, a energia cinética e a velocidade do carrinho no final dessa descida. Lembre-se de que a carga máxima do carrinho é de 500 kg.

Essas informações serão muito importantes e vão garantir a segurança no funcionamento da montanha-russa. Observe a Figura 3.10.

Figura 3.10 | Continuação da montanha-russa



Fonte: elaborada pela autora.

Atenção

A variação da energia cinética de uma partícula é igual ao trabalho total executado sobre a partícula - **teorema do trabalho-energia**.

Solução:

Na seção anterior, descobrimos que o trabalho resultante durante a subida do carrinho até o topo é: $W_{R_{subida}} = 79{,}7\ kJ$.

Usando o teorema do trabalho-energia, podemos descobrir a energia cinética do carrinho no topo da subida. Vamos lembrar que o carrinho partiu do repouso, portanto, sua energia cinética inicial era nula. Assim:

$$W_R = K_{final} - K_{inicial} = K_{final} - 0 \Rightarrow K_{final} = W_R = 79,7\,kJ = 79700\,J.$$

Sabendo a energia cinética, podemos calcular a velocidade no topo da subida:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow 79700 = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot v^2.$$

Logo: $v = \sqrt{\dfrac{79700 \cdot 2}{500}} \approx 17,9\,m/s \approx 64,3\,km/h$.

Vamos analisar agora a descida do carrinho, antes de entrar no looping. Para descobrir a energia cinética no final da descida, podemos usar novamente o teorema do trabalho-energia. Portanto, precisamos calcular o trabalho resultante das forças que atuam no carrinho durante a descida: peso e normal (estamos desconsiderando atritos). Sabemos:

$W_N = 0$ (perpendicular ao deslocamento).

$W_P = m \cdot g \cdot H$.

Para descobrir H, podemos usar a relação trigonométrica:

$$sen(72°) = \frac{cat.oposto}{hipotenusa} = \frac{H}{d} \Rightarrow H = sen(72°) \cdot 100 \approx 95,1\,m,$$

Assim: $W_P = 500 \cdot 9,8 \cdot 95,1 = 465990\,J$.

Então, o trabalho resultante na descida é:

$$W_{R_{descida}} = W_N - W_P = 0 + 465990 = 465990\,J.$$

Pelo teorema do trabalho-energia, temos que a energia cinética no final da descida é:

$$W_R = K_{final} - K_{inicial} \Rightarrow K_{final} = W_R + K_{inicial} = 465990\,J + 79700\,J = 545690\,J.$$

Por fim, concluímos que a velocidade do carrinho no final da descida é de:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{545690 \cdot 2}{500}} \approx 46,7\,m/s \approx 168,2\,km/h.$$

Essas informações serão muito importantes para a segurança do brinquedo. Nas próximas seções, veremos, por exemplo, se o carrinho conseguirá fazer o *looping*.

Avançando na prática

Meteorito a caminho da Terra

Descrição da situação-problema

Imagine que você é um cientista e trabalha para uma agência espacial. Você está estudando um meteorito que tem uma probabilidade baixa de atingir a Terra. Apesar de já saber que o meteorito poderá cair em um local descampado, sem habitações, o evento é potencialmente perigoso devido à energia que será liberada na colisão. O meteorito possui uma massa de $4{,}0 \cdot 10^6\, kg$ e sua velocidade ao adentrar na nossa atmosfera será cerca de $15\, km/s$. Ao colidir, a velocidade do meteorito cai para zero. Será que conseguimos calcular a perda de energia cinética do meteorito no impacto? Sabendo que a energia associada à bomba atômica de Hiroshima foi equivalente a $5{,}5 \cdot 10^{13}\, J$, a energia associada ao impacto desse meteorito seria equivalente a quantas bombas de Hiroshima?

Lembre-se

A variação de energia cinética é: $\Delta K = K_{final} - K_{inicial} = \dfrac{m \cdot v^2}{2} - \dfrac{m \cdot v_0{}^2}{2}$.

Resolução da situação-problema

A variação de energia cinética é de: $\Delta K = \dfrac{m \cdot v^2}{2} - \dfrac{m \cdot v_0{}^2}{2}$.

Sabendo que a velocidade inicial é $v_0 = 1{,}5 \cdot 10^4\, m/s$ e a velocidade final é $v = 0$, temos:

$$\Delta K = \frac{4{,}0 \cdot 10^6 \cdot (0^2)}{2} - \frac{4{,}0 \cdot 10^6 \cdot (1{,}5 \cdot 10^4)^2}{2} = -4{,}5 \cdot 10^{14}\, J .$$

Observe que a variação de energia cinética negativa significa perda de velocidade.

Comparando com a bomba de Hiroshima, temos que:

$$5{,}5 \cdot 10^{13}\, J \rightarrow \quad 1 \quad bomba$$
$$4{,}5 \cdot 10^{14}\, J \rightarrow \qquad X$$

Assim: $X = \dfrac{4,5 \cdot 10^{14}}{5,5 \cdot 10^{13}} \approx 8 \quad bombas$.

Faça você mesmo

Em uma corrida, um pai tem a metade da energia cinética do filho. O filho tem a metade da massa do pai. Aumentando a velocidade em $1,0\,m/s$, o pai passa a ter a mesma energia cinética do filho. Qual é a velocidade escalar inicial:

a) Do pai.

b) Do filho.

Faça valer a pena

1. Um próton de massa igual a $1,67 \cdot 10^{-27}\,kg$ está sendo acelerado em linha reta, em um acelerador de partículas. O trabalho realizado para essa operação é de $4,0 \cdot 10^{-17}\,J$. Sabendo que o próton tem uma velocidade inicial de $2,4 \cdot 10^{5}\,m/s$, a velocidade final em m/s é de aproximadamente:

a) $2,7 \cdot 10^{5}$.

b) $3,7 \cdot 10^{5}$.

c) $4,9 \cdot 10^{5}$.

d) $5,9 \cdot 10^{5}$.

e) $6,7 \cdot 10^{5}$.

2. Um bloco de gelo flutuante cai em uma correnteza, que aplica a ele uma força $\vec{F} = 210\,\hat{\imath} - 150\,\hat{\jmath}$, fazendo com que sofra um deslocamento $d = 15\hat{\imath} - 12\hat{\jmath}$. A variação de energia cinética do bloco de gelo é de aproximadamente:

a) 1,9 kJ.

b) 2,9 kJ.

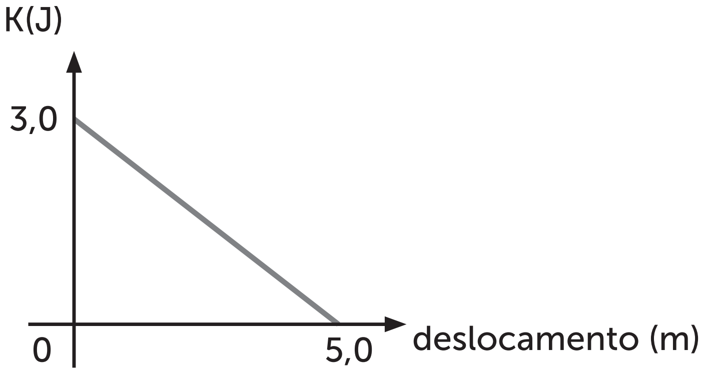
c) 3,9 kJ.

d) 4,9 kJ.

e) 5,9 kJ.

3. Um objeto de 8,0 kg está se movendo na horizontal, da esquerda para a direita, sob ação de uma força resultante constante. A energia cinética do objeto varia conforme a Figura 3.11. Qual é a velocidade aproximada do bloco, em m/s, considerando um deslocamento de 3,0 m?

Figura 3.11 | Objeto sob força



Fonte: elaborada pela autora.

a) 4,7.

b) 3,7.

c) 2,7.

d) 1,7.

e) Zero.

Seção 3.3

Energia potencial gravitacional e elástica

Diálogo aberto

Olá. Sejam bem-vindos!

Nas seções anteriores, já estudamos que a energia mecânica pode se apresentar de duas formas, como energia cinética e como energia potencial. Uma das tarefas da Física é identificar os diferentes tipos de energia e explicá-los em termos de utilidade prática.

Como se transforma a energia em um salto de *bungee jumping*? Ou em um salto de um trampolim?

Nesta seção, estudaremos um modo alternativo e aprenderemos um conceito muito útil que nos ajudará a abordar trabalho e energia de modo mais prático. Esse método é baseado na definição de energia potencial.

Pode-se afirmar que um corpo tem energia potencial quando, em virtude de sua posição, ele tem possibilidade de entrar em movimento. Em outras palavras, a energia potencial está associada à posição do corpo e não ao seu movimento. Para o estudo da Mecânica, analisaremos dois tipos importantes de energia potencial: gravitacional e elástica. Durante nossos estudos, discutiremos, com muitos exemplos, esses dois tipos de energia potencial.

Ainda, vamos demonstrar que a soma da energia cinética com a energia potencial nos fornece a energia mecânica total de um sistema. A energia cinética pode se transformar em energia potencial e vice-versa. Essa alternância e transformação de energia explica a origem dos movimentos dos objetos.

Para que você compreenda e aplique os novos conceitos, será retomado o desenvolvimento da montanha-russa no novo parque de diversões da cidade. Desta vez, você será responsável por calcular a energia mecânica total do sistema e, também, a energia potencial em alguns pontos do trilho. Esses cálculos serão muito importantes para garantir a segurança durante o funcionamento do brinquedo.

Como será possível desenvolver esses cálculos? O que é preciso conhecer? Quando existe energia potencial gravitacional e quando existe energia potencial elástica? Como descobrir a energia mecânica total do sistema?

As respostas para todas essas questões você encontrará ao final do estudo desta seção. Assim, você será capaz de aplicar um novo método, baseado na posição do objeto e na energia mecânica total do sistema, para calcular trabalho e energia.

Bons estudos!

Não pode faltar

Energia potencial

Você já aprendeu sobre energia cinética, a energia do movimento. Um corpo ganha ou perde energia cinética porque ele interage com outros corpos que exercem forças sobre ele. Já sabemos que a variação da energia cinética é igual ao trabalho total realizado pelas forças que atuam sobre o corpo.

Em algumas situações, a energia parece estar armazenada para ser recuperada depois. É o que ocorre, por exemplo, quando uma pessoa está no alto de uma ponte para praticar o esporte *bungee jumping*, como mostra a figura a seguir. Parece razoável pensarmos que, naquela posição, a pessoa possui certa energia armazenada e que, se ela saltar da ponte, converterá essa energia armazenada em energia cinética durante a queda.

Figura 3.12 | Energia potencial

Fonte: Base de Salto da Torre Safira, Istambul - Turquia. Licenciado sob CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:BASE_Jumping_from_Sapphire_Tower_in_Istanbul.jpg>. Acesso em 15 jan. 2018.

Temos, então, a impressão de que deve existir uma energia associada com a posição dos corpos em um sistema. Esse tipo de energia fornece o potencial ou a possibilidade da realização de um trabalho.

Essa energia associada à posição denomina-se energia potencial. Em outras palavras, a energia potencial é uma forma de energia latente, uma energia armazenada e pronta para ser transformada em outra forma de energia, normalmente relacionada com o movimento.

Assimile

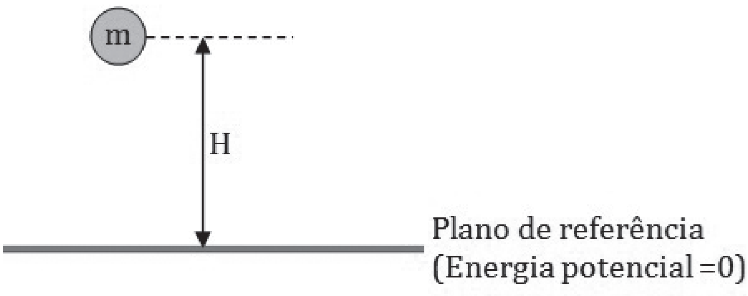
A energia mecânica pode apresentar-se como energia cinética ou energia potencial. A energia potencial é uma energia armazenada pronta para se transformar em outra forma de energia.

Energia potencial gravitacional

A energia potencial associada ao peso do corpo e à sua altura acima do solo é chamada de energia potencial gravitacional. A energia potencial gravitacional é uma consequência do campo de forças gravitacionais que existe em torno da Terra.

Para deduzirmos a equação da energia potencial gravitacional, precisamos considerar um plano horizontal de referência, no qual a energia potencial gravitacional seja nula. Normalmente, adotamos o solo (superfície da Terra) como o plano de referência onde a energia potencial gravitacional é nula. Vale ressaltar que o zero da energia potencial é apenas um valor de referência, pois somente variações nessa energia são relevantes.

Figura 3.13 | Energia potencial gravitacional



Fonte: elaborada pela autora.

Considere uma partícula de massa m, situada a uma altura H acima do plano de referência, e seja g o módulo da aceleração da gravidade. Se abandonarmos a partícula, ela cairá devido à ação da força peso. Assim, a energia potencial se transformará, gradativamente, em energia cinética. Quando a partícula chegar ao plano de referência, onde a energia potencial gravitacional é nula, toda a energia potencial inicial terá se transformado em energia cinética.

Essa transformação de energia potencial em energia cinética é exatamente o trabalho realizado pela força peso. Assim:

$$W_{Peso} = P \cdot d \cdot \cos\theta = m \cdot g \cdot d \cdot \cos\theta$$

Como o peso e o deslocamento possuem o mesmo sentido $\theta = 0 \Rightarrow \cos(0) = 1$, e o deslocamento é exatamente a altura $d = H$, temos:

$$W_{Peso} = m \cdot g \cdot H$$

Denominamos a grandeza calculada por meio do produto do peso pela altura como energia potencial gravitacional. A energia potencial é simbolizada pela letra U. A unidade de medida da energia potencial também é o joule (J). Assim:

$$U = m \cdot g \cdot H$$

Observe que, inicialmente, na altura H acima do solo, a energia potencial gravitacional da partícula é máxima e, durante a queda, essa energia potencial gravitacional diminui, se transformando em energia cinética. Ou seja, à medida que a energia cinética da partícula aumenta, a energia potencial gravitacional diminui, o que pode ser escrito da seguinte forma:

$$W_P = -\Delta U$$

Lembre-se de que, na subida, o trabalho realizado pela força peso é negativo. Na descida, o trabalho realizado pela força peso é positivo.

Assim, o sinal negativo antes de ΔU é fundamental. Quando o corpo se move de baixo para cima, o trabalho realizado pela força peso é negativo, mas a energia potencial gravitacional aumenta, pois a altura H aumenta. Do contrário, quando o corpo se move de cima para baixo, a altura H diminui, assim, o trabalho realizado pela força peso é positivo, mas a energia potencial gravitacional diminui.

Observe que, se a força peso for a única força que atua sobre o objeto, podemos, então, escrever:

$$W_R = \Delta K = -\Delta U$$

Exemplificando

Um corpo de massa de 3,0 kg está a posicionado a uma altura de 5,0 m acima do solo. Considerando o solo como referência, ao abandonarmos esse corpo a partir do repouso e desconsiderando atritos e resistências, responda às questões abaixo:

a) Qual é a energia potencial gravitacional inicial?

b) Qual é a energia potencial gravitacional final?

c) Qual é a velocidade com que o corpo chega ao solo?

Solução:

a) $U_{inicial} = m \cdot g \cdot H = 3,0 \cdot 9,8 \cdot 5,0 = 147J$.

b) $U_{final} = m \cdot g \cdot H = 3,0 \cdot 9,8 \cdot 0 = 0$.

c) Observe que só temos a força peso atuando no corpo, ou seja:

$$W_R = \Delta K = -\Delta U$$

assim: $\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2} = -(U_{final} - U_{inicial})$.

Como a velocidade inicial do corpo é nula, temos:

$\frac{m \cdot v^2}{2} = U_{inicial}$.

Assim: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 147}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 147}{3,0}} \approx 9,9\, m/s$.

Caro estudante, observe que conseguimos calcular a velocidade, sem utilizar as leis de Newton e sem utilizar as equações da cinemática. A aplicação dos conceitos de trabalho e energia é uma metodologia alternativa, prática e rápida, para resolvermos esses problemas.

Se, além da força peso, tivermos outras forças atuando no sistema, então:

$$W_R = W_P + W_{outras} = \Delta K$$

Lembre-se de que $W_P = -\Delta U$.

Energia potencial elástica

Outra forma de energia potencial é aquela que está armazenada em uma mola ou em um objeto com propriedades elásticas. Dizemos que um objeto é elástico quando ele volta a ter a mesma forma e o mesmo tamanho que possuía antes da deformação. A energia armazenada em um corpo deformável, como a mola, é denominada energia potencial elástica.

Já sabemos que o trabalho realizado sobre a mola de constante elástica k para causar uma deformação x é dado por:

$$W = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \text{ (trabalho realizado sobre a mola).}$$

Interessa-nos, agora, saber a energia potencial elástica armazenada na mola, assim, poderemos calcular o trabalho realizado por ela. Pela terceira lei de Newton, concluímos que o trabalho realizado pela mola será igual ao da equação acima, porém de sinal contrário, ou seja:

$$W_{F_{el}} = -\frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \text{ (trabalho realizado pela mola).}$$

O trabalho realizado pela mola é equivalente à energia potencial elástica armazenada na mola, ou seja:

$$U = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \text{energia potencial elástica.}$$

Reflita

Vimos que:

$$U = m \cdot g \cdot H \Rightarrow \text{energia potencial gravitacional.}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \text{energia potencial elástica.}$$

Assim, quais são as condições necessárias para que haja energia potencial gravitacional e elástica?

Quanto maior a deformação da mola, maior será a energia potencial elástica armazenada. A mola sempre realiza trabalho contrário ao sentido da deformação. Assim, temos que:

$$W_{F_{el}} = -\Delta U$$

Observe que, se a força elástica for a única força que atua sobre o objeto, podemos, então, escrever:

$$W_{F_{el}} = \Delta K = -\Delta U.$$

Se, além da força elástica, tivermos outras forças atuando no sistema, então:

$$W_R = W_{F_{el}} + W_{outras} = \Delta K.$$

Lembre-se de que: $W_{F_{el}} = -\Delta U$.

Exemplificando

Um bloco de massa de 0,20 kg está em repouso sobre um plano horizontal liso sem atrito e está preso a uma mola de constante elástica $k = 5{,}00\,N/m$ inicialmente sem deformação. Você puxa o bloco, fazendo a mola se alongar de 0,10 m e, em seguida, com o bloco novamente em repouso, você libera o sistema. O bloco começa a se mover pelo plano horizontal, retornando para a posição inicial. Qual é o módulo da velocidade do bloco, quando a mola está alongada de 0,08 m?

Solução:

Inicialmente, com o bloco em repouso e a mola sem deformação, não temos energia mecânica no sistema.

Ao alongar a mola, armazenamos uma certa quantidade de energia potencial elástica. Após liberar o sistema, essa energia potencial elástica é convertida, gradativamente, em energia cinética do bloco. Observe que o bloco permanece sempre no plano, ou seja, não há variação de altura, assim sendo, a energia potencial gravitacional não tem qualquer influência nesse movimento.

A força da mola é a única que realiza trabalho, logo:

$$W_{F_{el}} = \Delta K = -\Delta U \Rightarrow K_{final} - K_{inicial} = U_{incial} - U_{final}.$$

Sendo:

$$K_{inicial} = 0 \Leftrightarrow repouso.$$

$$K_{final} = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

$$U_{inicial} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_{inical}{}^2) = \frac{1}{2} \cdot 5{,}00 \cdot (0{,}10^2) = 0{,}025\ J$$

$$U_{final} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_{final}{}^2) = \frac{1}{2} \cdot 5{,}00 \cdot (0{,}08^2) = 0{,}016\ J.$$

Assim:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} - 0 = 0{,}025 - 0{,}016$$

Ou seja: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot (0{,}025 - 0{,}016)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (0{,}009)}{0{,}20}} = 0{,}30\,m/s.$

Assimile

Para os nossos estudos de mecânica, podemos entender que existem duas formas de energia potencial: a gravitacional e a elástica. A energia potencial gravitacional está associada ao trabalho realizado pela força peso. A energia potencial elástica está associada ao trabalho realizado pela mola.

Energia mecânica total do sistema

Definimos a soma da energia cinética com a energia potencial como a energia mecânica total do sistema, representada pela letra E. Assim:

$$E = K + U$$

Se não há resistência, atritos ou outras forças dissipativas, a energia mecânica do sistema é constante. Na próxima seção, falaremos sobre a conservação da energia mecânica.

