

# Máquinas de Fluxo

# Máquinas de Fluxo

William Monte Verde

#### © 2018 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

#### Presidente

Rodrigo Galindo

#### Vice-Presidente Acadêmico de Graduação e de Educação Básica

Mário Ghio Júnior

#### Conselho Acadêmico

Ana Lucia Jankovic Barduchi Camila Cardoso Rotella Danielly Nunes Andrade Noé Grasiele Aparecida Lourenço Isabel Cristina Chagas Barbin Lidiane Cristina Vivaldini Olo Thatiane Cristina dos Santos de Carvalho Ribeiro

#### Revisão Técnica

Luis Eduardo Zampar Filho Roberto Mac Intyer Simões

#### Editorial

Camila Cardoso Rotella (Diretora) Lidiane Cristina Vivaldini Olo (Gerente) Elmir Carvalho da Silva (Coordenador) Letícia Bento Pieroni (Coordenadora) Renata Jéssica Galdino (Coordenadora)

#### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Verde, William Monte V483m Máquinas de fluxo / William Monte Verde. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2018. 248 p.

ISBN 978-85-522-0738-2

1. Engenharia. I. Verde, William Monte. II. Título.

CDD 620

Thamiris Mantovani CRB-8/9491

2018 Editora e Distribuidora Educacional S.A. Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza CEP: 86041-100 – Londrina – PR e-mail: editora.educacional@kroton.com.br Homepage: http://www.kroton.com.br/

# Sumário

Unidade 1   Fundamentos de máquina de fluxo,	
características de bombas centrífugas	. 7
Seção 1.1 - Introdução às máquinas de fluxo	9
Seção 1.2 - Análise de turbomáquinas	25
Seção 1.3 - Curvas características de bombas centrífugas	. 42
Unidade 2   Análise dimensional, leis de similaridade	
e associações de bombas centrífugas	59
Seção 2.1 - Análise dimensional aplicada à turbomáquinas	61
Seção 2.2 - Leis de similaridade aplicadas às turbomáquinas	. 77
Seção 2.3 - Associação de bombas centrífugas	94
Unidade 3   Cavitação, curva de carga de sistemas e aplicação a sistemas de fluidos	113
Seção 3.1 - Cavitação em turbomáquinas	115
Seção 3.2 - Curvas de carga de sistemas	135
Seção 3.3 - Aplicação a sistemas de fluidos	159
Unidade 4   Seleção e aplicação de bombas centrífugas, fatores que afetam sua operação e fundamentos de bombas de deslocamento positivo	183
Seção 4.1 - Seleção e aplicação de bombas centrífugas	185
Seção 4.2 - Fatores que afetam a operação de bombas centrífugas	206
Seção 4.3 - Fundamentos de bombas de deslocamento positivo	227

# Palavras do autor

Caro aluno, as máquinas de fluido são fundamentais no nosso cotidiano. São essas máquinas que possibilitam a geração de energia elétrica, o abastecimento de água tratada, a conservação de alimentos por meio da refrigeração, a manutenção do conforto térmico utilizando condicionadores de ar e ventiladores, entre outros. Industrialmente, são inúmeros os processos que necessitam das máquinas de fluido. A maioria desses processos depende do escoamento de fluidos ou da extração da energia contida neles.

O tema é bastante amplo e, por isso, nossa ênfase será nas máquinas de fluxo. Nosso foco será no estudo das bombas dinâmicas utilizadas para bombear fluidos líquidos de baixa viscosidade, tais como água.

É fundamental que você compreenda os conceitos básicos das máquinas de fluxo e dos sistemas fluidomecânicos, utilizando o raciocínio crítico e de solução de problemas, a fim de dimensionar e selecionar as máquinas que serão utilizadas em projetos de sistemas de bombeamento.

Embora esta disciplina seja dedicada principalmente ao estudo das bombas dinâmicas, introduziremos as máquinas de deslocamento positivo na última seção, pois é fundamental saber discernir sobre o campo de aplicação de cada tipo de bomba.

Nosso material está dividido em quatro unidades. Na Unidade 1, estudaremos os princípios de funcionamento das máquinas de fluxo, suas classificações e parâmetros de desempenho. Ao final desta unidade, você saberá mais sobre a operação das bombas, compressores, sopradores, ventiladores e turbinas. Você será capaz de analisar idealmente o funcionamento das máquinas de fluxo e identificar suas características de desempenho.

Na Unidade 2, estudaremos as associações de bombas em série e em paralelo e aplicaremos os conceitos de análise dimensional e semelhança. Assim, você será capaz de realizar o transporte por escala de diferentes condições operacionais e associar bombas a fim de obter um dado ponto de operação.

Na Unidade 3, estudaremos os fundamentos da cavitação e do projeto dos sistemas de bombeio. Ao final desta unidade, você

será capaz de analisar e projetar o sistema de bombeio e garantir a eficiência de sua operação.

Finalmente, na Unidade 4, aprenderemos a selecionar as bombas dinâmicas, identificar os fatores que afetam seu desempenho e veremos, ainda, uma introdução às bombas de deslocamento positivo.

Você está preparado para avançar seus conhecimentos sobre as máquinas de fluxo?

Bons estudos!

# Fundamentos de máquinas de fluxo, análise de turbomáquinas e curvas características de bombas centrífugas

#### Convite ao estudo

Prezado aluno, iniciaremos esta unidade de ensino estudando os conceitos fundamentais sobre as máquinas de fluxo. Serão apresentados os princípios de funcionamento, classificações e aplicações desses equipamentos. Na segunda seção desta unidade, iremos abordar a análise fundamental das máquinas de fluxo. Utilizando a formulação integral da equação da quantidade de movimento angular, obteremos a equação de Euler, que modela idealmente a transferência de energia entre máquina e fluido. Finalmente, na terceira seção, iremos aprender as características de desempenho das máquinas de fluxo. Vamos estudar sobre os testes de desempenho e quais seus resultados.

Assim, ao final desta unidade, você irá conhecer os conceitos básicos sobre as máquinas de fluxo, a teoria fundamental das turbomáquinas e suas características de desempenho. Dessa forma, você poderá calcular as curvas características a partir de dados de desempenho de uma bomba centrífuga, utilizando o raciocínio crítico e de solução de problemas.

Nesta unidade, seu conhecimento adquirido será consolidado colocando você em uma situação profissional típica. Você será inserido no cargo de gerente de engenharia de uma empresa fabricante de bombas hidráulicas. O setor de engenharia, sob

sua gerência, é responsável pelo desenvolvimento de bombas para aplicações específicas, conforme as demandas de seus clientes. A equipe que você coordena envolve profissionais de nível técnico, estagiários de engenharia e engenheiros. Recentemente, foi solicitado para sua equipe o projeto de uma nova bomba hidráulica. Os projetos têm início com uma análise teórica do escoamento através do rotor da bomba, passando pelo detalhamento do projeto, pela fabricação e, finalmente, por testes de desempenho.

Como você explicaria a diferença entre os princípios de funcionamento das máquinas de fluido? Qual é a modelagem teórica do funcionamento de uma turbomáquina? Quais são os parâmetros de desempenho das máquinas de fluxo e como são obtidos experimentalmente?

Você está preparado para assumir esse importante cargo e aplicar seus conhecimentos sobre as máquinas de fluxo? Vamos começar a desenvolver tais habilidades técnicas ao longo desta unidade. Bons estudos!

# Seção 1.1

### Introdução às máquinas de fluxo

### Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção iniciaremos nossos estudos sobre as máquinas de fluido. Em seu cotidiano, provavelmente, você já teve contato com máquinas que operam com fluidos, tais como bombas, turbinas, compressores, entre outras. O objetivo nesta seção é apresentar os conceitos, definições e classificações das máquinas de fluido. Esse conteúdo introdutório é fundamental para o desenvolvimento das próximas unidades, pois utilizaremos os conceitos aqui apresentados durante toda a disciplina.

Ao final da seção, você conhecerá mais sobre bombas, turbinas, compressores e ventiladores. Saberá diferenciar os equipamentos, componentes e princípios de funcionamento.

Lembre-se de que, na presente unidade, você, aluno, foi contratado como engenheiro e atuará como gerente responsável pelo setor de engenharia de uma empresa fabricante de bombas.

Um dos seus estagiários está no início do curso de engenharia e ainda não cursou a disciplina de Máquinas de Fluxo. Esse estagiário está com dúvidas quanto à classificação e o funcionamento das máquinas de fluido. A dúvida do jovem estagiário refere-se principalmente à diferença entre o princípio de funcionamento de máquinas de fluido dinâmicas e de deslocamento positivo. Utilizando os termos técnicos adequados, porém com uma linguagem acessível, como você explicaria ao estagiário as diferenças entre os princípios de funcionamento de máquinas dinâmicas e de deslocamento positivo? Quais as características de operação de cada uma delas? Para auxiliar na sua resposta, quais exemplos de aplicação você utilizaria para cada um dos tipos de máquinas? A compreensão dos princípios de funcionamento e características de cada tipo de bomba é essencial para o projeto e seleção de sistemas de bombeio.

Está preparado para este desafio? Bons estudos!

#### Não pode faltar

#### Introdução e classificação das máquinas de fluido

Desde a antiguidade, o homem busca formas de mecanizar o transporte de água e utilizar a energia armazenada nos fluidos. A necessidade de abastecer povoados e fornecer água para irrigar plantações resultou no desenvolvimento das rodas de Noriá (1000 a.C.), apresentada na Figura 1.1, e do parafuso de Arquimedes (250 a.C.), Figura 1.2. Ambos os dispositivos eram utilizados para elevar água, possibilitando seu transporte por longas distâncias.

Figura 1.1 | Rodas de Noriá



Fonte: Fraenkel (1986).

Figura 1.2 | Parafuso de Arquimedes



Fonte: Whitney (1902).

Já a utilização da energia armazenada nos fluidos teve início com as rodas d'água (70 a.C.), mostrada na Figura 1.3, empregadas para moer grãos de cereais. Ao grego Heron da Alexandria, que viveu provavelmente no início da era cristã, foi atribuída a invenção do dispositivo que é considerado a primeira turbina a vapor, chamada de Eolípila, ilustrada na Figura 1.4. A Eolípila consiste de um globo metálico que gira em reação ao escape do vapor de água.

Figura 1.3 | Rodas d'água.



Fonte: Elroy (1895).

Figura 1.4 | Eolípila.



Fonte: Derr (1911).

No entanto, foi durante a Revolução Industrial, no século XIX, que as máquinas de fluido passaram por um grande desenvolvimento. A aplicação dos conhecimentos de mecânica dos fluidos, termodinâmica e aerodinâmica, aliados ao surgimento de novos materiais e processos de fabricação, possibilitou a invenção de novas máquinas.

Atualmente, grande parte do conforto da vida moderna é possível devido às máquinas de fluido. Os benefícios e utilizações desses equipamentos são inúmeros. A partir da utilização das máquinas de fluido, você tem água potável na sua torneira, pode conservar alimentos em refrigeradores, desfruta do conforto térmico de condicionadores de ar e utiliza meios de transportes repletos de sistemas pneumáticos e hidráulicos. A energia elétrica

que você usa provavelmente foi gerada utilizando máquinas de fluido em usinas hidroelétricas, termoelétricas, nucleares ou em geradores eólicos.

Industrialmente, é praticamente impossível imaginar processos produtivos que não envolvam a presença de uma máquina de fluido. Você possivelmente já esteve em uma instalação industrial e observou tubulações distribuídas por toda parte. Por essas tubulações escoam água, óleo, ar comprimido, vapor, entre outros fluidos que são transportados por meio de máquinas de fluido. O escoamento desses fluidos possibilita uma diversidade de processos, tais como geração e acumulação de energia, resfriamento, lubrificação e movimentação de cargas.

Você já refletiu sobre as dificuldades que o homem enfrentava antigamente sem as máquinas de que dispomos hoje? Você já imaginou como tarefas diárias, que hoje são simples, eram trabalhosas e ineficientes? Reflita sobre a importância da inovação tecnológica e o desenvolvimento de novos equipamentos na vida do ser humano.

Reflita

As máquinas de fluido podem ser definidas como sistemas mecânicos que adicionam ou extraem energia de um fluido. Assim, podemos classificar as máquinas de fluido quanto ao sentido da transformação de energia em dois tipos:

- Máquinas de fluido geradoras: são as máquinas que transformam energia mecânica em energia de fluido. Quando o fluido é um líquido, as máquinas são chamadas de bombas. Já quando o fluido é um gás ou vapor, essas máquinas são chamadas de ventiladores, sopradores ou compressores, dependendo do aumento de pressão.
- Máquinas de fluido motoras: são as máquinas que transformam energia de fluido em energia mecânica. Essas máquinas também são chamadas de turbinas.

As máquinas de fluido podem ser classificadas, também, quanto ao princípio físico de transferência de energia. De modo amplo, são duas as classificações:

 Máquinas de deslocamento positivo ou volumétricas: ao passar pela máquina, o fluido é confinado e sofre variações de volume. As variações volumétricas transferem energia principalmente na forma de pressão. A energia cinética transferida devido às variações volumétricas é relativamente pequena, podendo ser desprezada em muitos casos. Quando uma máquina de deslocamento positivo para de funcionar, o fluido de trabalho fica confinado em seu interior.

 Máquinas de fluxo ou turbomáquinas: o fluido escoa em fluxo contínuo através da máquina. Em contraste com as máquinas de deslocamento positivo, não ocorre o confinamento do fluido em um sistema fechado numa turbomáquina. As máquinas de fluxo orientam a passagem do fluido por meio de lâminas ou pás, fixas em um elemento rotativo. A transferência de energia ocorre em virtude do efeito dinâmico entre o rotor e a corrente de fluido, promovendo variações de energia cinética do fluido. Quando uma máquina de fluxo para de funcionar, o fluido de trabalho pode escoar livremente para fora do dispositivo. As turbomáquinas são conhecidas também como máquinas dinâmicas.

#### Bombas dinâmicas

As bombas dinâmicas ou turbobombas promovem a variação da quantidade de movimento ao fluido em razão da ação de um elemento rotativo. Esse elemento rotativo, que possui pás ou lâminas, é denominado rotor ou impelidor. O rotor é envolvido por uma carcaça chamada voluta ou difusor, responsável por transformar energia cinética adquirida pelo fluido ao passar pelo rotor em energia de pressão. A conversão de energia cinética em energia de pressão é realizada por meio do aumento gradativo da área à medida que o fluido escoa para a saída da máquina.

Comparadas às bombas de deslocamento positivo, as bombas dinâmicas são capazes de operar com maiores vazões, fornecendo, no entanto, menores pressões. Nas bombas dinâmicas a vazão é contínua, não havendo, em condições normais de operação, oscilações ou pulsações. Em aplicações em que é necessário um ganho de pressão mais elevado, são empregadas as máquinas dinâmicas de múltiplos estágios.

Devido ao princípio de funcionamento, as bombas dinâmicas são ineficientes quando operam com fluidos viscosos. A aplicação das bombas dinâmicas é recomendada para viscosidades próximas da água, ou poucas dezenas de vezes maior. A presença de gás ou vapor no fluido bombeado também causa ineficiência da máquina e instabilidades em seu funcionamento.

As bombas dinâmicas podem ser distinguidas quanto à geometria do percurso do fluido ao passar pelo rotor:

- Bombas radiais: nessas máquinas a trajetória do fluido é essencialmente radial, com mudanças significativas no raio, da entrada para a saída. O fluido entra no rotor na direção axial e sai radialmente, perpendicular ao eixo de rotação da bomba. Essas máquinas também são denominadas bombas centrífugas.
- Bombas axiais: nesses equipamentos a trajetória do fluido é paralela ao eixo de rotação do rotor. Não existe variação significativa do raio de percurso do fluido.
- Bombas mistas: nessas máquinas o fluido entra no rotor axialmente e sai em uma direção intermediária entre a radial e a axial. O raio da trajetória do fluido varia moderadamente. As bombas de geometria mista apresentam características de desempenho intermediárias entre as bombas radiais e as axiais.

Pesquise mais

A vazão e a capacidade de gerar pressão das bombas dinâmicas estão diretamente relacionadas com a geometria do rotor. Cada dispositivo possui uma faixa operacional e uma aplicação. Pesquise mais sobre o campo de aplicação das bombas dinâmicas. Tente explicar a relação entre a forma do rotor e o campo de aplicação. Utilize o livro: Henn (2012, p. 29-33).

Na Figura 1.5 são apresentadas de forma esquemática as três geometrias de rotores das bombas dinâmicas.

Figura 1.5 | Classificação dos rotores de bombas dinâmicas: (a) radial, (b) axial e (c) misto.



Fonte: adaptada de Çengel e Cimbala (2006, p. 754).



Os rotores das bombas dinâmicas podem ser classificados como abertos ou fechados. Essa classificação está relacionada com a presença das paredes laterais do rotor, denominadas de *shrouds*, mostrados na Figura 1.5. Os rotores fechados possuem *shrouds* nas duas laterais, minimizando o vazamento e recirculação do fluido no interior do rotor. Esses rotores são utilizados para bombear água limpa ou fluidos de viscosidades próximas da água. Os rotores abertos não possuem *shrouds* e as pás ficam expostas. Os rotores abertos são utilizados para bombear fluidos mais viscosos que a água ou que contenham sólidos em suspensão. Existem ainda os rotores semiabertos, que possuem *shrouds* em uma lateral do rotor.

White (2001) adiciona na classificação das bombas dinâmicas alguns projetos especiais que não utilizam um rotor para transferir energia ao fluido. A Figura 1.6 apresenta essa classificação.



Figura 1.6 | Classificação das bombas dinâmicas

Fonte: elaborada pelo autor.

Os projetos especiais de bombas dinâmicas possuem diferentes características de funcionamento. O *Gas-Lift* eleva fluidos líquidos adicionando ar comprimido ou vapor em uma coluna estática. A elevação do fluido é possível em razão da redução da pressão hidrostática. Esse método de bombeio tem ampla aplicação para a produção de poços de petróleo. A bomba a jato funciona utilizando um tubo de Venturi. Por meio do bombeio de um fluido motriz, ocorre a redução da pressão na garganta do Venturi, promovendo a sucção do fluido bombeado. Já o carneiro hidráulico, bastante utilizado na agricultura, utiliza o golpe de aríete para bombear o fluido, aproveitando a energia de um fluxo para elevar uma coluna estática.

#### Bombas de deslocamento positivo

As bombas de deslocamento positivo operam com altas pressões e fornecem vazão pulsante ou periódica. Esses equipamentos são indicados para bombear fluidos de elevadas viscosidades e com sólidos em suspensão, tais como óleo vegetal, hidrocarbonetos, amidos, efluentes e polímeros. Devido ao funcionamento baseado na variação volumétrica, gerando elevadas pressões, as bombas de deslocamento positivo possuem projetos robustos, e o bloqueio do escoamento a jusante da bomba pode causar danos severos se válvulas de segurança ou linhas de recirculação não forem utilizadas.

Esses equipamentos podem ser alternativos ou rotativos. Nas bombas de deslocamento positivo alternativas, o êmbolo se afasta do cabeçote promovendo a sucção do fluido através da válvula de admissão. Quando o êmbolo inverte a direção do movimento, o fluido é comprimido e deixa a câmera de compressão através da válvula de descarga. Nas bombas rotativas, a compressão do fluido é realizada pela ação de um rotor. Esse tipo de bomba não possui válvula de admissão ou descarga. A Figura 1.7 apresenta a classificação e alguns tipos característicos de bombas de deslocamento positivo.

Figura 1.7 | Classificação das bombas de deslocamento positivo.



Fonte: elaborada pelo autor.

A Figura 1.8 mostra esquematicamente o princípio de operação de diferentes bombas de deslocamento positivo. Em geral, existe a sobreposição dos campos de aplicação das máquinas de deslocamento positivo alternativas e rotativas. A distinção entre os campos de aplicação ocorre nos limites de vazão e pressão. As bombas alternativas apresentam maior capacidade de gerar pressão, podendo chegar a 600 MPa. As bombas rotativas são capazes de fornecer vazões superiores às bombas alternativas, podendo chegar à ordem de 1000 m<sup>3</sup>/h.

### Turbinas hidráulicas

As turbinas são máquinas projetadas especificamente para extrair a energia contida nos fluidos e convertê-la em energia mecânica, na forma de torque e rotação. A energia obtida nas turbinas pode ser utilizada no acionamento de geradores elétricos ou utilizada diretamente na movimentação de outros dispositivos mecânicos.

Quando o fluido de trabalho é a água, essas máquinas de fluido são denominadas turbinas hidráulicas. Quando o fluido é o ar, e a energia é extraída do vento, as máquinas são chamadas de turbinas eólicas. O fluido de trabalho pode ser também vapor de água, como utilizado em usinas termoelétricas, sendo a máquina denominada turbina a vapor.

Figura 1.8 | Princípio de funcionamento de diferentes tipos de bombas de deslocamento positivo: (a) bomba de parafusos, (b) bomba de engrenagens, (c) bomba de lóbulos, (d) bomba de palhetas e (e) bomba de pistão.



Fonte: Adaptada de White (2001, p. 713).

No Brasil, as turbinas hidráulicas são essenciais para a geração de energia elétrica. Atualmente, cerca de 65% da energia elétrica é produzida utilizando recursos hídricos. Portanto, fica evidente a relevância dessas máquinas de fluido.

Geralmente, as turbinas hidráulicas extraem energia do fluido por meio do princípio dinâmico. Existem dois tipos básicos de turbinas hidráulicas dinâmicas:

• Turbina de impulsão: nesse tipo de turbina a água passa por um bocal, que converte a maior parte da sua energia total em energia cinética. O jato livre de água a alta velocidade colide sobre as pás ou conchas da turbina, impulsionando a máquina e transferindo energia mecânica ao seu eixo. A pressão do fluido ao passar pelo rotor permanece praticamente constante. Os rotores das turbinas de impulsão operam parcialmente submersos no fluido de trabalho. Essas máquinas requerem fluxos de água com elevada energia potencial, porém podem operar com baixas vazões. As turbinas de impulsão mais utilizadas são as turbinas Pelton, Figura 1.9.

Figura 1.9 | Turbina Pelton: (a) Esquema de funcionamento e (b) Imagem de uma turbina Pelton acionando, ao fundo, um gerador elétrico.



Fonte: Adaptada de Çengel e Cimbala (2006, p. 783-784).

• Turbina de reação: nessas máquinas o escoamento é contrário ao que ocorre nas bombas dinâmicas.

O fluido entra em uma seção de grande diâmetro e sai através do olho do rotor. Os componentes característicos das turbinas de reação são a voluta ou tubo espiral, as pás-guia e o rotor. Parte da variação de pressão do fluido ocorre no tubo espiral e a outra parte dentro do rotor. A água é acelerada no tubo espiral e defletida pelas pás-guia para entrar no rotor na direção apropriada. As turbinas de reação operam submersas no fluido de trabalho e, em geral, produzem mais potência que as turbinas de impulsão, considerando o mesmo diâmetro e energia potencial do fluido.

As turbinas hidráulicas de reação mais comuns são as turbinas do tipo Francis e tipo Kaplan, mostradas na Figura 1.10. Na turbina tipo Francis, a água entra na periferia das pás-guia e escoa para o rotor quase que radialmente, onde é defletida e sai axialmente pelo tubo de extração. Já nas turbinas do tipo Kaplan, a água é defletida para escoar quase que axialmente antes de entrar no rotor.

### Exemplificando

A usina hidroelétrica binacional de Itaipu está localizada no Rio Paraná, na fronteira entre o Brasil e o Paraguai. A usina é a segunda maior hidroelétrica do mundo em potência instalada, ficando atrás apenas da usina chinesa de Três Gargantas. A usina possui vinte turbinas hidráulicas tipo Francis, capazes de produzir a potência nominal de 700 MV e vazão de 700 m<sup>3</sup>/s, cada.

#### Turbinas eólicas

As turbinas eólicas são capazes de converter a energia cinética dos ventos em energia mecânica na forma de torque e rotação no eixo da turbina. A energia mecânica é transmitida a um gerador elétrico que realiza a conversão eletromecânica, produzindo energia elétrica. O conjunto formado pela turbina eólica e pelo gerador é denominado de aerogeradores. A ênfase em fontes de energias renováveis tem aumentado o interesse e o desenvolvimento das turbinas eólicas. A energia gerada pelas turbinas eólicas representa em torno de 7% da matriz energética brasileira.

Figura 1.10 | Turbinas hidráulicas de reação. (a) turbina tipo Francis de rotor radial e (b) turbina tipo Kaplan (ou turbina de hélice).



Fonte: Adaptado de White (2001, p. 746).

De forma geral, as turbinas eólicas podem ser classificadas de duas maneiras. A primeira delas está relacionada com a direção do eixo da turbina, sendo classificadas em turbinas de eixos horizontais e turbinas de eixos verticais (Figura 1.11). A maioria dos projetos de turbinas de eixo horizontal possui duas ou três pás, montadas em uma torre vertical. Já as turbinas eólicas de eixos verticais utilizam modernos rotores helicoidais.

A segunda classificação está relacionada com a forma que ocorre o aproveitamento da energia do vento. As turbinas podem coletar a energia do vento por meio da força de arrasto ou pela força de sustentação. As turbinas de eixo vertical funcionam somente pela ação da força de arrasto, enquanto as turbinas de eixo horizontal podem funcionar pela ação da força de sustentação.

Figura 1.11 | Turbinas eólicas: (a) eixo horizontal e (b) eixo vertical





Fonte: Adaptada de Fox (2011, p. 573).

#### Ventiladores, sopradores e compressores

Ventiladores, sopradores e compressores são máquinas de fluido geradoras que fornecem energia para gases ou vapores. Os ventiladores são utilizados para movimentar gases sem que ocorra variação significativa da massa específica. O gás pode ser considerado incompressível, pois a variação de pressão é inferior a 10 kPa. Os ventiladores são utilizados para a ventilação residencial e industrial, sistemas de exaustão e insuflamento de ar e sistema de climatização. Os ventiladores funcionam segundo o princípio dinâmico e possuem geometrias semelhantes às bombas, podendo ser radiais, axiais ou mistos. As vazões do ventilares axiais podem chegar à ordem de 10<sup>7</sup> m<sup>3</sup>/h. A Figura 1.12 mostra uma representação esquemática de um ventilador centrífugo.

Figura 1.12 | Ventilador centrífugo



Fonte: Adaptada de Fox (2011, p. 542).

Os compressores são utilizados especificamente para comprimir gases ou vapores. Essas máquinas podem ser dinâmicas ou de deslocamento positivo. Os tipos de compressores de deslocamento positivo são semelhantes às bombas que operam segundo o mesmo princípio, apresentados na Figura 1.3. Os compressores são utilizados para aplicações de ar comprimido em circuitos pneumáticos, em ciclos de refrigeração, alimentação de motores e turbinas a gás e para transporte de gás natural.

Os sopradores apresentam características de desempenho semelhantes às dos ventiladores, porém operam com velocidades maiores e fornecem mais pressão. A diferença de pressão entre a descarga e a admissão da máquina é da ordem de 10 a 300 kPa.

### Sem medo de errar

Lembre-se de que você é o gerente de engenharia de uma empresa fabricante de bombas hidráulicas. Em sua equipe, você conta com engenheiros, técnicos e estagiários. Você deve explicar para um jovem estagiário de engenharia as diferenças de operação das máquinas dinâmicas e de deslocamento positivo, ilustrando sua resposta com exemplos, utilizando o raciocínio crítico e de solução de problemas.

As máquinas de fluido dinâmicas ou de deslocamento positivo se diferenciam pela forma que interagem com o fluido e realizam a conversão de energia. As máquinas de deslocamento positivo convertem energia pela variação volumétrica do local onde o fluido é confinado. Por exemplo, um compressor de deslocamento positivo de pistão alternativo. Imagine o conjunto cilindro-pistão preenchido com ar. Quando o pistão se desloca em direção ao cabeçote do cilindro, ocorre a redução de volume disponível ao fluido, aumentando consideravelmente sua pressão. Quando a pressão atinge determinado limite, uma válvula de descarga é aberta e o fluido pressurizado sai da máquina. Nesse caso, houve conversão de energia mecânica em energia de pressão do ar.

Nas máquinas dinâmicas, a interação entre o fluido e o dispositivo mecânico é diferente. Esses equipamentos interagem com o fluido por meio de um elemento rotativo que contém pás ou lâminas, chamados de rotores. A transferência de energia ocorre pela interação dinâmica do rotor com o fluido, havendo variação de quantidade de movimento do fluido. Exemplos simples de máquinas dinâmicas são ventiladores de teto, secadores de cabelo, exaustores e centrífugas.

Portanto, temos que a explicação dada ao estagiário foi satisfatória, porque entendeu mais sobre as diferenças de operação das máquinas dinâmicas e de deslocamento positivo e prometeu pesquisar mais e aprofundar seus estudos sobre o tema.

#### Avançando na prática

#### Utilização da energia armazenada nos fluidos

#### Descrição da situação-problema

Os gastos com energia elétrica representam grande parte dos custos das cadeias produtivas. Desde grandes indústrias até residências estão preocupadas em reduzir os gastos com energia elétrica por meio do uso consciente e melhoria da eficiência. Você é um gestor ambiental, do âmbito público, e recebeu a solicitação de uma comunidade local para propor alternativas de redução de gastos em um ambiente rural. Discuta como é possível utilizar a energia contida em pequeno curso d'água em uma propriedade rural para reduzir os gastos com energia elétrica. Em sua resposta, considere soluções de baixo custo e de simples aplicação.

#### Resolução da situação-problema

Nesse caso, é possível utilizar o fluxo de água para movimentar uma roda d'água. Provavelmente, a energia extraída da água é insuficiente para acionar um gerador e produzir eletricidade. Porém, essa não é a única forma de utilizar a energia mecânica extraída do fluido. É possível utilizar a energia disponível no eixo da roda d'água para acionar, por exemplo, uma bomba de pistão. A bomba de pistão elevaria a água para outros pontos da propriedade rural, podendo ser utilizada para irrigação. A escolha por uma bomba de pistão é justificada por sua capacidade de operar em baixas rotações. Nesse caso, a energia mecânica é extraída da água, que é novamente fornecida ao fluido. Este é um bom exemplo de utilização racional da energia contida nos fluidos.

#### Faça valer a pena

**1.** As bombas são dispositivos mecânicos que fornecem energia de pressão ao fluido, possibilitando seu escoamento por tubulações e canais.

As aplicações desses dispositivos são inúmeras. As bombas podem ser utilizadas desde aplicações mais simples, como o bombeamento de água tratada na rede de abastecimento, até aplicações mais complexas, como o bombeamento de produtos alimentícios de elevada viscosidade e comportamento não newtoniano. As bombas podem ser classificadas quanto ao princípio de transferência de energia em dinâmica ou deslocamento positivo.

Uma desvantagem das bombas de deslocamento positivo, comparada às bombas dinâmicas, é que elas:

- a) apresentam vazões e pressões de descarga pulsadas.
- b) operam apenas com fluidos de baixa viscosidade.
- c) são limitadas a geração de baixas pressões de descarga.
- d) não toleram nenhuma fração de gás livre no fluido de trabalho.
- e) fornecem elevadas pressões de descarga.

**2.** A Usina de Belo Monte está localizada na bacia do rio Xingu, próxima à cidade de Altamira, no estado do Pará. A usina tem potência nominal instalada de 11000 MW, vazão total de 14000 m<sup>3</sup>/s, sendo responsável pelo fornecimento de cerca de 10% da energia elétrica consumida no Brasil. Essa gigante é a terceira maior usina hidroelétrica do mundo, ficando atrás, apenas, da usina chinesa de Três Gargantas e da usina binacional de Itaipu. A usina possui dezoito turbinas hidráulicas do tipo Francis operando em uma queda líquida de 87 metros de altura.

As turbinas do tipo Francis são classificadas como turbinas de reação. Sobre as turbinas de reação, seguem as afirmativas:

I – As turbinas Pelton e Kaplan também são exemplos de turbinas de reação.
 II – Nas turbinas de reação, o fluido impulsiona o rotor por meio de um jato livre a alta velocidade.

- III Nas turbinas de reação não ocorre variação da pressão da água.
- IV Nas turbinas de reação ocorre variação da pressão da água.
- V Os rotores das turbinas de reação operam imersos na água.

Assinale a alternativa que apresenta o julgamento correto das afirmativas.

- a) Apenas a afirmativa I está correta.
- b) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas IV e V estão corretas.
- e) As afirmativas I, IV e V estão corretas.

**3.** As máquinas de fluxo motoras são equipamentos utilizados para converter o potencial energético contido no fluido em energia mecânica. Já as máquinas de fluxo geradoras são projetadas para converter energia mecânica em energia de fluido. Em geral, a energia mecânica extraída nas

máquinas motoras é empregada para produzir energia elétrica ou acionar diretamente outros dispositivos mecânicos. Portanto, é comum encontrar uma máquina de fluxo motora acionando uma máquina de fluxo geradora, montadas em um mesmo eixo, como acontece nas turbinas de aviação e nos turboalimentadores de motores de combustão interna a pistão.

Em relação à operação das máquinas de fluxo motoras e geradoras, é correto afirmar que:

a) As máquinas de fluxo geradoras que operam com fluidos de trabalho líquidos são denominadas bombas. Esses equipamentos transferem energia ao fluido, aumentando a vazão mássica de fluido entre sua sucção e descarga.
b) Os compressores e ventiladores são máquinas de fluxo geradoras que operam com gases ou vapores. Ambas as máquinas fornecem energia ao fluido, principalmente na forma de pressão, tornando o escoamento compressível.

c) As bombas são máquinas de fluido geradoras que funcionam com boa eficiência apenas com fluidos de baixa viscosidade. Essas máquinas possuem diferentes tipos de geometrias de rotores, que influenciam diretamente no campo de aplicação da máquina.

d) As turbinas hidráulicas e eólicas são exemplos de máquinas de fluxo geradoras, pois extraem energia do fluido e geram energia elétrica.

e) Os compressores são máquinas de fluxo geradoras utilizadas para comprimir gases e vapores. Essas máquinas promovem o aumento da massa específica do fluido, aumentando, assim, a vazão volumétrica de saída.

# Seção 1.2

## Análise de turbomáquinas

### Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção iremos focar nossos estudos em entender o processo de transferência de energia que ocorre nas máquinas de fluxo. Apesar dos modernos recursos de computação e dos significativos avanços nas simulações numéricas da dinâmica dos escoamentos, as simplificações adotadas na abordagem clássica permitem um entendimento sólido do fenômeno físico. Iniciaremos nossa seção relembrando o princípio da quantidade de movimento angular aplicado a um volume de controle. Então, aplicando esse princípio ao rotor de uma bomba, obteremos a Equação de Euler para turbomáquinas. Para a utilização dessa teoria, desenvolveremos a análise dos triângulos de velocidade do escoamento. Por fim, estudaremos os conceitos de potência hidráulica e eficiência.

Vamos retomar, então, a situação na gual você, aluno, ocupa o cargo de gerente de engenharia de uma empresa fabricante de bombas hidráulicas. O setor de engenharia, sob sua gerência, é responsável pelo desenvolvimento de bombas para aplicações específicas, conforme as demandas de seus clientes. A equipe que você coordena envolve profissionais de nível técnico, estagiários de engenharia e engenheiros. Sua equipe de engenharia recebeu a solicitação de um projeto para desenvolver uma bomba hidráulica que será aplicada no transporte de água entre dois reservatórios. Essa bomba deve fornecer, no ponto de melhor eficiência, uma vazão de 0,1 m³/s e uma elevação de 100 m. Após a análise preliminar dos requisitos de projeto, utilizando o raciocínio crítico, sua equipe de engenharia optou por uma bomba do tipo centrífuga para solucionar o problema proposto. Considerando que essa bomba opera a 1750 rpm, foram propostos os seguintes parâmetros geométricos para a bomba:

Tabela 1.1 | Parâmetros geométricos da bomba.

Parâmetro	Entrada	Saída
Raio, r (mm)	100	200
Espessura do rotor, <i>b</i> (mm)	50	60
Ângulo da pá $eta$ (grau)	45	65

Fonte: Elaborada pelo autor.

Utilizando a Teoria de Euler para turbomáquinas, analise o projeto da bomba, verificando se a altura de elevação teórica para a vazão de projeto atende aos requisitos de projeto propostos. Visando estimar a potência necessária ao motor de acionamento da bomba, qual será a potência teórica consumida pela bomba?

Para resolver este problema proposto, é necessário que você conheça a teoria de Euler para turbomáquinas e saiba, também, analisar o triângulo de velocidades. Bons estudos!

#### Equação de Euler para Turbomáquinas

A metodologia utilizada para analisar a transferência de energia que ocorre em uma turbomáquina é função do tipo de análise desejada. Quando são requeridos conhecimentos detalhados dos campos de velocidade, pressão e ângulos das pás, por exemplo, é necessária uma análise diferencial das equações de conservação. Esse tipo de abordagem geralmente é realizado por meio de simulação numérica do escoamento. Nos casos em que os objetivos são informações globais, tais como vazão, variação de pressão, altura de elevação, torque e potência, uma análise integral envolvendo um volume de controle finito é suficiente. Adotaremos em nosso estudo a formulação integral. Embora esse tipo de análise considere diversas simplificações, é possível obter uma interpretação física do escoamento do fluido através da máquina.

A transferência de energia entre uma turbomáquina e o fluido ocorre fundamentalmente no rotor. O rotor impõe uma variação da quantidade de movimento do fluido, que reage exercendo um torque sobre o rotor. Assim, a análise de uma turbomáquina pode ser conduzida idealmente utilizando o princípio da quantidade de movimento angular aplicado a um volume de controle (VC) finito e fixo, conforme apresentado na Equação 1.1.

$$\vec{r} \times \vec{F}_{s} + \int_{sc} \vec{r} \times \vec{g} \rho d\Psi + \vec{T}_{eixo} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \vec{r} \times \vec{V} \rho d\Psi + \int_{sc} \vec{r} \times \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$
(1.1)

onde  $\vec{r}$  é o vetor posição,  $\vec{F}_s$  é a resultante das forças de superfície,  $\vec{g}$  é o vetor aceleração gravitacional,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\forall$  é o volume do VC,  $\vec{V}$  é o vetor velocidade,  $\vec{T}_{eixo}$  é o torque aplicado ao VC e  $\vec{A}$  é o vetor área.

Essa equação estabelece que o torque aplicado pelas forças de superfície, forças de campo e torque de eixo resultam em uma variação da quantidade de movimento angular do escoamento.

Para uma análise idealizada de uma turbomáquina, podemos considerar que o torque referente às forças de superfície é desprezível, comparado ao torque de eixo. Além disso, temos que

o torque gerado pela força de campo pode ser desconsiderado devido à simetria. Além disso, considerando uma análise em regime permanente, a Equação 1.1 torna-se:

$$\vec{T}_{eixo} = \int_{sc} \vec{r} \times \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$
 (1.2)

A solução da Equação 1.2 é função da escolha de um VC adequado. A Figura 1.13 mostra o VC que consideraremos em nossa análise das turbomáquinas. O VC adotado é fixo e envolve por completo o rotor. O fluido entra na superfície de controle (SC) 1, localizada radialmente em  $\vec{r_1}$ , com velocidade absoluta uniforme  $\vec{V_2}$ .

Figura 1.13 | Volume de controle adotado para a análise de uma turbomáquina e componentes da velocidade na entrada e saída da superfície de controle.



Fonte: Adaptada de Fox (2011, p. 500).

Resolvendo a Equação 1.2 aplicada ao VC da Figura 1.13, temos:

$$T_{eixo} = (r_2 V_{t2} - r_1 V_{t1}) \dot{m} (1.3)$$

Em que  $\dot{m}$  é a vazão mássica de fluido e  $V_{t2}$  e  $V_{t2}$  são as componentes tangenciais da velocidade do fluido na entrada e saída, respectivamente.

A Equação 1.3, que relaciona quantidade de movimento angular e torque, é conhecida como Equação de Euler ou equação fundamental das turbomáquinas. Essa equação é válida tanto para as turbomáquinas que extraem energia do fluido quanto para aquelas que adicionam energia ao fluido. Vamos focar nossa análise nas turbomáquinas que adicionam energia ao fluido, tais como as bombas.

Em uma análise idealizada, podemos considerar a hipótese que não ocorre perda de energia durante a transferência da máquina para o fluido. Assim, a energia consumida pela bomba é integralmente transferida ao fluido de trabalho. Portanto, a potência mecânica  $(P_m)$  consumida no acionamento bomba é obtida multiplicando-se o torque de eixo pela rotação ( $\omega$ ). Dessa forma:

$$\boldsymbol{P}_{m} = \omega \boldsymbol{T}_{eixo} = \omega \left( \boldsymbol{r}_{2} \boldsymbol{V}_{t2} - \boldsymbol{r}_{1} \boldsymbol{V}_{t1} \right) \dot{\boldsymbol{m}} \ (1.4)$$

Definindo a velocidade tangencial do rotor (U) como sendo:

$$U = \omega r$$
 (1.5)

Podemos reescrever a Equação 1.4 da seguinte forma:

$$P_{m} = \left( U_{2}V_{t2} - U_{1}V_{t1} \right) \dot{m} (1.6)$$

Em que  $U_1$  e  $U_2$  são as velocidades tangenciais do rotor nas posições  $\vec{r_1} \in \vec{r_2}$ , respectivamente.

A altura de elevação ( $H_{\infty}$ ) fornecida idealmente pela bomba é definida por:

$$H_{\infty} = \frac{P_m}{\dot{m}g} = \frac{1}{g} (U_2 V_{t2} - U_1 V_{t1})$$
(1.7)

Tem-se que a altura de elevação tem unidade de comprimento. Esse parâmetro expressa a energia específica transferida pela bomba ao escoamento em metros de coluna de fluido.

Conforme apresentado, a teoria que origina a Equação de Euler para turbomáquinas desconsidera os efeitos viscosos. Ou seja, ela é válida apenas para fluidos de baixa viscosidade. Qual é a hipótese simplificadora adotada que permite desconsiderar a viscosidade do fluido?

Reflita

#### Diagrama de Velocidades para Turbomáquinas

A aplicação das equações apresentadas necessita do detalhamento das componentes das velocidades de entrada e saída do escoamento no VC. O diagrama de velocidades, ou polígono de velocidades, é útil para essa finalidade. No entanto, antes de apresentar o diagrama de velocidades, é necessário introduzir outra hipótese simplificadora.

Essa hipótese consiste em considerar que o rotor da bomba seja composto por infinitas pás de espessura desprezível. Assim, o escoamento relativo da pá, sendo unidimensional, é determinado exatamente pela curvatura da pá, em todo o seu percurso através do rotor. Podemos, então, considerar que o vetor velocidade relativa do fluido é sempre tangente às pás do rotor, em qualquer ponto do escoamento. Considerando essa hipótese, podemos adotar a notação apresentada na Figura 1.14 para ilustrar os diagramas de velocidade.

Figura 1.14 | Componetes das velocidades de entrada e saída do fluido no rotor



Fonte: Adaptada de Fox (2011, p. 501).

Os vetores  $\vec{W_1} \in \vec{W_2}$  representam a velocidade relativa do escoamento nas posições radiais  $\vec{r_1} \in \vec{r_2}$ , respectivamente. As direções e sentidos desses vetores são conhecidos, pois são tangentes às pás do rotor. Os vetores  $\vec{U_1} \in \vec{U_2}$  representam as velocidades tangenciais do rotor nas seções de entrada e saída. Esses vetores são estabelecidos, desde que sejam especificadas a geometria do rotor e a rotação. Os ângulos  $\beta_1 \in \beta_2$  são definidos entre o vetor velocidade relativa e a direção tangencial, medidos em direção oposta ao giro do rotor. A soma vetorial da velocidade relativa e da velocidade tangencial resulta na velocidade absoluta ( $\vec{V}$ ) do escoamento. A composição desses vetores forma o triângulo de velocidades do escoamento na entrada e saída do rotor, mostrados na Figura 1.15.



Figura 1.15 | Diagrama de velocidades. (a) seção de entrada e (b) seção de saída

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na prática, a velocidade relativa do fluido nem sempre é tangente às pás do rotor. Devido às não idealidades do escoamento no interior do rotor, é comum a presença de vórtices e recirculações. Isso faz com que parte da energia consumida pela bomba seja dissipada, reduzindo a altura de elevação.

Assimile

Analisando o diagrama de velocidade de saída, temos que a velocidade tangencial do escoamento ( $V_{r_2}$ ) é dada por:

$$V_{t2} = U_2 - W_2 \cos(\beta_2)$$
 (1.8)

Sendo que:

$$W_2 = \frac{V_{n2}}{sen(\beta_2)}$$
(1.9)

Substituindo a Equação (1.9) na Equação (1.8), temos:

$$V_{t2} = U_2 - \frac{V_{n2}}{sen(\beta_2)} \cos(\beta_2) = U_2 - V_{n2} \cot g(\beta_2) \quad (1.10)$$

De forma análoga, a velocidade tangencial do escoamento na seção de entrada  $(V_n)$  é:

$$V_{t1} = U_1 - \frac{V_{n1}}{sen(\beta_1)} \cos(\beta_1) = U_1 - V_{n1} \cot g(\beta_1)$$
(1.11)

As velocidades normais do escoamento nas seções de entrada e saída do rotor estão relacionadas com a vazão, tal que:

$$V_{n1} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1}$$
 (1.12)  $V_{n2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2}$  (1.13)

Em que  $D_1 e D_2$  são os diâmetros das seções de entrada e saída; e  $b_1 e b_2$  são as espessuras do rotor nas seções de entrada e saída.

A altura de elevação  $H_{\infty}$  idealmente fornecida pela bomba, dada pela Equação (1.7), pode ser calculada considerando as Equações (1.10) a (1.13).

Conforme a Equação (1.7), a transferência máxima de energia para o escoamento ocorre quando o termo negativo for nulo. Isso é possível quando  $V_{t1} = 0$ . Nessa condição, a velocidade absoluta do escoamento é puramente radial e o fluido não terá quantidade de movimento angular. Quando essa hipótese é assumida, referese que o escoamento não sofre choque de entrada. A condição de escoamento sem choque pode ser obtida especificando o ângulo  $\beta_1$  da pá para a vazão e rotação de projeto. Assim, considerando  $V_{t1} = 0$ , a Equação (1.7) pode ser reescrita como:

$$H_{\infty} = \frac{U_2 V_{t2}}{g} (1.14)$$

Substituindo a Equação (1.10) na Equação (1.14), temos:

$$H_{\infty} = \frac{U_{2}^{2} - U_{2}V_{n2}\cot g(\beta_{2})}{g}$$
(1.15)

Considerando agora a Equação (1.13) na Equação (1.15),

$$H_{\infty} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2 \cot g(\beta_2)}{\pi D_2 b_2 g} \mathbf{Q} \quad (1.16)$$

Esta forma da equação fundamental é útil, pois apresenta a altura de elevação teórica em função explicitamente das variáveis operacionais da bomba, como vazão e rotação, e dimensões geométricas. A Equação (1.16) pode ser expressa, ainda, por:

$$H_{\infty} = C_1 - C_2 Q (1.17)$$

Sendo que  $C_1$  e  $C_2$  são dadas por:

$$C_{1} = \frac{U_{2}^{2}}{g} (1.18)$$
$$C_{2} = \frac{U_{2} \cot g(\beta_{2})}{\pi D_{2} b_{2} g} (1.19)$$

Note que, para uma rotação fixa,  $C_1 \in C_2$  são valores constantes para cada geometria de rotor.

A Equação (1.17) postula que a altura de elevação teórica varia linearmente em função da vazão, e, ainda, que o ângulo  $\beta_2$  determina a forma dessa dependência. Quando  $\beta_2 > 90^{\circ}$ , a altura de elevação teórica  $H_{\infty}$  aumenta linearmente com a vazão Q. Se  $\beta_2 < 90^{\circ}$ , a altura de elevação Q diminui linearmente com vazão Q. Caso  $\beta_2 = 90^{\circ}$ , a altura de elevação  $H_{\infty}$  é constante e não varia com a vazão Q. A dependência entre a altura de elevação e vazão, geralmente, é mostrada nas curvas características das bombas. A Figura 1.16 mostra a curva característica idealizada de uma bomba em função do ângulo de saída da pá  $\beta_2$ .



Figura 1.16 | Curva caracteristica idealizada em função do ângulo de saída da pá  $\beta_{\rm 2}$ 

Fonte: Adaptada de Fox (2011, p. 512).

### Exemplificando

Como exemplo, seguem as principais hipóteses adotadas na obtenção da Equação de Euler: torque desprezível devido às forças de superfície, tais como viscosidade e pressão; velocidade relativa do escoamento tangente às pás; escoamento uniforme nas seções de entrada e saída; e ausência de dissipações de energia.

Geralmente, as bombas centrífugas apresentam pás curvadas para trás, isto é,  $\beta_2 < 90^\circ$ . As curvas características reais das bombas centrífugas são distintas das curvas idealizadas. A única curva idealizada que apresenta a mesma tendência das curvas reais são aquelas em que  $\beta_2 < 90^\circ$ , ou seja, temos uma redução da altura de elevação devido ao acréscimo da vazão. Para ângulos de saída  $\beta_2 \ge 90^\circ$ , o comportamento idealizado, mostrado na Figura 1.16, é fisicamente inconsistente. À medida que a vazão aumenta, as perdas devido ao escoamento também aumentam. Assim, uma parcela considerável da potência de eixo é dissipada, e a energia específica transferida não pode se manter constante, ou aumentar indefinidamente com o aumento da vazão.

Pesquise mais

Pesquise mais sobre quais são as perdas de energia que ocorrem nas máquinas de fluxo. Além disso, defina as condições operacionais em que cada categoria de perda é predominante, utilizando em sua pesquisa o livro do Henn (2012, p. 75 a 98).

#### Potência Hidráulica e Eficiência

A altura de elevação fornecida pela Equação de Euler é obtida após uma série de simplificações. Portanto, essa abordagem não representa a altura de elevação efetivamente fornecida pela bomba, que transfere uma quantidade de energia menor do que a ideal. Para que a Equação de Euler represente de maneira mais adequada o processo real, devem ser consideradas correções, com base na eliminação das idealizações assumidas na formulação apresentada anteriormente.

A taxa com que a bomba insere energia ao escoamento em um processo real é denominada potência hidráulica ( $P_h$ ), definida por:
$$P_h = \rho g H Q$$
 (1.20)

Em que  $\rho$  é a massa específica do líquido e H é altura de elevação real, definida por:

$$H = \left(\frac{P}{\rho g} + \frac{\overline{V}^2}{2g} + z\right)_{\text{saida}} - \left(\frac{P}{\rho g} + \frac{\overline{V}^2}{2g} + z\right)_{\text{entrada}} (1.21)$$

Em que P é a pressão,  $\overline{V}$  é a velocidade média e z é a altura de referência. Essas variáveis são medidas nas seções de descarga (saída) e sucção (entrada) da bomba.

Devido às dissipações de energia, para que a bomba transfira a potência hidráulica  $P_n$  ao escoamento, é necessário que ela receba uma quantidade de energia maior. A energia que aciona a bomba é chamada potência mecânica ( $P_m$ ), transferida na forma de torque de eixo e rotação. A diferença entre a potência hidráulica e a potência de mecânica é a ineficiência da bomba, devido às dissipações hidráulicas e mecânicas na máquina. A potência de mecânica que aciona a bomba, geralmente, é fornecida por um motor elétrico. Nesse caso, ocorre a conversão de energia elétrica e a potência de mecânica reflete a ineficiência do motor. A ineficiência no motor é devida às perdas elétricas e mecânicas. A Figura 1.17 ilustra o fluxograma do processo de conversão de energia e suas perdas.

Figura 1.17 | Conversão de energia e suas perdas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim, podemos definir a eficiência da bomba  $\eta_{\rm B}$  e eficiência do motor  $\eta_{\rm M}$ , tal que:

$$\eta_{\rm B} = \frac{P_{\rm h}}{P_{\rm m}} \ (1.22) \qquad \qquad \eta_{\rm M} = \frac{P_{\rm m}}{P_{\rm elétrica}} \ (1.23)$$

A eficiência energética do conjunto motor-bomba é dada pelo produto das eficiências de cada equipamento.

#### Sem medo de errar

Relembrando que você, aluno, é o gerente de engenharia de uma empresa fabricante de bombas hidráulicas. Sua equipe recebeu a solicitação para desenvolver o projeto de uma bomba que será aplicada no transporte de água entre dois reservatórios. Segundo os requisitos de projeto, essa bomba deve fornecer vazão de 0,1 *m*<sup>3</sup>/*s* e elevação de 100 m, operando a 1750 rpm. Utilizando o raciocínio crítico, foram propostas as seguintes características geométricas para o projeto da bomba para solução do problema proposto.

Parâmetro	Entrada	Saída
Raio, r (mm)	100	200
Espessura do rotor, <i>b</i> (mm)	50	60
Ângulo da pá, $\beta$ (grau)	45	65

Tabela 1.1 | Parâmetros geométricos da bomba.

Fonte: elaborada pelo autor.

A etapa inicial do projeto da bomba consiste em uma verificação teórica do desempenho da bomba. Para realizar essa análise, é necessário calcular a altura de elevação teórica e a potência mecânica consumida no acionamento da bomba. Utilizando a teoria de Euler, a altura de elevação teórica pode ser calculada por:

$$H_{\infty} = \frac{1}{g} \left( U_2 V_{t2} - U_1 V_{t1} \right)$$

Portanto, é necessário conhecer as velocidades  $U_{1'}$ ,  $U_{2'}$ ,  $V_{r1}$  e  $V_{r2}$ . A geometria do rotor e a rotação são definidas, portanto, podemos calcular as velocidades tangencias  $U_1$  e  $U_2$ :

$$U_{1} = \omega r_{1} = 1750 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot 0, 1 = 18,3 \ m/s$$
$$U_{2} = \omega r_{2} = 1750 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot 0, 2 = 36,6 \ m/s$$

O cálculo das velocidades  $V_{t1}$  e  $V_{t2}$  dependem das velocidades normais, assim:

$$V_{n1} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{0.1}{\pi \cdot 0.2 \cdot 0.050} = 3.2 \, m \, / \, s$$

$$V_{n2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{0.1}{\pi \cdot 0.4 \cdot 0.060} = 1.3 \, m \, / \, s$$

As velocidades tangencias do escoamento de entrada e saída podem ser calculadas por:

$$V_{t1} = U_1 - V_{n1} \cot g(\beta_1) = 18,3 - 3,2 \cdot \cot g(45^\circ) = 15,1 m / s$$

$$V_{t2} = U_2 - V_{n2} \cot g(\beta_2) = 36, 6 - 1, 3 \cdot \cot g(65^\circ) = 36, 0 \, m \, / \, s$$

Finalmente, a altura de elevação teórica  $H_{\infty}$ é definida por:

$$H_{\infty} = \frac{1}{g} \left( U_2 V_{t2} - U_1 V_{t1} \right) = \frac{1}{9,81} \left( 36,6 \cdot 36,0 - 18,3 \cdot 15,1 \right) = 106,1m$$

A potência mecânica idealmente consumida é:

$$P_m = \dot{m}gH_{\infty} = 0,1.998.9,81.106,1 = 103,875 \, kW$$

Portanto, essa análise revela que a altura de elevação teórica atende o requisito de projeto que é de 100 metros.

#### Avançando na prática

#### Cálculo do ângulo de entrada das pás de uma bomba centrífuga

#### Descrição da situação-problema

Você é o projetista de uma empresa fabricante de bombas. Os equipamentos que sua empresa dispõe em catálogo foram projetados para operar com água. No entanto, uma nova demanda para bombas operando com gasolina ( $\rho = 720 \, kg \, / \, m^3$ ) foi apresentada para sua equipe de engenharia. Por questões de redução de custo, foi proposta a adequação de uma bomba padrão, projetada para operar com água, para essa nova aplicação. Assim, as dimensões principais do rotor devem ser mantidas, tais como diâmetros interno

e externo e espessura das pás, mostradas na Figura 1.18 a seguir. Você deve calcular qual deve ser o ângulo de entrada das pás, para que a velocidade do escoamento de entrada seja puramente radial. Considere como condição de projeto a rotação de 1750 rpm e vazão de 570 kg/s.



Figura 1.18 | Características geométricas do rotor

Fonte: Adaptada de White (2001, p. 757).

#### Resolução da situação-problema

A solução deste problema está relacionada com o diagrama de velocidades na seção de entrada do rotor. Neste caso, para que a velocidade de entrada seja puramente radial, o vetor velocidade absoluta de entrada deve ser igual a velocidade normal de entrada. O diagrama de velocidade de entrada será:

Figura 1.19 | Velocidade radial na entrada do rotor



Assim, temos:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_{n1}$$

O módulo da velocidade normal de entrada  $\vec{V}_{n1}$  é dada por:

$$V_{n1} = \frac{Q}{\pi D_1 b_1} = \frac{\dot{m}}{\rho \pi D_1 b_1} = \frac{570}{720 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 0,1016 \cdot 0,0762} = 16,3 \, m \, / \, s$$

A velocidade tangencial do rotor é:

$$U_1 = \omega r_1 = 1750 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{60}\right) \cdot 0,1016 = 18,6 \, m \, / \, s$$

O ângulo de entrada  $\beta_1$  pode ser calculado por:

$$tg(\beta_1) = \frac{V_{n1}}{U_1}$$
$$\beta_1 = arctg\left(\frac{V_{n1}}{U_1}\right) = arctg\left(\frac{16,3}{18,6}\right) = 41,2^\circ$$

Portanto, o ângulo  $\beta_1$  para que o escoamento de entrada seja radial é 41,2°. Nessas condições, a altura de elevação fornecida é máxima.

#### Faça valer a pena

 Nas turbomáquinas, a transferência de energia ocorre fundamentalmente no rotor. O fluido sofre uma variação da quantidade de movimento angular e reage exercendo um torque sobre o rotor. Esse processo de conversão de energia pode ser idealmente compreendido por meio da Equação de Euler das turbomáquinas.

Sobre a teoria de Euler das turbomáquinas, são feitas as seguintes afirmações:

- A equação de Euler das turbomáquinas, só pode ser aplicada às máquinas que adicionam energia ao fluido, tais como as bombas dinâmicas.
- II) O desenvolvimento da Equação de Euler considera a hipótese de que não ocorre nenhuma perda no processo de transferência de energia da bomba para o fluido. Assim, toda potência de eixo recebida pela bomba é transformada em potência hidráulica.

- III) O vetor velocidade absoluta do escoamento, na seção de saída do rotor de uma bomba, pode ser obtido pela soma vetorial entre o vetor velocidade relativa e o vetor velocidade tangencial do rotor.
- IV) A hipótese do número infinito de pás permite definir a direção e sentido do vetor velocidade relativa em todos os pontos do escoamento.
- IV) Quanto maior a velocidade tangencial do escoamento na entrada do rotor, maior será a altura de elevação fornecida ao fluido em uma bomba.

É correto o que se afirma em:

- a) I, II e III, apenas.
- b) II, III e IV, apenas
- c) II, III e V, apenas
- d) I e V, apenas
- e) I, III e IV, apenas.
- 2. Devido às irreversibilidades na transferência de energia das bombas para o escoamento, a altura de elevação real fornecida pela máquina é menor do que aquela resultante da Equação de Euler. Assim, a determinação da altura de elevação e pressão de descarga é definida com maior precisão quando as variáveis de processo são medidas.

As medidas de desempenho de uma bomba centrífuga, operando com água na rotação de 3500 rpm, são mostradas a seguir.

Parâmetro	Entrada	Saída
Pressão manométrica, P (kPa)	100	-
Elevação acima do referencial, z (m)	2,0	3,0
Velocidade média do escoamento, $\overline{V}$ (m/s)	1,0	2,0

Tabela 1.2 | Parâmetros de teste.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A vazão bombeada é de 10  $m^3/h$  e o torque aplicado ao eixo da bomba é de 5 N.m. Nessas condições, a eficiência da bomba é de 75% e a eficiência do motor elétrico é de 85%. A potência elétrica requerida e a pressão na saída da bomba são, respectivamente:

Considere a massa específica da água 998 kg/m<sup>3</sup>.

- a) 1528 Watts e 253,0 kPa.
- b) 1528 Watts e 583,1 kPa.

- c) 2156 Watts e 253,0 kPa.
- d) 2156 Watts e 583,1 kPa.
- e) 1876,2 Watts e 583,1 kPa.
- 3. As transferências de energia que ocorrem nas turbomáquinas são fundamentalmente processos de conversão energética. Assim, em uma bomba centrífuga acionada por motor elétrico, temos, inicialmente, a conversão de energia elétrica em potência mecânica, que, posteriormente, é transformada em potência hidráulica na forma de pressão.

Sobre o processo de transferência de energia que ocorre nas turbomáquinas, é correto afirmar que:

- a) A eficiência da bomba é definida como sendo a razão entre a potência hidráulica fornecida ao escoamento e potência mecânica de eixo consumida.
- b) Ao passar pelo rotor da bomba, o fluido recebe potência hidráulica e diminui sua quantidade de movimento angular.
- c) Devido ao princípio da conservação de massa, as velocidades absolutas nas seções de entrada e saída do rotor de uma bomba são sempre iguais.
- d) Em uma turbina hidráulica, o escoamento aumenta a quantidade de movimento ao passar pelo rotor, fornecendo energia mecânica.
- e) O diagrama de velocidades é definido apenas em rotores de geometria radial.

# Seção 1.3

### Curvas características de bombas centrífugas

#### Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção iremos estudar as características de desempenho das bombas centrífugas. Para o projeto de sistemas de bombeamento, é necessário que o engenheiro conheça a capacidade da bomba de transferir energia ao escoamento, a potência consumida para tal finalidade e, é claro, a eficiência com que o equipamento transforma a energia mecânica em energia hidráulica. Em geral, essas informações são obtidas pelos fabricantes de bombas e apresentadas na forma gráfica em manuais e catálogos.

Iniciaremos nossa seção estudando os parâmetros que caracterizam o desempenho das bombas centrífugas. Então, discutiremos como são realizados os testes dessas máquinas, de forma a possibilitar a obtenção de tais parâmetros. Por fim, apresentaremos as curvas características das bombas centrífugas, discutindo quais suas tendências e quais são as variações existentes em função do tipo de bomba.

Nesta seção, você, aluno, foi contratado e atuará como gerente responsável pelo setor de engenharia de uma empresa fabricante de bombas. Recentemente, sua equipe recebeu a solicitação de projeto para desenvolver uma bomba hidráulica que será aplicada no transporte de água entre dois reservatórios. Essa bomba deve fornecer, no ponto de melhor eficiência, vazão de 0,1 m<sup>3</sup>/s e elevação de 100 m. Após o detalhamento do projeto da bomba, o equipamento foi manufaturado e é necessário verificar se o seu desempenho atende aos requisitos solicitados pelo cliente. Para isso, a bomba foi testada por sua equipe de engenharia, que obteve os dados de desempenho mostrados na tabela a seguir. Você deve analisar os dados do teste de desempenho e verificar se a bomba atende às demandas especificadas.

Vazão (m³/s)	Pressão de Sucção (kPa)	Pressão de Descarga (kPa)	Corrente (A)
0	350,5	1721,2	315,2
0,025	325,6	1647,3	320,3
0,050	280,2	1533,4	325,8
0,075	235,8	1391,1	328,2
0,100	205,3	1233,3	354,2
0,125	195,3	935,0	370,5
0,150	180,2	665,3	400,8
0,200	165,4	165,4	432,6

Tabela 1.3 | Dados medidos no teste de desempenho.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O teste da bomba foi realizado com água na rotação de 1750 rpm. Os diâmetros das tubulações de sucção e descarga são iguais. O motor que aciona a bomba é trifásico, alimentado com 380 V, tem fator de potência de 0,815 e eficiência constante de 90%.