Pontos de retorno

Durante a trajetória de uma partícula, chamamos de pontos de retornos os pontos extremos da trajetória, ou seja, pontos nos quais a velocidade é nula e, portanto, não há energia cinética ($K = 0$). Nesses pontos, a partícula inverte o sentido do movimento. Normalmente, esses pontos são enunciados como: altura máxima, deformação máxima etc.

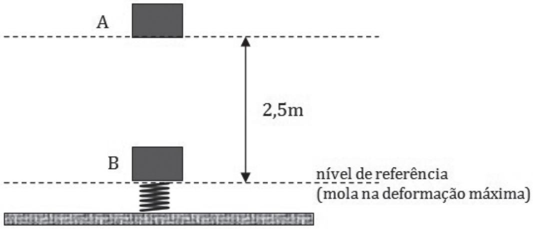
Imagine uma pessoa em um balanço. Quando a pessoa atinge a altura máxima, o balanço para completamente e inverte o movimento. Esse ponto de altura máxima do balanço é um ponto de retorno, no qual a energia cinética é nula e, portanto, só temos a energia potencial.

$$E = U \Leftrightarrow ponto \quad de \quad retorno \quad (K = 0)$$

Exemplificando

Uma caixa de massa de 3,0 kg é solta, a partir do repouso, a um altura de 2,0 m acima de um mola. Inicialmente, a mola está na sua posição de repouso, ou seja, sem deformação. Desprezando atritos e resistências e sabendo que a caixa comprime a mola até a deformação máxima de 50 cm, qual será a constante elástica da mola? Adote o ponto de deformação máxima como referência e considere a energia mecânica da caixa constante.

Figura 3.14 | Caixa em queda sobre a mola



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

Inicialmente (ponto A), a caixa está em repouso (energia cinética nula) e a uma altura de 2,0 m do nível de referência adotado. Assim, a energia mecânica é:

$$E_{inical} = U_{inicial} = m \cdot g \cdot H = 3{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 2{,}0 \Rightarrow E_{inical} = 58{,}8\ J\ .$$

O ponto de compressão máxima da mola é um ponto de retorno, ou seja, nesse ponto (B), a caixa também está em repouso (energia cinética é nula). Visto que adotamos esse ponto como nível de referência, então em B, a energia potencial gravitacional também é nula. Assim, a energia mecânica nesse ponto contém apenas a energia potencial elástica:

$$E_{final} = U_{final} = \frac{k \cdot x^2}{2} \text{ (equação 1).}$$

Como a energia mecânica é constante:

$$E_{final} = E_{inicial} = 58{,}8\ J\ .$$

Assim, retornando à equação 1:

$$\frac{k \cdot x^2}{2} = 58{,}8 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot 58{,}8}{(0{,}5^2)} = 470{,}4\,N/m$$

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos!

Sugestão de leitura: Capítulo 11 do livro Física 1, de David Halliday, Robert Resnick e Kenneth Krane:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; KRANE, Kenneth. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

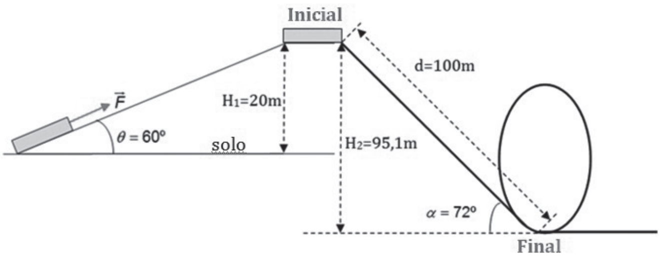
Faça *log in* na sua biblioteca virtual e acesse:

Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/270!/4/4@0.00:42.0>. Acesso em: 20 jun. 2016.

Sem medo de errar

Vamos dar continuidade às análises para o projeto da montanha-russa no novo parque de diversões da cidade. Você já sabe que, inicialmente, o carrinho sobe uma rampa, em seguida, ele despenca e, após a descida, há um looping. Agora, você precisa avaliar a energia potencial gravitacional e a energia mecânica total no topo da subida e no final da descida, antes de o carrinho entrar no looping. Lembre-se de que estamos desprezando atritos e que a carga do carrinho é de 500 kg.

Figura 3.15 | Projeto montanha-russa.



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

Nesta análise, será considerado o ponto inicial como sendo o ponto antes de iniciar a descida do carrinho (observe esse ponto na figura). Nesse ponto inicial, repare que o carrinho está a uma altura de 20 metros do solo. Tomaremos o solo como ponto de referência (onde a energia potencial gravitacional é nula).

Nesse ponto temos, então, que a energia potencial gravitacional é:

$$U_{inicial} = m \cdot g \cdot H = 500 \cdot 9{,}8 \cdot 20 = 98000\,J.$$

A energia mecânica total é:

$$E_{inicial} = K_{inicial} + U_{inicial}.$$

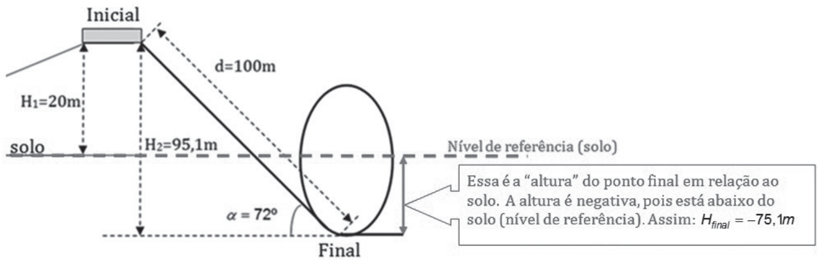
Lembre-se de que, na seção anterior, já calculamos a energia cinética nesse ponto inicial: $K = 79700\ J$.

Assim, a energia mecânica total inicial do carrinho é:

$$E_{inicial} = 79700 + 98000 = 177700\,J = 177{,}7\ kJ.$$

Agora, vamos analisar o ponto final da descida do carrinho (oberve esse ponto na figura). Observe que esse ponto está abaixo do nosso nível de referência, o solo. Então, qual é a distância desse ponto em relação ao solo? Pela Figura 3.16, observe que essa distância é de - 75,1 m (negativo, pois está abaixo do nível de referência, abaixo do solo):

Figura 3.16 | Desnível do ponto final em relação ao solo



Fonte: elaborada pela autora.

Assim, temos que a energia potencial no ponto final é:

$$U_{final} = m \cdot g \cdot H = 500 \cdot 9{,}8 \cdot (-75{,}1) = -367990\,J \quad .$$

Nesse ponto final da descida, já sabemos, pois calculamos na seção anterior, que a energia cinética é $K_{final} = 545690\,J$.

Assim, a energia mecânica total no ponto final da descida será:

$$E_{final} = 545690 - 367990 = 177700J = 177{,}7\,kJ.$$

Observe que a energia mecânica do sistema se manteve constante, pois:

$$E_{inicial} = E_{final} = 177700J = 177{,}7kJ\,.$$

Não se preocupe se os cálculos estão corretos. É isso mesmo: a energia mecânica total no ponto inicial e no ponto final é a mesma, ela é constante! Na próxima seção, você entenderá porque a energia mecânica do sistema se manteve constante.

Atenção

Na subida, a variação da energia potencial gravitacional é positiva (o corpo acumula energia potencial). Na descida, a variação da energia potencial gravitacional é negativa (o corpo perde energia potencial, transformando-a em movimento na maioria das vezes). Fique atento aos sinais: a energia potencial gravitacional pode ser positiva ou negativa, dependendo do referencial nulo (em que a energia potencial gravitacional é nula).

Avançando na prática

O grande acrobata

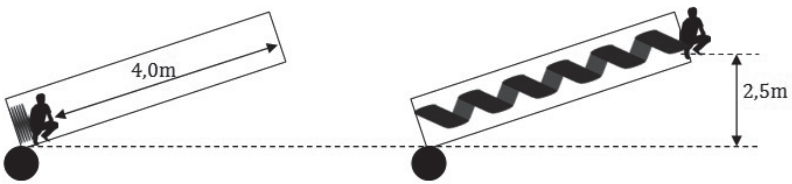
Descrição da situação-problema

A maior atração de um determinado circo é o lançamento de um grande acrobata de circo de massa de 60,0 kg por meio de um canhão de molas. O canhão do circo estragou e você vai auxiliar a projetar um novo. Esse canhão deve possuir uma mola muito grande, com massa pequena, de constante elástica igual a $k = 1100\,N/m$. A mola é comprimida pela aplicação de força de

4400 N. Inicialmente, o acrobata fica em repouso e permanece o tempo todo em contato com a mola. Assim, quando a mola é disparada, ela realizada trabalho sobre o acrobata, fazendo-o percorrer uma distância de 4,0 m e uma altura de 2,5 m até sair do interior do canhão. Durante esse deslocamento, o atrito é de apenas 40 N. Ao final desse deslocamento, a mola está na sua posição de repouso, ou seja, sem deformação. Receoso com o novo canhão, o acrobata pergunta com qual velocidade ele irá emergir na extremidade do cano, pois essa informação é muito importante para saber onde colocar a rede de proteção.

Pensando nessa situação, você consegue responder ao acrobata?

Figura 3.17 | O canhão e o acrobata



Fonte: elaborada pela autora.

Lembre-se

Se, além da força elástica, tivermos outras forças atuando no sistema, então: $W_R = W_{F_{el}} + W_{outras} = \Delta K$.

Sendo: $W_{F_{el}} = -\Delta U$.

Resolução da situação-problema

Inicialmente, a mola está comprimida, armazenando energia potencial elástica dada por: $U = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$.

Para descobrir a deformação da mola, basta lembrarmos de que $F_{el} = k \cdot x \Rightarrow 4400 = 1100 \cdot x$.

Logo, a deformação da mola é: $x = \frac{4400}{1100} = 4{,}0\ m$.

Sendo assim, a energia armazenada pela mola é:

$U = \frac{1}{2} \cdot 1100 \cdot (4{,}0^2) = 8800\ J$.

Observe que a mola irá transferir essa energia inicial ao acrobata, para que ele se desloque pelo cano do canhão. No final do processo, a mola não possui deformação. Assim, $\Delta U = U_{final} - U_{inicial} = 0 - 8800 = -8800\ J$.

Portanto, o trabalho realizado pela força elástica é:

$W_{F_{el}} = -\Delta U = -(-8800) = 8800\ J$.

Porém, durante o deslocamento, temos, também, atuando sobre o acrobata, as forças peso, normal e a força de atrito. O trabalho realizado por cada uma dessas forças é:

$W_N = N \cdot d \cdot \cos(90°) = 0$.

$W_P = -m \cdot g \cdot H = -60{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 2{,}5 = -1470\ J$ (na subida, o trabalho da força peso é negativo).

$W_{F_{at}} = F_{at} \cdot d \cdot \cos(180°) = -40 \cdot 4{,}0 = -160\ J$ (a força de atrito é contrária ao movimento).

Dessa forma, lembrando-se de que o acrobata está, inicialmente, em repouso $(v_0 = 0)$, podemos concluir que:

$$W_R = W_{F_{el}} + W_N + W_P + W_{F_{at}} = \Delta K$$

$$8800 + 0 - 1470 - 160 = \frac{m \cdot v^2}{2},$$

e, portanto: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot (8800 + 0 - 1470 - 160)}{60{,}0}} \approx 15{,}5\ m/s$.

Faça você mesmo

Em um plano horizontal, um bloco de 0,50 kg é empurrado contra uma mola horizontal de massa desprezível, comprimindo a mola em 0,20 m. Quando o bloco é liberado, após se desprender da mola, ele se move sobre o plano horizontal até uma distância de 1,00 m antes de parar. Durante esse deslocamento de 1,00 m há atrito. A constante elástica da mola é $k = 100\ N/m$. Sabendo disso, calcule o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano.

Faça valer a pena

1. Um bloco de massa de 500 g está a 50 m de altura em relação ao solo horizontal com uma velocidade de $10{,}0\,m/s$ em um determinado instante de tempo. Tomando o solo como referência, nesse mesmo instante de tempo, quais são, respectivamente, a energia cinética, a energia potencial e a energia mecânica total do bloco?

a) 25 J, 145 J e 170 J.

b) 25 J, 245 J e 220 J.

c) 25 J, 245 J e 270 J.

d) 15 J, 145 J e 270 J.

e) 15 J, 145 J e 130 J.

2. Uma bola de futebol de massa de 0,40 kg cai de uma altura de 6,0 m a partir do repouso e, depois de bater no chão, ela eleva-se verticalmente até a altura máxima de 2,4 m. Quanta energia mecânica a bola perdeu, aproximadamente, ao se chocar com o solo? (despreze a resistência do ar).

a) 4 J.

b) 14 J.

c) 24 J.

d) 34 J.

e) 44 J.

3. Para calcularmos a energia potencial de uma pessoa em pé no chão, consideramos a metade de sua altura $U_{pessoa} = m \cdot g \cdot \frac{H_{pessoa}}{2}$. Considere um atleta de 80 kg com 2,0 m de altura, que precisa ultrapassar um obstáculo vertical de 6,0 m de altura do chão, com salto de vara. Ao atingir o topo do obstáculo, o atleta está praticamente deitado na horizontal. Assim, a variação de energia potencial gravitacional do atleta, neste salto, saindo do chão até o topo do obstáculo, é um valor próximo de:

a) 2,4 kJ.

b) 3,0 kJ.

c) 3,9 kJ.

d) 4,8 kJ.

e) 6,0 kJ.

Seção 3.4

Conservação de energia

Diálogo aberto

Olá! Seja bem-vindo a esta nova seção de estudos.

Você já sabe que a energia mecânica total de um sistema é dada pela soma da energia potencial com a energia cinética. Nesta seção, demonstraremos, que em alguns casos, a energia mecânica total permanece constante durante o movimento do sistema e, em outros, parte da energia mecânica é transformada em outras formas de energia. Isso nos conduzirá a uma formulação geral da lei da conservação da energia, um dos princípios mais fundamentais e abrangentes de todas as ciências.

A lei da conservação da energia nos remete à frase de Lavoisier: "Na natureza nada se perde, nada se cria, tudo se transforma". Assim, a energia não se perde e nem se cria, ela muda de forma, mantendo a energia total do sistema isolado sempre constante.

Após conhecer a lei da conservação de energia, finalizaremos o desenvolvimento da montanha-russa no novo parque de diversões da cidade. Você estará pronto para realizar as últimas análises que garantirão o funcionamento do brinquedo com total segurança. Agora, você deverá analisar se o carrinho consegue fazer o looping completo, e descobrir a velocidade mínima necessária para o carrinho cumprir o percurso com segurança. Ao sair do looping, você também precisará determinar qual é a máxima altura que o carrinho consegue atingir em relação ao solo, pois esse será o ponto final, onde os passageiros irão descer. O resultado dessas análises será essencial para garantir a liberação do projeto para a construção da montanha-russa.

Assim, no decorrer desta seção, você aprenderá a identificar forças conservativas e aplicar a lei de conservação da energia. Você também saberá diferenciar sistemas não conservativos, ou seja, sistemas nos quais a energia mecânica não é constante, devido à presença de forças que aumentam ou dissipam a energia do sistema, chamadas de forças não conservativas. Você vai aprender muito e vai perceber como é prático e rápido resolver problemas utilizando os conceitos aprendidos aqui.

Desejamos um excelente estudo a você!

Não pode faltar

Para iniciarmos os estudos desta seção, é importante que você se familiarize com o conceito de sistema isolado. Usamos esse termo para nos referir ao sistema que não troca energia com o ambiente, ou seja, **a energia total de um sistema isolado é sempre constante**.

Dentro de um sistema isolado podem ocorrer muitas transferências de energia, como entre energia cinética e energia potencial ou entre energia cinética e energia térmica. Mas a energia total do sistema isolado não varia, é sempre constante.

Uma situação especial dos sistemas isolados é quando a energia mecânica é constante. Chamamos esses sistemas de conservativos. Já quando a energia mecânica do sistema isolado varia, devido, por exemplo, à ação da força de atrito que transforma a energia mecânica em outra forma de energia (térmica, sonora etc), chamamos o sistema de não conservativo. Estudaremos esses casos a seguir.

Assimile

Nos sistemas isolados, a energia total é sempre constante. Nesses sistemas, a energia mecânica pode ser constante ou não. Quando a energia mecânica do sistema isolado é constante, chamamos de sistemas conservativos. Do contrário, chamamos de sistemas não conservativos.

Chamamos de sistemas conservativos aqueles nos quais a energia mecânica é constante, pois apenas as forças conservativas realizam trabalho. A força conservativa é capaz de converter energia cinética em potencial ou de fazer a conversão inversa. Assim, nos sistemas conservativos, a energia mecânica é constante, pois a energia do sistema apenas se altera entre energia cinética ou potencial. A energia do sistema conservativo **não** é transformada em outra forma (térmica, sonora etc).

Em outras palavras, forças conservativas são aquelas que conseguem armazenar energia e tornar essa energia útil de forma totalmente reversível. Outras características das forças conservativas são:

- O trabalho realizado por uma força conservativa é sempre reversível, ou seja, a força conservativa consegue realizar trabalho sobre um objeto, fazendo-o deslocar de um ponto A até um ponto B e retornar ao ponto A por alguma outra trajetória qualquer, sem que haja perda de energia total.

- O trabalho realizado pela força conservativa depende apenas do ponto inicial e do ponto final do movimento. Quando o ponto final coincide com o ponto inicial, o trabalho realizado é nulo.

- A força conservativa é incapaz de alterar a energia mecânica do sistema.

- A força conservativa realiza sempre o mesmo trabalho sobre o corpo, independente da trajetória. O trabalho realizado pela força conservativa depende apenas do deslocamento e não da trajetória.

São exemplos de forças conservativas: a força da mola (força elástica) e a força gravitacional (força peso).

Assim, se o movimento de um sistema é devido apenas à ação da força peso ou da força elástica, ou seja, se apenas essas forças realizam trabalho, dizemos que o sistema é conservativo, que a energia mecânica total do sistema permanece constante.

$$E = K + U = constante$$

Nos sistemas conservativos:

$$E_{final} = E_{inicial}$$

Assimile

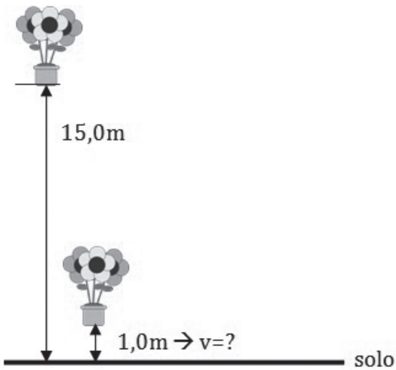
Quando as únicas forças que realizam trabalho em um sistema são forças conservativas, o sistema é conservativo e, portanto, a energia mecânica total é constante. A energia do sistema conservativo se altera apenas entre cinética e potencial, ou vice-versa.

Exemplificando

Um corpo em queda livre, desprezando a resistência do ar, é um exemplo de sistema conservativo, pois somente a força peso realiza trabalho durante o movimento.

Considere um vaso de flores de massa de 200 g que inicialmente estava em repouso, na janela de um apartamento, a uma altura de 15,0 metros em relação ao solo. De repente o vaso cai em queda livre. Desprezando a resistência do ar, quando o vaso está a 1,0 metro do solo, qual é a sua velocidade e qual é a variação da energia cinética?

Figura 3.18 | Vaso em queda livre



Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

Inicialmente, o vaso está em repouso, assim, a energia mecânica total inicial é:

$$E_{inicial} = K_{inicial} + U_{inicial} = 0 + m \cdot g \cdot H$$

1.1 $$E_{inicial} = 0,2 \cdot 9,8 \cdot 15 = 29,4\,J\ .$$

1.1.1 Visto que o sistema é conservativo, pois, durante a queda livre, apenas a força peso (força conservativa) realiza trabalho, temos que a mecânica é constante:

1.1.2 $E_{final} = E_{inicial} \Rightarrow E_{final} = 29,4\,J$.