Verifique se, no seu ponto de melhor eficiência, a bomba atende aos requisitos de projeto. Para corroborar sua resposta, trace as curvas de altura de carga, da potência de entrada na bomba e de eficiência como funções da vazão volumétrica de água. Após sua análise, apresente os resultados para o cliente.

Para desenvolver essa situação proposta, é necessário que você saiba calcular os parâmetros de desempenho da bomba e expressálos na forma de curvas características.

Bons estudos!

#### Não pode faltar

#### Características de Desempenho

Na Seção 1.2 utilizamos a teoria de Euler para estudar o funcionamento das turbomáquinas. Nessa abordagem, são feitas simplificações e hipóteses que fornecem uma análise idealizada do processo de transferência de energia. Esse tipo de análise é útil para entender o funcionamento das máquinas de fluxo, bem como prever tendências e estimativas de desempenho antes mesmo de seu projeto e fabricação. No entanto, o desempenho real das máquinas de fluxo é menor do que aquele previsto pela teoria de Euler. Devido às perdas de energia que ocorrem durante o funcionamento da bomba, apenas uma parcela da potência mecânica consumida é transferida ao fluido como potência hidráulica. Portanto, o desempenho efetivo das máquinas de fluxo deve ser determinado experimentalmente.

Para caracterizar o desempenho de uma bomba centrífuga, é necessário conhecer a elevação H, a potência de acionamento  $P_m$  e sua eficiência  $\eta_{\mu}$ , sendo que cada um desses parâmetros depende da vazão.

A elevação da bomba pode ser calculada conforme apresentado na Equação 1.21.

$$H = \left(\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z\right)_{\text{saida}} - \left(\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z\right)_{\text{entrada}} (1.21)$$

A potência mecânica consumida pela bomba pode ser determinada a partir de parâmetros mecânicos ou elétricos. Quando são utilizados parâmetros mecânicos, é necessário conhecer o torque no eixo de acionamento e a rotação. Nesse caso, a potência mecânica é calculada conforme já apresentado na Equação 1.4:

$$P_m = \omega T_{eixo}$$
 (1.4)

Quando são utilizados parâmetros elétricos, é necessário conhecer, também, as características do motor. Para um motor elétrico trifásico, a potência mecânica é calculada por:

$$\mathbf{P}_{\rm m} = \sqrt{3} \mathbf{V} \upsilon \mathbf{I} \eta_{\rm M} \cos \varphi \ (1.24)$$

onde  $\upsilon$  é tensão, **l** é a corrente elétrica,  $\eta_m$  é a eficiência do motor elétrico e **cos** $\phi$  é o fator de potência. A adoção desse método para o cálculo da potência mecânica exige a utilização de motores elétricos calibrados, pois tanto a eficiência quanto o fator de potência variam em função da carga aplicada ao motor.

Finalmente, a eficiência da bomba pode ser obtida por meio da Equação 1.22, apresentada anteriormente, tal que:

$$\eta_{\text{B}} = \frac{P_{\text{h}}}{P_{\text{m}}} = \frac{\rho g H Q}{P_{\text{m}}} ~(1.22)$$

Portanto, o teste experimental da bomba deve ser realizado de forma a possibilitar o cálculo das Equações 1.21, 1.4 ou 1.24 e 1.22.

#### Teste de Desempenho

Existem diferentes normas para padronizar o procedimento de teste de desempenho de bombas dinâmicas, tais como: ANSI/HI 3.6-2016, API RP 11S2 e ASME PTC 8.2-1990. Em geral, essas normas são específicas para cada tipo de aplicação da bomba. Normalmente, os testes de desempenho são realizados pelos fabricantes dos equipamentos em bancadas de prova próprias para tal finalidade, sendo o padrão a utilização de água como fluido de trabalho e a operação na rotação nominal do motor elétrico. Na Figura 1.20 é apresentado de forma simplificada o esquema de uma bancada de testes de bombas.

Pesquise mais Pesquise mais sobre as normas que padronizam o teste de desempenho de bombas centrífugas. Analise os procedimentos recomendados e as incertezas associadas na obtenção das curvas características. Utilize como referência a norma: Centrifugal Pumps - ASME PTC 8.2-1990.



Figura 1.20 | Esquema simplificado de uma bancada de testes.

Fonte: KSB (p. 77, 2003)

Na bancada de testes são medidas: pressões de sucção e descarga, vazão mássica ou volumétrica e temperatura do fluido. Quando são utilizados os parâmetros mecânicos para o cálculo da potência mecânica, é necessária, ainda, a medição do torque no eixo da bomba e da rotação. Em casos em que são utilizados os parâmetros elétricos, são medidas também a corrente e a tensão de alimentação do motor.

O procedimento de teste consiste basicamente em variar a vazão e medir o aumento de pressão entre a sucção e a descarga da bomba. O teste pode ser iniciado com a válvula totalmente fechada, condição de vazão nula, que também é chamada de *shut-off*. Então, a válvula é aberta gradativamente, enquanto são registradas, ponto a ponto, todas as variáveis medidas, até sua abertura total. Os dados do teste de desempenho são processados e expressos na forma gráfica, resultando nas curvas características de desempenho da bomba.

#### Curvas Características

As curvas características da bomba são:

- $H \times Q$ : altura de elevação em função da vazão.
- $P_m \times Q$ : potência mecânica de acionamento em função da vazão.
- $\eta_{_B} \times Q$ : eficiência em função da vazão.

Essas curvas podem ser apresentadas em gráficos individuais, ou em um mesmo gráfico, conforme apresentado na Figura 1.21.

Dependendo do tipo de bomba, espessura do rotor, número e curvatura das pás, as curvas características de elevação podem apresentar diferentes formas, podendo ser estáveis ou instáveis. Nas curvas estáveis, para um dado valor de altura de elevação, existe um único valor de vazão. Já nas curvas instáveis, podem existir duas ou mais vazões para a mesma altura de elevação.

Figura 1.21 | Curvas características de uma bomba de fluxo misto.



Na Figura 1.22 são mostrados os principais tipos de curvas de características de elevação, que são:

• Curva tipo *Rising*: são curvas estáveis, em que a altura de elevação aumenta continuamente com a diminuição da vazão.

• Curva tipo Steep: são curvas estáveis, em que existe grande variação de altura de elevação para uma pequena variação de vazão. Essas curvas ocorrem com frequência para bombas com poucas pás, pequenos ângulos de saída e espessura reduzida do rotor. As bombas de múltiplos estágios também tendem a apresentar curvas de elevação com essa característica.

• Curva tipo *Flat*: são curvas estáveis, em que a altura de elevação varia pouco em função da variação da vazão. As bombas com elevado número de pás, grandes ângulos de saída e rotores espessos apresentam curvas com essa característica. As associações de bombas em paralelo também tendem a apresentar esse comportamento.

• Curva tipo Drooping: são curvas instáveis, em que uma altura de elevação pode corresponder a mais de uma vazão. A aplicação de bombas com características de desempenho instável depende intrinsecamente do sistema de tubulação. A aplicação inadequada pode levar a escoamento pulsante, vibrações, oscilações abruptas e sobrecarga do sistema.

As curvas características de altura de elevação são fundamentais para o projeto de sistemas de bombeamento, pois fornecem a informação da quantidade de energia que a bomba é capaz de fornecer ao escoamento para cada vazão.



Figura 1.22 | Principais tipos de curvas características de elevação: (a) *Rising*, (b) *Steep*, (c) *Flat*, e (d) *Drooping* 



Reflita sobre as vantagens e desvantagens na aplicação das bombas que apresentam curvas de elevação do tipo *Steep* e *Flat.* Você consegue imaginar aplicações em que essas características seriam desejadas?

As curvas de potência consumida são essenciais para o dimensionamento do motor que irá acionar a bomba. Essas curvas também apresentam características específicas de acordo com a classificação da bomba. Na Figura 1.23 são ilustradas as curvas características de potência para bombas de fluxo radial, misto e axial.

As bombas de fluxo radial, Figura 1.23(a), apresentam a tendência de aumento contínuo da potência em função da vazão. A aplicação dessas bombas exige o dimensionamento do motor elétrico para toda a faixa de vazão, evitando, assim, problemas de sobrecarga. É recomendado que a partida desse tipo de máquina seja feita com a válvula totalmente fechada, resultando em menores picos de potência para o motor elétrico.

Já as bombas de fluxo axial, Figura 1.23(c), possuem tendência contrária. Nesse tipo de curva, a potência é máxima em baixa vazão e diminui gradativamente com o aumento da vazão. Para a partida desse tipo de equipamento, é recomendado que a válvula esteja totalmente aberta, proporcionando assim uma partida mais suave do motor elétrico, aumentando sua vida útil.

Nas bombas de fluxo misto, Figura 1.23(b), é verificada uma mudança na tendência do consumo de potência em função da vazão. A potência de acionamento aumenta até certa vazão e decresce em seguida.

Figura 1.23 | Curvas características de potência de acionamento em função da geometria da bomba: (a) bomba de fluxo radial, (b) bomba de fluxo misto e (c) bomba de fluxo axial.



As curvas de eficiência estão diretamente relacionadas com as curvas de altura de elevação e potência consumida. Geralmente, as curvas de eficiência possuem comportamento parabólico, com concavidade voltada para baixo, conforme mostrado na Figura 1.21. A eficiência da bomba é nula para a condição de *shut-off* e aumenta gradativamente com a vazão até seu ponto de máximo. A partir desse ponto, a eficiência decresce continuamente com o aumento da vazão. Esse comportamento sugere um ponto ótimo de máxima eficiência na operação da bomba. No ponto de máxima eficiência, conhecido como ponto de BEP (do inglês *Best Efficiency Point*), as perdas hidráulicas do escoamento no interior da bomba são minimizadas, possibilitando um melhor aproveitamento da potência mecânica consumida. O projeto de um sistema de bombeamento eficiente exige que a bomba opere próximo da vazão do BEP.

As curvas características fornecem informações essenciais para o dimensionamento e seleção dos equipamentos. Usualmente, essas curvas são obtidas utilizando água como fluido de trabalho e operação na rotação nominal do motor elétrico. Em aplicações específicas, em que a bomba irá operar com fluidos diferentes da água ou em rotações diferentes da nominal, são necessárias correções das curvas características.

Assimile

Na indústria de bombas é usual os fabricantes oferecerem diferentes diâmetros de rotores para um mesmo equipamento. Essa prática proporciona maior versatilidade e opções para atender demandas específicas, tendo como vantagens a redução de custos de fabricação e a padronização da base de instalação. Nesse caso, o fabricante fornece em seus catálogos técnicos as curvas de desempenho para os diferentes diâmetros de rotor disponíveis para aquele modelo de bomba.

Uma maneira comum de apresentar as curvas de desempenho é agrupar no mesmo diagrama as curvas de elevação e eficiência para diferentes diâmetros. Essas curvas são obtidas plotando os valores de rendimentos comuns para todos os diâmetros de rotores e, em seguida, unindo os pontos de eficiência constante, dando origem às linhas de isoeficiência. Esse procedimento é ilustrado na Figura 1.24. Figura 1.24 | Obtenção das curvas de isoeficiência para diferentes diâmetros de rotores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Existe, ainda, uma quarta curva característica, resultante dos testes de desempenho: a curva de NSPH em função da vazão. Discutiremos em detalhes essa curva característica referente à cavitação na Seção 3.1 do nosso material de Máquinas de Fluxo.



Nesses gráficos, é observada a representação das linhas de isoeficiência, em que é possível verificar a diminuição do rendimento da bomba em função da redução do diâmetro do rotor. Essas curvas são fundamentais para o projeto e a seleção de bombas e também para o dimensionamento do motor elétrico de acionamento.

#### Sem medo de errar

Recentemente, sua equipe recebeu a solicitação de um projeto para desenvolver uma bomba hidráulica que será aplicada no transporte de água entre dois reservatórios. Essa bomba deve fornecer, no ponto de melhor eficiência, vazão de 0,1 m<sup>3</sup>/s e elevação de 100 m.

Após o detalhamento do projeto da bomba, o equipamento foi manufaturado e deve ser testado antes de ser entregue ao cliente. O teste de desempenho tem como finalidade, dentre outras, verificar se a bomba atende aos requisitos de projetos. Para isso, a bomba foi testada por sua equipe de engenharia que obteve os dados de desempenho mostrados na tabela 1.3 a seguir. Você deve analisar os dados do teste de desempenho e verificar se a bomba atende às demandas especificadas.

Vazão (m³/s)	Pressão de Sucção (kPa)	Pressão de Descarga (kPa)	Corrente (A)
0	350,5	1721,2	315,2
0,025	325,6	1647,3	320,3
0,050	280,2	1533,4	325,8
0,075	235,8	1391,1	328,2
0,100	205,3	1233,3	354,2
0,125	195,3	935,0	370,5
0,150	180,2	665,3	400,8
0,200	165,4	165,4	432,6

Tabela 1.3 | Dados medidos no teste de desempenho

Fonte: Elaborada pelo autor.

O teste da bomba foi realizado com água na rotação de 1750 rpm. Os diâmetros das tubulações de sucção e descarga são iguais. O motor que aciona a bomba é trifásico, alimentado com 380 V, tem fator de potência de 0,815 e eficiência constante de 90%.

Verifique se, no seu ponto de melhor eficiência, a bomba atende aos requisitos de projeto. Para corroborar sua resposta, trace as curvas de altura de carga, da potência de entrada na bomba e de eficiência como funções da vazão volumétrica de água. Para a análise desses dados de testes, é necessário calcular os parâmetros de desempenho dados pelas Equações 1.21, 1.22 e 1.23. Como são várias condições de testes, e é necessário repetir esses cálculos para cada um dos pontos, é usual que esse tipo de análise seja feito em uma planilha eletrônica.

Vamos demonstrar o procedimento de cálculo para uma condição operacional da tabela.

 $Q = 0,050 \, m^3 \, / \, s$   $P_{sucção} = 280,2 \, k Pa$   $P_{descarga} = 1533,4 \, k Pa$  $I = 325,8 \, A$ 

A altura de elevação pode ser calculada pela Equação 1.21:

$$H = \begin{pmatrix} - & - \\ \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z \\ \end{bmatrix}_{saida} - \begin{pmatrix} - & - \\ \frac{P}{\rho g} = \frac{V^2}{2g} + z \\ \end{bmatrix}_{entrada}$$

Desconsiderando a variação dos termos cinéticos e potenciais, temos:

$$H = \frac{1533, 4 \cdot 10^3 - 280, 2 \cdot 10^3}{998 \cdot 9,81} = 128,0 \,\text{m}$$

A potência mecânica consumida pode ser calculada pela Equação 1.24:

$$\begin{split} P_{m} &= \sqrt{3} \text{VI} \eta_{M} \cos \phi \\ P_{m} &= \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 325, 8 \cdot 0, 9 \cdot 0, 815 \\ P_{m} &= 157288 \, \text{Watts} \end{split}$$

A eficiência é calculada pela Equação 1.22:

$$\begin{split} \eta_{B} &= \frac{\rho g H Q}{P_{m}} \\ \eta_{B} &= \frac{998 \cdot 9,81 \cdot 128,0 \cdot 0,050}{157288} \\ \eta_{B} &= 0,398 = 39,8\% \end{split}$$

Refazendo esses cálculos com uma planilha eletrônica para os outros pontos experimentais, temos os resultados mostrados na Tabela 1.4:

Vazão (m³/s)	Elevação (m)	Potência (Watts)	Eficiência (%)
0	140,0	152170	0
0,025	134,9	154632	21,4
0,050	128,0	157287	39,8
0,075	118,0	158446	54,6
0,100	105,0	170998	60,1
0,125	75,5	178868	51,7
0,150	49,5	193496	37,6
0,200	0	208848	0

Tabela 1.4 | Resultados do teste de desempenho

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir desses resultados, podemos traçar as curvas características da bomba, mostradas na Figura 1.26.

Figura 1.26 | Curvas características: (a) H  $\times$  Q, (b) P<sub>m</sub>  $\times$  Q e (c)  $\eta_{_{\rm B}} \times$  Q.





Fonte: Elaborada pelo autor.

Depois de processados os resultados do teste de desempenho e obtidas as curvas características, é possível realizar a análise desejada. Temos que o ponto de BEP ocorre para vazão de 0,1 m<sup>3</sup>/s e altura de elevação de 105 m. Assim, a bomba fabricada atende aos requisitos de projeto. Você poderia elaborar um relatório com os dados medidos, as curvas calculadas e o resultado de sua análise, indicando que a bomba atende aos requisitos de projeto.

#### Avançando na prática

#### Avaliando a substituição do rotor de uma bomba centrífuga

#### Descrição da situação-problema

Você é o gerente de manutenção em uma empresa de mineração. Tem-se que um determinado processo de lavagem de minério exige um grande fluxo de água, que é suprido por uma bomba centrífuga. Devido a um aumento na produção, é necessário substituir a bomba existente por uma bomba de maior capacidade. A demanda atual é de 300 m<sup>3</sup>/h e elevação de 20 m, sendo que a bomba utiliza um rotor de 220 mm de diâmetro. A demanda desejada para suprir o aumento de produção é de 500 m<sup>3</sup>/h e elevação de 25 m. Por questões de custos, você foi consultado sobre a possibilidade de trocar apenas o rotor da bomba, em vez de comprar um novo equipamento. Para que você seja capaz de responder a esse questionamento, você tem em mãos as curvas características do modelo de bomba utilizado, mostradas na Figura 1.27. Figura 1.27 | Curvas características da bomba utilizada no processo de lavagem.



Fonte: KSB (2013, p. 70).

É possível absorver a nova demanda de elevação e vazão substituindo apenas o rotor da bomba? Caso seja possível, faça uma estimativa da eficiência de operação e da potência que será consumida nessa nova condição operacional.

#### Resolução da situação-problema

Na condição de operação original, utilizando o rotor de 220 mm, a bomba apresentava eficiência de 73% e consumia a potência de aproximadamente 28 HP.

A nova demanda pode ser suprida utilizando um rotor de 265 mm. Nessa condição, para a vazão de 500m<sup>3</sup>/h, a altura de elevação seria de aproximadamente 26 m, eficiência de 85%, consumindo uma potência de 57,5 HP. Assim, é possível atender a nova condição operacional modificando apenas o rotor. No entanto, possivelmente seria necessário a troca do motor elétrico, devido ao aumento considerável na potência consumida.

#### Faça valer a pena

**1.** As curvas características são essenciais para a seleção das bombas centrífugas e projetos de sistemas de bombeamento. Essas curvas fornecem

informações quanto à capacidade da bomba de fornecer energia ao escoamento, sobre a potência necessária para o acionamento e, também, da eficiência do equipamento.

Na Figura 1.27, a seguir, as curvas A, B, C e o eixo D representam,

Figura 1.27 | Curvas características de bombas centrífugas.



Fonte: elaborada pelo autor.

respectivamente:

a) altura de elevação, potência, eficiência e vazão.

b) altura de elevação, eficiência, potência e vazão.

c) potência, eficiência, altura de elevação e vazão.

d) vazão, altura de elevação, eficiência e potência.

e) eficiência, altura de elevação, potência e vazão.

**2.** Após ser manufaturada, uma bomba centrífuga foi testada e suas curvas características de elevação e eficiência ajustadas pelas seguintes equações parabólicas:

 $H = 30 - 300Q^2$ 

 $\eta_{_{\rm B}}\!=\!1000Q-4000Q^2$ 

em que: [H] = m, [Q] =  $m^3/s$  e  $[\eta_B] = \%$ 

A eficiência máxima da bomba, a altura de elevação e a vazão referentes ao ponto de melhor desempenho são, respectivamente:

a) 62,5%, 13,8 m e 0, 250 m<sup>3</sup>/s

b) 12,5%, 25,3 m e 6, 25 m<sup>3</sup>/s

c) 62.5%, 25.3 m e 0, 125 m<sup>3</sup>/s

d) 22.5%, 15.3 m e 0, 125 m<sup>3</sup>/s

e) 12,5%, 25,3 m e 0, 125 m<sup>3</sup>/s

**3.** As características de desempenho das bombas dinâmicas variam consideravelmente em função do tipo de bomba e da geometria do rotor. Os parâmetros de desempenho, expressos nas curvas características, são obtidos por meio de testes experimentais, geralmente realizados pelos fabricantes dos equipamentos.

Sobre as curvas características das bombas dinâmicas, são feitas as

seguintes afirmações:

 I – As bombas de fluxo radial e axial têm como característica o aumento contínuo da potência consumida em função da vazão.

II – Em uma curva de desempenho instável, uma determinada altura de elevação pode corresponder a mais de uma vazão.

III – No ponto de melhor eficiência, as perdas hidráulicas no interior da bomba são minimizadas.

IV – A redução do diâmetro do rotor, para um mesmo equipamento, não influencia sua eficiência.

V – As bombas de fluxo axial têm como característica a redução da potência consumida em função da vazão.

Assinale a alternativa que apresenta as afirmações corretas.

a) II, III e IV, apenas.

b) III e V, apenas.

- c) I, II, III e IV, apenas
- d) II, III e V, apenas.
- e) I, II e IV, apenas.

# Referências

ÇENGEL, Y. A; CIMBALA, J. N. **Fluid Mechanics**: Fundamentals and Applications. Editora McGraw Hill, 2006.

Centrifugal Pumps, American Society of Mechanical Engineers, ASME PTC 8.2-1990.

DERR, L. **Cyclopedia of Engineering**, 1911. Disponível em: <http://etc.usf.edu/ clipart/77800/77844/77844\_herostm\_trbn.htm>. Acesso em: 31 ago. 2017.

ELROY, M. Avery School Physics, 1895. Disponível em: <a href="http://etc.usf.edu/clipart/2000/20071/ovshotwheel\_20071.htm">http://etc.usf.edu/clipart/2000/20071/ovshotwheel\_20071.htm</a>. Acesso em: 31 ago. 2017..

FOX, W. R.; McDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. Introduction to Fluid Mechanics. Editora John Wiley & Sons, 2011.

FRAENKEL, P. L. **Water Lifting Devices**, 1986. Disponível em: <a href="http://www.fao.org/docrep/010/ah810e/AH810E05.htm">http://www.fao.org/docrep/010/ah810e/AH810E05.htm</a>>. Acesso em: 31 ago. 2017.

HENN, E. A. L. Máquinas de Fluido. São Paulo, Editora UFSM, 2012.

LENGSFELD, F. L; DUARTE, R.; ALTIERI, C.; SILVA, C. Manual de treinamento: seleção e aplicação de bombas centrífugas. KSB, 2003.

Manual de curvas características KSB, NºA2704/42/44.1P/E/S/7, 2013.

Recommended Practice for Electrical Submersible Pump Testing, American Petroleum Institute: API RP 1152, 2013.

Rotary Pump Test, Hydraulic Institute Standards: ANSI/HI 3.6-2016.

WHITE. F, Fluid Mechanics. Editora McGraw Hill, 2001.

WHITNEY, W. D. **The Century Dictionary**, an Encyclopedic Lexicon of the English Language, 1902. Disponível em: <a href="http://etc.usf.edu/clipart/15000/15042/">http://etc.usf.edu/clipart/15000/15042/</a> archimedean\_15042.htm>. Acesso em: 31 ago. 2017.

# Unidade 2

# Análise dimensional, leis de similaridade e associações de bombas centrífugas

#### Convite ao estudo

Caro aluno, a obra de transposição das águas do Rio São Francisco é um grande projeto que tem como objetivo direcionar parte da vazão deste rio para bacias do nordeste setentrional brasileiro, na tentativa de reduzir o problema de racionamento hídrico da região. A transposição desloca água entre bacias hidrográficas distintas, utilizando bombas hidráulicas. Um dos trechos do Eixo Norte do projeto conta com uma estação de captação capaz de bombear 99 *m*<sup>3</sup>/*s* de água. Essa elevada vazão que viabiliza o projeto só é possível por meio das associações de bombas em paralelo. Nesta unidade continuaremos nosso estudo sobre as bombas dinâmicas e vamos aprender conceitos fundamentais para a análise, projeto e seleção de sistemas de bombeamento, dentre eles as associações de bombas.

Na seção inicial, vamos conhecer os conceitos sobre análise dimensional e aplica-los no estudo de bombas. Definiremos um importante parâmetro utilizado na seleção de bombas, a velocidade específica. Na segunda seção, estudaremos as leis de similaridade aplicadas às turbomáquinas. Vamos verificar como essa é uma importante ferramenta para transportar por escala diferentes condições operacionais, sendo de relevante importância a prática para resolução de problemas de engenharia. Finalmente, na terceira seção, vamos estudar como as bombas podem ser associadas em série e paralelas a fim de obter determinada condição operacional. Assim, ao final desta unidade, você irá conhecer os conceitos sobre análise dimensional, leis de similaridade e associações de bombas, e será capaz de realizar a análise de transporte por escala de uma associação de bombas centrífugas.

Nesta unidade, seu conhecimento adquirido será consolidado inserindo você em uma situação profissional típica. Você será colocado em uma função operacional em um terminal de distribuição de combustíveis líquidos. O combustível chega ao terminal por meio de dutos e é bombeado para a distribuição em transporte rodoferroviário, que utiliza caminhões e vagões tanques. Você tem como principal atribuição garantir a operação segura e eficiente do terminal de distribuição. Sua rotina diária envolve propor e executar os planos de manutenção e operação do conjunto de bombas centrífugas que abastecem os caminhões e vagões tanques. A operação eficiente do terminal é obtida minimizando o tempo de enchimento dos tanques dos veículos de transporte, sem que isso comprometa a segurança da operação.

Dentro da infinidade de opções, você deve desenvolver o raciocínio crítico e de solução de problemas, para responder corretamente aos seguintes questionamentos: como é feita a seleção das bombas em função das condições operacionais? Como você pode prever as características de operação das bombas fora das condições de teste fornecidas pelas curvas características? Como você pode combinar mais de uma bomba para obter uma condição operacional? Quais seriam as vantagens desse procedimento?

Você está preparado para assumir essa função? Vamos desenvolver as habilidades técnicas necessárias ao longo desta unidade. Bons estudos!

# Seção 2.1

# Análise dimensional aplicada à turbomáquinas

### **Diálogo aberto**

Caro aluno, nesta seção iremos aplicar os conceitos de análise dimensional como ferramenta para o estudo das turbomáquinas. Suponha, por exemplo, que uma bomba opere em condições diferentes daquelas testadas pelo fabricante. Seria possível estimar seu desempenho a partir de tais dados? Suponha, também, outra aplicação em que está sendo desenvolvido o projeto de uma bomba de grande porte. Seria possível construir um modelo em escala reduzida para validar o projeto antes da construção do protótipo final? Para ambas as perguntas, a resposta é sim. A análise dimensional é a base para a aplicação das leis de similaridade, que são úteis para o transporte por escala de diferentes condições operacionais. Vamos definir os coeficientes adimensionais relevantes e a relação de dependência entre eles.

Nessa unidade, você, aluno, ocupa uma função operacional em um terminal de distribuição de combustíveis líquidos. Você tem como principal atribuição garantir a operação segura e eficiente do terminal de distribuição. Sua rotina diária envolve propor e executar os planos de manutenção e operação do conjunto de bombas centrífugas que abastecem os caminhões e vagões tanques.

A ampliação do terminal de abastecimento demanda a aquisição de uma nova bomba. Baseado no projeto da ampliação, sabe-se que esse novo equipamento deve fornecer gasolina na vazão de 180*L/s* e elevação de 40*m*. Sabe-se, também, que essa bomba deve operar com rotação de 1750 *rpm*. Baseado nesses dados, você deve fazer a análise preliminar da seleção do equipamento, desenvolvendo o raciocínio crítico e a capacidade de solução de problemas. Qual geometria de rotor é mais apropriada para essa aplicação? Se o fluido de trabalho for o querosene ao invés da gasolina, existe alguma alteração na recomendação da geometria do rotor?

Faça essa análise e apresente suas conclusões com a finalidade auxiliar na seleção correta do equipamento.

Para realizar essa análise serão utilizados os conceitos de coeficientes adimensionais e classificação de máquinas de fluxo utilizando a velocidade específica.

Bons Estudos!

### Não pode faltar

### Análise dimensional para turbomáquinas

Conforme já apresentado, o desempenho real das máguinas de fluxo deve ser determinado experimentalmente, sendo que os testes são realizados em condições operacionais específicas. Porém, essas máguinas podem operar em condições diferentes daquelas adotadas nos testes. Por exemplo, os testes de desempenho são realizados na rotação nominal do motor elétrico e, no entanto, com o uso de variadores de freguência, a bomba pode operar em rotações diferentes da nominal. Nesses casos, é necessário estimar qual será o comportamento da bomba em função da rotação. Esse tipo de análise pode ser realizado através das leis de similaridade, que tem como base a análise dimensional e os grupos adimensionais. Nesta seção, realizaremos a análise dimensional para as turbomáguinas e determinaremos os grupos adimensionais envolvidos. Na próxima seção utilizaremos esses grupos adimensionais para estudar as leis de similaridade aplicadas as turbomáquinas.

Para realizar a análise dimensional é necessário listar todos os parâmetros envolvidos. A Tabela 2.1 apresenta esses parâmetros para as turbomáquinas, suas unidades e dimensões no sistema MLt (massa-comprimento-tempo).

Parâmetro	Unidade	Dimensões
H - Altura de elevação	т	L
P <sub>M</sub> - Potência mecânica consumida	Watts	ML <sup>2</sup> t <sup>-3</sup>

Tabela 2.1 | Parâmetros dimensionais envolvidos na análise de turbomáquinas.

Q - Vazão volumétrica	m³/s	$L^{3}t^{-1}$
D - Diâmetro do rotor	m	L
<b>o</b> - Rotação	rad/s	$t^{-1}$
$\rho$ - Massa específica do fluido	kg/ m³	ML <sup>-3</sup>
μ - Viscosidade dinâmica do fluido	Pa.s	$ML^{-1}t^{-1}$
ε - Rugosidade interna da máquina	m	L

Fonte: elaborada pelo autor.

Das variáveis listadas na Tabela 2.1, a altura de elevação e a potência mecânica são parâmetros dependentes da vazão, diâmetro, rotação, massa específica, viscosidade e rugosidade. Assim, podemos escrever as seguintes relações funcionais:

$$gH = f_1(Q, D, \omega, \rho, \mu, \varepsilon) (2.1)$$

е

 $\boldsymbol{P}_{m} = \boldsymbol{f}_{2}(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\varepsilon}).(2.2)$ 

Em cada uma das funções existem sete variáveis e três dimensões primárias. Os grupos adimensionais podem ser determinados diretamente pelo teorema dos Pis de Buckingham.

Exemplificando

Utilizando o teorema dos Pis de Buckingham, vamos determinar os grupos adimensionais para as relações funcionais mostradas nas Equações 2.1 e 2.2.

O procedimento consiste em:

- 1) Listar todos os parâmetros dimensionais envolvidos. Temos que o número de parâmetros é chamado de n.
- 2) Selecionar um conjunto de dimensões primárias fundamentais.
- 3) Listar as dimensões de todos os parâmetros em termos das dimensões primárias. O número de dimensões primárias é definido com r.
- 4) Selecionar r variáveis da lista de parâmetros dimensionais que incluam todas as dimensões primárias.
- 5) Formar equações dimensionais, combinando os parâmetros listados no item (4) com cada um dos outros parâmetros restantes.

Portanto, para a altura de elevação, temos:

#### $gH = f_1(Q,D,\omega,\rho,\mu,\varepsilon)$ . (2.1)

Assim, existem sete parâmetros dimensionais:  $gH,Q,D,\omega,\rho,\mu,\varepsilon$ . Portanto, n = 7. Além disso, temos três dimensões primárias M,  $L \in t$ . Portanto, r = 3. Pelo teorema dos Pis de Buckingham, devemos escolher uma base de parâmetros repetentes com três parâmetros (m=3). Escolhendo os parâmetros repetentes como sendo  $\rho$ ,  $\omega \in D$ , podemos determinar os n-m grupos adimensionais. Formando as equações dimensionais, temos:

$$\Pi_1 = \rho^a \omega^b D^c(gH) \quad \mathbf{e} \quad \left(\frac{M}{L^3}\right)^a \left(\frac{1}{t}\right)^b \left(L\right)^c \left(\frac{L^2}{t^2}\right) = M^0 L^0 t^0$$

Equacionando os expoentes de M, L e t, temos:

*M*: a = 0 *L*: -3a + c + 2 = 0 ∴ a = 0, b = -2, c = -2*t*: -b - 2 = 0

Assim:

$$\Pi_1 = \frac{gH}{\omega^2 D^2}$$

De modo análogo, para o segundo grupo adimensional:

$$\Pi_2 = \rho^d \omega^e D^f(\mathbf{Q}) \quad e \quad \left(\frac{M}{L^3}\right)^d \left(\frac{1}{t}\right)^e \left(L\right)^f \left(\frac{L^3}{t}\right) = M^0 L^0 t^0$$

Equacionando os expoentes:

 $M: \quad d = 0$ L: -3d + f + 3 = 0  $\therefore d = 0, e = -1, f = -3$ t: -e - 1 = 0

Então:

$$\Pi_2 = \frac{\mathsf{Q}}{\omega \mathsf{D}^3}$$

Para o terceiro grupo adimensional:

$$\Pi_{3} = \rho^{g} \omega^{h} D^{i}(\varepsilon) \quad \boldsymbol{e} \quad \left(\frac{M}{L^{3}}\right)^{g} \left(\frac{1}{t}\right)^{h} \left(L\right)^{i} \left(L\right) = M^{0} L^{0} t^{0}$$

Equacionando os expoentes de M, L e t, temos: M: g = 0

L: 
$$-3g+i+1=0$$
 ∴  $g=0, h=0, i=-1$   
t:  $-h=0$ 

Portanto:

$$\Pi_3 = \frac{\varepsilon}{D}$$
  
Para o quarto grupo adimensional:

 $\Pi_{4} = \rho^{j} \omega^{k} D^{\prime}(\mu) \quad e \quad \left(\frac{M}{L^{3}}\right)^{j} \left(\frac{1}{t}\right)^{k} \left(L\right)^{\prime} \left(\frac{M}{Lt}\right) = M^{0} L^{0} t^{0}$  $M: \quad j+1=0$  $L: \quad -3j+l-1=0 \qquad \therefore \quad j=-1, k=-1, l=-2$  $t: \quad -k-1=0$ 

Assim:

$$\Pi_4 = \frac{\mu}{\rho \,\omega \, \mathbf{D}^2}$$

Para a potência de acionamento, temos:

$$\boldsymbol{P}_{m} = \boldsymbol{f}_{2}(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\varepsilon}) \ (2.2)$$

Realizando a mesma análise anterior, obtemos, também, quatro grupos adimensionais.

$$\Pi_{5} = \rho^{m} \omega^{n} D^{\circ}(P_{m}) \quad \mathbf{e} \quad \left(\frac{M}{L^{3}}\right)^{m} \left(\frac{1}{t}\right)^{n} \left(L\right)^{\circ} \left(\frac{ML^{2}}{t^{3}}\right) = M^{\circ} L^{\circ} t^{\circ}$$

De modo análogo, temos:

$$M: m+1=0$$

L: 
$$-3m+o+2=0$$
  $\therefore$   $m=-1, n=-3, o=-5$ 

$$t: \quad -n-3=0$$

Portanto:

$$\Pi_5 = \frac{P_m}{\rho \,\omega^3 D^5}$$

Os outros três grupos adimensionais obtidos para essa análise são repetidos, assim os grupos adimensionais relevantes para o estudo das máquinas de fluxo são:

$$\Pi_1 = \frac{gH}{\omega^2 D^2} \qquad \Pi_2 = \frac{Q}{\omega D^3} \qquad \Pi_3 = \frac{\varepsilon}{D} \qquad \Pi_4 = \frac{\mu}{\rho \omega D^2} \qquad \Pi_5 = \frac{P_m}{\rho \omega^3 D^5}$$

# Pesquise mais

O teorema dos Pis de Buckingham é um dos procedimentos utilizados na dedução de grupos adimensionais para um dado problema, seja ele de qualquer área. Portanto, essa é uma ferramenta de grande importância. Pesquisa mais sobre esse teorema utilizando o livro: FOX W. R.; McDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 6. ed. Editora LTC, 2006. p. 289 a 299.

#### Coeficientes Adimensionais para turbomáquinas

As formas adimensionais das Equações 2.1 e 2.2, são dadas por:

$$\frac{gH}{\omega^2 D^2} = F_1 \left( \frac{Q}{\omega D^2}, \frac{\rho \,\omega \, D^2}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$
(2.3)

$$\frac{P_m}{\rho \,\omega^3 D^5} = F_2 \left( \frac{\mathsf{Q}}{\omega D^2}, \frac{\rho \,\omega \, D^2}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D} \right) (2.4)$$

Os termos  $\rho \omega D^2 / \mu \in \varepsilon / D$  representam o número de Reynolds rotacional ( $Re_{\omega}$ ) e a rugosidade relativa, respectivamente. Os outros adimensionais são definidos como:

– Coeficiente de vazão  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{\mathsf{Q}}{\omega D^3} (2.5)$$

– Coeficiente de elevação  $\Psi$ :

$$\Psi = \frac{gH}{\omega^2 D^2} (2.6)$$

– Coeficiente de potência  $\Pi$ :

$$\Pi = \frac{P_m}{\rho \,\omega^3 D^5} \,(2.7)$$

Reescrevendo as Equações 2.3 e 2.4, temos:

$$\Psi = F_1 \left( \Phi, Re_{\omega}, \frac{\varepsilon}{D} \right) (2.8)$$
$$\Pi = F_2 \left( \Phi, Re_{\omega}, \frac{\varepsilon}{D} \right) (2.9)$$

Em aplicações em que a bomba opera com elevados números de Reynolds, é verificado experimentalmente que a viscosidade do fluido e a rugosidade relativa não possuem efeito significativo sobre seu desempenho. Isso geralmente é válido para operações com líquidos de baixa viscosidade, tal como a água, e rotações suficientemente elevadas. Nessas condições, as Equações 2.8 e 2.9 se reduzem a:

 $\Psi = \Psi (\Phi) (2.10)$  $\Pi = \Pi (\Phi) (2.11)$ 

Note que a análise dimensional resulta nos grupos adimensionais que regem o fenômeno físico. A relevância de cada grupo e a forma funcional entre ele só pode ser determinada experimentalmente.

Assimile

Reflita

A eficiência, que já é um adimensional, está relacionada diretamente aos coeficientes de vazão, elevação e potência, tal que:

$$\eta = \frac{\Psi \Phi}{\Pi} (2.12)$$

Na seção anterior estudamos as curvas características dimensionais para as bombas dinâmicas. Como seriam as curvas características adimensionais das bombas? Qual sua utilidade?

# Velocidade específica para turbomáquinas e classificação de bombas utilizando a velocidade específica

A velocidade específica  $\omega_s$  é outro parâmetro adimensional importante no estudo das turbomáquinas. Essa variável é definida no ponto de melhor eficiência e é útil na seleção e especificação dos equipamentos. Para auxiliar essa seleção é necessário um adimensional envolvendo rotação, vazão e elevação, mas não o diâmetro. Isto é conseguido eliminando-se o diâmetro na razão entre os coeficientes de vazão e elevação, conforme a Equação 2.13.

$$\omega_{s} = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} = \frac{\omega Q_{\scriptscriptstyle BEP}^{1/2}}{(gH_{\scriptscriptstyle BEP})^{3/4}} (2.13)$$

Na qual  $\omega$  é a rotação em rad/s,  $Q_{_{BEP}}$  é a vazão no BEP em  $m^3/s$ ,  $H_{_{BEP}}$  é a altura de elevação no BEP em m, g é a aceleração da gravidade em  $m/s^2$  e  $\omega_s$  é a velocidade específica adimensional.

Fisicamente, a velocidade específica pode ser interpretada como sendo a rotação necessária para produzir uma altura de elevação unitária a uma vazão volumétrica unitária no BEP.

Embora a velocidade específica seja um parâmetro adimensional, outras definições dimensionais podem ser encontradas na literatura, tais como  $n_s \in N_s$ , definidas pelas equações 2.14 e 2.15, respectivamente.

$$n_s = \frac{\omega \, Q_{BEP}^{1/2}}{H_{BEP}^{3/4}}$$
 (2.14)

Em que  $\omega$  é a rotação em rpm,  $Q_{_{BEP}}$  é a vazão no BEP em  $m^3/s$ ,  $H_{_{REP}}$  é a altura de elevação no BEP em m.

$$N_{\rm s} = \frac{\omega \, Q_{\rm BEP}^{1/2}}{H_{\rm BEP}^{3/4}}$$
 (2.15)

Em que  $\omega$  é a rotação em rpm,  $Q_{_{BEP}}$  é a vazão no BEP em gpm (galões por minuto),  $H_{_{BEP}}$  é a altura de elevação no BEP em ft (pés).

A velocidade específica  $n_s$  é comum no sistema europeu de unidades, enquanto  $N_s$  é a unidade habitual americana e, também, na indústria do petróleo. As três formas apresentadas para a velocidade específica são relacionadas pela Equação 2.16. É necessário cuidado para saber qual sistema de unidade está sendo utilizado para quantificar a velocidade específica, pois nem sempre essa indicação é óbvia.

$$\omega_s = \frac{n_s}{52,9} = \frac{N_s}{2729,6}$$
 (2.16)

As diferentes famílias ou classes de bombas apresentam uma faixa particular de velocidade específica. Esse parâmetro é útil no procedimento de seleção do equipamento, já que é possível escolher o tipo de bomba mais eficiente para determinada aplicação. A Figura 2.1 apresenta a eficiência máxima de diferentes geometrias de rotores em função da velocidade específica. As bombas radiais, por exemplo, trabalham com vazões baixas e grandes elevações, e por isso apresentam baixas velocidades específicas. Já as bombas de rotores axiais apresentam alta vazão e baixa altura de elevação, apresentando altos valores de velocidade específica. As bombas com rotores de fluxo misto apresentam velocidade específica intermediária entre rotores radiais e axiais.



A velocidade específica é utilizada para caracterizar a operação da bomba no ponto de melhor eficiência e é útil para uma análise preliminar de seleção de bombas.

Figura 2.1 | Eficiência máxima em função da velocidade específica para os três principais tipos de rotores de bombas dinâmicas



Fonte: Adaptada de Çengel e Cimbala (2006, p. 777).

### Sem medo de errar

Relembrando que você, aluno, é o responsável pela operação de um terminal de distribuição de combustíveis líquidos. Devido a ampliação do terminal de abastecimento, é necessário a instalação de uma nova bomba. Baseado no projeto da ampliação, sabe-se que esse novo equipamento deve fornecer gasolina na vazão de 180 *L/s* e elevação de 40 *m*. Sabe-se, também, que essa bomba deve operar com rotação de 1750 *rpm*. Baseado nesses dados, você deve fazer a análise preliminar da seleção do equipamento, desenvolvendo o raciocínio crítico e a capacidade de solução de problemas. Sua análise deve sugerir qual geometria de rotor é mais apropriada para essa aplicação.

Esse tipo de análise preliminar, que tem como objetivo guiar a seleção da bomba, pode ser realizado com base na velocidade específica.

Para as condições especificadas da operação da bomba, a velocidade específica adimensional é:

$$\omega_{\rm s} = \frac{\omega \, \mathsf{Q}_{\rm BEP}^{1/2}}{(g \, H_{\rm BEP})^{3/4}}$$

Em que  $[\omega] = rad / s$ ,  $[Q_{BEP}] = m^3 / s$ ,  $[H_{BEP}] = m e [g] = m / s^2$ .

Portanto:

$$\omega_{s} = \frac{\left(1750 \cdot \frac{2\pi}{60}\right) \cdot \left(180 \cdot 10^{-3}\right)^{1/2}}{\left(9,81 \cdot 40\right)^{3/4}} = 0,89$$

Podemos analisar qual a geometria recomendada analisando a Figura 2.2. Considerando a velocidade específica de 0,89, temos:



Figura 2.2 | Análise da geometria recomendada do rotor

Fonte: Adaptada de Çengel e Cimbala (2006, p. 777)

Portanto, vemos que esse valor de velocidade específica corresponde a bombas com geometria radial e eficiência máxima possível de aproximadamente 90%.

Se o fluido de trabalho for alterado para querosene ao invés de gasolina, temos basicamente uma alteração de massa específica. A massa específica do fluido não influencia diretamente na velocidade específica. Assim, não altera na seleção do rotor. No entanto,
a alteração da massa específica influencia na potência consumida no acionamento da bomba. Para uma mesma elevação e vazão, quanto maior a massa específica do fluido, maior a potência consumida.

Assim, a análise preliminar da aplicação indica a utilização de uma bomba com geometria radial. Baseado nessa informação, é possível detalhar a seleção do equipamento por meio de catálogos técnicos e definir o modelo que atende aos requisitos do projeto de ampliação.

## Avançando na prática

#### Determinação das curvas características adimensionais de uma bomba centrífuga

#### Descrição da situação-problema

Você é o responsável técnico pelo setor de testes em uma empresa fabricante de bombas. Um dos clientes da empresa adquiriu uma bomba e solicitou que fosse realizado o teste de desempenho. Além disso, foi solicitado que os resultados do teste fossem representados utilizando os grupos adimensionais, com o objetivo de determinar a relação funcional entre eles. Os dados do teste da bomba, operando com água, na rotação de 1750 *rpm*, são mostrados na Tabela 2.2.

Vazão (m³/h)	Elevação (m)	Eficiência (%)	
0	25,0	0	
10	24,8	20	
20	24,2	35	
30	23,3	49	
40	22	56	
50	20,3	63	
60	18,2	65	
70	15,7	62	
80	12,8	56	
90	9,6	48	
100	6,0	35	
110	2,0	17	

Tabela 2.2 | Dados de desempenho dimensionais da bomba.

Fonte: elaborada pelo autor.

Baseado nesses dados e sabendo que o diâmetro do rotor é de 220 mm, você deve calcular os valores dos grupos adimensionais e apresenta-los por meio das curvas características.

#### Resolução da situação-problema

Para realizar essa análise é necessário calcular os grupos adimensionais definidos pelas Equações 2.5, 2.6 e 2.7. Como são várias as condições de testes, e é necessário repetir esses cálculos para cada um dos pontos, é usual que esse tipo de análise seja feito em uma planilha eletrônica.

Vamos demostrar o procedimento de cálculo para uma condição operacional da Tabela 2.2.

 $Q = 20 m^3 / h$ H = 24,2m $\eta = 35\%$ 

O coeficiente de vazão  $\Phi$  é:

$$\Phi = \frac{Q}{\omega D^3} = \frac{\left(\frac{20}{3600}\right)}{1750 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{60}\right) \cdot 0,220^3} = 0,00285$$

O coeficiente de elevação  $\Psi$  é:

$$\Psi = \frac{gH}{\omega^2 D^2} = \frac{9,81 \cdot 24,2}{\left[1750 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{60}\right)\right]^2 \cdot 0,220^2} = 0,14605.$$

O coeficiente de potência pode ser obtido por meio da Equação 2.12. Assim:

$$\eta = \frac{\Psi \Phi}{\Pi} \rightarrow \Pi = \frac{\Psi \Phi}{\eta}$$
$$\Pi = \frac{0,14605 \cdot 0,00285}{0,35} = 0,00119$$

Refazendo esses cálculos com uma planilha eletrônica para os demais pontos experimentais, temos os resultados mostrados na Tabela 2.3:

Vazão (m³/h)	Elevação (m)	Eficiência (%)	
0	0,15088	-	
0,00142	0,14973	0,00107	
0,00285	0,14629	0,00119	
0,00427	0,14055	0,00123	
0,00569	0,13253	0,00135	
0,00711	0,12221	0,00138	
0,00854	0,10959	0,00144	
0,00996	0,09469	0,00152	
0,01138	0,07749	0,00157	
0,01281	0,05799	0,00155	
0,01423	0,03621	0,00147	
0,01565	0,01213	0,00111	

Tabela 2.3 | Dados de desempenho adimensionais da bomba

Fonte: elaborada pelo autor.

A partir dos resultados da Tabela 2.3, podemos traçar as curvas características adimensionais da bomba mostrada, conforme apresentado na Figura 2.3.

Figura 2.3 | Curvas características adimensionais





Fonte: elaborada pelo autor.

### Faça valer a pena

**1.** A análise dimensional é uma abordagem importante para os problemas de engenharia. No estudo das máquinas de fluxo, a velocidade específica é útil para caracterizar o desempenho das bombas no ponto de melhor eficiência e auxiliar na seleção preliminar dos equipamentos. Entre as bombas utilizadas na indústria, os valores de velocidade específica cobrem uma faixa de 0,1 a 7.

As bombas radiais e axiais estão caracterizadas nos extremos dessa classificação, pois:

 a) ambas as geometrias de bombas produzem altas vazões e elevações, estando na mesma faixa de velocidade específica.

- b) ambas as geometrias de bombas produzem altas vazões e baixas elevações, estando na mesma faixa de velocidade específica.
- c) ambas as geometrias de bombas produzem baixas vazões e elevações, estando em extremos opostos de velocidade específica.
- d) as bombas radiais produzem altas elevações e baixas vazões, enquanto as bombas axiais produzem baixas elevações e altas vazões, estando em extremos opostos de velocidade específica.
- e) as bombas radiais produzem baixas elevações e altas vazões, enquanto as bombas axiais produzem altas elevações e baixas vazões, estando em extremos opostos de velocidade específica.

**2.** A altura de elevação (*H*) fornecida por uma bomba e a potência ( $P_m$ ) consumida em seu acionamento são parâmetros dependentes da vazão volumétrica (*Q*), do diâmetro do rotor (*D*), da rotação ( $\omega$ ), da massa específica do fluido ( $\rho$ ), da viscosidade ( $\mu$ ) e a rugosidade interna da máquina ( $\varepsilon$ ). Para os estudos teóricos e experimentais do desempenho de uma bomba dinâmica, é conveniente a definição de grupos adimensionais. Com relação ao fenômeno descrito e à teoria de análise dimensional, são feitas as seguintes afirmações:

- I O problema descrito envolve mais de um parâmetro dependente, assim, em tal caso, os grupos adimensionais devem ser formados separadamente para cada parâmetro dependente.
- II Os grupos adimensionais resultantes da análise dimensional são:

$$\Pi_1 = \frac{gH}{\omega^2 D^2} \qquad \Pi_2 = \frac{Q}{\omega D^3} \qquad \Pi_3 = \frac{\varepsilon}{D} \qquad \Pi_4 = \frac{\mu}{\rho \, \omega D^2} \qquad \Pi_5 = \frac{P_m}{\rho \, \omega^3 D^5},$$

sendo  $\Pi_1 \in \Pi_5$  os grupos dependentes.

- III O grupo adimensional  $gH / \omega^2 D^2$  representa o coeficiente de elevação.
- IV A eficiência da bomba pode ser representada em função de grupos adimensionais resultantes da análise dimensional.
- V Em aplicações com elevados números de Reynolds, o desempenho da bomba é definido pelos efeitos viscosos do escoamento no interior do rotor.

É correto o que se afirma em:

- a) I, II, III, apenas.
- b) I, II, IV, apenas.
- c) I, II, III e IV, apenas.
- d) II, III e IV, apenas.
- e) II e III, apenas.

**3.** As bombas dinâmicas possuem diferentes geometrias de rotores, que fornecem características distintas de elevação e vazão. Cada geometria possui faixa de aplicação específica, que é definida pelo adimensional da

velocidade específica 
$$\left(\omega_{s}=\omega\,\mathbf{Q}_{\text{BEP}}^{\text{1/2}}\,/\left(g\,H_{\text{BEP}}
ight)^{3/4}
ight)$$

Para uma bomba que opera a 1750 rpm, fornecendo no ponto de melhor eficiência vazão de 35 L/s e elevação de 22 metros, a velocidade específica adimensional é:

- a) 186,87.
- b) 52,35.
- c) 2,81.
- d) 1,52.
- e) 0,61.

# Seção 2.2

## Leis de similaridade aplicadas às turbomáquinas

## Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção vamos utilizar os conceitos aprendidos sobre a análise dimensional e apresentar as leis de similaridade aplicadas às bombas. As leis de similaridade são fundamentais para analisar o desempenho das bombas quando a rotação ou o diâmetro do rotor são alterados. Essas leis são ferramentas essenciais no projeto e análise de sistemas de bombeamento.

Vamos retomar a situação na qual você, aluno, ocupa uma função operacional em um terminal de distribuição de combustíveis líquidos. Você tem como principal atribuição garantir a operação segura e eficiente do terminal de distribuição. Sua rotina diária envolve propor e executar os planos de manutenção e operação do conjunto de bombas centrífugas que abastecem os caminhões e vagões-tanques.

A demanda de vazão de combustível no terminal de abastecimento varia em função do número de tanques que estão sendo enchidos simultaneamente. Dessa forma, quanto maior o número de tanques que estão sendo abastecidos, maior é a vazão de combustível necessária para manter constante o tempo médio de enchimento. O controle da vazão fornecida pela bomba pode ser conseguido, dentre outras formas, pela mudança na rotação, utilizando um inversor de frequência.

Considere que uma das bombas centrífugas que abastece o terminal com gasolina fornece no seu ponto de melhor eficiência  $\eta = 60\%$ , vazão  $Q = 0,1 m^3 / s$  e elevação H = 105 m, operando na rotação de 1750 rpm.

Desenvolvendo seu raciocínio crítico e sua capacidade de solução de problemas, planeje a operação do terminal. Quais devem ser as rotações da bomba necessárias para alterar sua vazão em mais 20% e menos 20%? É necessário verificar se o motor e os inversores de frequência possuem potência para permitir tal variação, portanto, estime a variação de potência em função do aumento da vazão.

Apresente os resultados de sua análise para que possam ser incorporados aos procedimentos de operação.

O conhecimento das leis de similaridade e dos efeitos da modificação da rotação de máquinas de fluxo são fundamentais para desenvolver essa análise.

Bons estudos!

## Não pode faltar

#### Leis de similaridade para turbomáquinas

Imagine a aplicação de uma bomba em um processo industrial sazonal, tal como a produção de etanol em usinas de bioenergia. Certamente, essa bomba será mais exigida em determinados períodos e menos em outros. Por exemplo, quando é necessário reduzir a vazão é possível que, simplesmente, seja ajustado o fechamento de uma válvula. No entanto, isso representa um desperdício de energia, pois parte da potência fornecida ao escoamento pela bomba será dissipada como perda de carga na válvula. Em instalações de bombeamento que consomem centenas de kWatts de energia e operam continuamente, isso pode representar um custo elevado. A solução de engenharia mais adequada seria ajustar a rotação da bomba permitindo o aumento ou a redução da vazão de forma eficiente, evitando o desperdício de energia.

Assim, frequentemente, as bombas operam em condições diferentes daquelas testadas pelo fabricante. Além da variação da rotação, é comum substituir o rotor da bomba, aumentando ou reduzindo o seu diâmetro.

## 💮 Reflita

A eficiência de processos produtivos complexos é uma função da eficiência dos equipamentos e dos processos individuais que compõem o sistema como um todo. Portanto, é fundamental que o projeto dos componentes, tais como as bombas, sempre seja fundamentado em melhoria de eficiência. Em instalações que consomem centenas de KWatts de potência, se fornecem vazões da ordem de metro cúbico por segundo, e que operam continuamente, de forma que qualquer melhoria de eficiência, por menor que seja, representa uma redução significativa de gasto energético.

Os grupos adimensionais estudados na seção anterior formam a base das Leis de Similaridade, que permitem estimar o desempenho das bombas em função da variação da rotação e do diâmetro do rotor. Em aplicações em que os efeitos viscosos são desprezíveis, o coeficiente de vazão é tratado como parâmetro independente e os coeficientes de elevação e potência como parâmetros dependentes. Com essa hipótese, somada às considerações de bombas e campos de escoamento semelhantes, a semelhança dinâmica é obtida guando o coeficiente de vazão é mantido constante, isto é:

$$\Phi_1 = \Phi_2 \qquad \rightarrow \qquad \frac{\mathsf{Q}_1}{\omega_1 \mathsf{D}_1^3} = \frac{\mathsf{Q}_2}{\omega_2 \mathsf{D}_2^3} \quad (2.17)$$

Como os adimensionais de elevação e potência são funções apenas do coeficiente de vazão, temos que:

$$\Psi_{1} = \Psi_{2} \quad \rightarrow \quad \frac{gH_{1}}{\omega_{1}^{2}D_{1}^{2}} = \frac{gH_{2}}{\omega_{2}^{2}D_{2}^{2}} \quad (2.18)$$
$$\Pi_{1} = \Pi_{2} \quad \rightarrow \quad \frac{P_{m_{1}}}{\rho\omega_{1}^{3}D_{1}^{5}} = \frac{P_{m_{2}}}{\rho\omega_{2}^{3}D_{2}^{5}} \quad (2.19)$$

Portanto, quando temos semelhança dinâmica, as características da bomba em uma nova condição (subscrito 2) podem ser estimadas a partir de uma condição conhecida (subscrito 1).

Assimile

A semelhança de escoamentos é obtida quando há simultaneamente semelhanças geométrica, cinemática e dinâmica.

- Semelhança geométrica: ocorre quando a geometria em questão é ampliada ou reduzida por um fator de escala constante, sendo todos os ângulos mantidos constantes.
- Semelhança cinemática: escoamentos são cinematicamente semelhantes quando as velocidades em pontos correspondentes têm a mesma direção e sentido, sendo a única diferença sua intensidade, que é relacionada por um fator de escala constante.
- Semelhança dinâmica: ocorre quando dois escoamentos têm distribuições de força idênticas paralelas, que se relacionam por um fator de escala constante em todos os pontos correspondentes.

#### Modificação da rotação

Usualmente, as curvas características disponíveis nos catálogos de bombas são obtidas para as rotações nominais dos motores elétricos. No entanto, a rotação de trabalho pode ser ajustada por meio de inversores de frequência. Esses dispositivos têm como função acionar o motor elétrico e, ao mesmo tempo, variar a frequência e a tensão que é fornecida ao motor, com o objetivo de ajustar sua velocidade e potência consumida. Por meio do controle da rotação é possível ajustar a vazão e a altura de elevação da bomba, de modo a otimizar sua operação.

Pesquise mais

Pesquise mais sobre o funcionamento e as características de operação dos inversores de frequência em: <a href="http://old.weg.net/br/">http://old.weg.net/br/</a> Produtos-e-Servicos/Drives/Inversores-de-Frequencia>. Acesso em: 18 nov. 2017.

Em situações em que apenas a rotação é modificada, permanecendo o diâmetro inalterado, a condição de semelhança dinâmica é obtida mantendo-se constantes os grupos adimensionais. Assim, as equações 2.17, 2.18 e 2.19 podem ser reescritas como:

$$\frac{\mathbf{Q}_2}{\mathbf{Q}_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \quad (2.20) \qquad \frac{\mathbf{H}_2}{\mathbf{H}_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \quad (2.21) \qquad \frac{\mathbf{P}_{m_2}}{\mathbf{P}_{m_1}} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3 \quad (2.22)$$

A eficiência da bomba pode ser escrita em função dos coeficientes adimensionais de vazão, elevação e potência, conforme já apresentado na Seção 2.1. Portanto:

$$\eta_1 = \frac{\Psi_1 \Phi_1}{\Pi_1}$$
 (2.23)  $\eta_2 = \frac{\Psi_2 \Phi_2}{\Pi_2}$  (2.24)

Devido à similaridade dinâmica, esses coeficientes são constantes, portanto, a eficiência é a mesma nas condições operacionais 1 e 2, tal que:

$$\eta_1 = \eta_2$$
 (2.25)



As leis de similaridade para a modificação da rotação demonstram que:

- A vazão varia diretamente proporcional em função da rotação:  $\mathbf{Q}\!\propto\!\omega$  .
- A altura de elevação varia diretamente proporcional com o quadrado da rotação:  $H \propto \omega^2$ .
- A potência de acionamento varia diretamente proporcional com o cubo da rotação:  $P_m \propto \omega^3$ .
- A eficiência não se altera em função da variação da rotação.

A Figura 2.4 ilustra graficamente o que é indicado pelas equações 2.20, 2.21 e 2.25, para uma redução de rotação de  $\omega_1$  para  $\omega_2$ . Observe que a eficiência máxima não se altera em função da modificação da rotação. Dessa forma, é possível realizar o ajuste do ponto de operação de modo mais eficiente do que por meio da abertura/fechamento de válvula.

Figura 2.4 | Variação na curva característica em função da modificação da rotação



Fonte: Elaborada pelo autor.

As relações funcionais obtidas por meio das leis de similaridade podem ser utilizadas para ajustar as equações características da bomba. A curva característica de elevação de uma bomba operando com uma rotação  $\omega_1$  pode ser expressa, aproximadamente, por uma parábola, tal que:

$$H_1 = H_0 + k_1 Q_1 - k_2 Q_1^2$$
 (2.26)

em que  $H_0$ ,  $K_1$  e  $K_2$  são constantes.

ł

Das leis de similaridade, para a variação de rotação, temos que:

$$\mathbf{Q}_{1} = \mathbf{Q}_{2} \left( \frac{\omega_{1}}{\omega_{2}} \right)$$
 (2.27)  $\mathbf{H}_{2} = \mathbf{H}_{1} \left( \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}} \right)^{2}$  (2.28)

Substituindo as equações 2.26 e 2.27 na equação 2.28, temos que:

$$\boldsymbol{H}_{2} = \boldsymbol{H}_{1} \left(\frac{\omega_{2}}{\omega_{1}}\right)^{2} = \left[\boldsymbol{H}_{0} + \boldsymbol{k}_{1} \boldsymbol{Q}_{2} \left(\frac{\omega_{1}}{\omega_{2}}\right) - \boldsymbol{k}_{2} \boldsymbol{Q}_{2}^{2} \left(\frac{\omega_{1}}{\omega_{2}}\right)^{2}\right] \left(\frac{\omega_{2}}{\omega_{1}}\right)^{2} \quad (2.29)$$

Desenvolvendo a equação anterior:

$$H_2 = H_0 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + k_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) Q_2 - k_2 Q_2^2 \quad (2.30)$$

Assim, utilizando a equação 2.30, é possível obter a curva característica de elevação para qualquer rotação a partir da curva fornecida pelo fabricante (equação 2.26).

Um raciocínio análogo pode ser utilizado para a curva característica de eficiência. Para uma rotação  $\omega_1$  a eficiência pode ser representada, aproximadamente, por uma parábola:

$$\eta_1 = k_3 Q_1 - k_4 Q_1^2$$
 (2.31)

em que  $K_{3}$  e  $K_{4}$ são constantes.

Para uma condição operacional similar, a eficiência é constante e a relação entre as vazões segue a equação 2.27, portanto:

$$\eta_2 = k_3 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right) \mathbf{Q}_2 - k_4 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \mathbf{Q}_2^2 \quad (2.32)$$

Note que, para fins de engenharia, representamos as curvas características por polinômios de segunda ordem. No entanto, polinômios de maior ordem podem ser utilizados para representar as curvas características. O ajuste dessas equações é feito a partir dos dados de desempenho fornecidos nos catálogos e manuais dos fabricantes.

Na Figura 2.5 é mostrada esquematicamente a variação das curvas de desempenho em função da rotação, tal que  $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$ . Observe que é possível alterar as características de funcionamento da bomba através do controle de rotação, sem prejudicar sua eficiência.



Figura 2.5 | Curvas características para diferentes rotações.

Se os coeficientes adimensionais forem calculados para essas três diferentes rotações, e plotados em curvas caracteristicas adimensionais, sendo válidas as leis de similaridade, serão obtidas as curvas mostradas da Figura 2.6.



Figura 2.6 | Curvas características adimensionais para diferentes rotações

Fonte: Elaborada pelo autor.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que os coeficientes adimensionais descrevem a mesma função independentemente da rotação. Isso ocorre porque existe semelhança dinâmica e as equações 2.10 e 2.11 são válidas. Quando a bomba opera com fluidos mais viscosos do que a água, o número de Reynolds torna-se um adimensional importante, e os pontos apresentados na Figura 2.6 passam a ter uma dispersão, não mais descrevendo a mesma função.