1.1.2.1 Assim, quando o vaso estiver a 1,0 metro do solo, temos:

1.1.2.2 $E_{final} = K_{final} + U_{final} \Rightarrow \dfrac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot H = 29,4\,J$

1.1.2.2.1 E, assim, $\dfrac{0,2 \cdot v^2}{2} + 0,2 \cdot 9,8 \cdot 1,0 = 29,4\,J$.

1.1.2.2.1.1 Portanto, a velocidade do vaso a 1,0 metro do solo é de:

1.1.2.2.1.2

$$\frac{0,2 \cdot v^2}{2} + 1,96 = 29,4J \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot (29,4 - 1,96)}{0,2}} \approx 16,57\,m/s$$

Então, a variação de energia cinética, lembrando que, inicialmente, o vaso estava em repouso, é:

$$\Delta K = K_{final} - K_{inicial} = \frac{m \cdot v_{final}{}^2}{2} - 0 \Rightarrow \Delta K = \frac{0,2 \cdot (16,57)^2}{2} \approx 27,4\,J.$$

Nem todas as forças são conservativas, ou seja, nem todas as forças armazenam energia, podendo utilizá-la de forma reversível, sem alterar a energia mecânica do sistema.

Existem forças capazes de alterar a energia mecânica do sistema, seja fornecendo ou dissipando energia. Veja, por exemplo, a força de atrito. Intuitivamente, percebemos que a força de atrito retira (dissipa) energia do sistema. Para isso, considere uma caixa se movendo em uma superfície com atrito. Durante o movimento, a caixa perde energia cinética até parar. A energia cinética perdida não pode ser recuperada, ou seja, o movimento não é reversível. A força de atrito dissipa a energia e, por isso, é chamada de força não conservativa ou força dissipativa.

Assim, sistemas não conservativos são aqueles em que as forças não conservativas realizam trabalho de forma a alterar (aumentar ou diminuir) a energia mecânica total. São situações em que o movimento não é reversível.

Nos sistemas conservativos, a energia mecânica pode ser transformada em outra forma de energia, como energia térmica, sonora etc.

Exemplos de forças não conservativas dissipativas: força de atrito, força de resistência. As forças provenientes de reações (explosões) são exemplos de forças não conservativas que produzem aumento da energia mecânica do sistema.

Assimile

Nos sistemas conservativos, somente as forças conservativas realizam trabalho, ou seja, o trabalho das forças não conservativas é nulo e a energia mecânica é constante.

Nos sistemas não conservativos, as forças não conservativas também realizam trabalho, alterando a energia mecânica.

Nos sistemas não conservativos, a energia mecânica não é constante, mas para onde vai a energia perdida ou dissipada? Lembre-se de que "na natureza nada se perde, nada se cria, tudo se transforma". As forças não conservativas dissipativas são responsáveis por transformar energia mecânica em outro tipo de energia, como em energia térmica.

Em outras palavras, dizemos que o trabalho realizado pela força dissipativa (F_{dis}), como a força de atrito, é equivalente à variação da energia mecânica do sistema:

$$W_{F_{dis}} = \Delta E_{mec}$$

Reflita

Os fragmentos das explosões de fogos de artifícios se espalham com energias cinéticas elevadas devido às forças explosivas geradas a partir de reações químicas da pólvora com o oxigênio do ar. Você consegue explicar por qual motivo esse processo não é reversível? Ou seria possível a volta espontânea dos fragmentos das explosões para reconstituir os fogos de artifício queimados?

Exemplificando

Uma bola de futebol de massa de 0,40 kg cai de uma altura de 6,0 m a partir do repouso e, depois de bater no chão, ela eleva-se verticalmente até a altura máxima de 2,4 m. Podemos dizer que esse sistema é conservativo? Justifique.

Solução:

Inicialmente, como a bola está em repouso, temos que a energia mecânica é:

$$E_{inicial} = K_{inicial} + U_{inicial} = 0 + U_{inicial} \Rightarrow E_{inicial} = U_{inicial}$$

Assim: $E_{inicial} = m \cdot g \cdot H_{inicial} = 0,40 \cdot 9,8 \cdot 6,0 \approx 23,5\,J$.

Após o choque com o solo, temos que a altura máxima é de 2,4 m. Lembre-se de que, na altura máxima, a velocidade é nula (ponto de retorno). Assim:

$$E_{final} = U_{final} = m \cdot g \cdot H_{final} = 0,40 \cdot 9,8 \cdot 2,4 \approx 9,4\,J\ .$$

Portanto, a energia mecânica final não é igual à energia mecânica inicial. Logo, o sistema não é conservativo.

Houve dissipação de energia:

$$E_{dissipada} = \Delta E = E_{final} - E_{inicial} = 9,4 - 23,5 = -14,1\,J\ .$$

O sinal negativo significa que houve perda de energia. Em outras palavras, forças não conservativas realizaram trabalho no sistema dissipando 14,1 J. Contudo, lembre-se de que a energia não desaparece, ela é transformada. Nesse caso, a energia mecânica dissipada pode ter sido transformada em energia térmica, energia sonora, por exemplo. A deformação de objetos também gera dissipação de energia por aquecimento.

Lei de conservação da energia

A lei de conservação da energia se refere à energia total do sistema. A energia total do sistema é a soma da energia mecânica com qualquer outra forma de energia que aqui chamaremos de energia interna (E_{int}). A energia interna pode ser, por exemplo, a energia térmica, entre outras.

Essa lei estabelece que a energia total de um sistema pode mudar apenas pela transferência de energia para dentro ou para fora do sistema:

$$\Delta E_{tot} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{\text{int}}.$$

Em palavras, a variação da energia total (ΔE_{tot}) é equivalente à variação da energia mecânica (ΔE_{mec}) mais a variação de qualquer outro tipo de energia interna (ΔE_{int}) do sistema (térmica, sonora etc).

Observe que a lei mostra claramente que a energia não pode ser criada nem destruída, ela apenas pode ser transformada em energia mecânica (cinética e potencial) ou em outras formas de energia.

Essa lei é deduzida com base em resultados experimentais. Nunca foi encontrada nem observada nenhuma exceção dessa regra.

Nos sistemas isolados, a energia total é constante, ou seja, a variação de energia total é igual a zero. Assim, temos a lei escrita da seguinte forma: $\Delta E_{mec} + \Delta E_{\text{int}} = 0$, ou ainda:

$$(E_{mec,final} - E_{mec,inicial}) + \Delta E_{\text{int}} = 0 \Rightarrow E_{mec,final} = E_{mec,inicial} - \Delta E_{\text{int}}.$$

Se não houver variação de energia interna $(\Delta E_{\text{int}} = 0)$, temos, então, um sistema conservativo, pois:

$$E_{mec,final} = E_{mec,inicial}$$

Exemplificando

Uma caixa de massa de 2,5 kg desliza de encontro a uma mola de constante elástica $k = 320\,N/m$, conforme Figura 3.19. A caixa para após comprimir a mola de 7,5 cm. O coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso é 0,25. Enquanto a caixa está em contato com a mola até atingir o repouso, determine:

a) O trabalho realizado pela mola.

b) O aumento da energia térmica do sistema caixa-piso.

c) A velocidade da caixa imediatamente antes de se chocar com a mola.

Figura 3.19 | Caixa desliza até comprimir a mola

Fonte: elaborada pela autora.

Solução:

a) O trabalho realizado pela mola é equivalente à energia potencial acumulada até a compressão máxima. Observe, porém, que a força aplicada pela mola é contrária ao sentido do movimento da caixa. Sendo assim, o trabalho realizado pela mola é negativo, pois a mola atrapalha o movimento da caixa:

$$W_{F_{el}} = -\frac{k \cdot x^2}{2} = -\frac{320 \cdot (0{,}075^2)}{2} = -0{,}9\,J\,.$$

b) O aumento da energia térmica (energia interna) do sistema é devido ao trabalho realizado pela força de atrito não conservativa, que transforma energia mecânica em térmica. Como a energia dissipada pelo atrito reflete em aumento da energia térmica do sistema, temos:

$$W_{F_{at}} = -\Delta E_{int}\,.$$

$$W_{F_{at}} = F_{at} \cdot d \cdot \cos(180°) = -\mu \cdot N \cdot d\,.$$

$$W_{F_{at}} = -(0{,}25) \cdot (2{,}5 \cdot 9{,}8) \cdot (0{,}075) = -0{,}46\,J\,.$$

Logo, o aumento da energia térmica do sistema é:

$$\Delta E_{int} = -(-0{,}46) = 0{,}46\,J\,.$$

c) Pela lei de conservação da energia mecânica, temos:

$$E_{mec,final} = E_{mec,inicial} - \Delta E_{\text{int}}$$

Inicialmente, antes de se chocar com a mola, a caixa apenas desliza sobre o plano, ou seja, sem comprimir a mola. Logo:

$$E_{mec,inicial} = K_{inicial} + U_{inicial} = \frac{m \cdot v^2}{2} + 0 .$$

No final, a caixa está em repouso e comprimindo a mola. Então temos:

$$E_{mec,final} = K_{final} + U_{final} = 0 + \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{320 \cdot (0{,}075^2)}{2} \Rightarrow E_{mec,final} = 0{,}9\ J .$$

A variação da energia interna foi calculada no item anterior:

$\Delta E_{\text{int}} = 0{,}46J$, assim, temos que a velocidade da caixa antes de se chocar com a mola é:

$$0{,}9 = \frac{2{,}5 \cdot v^2}{2} - 0{,}46 \Rightarrow v^2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (0{,}9 + 0{,}46)}{2{,}5}} \approx 1{,}04\, m/s .$$

Caro estudante, observe que a variação da energia mecânica corresponde ao trabalho realizado pela força de atrito, o que é equivalente, em módulo, à energia transformada em calor (energia térmica):

$$W_{F_{at}} = \Delta E_{mec} = E_{mec,final} - E_{mec,inicial} .$$

$$W_{F_{at}} = 0{,}9 - \left(\frac{2{,}5 \cdot 1{,}04^2}{2} \right) = 0{,}9 - 1{,}36 = -0{,}46\ J .$$

$$W_{F_{at}} = -\Delta E_{\text{int}} \Rightarrow \Delta E_{\text{int}} = 0{,}46\ J .$$

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos!

Sugestão de leitura: Capítulo 11 do livro **Física 1**, de David Halliday, Robert Resnick e Kenneth Krane:

HALLIDAY, David.; RESNICK, Robert.; KRANE, Kenneth. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

Faça log in na sua biblioteca virtual e acesse:

Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/270!/4/4@0.00:42.0>. Acesso em: 20 jun. 2016.

Sem medo de errar

Para finalizar o desenvolvimento da montanha-russa no novo parque de diversões da cidade, você deverá calcular a velocidade do carrinho no ponto mais alto do looping de forma a garantir que o carrinho consiga fazer o percurso com segurança. A velocidade mínima, nesse ponto, para garantir que o carrinho não despenque, deve ser $v_{min}{}^2 = g \cdot R$, em que R é o raio do looping definido em 40 metros. Verifique, também, qual é a máxima altura que o carrinho consegue atingir em relação ao solo ao sair do looping. Esse será o ponto final da montanha-russa, onde os passageiros irão descer. O atrito e as resistências são desprezíveis. Recorde-se de que a carga máxima do carrinho é de 500 kg.

Solução:

Como o atrito e as resistências são desprezíveis, não temos forças dissipativas. Portanto, a montanha-russa que você está projetando é um sistema conservativo, ou seja, a energia mecânica é constante em qualquer ponto da trajetória do carrinho.

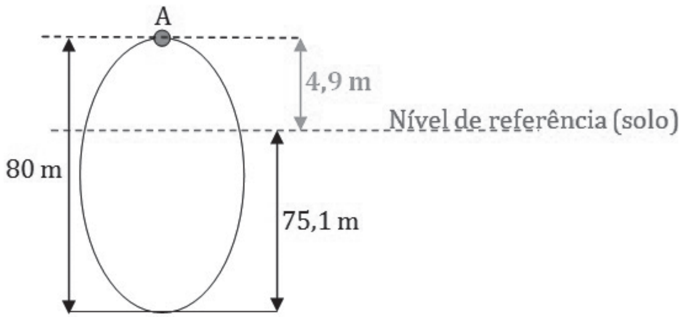
Na seção anterior, vimos que a energia mecânica do carrinho durante a descida para entrar no *looping* é: $E_{mec,inicial} = 177700J = 177,7kJ$.

Como a energia é constante, no ponto mais alto do looping (chamaremos de ponto A), temos:

$$E_A = K_A + U_A \Rightarrow 177700 = \frac{m \cdot v_A{}^2}{2} + m \cdot g \cdot H_A .$$

Nesse ponto, o carrinho está em uma posição equivalente ao diâmetro do *looping*, ou seja, a 80 metros acima da base do looping. Porém, a base do looping está a 75,1 m abaixo do nível do solo, conforme Figura 3.20.

Figura 3.20 | Ponto mais alto do looping (ponto A)



Fonte: elaborada pela autora.

Logo, como mostra a Figura 3.20, a altura em relação ao ponto de referência (solo) é de:

$$H_A = 80,0 - 75,1 = 4,9\,m\ .$$

Dessa forma, temos que a velocidade no ponto A é:

$$177700 = \frac{500 \cdot v_A{}^2}{2} + 500 \cdot 9,8 \cdot 4,9\ .$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2 \cdot (177700 - 24010)}{500}} \approx 24,8\,m/s\ .$$

A velocidade mínima necessária no ponto mais alto do looping deve ser de:

$$v_{\min}{}^2 = g \cdot R \Rightarrow v_{\min} = \sqrt{9,8 \cdot 40} \approx 19,8\,m/.$$

Com isso, é possível concluir que o carrinho terá velocidade suficiente para fazer o percurso com segurança, sem despencar. Ao sair do looping, a altura máxima atingida pelo carrinho pode ser obtida pela lei de conservação de energia. Não se esqueça de que, no ponto de altura máxima, a velocidade é nula, portanto não há energia cinética. Assim: $E_{mec,final} = U_{final} = m \cdot g \cdot H_{\max}$.

Como a energia mecânica total do sistema é constante, temos, então, que a altura máxima atingida pelo carrinho, em relação ao solo, será de:

$$177700 = 500 \cdot 9{,}8 \cdot H_{max} \Rightarrow H_{max} = \frac{177700}{500 \cdot 9{,}8} \approx 36{,}3\,m \cdot$$

Atenção

Caro estudante, é importante que você perceba que a energia não pode ser perdida nem criada, ela é sempre transformada. Observe que, no movimento do carrinho pela montanha-russa, a energia mecânica se altera entre cinética e potencial durante todo o percurso. Como não há presença de forças dissipativas (desconsideramos atrito e resistências), não há variação da energia interna do sistema e, portanto, a energia total do sistema é a própria energia mecânica, que se mantém constante. Ou seja, temos um sistema conservativo, no qual apenas forças conservativas realizam trabalho. Veja que aqui consideramos como um caso ideal (sem atritos). Você pode verificar as resoluções de casos mais reais (com atrito) nos demais exemplos apresentados durante este livro.

Avançando na prática

Tobogã

Descrição da situação-problema

Para presentear seu filho, você resolveu construir um tobogã na sua casa. O tobogã possui altura de 2,0 metros em relação ao chão e a rampa (por onde seu filho escorrega) possui comprimento de 2,5 metros. O final da rampa do tobogã encosta no chão (solo). O material que você utilizou na rampa possui constante de atrito cinético de 0,40. Após estrear o presente, no final do escorregamento, seu filho, de massa de 30 kg, reclamou que suas pernas pareciam queimar. Sua mulher achou que, no final, seu filho parecia estar "rápido demais". Você consegue analisar essas reclamações, ou seja: quanto de energia está sendo transformada em térmica? Qual é a velocidade do seu filho no final do tobogã, sabendo que ele parte do repouso?

Lembre-se

O trabalho realizado pela força dissipativa, como a força de atrito, é equivalente à variação da energia mecânica do sistema: $W_{F_{dis}} = \Delta E_{mec}$. Como a energia dissipada pelo atrito reflete em aumento da energia térmica do sistema, temos: $W_{F_{at}} = -\Delta E_{\text{int}}$.

Pela lei de conservação da energia: $E_{mec,final} = E_{mec,inicial} - \Delta E_{\text{int}}$.

Resolução da situação-problema

Inicialmente, seu filho está em repouso, portanto a energia cinética inicial é nula $(K_{inicial} = 0)$. Logo, a energia mecânica inicial é exatamente a energia potencial inicial, dada por: $E_{mec,inicial} = U_{inicial} = m \cdot g \cdot H = 30 \cdot 9{,}8 \cdot 2{,}0 = 588\ J$.

Como existe a força de atrito, uma força dissipativa, parte da energia mecânica do sistema é dissipada. Assim sendo, o trabalho realizado pela força de atrito durante o escorregamento pelo tobogã é equivalente à energia térmica adquirida pelas pernas do seu filho. Como a energia dissipada pelo atrito reflete em aumento da energia térmica (energia interna) do sistema, temos: $W_{F_{at}} = -\Delta E_{\text{int}}$;

$$W_{F_{at}} = F_{at} \cdot d \cdot \cos(180°) = -\mu \cdot N \cdot d \quad \text{(equação 1)} .$$

Uma observação muito importante aqui é que seu filho escorrega pela rampa (como se fosse um plano inclinado). Assim, temos que a força normal possui módulo igual à componente y da força peso: $N = P_y = m \cdot g \cdot \cos\theta$. Pela relação trigonométrica, usando o comprimento da rampa e a altura do tobogã, temos: $sen\theta = \dfrac{2{,}0}{2{,}5} = 0{,}8 \Rightarrow \theta = arcsen(0{,}8) \approx 53°$, de modo que $N = 30 \cdot 9{,}8 \cdot \cos(53°) \approx 177N$.

Retornando à equação 1, temos: $W_{F_{at}} = -(0{,}40) \cdot (177) \cdot (2{,}5) \approx -177J$.

Logo, a energia mecânica dissipada e transformada em energia térmica, absorvida pelas pernas do seu filho, é de: $\Delta E_{\text{int}} = -(-177) = 177J$. Pela lei de conservação da energia, temos: $E_{mec,final} = E_{mec,inicial} - \Delta E_{\text{int}}$ (equação 2).

No final, na base da rampa do tobogã, a energia potencial gravitacional é nula, pois a rampa encosta no chão (não tem altura) e, portanto, seu filho possui apenas energia cinética: $E_{mec,final} = K_{final} + U_{final} \Rightarrow E_{mec,final} = K_{final}$. A variação da energia interna foi calculada no item anterior: $\Delta E_{int} = 177J$. Assim, retornando à equação 2, temos que a energia cinética do seu filho ao chegar na base do tobogã é: $K_{final} = U_{inicial} - \Delta E_{int} \Rightarrow K_{final} = 588 - 177 = 411J$.

Portanto, podemos concluir que a velocidade do seu filho no final do tobogã é:

$$K_{final} = \frac{m \cdot v^2}{2} = 411 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{(2 \cdot 411)}{30}} \approx 5,2\,m/s \approx 18,8\,km/h.$$

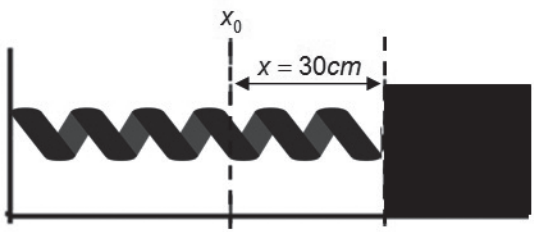
Faça você mesmo

Considere o sistema massa mola da Figura 3.21, em que a massa do bloco é 500 g e a constante elástica da mola é $k = 20,0\,N/m$. O bloco está preso à mola e ele se encontra, inicialmente, em repouso com a mola alongada deformada de 30 cm. O bloco é abandonado dessa posição inicial e, no final, o bloco se encontra novamente em repouso, porém com a mola em sua posição de equilíbrio (x_0), ou seja, sem deformação. Sabendo que existe atrito:

a) Calcule o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície horizontal.

b) Explique a variação de energia mecânica.

Figura 3.21 | Sistema massa mola



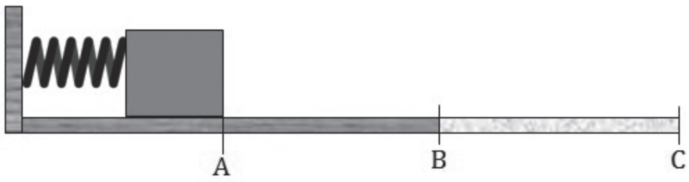
Fonte: elaborada pela autora.

Faça valer a pena

1. Um corpo de massa de 800 g está inicialmente em repouso e comprime em 12 cm uma mola de constante elástica $k = 2000\,N/m$. O corpo é abandonado desta posição (A). Em seguida, a mola se distende e o bloco se separa da mola na posição B e para completamente na posição C. Na posição B, a mola não possui deformação. No trecho AB, não há atrito. Porém, no trecho BC, existe atrito e o coeficiente de atrito cinético é 0,40.

Analisando esses dados, é possível afirmar que a distância BC vale, aproximadamente:

Figura 3.22 | Corpo e mola



Fonte: elaborada pela autora.

a) 1,6 m.

b) 2,6 m.

c) 3,6 m.

d) 4,6 m.

e) 5,6 m.

2. Duas caixas, A e B, são abandonadas a partir do repouso, simultaneamente, de uma altura de 20 m em relação ao solo. A caixa A cai em queda livre, sem resistências do ar. A caixa B escorrega por um plano inclinado de 30° em relação à horizontal, sem atrito. Com isso, é possível afirmar que:

a) A caixa A atinge o solo primeiro que B e com velocidade de módulo maior que B.

b) A caixa A atinge o solo depois que B e com velocidade de módulo menor que B.

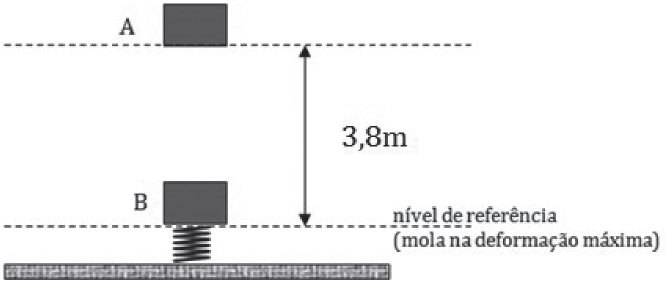
c) A caixa A atinge o solo primeiro que B, porém com velocidade de módulo igual a B.

d) A caixa A atinge o solo ao mesmo tempo que B e com velocidade de módulo igual a B.

e) Com as informações, não é possível descobrir as velocidades e os tempos em que as caixas atingem o solo.

3. Uma caixa de massa de 8,0 kg é solta, a partir do repouso, a uma altura de 3,0 m acima de um mola. Inicialmente, a mola está na sua posição de repouso, ou seja, sem deformação. Atritos e resistências são desprezíveis. Sabendo que a caixa comprime a mola até a deformação máxima de 80 cm e que, durante a deformação da mola, a energia mecânica é constante, qual será a constante elástica da mola no SI (N/m)? Adote o ponto de deformação máxima como referência (em que a energia potencial gravitacional é nula).

Figura 3.23 | Queda sobre a mola



Fonte: elaborada pela autora.

a) 381.

b) 454.

c) 545.

d) 681.

e) 751.

Referencias

CHIQUETTO, M. VALENTIM, B. PAGLIARI, E. **Aprendendo física**. São Paulo: Scipione, 1996, v. 3.

HALLIDAY, D. RESNICK, R. KRANE, K. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos de física 1**: mecânica. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica**. São Paulo: Edgard Blücher, 2011. v. 3.

ORTIZ, J. **Práticas de laboratórios para engenharias**: obra de referência. Campinas: Átomo, 2009.

SEARS, F. W. ZEMANSKY, M. W. YOUNG, H. D. **Física 1**: mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008, v. 1.

SERWAY, R. A. JEWETT JR, J. W. **Princípios de física**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

TIPLER, P. A. **Física para cientistas e engenheiros**: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física I**: mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2010.

Momento linear, impulso e colisões

Convite ao estudo

Seja bem-vindo!

Chegamos à unidade final de nosso material, estudando momento linear, impulso, colisões e centro de massa. Quando um caminhão colide com um carro, o que determina o estado dos veículos envolvidos na colisão? Por que, normalmente, os ocupantes do carro ficam mais feridos do que os ocupantes do caminhão? Como é possível manejar o taco de bilhar de forma a produzir uma colisão perfeita para encaçapar as bolas?

Fica difícil determinar, com precisão, as forças que atuam nesses objetos nos casos citados. Mas não se preocupe. No decorrer do estudo desta unidade iremos mostrar que não precisamos conhecer nada sobre essas forças para responder a essas perguntas. Porém, para que sejamos capazes de respondê-las, precisaremos abordar e usar dois conceitos novos: **o momento linear, o impulso e uma nova lei de conservação, a lei de conservação do momento linear**.

Esta lei é tão importante quanto a lei de conservação da energia que estudamos na unidade anterior. A lei de conservação do momento linear é extremamente útil em situações nas quais não conseguimos determinar as forças internas com precisão e facilita a solução em casos nos quais exista variação de massa, como em relação aos foguetes.

Estudante, é sempre prazeroso e motivacional aplicar na prática os novos conceitos que aprendemos. Por isso, no decorrer desta unidade, você estará envolvido com o monitoramento de um cometa que viaja pelo espaço. Em determinado momento, o cometa será interceptado por uma sonda. Depois, ele irá se fragmentar. Esses fragmentos irão colidir com o planeta Júpiter. Será que você consegue analisar e informar sobre a sonda e sobre a velocidade desses fragmentos? Será que a colisão poderá alterar a órbita do planeta Júpiter? Como podemos saber tudo isso? Situações semelhantes a essa realmente já aconteceram!

Então, vamos começar? Ao final desta unidade, teremos concluído o estudo da mecânica. Você estará pronto para resolver uma infinidade de problemas do cotidiano.

Seção 4.1

Momento linear e impulso

Diálogo aberto

Vamos relembrar que o nosso objetivo é que você conheça, através da teoria, e aplique, por meio da experimentação prática, os principais conceitos referentes à cinemática, à dinâmica, ao trabalho e energia e ao momento linear, impulso e colisões. O objetivo desta seção é mostrar situações às quais não conseguimos aplicar diretamente as leis de Newton para resolver um problema e, por isso, iremos aprender novos conceitos: momento linear e impulso.

Você foi contratado por uma agência espacial e se tornou responsável pelo monitoramento de cometas. Hoje, você começará a analisar o cometa GO111 que viaja pelo espaço. Esse cometa possui massa de $2{,}0 \cdot 10^{13}\,kg$ e viaja a $129{,}6 \cdot 10^{3}\,km/h$. Uma sonda espacial, utilizada para exploração remota, deverá interceptar o cometa. A sonda terá a missão de tirar fotos e estudar as características físico-químicas desse cometa. Para alcançá-lo, a sonda espacial, de $1200kg$, precisa ser impulsionada, ou seja, será necessário ligar o propulsor da sonda para aumentar sua velocidade de $3{,}5\,km/s$. Hoje, você deve iniciar o monitoramento, calculando e informando ao módulo o impulso total que a sonda deverá sofrer para alcançar o feito e, também, o módulo do momento linear do cometa GO111. Calcular corretamente essas informações será fundamental para as próximas etapas do monitoramento. Além disso, erros nos cálculos podem causar sérios danos e prejuízos para a agência. Você não pode errar. Todo cuidado e atenção são necessários nesse caso.

Nesse âmbito, surgem as seguintes questões norteadoras: o que devemos saber para calcular o momento linear do cometa? Qual a importância e o significado dessa grandeza física? Como calcular o impulso necessário para a sonda interceptar o cometa? Ao final desta seção, você estará familiarizado com os novos conceitos de momento linear e impulso e saberá aplicá-los corretamente para a solução de problemas. Estamos na reta final dos estudos, portanto,

Não pode faltar

Quando aplicamos uma força em um corpo, o efeito produzido depende de dois fatores: das características e do tempo de aplicação dessa força. Para estudarmos o efeito da força, levando-se em consideração o tempo de aplicação, devemos estudar a grandeza vetorial chamada de **impulso** $(\vec{J})$.

A definição geral de impulso faz uso do conceito de integral. Definimos impulso como a soma de todas as forças que atuam sobre um objeto durante um intervalo de tempo. Para somar forças que variam no tempo, usamos o conceito de integral. Assim:

$$\vec{J} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\, dt \; .$$

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos sobre o conceito de integral. Veja o capítulo 6, página 137, do livro:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

Faça log in na sua biblioteca virtual e cole o link disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/149!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 20 jun. 2016.

Para o caso particular em que o corpo está sob ação de uma força constante $\vec{F}$ durante um intervalo de tempo Δt, podemos simplificar a equação dada anteriormente, definindo o impulso $(\vec{J})$ da força constante $\vec{F}$ como:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

De forma análoga, podemos definir o impulso total sobre uma partícula, levando em consideração a força resultante atuante, ou seja:

$$\vec{J}_{total} = \vec{F}_R \cdot \Delta t$$

Observe que o impulso é uma grandeza vetorial, possui módulo, direção e sentido. Como a variação de tempo será sempre um escalar positivo, então, podemos concluir que a direção e o sentido do impulso são os mesmo da força $\vec{F}$.

O impulso não é uma grandeza instantânea, é uma grandeza definida para certo intervalo de tempo Δt. Quando a força $\vec{F}$ é variável, podemos calcular o impulso da força média $\overrightarrow{F_m}$ em relação ao tempo. Consideramos a $\overrightarrow{F_m}$ como sendo uma força constante, capaz de produzir o mesmo impulso da força variável $\vec{F}$. Portanto, nesse caso: $\overrightarrow{J_{F_m}} = \overrightarrow{J_F} = \overrightarrow{F_m} \cdot \Delta t$.

A unidade do impulso, no SI, é a unidade de força (newton) vezes a unidade de tempo (segundo). Logo:

unidade $[J] = N \cdot s$

Assimile

Em resumo, podemos dizer que o impulso é o que faz um objeto acelerar ou desacelerar, ou seja, o impulso é o que faz um objeto mudar sua velocidade!

Exemplificando

Um objeto de peso de módulo de 150 N é lançado verticalmente para cima, atingindo a altura máxima em 2,0 s. Durante a subida, qual é o módulo do impulso aplicado a esse objeto pela força da gravidade (força peso)?

Solução:

O módulo do impulso da força peso durante a subida é:

$J_{peso} = P \cdot \Delta t = 150 \cdot 2 = 300 N \cdot s$.

Considere uma partícula de massa m e de velocidade vetorial $\vec{v}$. Define-se a **grandeza momento linear** da partícula $(\vec{p})$, ou também chamada de quantidade de movimento, como o produto da massa pela velocidade vetorial. Assim:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

O momento linear é uma grandeza vetorial (possui módulo, direção e sentido) e é uma grandeza instantânea. Observe que, como a massa é sempre um escalar positivo, então, o momento linear terá sempre a mesma direção e sentido da velocidade vetorial. mantenha-se dedicado! Em outras palavras, **podemos dizer que o momento linear possui sempre o mesmo sentido do movimento**. Podemos, também, escrever e obter o momento linear em função das suas projeções. Em duas dimensões, por exemplo, temos:

$$\overrightarrow{p_x} = m \cdot \overrightarrow{v_x} \text{ e } \overrightarrow{p_y} = m \cdot \overrightarrow{v_y}$$

Assimile

O momento linear é uma grandeza vetorial que depende da massa e da velocidade do corpo. O momento linear de um carro que se desloca do sul para o norte a $20\,m/s$ é diferente do momento linear do carro quando ele se desloca do oeste para leste com a mesma velocidade escalar. Uma bola de futebol lançada velozmente por um excelente atacante possui momento linear com módulo maior do que a mesma bola de futebol lançada vagarosamente por uma criança, porque, na primeira situação, a bola possui maior velocidade. Um caminhão que se desloca com velocidade escalar de $100\,km/h$ possui momento linear com módulo maior do que um carro com a mesma velocidade escalar, pois a massa do caminhão é maior do que a do carro.

A unidade do momento linear, no SI, é a unidade de massa (quilograma) vezes a unidade de velocidade (metro por segundo). Logo:

unidade $[p] = kg \cdot m/s = N \cdot s$

Note que o impulso e o momento linear possuem a mesma unidade.

O momento linear de uma partícula é constante (em módulo e orientação) em dois casos:

a) Quando a partícula está em repouso (velocidade nula): $\vec{p} = m \cdot 0 = 0 \cdot$

b) Quando a partícula está em movimento retilíneo e uniforme (MRU) $\rightarrow$ velocidade constante diferente de zero: $\vec{p} = m \cdot \vec{v} = constante \neq 0 \cdot$

Podemos relacionar o conceito de momento linear com a segunda lei de Newton em sua forma matemática:

$$\overrightarrow{F_R} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Veja que a segunda lei de Newton afirma que a força resultante que atua sobre uma partícula é igual à variação do momento linear $(\Delta \vec{p})$ com o tempo.

Exemplificando

Uma partícula de massa de 5,0 kg parte do repouso e descreve uma trajetória retilínea com aceleração escalar constante. Após um intervalo de tempo de 15 s, a partícula se encontra a 50 m da sua posição inicial.
Nesse instante, o módulo do momento linear da partícula é de:

Solução:

O módulo momento linear é:

$p = m \cdot v$ (equação 1)

Temos a massa da partícula, precisamos descobrir a velocidade após 15 s de movimento. Lembre-se de que a partícula está inicialmente em repouso $(v_0 = 0)$.

Sabemos que:

$v = v_0 + a \cdot t$ (equação 2)

Para obter a aceleração, temos:

$\Delta s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 50 = 0 \cdot 15 + \frac{a \cdot (15^2)}{2}$.

Assim: $a \approx 0,44\, m/s^2$.

Logo, a equação 2 fica:

$v = 0 + 0,44 \cdot 15 \approx 6,67\, m/s$.

Portanto, pela equação 1, concluímos que:

$p = 5,0 \cdot 6,67 \approx 33 kg \cdot m/s \approx 33\, N \cdot s$.

Observe, também, que poderíamos resolver da seguinte forma:

$$m \cdot a = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = m \cdot a \cdot \Delta t \text{ ,}$$

ou seja: $\Delta p = 5{,}0 \cdot 0{,}44 \cdot 15 = 33\, N \cdot s$.

O conceito de momento linear é extremamente importante, pois nos ajuda a explicar a interação entre objetos sem precisar saber exatamente a força que está atuando em cada instante de tempo sobre eles. Aplicando o conceito de momento linear, podemos explicar as interações apenas sabendo a massa e a velocidade.

Prezado estudante, em cálculo você irá aprender a fazer derivadas e saberá que, se aplicarmos esse conceito na segunda lei de Newton $(\vec{F_R} = m \cdot \vec{a})$, ou seja, se lembrarmos de que a aceleração instantânea pode ser obtida calculando a derivada da velocidade com relação ao tempo (como informado na Seção 1.3) e considerando a massa constante, podemos obter o momento linear por meio da relação:

$$\vec{F_R} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}) \Rightarrow \vec{F_R} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Podemos, também, relacionar o momento linear com a energia cinética.

Considere uma partícula de massa m, energia cinética K e momento linear de módulo p. Sendo v o módulo da velocidade da partícula, temos:

$$p = m \cdot v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{p}{m} \qquad \text{(equação 1)}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \qquad \text{(equação 2)}$$

Assim, substituindo a equação 1 na 2, temos: $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{p}{m}\right)^2$.

Ou seja, a energia cinética e o momento linear se relacionam da seguinte forma:

$$K = \frac{p^2}{2 \cdot m} .$$

Reflita

Imagine que duas partículas, A e B, possuem momentos lineares de mesmo módulo $(p_A = p_B)$. Se a massa de A é o dobro da de B $(m_A = 2 \cdot m_G)$, qual é a relação entre as energias cinéticas dessas partículas?

Como já mencionado anteriormente, sabemos que:

$$\vec{F_R} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}.$$

Se multiplicamos os dois lados da equação acima por Δt, temos:

$$\vec{F_R} \cdot \Delta t = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{F_R} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}.$$

Lembrando que $\vec{J}_{total} = \vec{F}_R \cdot \Delta t$, temos então, pela equação acima, que:

$$\vec{J}_{total} = \Delta \vec{p}.$$

Perceba que podemos também escrever a equação acima como: $\vec{J}_{total} = m \cdot \Delta \vec{v}$.

Aqui fica claro que **o impulso fornece todas as informações necessárias para conhecermos a mudança na velocidade de um objeto!**

Assimile

O impulso total sobre uma partícula, para um dado intervalo de tempo, é igual à variação do momento linear naquele intervalo de tempo. **Esse é o teorema do impulso-momento linear.**

Exemplificando

Uma super flecha se move em linha reta com velocidade de módulo igual a $9{,}0 \cdot 10^2\ km/h$, quando colide com uma caixa de massa de $2{,}5kg$ que estava em repouso. Após a colisão, a caixa fica presa na flecha. Se a colisão durou $1{,}5 \cdot 10^{-3}\ s$, qual é o módulo aproximado da força média que o projétil trocou com a caixa? (Suponha que essa força seja constante.)

Solução:

Para relacionarmos força com tempo, usamos o teorema do impulso-momento linear aplicado em relação à caixa:

$$\vec{J}_{caixa} = \Delta\vec{p}_{caixa}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i \qquad \text{(equação 1)}$$

Como a caixa estava inicialmente em repouso, temos $v_i = 0$, e como ela ficou presa na flecha após a colisão, o módulo da velocidade final da caixa é igual à velocidade da flecha. Assim:

$$v_f = 9{,}0 \cdot 10^2\ km/h = 2{,}5 \cdot 10^2\ m/s$$

Repare que convertemos a velocidade para o SI.

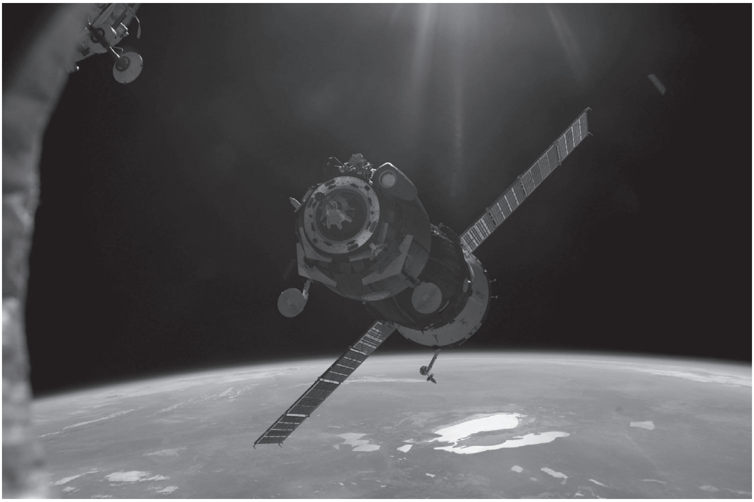
Portanto, retornando à equação 1, temos que o módulo da força média trocada na colisão entre a flecha e a caixa é:

$$F \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^2 - m \cdot 0 \quad \Rightarrow \quad F \approx 4{,}2 \cdot 10^5 N.$$

Sem medo de errar

Você foi contratado por uma agência espacial e se tornou responsável pelo monitoramento de cometas. Hoje, você começará a analisar o cometa GO111 que viaja pelo espaço. Esse cometa possui massa de $2{,}0 \cdot 10^{13} kg$ e viaja a $129{,}6 \cdot 10^3\ km/h$. Uma sonda espacial, utilizada para exploração remota, deverá interceptá-lo. A sonda terá a missão de tirar fotos e estudar as características físico-químicas do cometa GO111. Para alcançá-lo, a sonda espacial, de $1200\ kg$, precisa ser impulsionada, ou seja, será necessário ligar o propulsor da sonda para aumentar sua velocidade de $3{,}5\ km/s$. Você deve iniciar o monitoramento calculando e informando ao módulo o impulso total que a sonda deverá sofrer para alcançar o feito e também o módulo do momento linear do cometa GO111. Descobrir essas informações corretamente será fundamental para as próximas etapas do monitoramento. Além disso, erros nos cálculos podem causar sérios danos e prejuízos para a agência. Portanto, tenha cuidado e muita atenção. Você não pode errar. Boa sorte.

Figura 4.1 | Sonda espacial



Fonte: <https://pixabay.com/pt/esta%C3%A7%C3%A3o-espacial-internacional-iss-988/>. Acesso em: 1 set. 2016.

Solução:

Para analisar o módulo do impulso total que a sonda deve sofrer de modo a interceptar o cometa, podemos usar o teorema do impulso-momento linear:

$$J_{total,sonda} = \Delta p_{sonda} \Rightarrow J_{total,sonda} = m_{sonda} \cdot \Delta v_{sonda} \quad \text{(equação 1)}$$

Sabemos que: $\Delta v_{sonda} = 3{,}5\, km/s = 3500\, m/s$.