#### Modificação do diâmetro do rotor de turbomáquinas

As características de desempenho de bombas dinâmicas também podem ser alteradas modificando-se o diâmetro do rotor. É usual os fabricantes de bombas fornecerem diferentes opções de diâmetro de rotor, mantendo-se o mesmo corpo da bomba. Esse procedimento proporciona maior versatilidade e mais opções para atender demandas específicas. Além das opções disponíveis pelo fabricante, é possível alterar o diâmetro do rotor através de processo de corte, utilizando a usinagem. Na prática, essas reduções são recomendadas para bombas centrífugas radiais, pois em bombas de fluxo misto e, principalmente, nas axiais, a alteração do diâmetro do rotor pode alterar significativamente o projeto original, devido às variações nos ângulos das pás.

A princípio, a semelhança geométrica é mantida quando bombas de mesma geometria, reduzidas ou ampliadas apenas por um fator de escala, operam com a mesma rotação. As variações nas características de desempenho podem ser estimadas pelas leis de similaridade.

Portanto, em situações em que é utilizado apenas um fator de escala, mantendo-se a mesma rotação, a condição de semelhança dinâmica é obtida mantendo-se constantes os coeficientes adimensionais.

Assim, as equações 2.17, 2.18 e 2.19 podem ser reescritas como:

$$\frac{\mathbf{Q}_2}{\mathbf{Q}_1} = \left(\frac{\mathbf{D}_2}{\mathbf{D}_1}\right)^3 \quad (2.33) \qquad \frac{\mathbf{H}_2}{\mathbf{H}_1} = \left(\frac{\mathbf{D}_2}{\mathbf{D}_1}\right)^2 \quad (2.34) \qquad \frac{\mathbf{P}_{m_2}}{\mathbf{P}_{m_1}} = \left(\frac{\mathbf{D}_2}{\mathbf{D}_1}\right)^5 \quad (2.35)$$

em que  $D_1$  e  $D_2$  representam os diâmetros do rotor original e do rotor modificado, respectivamente.



Na prática, o transporte por escala das condições operacionais devido à variação de diâmetro é limitado e é menos efetivo do que o transporte devido à modificação de rotação. As leis de similaridade fornecem resultados satisfatórios para variações de diâmetro, em média, inferiores a 10%. Os efeitos viscosos se tornam mais relevantes com a diminuição do diâmetro do rotor. Dessa forma, a eficiência da bomba sofre uma redução com a diminuição do tamanho do rotor. Moody (1942) propôs uma equação empírica para estimar a máxima eficiência de uma bomba que teve seu diâmetro reduzido.

$$\frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{1/5} \quad (2.36)$$

#### Exemplificando

Podemos verificar a exatidão do procedimento de transporte por escala utilizando as leis de similaridade para a variação do diâmetro do rotor. Na Figura 2.7 são apresentadas as curvas características de uma bomba centrífuga com cinco opções de diâmetro. Vamos fazer o transporte por escala utilizando as leis de similaridade para a redução de diâmetro de 219 mm para 198 mm.



Fonte: KSB (2013, p. 26).

A análise é iniciada ajustando as equações características a partir dos dados da Figura 2.7. Vamos utilizar um ajuste polinomial de segunda ordem para a altura de elevação e um ajuste linear para a potência. Realizando esse procedimento, temos, para o diâmetro de 219 mm:

 $H_1 = -0,00044 \cdot Q_1^2 + 0,04913 \cdot Q_1 + 96,07273$ 

 $P_{m_{\star}} = 0,21477 \cdot Q_1 + 38,83293$ 

em que [H] = m,  $[Q] = m^3 / h \in [P_m] = Hp$ .

O transporte por escala utilizando as leis de similaridade pode ser realizado utilizando as Equações 2.33, 2.34 e 2.35, tal que:

$$Q_1 = Q_2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3$$
  $H_1 = H_2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$   $P_{m_1} = P_{m_2} \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5$ 

Assim, a equação característica de elevação transportada por escala será:

$$H_2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = -0,00044 \cdot \left(Q_2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3\right)^2 + 0,04913 \cdot Q_2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 + 96,07273$$

Simplificando:

$$\begin{aligned} H_{2} &= -0,00044 \cdot Q_{2}^{2} \left( \frac{D_{1}}{D_{2}} \right)^{6} \cdot \left( \frac{D_{2}}{D_{1}} \right)^{2} + 0,04913 \cdot Q_{2} \left( \frac{D_{1}}{D_{2}} \right)^{3} \cdot \left( \frac{D_{2}}{D_{1}} \right)^{2} + \\ &+ 96,07273 \cdot \left( \frac{D_{2}}{D_{1}} \right)^{2} \end{aligned}$$

$$H_{2} = -0,00044 \cdot Q_{2}^{2} \left(\frac{D_{1}}{D_{2}}\right)^{4} + 0,04913 \cdot Q_{2} \left(\frac{D_{1}}{D_{2}}\right) + 96,07273 \cdot \left(\frac{D_{2}}{D_{1}}\right)^{2}$$

Para *D*<sub>1</sub> = 219*mm* e *D*<sub>1</sub> = 198*mm*:

$$H_{2} = -0,00044 \cdot Q_{2}^{2} \left(\frac{219}{198}\right)^{4} + 0,04913 \cdot Q_{2} \left(\frac{219}{198}\right) + 96,07273 \cdot \left(\frac{198}{219}\right)^{2}$$

$$H_2 = -0,00066 \cdot Q_2^2 + 0,05434 \cdot Q_2 + 78,53121$$

De maneira análoga, para a potência de acionamento a equação característica será:

$$P_{m_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^5 = 0,21477 \cdot Q_2 \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^3 + 38,83293$$

Simplificando:

$$\begin{split} P_{m_2} &= 0,21477 \cdot Q_2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5 + 38,83293 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5 \\ P_{m_2} &= 0,21477 \cdot Q_2 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 + 38,83293 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5 \\ \text{Para } D_1 &= 219 \, mm \, \text{e} \, D_1 = 198 \, mm \text{:} \\ P_{m_2} &= 0,21477 \cdot Q_2 \left(\frac{198}{219}\right)^2 + 38,83293 \cdot \left(\frac{198}{219}\right)^5 \\ P_{m_2} &= 0,17556 \cdot Q_2 + 23,45879 \end{split}$$

As curvas características obtidas por similaridade para o diâmetro de 189 mm podem ser comparadas com o desempenho fornecido pelo fabricante na Figura 2.7. Essas comparações são apresentadas nas Figuras 2.8 e 2.9.

Figura 2.8 | Comparação entre a altura de elevação de catálogo e a fornecida pelas leis de similaridade para d = 189 mm



Fonte: Elaborada pelo autor.

Analisando os resultados apresentados nas Figuras 2.8 e 2.9, vemos que, em geral, existe uma boa concordância entre o desempenho previsto pelas leis de similaridade e os obtidos no catálogo. Nesse caso, essa concordância é menor para a curva de elevação a partir da vazão de 200*m*<sup>3</sup>/*h*. Note que a redução de diâmetro foi de aproximadamente 10%, portanto, temos uma redução próxima do limite recomendado para a aplicação das leis de similaridade para transposição por escala.

Já a transposição por escala devido à modificação de rotação consegue prever o desempenho com boa precisão em variações maiores que 10%. Em alguns casos, a precisão é aceitável para reduções de até 80% na rotação.

Figura 2.9 | Comparação entre a altura de potência de catálogo e a fornecida pelas leis de similaridade para d = 189 mm



## Sem medo de errar

Retomando a situação em que você, aluno, é o responsável pela operação de um terminal de distribuição de combustíveis líquidos, a situação é que a demanda de vazão de combustível no terminal de abastecimento varia em função do número de tanques que estão sendo enchidos simultaneamente. O controle da vazão fornecida pela bomba pode ser conseguido, dentre outras formas, pela mudança na rotação, utilizando-se um inversor de frequência.

Considere que uma das bombas centrífugas que abastece o terminal com gasolina fornece, no seu ponto de melhor eficiência  $\eta = 60\%$ , vazão  $Q = 0,1 m^3 / s$  e elevação H = 105 m, operando na rotação de 1750 rpm.

Visando planejar a operação do terminal, faça uma análise de quais devem ser as rotações da bomba necessárias para alterar sua vazão em mais 20% e menos 20%, utilizando o raciocínio crítico e de solução de problemas. É necessário verificar se o motor e os inversores de frequência possuem potência para permitir tal variação. Portanto, estime a variação de potência em função do aumento da vazão.

A análise da variação de vazão em função da rotação pode ser realizada utilizando as leis de similaridade. Para obter a semelhança dinâmica, temos:

$$\frac{\mathbf{Q}_2}{\mathbf{Q}_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \qquad \qquad \frac{\mathbf{H}_2}{\mathbf{H}_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \qquad \qquad \frac{\mathbf{P}_{m_2}}{\mathbf{P}_{m_1}} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3$$

A condição original é:  $\mathbf{Q}_1 = 0, 1m^3 / \mathbf{s}$ ,  $H_1 = 105m \in \omega_1 = 1750 rpm$ .

Considerando a massa específica da gasolina  $\rho_g = 720 \, kg \, / \, m^3$ , a potência consumida no acionamento da bomba pode ser calculada por:  $P_{m_1} = \frac{P_{h_1}}{\eta_1} = \frac{\rho g H_1 Q_1}{\eta_1}$ . Portanto,

$$P_{m_1} = \frac{720 \cdot 9,81 \cdot 105 \cdot 0,1}{0,60} = 123,6 \, kW.$$

Para o aumento de 20% da vazão, temos:

$$Q_2 = (1, 2 \cdot 0, 1) = 0, 12 m^3 / s$$

A lei de similaridade fornece que:

$$\omega_{2} = \omega_{1} \left( \frac{Q_{2}}{Q_{1}} \right) = 1750 \cdot \left( \frac{0.12}{0.10} \right) = 2100 \, rpm$$
$$H_{2} = H_{1} \left( \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}} \right)^{2} = 105 \left( \frac{2100}{1750} \right)^{2} = 151.2 \, m$$
$$P_{m_{2}} = P_{m_{1}} \left( \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}} \right)^{3} = 123.6 \cdot \left( \frac{2100}{1750} \right)^{3} = 213.6 \, kW$$

Para a diminuição de 20% da vazão, temos:

$$Q_2 = (0, 8 \cdot 0, 1) = 0,08 \, m^3 \, / \, s$$

Pela lei de similaridade, temos:

$$\omega_{2} = \omega_{1} \left( \frac{Q_{2}}{Q_{1}} \right) = 1750 \cdot \left( \frac{0,08}{0,10} \right) = 1400 \, rpm$$
$$H_{2} = H_{1} \left( \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}} \right)^{2} = 105 \left( \frac{1400}{1750} \right)^{2} = 67,2 \, m$$
$$P_{m_{2}} = P_{m_{1}} \left( \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}} \right)^{3} = 123,6 \cdot \left( \frac{1400}{1750} \right)^{3} = 63,3 \, kW$$

Portanto, após realizar essas análises é possível concluir que, para aumentar a vazão em 20%, é necessário aumentar a rotação da bomba para 2100 rpm. Nessa condição, a potência consumida é de 213,6 kW, ou seja, 72,8% maior do que a potência inicial e a altura de elevação será de 151,2 m. Para diminuir a vazão em 20%, a velocidade da bomba deve ser ajustada para 1400 rpm, passando a fornecer 67,2 m de elevação, consumindo 63,3 kW de potência. Desse modo, para que o sistema seja robusto o suficiente para absorver essa variação de operação, o sistema de acionamento deve ser capaz de fornecer uma potência de 213,6 kW.

## Avançando na prática

#### Análise de projeto de uma bomba geometricamente semelhante

#### Descrição da situação-problema

Você foi contratado para trabalhar em uma empresa fabricante de bombas. Um dos produtos mais vendidos por sua companhia é uma pequena bomba d'água de diâmetro de 0,10 metro. Operando na rotação de 1750 rpm, o ponto de melhor eficiência,  $\eta = 60\%$ , é Q = 0,6L/s = H = 1,8m. O departamento de vendas solicitou para o setor de projeto, o desenvolvimento de uma nova bomba para operar com gasolina. Essa bomba deve ser projetada para fornecer no seu ponto de melhor eficiência Q = 1,8L/s = H = 4,0m. Seu gerente pediu que você fizesse uma análise utilizando as leis de similaridade para determinar se um aumento por escala da bomba d'água pode ser utilizado para suprir essa demanda. Realize essa análise e apresente os resultados, indicando a viabilidade ou não dessa proposta.

#### Resolução da situação-problema

Inicialmente, vamos assumir que a nova bomba pode ser fabricada geometricamente semelhante à bomba original.

A potência consumida pela bomba d'água, chamada de bomba 1, pode ser calculada por:

$$P_{m_1} = \frac{P_{h_1}}{\eta_1} = \frac{\rho g H_1 Q_1}{\eta_1} = \frac{998 \cdot 9,81 \cdot 1,8 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3}}{0,6} = 17,6W$$

Os coeficientes adimensionais para a bomba d'água, no ponto de melhor eficiência, são:

$$\Phi = \frac{Q_1}{\omega_1 D_1^3} = \frac{0.6 \cdot 10^{-3}}{1750 \cdot \left(\frac{2\pi}{60}\right) \cdot 0.10^3} = 0,003274$$
$$\Psi = \frac{gH_1}{\omega_1^2 D_1^2} = \frac{9.81 \cdot 1.8}{\left[1750 \cdot \left(\frac{2\pi}{60}\right)\right]^2 \cdot 0.10^2} = 0,05258$$
$$\Pi = \frac{P_{m_1}}{\rho \,\omega_1^3 D_1^5} = \frac{17.6}{998 \cdot \left[1750 \cdot \left(\frac{2\pi}{60}\right)\right]^3 \cdot 0.10^5} = 0,00029$$

O projeto da nova bomba, chamada de bomba 2, terá o ponto de melhor eficiência similar ao da bomba d'água, porém com fluido, rotação e diâmetro diferentes.

Isolando a rotação nas equações do coeficiente de vazão e elevação, obteremos:

$$D_{2} = \left(\frac{Q_{2}^{2} \cdot \Psi}{\Phi^{2} \cdot g \cdot H_{2}}\right)^{1/4} = \left(\frac{\left(1, 8 \cdot 10^{-3}\right)^{2} \cdot 0,05258}{0,003274^{2} \cdot 9,81 \cdot 4,0}\right)^{1/4} = 0,142 \, m$$

Conhecendo o novo diâmetro é possível calcular a rotação:

$$\Phi_{1} = \frac{Q_{1}}{\omega_{1}D_{1}^{3}} \longrightarrow \omega_{2} = \frac{Q_{2}}{\Phi_{1}D_{2}^{3}}$$
$$\omega_{2} = \frac{1.8 \cdot 10^{-3}}{0.003274 \cdot 0.142^{3}} = 192 \, rad \, / \, s = 1833 \, rpm$$

Assim, obtemos que uma nova bomba pode ser projetada com um fator de escala  $D_2/D_1 = 0,142/0,10 = 1,42$ , utilizando a rotação de 1833 rpm.

## Faça valer a pena

**1.** Uma bomba centrífuga foi projetada para fornecer, no seu ponto de melhor eficiência, água a uma altura de elevação de 20 metros e vazão de  $0,05m^{3}/s$ . Essa bomba é acionada por motor síncrono que opera a 3000 rpm, quando ligado na rede elétrica de 50 Hz. No entanto, esse equipamento foi exportado para um país onde a frequência da rede elétrica é de 60 Hz, fazendo com que seu motor funcione a 3600 rpm.

Sendo o diâmetro do rotor de 0,3 metro, qual será a nova condição operacional devido ao aumento da rotação?

Considere  $g = 10 m / s^2$  e massa específica da água igual a  $1000 kg / m^3$ .

a) 0,06 *m*<sup>3</sup>/*h* e 24,0 *m*.

b) 0,06 *m*<sup>3</sup>/*h* e 26,6 *m*.

c) 0,06 *m*<sup>3</sup>/*h* e 28,8 *m*.

d) 0,08 *m*<sup>3</sup>/*h* e 24,0 *m*.

e) 0,08*m*<sup>3</sup>/*h* e 28,8*m* 

**2.** A análise dimensional e as leis de similaridade são fundamentais em engenharia para a análise de problemas e de transporte por escala envolvendo modelos e protótipos. Uma das aplicações mais usuais das leis de similaridade ocorre para as máquinas de fluxo. Utilizando essa teoria é possível, por exemplo, obter curvas de operação em diferentes rotações, ou com diferentes tamanhos de rotor, com boa precisão.

Sobre as leis de similaridade aplicadas às bombas centrífugas, são feitas as seguintes afirmações:

- I Para que haja semelhança dinâmica é necessário obter semelhanças geométricas e cinemáticas.
- II Considerando os efeitos viscosos desprezíveis, a semelhança dinâmica é obtida quando o adimensional de vazão é mantido constante.
- III Quando a rotação de uma bomba é aumentada, a altura de elevação também aumenta linear proporcionalmente.
- IV Quando a rotação de uma bomba é aumentada, a altura de vazão também aumenta linear proporcionalmente.
- V Quando a rotação de uma bomba é reduzida, as leis de similaridade indicam que sua eficiência também diminui.

Analisando as afirmações, é correto o que se afirma em:

a) I, II, III e IV,	apenas.	d) I e II,	apenas.

b) I, II, IV e V, apenas. e) I, IV e V, apenas.

c) I, II e IV, apenas.

**3.** Uma bomba centrifuga é utilizada para fornecer água de resfriamento para um trocador de calor. Essa bomba possui rotor de diâmetro D = 0,1 m e opera na rotação de 3500 rpm. No ponto de melhor eficiência,  $\eta = 76\%$ , essa bomba fornece altura de elevação de 50,9 metros e vazão de água de 0,023*m*<sup>3</sup>/*s*, consumindo uma potência de 15.145 Watts. Devido a um aumento na carga térmica do processo, é necessário aumentar a vazão de água de resfriamento. Para atender a essa demanda, decidiu-se aumentar a rotação da bomba, utilizando a potência máxima permitida pelo inversor de frequência que a aciona, que é de 18.000 Watts.

Para essa nova rotação, a altura de elevação, vazão e eficiência serão, respectivamente:

a) 52,7 m; 0,0257 m<sup>3</sup> / h;  $\eta = 56\%$ . d) 57,1 m; 0,0243 m<sup>3</sup> / h;  $\eta = 76\%$ .

b) 52,7 m; 0,0257  $m^3 / h$ ;  $\eta = 76\%$ . e) 57,7

c) 57,1*m*; 0,0257 $m^3/h$ ;  $\eta = 56\%$ .

e) 57,1*m*; 0,0243*m*<sup>3</sup>/*h*; η = 56%.

## Seção 2.3

## Associação de bombas centrífugas

## Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção vamos estudar as associações de bombas centrífugas em série e em paralelo. Devido a algumas razões, que discutiremos a seguir, é usual associarmos bombas com a finalidade de obtermos uma determinada condição de operação. As associações são amplamente utilizadas na indústria e, também, em sistemas de irrigação, captação e distribuição de água, tratamento de efluentes, entre outros. O estudo das associações de bombas é essencial no projeto e análise de sistemas de bombeamento.

Vamos retomar a situação na qual você, aluno, ocupa uma função operacional em um terminal de distribuição de combustíveis líquidos. Você tem como principal atribuição garantir a operação segura e eficiente do terminal de distribuição. Sua rotina diária envolve propor e executar os planos de manutenção e operação do conjunto de bombas centrífugas que abastecem os caminhões e vagões tanques.

A demanda de vazão de combustível no terminal de abastecimento varia em função do número de tanques que estão sendo enchidos simultaneamente. Dessa forma, quanto maior o número de tanques que estão sendo abastecidos, maior é a vazão de combustível necessária para manter constante o tempo médio de enchimento. O controle da vazão fornecido pela bomba pode ser conseguido, dentre outras formas, pela mudança da rotação utilizando um inversor de frequência.

No entanto, em situações nas quais ocorre uma considerável variação na demanda, é inviável controlar a vazão de combustível por meio de ajuste da rotação da bomba. Nesses casos, a solução é associar múltiplas bombas em série ou em paralelo, conforme as demandas de vazão e elevação. As curvas características de elevação e eficiência do modelo de bomba centrífuga utilizado na distribuição de gasolina, na rotação de 1750 rpm, são representadas de forma simplificada pelas equações:  $H = 140 - 3500Q^2$  e  $\eta = 1300Q - 6500Q^2$ , em que  $[H] = m, [Q] = m^3 / s e [\eta] = \%$ .

Desenvolvendo seu raciocínio crítico e capacidade de solução de problemas, planeje a operação do sistema de bombeamento. Para isso, faça uma análise da possibilidade de associar esse modelo de bomba em série e em paralelo. Calcule as curvas características para N bombas associadas em série e N bombas associadas em paralelo. Qual o efeito da rotação nas curvas características das associações? Apresente os resultados de sua análise e discuta as recomendações para cada tipo de associação.

O conhecimento das associações de bombas em série e paralelo é fundamental para desenvolver essa análise. Vamos ao longo desta seção desenvolver os conceitos necessários.

Bons estudos!

## Não pode faltar

#### Associações de bombas

Considere um sistema de irrigação agrícola que consome água captada em um poço. Se a pressão da água no fundo do poço não for suficiente para suprir a vazão desejada, torna-se necessária a instalação de uma bomba que forneça energia para o fluido a fim de vencer o desnível e, também, a perda de carga. A profundidade do poço pode variar desde algumas dezenas até milhares de metros, sendo seu diâmetro de apenas algumas polegadas. Portanto, a dimensão da bomba instalada é limitada pelo diâmetro do poço. Como vimos nas seções anteriores, a pressão fornecida pela bomba depende do diâmetro do rotor. Assim, é elementar concluir que uma bomba de pequeno diâmetro não terá capacidade de fornecer centenas ou até milhares de metros de elevação. Então, como pode uma bomba centrífuga ser utilizada para elevar água em um poço? A solução para esse tipo de aplicação é a associação de bombas.

Neste caso, pode ser utilizada uma bomba de múltiplos estágios, ou múltiplos rotores, que é uma associação em série de bombas.

Além da associação de bombas em série, é possível arranjar bombas em paralelo. São diversas as aplicações e razões para utilizar as associações de bombas, por exemplo:

- Em casos onde não exista disponível, em catálogo, uma bomba que possa suprir sozinha os requisitos de pressão e vazão. Ou, caso exista essa bomba disponível, o seu custo seja maior do que associar bombas menores para atingir a operação desejada.
- Em aplicações em que existe projeção de aumento da demanda ao longo do tempo. Assim, é feita uma instalação inicial com a possibilidade de associar uma quantidade maior de bombas.
- Em aplicações onde a demanda oscila consideravelmente ao logo do período, tal como em estações de abastecimento de água ou tratamento de efluentes. Nesses casos, o ajuste da operação pode ser realizado acionando ou desligando bombas na associação.

Portanto, a aplicação das associações de bombas pode ser justificada tanto tecnicamente quanto por questões de custo. A seguir, vamos estudar as características de funcionamento das associações em série e paralelo.

#### Associação de bombas em série

As associações em série são utilizadas em aplicações que exigem grandes alturas de elevação. Esse tipo de arranjo é mostrado esquematicamente na Figura 2.10. A vazão que passa pelas bombas A e B são iguais, portanto, em uma associação em série, temos que a vazão é constante. Ao escoar pela bomba A, o fluido recebe uma certa quantidade de energia equivalente à altura de elevação  $H_{A^{-}}$  Da mesma forma, ao passar pela bomba B, o fluido recebe outro acrescimento de energia equivalente à altura de elevação  $H_{B^{-}}$ . Portanto, podemos concluir que em associações de duas ou mais bombas em série, para uma mesma vazão, a altura de elevação total é a soma das alturas de elevação fornecidas por cada uma das bombas.

A potência de acionamento consumida pela associação é igual a somatória das potências consumidas por cada motor.

Figura 2.10 | Desenho esquemático de uma associação de bombas em série.



Bomba A

Bomba B

Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, para uma associação em série de duas bombas, temos:

 $Q = Q_A = Q_B (2.37)$  $H_{2s} = H_A + H_B (2.38)$  $P_{m,2s} = P_{m,A} + P_{m,B} (2.39)$ 

Na qual os subíndices 2s, A e B representam a associação em série de duas bombas, a bomba A e a bomba B, respectivamente.

A associação em série pode ser realizada utilizando bombas individuais, conforme mostrado na Figura 2.10, ou por meio de bombas de múltiplos estágios. Quando são utilizadas bombas individuais, é necessário verificar se a sucção da bomba seguinte suporta a pressão gerada pela bomba anterior. Em geral, devido a essa limitação, são utilizadas poucas bombas na associação em série de bombas individuais. Já as bombas de múltiplos estágios possuem mais de um rotor montados na mesma carcaça, que é projetada para suportar o aumento progressivo de pressão. Em aplicações extremas, tal como a utilização de bombas de múltiplos estágios para a produção em poços de petróleo, a associação pode conter dezenas, ou até centenas de estágios em série, resultando em potências de acionamento próximas da ordem de MWatts.



Para a associação em série de bombas centrífugas, temos:

- A vazão é a mesma em todas as bombas.
- A altura de elevação é a soma das alturas de elevação individuais de cada bomba.
- A potência de acionamento total é a soma das potências individuais de cada bomba.

#### Curva característica de elevação de associações em série

A curva característica de elevação pode ser obtida a partir da curva característica de cada uma das bombas. Considere que as curvas características das bombas A e B possam ser representadas pelos seguintes polinômios de segunda ordem:

$$H_{A} = a_{0} + a_{1}Q_{A} - a_{2}Q_{A}^{2}$$
 (2.40)

$$H_{B} = b_{0} + b_{1}Q_{B} - b_{2}Q_{B}^{2}$$
 (2.41)

Considerando as características da associação fornecidas pelas equações 2.37 e 2.38, temos:

$$H_{2s} = H_{A} + H_{B} = \left(a_{0} + a_{1}Q_{A} - a_{2}Q_{A}^{2}\right) + \left(b_{0} + b_{1}Q_{B} - b_{2}Q_{B}^{2}\right) (2.42)$$

Simplificando:

$$H_{2s} = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)Q - (a_2 + b_2)Q^2$$
(2.43)

Portanto, a Equação 2.43 permite obter a curva característica de elevação para duas bombas associadas em série, a partir da curva de cada umas das máquinas.

Para duas bombas iguais associadas em série, temos:

$$H_{2s} = 2H_A = 2(a_0 + a_1Q_A - a_2Q_A^2)$$
 (2.44)

Portanto:

$$H_{2s} = 2a_0 + 2a_1Q - 2a_2Q^2$$
 (2.45)

As curvas características representadas pelas Equações 2.43 e 2.45 são ilustradas na Figura 2.11. Para duas bombas diferentes associadas em série, situação ilustrada na Figura 2.11a, observa-se que a bomba de menor capacidade limita a operação da segunda bomba. A operação da associação é possível até o ponto P. A partir deste ponto, a altura de elevação da bomba A passaria a ser negativa, representando uma perda de carga ao escoamento. Quanto maior a diferença entre as características de operação de cada bomba, menor será a região útil da associação. Para a associação de duas bombas iguais, situação ilustrada na Figura 2.11b, não há esse tipo de limitação. Embora seja possível associar duas bombas diferentes em série, é recomendado que sejam utilizadas bombas idênticas.

Figura 2.11 | Curvas características de uma associação de bombas em série: (a) bombas diferentes, (b) bombas iguais



Fonte: elaborada pelo autor.

#### Eficiência de associações em série

Para bombas conectadas em série, a potência total consumida é a soma das potências individuas de cada máquina. Considerando uma associação em série de duas bombas distintas, temos:

$$P_{m,2s} = P_{m,A} + P_{m,B}$$
 (2.39)

Em que:

$$\boldsymbol{P_{m,2s}} = \frac{\rho \boldsymbol{g} \boldsymbol{H_{2s}} \boldsymbol{Q}}{\eta_{2s}} \ (2.46)$$

$$\boldsymbol{P}_{m,A} = \frac{\rho \boldsymbol{g} \boldsymbol{H}_{A} \boldsymbol{Q}_{A}}{\eta_{A}} (2.47)$$

$$\boldsymbol{P}_{m,B} = \frac{\rho \boldsymbol{g} \boldsymbol{H}_{B} \boldsymbol{Q}_{B}}{\eta_{B}} \ (2.48)$$

Como a vazão da associação é constante,  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{\mathbf{A}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{B}}$ , temos:

$$\frac{\rho g H_{2s} Q}{\eta_{2s}} = \frac{\rho g H_A Q}{\eta_A} + \frac{\rho g H_B Q}{\eta_B} (2.49)$$

Substituindo a Equação 2.38 na Equação 2.49:

$$\frac{\rho g \left( H_{A} + H_{B} \right) Q}{\eta_{2s}} = \frac{\rho g H_{A} Q}{\eta_{A}} + \frac{\rho g H_{B} Q}{\eta_{B}} (2.50)$$

Simplificando:

$$\frac{\left(\boldsymbol{H}_{A}+\boldsymbol{H}_{B}\right)}{\eta_{2s}}=\frac{\boldsymbol{H}_{A}}{\eta_{A}}+\frac{\boldsymbol{H}_{B}}{\eta_{B}}$$
(2.51)

Portanto:

$$\eta_{2s} = \frac{\left(H_A + H_B\right)\eta_A\eta_B}{H_A\eta_B + H_B\eta_A} (2.52)$$

A Equação 2.52 indica que a eficiência de uma associação em série de duas bombas diferentes será intermediária à eficiência individual de cada equipamento.

Para duas bombas idênticas associadas em série, temos que  $H_A = H_B$  e  $\eta_A = \eta_B$ , portanto a Equação 2.52 se reduz a:

 $\eta_{\rm 2s}=\eta_{\rm A}~(2.53)$ 

Dessa forma, para uma associação em série de duas bombas iguais, a eficiência do arranjo é igual a eficiência individual de cada bomba. Isso reforça a recomendação de associar bombas idênticas em série, evitando redução de eficiência.

#### Associações de bombas em paralelo

As associações em paralelo são utilizadas em aplicações que exigem grandes vazões. Duas ou mais bombas operam associadas em paralelo quando recalcam fluido para uma tubulação em comum, conforme mostrado esquematicamente na Figura 2.12. Desse modo, para duas bombas associadas em paralelo, a vazão total do arranjo Q é a soma das vazões bombeadas individualmente por cada máquina  $Q_A \in Q_B$ . Já as alturas de elevação fornecidas por cada bomba são iguais.

Figura 2.12 | Desenho esquemático de uma associação de bombas em paralelo.



Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, para uma associação em paralelo de duas bombas, temos que:

 $Q = Q_A + Q_B (2.54)$  $H_{2s} = H_A = H_B (2.55)$  $P_{m,2s} = P_{m,A} + P_{m,B} (2.56)$ 

A utilização de associações de bombas em paralelo fornece maior segurança à operação, pois mesmo que alguma das bombas pare de operar, a instalação pode funcionar com as demais máquinas, evitando a parada total do sistema. Em aplicações nas quais ocorre variação de demanda ao longo do período, a associação em paralelo pode ser vantajosa, pois o desligamento ou acionamento de bombas da associação promove flexibilidade ao sistema, garantindo bom desempenho das demais máquinas.

A associação em paralelo pode ser obtida combinando bombas individuais, conforme mostrado na Figura 2.12, ou diferentes rotores em uma mesma carcaça, como é o caso das bombas de dupla sucção ou entrada bilateral.



Para a associação em paralelo de bombas centrífugas:

- A vazão é a soma das vazões individuais de cada bomba.
- A altura de elevação é igual à altura de elevação individual de cada bomba.
- A potência de acionamento total é a soma das potências individuais de cada bomba.

#### Curva característica de elevação de associações em paralelo

A curva característica de elevação para a associação de bombas em paralelo pode ser obtida a partir das curvas características de cada uma das bombas. Considere que as curvas características das bombas A e B possam ser representadas de forma simplificada pelos seguintes polinômios de segunda ordem das Equações 2.57 e 2.58:

$$H_{A} = a_{0} + a_{1}Q_{A} - a_{2}Q_{A}^{2}$$
 (2.57)

$$H_{_B} = b_{_0} + b_{_1}Q_{_B} - b_{_2}Q_{_B}^2$$
 (2.58)

Neste caso, a curva característica de elevação da associação de duas bombas diferentes em paralelo não pode ser calculada analiticamente e uma análise numérica deve ser conduzida.

#### Exemplificando

Temos que, quando representamos as curvas características de elevação de bombas distintas a partir de polinômios de segunda ordem, ou superior, não é possível obter uma equação analítica da associação em paralelo. Isso ocorre porque tais polinômios não são inversíveis, ou seja, não é possível expressar a vazão explicitamente em função da altura de elevação. Nesses casos, é necessário o auxílio, por exemplo, de uma planilha eletrônica. Fixados os valores de vazão, são calculadas numericamente as elevações de cada bomba individualmente. Na sequência, as elevações referentes a mesma vazão são somadas. Assim, é possível obter a curva de elevação para duas bombas distintas associadas em paralelo.

Para duas bombas iguais associadas em paralelo, temos:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{2}\mathbf{Q}_{\mathbf{A}} \longrightarrow \mathbf{Q}_{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{2}}$$
 (2.59)

Substituindo a Equação 2.59 na Equação 2.57 e considerando que  $H_{_{A}} = H_{_{2P}}$ , temos:

$$H_{A} = H_{2P} = a_{0} + a_{1} \left(\frac{Q}{2}\right) - a_{2} \left(\frac{Q}{2}\right)^{2} (2.60)$$

Portanto:

$$H_{2P} = a_0 + \left(\frac{a_1}{2}\right)Q - \left(\frac{a_2}{4}\right)Q^2$$
 (2.61)

As curvas características de elevação para a associação em paralelo de duas bombas diferentes e duas bombas iguais são mostradas nas Figuras 2.13a e 2.13b, respectivamente. Quando duas bombas diferentes são arranjadas em paralelo, a associação só é possível para vazões maiores que o ponto P. Para vazões abaixo do ponto P, a bomba de menor capacidade, bomba A, não é capaz de fornecer pressão igual a bomba B e, portanto, ocorreria fluxo reverso na bomba A. Para vazões acima do ponto P, a associação é possível e a vazão da associação é igual a vazão individual de cada bomba. Para a combinação de duas bombas idênticas não há limitação da curva da associação.





Fonte: elaborada pelo autor.

#### Eficiência de associações em paralelo

Para bombas conectadas em paralelo, a potência total consumida é a soma das potências individuais de cada máquina. Considerando uma associação em paralelo de duas bombas distintas, temos:

$$P_{m,2P} = P_{m,A} + P_{m,B}$$
 (2.56)

Em que:

$$P_{m,2P} = \frac{\rho g H_{2P} Q}{\eta_{2P}} (2.62)$$
$$P_{m,A} = \frac{\rho g H_A Q_A}{\eta_A} (2.63)$$
$$P_{m,B} = \frac{\rho g H_B Q_B}{\eta_B} (2.64)$$

Como a elevação da associação é constante,  $H_{_{2P}} = H_{_A} = H_{_{B'}}$ temos que:

 $\frac{\rho g H Q}{\eta_{2P}} = \frac{\rho g H Q_{A}}{\eta_{A}} + \frac{\rho g H Q_{B}}{\eta_{B}} (2.65)$ 

Substituindo a Equação 2.54 na Equação 2.65:

$$\frac{\rho g (\mathbf{Q}_{A} + \mathbf{Q}_{B}) H}{\eta_{2P}} = \frac{\rho g H \mathbf{Q}_{A}}{\eta_{A}} + \frac{\rho g H \mathbf{Q}_{B}}{\eta_{B}} (2.66)$$

Simplificando:

$$\frac{\left(\mathbf{Q}_{A}+\mathbf{Q}_{B}\right)}{\eta_{2P}} = \frac{\mathbf{Q}_{A}}{\eta_{A}} + \frac{\mathbf{Q}_{B}}{\eta_{B}} (2.67)$$

Portanto:

$$\eta_{\mathbf{2P}} = \frac{\left(\mathbf{Q}_{A} + \mathbf{Q}_{B}\right)\eta_{A}\eta_{B}}{\mathbf{Q}_{A}\eta_{B} + \mathbf{Q}_{B}\eta_{A}} (2.68)$$

A Equação 2.68 indica que a eficiência de uma associação em paralelo de duas bombas diferentes será intermediária à eficiência individual de cada equipamento.

Para duas bombas idênticas associadas em paralelo, temos que  $Q_A = Q_B$  e  $\eta_A = \eta_B$ , portanto a Equação 2.68 se reduz a:

 $\eta_{2P} = \eta_A (2.69)$ 

A utilização de associações de bombas centrífugas é bastante usual. Pesquise e identifique aplicações que utilizam associações de bombas em série e em paralelo. Atente-se para as características de cada aplicação e como a associação é capaz de atender a essa demanda.

**Pesquise mais** 

Reflita

Dessa forma, para uma associação em paralelo de duas bombas iguais, a eficiência do arranjo é igual a eficiência individual de cada bomba. Portanto, embora seja possível associar duas bombas diferentes em paralelo, sempre que viável, é recomendada a associação de bombas idênticas.

As associações em série e em paralelo podem ser realizadas com modelos de bombas iguais ou diferentes. Quais as desvantagens e limitações de se utilizar modelos diferentes em associações de bombas?

## Sem medo de errar

Relembrando que você, aluno, é o responsável pela operação de um terminal de distribuição de combustíveis líquido, saiba que a demanda de vazão de combustível no terminal de abastecimento varia em função do número de tanques que estão sendo enchidos simultaneamente.

Em situações nas quais ocorre uma considerável variação na demanda, é inviável controlar a vazão de combustível por meio de ajuste da rotação da bomba. Nesses casos, a solução é associar múltiplas bombas em série ou em paralelo, conforme as demandas de vazão e elevação.

As curvas características de elevação e eficiência do modelo de bomba centrífuga utilizada na distribuição de gasolina, na rotação de 1750 rpm, são representadas de forma simplificada pelas equações:

 $H = 140 - 3500Q^2$  $\eta = 1300Q - 6500Q^2$ 

Em que  $[H] = m, [Q] = m^3 / s e [\eta] = \%$ 

Desenvolvendo seu raciocínio crítico e capacidade de solução de problemas, planeje a operação do sistema de bombeamento. Para isso, faça uma análise da possibilidade de associar esse modelo de bomba em série e em paralelo. Calcule as curvas características para, N bombas associadas em série, e N bombas associadas em paralelo. Qual o efeito da rotação nas curvas características das associações?

Para uma associação em série de N bombas, podemos calcular a curva característica da associação. Assim, temos:

$$H_{N,s} = N \cdot H = N (140 - 3500 Q^2)$$
$$H_{N,s} = 140 \cdot N - 3500 \cdot N \cdot Q^2$$

Em que N é o número de bombas da associação.

Em relação à eficiência, como as bombas utilizadas na associação são idênticas, a eficiência total é igual a eficiência individual das bombas. A potência total consumida no acionamento da associação pode ser calculada multiplicando-se a potência individual de uma única bomba pelo número total de bombas associadas.

Já o efeito da rotação pode ser analisado utilizando as leis de similaridade. Vamos nos referir à rotação original de 1750 rpm pelo subíndice 1 e uma nova rotação pelo subíndice 2. Portanto, a equação da associação em série pode ser escrita por:

$$H_{N,s_1} = 140 \cdot N - 3500 \cdot N \cdot Q_1^2$$

Pelas leis de similaridade, para mudança da rotação, temos que:

$$\mathbf{Q}_{1} = \mathbf{Q}_{2} \left( \frac{\omega_{1}}{\omega_{2}} \right) \mathbb{E} \mathbf{H}_{\mathbf{N}, \mathbf{s}_{2}} = \mathbf{H}_{\mathbf{N}, \mathbf{s}_{1}} \left( \frac{\omega_{2}}{\omega_{1}} \right)^{2}$$

Portanto, considerando  $\omega_1 = 1750 \, rpm$ , temos:

$$H_{N,s_2} = 140 \cdot N \left(\frac{\omega_2}{1750}\right)^2 - 3500 \cdot N \cdot Q_2^2$$
Em que N é o número de bombas associadas em série e  $\omega_{\rm 2}$  é a nova rotação em rpm.

Desse modo, essa equação pode ser utilizada para calcular a curva característica de elevação de uma associação de N bombas em série e, também, analisar os efeitos da alteração da rotação. Esse tipo de associação é empregado quando são exigidas grandes alturas de elevação. Lembrando que, no caso de associar bombas separadamente, é necessário sempre verificar se a sucção da bomba seguinte é capaz de suportar a pressão de descarga da bomba anterior.

Para uma associação em paralelo de N bombas, podemos calcular a curva característica da associação para a rotação  $\omega_1 = 1750 rpm$ , tal que:

$$H_{_{N,P}}=140-\left(\frac{3500}{N^2}\right)Q^2$$

Para a variação de rotação, temos:

$$H_{N,P} = 140 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{3500}{N^2}\right) Q^2$$

Para  $\omega_1 = 1750 \, rpm$ :

$$H_{N,P} = 140 \left(\frac{\omega_2}{1750}\right)^2 - \left(\frac{3500}{N^2}\right) Q^2$$

Portanto, podemos concluir que essa equação pode ser utilizada para calcular a curva característica de elevação de uma associação de N bombas em paralelo, e também, analisar os efeitos da alteração da rotação. Esse tipo de associação é empregado quando são exigidas grandes vazões.

As equações resultantes dessas análises podem ser facilmente implementadas em um programa ou até mesmo em uma planilha eletrônica, sendo útil para planejar a operação do sistema de bombeamento.

## Avançando na prática

#### Análise de uma associação de bombas em paralelo

#### Descrição da situação-problema

Você é o responsável técnico pelo sistema de bombeamento de uma estação de distribuição de água potável. O parque de bombas da estação é responsável por abastecer uma grande região da cidade. O consumo de água da população varia ao longo do dia, sendo que os picos de demanda acontecem nas primeiras horas do dia e no início da noite. No restante do período, o consumo diminui consideravelmente. O sistema de bombeamento da estação é composto por uma associação de duas bombas de alta capacidade de vazão, instaladas em paralelo. Por causa de uma falha de uma das bombas da associação, é necessário analisar a viabilidade de substitui-la temporariamente por uma bomba de menor capacidade, já disponível. As curvas características da bomba original, chamada de Bomba A, e da bomba de menor capacidade, chamada de Bomba B, são mostradas a seguir, em que  $[H] = m, [Q] = m^3 / s$ :

Bomba A:

$$H_{A} = 49,0 - 16,0Q^{2}$$

Bomba B:

$$H_{_{\rm B}} = 36,0 - 36,0Q^2$$

Analise a viabilidade de associar essas duas bombas diferentes em paralelo. Qual será a curva característica desta associação? Existe alguma restrição para a operação desse arranjo de bombas? Analise a associação e apresente suas conclusões.

#### Resolução da situação-problema

A curva característica da associação não pode ser encontrada analiticamente, portanto analisaremos esse arranjo com o auxílio de uma planilha eletrônica. Uma maneira de desenvolver essa análise é fixar alguns valores de elevação e calcular a vazão de operação de cada bomba individualmente. Assim, fixado um valor de altura de elevação, a vazão da associação será a soma das vazões individuais de cada bomba. Essa análise é mostrada na Tabela 2.4.

Н (m)	Q <sub>A</sub> (m³/s)	Q <sub>в</sub> (m³/s)	Q <sub>2Р</sub> (m³/s)
0	1,750	1,000	2,750
4	1,677	0,943	2,620
8	1,600	0,882	2,482
12	1,521	0,816	2,337
16	1,436	0,745	2,181
20	1,346	0,667	2,013
24	1,250	0,577	1,827
28	1,146	0,471	1,617
32	1,031	0,333	1,364
36	0,901	0,000	0,901
40	0,750	-	-
44	0,559	-	-
48	0,250	-	-
49	0,000	-	-

Tabela 2.4 | Associação de duas bombas diferentes em paralelo

Fonte: elaborada pelo autor.

A partir dos dados obtidos nesta tabela, é possível plotar as curvas da Figura 2.14.





Fonte: elaborada pelo autor.

Podemos observar que, de fato, a Bomba B possui menor capacidade do que a Bomba A. A vazão máxima da Bomba A é aproximadamente 75% maior do que a da Bomba B. Para a altura de elevação, a Bomba A fornece no máximo 49,0 m, enquanto a Bomba B fornece no máximo 36,0 m. Essa diferença na capacidade de elevação faz com que a associação fique limitada, sendo viável a associação apenas para vazões maiores que 0,91  $m^3/h$ .

## Faça valer a pena

**1.** As associações de bombas centrífugas são frequentemente utilizadas em aplicações industriais. Esses arranjos em série ou paralelo são empregados devido às necessidades de dimensionamento, considerando as demandas relacionadas à vazão e elevação, que não podem ser supridas por uma única bomba.

Sobre as associações de bombas centrífugas, são feitas as seguintes afirmações:

- I Na associação em série de bombas centrífugas, a pressão total é igual à somatória da pressão fornecida por cada bomba, enquanto a vazão que escoa por cada bomba é a mesma.
- II Na associação de bombas centrífugas em paralelo, a vazão total é igual à somatória de vazões de todas as bombas.
- III Quando duas bombas diferentes são associadas em série ou paralelo, para um dado ponto de operação, a eficiência da associação é igual a menor eficiência entre as bombas associadas.
- IV Quando duas bombas diferentes são associadas em série ou paralelo, para um dado ponto de operação, a eficiência da associação é igual a maior eficiência entre as bombas associadas.
- V Quando duas bombas diferentes são associadas em série ou em paralelo, a eficiência da associação é intermediária entre as eficiências de cada bomba.

Analisando as afirmações, é correto o que se afirma em:

- a) I e II, apenas.
- b) I, II e III, apenas.
- c) I, II e IV, apenas.
- d) I e V, apenas.
- e) I, II e V, apenas.

**2.** As curvas características de elevação de dois modelos de bombas distintas, Bomba A e Bomba B, são ilustradas na figura a seguir:

Figura 2.15 | Curvas características de elevação das Bombas A e B.



Fonte: elaborada pelo autor.

Se três bombas forem associadas em série, sendo duas delas do modelo da Bomba A e uma do modelo da Bomba B, para a vazão de 150 L/s, a altura de elevação total dessa associação será de:

- a) 16 m.
- b) 20 m.
- c) 24 m.
- d) 28 m.
- e) 32 m.

**3.** As curvas características de elevação e eficiência de duas bombas centrífugas A e B são representadas pelas equações a seguir:

Bomba A:

 $H_{A} = 32,0 - 0,005Q^{2}$ 

 $\eta_{A} = 3,5Q - 0,04375Q^{2}$ 

Bomba B:

 $H_{\rm B} = 21,6-0,006Q^2$ 

 $\eta_{\rm B} = 4,2Q - 0,070Q^2$ 

Em que [H] = m,  $[Q] = L / s e [\eta] = \%$ .

Quando as Bombas A e B são associadas em série e operam com vazão de operação de 40 L/s, a altura de elevação e eficiência são, respectivamente, iguais a:

a) 36,0 m e 70,0%.
b) 36,0 m e 56,0%.
c) 36,0 m e 64,6%.
d) 18,0 m e 70,0%.
e) 18,0 m e 63,0%.

## Referências

ÇENGEL, Y. A, CIMBALA, J. N. Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications. Nova lorgue: Editora McGraw Hill, 2006.

FOX, W. R.; McDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. Introdução à Mecânica dos Fluidos. 6 ed. São Paulo: Editora LTC, 2006.

HENN, E. A. L. Máquinas de Fluido. São Paulo: Editora UFSM, 2012.

KBS. Manual de curvas características, N<sup>\*</sup>A2740/42/44.1P/E/S/7, 2013. Disponível em: <a href="http://old.weg.net/br/Produtos-e-Servicos/Drives/Inversores-de-Frequencia">http://old.weg.net/br/Produtos-e-Servicos/Drives/Inversores-de-Frequencia</a>. Acesso em: 18 nov. 2017

MACINTYRE, A. J. Máquinas Hidráulicas. São Paulo: Editora Guanabara, 1983.

MOODY, L. F., "Hydraulic Machinery". In: DAVIS, C. V. Handbook of Applied Hydraulics. New York: McGraw Hill, 1942.

## **Unidade 3**

## Cavitação, curva de carga de sistemas e aplicação a sistemas de fluidos

#### Convite ao estudo

Prezado aluno, o projeto de um sistema de bombeamento geralmente é motivado por uma demanda de vazão. Partindose dessa condição, devem ser dimensionados tanto o sistema de tubulação, que conduzirá o fluido, quanto a bomba, que fornecerá energia. Portanto, teremos dois sistemas sendo integrados: tubulação e bomba. Nesta Unidade de Ensino vamos estudar conceitos fundamentais para o projeto e análise de sistemas de bombeamento.

Na seção inicial, abordaremos o problema da cavitação, um fenômeno que pode ocorrer nas máquinas de fluxo, causando problemas em sua operação. Vamos analisar quais parâmetros influenciam na ocorrência da cavitação, e assim, estudar como esse problema pode ser evitado. Na segunda seção, estudaremos os sistemas de tubulação em que as bombas são instaladas. Analisaremos os requisitos energéticos necessários para o escoamento do fluido nas tubulações e definiremos as chamadas curvas de carga do sistema. Finalmente, na terceira seção, vamos estudar a aplicação nos sistemas de fluidos, que é a integração entre bomba e sistema de tubulação.

Assim, ao final desta unidade você conhecerá mais sobre cavitação, curva de carga de sistemas e, também, cálculo do ponto de operação em sistemas de fluidos.

Nesta unidade, seu conhecimento adquirido será consolidado inserindo você, aluno, em uma situação profissional típica. Você será colocado em uma função técnica em uma empresa de consultoria em projetos hidráulicos. O projeto e análise de estações elevatórias de água são as situações mais freguentes do seu cotidiano de trabalho. As estacões elevatórias podem ser utilizadas para captação, adução, tratamento e distribuição de água. Essas estações consistem, basicamente, em bombas centrífugas que elevam a água entre desníveis geográficos, podendo transportá-la por grandes distâncias. Em funcão da operação contínua dessas bombas, a maior parte do custo operacional é devido ao gasto com energia elétrica. Assim, além de atender os reguisitos de projeto, tais como elevação e vazão, é necessário que os equipamentos trabalhem com eficiência energética adequada.

Dentro da infinidade de opções, você deve desenvolver o raciocínio crítico e de solução de problemas, para responder corretamente aos seguintes questionamentos: como é possível evitar o problema da cavitação em bombas centrífugas? Como podemos quantificar a energia que a bomba deve fornecer ao fluido em um sistema de bombeamento? Qual é o ponto de operação de um sistema de bombeamento?

Você está apto a assumir essa função? Vamos desenvolver as habilidades técnicas necessárias ao longo desta unidade. Bons estudos!

# Seção 3.1

## Cavitação em turbomáquinas

## Diálogo aberto

Caro aluno, ao desmontarmos uma bomba centrífuga que apresenta operação irregular, tal como vibração, ruído e queda de desempenho, é comum nos depararmos com desgastes em regiões específicas das superfícies das pás do rotor. Esse desgaste é caracterizado por porosidade nas superfícies metálicas, podendo, em alguns casos extremos, causar falha estrutural no componente. Esse tipo de problema operacional é causado pelo fenômeno conhecido como cavitação. Portanto, nesta seção nosso objetivo é estudar esse problema operacional que pode acontecer nas máquinas de fluxo. Inicialmente, vamos compreender fisicamente como ocorre a cavitação. Assim, poderemos avaliar a sua ocorrência e estudar maneiras de evitá-la.

Nesta unidade, você, aluno, será inserido em uma função técnica em uma empresa de consultoria de projetos hidráulicos. Você recebeu o projeto de uma estação elevatória e deve analisá-lo com o objetivo de verificar a ocorrência de cavitação na bomba centrífuga utilizada. A estação elevatória, mostrada esquematicamente na Figura 3.1, irá bombear água de um rio para um reservatório. A tubulação de sucção possui diâmetro interno de 4" e comprimento linear de 20 m. A distância vertical entre a sucção da bomba e a superfície livre do rio é  $h_1 = 2,0 \text{ m}$ . Os principais acessórios da tubulação de sucção são uma curva de 90° de raio longo e uma válvula de esfera. Figura 3.1 | Representação esquemática da instalação de elevação de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

Os comprimentos equivalentes adimensionais (L<sub>e</sub>/D) da válvula de esfera e da curva são 600 e 30, respectivamente. A temperatura de operação da água é 20 °C. A bomba selecionada no projeto possui rotor de 219 mm e sua curva de NPSH requerido é mostrada na Figura 3.2.

Figura 3.2 | Curvas caracteristicas da bomba da estação de elevação de água.



Fonte: KSB (2013, p. 52).

Baseado nesses dados, desenvolvendo seu raciocínio crítico e a capacidade de solução de problemas, faça a análise da instalação, verificando a possibilidade de ocorrência de cavitação. Para isso, obtenha a curva de NPSH disponível. A bomba estará sujeita a cavitação? Qual a vazão máxima de operação segura quanto a cavitação? Faça essa análise e apresente os resultados e suas recomendações para a instalação de bombeamento proposta pelo seu cliente.

Para realizar essa análise será necessário compreender a cavitação e saber os conceitos de NPSH disponível e requerido.

Bons Estudos!

## Não pode faltar

#### Cavitação

Para compreendermos o fenômeno da cavitação é necessário relembrar um conceito fundamental da termodinâmica: a pressão de saturação. A pressão de saturação é a pressão em que ocorre a mudança de fase a uma dada temperatura, chamada de temperatura de saturação. A pressão de saturação e a temperatura de saturação são propriedades termodinâmicas da substância e são dependentes entre si. Por exemplo, sabemos que a água pura à pressão atmosférica evapora na temperatura de 100°C. Assim, para temperatura de saturação de 100°C a pressão de saturação é de 101,3*kPa*. A Tabela 3.1 e a Figura 3.3 apresentam a pressão e temperatura de saturação para a água.

Т	Р	
(° <i>C</i> )	( <i>kPa</i> )	
0,01	0,6113	
5	0,8721	
10	1,2276	
15	1,705	
20	2,339	
25	3,169	
30	4,246	
35	5,628	
40	7,384	
45	9,593	
50	12,350	
55	15,758	
60	19,941	
65	25,03	
70	31,19	
75	38,58	
80	47,39	

Tabela 3.1 | Tabela de pressão e temperatura de saturação da água.

Fonte: Borgnakke e Sonntag (2012).

De acordo com a Figura 3.3, para uma dada temperatura de saturação, se a pressão for maior que a pressão de saturação, a substância estará na fase líquida. No entanto, se a pressão for menor que a pressão de saturação, a substância estará na fase gasosa. Caso a pressão seja igual a pressão de saturação, há coexistência entre a fase líquida e a fase gasosa.

O fenômeno da cavitação em máquinas de fluxo, seja em bombas ou turbinas, está diretamente relacionado com a pressão de saturação (ou pressão de vapor). Devido a própria natureza do escoamento ou em função da interação entre as pás e o fluido, a pressão absoluta pode diminuir localmente em pontos específicos da máquina. Se a pressão absoluta for menor que a pressão de saturação, o fluido irá evaporar e formar pequenas bolhas de vapor.





Fonte: elaborada pelo autor.

Devido à força de arrasto, essas bolhas de vapor são carregadas pelo líquido e escoam até regiões de maior pressão. Sendo que, no momento em que a pressão absoluta excede a pressão de saturação, o equilíbrio entre as fases é alterado e o vapor condensa instantaneamente, causando o colapso das bolhas. O volume antes ocupado pelas bolhas de vapor passa a ser ocupado pelo líquido, criando micro jatos, conforme mostrado na Figura 3.4. Quando o colapso das bolhas ocorre próximo às superfícies da máquina, o choque dos jatos a alta velocidade com as paredes provoca acentuados picos de pressão, causando danos estruturais que desgastam as superfícies, principalmente, do rotor. A repetição contínua desse processo de desgaste por erosão pode levar a falha dos componentes da máquina.



Figura 3.4 | Implosão das bolhas de vapor na cavitação.

Superfície

Fonte: elaborada pelo autor.



A cavitação é um fenômeno que ocorre nas máquinas de fluxo e componentes hidráulicos e consiste na formação e subsequente colapso de bolhas de vapor do fluido devido às variações de pressão, durante seu escoamento.

Sendo que a cavitação pode ocorrer também na região chamada *bulk* de líquido, distante da parede, que não provoca erosão do material. De qualquer maneira, esse processo também é considerado cavitação. Sintetizando os conceitos, a cavitação é o processo de formação de "cavidades" de vapor devido à redução local de pressão.

As consequências do fenômeno de cavitação dependem de diversos fatores, tais como: o tempo em que a máquina fica sujeita a cavitação, a intensidade do colapso das bolhas, as propriedades do fluido e a resistência do material ao desgaste. Em geral, além da erosão das superfícies, a cavitação provoca ruído, vibração e alteração nas curvas características. O ruído e a vibração são consequências das instabilidades e características transientes geradas pelo colapso das bolhas no interior da máquina. O desempenho da bomba também é afetado pela cavitação, pois neste caso, ocorre diminuição da capacidade do equipamento de transferir energia ao fluido, reduzindo a sua eficiência.

Pesquise mais

Pesquise mais sobre a cavitação. Para isso, assista ao vídeo sobre "Cavitação", disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=K\_w3gcvA871">https://www.youtube.com/watch?v=K\_w3gcvA871</a>. Acesso em: 21 nov. 2017.

Neste vídeo, o fenômeno da cavitação é mostrado experimentalmente em vários componentes hidráulicos.

#### NPSH

A ocorrência da cavitação pode ser evitada se a pressão for mantida acima da pressão de saturação em todos os pontos da máquina. Para garantir uma operação segura, quanto a cavitação, é necessário quantificar a disponibilidade de energia que o fluido possui na sucção da bomba. Para isto, utilizamos o parâmetro chamado NPSH, do inglês *Net Positive Suction Head*, ou altura líquida de sucção positiva.

### NPSH disponível

O **NPSH** disponível, ou **NPSH**<sub>D</sub>, é definido como sendo a diferença entre a pressão absoluta de estagnação na sucção da bomba e a pressão de vapor do fluido, expressa em altura de coluna de líquido, tal que:

$$NPSH_{D} = \frac{P_{s}}{\rho g} + \frac{V_{s}^{2}}{2g} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$
(3.1)

Em que  $P_s$  é a pressão estática absoluta na sucção da bomba,  $V_s$  é a velocidade média do escoamento, também, na sucção da bomba, e  $P_v$  é a pressão de saturação (ou pressão de vapor) do fluido correspondente à temperatura de trabalho. Portanto, o  $NPSH_p$ é um parâmetro característico da instalação e independe da bomba utilizada.

Na fase de projeto da instalação de bombeamento, o  $NPSH_{p}$  pode ser calculado aplicando-se a equação da conservação de energia entre o reservatório e a sucção da bomba. Vamos calcular o  $NPSH_{p}$  para os dois tipos de instalações ilustradas nas Figura 3.5. Inicialmente, considere a instalação da Figura 3.5 (a), conhecida como sucção negativa ou não afogada.

A equação da conservação de energia aplicada entre a superfície do reservatório e a sucção da bomba fornece:

$$\left(\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1\right) - \left(\frac{P_s}{\rho g} + \frac{V_s^2}{2g} + Z_s\right) = H_{perdas}$$
(3.2)

Na qual os subíndices 1 e **s** indicam a superfície livre do reservatório e a sucção da bomba, respectivamente e  $H_{perdas}$  é a perda de carga total do escoamento entre os pontos 1 e **s**.

Para resolver a Equação 3.2, vamos considerar:

Reservatório aberto, portanto, a pressão  $P_1$  é igual a pressão atmosférica  $P_{atm}$ .

Reservatório suficientemente grande. Consequentemente, seu nível é constante, portanto:  $V_1 \approx 0$ .

A cota na direção vertical possui origem na sucção da bomba, assim  $z_s = 0$  e  $z_1 = -h$ .

Figura 3.5 | Representação esquemática das instalações de bombas: (a) bomba com sucção negativa ou não afogada e (b) bomba com sucção positiva ou afogada.



Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, a Equação 3.2 pode ser escrita por:

$$\left(\frac{P_{atm}}{\rho g} - h\right) - \left(\frac{P_s}{\rho g} + \frac{V_s^2}{2g}\right) = H_{perdas}$$
(3.3)

Isolando os termos referentes a sucção da bomba, temos:

$$\left(\frac{P_s}{\rho g} + \frac{V_s^2}{2g}\right) = \frac{P_{atm}}{\rho g} - h - H_{perdas}$$
(3.4)

Substituindo a Equação 3.4 na Equação 3.1 é possível determinar o **NPSH**<sub>p</sub>. Assim,

$$NPSH_{D} = \frac{P_{atm}}{\rho g} - h - H_{perdas} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$
(3.5)

Sendo que a perda de carga representada pelo termo  $H_{perdas}$  depende da vazão. Portanto, o  $NPSH_{D}$  na sucção da bomba varia em função da vazão. Quanto maior a vazão, maior a perda de carga e, consequentemente, menor o  $NPSH_{D}$ .

Para a instalação com sucção positiva ou afogada, representada na Figura 3.5 (b), o raciocínio para o cálculo do  $NPSH_D$  é análogo. Neste caso, o termo referente a energia potencial gravitacional no ponto 1 é positivo, resultando em:

$$NPSH_{D} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + h - H_{perdas} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$
(3.6)

Em instalações em que o reservatório é fechado, é necessário somar a pressão manométrica à pressão atmosférica nas Equações 3.5 e 3.6.

Quando a instalação está em operação e existe um manômetro instalado na sucção da bomba, não é necessário aplicarmos a equação da conservação de energia, portanto, o  $NPSH_{D}$  pode ser determinado diretamente pela Equação 3.1.

### **NPSH requerido**

O **NPSH** requerido, ou **NPSH**<sub>R</sub>, é uma característica da bomba que é obtida experimentalmente pelo fabricante do equipamento. Segundo a norma API 610, a obtenção do **NPSH**<sub>R</sub> consiste em fixar a rotação e a vazão e reduzir gradativamente o **NPSH**<sub>D</sub> até que a altura de elevação seja reduzida 3% em relação a operação livre de cavitação. Esse procedimento é repetido para diferentes valores de vazão e, assim, é obtida a curva de **NPSH**<sub>R</sub> em função da vazão, que é fornecida nos catálogos dos fabricantes.

Portanto, o  $NPSH_{R}$  expressa o valor mínimo de disponibilidade de energia na sucção da bomba para que não ocorra cavitação. Assim, definida uma vazão, a bomba deve operar respeitando o seguinte critério:

$$NPSH_{D} \ge NPSH_{R}$$
 (3.7)

Na prática, por segurança, é utilizada uma margem entre o  $NPSH_{R}$  e o  $NPSH_{D}$  de no mínimo 10 a 15%, não inferior a 0,5 metros.

Um método alternativo para estimar o  $NPSH_R$  é dado pelo coeficiente de Thoma  $(\sigma)$ , também conhecido como coeficiente de cavitação, definido por:

$$\sigma = \frac{NPSH_{D}}{H}$$
(3.8)

O coeficiente de Thoma pode ser obtido por meio de correlações ou ábacos, em função da velocidade específica da máquina. No entanto, sempre que possível é recomendado a utilização do  $NPSH_{R}$  fornecido nos catálogos do fabricante. Portanto, o procedimento baseado no coeficiente de Thoma é utilizado apenas para os casos em que esses dados não estão disponíveis.