Logo, pela equação 1, concluímos que o módulo do impulso total que a sonda deve sofrer é:

$$J_{total,sonda} = 1200 \cdot 3500 = 4{,}2 \cdot 10^6 N \cdot s.$$

O módulo do momento linear do cometa GO111, ou seja, a quantidade de movimento desse corpo é dada por:

$$p_{cometa} = m_{cometa} \cdot v_{cometa} \qquad \text{(equação 2)}$$

Precisamos transformar a velocidade do cometa para o SI:

$$v_{cometa} = \frac{129,6 \cdot 10^3}{3,6} = 36,0 \cdot 10^3\ m/s.$$

Assim, voltando para a equação 2, temos que o momento linear do cometa é:

$$p_{cometa} = (2,0 \cdot 10^{13}) \cdot (36,0 \cdot 10^3) = 7,2 \cdot 10^{16}\ N \cdot s.$$

Atenção

Prezado estudante, desafie-se a aplicar os conceitos aprendidos aqui e nas unidades anteriores. Será que você consegue calcular a energia cinética do cometa e a variação de energia cinética da sonda? Mostre que você já aprendeu muito sobre mecânica. Não se esqueça de que o momento linear e a energia cinética podem se relacionar!

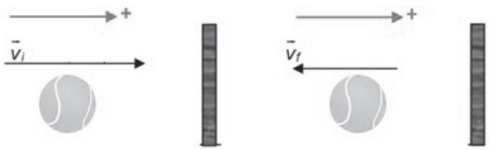
Avançando na prática

Hora de relaxar

Descrição da situação-problema

Imagine que você está querendo relaxar depois de um dia muito estressante. Decide então brincar de jogar uma bolinha de tênis de massa de $200\ g$ na parede. A bolinha colide com a parede quando está se movendo na horizontal, da esquerda para direita, a $10,0\ m/s$. Ela bate na parede e volta com velocidade de $6,0\ m/s$. O contato da bola com a parede dura $1,0 \cdot 10^{-2}\ s$. Após relaxar, você resolve então, aplicar os conceitos de física que aprendeu. Será que consegue calcular a variação do momento linear da bolinha nessa brincadeira? E o impulso total e a força média que a parede exerce sobre a bolinha durante a colisão? Qual é a variação da energia cinética da bolinha?

Figura 4.2 | Colisão da bola com a parede



Fonte: elaborada pela autora.

Lembre-se

Momento linear e impulso são grandezas vetoriais, possuem módulo, direção e sentido. A direção e o sentido do impulso são os mesmos da força $\vec{F}$. O momento linear possui sempre o mesmo sentido do movimento (da velocidade).

Resolução da situação-problema

Observe a orientação do sentido positivo da trajetória indicada na Figura 4.2.

Veja que: $\vec{v}_i = 10{,}0\hat{\imath}\ m/s$ e $\vec{v}_f = -6{,}0\hat{\imath}\ m/s$.

Assim, temos que a variação do momento linear é:

$$\Delta\vec{p} = m \cdot (\vec{v}_f - \vec{v}_i) = 0{,}2 \cdot (-6{,}0\hat{\imath} - 10{,}0\hat{\imath}) = -3{,}2\hat{\imath}\ kg \cdot m/s$$

Observe que a variação de momento linear é negativa, indicando que a bola perdeu velocidade na situação analisada.

O impulso total que a parede exerce na bola durante a colisão pode ser obtido pelo teorema do impulso-momento linear:

$$\vec{J}_{total} = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{J}_{total} = -3{,}2\hat{\imath}\ kg \cdot m/s$$

Observe que o sinal negativo indica a orientação da força resultante que a parede exerce sobre a bola.

Assim, a força média que a parede aplica na bolinha é:

$$\vec{J}_{total} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \frac{\vec{J}_{total}}{\Delta t} = \frac{-3{,}2}{0{,}01}\hat{\imath} = -320\hat{\imath}\ N$$

A variação da energia cinética da bola é dada por:

$$\Delta K = \frac{p_f^2}{2 \cdot m} - \frac{p_i^2}{2 \cdot m} = \frac{(m \cdot v_f)^2}{2 \cdot m} - \frac{(m \cdot v_i)^2}{2 \cdot m} \quad \Rightarrow \quad \Delta K = \frac{m \cdot v_f^2}{2} - \frac{m \cdot v_i^2}{2}$$

E assim: $\Delta K = \dfrac{0{,}2 \cdot (-6{,}0^2)}{2} - \dfrac{0{,}2 \cdot (10{,}0)^2}{2} = 3{,}6 - 10 = -6{,}4J$.

Veja que a bolinha perde energia cinética na colisão.

Faça você mesmo

Considere um caminhão de $10000\,kg$ que se desloca com velocidade de $70\,km/h$ da direita para a esquerda.

a) Calcule o momento linear do caminhão.

b) Calcule a velocidade de um carro esportivo de $2000\,kg$ para que tenha o mesmo momento linear do caminhão.

c) Calcule a velocidade de um carro esportivo de $2000\,kg$ para que tenha a mesma energia cinética do caminhão.

Faça valer a pena

1. Uma bola de futebol com massa de 500 g se desloca com velocidade de $5{,}0\,m/s$, formando um ângulo de $30°$ em relação à horizontal. O módulo do momento linear da bola, no SI, é de:

a) 2,5.

b) 3,5.

c) 4,5.

d) 5,5.

e) 6,5.

2. Um bloco de massa de 5,0 kg descreve uma trajetória retilínea com velocidade escalar de $2{,}0\,m/s$. No instante $t_0 = 0$, uma força resultante $\vec{F}$, constante, de módulo igual a 5,0 N, começa a ser aplicada ao bloco. A força tem a mesma direção da velocidade inicial vetorial, porém, sentido oposto. Analise as afirmações a seguir:

I. O momento linear inicial do bloco tem módulo igual a $10{,}0\,kg\,m/s$.

II. A energia cinética inicial do bloco é de 10 J.

III. O intervalo de tempo para que a força $\vec{F}$ leve o bloco ao repouso é de 2,0 s.

IV. Durante o intervalo de tempo em que o movimento é retardado até o repouso, o bloco percorreu 4,0 m.

Marque a alternativa que contém todas as afirmações corretas:

a) I, II, III e IV.

b) I, II e III.

c) II, III e IV.

d) I e II.

e) III e IV.

3. Uma pequena bola de borracha de massa de 80,0 g cai, a partir do repouso, de uma altura de 2,5 m. Após colidir com uma superfície plana, a bola atinge a altura máxima de 82 cm. O tempo de contato da bola com a superfície durante a colisão é de $1,0 \cdot 10^{-2} s$. Despreze o efeito do ar. Durante essa interação, o módulo da força média que a superfície aplicou sobre a bola foi de:

a) 25 N.

b) 48 N.

c) 64 N.

d) 89 N.

e) 102 N.

Seção 4.2

Conservação do momento linear

Diálogo aberto

Olá! Na seção anterior você aprendeu sobre momento linear e percebeu que esse conceito é especialmente importante quando ocorre interação entre dois ou mais corpos, como em caso de colisões.

Agora, iremos conhecer uma nova lei de conservação: a lei da conservação do momento linear. No domínio da mecânica newtoniana, que é a mecânica que estamos estudando, a lei da conservação do momento linear nos permite analisar muitas situações que se tornariam extremamente difíceis se tentássemos usar as leis de Newton diretamente. Por isso, conhecer e saber aplicar a lei da conservação do momento linear é tão importante quanto a lei de conservação da energia.

Lembre-se de que você foi contratado por uma agência espacial e se tornou responsável pelo monitoramento do cometa GO111, que viaja pelo espaço. Esse cometa possui massa de $2{,}0 \cdot 10^{13}\, kg$ e viaja a $129{,}6 \cdot 10^{3}\, km/h$. Enquanto você observa o cometa, que viaja na horizontal, em certo instante ele explode em dois fragmentos (A e B), com massas iguais a $m_A = 1{,}5 \cdot 10^{13}\, kg$ e $m_B = 0{,}5 \cdot 10^{13}\, kg$. O fragmento A segue com velocidade de $180{,}0 \cdot 10^{3}\, km/h$ e perpendicular à direção horizontal inicial. O fragmento B segue com direção oblíqua à horizontal e velocidade desconhecida. Analisando a situação, é possível que o fragmento B atinja o planeta Júpiter. Assim, você precisa calcular e informar, com urgência, a velocidade e o momento linear do fragmento B.

Como será possível realizar essa análise? Como vamos descobrir a velocidade do fragmento? Qual ferramenta nos permite realizar esse cálculo? Durante o estudo desta seção, você conhecerá e saberá como utilizar a lei da conservação do momento linear. Essa lei é extremamente importante, portanto, estude-a com muita atenção e dedicação. Bons estudos!

Não pode faltar

Na unidade anterior, já falamos sobre sistemas isolados. Vamos lembrar que sistemas isolados são aqueles que não trocam energia com o ambiente, ou seja, a energia total de um sistema isolado é sempre constante. Em outras palavras, podemos também afirmar que um sistema é dito isolado quando a resultante de todas as forças externas é nula. **Nesta seção, os sistemas isolados de maior importância para nossos estudos estão ligados a fenômenos de colisão e explosão.**

Lei da conservação do momento linear

Consideremos um sistema isolado, isto é, a soma vetorial das forças externas que atuam no sistema é nula e, portanto, o impulso total devido às forças externas também é nulo. As forças internas ao sistema são trocadas entre as partes que compõem o sistema e devem obedecer à lei de ação e reação (terceira lei de Newton). Assim, a existência de uma força interna $\vec{F}_1$ implica a existência de outra força interna de mesmo módulo e direção, porém, de sentido oposto $(-\vec{F}_1)$, e o impulso total, dado pela soma dos impulsos devido a essas duas forças, é nulo. Ou seja, nos sistemas isolados, o impulso total devido às forças internas também é nulo.

Matematicamente, usando o teorema do impulso-momento linear, temos então que:

$$\vec{J}_{total} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

Mas nos sistemas isolados: $\vec{J}_{total} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0$, logo, concluímos que: $\vec{p}_f = \vec{p}_i = constante$.

Em palavras, dizemos que o momento linear dos sistemas isolados é constante. Essa é uma das leis mais importantes da Física.

Assimile

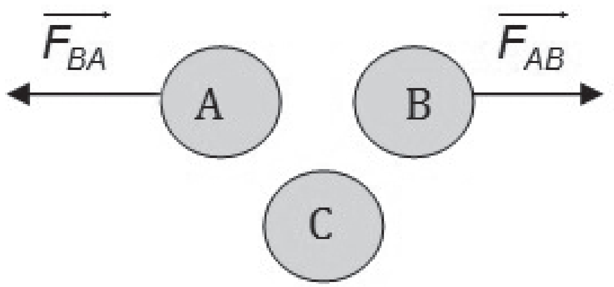
Lei da conservação do momento linear: quando o sistema é isolado, ou seja, quando a soma vetorial das forças externas que atuam sobre um sistema é igual a zero, o momento linear do sistema permanece constante.

Caro estudante, é importante compreender que, se existirem forças internas ao sistema, o momento linear do movimento de cada parte do sistema varia, porém, o momento linear total do sistema (soma vetorial) permanece constante.

Exemplificando

Seja um sistema isolado constituído de três partículas A, B e C. As partículas A e B interagem entre si com forças $\overrightarrow{F_{AB}}$ e $\overrightarrow{F_{BA}}$. A partícula C está livre de forças.

Figura 4.3 | Forças internas no sistema isolado



Fonte: elaborada pelo autor.

As forças $\overrightarrow{F_{AB}}$ e $\overrightarrow{F_{BA}}$ são trocadas entre as partes do sistema e, portanto, são forças internas.

O momento linear total do sistema é dado pela soma vetorial dos momentos lineares das três partículas que compõem o sistema:

$$\vec{p}_{total} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_C$$

Repare que, como a partícula A está sob a ação da força interna $\overrightarrow{F_{BA}}$, seu momento linear varia. O mesmo ocorre com a partícula B, que está sob ação da força $\overrightarrow{F_{AB}}$.

Como a partícula C está livre de forças, seu momento linear é constante.

Veja que $\overrightarrow{F_{BA}} = -\overrightarrow{F_{AB}}$ (ação e reação).

Portanto, temos que: $\vec{I}_A = -\vec{I}_B$ e pelo teorema do impulso-momento linear, temos então: $\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B$.

Assim, a variação do momento linear total é:

$$\Delta\vec{p}_{total} = \Delta\vec{p}_A + \Delta\vec{p}_B + \Delta\vec{p}_C \Rightarrow \Delta\vec{p}_{total} = -\Delta\vec{p}_B + \Delta\vec{p}_B + 0 = 0,$$

ou seja, nos sistemas isolados, o momento linear total é constante.

$$\Delta\vec{p}_{total} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{total} = constante$$

Observação: denomina-se força interna a força que uma partícula do sistema exerce sobre outra partícula do mesmo sistema. Denomina-se força externa a força exercida por um corpo no exterior do sistema sobre uma ou mais partículas do interior do sistema.

Assimile

Ao aplicar a lei de conservação do momento linear, é essencial lembrar-se de que o momento linear é uma grandeza vetorial e, portanto, você deve usar as regras de soma vetorial para calcular o momento linear total do sistema. Isso significa também que você pode analisar as projeções do momento linear, independentemente, em cada direção espacial (princípio da independência do movimento).

Quando duas partículas, A e B, colidem, ambas constituem um sistema isolado, pois as forças ligadas à colisão são forças internas de ação e reação entre A e B. Eventuais forças externas (força da gravidade, força de atrito, força de resistência do ar) têm intensidades desprezíveis em comparação com as forças internas ligadas à colisão.

Assim, dizemos que o momento linear total antes da colisão deve ser igual ao momento linear total após a colisão:

$$\vec{p}_{após} = \vec{p}_{antes}$$

$$m_A \cdot \overrightarrow{v_{A\,após}} + m_B \cdot \overrightarrow{v_{B\,após}} = m_A \cdot \overrightarrow{v_{A\,antes}} + m_B \cdot \overrightarrow{v_{B\,antes}}$$

Na próxima seção, estudaremos mais detalhadamente as colisões.

Exemplificando

Um carrinho cheio de terra de massa de 2,0 kg, em repouso, pode se deslocar sobre uma superfície plana e horizontal, sem atrito e sem resistências. Um projétil de 200 g é disparado na horizontal, contra o carrinho. O projétil colide com o carrinho e se aloja na terra. Logo após a colisão, o conjunto carrinho + projétil passa a se mover com velocidade constante, percorrendo 0,80 m em 0,4 s. Qual era, aproximadamente, o módulo da velocidade do projétil imediatamente antes da colisão?

Solução:

Após a colisão, o módulo da velocidade do conjunto é de:

$$v_{após} = \frac{0,8}{0,4} = 2,0\,m/s$$

No ato da colisão, o sistema pode ser considerado isolado e, portanto, há conservação do momento linear. Assim, analisando o módulo do momento linear antes e após a colisão, temos:

$$p_{após} = p_{antes}$$

$$(m_p + m_c) \cdot v_{após} = m_p \cdot v_{p,antes} - m_c \cdot v_{c,antes}$$

$$(0,2 + 2,0) \cdot 2,0 = 0,2 \cdot v_{p,antes} - 2,0 \cdot 0$$

Logo: $v_{p,antes} = \frac{(0,2 + 2,0) \cdot 2,0}{0,2} = 22\,m/s$.

Explosão também é outro exemplo de sistema isolado, pois as forças internas ligadas ao processo são muito intensas e, no ato da explosão, as forças externas são desprezíveis. Considere, por exemplo, que uma granada de massa M e velocidade inicial $\vec{v}_0$ explode, sendo transformada em n fragmentos de massas m_1, m_2, ..., m_n, cujas velocidades

imediatamente após a explosão são $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, ..., $\vec{v}_n$. Analisando a situação imediatamente antes e após a explosão, temos:

$$\vec{p}_{após} = \vec{p}_{antes}$$

$$m_1 \cdot \overrightarrow{v_{1\,após}} + m_2 \cdot \overrightarrow{v_{2\,após}} + ... + m_n \cdot \overrightarrow{v_{n\,após}} = M \cdot \overrightarrow{v_0}$$

Vale ressaltar que a granada só é um sistema isolado no momento da explosão, pois, com o tempo, os efeitos da gravidade, da resistência do ar e a força de atrito se tornam relevantes para o estudo do movimento.

Lembre-se de que os sistemas isolados podem ser conservativos (energia mecânica constante) ou não conservativos (ocorre variação, aumento ou perda de energia mecânica).

Exemplificando

Um caçador distraído, ao atirar, segura o rifle muito frouxamente, de modo que este possa recuar livremente com o disparo. Considere que a massa do rifle é $5{,}0\ kg$ e a massa do projétil é de $15{,}0\ g$, o qual é disparado horizontalmente a uma velocidade de módulo igual a $3{,}0 \cdot 10^4\ cm/s$. Nessas condições, responda:

a) Qual é a velocidade de recuo do rifle?

b) Qual é o valor da energia cinética final do projétil e do rifle?

c) Qual é o momento linear total final do projétil e do rifle?

Solução:

a) Observe que, inicialmente, antes do disparo, rifle e projétil estão em repouso e, portanto, o momento linear inicial total é nulo. Pela lei de conservação do momento linear, temos que:

$$\vec{p}_{após} = \vec{p}_{antes} \Rightarrow m_r \cdot \vec{v}_r + m_p \cdot \vec{v}_p = 0$$

Em módulo, temos:

$$5{,}0 \cdot \vec{v}_r + 15{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}0 \cdot 10^2\ \hat{\imath} = 0 \Rightarrow \vec{v}_r = -0{,}90\hat{\imath}\ m/s$$

b) A energia cinética final do projétil é:

$$K_p = \frac{m_p \cdot v_p^{\;2}}{2} = \frac{(15{,}0 \cdot 10^{-3}) \cdot (3{,}0 \cdot 10^2)^2}{2} = 675\,J$$

A energia cinética final do rifle é:

$$K_r = \frac{m_r \cdot v_r^{\;2}}{2} = \frac{(5{,}0) \cdot (0{,}9)^2}{2} = 2{,}025\,J$$

c) O momento linear final do projétil é:

$$\vec{p}_p = m_p \cdot \vec{v}_p = 15{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot (3{,}0 \cdot 10^2 \hat{\imath}) = 4{,}5\hat{\imath}\,kg \cdot m/s$$

O momento linear final do rifle é:

$$\vec{p}_r = m_r \cdot \vec{v}_r = 5{,}0 \cdot (-0{,}9\hat{\imath}) = -4{,}5\hat{\imath}\,kg \cdot m/s$$

Reflita

Agora que você já sabe aplicar a lei da conservação do momento linear, reflita: se duas partículas colidem entre si, sendo que, inicialmente, uma estava em movimento e outra em repouso, é possível que ambas fiquem em repouso logo após a colisão? É possível que uma fique em repouso e a outra em movimento? Será que você consegue explicar?

Pesquise mais

Estudante, você tem excelentes materiais de mecânica na sua biblioteca virtual. Leia mais sobre conservação do momento linear e veja como analisar o movimento de um foguete. Estude a página 185 do capítulo 8 do livro:

CHAVES, A.; SAMPAIO, J. F. **Física básica**: mecânica. Rio de Janeiro: LTC, 2011. Faça log in na sua biblioteca virtual e cole o link disponível em:

<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1932-1/cfi/203!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 5 set. 2016.

Sem medo de errar

Lembre-se de que você foi contratado por uma agência espacial e se tornou responsável pelo monitoramento do cometa GO111, que viaja pelo espaço. Esse cometa possui massa de $2{,}0 \cdot 10^{13}\,kg$ e viaja a $129{,}6 \cdot 10^{3}\,km/h$. Enquanto você observa o cometa, que viaja na horizontal, em certo instante ele explode em dois fragmentos (A e B), com massas iguais a $m_A = 1{,}5 \cdot 10^{13}\,kg$ e $m_B = 0{,}5 \cdot 10^{13}\,kg$. O fragmento A segue com velocidade de $180{,}0 \cdot 10^{3}\,km/h$, perpendicular à direção horizontal inicial. O fragmento B segue em direção oblíqua à horizontal, com velocidade desconhecida. Analisando a situação, é possível que o fragmento B atinja o planeta Júpiter. Você precisa calcular e informar, com urgência, a velocidade e o momento linear do fragmento B.

Atenção

Explosões e colisões são consideradas sistemas isolados e, portanto, nessas situações o momento linear é constante, de acordo com a lei de conservação do momento linear.

Solução:

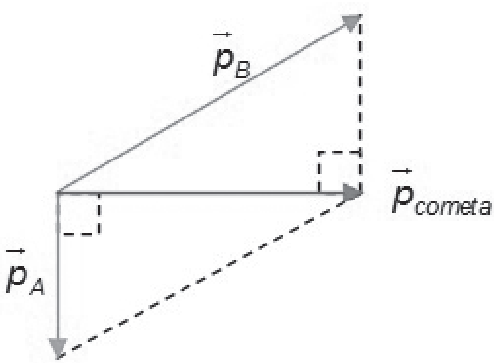
No ato da explosão, o cometa é um sistema isolado e há conservação de momento linear total:

$$\vec{p}_{após} = \vec{p}_{antes} \Rightarrow \vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_{cometa}$$

Pela equação dada anteriormente, perceba que o momento linear do cometa é exatamente o vetor resultante da soma vetorial entre os momentos lineares dos fragmentos A e B.

Analisando o exato momento da explosão, temos que o cometa, inicialmente viajando pela horizontal, explode nos fragmentos A e B. O fragmento A segue perpendicular ao movimento do cometa. O fragmento B segue com orientação oblíqua. Desenhando essas informações, temos a Figura 4.4:

Figura 4.4 | Momento da explosão do cometa



Fonte: elaborada pelo autor.

Aplicando o teorema de Pitágoras em qualquer um dos triângulos da Figura 4.4, temos:

$$\left|\vec{p}_B\right|^2 = \left|\vec{p}_A\right|^2 + \left|\vec{p}_{cometa}\right|^2$$

$$(0,5 \cdot 10^{13} \cdot v_B)^2 = (1,5 \cdot 10^{13} \cdot 50,0 \cdot 10^3)^2 + (2,0 \cdot 10^{13} \cdot 36,0 \cdot 10^3)^2$$

Assim, o módulo da velocidade do fragmento B é de:

$$v_B \approx 207,9 \cdot 10^3 \; m/s \approx 748,6 \cdot 10^3 \; km/h$$

Portanto, o módulo do momento linear do fragmento B é:

$$p_B = m_B \cdot v_B = (0,5 \cdot 10^{13}) \cdot (207,9 \cdot 10^3) \approx 1,04 \cdot 10^{18} \, kg \, m/s$$

Prezado estudante, você é capaz também de informar o ângulo em que o fragmento B foi ejetado da explosão, em relação à trajetória horizontal inicial do cometa, não é mesmo? Que tal testar seus conhecimentos e realizar também esse cálculo? Para aprender Física, devemos revisar e aplicar constantemente todos os conceitos estudados.

Avançando na prática

Explosão de uma granada

Descrição da situação-problema

Você adora filmes de ação e fica impressionado ao ver quando as granadas se explodem no ar. Após aprender Física, você resolveu investigar o que ocorre com a granada no ato da explosão. Então, propõe-se a estudar a seguinte situação: uma granada de massa de **400 g** é lançada obliquamente para cima, a partir do solo, com velocidade inicial de **20,0 m/s**, inclinada em **30°** relação ao plano horizontal. No ponto mais alto da trajetória, a granada explode, fragmentando-se em duas partes, A e B, de massas iguais. Logo após a explosão, o fragmento A se move na horizontal para a esquerda, e o fragmento B se move na horizontal para a direita. A fim de testar os conhecimentos aprendidos em física, você decidiu descrever o que acontece desde o lançamento até imediatamente após a explosão.

Lembre-se

Explosão é um exemplo de sistema isolado, pois as forças internas ligadas ao processo são muito intensas e, no intervalo de tempo em que ocorre a explosão, o efeito das forças externas é desprezível. Assim, podemos aplicar a lei de conservação do momento linear em situações de explosão.

Resolução da situação-problema

Analisando o lançamento oblíquo da granada, temos que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade da granada possui apenas o componente horizontal, pois o componente vertical é nulo (lembre-se de que, no lançamento oblíquo, a velocidade horizontal é constante). Assim, o módulo da velocidade da granada imediatamente antes da explosão é:

$$v_x = v_0 \cdot \cos 30° = 20 \cdot \cos 30° \approx 17,3\, m/s$$

Assim, antes da explosão, o módulo do momento linear da granada é:

$$p_{antes} = m \cdot v_x = 0,4 \cdot 17,3 = 6,92\, kg \cdot m/s$$

O tempo de subida é calculado por meio do movimento vertical da granada (lembre-se do que aprendemos na Unidade 1 – lançamento oblíquo). Assim:

$$v_y = v_{oy} - g \cdot t_{subida}$$

Como mencionado acima, no ponto mais alto $v_y = 0$. Portanto:

$$0 = (20{,}0 \cdot sen30°\ ) - 9{,}8 \cdot t_{subida} \Rightarrow t_{subida} \approx 1{,}02s$$

No ato da explosão, a granada é um sistema isolado e há conservação do momento linear. Logo, analisando o módulo do momento linear, temos:

$$p_{após} = p_{antes} \Rightarrow m_A \cdot (-v_A) + m_B \cdot v_B = 6{,}92$$

Observe que a velocidade do fragmento A é negativa, pois, após a colisão, o fragmento A se move para a esquerda. Veja também que:

$$m_A = m_B = \frac{m}{2} = \frac{0{,}4}{2} \Rightarrow m_A = m_B = 0{,}2\,kg$$

Portanto, temos:

$$0{,}2 \cdot (v_B - v_A) = 6{,}92 \Rightarrow v_B - v_A = 34{,}6\,m/s$$

Descobrimos **a velocidade relativa do fragmento B em relação ao A**. Assim, os módulos das velocidades de A e B devem satisfazer a equação acima.

Faça você mesmo

Um objeto, inicialmente em repouso, explode em duas partes, A e B, com massas M e 3M, respectivamente. Num determinado instante t, após a explosão, a parte B está a 6,0 m do local da explosão. Calcule a distância entre as partes A e B nesse instante t. Despreze atrito, resistência e qualquer influência de outros corpos nesse sistema.

Faça valer a pena

1. Um homem de 90 kg em repouso em uma superfície horizontal de atrito desprezível arremessa uma pedra de 70 g com uma velocidade horizontal de $5{,}0\,m/s$. Qual é a velocidade do homem, no SI, após o arremesso?

a) $-3{,}9 \cdot 10^{-3}\,\hat{\imath}$.

b) $5{,}9 \cdot 10^{-3}\,\hat{\imath}$.

c) $-1{,}9 \cdot 10^{-3}\hat{\imath}$.

d) $7{,}9 \cdot 10^{-3}\hat{\imath}$.

e) $-9{,}9 \cdot 10^{-3}\hat{\imath}$.

2. Uma nave espacial está se movendo a $7200\,km/h$ em relação à Terra quando, após ter queimado todo o combustível, a nave se separa em duas partes. O motor de massa $4\,m$ é ejetado para trás com velocidade de $86{,}4\,km/h$ em relação à cabine de comando de massa m. Desprezando atritos e resistências, qual é o módulo da velocidade da cabine, em km/h, em relação à Terra imediatamente após a separação?

a) 2019.

b) 7269.

c) 5019.

d) 9269.

e) 3249.

3. Um barril de 4,0 kg, que está deslizando na horizontal para a direita em uma superfície sem atrito, explode em dois fragmentos de 2,0 kg cada, um que se move para o norte, a $3{,}0\,m/s$, e o outro que se move com direção oblíqua, com velocidade de $5{,}0\,m/s$. Qual era, aproximadamente, o módulo da velocidade do barril antes da explosão, no SI?

a) 0,5.

b) 1,5.

c) 2,0.

d) 3,0.

e) 3,5.

Seção 4.3

Colisões

Diálogo aberto

Caro estudante,

Nesta seção, iremos estudar mais detalhadamente o que ocorre durante as colisões. Nos nossos estudos, usaremos o conceito de colisão fazendo referência a qualquer vigorosa e rápida interação entre dois corpos. Lembre-se de que as colisões podem ser consideradas sistemas isolados, uma vez que as forças internas ao sistema são muito maiores do que as externas. Assim, sabemos que existe conservação do momento linear total do sistema, antes e após a colisão.

Veremos que podemos classificar e estudar as colisões de acordo com a conservação da energia total do sistema. Imagine, por exemplo, dois corpos que se chocam e continuam o movimento unidos. Nessa situação, dizemos que temos uma colisão perfeitamente inelástica e, embora o momento linear se conserve, existe uma significativa perda de energia cinética do sistema. Se, por outro lado, o choque ocorre sem deformações permanentes, este pode ser classificado como colisão perfeitamente elástica. Nesse caso, existe a conservação do momento linear e, também, da energia cinética total do sistema.

Para aplicar na prática os conceitos abordados, iremos retomar o monitoramento que você faz do cometa GO111, na agência espacial. Na seção anterior, vimos que o cometa se fragmentou. Após as análises, você concluiu que o fragmento B irá de fato colidir inelasticamente com o planeta Júpiter. Agora, você deverá analisar essa situação e informar se após a colisão haverá alteração da órbita do planeta Júpiter, pois, caso isso aconteça, podemos ter alterações significativas no nosso sistema solar.

É um desafio e tanto! Mas não se preocupe, pois, ao final desta seção, você estará apto a entender e identificar os tipos de colisões e a realizar os cálculos necessários, utilizando os conceitos de momento linear e energia.

Bons estudos!

Não pode faltar

Considere dois corpos A e B imediatamente antes e após sofrerem uma colisão. Eles constituem um sistema isolado, assim, podemos escrever a lei da conservação do momento linear:

$$\vec{p}_{total,antes} = \vec{p}_{total,após}$$

Ou ainda:

$$\vec{p}_{A,antes} + \vec{p}_{B,antes} = \vec{p}_{A,após} + \vec{p}_{B,após}$$

É importante lembrar que o momento linear é uma grandeza vetorial dada por:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Assim, podemos escrever:

$$m_A \cdot \vec{v}_{A,antes} + m_B \cdot \vec{v}_{B,antes} = m_A \cdot \vec{v}_{A,após} + m_B \cdot \vec{v}_{B,após}$$

Devemos tomar muito cuidado com a orientação da velocidade dos objetos antes e após a colisão. Se necessário, lembre-se de que podemos usar o princípio da independência dos movimentos e analisar separadamente a conservação do momento linear nas direções x e y.

$$\vec{p}_{x,antes} = \vec{p}_{x,após} \quad \Rightarrow \quad m_A \cdot \vec{v}_{A_x,antes} + m_B \cdot \vec{v}_{B_x,antes} = m_A \cdot \vec{v}_{A_x,após} + m_B \cdot \vec{v}_{B_x,após}$$

$$\vec{p}_{y,antes} = \vec{p}_{y,após} \quad \Rightarrow \quad m_A \cdot \vec{v}_{A_y,antes} + m_B \cdot \vec{v}_{B_y,antes} = m_A \cdot \vec{v}_{A_y,após} + m_B \cdot \vec{v}_{B_y,após}$$

Denominamos de **colisão inelástica** o sistema que é **não conservativo em termos de energia**, pois o momento linear é constante, **mas há variação da energia mecânica total após o choque**, ou seja, parte da energia cinética é transformada em outras formas de energias durante a colisão, momento no qual ocorrem deformações, que geram atrito interno e, portanto, som e calor.

Se, após a colisão, os dois corpos ficarem colados, dizemos que é uma **colisão perfeitamente inelástica**. Após essa colisão, os corpos possuem a mesma velocidade.

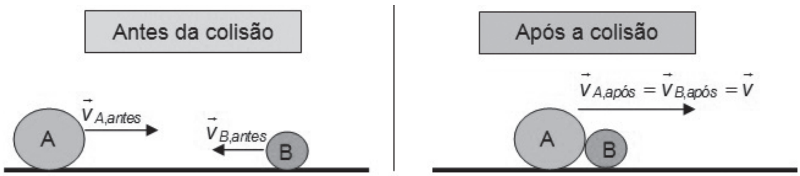
Assim, nas colisões perfeitamente inelásticas:

$\vec{v}_{A,após} = \vec{v}_{B,após} = \vec{v}_{após}$

Ou seja: $m_A \cdot \vec{v}_{A,antes} + m_B \cdot \vec{v}_{B,antes} = (m_A + m_B) \cdot \vec{v}_{após}$

Pela equação acima, perceba que, conhecendo as massas e as velocidades iniciais, podemos calcular a velocidade logo após a colisão.

Figura 4.5 | Colisão perfeitamente inelástica



Fonte: elaborada pelo autor.

Assimile

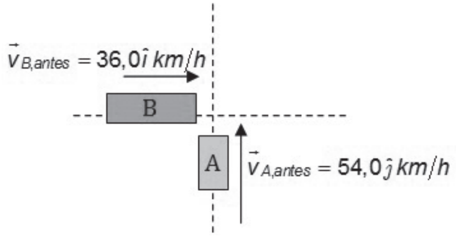
A colisão inelástica de corpos sempre envolve uma perda de energia cinética por parte do sistema, que é transformada em outros tipos de energia. A maior perda ocorre quando os dois corpos permanecem juntos e, portanto, com a mesma velocidade, caso em que a colisão é chamada de colisão perfeitamente inelástica.

Exemplificando

Um carro A de massa de 1000 kg se desloca do sul para o norte em linha reta com velocidade de $54{,}0\, km/h$. Ao passar em um cruzamento, colide com um carro B, que possui o dobro de sua massa e que se deslocava de oeste para leste a $36{,}0\, km/h$. Felizmente, todos estavam usando cinto de segurança e ninguém se feriu. Logo após a colisão, os dois carros ficaram engavetados e se deslocaram como um único. Qual foi a velocidade dos carros logo após a colisão?

Solução:

Figura 4.6 | Colisão inelástica



Fonte: elaborada pelo autor.

Transformando as velocidades para o SI, temos:

$$\vec{v}_{A,antes} = 15,0\,\hat{\jmath}\ m/s \quad \text{e} \quad \vec{v}_{B,antes} = 10,0\hat{\imath}\ m/s$$

Veja que, antes da colisão, cada carro se move com direção e sentido diferentes. Assim, iremos utilizar o princípio de independência dos movimentos:

Movimento pelo eixo x ANTES da colisão:

$$\vec{p}_{x,antes} = m_A \cdot \vec{v}_{A_x,antes} + m_B \cdot \vec{v}_{B_x,antes}$$

$$\vec{p}_{x,antes} = (1000)\cdot 0 + (2000)\cdot(10,0\hat{\imath}) = 2,0\cdot 10^4\ \hat{\imath}\ kg\cdot m/s$$

Movimento pelo eixo y ANTES da colisão:

$$\vec{p}_{y,antes} = m_A \cdot \vec{v}_{A_y,antes} + m_B \cdot \vec{v}_{B_y,antes}$$

$$\vec{p}_{y,antes} = (1000)\cdot(15,0\ \hat{\imath}) + (2000)\cdot 0 = 1,5\cdot 10^4\hat{\imath}\ \ kg\cdot m/s$$

Pela lei da conservação do momento linear, temos:

$$\vec{p}_{x,antes} = \vec{p}_{x,após} = 2,0\cdot 10^4\ \hat{\imath}\ kg\cdot m/s$$

$$\vec{p}_{y,antes} = \vec{p}_{y,após} = 1,5\cdot 10^4\ \hat{\imath}\ kg\cdot m/s$$

Visto que a colisão é inelástica, pois os carros ficam engavetados após a colisão e se deslocam em conjunto, com certa velocidade, podemos obter que:

$$\vec{p}_{x,após} = (m_A + m_B)\cdot \vec{v}_{x,após} = 2,0\cdot 10^4\ \hat{\imath}\ kg\cdot m/s$$

$$\vec{v}_{x,após} = \left(\frac{2{,}0 \cdot 10^4}{3000} \right) \hat{\imath} \approx 6{,}67\ \hat{\imath} m/s$$

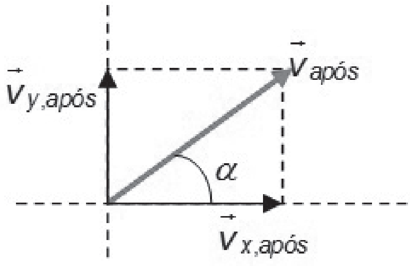
De forma análoga, temos:

$$\vec{p}_{y,após} = (m_A + m_B) \cdot \vec{v}_{y,após} = 1{,}5 \cdot 10^4\ \hat{\imath}\ kg \cdot m/s$$

$$\vec{v}_{y,após} = \left(\frac{1{,}5 \cdot 10^4}{3000} \right) \hat{\jmath} = 5\ 0 \hat{\jmath}\ m/s$$

Sabendo que: $\vec{v}_{após} = \vec{v}_{x,após} + \vec{v}_{y,após}$, como mostra a Figura 4.7:

Figura 4.7 | Velocidade após a colisão



Fonte: elaborada pelo autor.

Temos que o módulo da velocidade dos carros logo após a colisão é

$$\left| \vec{v}_{após} \right| = \sqrt{\left(\vec{v}_{x,após} \right)^2 + \left(\vec{v}_{y,após} \right)^2} = \sqrt{6{,}67^2 + 5{,}0^2} \approx 8{,}34\, m/s$$

A orientação α do vetor velocidade é:

$$tg\alpha = \frac{1{,}5 \cdot 10^4}{2{,}0 \cdot 10^4} = 0{,}75 \Rightarrow \alpha = arctg(0{,}75) \approx 37°$$

Concluímos que, logo após a colisão, os carros A e B se movem juntos, com a mesma velocidade de módulo igual a $8{,}34\, m/s$ em direção oblíqua, formando $37°$ com relação ao semieixo positivo da horizontal, ou seja, com o versor $\hat{\imath}$.

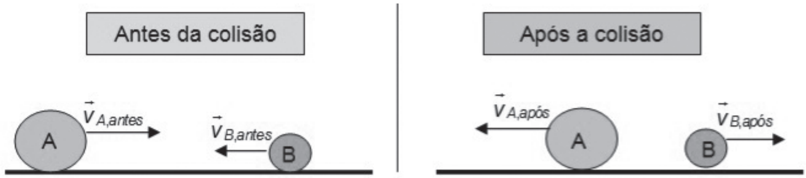
Estudante, será que você consegue calcular a variação da energia cinética nessa colisão inelástica?

Quando a energia mecânica do sistema é conservada antes e após a colisão, dizemos que a **colisão é elástica**. Nesse tipo de colisão, temos, portanto, um sistema conservativo no qual se aplica a lei da conservação da energia e a lei da conservação do momento linear.

Apesar de, intuitivamente, sabermos que uma pequena quantidade de energia mecânica sempre será perdida nas colisões, podemos, em algumas situações, considerar essa perda como desprezível, quando normalmente os corpos que colidem não sofrem deformações permanentes. Dessa forma, é possível analisar algumas colisões da vida real como elásticas. Um bom exemplo é o jogo de bilhar, no qual as deformações sofridas pelas bolas ao colidirem são imperceptíveis e não permanentes, portanto, podemos analisar o jogo considerando as colisões elásticas.

Vamos analisar a colisão elástica entre dois corpos A e B:

Figura 4.8 | Exemplo de colisão elástica



Fonte: elaborada pelo autor.

Nas colisões elásticas, a energia cinética dos corpos A e B podem variar, mas a energia cinética total do sistema é constante:

$$K_{total,antes} = K_{total,após}$$

$$K_{A,antes} + K_{B,antes} = K_{A,após} + K_{B,após}$$

Observe que, se substituirmos as expressões das enérgicas cinéticas dadas anteriormente, e cancelarmos o termo comum $\left(\frac{1}{2}\right)$ de todas as frações, temos:

$$m_A \cdot (v_{A,antes})^2 + m_B \cdot (v_{B,antes})^2 = m_A \cdot (v_{A,após})^2 + m_B \cdot (v_{B,após})^2 \quad \text{(equação 1).}$$

Aplicando a lei da conservação do momento linear:

$$\vec{p}_{A,antes} + \vec{p}_{B,antes} = \vec{p}_{A,após} + \vec{p}_{B,após}$$

$$m_A \cdot \vec{v}_{A,antes} + m_B \cdot \vec{v}_{B,antes} = m_A \cdot \vec{v}_{A,após} + m_B \cdot \vec{v}_{B,após} \quad \text{(equação 2).}$$

Você pode trabalhar bastante com as equações mostradas há pouco. Quando forem conhecidas as massas e as velocidades dos corpos A e B, o sistema constituído pelas equações 1 e 2 que acabamos de mostrar poderá ser resolvido para descobrir as velocidades de A e B após a colisão.