### Exemplificando

Um exemplo de curva característica de  $NPSH_R$  para uma bomba centrífuga é mostrado na Figura 3.6. Neste gráfico são apresentados os valores de  $NPSH_R$  para os diâmetros máximo e mínimo disponíveis para este modelo de bomba. Em geral, conforme podemos observar na figura, o  $NPSH_R$  aumenta com o aumento da vazão.



Figura 3.6 | Curvas características de altura de elevação e NPSH<sub>a</sub>.

Nas instalações em que o  $NPSH_{p}$  é menor do que o  $NPSH_{R}$  são necessárias modificações para garantir que a cavitação não ocorra. Os fatores que modificam o  $NPSH_{p}$  podem ser identificados nas equações 3.5 e 3.6. Os casos mais críticos quanto à ocorrência da cavitação ocorrem nas instalações com altura de sucção negativa. Portanto, a partir da Equação 3.5 é possível verificar que o único termo que contribui para o  $NPSH_{p}$  é a pressão atmosférica, enquanto que o restante dos termos da equação tendem a reduzir a energia disponível do fluido na sucção da bomba. Assim, o aumento do  $NPSH_{D}$  está relacionado com a diminuição desses termos negativos. O  $NPSH_{D}$  irá aumentar com a diminuição da perda de carga na sucção e com a redução do desnível negativo h. A perda de carga na sucção pode ser reduzida aumentando-se o diâmetro e diminuindo-se o comprimento de tubulação.

No caso de instalações com bombas afogadas, ou com sucção positiva, o  $NPSH_{D}$  pode ser aumentado pela elevação do desnível h entre a superfície do tanque e a sucção da bomba. A distância h também é chamada de submergência da bomba.

Em casos em que é necessário operar a instalação em faixas nas quais ocorrem problemas de cavitação, a metalurgia empregada na fabricação dos componentes das máquinas de fluxo deve garantir a resistência à erosão. Nessas situações, quais são as propriedades mecânicas desejadas para os materiais? Quais metais são mais resistentes à erosão ocorrida pelo fenômeno de cavitação?

Reflita

## Sem medo de errar

Relembrando que você exerce uma função técnica em uma empresa de consultoria de projetos hidráulicos e, desenvolvendo seu raciocínio crítico e capacidade de solução de problemas, você deve analisar se o projeto de uma estação elevatória de água está segura quanto à ocorrência do fenômeno de cavitação. A estação elevatória irá bombear água de um rio para um reservatório. A tubulação de sucção possui diâmetro interno de 4" e comprimento linear de 20 m. A distância vertical entre a sucção da bomba e a superfície livre do rio é  $h_1 = 2,0 \text{ m}$ . Os principais acessórios da tubulação de sucção são uma curva de 90° de raio longo e uma válvula de esfera. A instalação é mostrada esquematicamente na figura 3.1 a seguir. Os comprimentos equivalentes adimensionais (L<sub>e</sub>/D) da válvula de esfera e da curva são 600 e 30, respectivamente. A temperatura de operação da água é 20 °C.

Figura 3.1 | Representação esquemática da instalação de elevação de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

A bomba selecionada no projeto possui rotor de 219 mm e sua curva de NPSH requerido é mostrada na Figura 3.2.

A análise deve ser iniciada determinando-se a curva de  $NPSH_D$  para a instalação. Neste caso, a bomba possui sucção negativa. Portanto, ao  $NPSH_D$  pode ser calculado pela Equação (3.5), tal que:

$$NPSH_{D} = \frac{P_{atm}}{\rho g} - h - H_{perdas} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$

Em que:

 $P_{atm} = 101,3 \, kPa$   $ho = 998 \, kg \, / \, m^3$   $g = 9,81 \, m \, / \, s^2$   $h = 2,0 \, m$  $P_v \left(T = 20^\circ C\right) = 2,339 \, kPa$  (Tabela 3.1)



Figura 3.2 | Curvas caracteristicas da bomba da estação de elevação de água.

Fonte: KSB (2013, p. 52).

A perda de carga  $H_{perdas}$  é calcula pela soma da perda de distribuída e localizada, tal que:

$$H_{\text{perdas}} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + f \frac{\sum (L_e)}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{\left[\sum (L_e) + L\right]}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Lembrando que Q = VA, temos:

$$H_{perdas} = f \frac{\left[\sum (L_e) + L\right]}{D} \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Na qual A é a área da seção transversal interna do tubo.

Substituindo a equação da perda de carga no cálculo do  $NPSH_{p}$ , temos:

$$NPSH_{D} = \frac{P_{atm}}{\rho g} - h - \left\{ f \frac{\left[\sum \left(L_{e}\right) + L\right]}{D} \frac{Q^{2}}{2gA^{2}} \right\} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$

Substituindo as variáveis, temos:



Portanto, o  $NPSH_{p}$  é função da vazão e do fator de atrito. Como o fator de atrito também é uma função da vazão, uma maneira simples de determinar a relação entre  $NPSH_{p}$  e vazão é por meio de uma tabela. Vamos fixar nesta tabela a vazão variando dentro da faixa operacional da curva da bomba, ou seja, de 0 até  $100 m^{3} / h$ . Para cada valor de vazão é necessário calcular o fator de atrito e o  $NPSH_{p}$ . Para o cálculo do fator de atrito, vamos considerar a equação de Blasius para tubo liso, tal que:

### $f = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0,25}$

Na qual Re representa o número de Reynolds do escoamento.

Realizando esse procedimento, temos os resultados apresentados na Tabela 3.2.

Q	V	Re	f	NPSH
( <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>h</i> )	( <i>m / s</i> )	(- )	(- )	( <i>m</i> )
0	0,0	0	-	-
10	0,3	34730	0,023	7,99
20	0,7	69459	0,019	7,72
30	1,0	104189	0,018	7,32
40	1,4	138919	0,016	6,81
50	1,7	173648	0,015	6,19
60	2,1	208378	0,015	5,47
70	2,4	243108	0,014	4,65
80	2,7	277838	0,014	3,74
90	3,1	312567	0,013	2,75
100	3,4	347297	0,013	1,66

Tabela 3.2 | Cálculo da curva de NPSH

Fonte: elaborada pelo autor.

 $\bigcirc$  **NPSH**<sub>D</sub> e o **NPSH**<sub>R</sub> podem ser plotados em função da vazão, conforme mostrado na Figura 3.7. A análise da ocorrência do fenômeno de cavitação na instalação pode ser realizada baseada neste gráfico. Assim, até a vazão de **85***m*<sup>3</sup> / *h*, o **NPSH**<sub>D</sub> é maior que o **NPSH**<sub>R</sub> e a bomba opera sem risco de cavitação. No entanto, acima dessa vazão, o **NPSH**<sub>D</sub> é menor que o **NPSH**<sub>R</sub> e a energia disponível ao fluido na sucção da bomba não é mais suficiente para evitar a cavitação.

Portanto, baseado neste resultado e observando a curva característica, podemos concluir que a vazão de  $85m^3/h$  está próxima da região do ponto de melhor eficiência (BEP). Portanto, é provável que a bomba opere próxima a essa vazão crítica. Dessa forma, é recomendado que seja aumentado o  $NPSH_p$  da instalação, fazendo com que o ponto de vazão máxima permitida se desloque para a direita do gráfico. Neste caso, o aumento do  $NPSH_p$  pode ser obtido a partir da redução na perda de carga por meio do aumento do diâmetro da tubulação.





Fonte: elaborada pelo autor.

Com os resultados de sua análise em mãos, você deve apresentar ao seu cliente os resultados e suas recomendações para a instalação de bombeamento proposta.

## Avançando na prática

#### Cálculo do nível mínimo do reservatório

#### Descrição da situação-problema

Você é o responsável pela operação de captação de água que abastece um processo de lavagem de minério. A água é captada em um lago e é elevada até a planta de lavagem por meio de uma bomba centrífuga. No período de estiagem, o nível do lago diminui e, entre outros problemas, pode ocorrer a cavitação na bomba. Sabe-se que durante a operação normal de captação, o desnível entre a sucção da bomba e a superfície do reservatório é de 1,0 metros, conforme mostrado na Figura 3.8. A vazão de processo deve ser mantida em  $60 m^3 / h$  para uma boa eficiência da lavagem do minério. Nesta vazão, a bomba reguer NPSH = 2,5 m. Sabe-se, também, que a tubulação de sucção possui diâmetro interno de 3", comprimento linear de 18,0 m, além de singularidades, tais como válvulas, curvas e uniões, que somam um comprimento equivalente de tubulação de 16,0 m. Considerando uma margem de segurança de 10% em relação ao NPSH, analise qual é a maior variação de nível permitida no lago sem que ocorra cavitação na bomba. Considere a temperatura de operação da água 30 °C.

Figura 3.8 | Representação esquemática da instalação de captação de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

#### Resolução da situação-problema

Para essa análise, vamos considerar que a vazão se mantem constante e igual a  $60 m^3 / h$ independentemente do nível do reservatório.

Para uma margem de segurança de 10% no  $NPSH_R$ , temos que calcular o nível mínimo do reservatório que fornecerá  $NPSH_D = (1,1\cdot2,5)m$  na sucção da bomba.

Nesta instalação, a bomba é não afogada, ou de altura de sucção negativa. Assim, podemos calcular o  $NPSH_R$  utilizando a Equação 3.5, tal que:

$$NPSH_{D} = \frac{P_{atm}}{\rho g} - h - H_{perdas} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$

Isolando a altura de sucção **h**, temos:

$$h = \frac{P_{atm}}{\rho g} - NPSH_{D} - H_{perdas} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$

Em que:

 $NPSH_{D} = 2,75 m$  $P_{atm} = 101,3 kPa$  $\rho = 998 kg / m^{3}$  $g = 9,81 m / s^{2}$ 

$$P_{v}(T=30\,^{\circ}C)=4,246\,kPa$$
 (Tabela 3.1)

A perda de carga na tubulação de sucção  $H_{_{perdas}}$  é calculada pela soma da perda de distribuída e localizada, tal que:

$$H_{perdas} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + f \frac{\sum (L_e)}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{\left[\sum (L_e) + L\right]}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Lembrando que Q = VA, temos:

$$H_{perdas} = f rac{\left[\sum \left(L_{e}
ight) + L
ight]}{D} rac{Q^{2}}{2gA^{2}}$$

Em que:

$$L = 18,0m$$

$$L_e = 16m$$

$$D = (3 \cdot 0,0254) = 0,0762m$$

$$Q = \left(\frac{60}{3600}\right)m^3 / s$$

$$A = \left(\frac{\pi \cdot 0,0762^2}{4}\right)m^2$$
Para o cálculo do fator de a

Para o cálculo do fator de atrito, vamos considerar a equação de Blasius para tubo liso, tal que:

$$f = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0.25}$$

$$f = 0,316 \cdot \left(\frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}\right)^{-0.25}$$

$$f = 0,316 \cdot \left(\frac{998 \cdot \left(\frac{60 \cdot 4}{3600 \cdot \pi \cdot 0,0762^2}\right) \cdot 0,0762}{0,001}\right)^{-0.25} \approx 0,014$$

Portanto, a perda de carga na tubulação de sucção é:

$$H_{perdes} = 0,014 \cdot \frac{\left(18 + 16\right)}{0,0762} \cdot \frac{\left(\frac{60}{3600}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 0,0762^2}{4}\right)^2} = 4,25 \ m$$

Resolvendo a equação inicial para a altura de sucção negativa, temos que:

$$h = \frac{P_{atm}}{\rho g} - NPSH_{D} - H_{perdas} - \frac{P_{v}}{\rho g}$$
$$h = \frac{101,3 \cdot 1000}{998 \cdot 9,81} - 2,75 - 4,25 - \frac{4,246 \cdot 1000}{998 \cdot 9,81} = 2,90 \, m$$

Portanto, concluímos que o máximo de desnível entre a sucção da bomba e o nível do reservatório, para que não ocorra cavitação, é de 2,90 m. Ou seja, a altura máxima de sucção negativa é 2,90 m. Isso permite uma redução de nível do reservatório de 1,90 m em relação a operação normal.

## Faça valer a pena

**1.** A cavitação é um problema operacional que pode ser observado nas máquinas de fluxo. A ocorrência contínua da cavitação pode causar danos estruturais na máquina, além de prejudicar seu desempenho.

Sobre a cavitação em máquinas de fluxo, são feitas as seguintes afirmações:

I – A cavitação ocorre devido à redução da pressão abaixo da pressão de vapor. Quando isso acontece, parte do líquido vaporiza e bolhas são formadas. Ao atingirem regiões de maior pressão essas bolhas sofrem colapso, provocando ondas de choques que podem causar erosão na máquina.

 II – A cavitação ocorre quando a pressão na sucção do equipamento é menor que a pressão atmosférica, provocando entrada de ar na máquina.

 III – O NPSH requerido representa a quantidade mínima de energia que deve existir na sucção da máquina para que não ocorra cavitação.

IV – O NPSH disponível é uma característica da máquina de fluxo, sendo esse parâmetro obtido por meio de testes experimentais.

V – Para que não ocorra cavitação, o NPSH disponível na descarga de uma bomba deve ser maior do que o NPSH requerido pelo equipamento.

Analisando as afirmações apresentadas no texto-base, é correto o que se afirma em:

- a) I, II e III, apenas.
- b) II e III, apenas.
- c) I e III, apenas.
- d) III e IV, apenas.
- e) I, III e V, apenas.
- 2. A cavitação em bombas centrífugas acontece quando a pressão é reduzida localmente abaixo da pressão de saturação do fluido. O parâmetro de projeto utilizado para verificar a ocorrência da cavitação é o NPSH, que quantifica a energia mínima que deve existir na sucção da bomba para que o fluido não mude de fase.

Quando o NPSH disponível em uma instalação com bomba afogada é insuficiente para evitar a cavitação, esse parâmetro pode ser aumentado:

 a) Reduzindo o diâmetro da tubulação de sucção e a submergência da bomba.

- b) Aumentando o diâmetro da tubulação de sucção e reduzindo a submergência da bomba.
- c) Reduzindo o diâmetro da tubulação de sucção e aumentando a submergência da bomba.
- d) Aumentando o diâmetro da tubulação de sucção e a submergência da bomba.
- e) Aumentando a submergência da bomba e a perda de carga da tubulação de sucção.
- 3. A figura 3.9 a seguir apresenta curvas de NPSH em função da vazão de operação de um sistema de bombeamento. Esse tipo de curva é utilizado no projeto de sistemas hidráulicos com o objetivo de evitar a ocorrência do fenômeno de cavitação nas bombas centrífugas.



Figura 3.9 | Curvas de NPSH em função da vazão.

Fonte: elaborada pelo autor.

As curvas A e B apresentadas no texto-base representam, respectivamente:

- a) curva de NPSH requerido e curva de NPSH disponível, sendo Q<sub>o</sub> a vazão máxima de operação sem cavitação.
- b) curva de NPSH requerido e curva de NPSH disponível, sendo  ${\rm Q_{o}}\,$  a vazão mínima de operação sem cavitação.
- c) curva de NPSH disponível e curva de NPSH requerido, sendo **Q**<sub>o</sub> a vazão máxima de operação sem cavitação.
- d) curva de NPSH disponível e curva de NPSH requerido, sendo Q<sub>o</sub> a vazão mínima de operação sem cavitação.
- e) curva de NPSH requerido e curva de NPSH disponível, sendo  $Q_o$  a vazão de operação do sistema.

# Seção 3.2

## Curvas de carga de sistemas

## Diálogo aberto

Caro aluno, nas seções anteriores focamos nossos estudos nas máquinas de fluxo, em específico nas bombas centrífugas. Nesta seção, estudaremos os sistemas de bombeamento em que essas bombas são instaladas. O sistema de bombeamento consiste em toda infraestrutura de tubos, reservatórios e acessórios necessários para que o fluido escoe e seja deslocado. É fácil imaginar a infinidade de possibilidades para o projeto das instalações de bombeamento. Cada instalação possui características especificas, relacionadas com sua finalidade. Dessa forma, a quantidade de energia que a bomba deve fornecer ao escoamento está diretamente relacionada com as características da instalação.

Nesta seção, nosso objetivo é estudar as curvas características de sistemas de bombeamento. Inicialmente, vamos compreender fisicamente essas curvas, qual sua utilidade e como são calculadas. Então, vamos exemplificar os procedimentos de cálculo das curvas características de algumas instalações de bombeamento típicas.

Nesta unidade, você, aluno, será inserido em uma função técnica, em uma empresa de consultoria de projetos hidráulicos. Você recebeu o projeto de uma estação elevatória e deve analisá-lo com o objetivo de determinar a curva característica da instalação de bombeamento. A estação elevatória irá bombear água de um lago para um reservatório, conforme apresentado na Figura 3.10. A tubulação de sucção possui diâmetro interno de **3**" e comprimento linear de 5 m. Os principais acessórios da tubulação de sucção são uma curva de 90° de raio longo, uma válvula de pé com crivo e uma válvula de esfera. A tubulação de descarga possui diâmetro interno de **2,5**" e comprimento linear de 60 m. As singularidades da tubulação de descarga são duas curvas de 90° de raio longo, uma válvula de retenção e uma

válvula globo. A diferença de cota entre a superfície do lago e do reservatório é de 12 m.



Figura 3.10 | Desenho esquemático da instalação elevatória de água.

elaborada pelo autor.

Baseado nesses dados, desenvolvendo seu raciocínio crítico e a capacidade de solução de problemas, faça a análise da instalação e calcule sua curva característica. Qual é a energia requerida pelo fluido em função da vazão? Elabore o memorial de cálculo desenvolvido em sua análise com a finalidade de apresentá-lo para o setor responsável pelo dimensionamento de bombas.

Para realizar o cálculo da curva característica da instalação é necessário saber aplicar a equação da conservação de energia e calcular a perda de carga na instalação.

Bons Estudos!

## Não pode faltar

#### Curva característica de sistemas de bombeamento

Os sistemas ou instalações de bombeamento são a infraestrutura necessária para permitir que um fluido escoe e seja transportado. A instalação é composta por reservatórios, tubos e acessórios, sendo diversas as possibilidades de configurações, que variam de acordo com sua finalidade.

A curva característica de um sistema, ou curva de carga da instalação, representa a quantidade de energia necessária, em função da vazão, para que o fluido escoe entre dois pontos. Para determinarmos a curva característica de um sistema é necessário aplicarmos a equação da conservação de energia. Para tanto, considere a instalação típica de bombeamento apresentada esquematicamente na Figura 3.11. Nesta instalação, temos a seguinte nomenclatura usual.

Altura estática de sucção  $(h_s)$ : diferença de cotas entre a linha de centro da bomba e a superfície livre do reservatório de sucção.

Altura estática de recalque  $(h_r)$ : diferença de cotas entre a linha de centro da bomba e o ponto onde o fluido deixa a tubulação de recalque. Nos casos em que a tubulação de descarga fica imersa no reservatório, a altura estática de recalque é definida como sendo a diferença entre as cotas da linha de centro da bomba e a superfície livre do reservatório de recalque.

Altura estática de elevação  $(h_e)$ : é a diferença de cotas entre a superfície do reservatório de sucção e o ponto onde o fluido deixa a tubulação de recalque. Em uma aplicação na qual a tubulação de descarga é imensa no reservatório, a altura estática é definida como sendo a diferença de cotas das superfícies livres dos reservatórios de sucção e descarga. Utilizando como referência a linha de centro da bomba, a altura estática de elevação é definida como sendo  $h_e = h_r - h_s$ .

Fisicamente, a equação da conservação de energia determina que a diferença de energia entre os pontos 1 e 2 é igual a diferença entre a energia fornecida pela bomba e a energia dissipada por atrito devido ao escoamento na tubulação. Portanto, temos:

$$\left(\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1\right) - \left(\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2\right) = H_{perdes} - H_B$$
(3.9)

Em que P é a pressão, V é a velocidade média, z é a cota,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $H_{perdas}$  é a perda de carga total e  $H_{B}$  é a altura de elevação fornecida pela bomba. Para a instalação ilustrada na Figura 3.10, podemos considerar:

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

 $V_1 = 0$ , pois o nível do reservatório é constante.

Figura 3.11 | Esquema de instalação de bombeamento com altura de sucção negativa.



Fonte: elaborada pelo autor.

A partir das considerações feitas, temos

$$\left(\mathbf{Z}_{1}\right) - \left(\frac{\mathbf{V}_{2}^{2}}{2g} + \mathbf{Z}_{2}\right) = \mathbf{H}_{perdas} - \mathbf{H}_{B}$$
(3.10)

Adotando como referência a linha de centro da bomba, temos:

$$z_1 = -h_s \in z_2 = h_r$$

Portanto:

$$\left(-h_{s}\right)-\left(\frac{V_{2}^{2}}{2g}+h_{r}\right)=H_{perdas}-H_{B}$$
(3.11)

Isolando a altura de elevação  $H_{\scriptscriptstyle P}$  :

$$H_{B} = h_{s} + h_{r} + H_{perdas} + \frac{V_{2}^{2}}{2g}$$
(3.12)

A Equação 3.12 indica que a energia  $(H_B)$  requerida para que o fluido escoe entre os pontos 1 e 2 é igual à soma da altura estática de elevação, da perda de carga e da energia cinética na tubulação de descarga. Temos que a altura estática de elevação é constante e independe da vazão. Já a perda de carga e o termo cinético estão relacionados com a vazão que escoa pela instalação. Esses dois termos aumentam com o incremento da vazão no sistema.

A perda de carga total da instalação é calculada pela soma das perdas distribuídas  $(H_{nD})$  e localizadas  $(H_{nD})$ . Assim:

$$H_{perdas} = H_{p,D} + H_{p,L} \tag{3.13}$$

Utilizando o fator de atrito de Darcy, a perda de carga distribuída é calculada por:

$$H_{\rho,D} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \tag{3.14}$$

Em que  $\mathbf{f}$  é o fator de atrito, que é função do número de Reynolds para escoamento laminar e é uma função do número de Reynolds e da rugosidade relativa para escoamento turbulento. Tem-se, portanto, que  $\mathbf{f}$  é definido pelo regime de escoamento.

A perda de carga localizada, que ocorre devido aos acessórios presentes na instalação, pode ser calculada a partir da utilização do comprimento equivalente  $(L_e)$  ou do coeficiente de perda de carga  $(\kappa)$ . Assim:

$$H_{p,L} = f \frac{\sum (L_e)}{D} \frac{V^2}{2g} \quad ou \quad H_{p,L} = \sum K \frac{V^2}{2g}$$
(3.15)

Pesquise mais

Pesquise mais sobre o funcionamento e finalidade de alguns componentes básicos de sistemas de bombeamento, tais como: válvula de pé com crivo, redução excêntrica, válvula de retenção, válvula globo e válvula de gaveta. Utilize a seguinte referência em sua pesquisa: SANTOS, Sérgio Lopes dos. **Bombas e Instalações Hidráulicas**. São Paulo: LCTE, p. 13-23, 2007.

A curva característica da instalação de bombeamento é obtida calculando-se a altura manométrica requerida para cada vazão. A Figura 3.12 representa esquematicamente a tendência da curva característica do sistema apresentado na Figura 3.10. Para a vazão nula, podemos observar que a energia mínima requerida pelo sistema é igual a altura estática de elevação  $(h_e = h_r + h_s)$ . Com o aumento da vazão, a perda de carga e o termo cinético da Equação 3.12 também aumentam, tornando a curva característica do sistema crescente. Em geral, o termo cinético é desprezível quando

comparado aos outros termos; no entanto, qualquer simplificação a ser feita deve ser avaliada.

Figura 3.12 | Curva característica para a instalação com altura de sucção negativa.



Vazão (Q)

Fonte: elaborada pelo autor.

Existem diversas configurações de instalações de bombeamento. Para obtermos a curva característica devemos aplicar a equação da conservação de energia conforme procedimento mostrado anteriormente. A seguir, iremos desenvolver o cálculo das curvas características para algumas instalações de bombeamento típicas.



# Curva característica de sistemas de bombeamento com altura estática de sucção positiva

Os sistemas com altura estática de sucção positiva são instalações em que a superfície livre do reservatório de sucção está posicionada acima da linha de centro da bomba, conforme mostrado na Figura 3.13. Esses sistemas também são chamados de instalações com bomba afogada. A altura estática de sucção positiva contribui para o aumento do NPSH disponível na sucção da bomba, diminuindo a possibilidade de ocorrência do fenômeno da cavitação.

Figura 3.13 | Desenho esquemático da instalação de bombeamento com altura de sucção positiva.



Fonte: elaborada pelo autor.

A curva característica do sistema é obtida aplicando-se a equação da conservação de energia. Para a instalação ilustrada na Figura 3.13, podemos considerar que:

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

 $V_1 = 0$  , pois o nível do reservatório é constante.

Portanto, a equação da conservação de energia, dada pela Equação 3.9, é reescrita como:

$$\left(\mathbf{Z}_{1}\right) - \left(\frac{V_{2}^{2}}{2g} + \mathbf{Z}_{2}\right) = H_{perdas} - H_{B}$$

$$(3.16)$$

Adotando como referência a linha de centro da bomba, temos:

$$\boldsymbol{z}_1 = \boldsymbol{h}_s \in \boldsymbol{z}_2 = \boldsymbol{h}_s$$

Portanto:

$$\left(h_{s}\right) - \left(\frac{V_{2}^{2}}{2g} + h_{r}\right) = H_{perdas} - H_{B}$$

$$(3.17)$$

Isolando a altura manométrica H<sub>P</sub>:

$$H_{B} = +h_{r} - h_{s} + H_{perdas} + \frac{V_{2}^{2}}{2g}$$
(3.18)

A Figura 3.14 representa esquematicamente a tendência da curva característica do sistema apresentado na Figura 3.13. Para a vazão nula, podemos observar que a energia mínima requerida pelo sistema é igual a altura estática de elevação  $(h_e = h_r - h_s)$ . Com o aumento da vazão, a energia requerida aumenta, devido, principalmente, ao incremento da perda de carga.

Figura 3.14 | Curva característica para a instalação com altura de sucção positiva.



Fonte: elaborada pelo autor.

## Curva característica de sistemas de bombeamento com altura estática de elevação nula

Neste tipo de sistema de bombeamento, as alturas estáticas de sucção e recalque são iguais, fazendo com que a altura estática de elevação seja nula, conforme mostrado na Figura 3.15. Esse tipo de instalação é empregado em situações nas quais é necessário deslocar o fluido por distâncias horizontais, sem que haja variação de cota.

Para a instalação ilustrada na Figura 3.15, a tubulação de descarga está imersa no fluido do reservatório. Portanto, a altura estática de recalque é definida como sendo a diferença entre as cotas da linha de centro da bomba e a superfície livre do reservatório. Para essa instalação, podemos considerar que:

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

 $V_1 = V_2 = 0$ , pois os níveis dos reservatórios são constantes.
Figura 3.15 | Desenho esquemático da instalação de bombeamento com altura estática de elevação nula.



Fonte: elaborada pelo autor.

Aplicando a equação da conservação de energia entre os pontos 1 e 2 (superfícies livres dos reservatórios), temos:

$$\left(\mathbf{Z}_{1}\right) - \left(\mathbf{Z}_{2}\right) = \boldsymbol{H}_{perdas} - \boldsymbol{H}_{B} \tag{3.19}$$

Adotando como referência a linha de centro da bomba, segue que:

$$z_1 = h_s \in z_2 = h_r$$

Para a altura estática de elevação nula, temos:

$$h_r = h_s$$

Portanto:

$$\mathbf{0} = \mathbf{H}_{perdas} - \mathbf{H}_{B} \tag{3.20}$$

Isolando a altura manométrica H<sub>P</sub>:

$$H_{B} = H_{perdas}$$
(3.21)

A Equação 3.21 indica que, para sistemas com altura estática de elevação nula, toda a energia fornecida ao sistema é dissipada como perda de carga. A curva característica dessa instalação, calculada pela Equação 3.21, é representada esquematicamente na Figura 3.16. Nesta curva, para a vazão zero, a altura de elevação também é nula.

Figura 3.16 | Curva característica para a instalação com altura estática de elevação nula.



Vazão (Q)

Fonte: elaborada pelo autor.

# Curva característica de sistemas de bombeamento com altura estática de elevação negativa

Neste tipo de instalação de bombeamento, o reservatório de sucção está situado acima do reservatório de descarga, conforme ilustrado na Figura 3.17. Portanto, a altura estática de sucção é maior do que a altura estática de recalque, fazendo que a altura estática de elevação seja negativa. Nesses sistemas, a energia potencial do fluido no reservatório de sucção possibilita o escoamento devido apenas a ação da gravidade, que é capaz de produzir uma determinada vazão máxima. Para obtermos vazões acima desse valor, é necessário adicionar mais energia ao sistema, utilizando uma bomba.

Figura 3.17 | Desenho esquemático da instalação de bombeamento com altura estática de elevação negativa.



Fonte: elaborada pelo autor.

Para essa instalação, podemos considerar:

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

 $V_1 = 0$ , pois o nível do reservatório é constante.

Aplicando a equação da conservação de energia entre os pontos 1 e 2, temos:

$$\left(\mathbf{Z}_{1}\right) - \left(\frac{V_{2}^{2}}{2g} + \mathbf{Z}_{2}\right) = \mathbf{H}_{perdas} - \mathbf{H}_{B}$$
(3.22)

Adotando como referência a linha de centro da bomba, segue que:

$$z_1 = h_s \in z_2 = h_r$$

Portanto:

$$\left(h_{s}\right) - \left(\frac{V_{2}^{2}}{2g} + h_{r}\right) = H_{perdas} - H_{B}$$

$$(3.23)$$

Isolando a altura manométrica H<sub>a</sub>:

$$H_{\rm B} = +h_{\rm r} - h_{\rm s} + H_{\rm perdas} + \frac{V_{\rm 2}^2}{2g}$$
(3.24)

Assim, para a vazão nula os termos cinético e de perda de carga são nulos e a altura de carga do sistema é negativa, conforme mostrada esquematicamente na curva característica na Figura 3.18. O fluxo  $Q_{min}$  representa a vazão máxima da instalação devido à ação da gravidade. Acima dessa vazão, a bomba necessita fornecer energia ao sistema.

Figura 3.18 | Curva característica para a instalação com altura estática de elevação negativa.



Fonte: elaborada pelo autor.

## Curva característica de sistemas de bombeamento fechado

Nas instalações de bombeamento fechado existe apenas um único reservatório. Temos que o fluido é succionado, passa pela bomba e retorna para o mesmo reservatório, conforme ilustrado na Figura 3.19. Portanto, obviamente, o fluido não sofre variação de energia potencial gravitacional e toda a energia recebida é dissipada como perda de carga.

Figura 3.19 | Desenho esquemático da instalação de bombeamento fechada.



Fonte: elaborada pelo autor.

Exemplificando

Um exemplo típico de aplicação da instalação de bombeamento fechado são os sistemas de arrefecimento. O fluido de trabalho é bombeado a partir do reservatório, passa pelo sistema de aquecimento ou resfriamento, pelo trocador de calor, a fim de promover a troca térmica e, então, retorna ao reservatório de armazenamento.

A fluidodinâmica desse tipo de instalação é idêntica aos sistemas com altura estática de elevação nula. Portanto, a curva característica de instalações de bombeamento fechado é fornecida pela Equação 3.21.

$$H_{_B} = H_{_{perdas}}$$

(3.21)

# 💮 Reflita

De forma semelhante às bombas, que podem ser associadas em série e paralelo, as tubulações das instalações também podem ser associadas. Quais são as características das associações em série e paralelo de instalações? Como são as curvas características para essas associações?

# Sem medo de errar

Relembrando que você exerce uma função técnica em uma empresa de consultoria de projetos hidráulicos e, desenvolvendo seu raciocínio crítico e capacidade de solução de problemas, você deve analisar o projeto de uma instalação de bombeamento e calcular a curva característica do sistema.

A estação elevatória irá bombear água de um lago para um reservatório, conforme apresentado na Figura 3.10. A tubulação de sucção possui diâmetro interno de **3**" e comprimento linear de 5 m. Os principais acessórios da tubulação de sucção são uma curva de 90° de raio longo, uma válvula de pé com crivo e uma válvula de esfera. A tubulação de descarga possui diâmetro interno de **2,5**" e comprimento linear de 60 m. As singularidades da tubulação de descarga são duas curvas de 90° de raio longo, uma válvula de retenção e uma válvula globo. A diferença de cota entre a superfície do lago e do reservatório é de 12 m.