Lembre-se de que, se necessário, você pode usar o princípio da independência dos movimentos e analisar a equação 2 separadamente em relação aos eixos x e y.

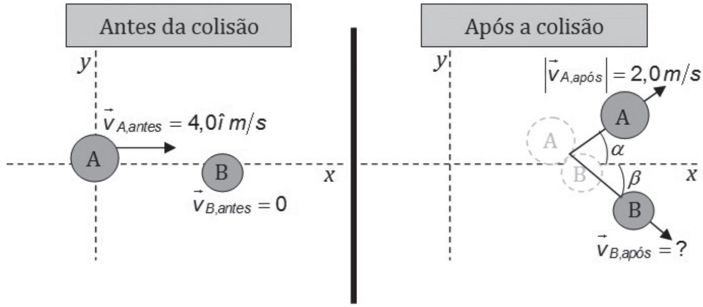
Reflita

O pêndulo de Newton é um dispositivo muito utilizado no estudo de colisões. É, normalmente, constituído de cinco pêndulos idênticos e adjacentes uns aos outros. Cada um dos pêndulos deve ser preso a uma armação por meio de duas cordas de comprimentos e massas iguais. Observa-se que, se levantarmos e liberarmos um pêndulo de uma das extremidades, após o choque com os outros, o pêndulo da extremidade oposta também se levanta. Esse movimento repete-se por várias vezes até parar. De forma semelhante, se levantarmos e liberarmos dois pêndulos juntos, de uma extremidade, após o choque, dois pêndulos da extremidade oposta irão se levantar, e o movimento segue até parar. Que tal você refletir e tentar explicar como e por que isso acontece? E por qual motivo o movimento dos pêndulos cessa após um determinado tempo?

Exemplificando

Dois discos, A e B, chocam-se elasticamente sobre uma mesa sem atrito. O disco A possui massa de $m_A = 500\,g$ e o disco B de $m_B = 300\,g$. Antes da colisão, o disco B está em repouso e o disco A se move com velocidade $\vec{v}_{A,antes} = 4{,}0\,\hat{\imath}\,m/s$. Após o choque, o disco A se move com velocidade de módulo igual a $\left|\vec{v}_{A,após}\right| = 2{,}0\,m/s$ e com orientação $\alpha = 37°$. Calcule a velocidade final do disco B e o ângulo β, conforme mostrado na Figura 4.9.

Figura 4.9 | Colisão elástica



Fonte: elaborada pelo autor.

Solução:

Como a colisão é elástica, a energia cinética total antes e após a colisão é constante:

$$K_{total,antes} = K_{total,após}$$

$$\frac{m_A \cdot (v_{A,antes})^2}{2} + 0 = \frac{m_A \cdot (v_{A,após})^2}{2} + \frac{m_B \cdot (v_{B,após})^2}{2}$$

Ou seja:

$$\left(v_{B,após}\right)^2 = \frac{m_A \cdot (v_{A,antes})^2 - m_A \cdot (v_{A,após})^2}{m_B} = \frac{0,5 \cdot (4,0)^2 - 0,5 \cdot (2,0)^2}{0,3}.$$

Logo, o módulo da velocidade do disco B após a colisão é:

$$v_{B,após} = \sqrt{\frac{0,5 \cdot (4,0)^2 - 0,5 \cdot (2,0)^2}{0,3}} \approx 4,472\, m/s$$

Aplicando o princípio da independência dos movimentos:

Movimento pelo eixo x ANTES da colisão:

$$\vec{p}_{x,antes} = m_A \cdot \vec{v}_{A_x,antes} = 0,5 \cdot 4,0\hat{\imath} = 2,0\hat{\imath}\ kg \cdot m/s$$

Movimento pelo eixo y ANTES da colisão:

$$\vec{p}_{y,antes} = 0$$

Pela lei da conservação do momento linear, temos:

$$\vec{p}_{x,antes} = \vec{p}_{x,após} = 2,0\ \hat{\imath}\ kg \cdot m/s$$

$$\vec{p}_{y,antes} = \vec{p}_{y,após} = 0$$

Assim, no eixo x temos:

$\vec{p}_{x,após} = m_A \cdot \vec{v}_{x_A,após} + m_B \cdot \vec{v}_{x_B,após} = 2{,}0 \cdot \hat{\imath} \ kg \cdot m/s$.

Logo: $0{,}5 \cdot (2{,}0 \cdot \cos\alpha \hat{\imath}) + 0{,}3 \cdot (4{,}472 \cdot \cos\beta \hat{\imath}) = 2{,}0 \hat{\imath}$.

Ou seja:

$1{,}0 \cdot \cos(37°) + 1{,}342 \cdot \cos\beta = 2{,}0 \Rightarrow \cos\beta = \dfrac{2{,}0 - \cos(37°)}{1{,}342} \approx 0{,}8952$.

Portanto: $\beta = \text{arccos}(0{,}8952) \approx 26{,}5°$.

Você pode conferir o resultado, utilizando o mesmo raciocínio para analisar o eixo y. Assim, você vai obter:

$$sen\beta = \frac{sen(37°)}{1{,}342} \approx 0{,}4484 \Rightarrow \beta = arcsen(0{,}449) \approx 26{,}6°$$.

Nota: a pequena diferença entre os resultados é devido a arredondamentos.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos. Leia o capítulo 6 do livro:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

Faça *log in* na sua biblioteca virtual e cole o link disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-1945-1/cfi/146!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 20 jun. 2016.

Sem medo de errar

Vamos aplicar na prática os conceitos abordados? Iremos retomar o monitoramento que você faz do cometa GO111, na agência espacial. Na seção anterior, vimos que o cometa se fragmentou. Após as análises, você concluiu que o fragmento B irá de fato colidir **inelasticamente** com o planeta Júpiter e o choque será frontal. A massa do planeta é de, aproximadamente,

$1,9 \cdot 10^{27}\,kg$. O módulo da velocidade do planeta Júpiter antes do choque é de, aproximadamente, $13,0\,km/s$. Na seção anterior, calculamos que a velocidade do fragmento B é $748,6 \cdot 10^{3}\,km/h$ e a massa desse fragmento é $m_B = 0,5 \cdot 10^{13}\,kg$. Agora, você deverá analisar essa situação de colisão e informar se, logo após ela haverá alteração da órbita do planeta Júpiter, ou seja, será que a velocidade e o momento linear do planeta Júpiter serão consideravelmente alterados após a colisão?

Solução:

Como a colisão é frontal (unidimensional), **podemos analisar apenas os módulos das grandezas**.

Transformando a velocidade do planeta para km/h, temos:

$v_{J,antes} = 13,0\,km/s = 46,8 \cdot 10^{3}\,km/h$.

Como a colisão é inelástica, a velocidade do fragmento B e do planeta após a colisão é a mesma. Assim:

Pela lei da conservação do momento linear, temos:

$$p_{total,antes} = p_{total,após}$$

$$m_J \cdot v_{J,antes} + m_B \cdot v_{B,antes} = (m_J + m_B) \cdot v_{após}$$

$$(1,9 \cdot 10^{27} \cdot 46,8 \cdot 10^{3}) + (0,5 \cdot 10^{13} \cdot 748,6 \cdot 10^{3}) = (1,9 \cdot 10^{27} + 0,5 \cdot 10^{13}) \cdot v_{após}$$

Portanto:

$$v_{após} \approx \frac{(8,9 \cdot 10^{31}) + (3,7 \cdot 10^{18})}{1,9 \cdot 10^{27}} \approx \frac{8,9 \cdot 10^{31}}{1,9 \cdot 10^{27}} \approx 46,8 \cdot 10^{3}\,km/h.$$

Veja que após a colisão a velocidade do planeta não se altera, ou seja, o momento linear do planeta Júpiter antes e após a colisão é o mesmo. Você consegue imaginar por quê?

$$p_{J,antes} = p_{J,após} = m_J \cdot v_J = (1,9 \cdot 10^{27} \cdot 46,8 \cdot 10^{3}) \approx 8,9 \cdot 10^{31} kg \cdot km/h$$

Repare que a massa do planeta Júpiter é muito maior que a do fragmento do cometa. Dessa forma, o momento linear do planeta é muito maior comparado com o momento linear do fragmento do cometa. Então, mesmo sofrendo uma colisão, não há alterações significativas na velocidade e no momento linear planetário. Logo, você pode afirmar que o acontecimento não irá alterar a órbita de Júpiter.

Estudante, para entendermos a magnitude dessa colisão, podemos estimar a energia liberada após o choque. Vejamos:

Antes da colisão:

$$E_{mec,antes} = K_B + K_J = \frac{m_B \cdot v_{B,antes}{}^2}{2} + \frac{m_J \cdot v_{J,antes}{}^2}{2}$$

Fazendo a conversão das velocidades para o SI, temos:

$$E_{mec,antes} = \frac{(0,5 \cdot 10^{13}) \cdot (207,94 \cdot 10^3)^2}{2} + \frac{(1,9 \cdot 10^{27}) \cdot (13,0 \cdot 10^3)^2}{2} = (1,081 \cdot 10^{23} + 1,6055 \cdot 10^{35}) J$$

Após a colisão:

$$E_{mec,após} = K_B + K_J = \frac{m_B \cdot v_{após}{}^2}{2} + \frac{m_J \cdot v_{após}{}^2}{2} = \frac{(0,5 \cdot 10^{13}) \cdot (46,8 \cdot 10^3)^2}{2} + \frac{(1,9 \cdot 10^{27}) \cdot (46,8 \cdot 10^3)^2}{2},$$

ou seja: $E_{mec,após} = (4,225 \cdot 10^{20} + 1,6055 \cdot 10^{35}) J$.

Logo, a energia liberada na colisão é:

$$\Delta E_{mec} = E_{mec,após} - E_{mec,antes} = (4,225 \cdot 10^{20} + 1,6055 \cdot 10^{35}) - (1,081 \cdot 10^{23} + 1,6055 \cdot 10^{35}),$$

ou seja, a energia liberada na colisão é de :

$$\Delta E_{mec} = 4,225 \cdot 10^{20} - 1,081 \cdot 10^{23} \approx -1,077 \cdot 10^{23} J.$$

Para entendermos a magnitude do ocorrido, podemos comparar com a energia liberada em uma explosão de uma grande bomba atômica $(\approx 10^{17} J)$. O impacto do fragmento com o planeta Júpiter equivale a mais de um milhão delas. Uma energia estrondosa, não é mesmo?

Atenção

Para colisões unidimensionais, quando os corpos estão na mesma linha reta, antes e após a colisão, não há necessidade de utilizar o princípio da independência dos movimentos. Do contrário, você deve utilizar esse princípio para saber exatamente o que acontece com os corpos antes e após a colisão.

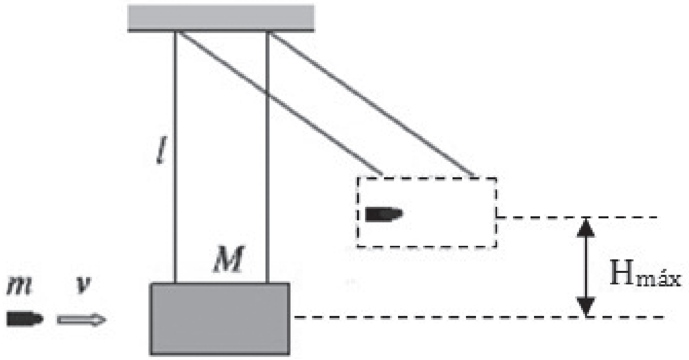
Avançando na prática

Pêndulo balístico

Descrição da situação-problema

Uma equipe de perícia convida você para analisar um pêndulo balístico. Esse é um dispositivo utilizado para determinar a velocidade de projéteis. O pêndulo é constituído de um bloco de madeira de massa, suspenso por um fio ideal inicialmente em repouso. O projétil é disparado horizontalmente contra o bloco de madeira. Após o choque, o projétil fica incorporado no bloco. A velocidade inicial do projétil está relacionada com a máxima altura atingida pelo bloco após o choque.

Figura 4.10 | Pêndulo balístico



Fonte: <https://goo.gl/XaD3j7>. Acesso em: 29 ago. 2016.

Após disparar um projétil de 100 g contra o pêndulo balístico, cujo bloco de madeira possui 2,0 kg, você observa que a altura máxima atingida é de 120 cm. Desprezando atritos e resistências do ar, será que você consegue determinar o módulo da velocidade com que o projétil atinge o bloco de madeira e, também, o módulo da velocidade do pêndulo logo após o choque?

Lembre-se

Nas colisões, podemos aplicar a lei da conservação da energia e a lei da conservação do momento linear, pois, no momento do choque, o sistema pode ser considerado isolado.

Resolução da situação-problema

Veja que estamos diante de uma situação de colisão perfeitamente inelástica. Aplicando a lei da conservação do momento linear, temos, em módulo:

$$p_{antes} = p_{após}$$

$$m_p \cdot v_{p,antes} + m_{bloco} \cdot v_{bloco,antes} = (m_p + m_{bloco}) \cdot v_{após}$$

Como o bloco está inicialmente em repouso:

$$0,1 \cdot v_{p,antes} + 0 = 2,1 \cdot v_{após} \Rightarrow v_{após} \approx 0,0476 \cdot v_{p,antes} \qquad \text{(equação 1)}$$

Aplicando a lei da conservação da energia entre os instantes logo após a colisão e na altura máxima atingida pelo pêndulo, temos:

$$E_{mec,após} = E_{mec,Hmáx}$$

Lembre-se de que, na altura máxima, a velocidade é nula. Ou seja:

$$\frac{(m_p + m_{bloco}) \cdot v_{após}^{2}}{2} = (m_p + m_{bloco}) \cdot g \cdot H_{máx} \qquad \text{(equação 2)}$$

Utilizando a equação 1 na equação 2, obtemos que o módulo da velocidade do projétil antes de atingir o pêndulo é de:

$$\frac{2,1 \cdot (0,0476 \cdot v_{p,antes})^2}{2} = 2,1 \cdot 9,8 \cdot 1,2 \Rightarrow v_{p,antes} \approx 101,88\, m/s$$

Retornando para a equação 1, temos então que o módulo da velocidade do pêndulo logo após o choque é:

$$v_{após} \approx 0,0476 \cdot 97 \approx 4,85\, m/s$$

Faça você mesmo

Um sistema é constituído de três pêndulos idênticos A, B e C. Todos os pêndulos possuem o mesmo comprimento e esferas de mesma massa. No instante inicial, o pêndulo A é abandonado do repouso de uma altura h acima de B e C, os quais estão na vertical, também em repouso. Após a colisão, as três esferas ficam "coladas" e o conjunto atinge uma altura máxima Hmáx acima da posição inicial de B e C. Desprezando o efeito do ar, calcule a altura máxima atingida pelo conjunto.

Faça valer a pena

1. Uma partícula **A** de massa m_A, movendo-se em um plano horizontal sem atrito, colide unidimensionalmente com outra partícula **B** de massa m_B, inicialmente em repouso nesse plano. A colisão é elástica e as velocidades da partícula **A** antes e após a colisão são, respectivamente, $4{,}0\,m/s$ e $2{,}0\,m/s$. O módulo da velocidade da partícula **B** após o choque e a razão m_A/m_B são, respectivamente:

a) 6m/s e 3.

b) 6m/s e 1.

c) 4m/s e 3.

d) 4m/s e 1.

e) 5m/s e 2.

2. Um carrinho de 6,0 kg está em repouso sobre trilhos retilíneos, sem atrito. Um projétil de 12 g é disparado horizontalmente e na mesma direção dos trilhos, e se aloja no carrinho. Logo após a colisão, o conjunto (carrinho + projétil) se desloca 70 cm em 0,5 s, com velocidade constante. Podemos concluir que o módulo da velocidade do projétil, no SI, imediatamente antes da colisão, era de aproximadamente:

a) 500.

b) 700.

c) 300.

d) 900.

e) 1.100.

3. Uma massa m_1 em movimento retilíneo com velocidade de módulo igual a $8{,}0 \cdot 10^{-2}\,m/s$ colide unidimensionalmente com outra massa m_2 em repouso. Após o choque, os módulos das velocidades de m_1 e m_2 passam a ser, respectivamente, de $5{,}0 \cdot 10^{-2}\,m/s$ e $7{,}5 \cdot 10^{-2}\,m/s$. Podemos concluir que m_1 vale:

a) $m_1 = m_2$.

b) $m_1 = 1{,}5 \cdot m_2$.

c) $m_1 = 2{,}5 \cdot m_2$.

d) $m_1 = 3{,}5 \cdot m_2$.

e) $m_1 = 4{,}0 \cdot m_2$.

Seção 4.4

Centro de massa

Diálogo aberto

Caro estudante, é com grande alegria que damos boas-vindas à nossa última seção de Física Geral e Experimental – Mecânica. Fizemos um excelente trabalho até aqui e, certamente, você estudou muito e desenvolveu as competências necessárias para progredir nos seus estudos.

Você aprendeu na teoria e aplicou na prática os princípios fundamentais da mecânica. Agora, é capaz de entender e explicar os fenômenos que ocorrem à sua volta, não é mesmo? E isso não é sensacional? É com esse sentimento de dever cumprido que convidamos você a finalizar, com êxito, mais esta seção de estudos.

Nesta seção, você verá que podemos reformular a lei da conservação do momento linear por meio de um novo conceito: centro de massa. Para isso, você vai precisar entender o que é centro de massa e saber como calculá-lo. Ainda, você aprenderá que podemos analisar o movimento de qualquer objeto, observando o que ocorre com o seu centro de massa. Em outras palavras, um movimento, aparentemente complicado, de um carro ou de uma pessoa, pode ser simplificado se determinarmos e estudarmos o centro de massa.

No decorrer desta seção, faremos todas essas abordagens de forma que, no final, você consiga fornecer as últimas informações para concretizar seu trabalho na agência espacial. Agora, devemos informar a posição do centro de massa do nosso sistema solar, considerando que o sistema é composto, principalmente, pelos seguintes corpos astronômicos: Sol, Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno e que estes estão perfeitamente alinhados. É importante que esse caso extremo seja investigado para que as futuras missões espaciais possam ser planejadas. Será que a posição do centro de massa do nosso sistema solar, nesse caso, estará dentro ou fora do Sol? Vamos descobrir? Será empolgante!

Desejamos um ótimo estudo e aproveitamos para parabenizá-lo pela dedicação e pela vontade de aprender. Siga em frente!

Não pode faltar

Podemos reformular a lei da conservação do momento linear de um modo útil em termos de conceito de centro de massa. Para isso, precisamos, primeiramente, entender esse novo conceito. Definimos **centro de massa** como sendo o **ponto geométrico** no qual estão concentradas toda a massa e todas as forças externas do sistema.

No caso de objetos com formato de polígonos regulares, por exemplo, se o sistema apresentar uma distribuição uniforme de massas (sistema homogêneo), então o centro de massa coincidirá com o centro geométrico. Mas isso nem sempre ocorre.

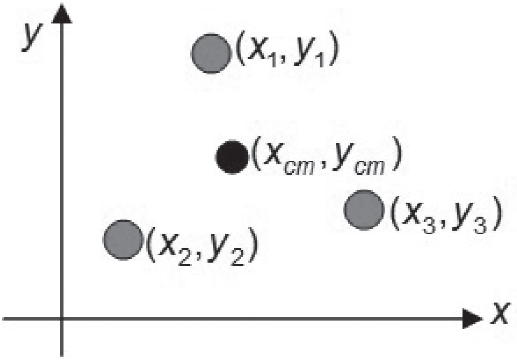
Aliás, nem sempre existe massa na posição do centro de massa de um sistema ou de um objeto. Pense em um anel, em que o centro de massa está localizado justamente no seu centro. Assim, reforçamos que o centro de massa é um ponto geométrico, e não um ponto material.

Assimile

O centro de massa de um corpo é um ponto geométrico que se comporta como se toda a massa do corpo estivesse concentrada sobre ele. Porém, o centro de massa não precisa nem mesmo estar dentro do corpo.

Se considerarmos um sistema composto de diversas partículas de massas m_1, m_2, m_3 e assim por diante, as coordenadas no plano cartesiano de m_1 são (x_1, y_1), as de m_2 são (x_2, y_2), as de m_3 são (x_3, y_3), e assim sucessivamente.

Figura 4.11 | Centro de massa de um sistema de partículas



Fonte: elaborada pela autora.

Definimos o centro de massa do sistema, no plano cartesiano, como sendo o ponto cujas coordenadas (x_{cm}, y_{cm}) são dadas por:

$$x_{cm} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + ... + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + ... + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Em palavras, podemos dizer que o centro de massa é a posição correspondente à média ponderada das posições das partículas que compõem o sistema.

Podemos, também, indicar a localização do centro de massa por meio do vetor posição $\vec{r}_{cm}$, que pode ser escrito em termos do vetor posição de cada partícula que compõe o sistema. Admitindo que os vetores posição partam todos da mesma origem, temos:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + ... + m_n \cdot \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Note que a expressão acima é válida para objetos tridimensionais, não estando limitados ao plano cartesiano. Todos os objetos reais possuem um centro de massa bem definido.

Reflita

Imagine uma barra sendo constituída de metade de aço e metade de plástico. Você acha que o centro de massa dessa barra coincide com o centro geométrico? Será que você consegue justificar seu raciocínio?

Para um corpo sólido, para o qual existe uma distribuição contínua de massas, as somatórias indicadas anteriormente devem ser substituídas por integrais.

Pesquise mais

Entenda mais sobre o uso de integrais para o cálculo do centro de massa de corpos maciços. Leia a página 209, capítulo 9, do livro:

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; WALKER, K. **Fundamentos de física**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1.

Faça o *log in* na sua biblioteca virtual e cole o link disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2271-0/cfi/222!/4/4@0.00:25.8>. Acesso em: 8 set. 2016.

Exemplificando

Considere um sistema formado por três partículas, sendo que as massas e as posições no plano cartesiano de cada partícula são: $m_1 = 2,0\ kg$ e $(x_1 = 0\,; y_1 = -1,0)$; $m_2 = 1,0\ kg$ e $(x_2 = 1,0\,; y_2 = 0)$; $m_3 = 2,0\ kg$ e $(x_3 = 2,0\,; y_3 = 6,0)$. Considere as coordenadas fornecidas no SI. Qual é a posição (coordenada) do centro de massa desse sistema?

Solução:

A coordenada horizontal do centro de massa, x_{cm}, é dada por:

$$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n=3} m_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{n=3} m_i} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$, ou seja,

$$x_{cm} = \frac{2{,}0 \cdot 0 + 1{,}0 \cdot 1{,}0 + 2{,}0 \cdot 2{,}0}{2{,}0 + 1{,}0 + 2{,}0} \Rightarrow x_{cm} = 1{,}0\, m \; .$$

A coordenada vertical do centro de massa, y_{cm}, é dada por:

$$y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n=3} m_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{n=3} m_i} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$, ou seja,

$$y_{cm} = \frac{2{,}0 \cdot (-1{,}0) + 1{,}0 \cdot 0 + 2{,}0 \cdot 6{,}0}{2{,}0 + 1{,}0 + 2{,}0} \Rightarrow y_{cm} = 2{,}0\, m \; .$$

Portanto, a coordenada do centro de massa do sistema é:

$$(x_{cm} = 1{,}0m \, ; y_{cm} = 2{,}0m) \, .$$

Provavelmente, você está se perguntando o que ocorre com o centro de massa quando o sistema, formado por muitas partículas, se move. A velocidade do centro de massa também pode ser obtida por meio de uma média ponderada. Sejam $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$, $\vec{v_3}$, e assim por diante, as respectivas velocidades das partículas que compõem o sistema. A velocidade do centro de massa $\vec{v}_{cm}$, em um determinado instante, será:

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{v_1} + m_2 \cdot \vec{v_2} + m_3 \cdot \vec{v_3} + \ldots + m_n \cdot \vec{v_n}}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{v_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Se considerarmos que a massa total do sistema é $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$ e que o momento linear total do sistema é: $\vec{p}_{total} = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{v_i}$, podemos concluir que:

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\vec{p}_{total}}{M} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_{total} = M \cdot \vec{v}_{cm}$$

Ou seja, **o momento linear total é igual à massa total multiplicada pela velocidade do centro de massa do sistema**.

Em particular, se o sistema for isolado (a resultante das forças externas é nula ou desprezível), temos, pela lei da conservação do momento linear, que:

$$\vec{p}_{total} = \text{constante}$$

Ou seja, **nos sistemas isolados: se $\vec{p}_{total} = 0$, o centro de massa está em repouso; se $\vec{p}_{total} \uparrow 0$, o centro de massa está em movimento com velocidade constante e, portanto, o centro de massa realiza um movimento retilíneo uniforme (MRU)**.

Exemplificando

Considere um sistema formado por duas esferas. A esfera A se move com velocidade constante de módulo igual a $12{,}0\, m/s$ e se aproxima da esfera B, que está em repouso e possui o dobro de massa em relação à esfera A. Qual é o módulo da velocidade do centro de massa desse sistema?

Solução:

A velocidade do centro de massa do sistema é dada pela expressão:

$$\vec{p}_{total} = \vec{v}_{cm} \cdot M$$

Analisando essa equação em módulo e lembrando que, inicialmente, a esfera B estava em repouso, temos então:

$$m_A \cdot v_A + m_B \cdot v_B = v_{cm} \cdot (m_A + m_B) \quad \Rightarrow \quad m_A \cdot 12 + 0 = v_{cm} \cdot (m_A + 2m_A)$$

Ou seja:

$$v_{cm} = \frac{m_A \cdot 12}{3m_A} = 4{,}0\, m/s$$

Quando a força externa resultante que atua sobre o sistema formado por várias partículas não é igual a zero, então não temos um sistema isolado, ou seja, o momento linear total não é conservado e a velocidade do centro de massa do sistema deve variar. Assim, o centro de massa deve adquirir certa aceleração e, também, podemos obtê-la por meio de uma média ponderada.

Sejam $\vec{a_1}$, $\vec{a_2}$, $\vec{a_3}$, e assim por diante, as respectivas acelerações das partículas que compõem o sistema. A aceleração do centro de massa $\vec{a}_{cm}$, em um determinado instante, será:

$$\vec{a}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{a_1} + m_2 \cdot \vec{a_2} + m_3 \cdot \vec{a_3} + \ldots + m_n \cdot \vec{a_n}}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{a_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Novamente, se considerarmos a massa total do sistema $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$, lembrando que pela segunda lei de Newton a força externa resultante é: $\vec{F}_R = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{a_i}$, podemos concluir que:

$\vec{a}_{cm} = \frac{\vec{F_R}}{M} \Rightarrow \vec{F_R} = M \cdot \vec{a}_{cm}$, ou seja, **quando forças externas atuam sobre um corpo, ou sobre um sistema formado por várias partículas, o centro de massa se move exatamente como se toda a massa estivesse concentrada nesse ponto e estivesse submetida a uma força igual à resultante de todas as forças que atuam sobre o sistema**. Essa expressão traduz o teorema do centro de massa e nós certamente já utilizamos esse resultado em diversas ocasiões, principalmente quando estudamos as aplicações das leis de Newton.

Assimile

Podemos simplificar a análise do movimento de um corpo, estudando o que ocorre com o seu centro de massa, pois podemos imaginar que nesse ponto está concentrada toda a sua massa e também supor que é nesse ponto que está aplicada a resultante das forças externas que atuam no corpo.

A trajetória do centro de massa depende da sua velocidade inicial e da sua aceleração. Já vimos que a aceleração do centro de massa é imposta pela resultante das forças externas e, assim, podemos concluir que as forças internas ao sistema não podem alterar a trajetória do centro de massa. Dessa forma, explicamos por que somente forças externas podem alterar o movimento de um corpo. As forças internas se cancelam pelo princípio de ação e reação, portanto, não produzem nenhum efeito sobre o movimento do corpo.

Exemplificando

a) Imagine um atleta saltando de um trampolim de uma piscina. Desprezando-se o efeito do ar, após se desligar do trampolim, o atleta fica sob ação exclusiva da força de gravidade constante (força peso). Na Unidade 1, vimos que os corpos que se movem com certa aceleração constante, e não nula, possuem uma trajetória parabólica. Assim, podemos afirmar que a trajetória do centro de massa do atleta será uma parábola, independente de quantas piruetas e acrobacias ele realizar, pois as forças que produzem as piruetas e acrobacias são forças, musculares internas do atleta, que não alteram a trajetória do centro de massa, como mostra a Figura 4.12.

Figura 4.12 | Trajetória parabólica do centro de massa

Fonte: <https://goo.gl/k7NHUw>. Acesso em: 8 set. 2016.

b) Considere uma granada lançada obliquamente. Desprezando-se o efeito do ar, a força resultante externa sobre a granada é a força peso, determinando assim certa aceleração e, portanto, uma trajetória parabólica para o centro de massa. Se durante seu trajeto a granada explodir, o centro de massa de cada fragmento continuará descrevendo a mesma trajetória parabólica descrita pelo centro de massa da granada antes da explosão, até que um dos fragmentos atinja o solo. As forças ligadas à explosão são forças internas e, portanto, não podem modificar a trajetória do centro de massa. Esse mesmo efeito ocorre nas explosões de fogos de artifício.

Figura 4.13 | Fogos de artifício

Fonte: <https://goo.gl/XZLqHO>. Acesso em: 8 set. 2016.

Sem medo de errar

Para concretizar seu trabalho na agência espacial, você precisa informar a posição, o módulo da velocidade do centro de massa do nosso sistema solar e também o módulo do momento linear total, considerando que ele é composto, principalmente, pelos seguintes corpos astronômicos: Sol, Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, que estão perfeitamente alinhados. Veja o Quadro 4.1, que mostra valores aproximados para as massas, os raios orbitais médios e os módulos das velocidades aproximadamente constantes desses corpos em relação ao Sol (origem do sistema de coordenadas no centro do Sol). Os raios orbitais médios indicam a distância a partir do centro do Sol, assim, o centro do Sol é considerado a origem das posições. Será que o centro de massa do nosso sistema solar está dentro ou fora do Sol? (O raio do Sol é de aproximadamente $6{,}96 \cdot 10^8\, m$).

Quadro 4.1 | Corpo, massa e raio orbital

Corpo	Massa (*kg*)	Raio orbital (*m*)
Sol	$1{,}99 \cdot 10^{30}$	0
Mercúrio	$3{,}30 \cdot 10^{23}$	$5{,}79 \cdot 10^{10}$
Vênus	$4{,}87 \cdot 10^{24}$	$1{,}08 \cdot 10^{11}$
Terra	$5{,}97 \cdot 10^{24}$	$1{,}50 \cdot 10^{11}$
Marte	$6{,}42 \cdot 10^{23}$	$2{,}28 \cdot 10^{11}$
Júpiter	$1{,}90 \cdot 10^{27}$	$7{,}78 \cdot 10^{11}$
Saturno	$5{,}69 \cdot 10^{26}$	$1{,}43 \cdot 10^{12}$
Urano	$8{,}68 \cdot 10^{25}$	$2{,}88 \cdot 10^{12}$
Netuno	$1{,}03 \cdot 10^{26}$	$4{,}50 \cdot 10^{12}$

Fonte: elaborado pela autora.

Solução:

Vimos que podemos também indicar a localização do centro de massa por meio do vetor posição $\vec{r}_{cm}$, que pode ser escrito em termos do vetor posição de cada partícula que compõe o sistema. Admitindo que os vetores posição partam todos da mesma origem, ou seja, do centro do Sol, e analisando em módulo, temos que o módulo do vetor posição do centro de massa do nosso sistema solar será:

$$r_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n=10} m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n=10} m_i}$$, ou seja,

$$r_{cm} = \frac{(1{,}99 \cdot 10^{30} \cdot 0) + (3{,}30 \cdot 10^{23} \cdot 5{,}79 \cdot 10^{10}) + (4{,}87 \cdot 10^{24} \cdot 1{,}08 \cdot 10^{11}) + \ldots + (1{,}03 \cdot 10^{26} \cdot 4{,}50 \cdot 10^{12})}{(1{,}99 \cdot 10^{30}) + (3{,}30 \cdot 10^{23}) + (4{,}87 \cdot 10^{24}) + \ldots + (1{,}03 \cdot 10^{26})}$$

Assim, podemos obter que o centro de massa do sistema solar está localizado a uma distância do centro do Sol equivalente ao raio de:

$$r_{cm} \approx \frac{3,00 \cdot 10^{39}}{1,99 \cdot 10^{30}} \approx 1,51 \cdot 10^{9}\, m$$

Podemos concluir então que, no caso de alinhamento completo, o centro de massa do nosso sistema solar está localizado fora do Sol, cujo raio é $6,96 \cdot 10^{8}\, m$.

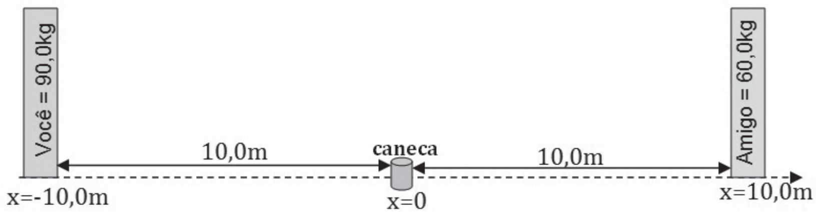
Avançando na prática

Um cabo de guerra sobre uma pista de gelo

Descrição da situação-problema

Você e seu amigo resolvem desafiar a física e decidem brincar de cabo de guerra de um jeito diferente, sobre uma pista de gelo horizontal, em que o atrito é desprezível. Então, vocês se posicionam a uma distância de 20,0 m um do outro e ficam de pé, em repouso, sobre a pista, ligados por uma corda ideal, formando, assim, um sistema. Você possui 90,0 kg e seu amigo, 60,0 kg. Na metade da distância entre vocês existe uma caneca, apoiada sobre uma marcação no gelo, considerada a origem das posições (a caneca marca a posição zero). Vocês começam a brincar, puxando a corda. Em um determinado momento, você se encontra a 4,0 m da caneca, e a brincadeira acaba. Vocês verificam que a caneca não saiu do lugar, encontra-se sobre a marcação no gelo. Será que você consegue explicar o que aconteceu com seu amigo? Ele se moveu? Qual sentido? Qual distância? Como o jogo acabou?

Figura 4.14 | Cabo de guerra sobre o gelo



Fonte: elaborado pela autora.

Resolução da situação-problema

Inicialmente, não existe nenhum movimento, por isso o momento linear total é nulo. Observe que a resultante das forças externas que agem no sistema é nula também: a força normal e o peso que, que agem sobre você e seu amigo se cancelam e não temos força de atrito. Como a corda é ideal, podemos desprezar sua massa. Por tudo isso, concluímos que o centro de massa do sistema está em repouso.

A posição do centro de massa do sistema é:

$$x_{cm} = \frac{90,0 \cdot (-10,0) + 60,0 \cdot 10,0}{90,0 + 60,0} = -2,0\,m$$

Quando você e seu amigo puxam a corda, vocês estão exercendo uma força interna ao sistema e, pelo princípio de ação e reação, sabemos que a resultante dessas forças será nula, portanto as forças internas são incapazes de alterar o movimento do sistema e do centro de massa. Ou seja, o centro de massa permanece em repouso durante a brincadeira.

Após você se deslocar por 6,0 m no sentido da caneca, sua nova posição passa a ser $-4,0m$, pois essa posição é marcada com relação à caneca. Sabendo que a posição do centro de massa não se altera, e que a posição da caneca não se alterou, temos que a nova posição do seu amigo é:

$$x_{cm} = \frac{90,0 \cdot (-4,0) + 60,0 \cdot x_{nova}}{90,0 + 60,0} = -2,0\,m \quad \Rightarrow \quad x_{nova} = 1,0\,m\ .$$

Assim, você sabe que seu amigo conseguiu puxar a corda em 9 m, esticou o braço em 1 m e alcançou a caneca, vencendo o jogo.

Faça você mesmo

Utilize a situação descrita no Avançando na prática e resolva agora as seguintes questões: se seu amigo puxa a corda atingindo uma velocidade de módulo igual a $0,70\,m/s$, então:

a) Qual é o módulo da velocidade do centro de massa do sistema?

b) Qual é o módulo da sua velocidade?

Faça valer a pena

1. Em um circo um equilibrista deseja levantar uma bandeja circular, contendo um prato, um copo e uma garrafa, utilizando uma vareta. As massas do prato, do copo, da garrafa e da bandeja são, respectivamente, 0,50 kg, 0,10 kg, 1,0 kg e 400 g. Tomando o centro da bandeja como origem (0;0), as posições, em centímetros, do prato, do copo e da garrafa são, respectivamente, (-2,0;-5,0), (-10,0;5,0) e (4,0;4,0). Em que posição (x;y) sob a bandeja o equilibrista deve "encaixar" a vareta para obter sucesso na sua apresentação?

a) (2,0 ;1,0).

b) (-1,0 ;1,0).

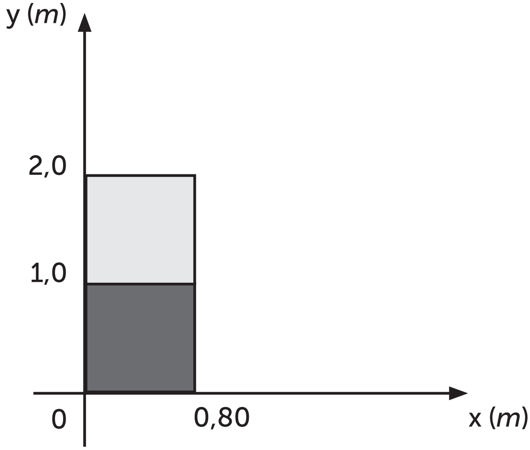
c) (1,0 ;0).

d) (1,0 ;1,0).

e) (0 ;1,0).

2. Uma porta é composta metade por vidro e a outra metade por madeira e possui 80 cm de largura e 2,0 m de altura. A massa da parte de vidro é igual a 3/5 da massa da parte de madeira. Se considerarmos que a extremidade inferior esquerda da porta está localizada na origem das posições (0;0), como mostra a Figura 4.15, a posição do centro de massa dessa porta, em metros, é:

Figura 4.15 | Porta



Fonte: elaborada pela autora.

a) (0,40;1,00).

b) (0,40;0,875).

c) (1,00;0,875).

d) (0; 1,00).

e) (0,40;1,20).

3. Duas partículas A e B estão inicialmente em repouso, separadas por 1,0 m de distância. As massas são, respectivamente, 200 g e 300 g. Elas se atraem mutuamente com forças constantes de intensidade igual a 0,06 N, até colidirem exatamente na posição do centro de massa. Nenhuma força externa atua no sistema. Podemos afirmar que:

I. O centro de massa do sistema está em repouso.

II. O módulo da velocidade de A em relação à B, no instante da colisão, é $1{,}0\,m/s$.

III. A aceleração do centro de massa é de $0{,}30\,m/s^2$.

IV. A posição do centro de massa é x=0,60 m, considerando a partícula A na origem das posições.

Marque a opção que contém todas as afirmações corretas:

a) I e II.

b I, II e III.

c) I, II, III e IV.

d) I, II e IV.

e) II, III e IV.

Referencias

CHAVES, A.; SAMPAIO, J. F. **Física básica**: mecânica. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

CHIQUETTO, M. VALENTIM, B. PAGLIARI, E. **Aprendendo física**. São Paulo: Scipione, 1996. v. 3.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica**. São Paulo: Edgard Blücher, 2011. v. 3.

ORTIZ, J. **Práticas de laboratórios para engenharias**: obra de referência. Campinas: Átomo, 2009.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. **Física 1**. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. v. 1.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; WALKER, J. **Fundamentos de física 1**: mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1.

SEARS, F. W. ZEMANSKY, M. W. YOUNG, H. D. **Física 1**: mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. v. 1.

SERWAY, R. A. JEWETT JR., J. W. **Princípios de física**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

TIPLER, P. A. **Física para cientistas e engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

YOUNG, H. **Física I**: mecânica. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2010.

ISBN 978-85-8482-557-8