Para os acessórios considere as seguintes constantes de perda de carga localizada:

- curva de 90° de raio longo: K = 0,40
- válvula de pé com crivo: K = 1,75
- válvula de esfera: *K* = 2,00
- válvula de retenção: K = 2,50
- válvula globo: *K* = 10,0

Figura 3.10 | Esquema da instalação elevatória de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

A análise da instalação tem início a partir da aplicação da equação da conservação de energia. Para uma instalação com altura estática de sucção negativa e considerando desprezíveis os termos cinéticos, temos:

$$H_{\scriptscriptstyle B} = h_{\scriptscriptstyle S} + h_{\scriptscriptstyle r} + H_{\scriptscriptstyle perdas}$$

A perda de carga é calculada como:

$$H_{perdas} = H_{p,D} + H_{p,L}$$

Sendo a perda de carga distribuída  $(H_{\rho,D})$ :

$$H_{p,D} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

E a perda de carga localizada  $(H_{p,L})$ :

$$H_{p,L} = \sum K \frac{V^2}{2g}$$

As tubulações de sucção e recalque possuem diâmetros diferentes, portanto as velocidades médias do escoamento também serão diferentes. Assim, as perdas de carga nas tubulações de sucção e recalque devem ser calculadas separadamente. Escrevendo os termos de perda de carga em função da vazão, temos:

$$H_{p,D} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{A^2 2g} \longrightarrow H_{p,D} = f \frac{L}{D^5} \frac{16Q^2}{\pi^2 2g}$$
$$H_{p,L} = \sum K \frac{V^2}{2g} = \sum K \frac{Q^2}{2gA^2} \longrightarrow H_{p,L} = \sum K \frac{16Q^2}{2g\pi^2 D^4}$$

Reescrevendo a equação da conservação de energia:

$$H_{B} = h_{s} + h_{r} + \left(f\frac{L}{D^{5}}\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2g}\right)_{s} + \left(f\frac{L}{D^{5}}\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2g}\right)_{r} + \left(\sum K\frac{16Q^{2}}{2g\pi^{2}D^{4}}\right)_{s} + \left(\sum K\frac{16Q^{2}}{2g\pi^{2}D^{4}}\right)_{r}$$

Assim:

$$H_{B} = 2,0 + 10,0 + \left(f_{s}\frac{5}{0,0762^{5}}\frac{16 \cdot Q^{2}}{\pi^{2} \cdot 2 \cdot 9,81}\right) + \left(f_{r}\frac{60}{0,0635^{5}}\frac{16 \cdot Q^{2}}{\pi^{2} \cdot 2 \cdot 9,81}\right) + \left(4,15\frac{16 \cdot Q^{2}}{2 \cdot 9,81 \cdot \pi^{2} \cdot 0,0762^{4}}\right) + \left(13,3\frac{16 \cdot Q^{2}}{2 \cdot 9,81 \cdot \pi^{2} \cdot 0,0635^{4}}\right)$$

Simplificando:

$$H_{B} = 12,0 + (160811,2 \cdot f_{s} \cdot Q^{2}) + (4801797,7 \cdot f_{r} \cdot Q^{2}) + (77760,0 \cdot Q^{2})$$

Essa equação representa a curva característica do sistema, que é função da vazão e do fator de atrito. Podemos obter a curva característica calculando  $H_B$  para diferentes vazões e, assim, plotar essas duas variáveis. Vamos exemplificar o procedimento de cálculo considerando a vazão  $Q = 10 m^3 / h$ .

O número de Reynolds na tubulação de sucção  $\left( {\rm Re}_{\rm s} \right)$  é dado por:

$$\mathsf{Re}_{s} = \frac{\rho \mathsf{V}_{s} \mathsf{D}_{s}}{\mu} = \frac{4\rho \mathsf{Q}}{\pi \mathsf{D}_{s} \mu}$$

Considerando  $\rho = 998 \, kg \, / \, m^3$  e  $\mu = 10^{-3} \, Pa.s$ , temos:

$$\operatorname{Re}_{s} = \frac{4 \cdot 998 \cdot \left(\frac{10}{3600}\right)}{\pi \cdot 10^{-3} \cdot 0.0762} = 46321$$

Número de Reynolds na tubulação de recalque  $(Re_r)$ :

$$\operatorname{Re}_{r} = \frac{\rho V_{r} D_{r}}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\pi D_{r} \mu}$$
$$\operatorname{Re}_{r} = \frac{4 \cdot 998 \cdot \left(\frac{10}{3600}\right)}{\pi \cdot 10^{-3} \cdot 0.0635} = 55585$$

Os números de Reynolds na sucção e no recalque indicam que o escoamento é turbulento, portanto, considerando tubo liso, os fatores de atrito podem ser calculados pela equação de Blasius. Portanto, para a tubulação de sucção, temos:

$$f_s = 0,316 \cdot \text{Re}_s^{-0,25} = 0,316 \cdot 46321^{-0,25}$$

$$f_{s} = 0,0215$$

Para a tubulação de recalque:

$$f_r = 0.316 \cdot \mathrm{Re}_r^{-0.25} = 0.316 \cdot 55585^{-0.25}$$

$$f_{r} = 0,0205$$

Finalmente, a energia requerida para que o fluido escoe na vazão de  $10 m^3 / h$  é dada por:

$$H_{B} = 12,0 + \left(160811,2 \cdot f_{s} \cdot Q^{2}\right) + \left(4801797,7 \cdot f_{r} \cdot Q^{2}\right) + \left(77760,0 \cdot Q^{2}\right)$$
$$H_{B} = 12,0 + \left(160811,2 \cdot 0,0215 \cdot \left(\frac{10}{3600}\right)^{2}\right) + \left(4801797,7 \cdot 0,0205 \cdot \left(\frac{10}{3600}\right)^{2}\right) + \left(77760,0 \cdot \left(\frac{10}{3600}\right)^{2}\right)$$
$$H_{B} = 13,4 m$$

Com o auxílio de uma planilha eletrônica, podemos realizar os cálculos exemplificados acima para diferentes vazões, conforme mostrado na Tabela 3.3.

Q (m <sup>3</sup> / h)	Re <sub>s</sub> (- )	Re <sub>r</sub> (- )	f <sub>s</sub> (- )	f <sub>r</sub> (- )	Н <sub>в</sub> ( <i>m</i> )
0	0	0	-	-	12
2	9264,	11117	0,0322	0,0308	12,1
4	18529	22234	0,0271	0,0259	12,3
6	27793	33351	0,0245	0,0234	12,5
8	37057	44469	0,0228	0,0218	12,9
10	46322	55586	0,0215	0,0205	13,4
12	55586	66703	0,0206	0,0197	13,9
14	64850	77820	0,0198	0,0189	14,6
16	74114	88937	0,0192	0,0183	15,3
18	83379	100055	0,0186	0,0178	16,2
20	92643	111172	0,0181	0,0173	17,1
22	101907	122289	0,0177	0,0169	18,0
24	111172	133406	0,0173	0,0165	19,1
26	120436	144523	0,0170	0,0162	20,3
28	129700	155640	0,0167	0,0159	21,5
30	138965	166758	0,0164	0,0156	22,8
32	148229	177875	0,0161	0,0154	24,2
34	157493	188992	0,0159	0,0152	25,7
36	166758	200109	0,0156	0,0149	27,2
38	176022	211226	0,0154	0,0147	28,8

Tabela 3.3 | Cálculo da curva característica do sistema.

Fonte: elaborada pelo autor.

Feito isso, basta plotar a quantidade de energia  $H_{_B}$  em função da vazão **Q**, para obtermos graficamente a curva característica do sistema, conforme mostrado na Figura 3.20.





Fonte: elaborada pelo autor.

Com os resultados de sua análise em mãos, você deve apresentar para o setor responsável pelo dimensionamento de bombas o memorial de cálculo desenvolvido em sua análise do projeto da instalação de bombeamento, que deve constar a curva característica do sistema.

## Avançando na prática

# Análise da influência do diâmetro na curva característica do sistema de bombeamento

#### Descrição da situação-problema

Você é o analista de uma empresa de projetos hidráulicos. Foi solicitado que você avalie uma instalação de bombeamento utilizada em um sistema de combate a incêndios. Nesta instalação, a água é armazenada em um reservatório de grandes dimensões, que alimenta uma bomba centrífuga. A jusante da bomba é conectada uma mangueira flexível utilizada no combate a incêndio, conforme mostrado na Figura 3.21. A tubulação de sucção possui 3" diâmetro interno e comprimento total, somando comprimentos linear e equivalente, devido aos acessórios, igual a 20 m. A mangueira conectada na descarga da bomba descarga possui comprimento total máximo de 100 m e está disponível em dois diâmetros internos, 50 mm e 100 mm. Figura 3.21 | Instalação de bombeamento de um sistema de combate a incêndio.



Fonte: elaborada pelo autor.

Avalie as curvas características da instalação considerando as duas possibilidades de diâmetros da mangueira. Considerando como desprezível a perda de carga da bomba quando desligada, determine a vazão mínima do sistema devido apenas a ação da gravidade. Para a vazão de **60***m*<sup>3</sup> */ h*, avalie a energia requerida pelo sistema para as duas possibilidades de diâmetros da mangueira. Para auxiliar em sua análise, trace as curvas características do sistema.

#### Resolução da situação-problema

A instalação de combate a incêndio possui altura de elevação estática negativa. A aplicação da equação da conservação de energia resulta em:

$$H_{\scriptscriptstyle B} = +h_{\scriptscriptstyle r}-h_{\scriptscriptstyle s}+H_{\scriptscriptstyle perdas}+rac{V_2^2}{2g}$$

Como os diâmetros de sucção e recalque são diferentes, a perda de carga  $H_{render}$  deve ser calculada separadamente, tal que:

$$H_{perdas} = \left(f\frac{\sum L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_{s} + \left(f\frac{\sum L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_{r}$$

Assim:

$$H_{\rm g} = +h_{\rm r} - h_{\rm s} + \left(f\frac{\sum L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_{\rm s} + \left(f\frac{\sum L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_{\rm r} + \left(\frac{V^2}{2g}\right)_{\rm r}$$

Escrevendo em função da vazão:

$$H_{B} = +h_{r} - h_{s} + \left(f\frac{\sum L}{D^{5}}\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2g}\right)_{s} + \left(f\frac{\sum L}{D^{5}}\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2g}\right)_{r} + \left(\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2gD^{4}}\right)_{r}$$

Substituindo os valores do enunciado:

$$H_{B} = 1,5 - 10 + \left(f \frac{20}{0,0762^{5}} \cdot \frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81}\right)_{s} + \left(f \frac{100}{D^{5}} \cdot \frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81}\right)_{r} + \left(\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81 \cdot D^{4}}\right)_{r}$$

Como temos duas as possibilidades de diâmetros da mangueira de recalque, segue que:

- Para a mangueira de 50 mm:

$$H_{B} = 1,5 - 10 + \left(f\frac{20}{0,0762^{5}} \cdot \frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81}\right)_{s} + \left(f\frac{100}{0,050^{5}} \cdot \frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81}\right)_{r} + \left(\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81 \cdot 0,050^{4}}\right)_{r}$$
$$H_{B} = -8,5 + \left(643244 \cdot fQ^{2}\right)_{s} + \left(26440594 \cdot fQ^{2}\right)_{r} + 13220 \cdot Q^{2}$$

- Para a mangueira de 100 mm:

$$H_{B} = 1,5 - 10 + \left(f\frac{20}{0,0762^{5}} \cdot \frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81}\right)_{s} + \left(f\frac{100}{0,100^{5}} \cdot \frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81}\right)_{r} + \left(\frac{16Q^{2}}{\pi^{2}2 \cdot 9,81 \cdot 0,100^{4}}\right)_{r}$$

$$H_{B} = -8.5 + (643244 \cdot fQ^{2})_{s} + (826268 \cdot fQ^{2})_{r} + 826 \cdot Q^{2}$$

Considerando  $\rho = 998 \text{ kg / m}^3$ ,  $\mu = 10^{-3} \text{ Pa.s}$  e que o fator de atrito pode ser estimado pela equação de Blasius, obtemos a curvas características da instalação mostradas na Figura 3.22.

Analisando a Figura 3.22, observamos que a vazão máxima devido a ação da gravidade será:

Para  $D_{_{M}} = 0,050 \, m \rightarrow Q_{_{max}} = 15 \, m^3 \, / \, h$ . Para  $D_{_{M}} = 0,100 \, m \rightarrow Q_{_{max}} = 73 \, m^3 \, / \, h$ .

Assim, podemos concluir que:

Caso a vazão necessária seja  $60 m^3 / h$  é necessário fornecer para à instalação  $H_B = 88 m$  para a mangueira de descarga de 0,050 m. Para a opção de mangueira de 0,100 m não é requerido o fornecimento de energia externa ao sistema.

Na Figura 3.22 fica evidente a influência no diâmetro da tubulação na curva característica do sistema, pois a perda de carga varia com a quinta potência do diâmetro.





Fonte: elaborada pelo autor.

# Faça valer a pena

**1.** Sobre as instalações de bombeamento, são feitas as seguintes afirmações:

 I – A curva característica da instalação representa a quantidade de energia requerida para o escoamento do fluido em função da vazão.  II – A curva característica da instalação depende das dimensões da bomba utilizada, sendo que quanto maior o seu diâmetro, menor a perda de carga associada.

 III – Em instalações com altura estática de elevação nula, a energia adicionada ao fluido é integralmente dissipada como perda de carga.
 IV – Os acessórios instalados na tubulação, tais como curvas, válvulas e

reduções, contribuem para o aumento da perda de cada localizada.

 V – A viscosidade do fluido não influencia na curva característica da instalação, pois essa depende apenas das características da instalação e não do fluido bombeado.

Analisando as afirmações, é correto o que se afirma em:

- a) I e II, apenas.
- b) I, III e V, apenas.
- c) II, III e IV, apenas.
- d) I, II e V, apenas.
- e) I, III e IV, apenas.
- Uma instalação de bombeamento é utilizada para elevar água entre dois reservatórios, conforme ilustrado na Figura 3.23. As alturas estáticas de sucção e de recalque são 2,0 m e 8,0 m, respectivamente.

Figura 3.23 | Desenho esquemático da instalação de bombeamento da questão 2.



Fonte: elaborada pelo autor.

A figura que representa a curva característica da instalação mostrada no texto-base é:



U3 - Cavitação, curva de carga de sistemas e aplicação a sistemas de fluidos 157



**3.** Uma instalação de bombeamento é utilizada para elevar água de um lago até um reservatório de distribuição, conforme mostrado no esquema da Figura 3.24. As alturas estáticas de sucção e recalque são de 1,0 m e 12,0 m, respectivamente. A instalação possui comprimento linear de tubulação de 50,0 m, diâmetro interno de 0,1 m e acessórios que somam um comprimento equivalente de 20,0 m.

Figura 3.24 | Desenho esquemático da instalação de elevação de água da questão 3.



Fonte: elaborada pelo autor.

Considerando um fator de atrito constante igual a 0,02, a curva característica da instalação, para  $[H_{_B}] = m \, \mathrm{e} \, [Q] = m^3 \, / \, s$ , é dada por:

- a)  $H_{B} = 588, 2 \cdot Q^{2}$ .
- b)  $H_{\rm B} = -13.0 + 11567.8 \cdot Q^2$ .
- c)  $H_{B} = 13,0 + 11567,8 \cdot Q^{2}$ .
- d)  $H_{_B} = 13,0 + 588,2 \cdot Q^2$ .
- e)  $H_{_{B}} = 1,0 + 11567,8 \cdot Q^2$ .

# Seção 3.3

# Aplicação a sistemas de fluidos

# Diálogo aberto

Caro aluno, nas seções anteriores estudamos em detalhes as curvas características das instalações de bombeamento e das bombas. Embora tenhamos estudado separadamente as instalações e as bombas, sabemos que ambos operam em conjunto e possuem curvas com tendências opostas. Como será a operação de um sistema combinado, formado pela instalação e pela bomba? Esse é o objetivo desta seção, estudar os chamados sistemas de fluidos, definidos pela combinação da bomba e da instalação. Inicialmente, vamos definir os sistemas de fluido e seu ponto de operação. Então, vamos estudar diferentes métodos utilizados para controlar e modificar o ponto de operação dos sistemas de fluidos.

Nesta unidade, você, aluno, foi inserido em uma função técnica em uma empresa de consultoria de projetos hidráulicos. Você recebeu o projeto de um sistema de fluido utilizado em uma estação elevatória de água e deve analisá-lo com o objetivo de determinar seu ponto de operação. A estação elevatória irá bombear água de um lago para um reservatório, conforme apresentado na Figura 3.10. A tubulação de sucção possui diâmetro interno de **3**" e comprimento linear de 5 m. Os principais acessórios da tubulação de sucção são uma curva de **90°** de raio longo, uma válvula de pé com crivo e uma válvula de esfera. A tubulação de descarga possui diâmetro interno de **2,5**" e comprimento linear de 60 m. As singularidades da tubulação de descarga são duas curvas de **90°** de raio longo, uma válvula de retenção e uma válvula globo. A diferença de cota entre a superfície do lago e do reservatório é de 12 m. Figura 3.10 | Desenho esquemático da instalação elevatória de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

A bomba utilizada na estação elevatória possui estágio único com diâmetro de 209 mm e opera a 1750 rpm. As curvas características desse modelo são apresentadas na Figura 3.25.

Figura 3.25 | Curvas características da bomba utilizada na estação elevatória.



Fonte: KSB (2013, p. 42).

Baseado nesses dados, desenvolvendo seu raciocínio crítico e a capacidade de solução de problemas, faça a análise da instalação e determine seu ponto de operação. Qual é a vazão de operação do sistema? A eficiência de operação é adequada? Existe risco quanto à ocorrência do fenômeno de cavitação para a vazão de operação? Elabore o memorial de cálculo, a ser entregue como resultado da consultoria, para fundamentar sua análise e responder aos questionamentos apresentados.

Para realizar o cálculo do ponto de operação do sistema, será necessário definir as curvas características da instalação e da bomba. Já, para verificar a possibilidade de cavitação será necessário calcular o NPSH disponível na sucção da bomba.

Bons Estudos!

# Não pode faltar

## Sistemas de fluidos

Nas seções anteriores, estudamos as características das máquinas de fluxo e dos sistemas de bombeamento. Vimos que as bombas são máquinas que adicionam energia ao fluido e que sua capacidade de elevação diminui com o aumento da vazão. Em relação aos sistemas de bombeamento, concluímos que ocorre o aumento da quantidade de energia requerida em função do aumento da vazão.

Embora tenhamos estudado separadamente as bombas e os sistemas de bombeamento, ambos operam em conjunto. Essa operação conjunta das bombas e dos sistemas de bombeamento caracteriza os sistemas de fluidos. Portanto, os sistemas de fluidos são definidos como sendo a combinação de uma máquina de fluxo e uma instalação.

### Ponto de operação de sistemas de fluidos

Nos sistemas de fluidos, a bomba fornece energia e a instalação consome essa energia. Temos que ambos os sistemas são dinâmicos, pois o fornecimento e o consumo de energia variam em função da vazão de fluido. O ponto de operação de um sistema de fluido é obtido pela superposição das curvas características da bomba e da instalação, conforme mostra a Figura 3.26.





Fonte: elaborada pelo autor.

O ponto de interseção dessas curvas caracteriza a condição em que as vazões e as alturas de elevação do sistema e da bomba são simultaneamente iguais. Assim, para a vazão de operação, a bomba fornece exatamente a altura de elevação requerida pela instalação.



Os sistemas de fluidos são definidos como sendo a combinação de uma máquina de fluxo e de uma instalação de bombeamento. Os sistemas de fluidos apresentam o ponto de operação obtido pela interseção entre as curvas características da instalação e da bomba.

Definido o ponto de operação, é possível determinar os parâmetros operacionais de desempenho da bomba, tais como a eficiência e a potência mecânica consumida. A Figura 3.27 ilustra a determinação desses parâmetros. A interseção das curvas características da bomba (I) e da instalação (IV) determina o ponto de operação, ou seja, a vazão e a elevação de trabalho. Para a vazão de operação são obtidas a eficiência (II) e a potência mecânica necessária para o acionamento da bomba (III).



Figura 3.27 | Ponto de operação e parâmetros de desempenho da bomba.

Fonte: elaborada pelo autor.

Nos projetos de sistemas de bombeamento é necessário que haja boa concordância entre as características da bomba e da instalação, de forma que possam ser atendidos não apenas a vazão desejada, mas também critérios de eficiência energética e economia. Assim, não basta apenas que as curvas da bomba e da instalação se interceptem na vazão desejada, é necessário selecionar um sistema de fluido em que isso ocorra próximo a região de maior eficiência da bomba (ponto de BEP).

## Exemplificando

### Ponto de operação estável x instável.

A operação do sistema de fluido ilustrado na Figura 3.27 é classificado como estável. Pois, as curvas características da instalação e da bomba se interceptam em apenas um único ponto. Em geral, isso acontece quando a bomba apresenta curvas dos tipos *Rising, Steep* e *Flat.* No entanto, quando a bomba apresenta curva característica do tipo *Drooping*, é possível que as curvas se interceptem em mais de um ponto, conforme mostrado na Figura 3.28. A multiplicidade de possíveis pontos de operação torna a operação do sistema instável.

Figura 3.28 | Pontos de operação instáveis para uma curva característica do tipo *Drooping.* 



Fonte: elaborada pelo autor.

A instabilidade de operação do sistema resultará principalmente na oscilação da vazão e da pressão do sistema. Portanto, a utilização de bombas com curvas do tipo *Drooping* exige uma análise cuidadosa, a fim de evitar múltiplos pontos operacionais.

## Controle de sistemas de fluidos

Durante o funcionamento dos sistemas de fluidos são comuns as situações em que é necessário ajustar o ponto de operação. Esse ajuste pode ser realizado alterando as curvas características da instalação, da bomba ou de ambas.

A curva característica da instalação pode ser alterada, por exemplo, pelo:

- Ajuste da abertura da válvula de descarga;

- Adição de um sistema de recirculação de vazão (bypass);

- Alteração do diâmetro das linhas;

- Variação nas pressões dos -reservatórios;

-Modificação de configuração da instalação.

No entanto, algumas dessas metodologias alteram consideravelmente a instalação, não sendo propriamente uma variação no ponto de operação da instalação anterior, e sim de uma nova instalação.

No entanto, a curva característica da bomba pode ser alterada pela:

- Modificação da rotação;
- Alteração no diâmetro do rotor;
- Associações de bombas em série ou paralelo.

A seguir, são detalhados os principais métodos utilizados para controle dos sistemas de fluidos.

## Controle do sistema pela atuação na válvula de descarga

O método mais usual de alterar a curva característica da instalação é ajustar a abertura da válvula de descarga. O fechamento da válvula de descarga aumenta a perda de carga localizada, fazendo com que a curva característica se desloque para a esquerda, conforme mostrado na Figura 3.29. Consequentemente, o ponto de operação do sistema também é deslocado para a esquerda, fazendo com que a vazão do sistema diminua. Figura 3.29 | Controle do sistema por fechamento de válvula.



Fonte: elaborada pelo autor.

Embora esse método de controle de sistema seja bastante utilizado devido a sua efetividade e baixo custo, o fechamento da válvula insere um aumento da perda de carga, que implica em um aumento de dissipação de energia. Assim, a instalação pode se tornar energeticamente ineficiente e não econômica.

Na aplicação de bombas dinâmicas, tais como as centrífugas, as válvulas de controle de vazão são instaladas na tubulação de descarga e, embora possuam o mesmo efeito de controle se instaladas na tubulação de sucção, essa prática não é recomendada, pois pode induzir a ocorrência do fenômeno de cavitação devido à redução na pressão de sucção.

### Controle do sistema por linha de recirculação de vazão (bypass)

Neste tipo de controle, o ponto de operação é ajustado por meio de uma linha de recirculação, ou linha de *bypass*, conforme mostrado na Figura 3.30. Uma linha de recirculação é instalada na tubulação de descarga da bomba, fazendo com que parte do fluido bombeado retorne ao reservatório e o restante do fluido escoe para o sistema como vazão útil. Para essa configuração de instalação, a linha de recirculação é paralela à linha de recalque principal. Consequentemente, a pressão no ponto de derivação da tubulação é igual tanto para a linha de recirculação, quanto para a linha de recalque principal. Figura 3.30 | Controle de sistema por linha de recirculação.



Fonte: elaborada pelo autor.

A Figura 3.31 ilustra os pontos de operação para a instalação com a linha de *bypass* fechada e aberta. Quando a linha de *bypass* está fechada, a operação do sistema é definida pelo ponto 1 e não há vazão de recirculação. Já, quando a válvula de *bypass* é aberta, as linhas de recirculação e de recalque assumem a configuração em paralelo. Percebemos que a perda de carga diminui, porque o fluido encontra uma resistência menor ao escoamento e, consequentemente, a vazão total do sistema aumenta (ponto de operação 2). A vazão total é definida como sendo a soma das vazões de recirculação do *bypass* e útil, conforme representado pelas áreas sombreadas em vermelho e azul, na Figura 3.31, respectivamente.

Embora a vazão total aumente, a vazão útil que efetivamente escoa para o sistema diminui. O método de controle de sistemas por linha de recirculação é usual em instalações em que a carga do sistema é predominantemente devido à altura de elevação estática.



Figura 3.31 | Curvas de operação para o controle de sistema por linha de recirculação

Fonte: elaborada pelo autor.

### Controle do sistema pela modificação da rotação da bomba

Esse método de controle de sistemas exige a utilização de variadores de frequência, possibilitando o ajuste da rotação da bomba. Dessa forma, o controle do ponto de operação ocorre pela modificação da curva característica da bomba.

Utilizando as leis de similaridade estudadas é possível estimar com boa precisão qual será a curva característica da bomba em função da rotação. Assim, sabendo-se qual o ponto de operação desejado, é possível calcular qual a rotação da bomba necessária para que a condição de trabalho seja obtida.

A Figura 3.32 ilustra a modificação do ponto de operação do sistema em função da alteração da rotação da bomba. Conforme a rotação diminui, a elevação e vazão máximas da bomba diminuem, deslocando a curva característica para a esquerda do gráfico. Como a modificação de rotação não altera a curva característica da instalação, os pontos de operação também se deslocam para a esquerda, reduzindo a vazão de operação.

Comparado com os outros métodos de controle de vazão, o controle por meio do ajuste de rotação é o mais eficiente, pois não há dissipação de energia em válvulas ou linhas de recirculação. Com o desenvolvimento dos variadores de frequência, e com a consequente redução de custo, o método de controle de vazão por ajuste de velocidade vem se tornando cada vez mais usual.



Figura 3.32 | Curvas de operação para controle de sistema pelo ajuste da rotação da bomba.

Fonte: elaborada pelo autor.

#### Controle do sistema pela modificação do diâmetro do rotor

Nesse método de controle de sistema é necessário alterar o diâmetro do rotor. É usual os fabricantes de bombas fornecerem diferentes opções de diâmetro de rotor, mantendo-se o mesmo corpo da bomba. Além das opções disponíveis pelo fabricante, é possível alterar o diâmetro do rotor através do processo de corte, utilizando a usinagem. Na prática, essas reduções são recomendadas para bombas centrífugas radiais, pois em bombas de fluxo misto e, principalmente nas bombas axiais, a alteração do diâmetro do rotor pode alterar significativamente o projeto original, devido às variações nos ângulos das pás.

A Figura 3.33 ilustra as curvas de operação para três diâmetros de rotores. Conforme o diâmetro do rotor diminui, o ponto de operação é deslocado para a esquerda do gráfico, diminuindo a vazão do sistema. Nessa figura é possível observar também que a redução do diâmetro do rotor diminui a eficiência de operação da bomba. A potência mecânica consumida no acionamento do equipamento segue a mesma tendência e diminui em função da redução do diâmetro do rotor. Portanto, embora a potência consumida diminua, a eficiência também diminui, indicando que

o procedimento de redução de diâmetro, mantendo-se a mesma carcaça, aumenta as perdas de energia do equipamento.

A princípio, a semelhança geométrica é mantida quando bombas de mesma geometria, reduzidas ou ampliadas apenas por um fator de escala, operam com a mesma rotação. As variações nas características de desempenho podem ser estimadas pelas leis de similaridade. Na prática, o transporte por escala das condições operacionais devido a variação de diâmetro é limitado e é menos efetivo do que o transporte devido a modificação de rotação. As leis de similaridade fornecem resultados satisfatórios para variações de diâmetro, em média, inferiores a 10%.

Figura 3.33 | Curvas de operação para controle de sistema por alteração no diâmetro do rotor da bomba.



Fonte: elaborada pelo autor.

Pesquise mais

Pesquise mais sobre os métodos de controle de sistemas de fluido, utilizando a seguinte referência em sua pesquisa: Macintyre (1983, p. 167 a 192). MACINTYRE, A. J. **Máquinas Hidráulicas.** São Paulo: Editora Guanabara, 1983.

### Controle do sistema pela associação de bombas

Conforme estudamos nas seções anteriores, as bombas podem ser associadas em série ou paralelo, de acordo com as demandas de operação.

As associações em série são utilizadas em aplicações que exigem grandes alturas de elevação. Nesse tipo de arranjo, a vazão que passa por cada bomba da associação é a mesma, enquanto as alturas de elevação são somadas. O controle do sistema é realizado adicionando bombas na associação ou rotores, no caso de utilização de bombas de múltiplos estágios.

A Figura 3.34 ilustra as curvas de operação de associações em séries de bombas centrífugas. A curva característica do sistema é independente do número de bombas da associação. Para a instalação ilustrada na figura, a altura de elevação estática da instalação é maior do que a altura de elevação máxima fornecida por uma bomba. Portanto, as curvas características não se interceptam e, por consequência, não há vazão no sistema.

Quando um segundo equipamento é adicionado na associação, a altura de elevação do arranjo de bombas é suficiente para exceder a altura de elevação estática da instalação, definindo um ponto de operação com vazão não nula.

Finalmente, a combinação de mais bombas, ou estágios, na associação faz com que o ponto de operação se desloque continuamente para a direita da curva, aumentando a altura de elevação e vazão do sistema.



Figura 3.34 | Curvas de operação para bombas associadas em série.

Fonte: elaborada pelo autor.

Já, as associações de bombas em paralelo são utilizadas em aplicações que exigem elevadas vazões. Nesse tipo de arranjo, a vazão total da associação é igual à soma das vazões individuais de cada bomba. Além de flexibilizar a operação do sistema, a utilização das associações em paralelo permite redundância, em caso de falha de uma das bombas. A Figura 3.35 ilustra as curvas de operação de associações em paralelo de bombas centrífugas idênticas. A adição de bombas na associação faz com que o ponto de operação se desloque para a direita do gráfico, aumentando a altura de elevação e, principalmente, a vazão do sistema.



Figura 3.35 | Curvas de operação para bombas associadas em paralelo.

Fonte: elaborada pelo autor.

💮 Reflita

Os métodos de controle de vazão são amplamente utilizados nos sistemas de fluidos. Quanto a eficiência energética, quais as vantagens e desvantagens de cada método?

## Sem medo de errar

Relembrando que você, aluno, exerce uma função técnica em uma empresa de consultoria de projetos hidráulicos e, desenvolvendo seu raciocínio crítico e capacidade de solução de problemas, você deve analisar o projeto de uma instalação de bombeamento, determinando seu ponto de operação, eficiência e risco de ocorrência do fenômeno de cavitação.

Nesse contexto, a estação elevatória irá bombear água de um lago para um reservatório, conforme apresentado na Figura 3.10. A tubulação de sucção possui diâmetro interno de 3" e comprimento linear de 5 m. Os principais acessórios da tubulação de sucção são uma curva de  $90^{\circ}$  de raio longo, uma válvula de pé com crivo e uma válvula de esfera. A tubulação de descarga possui diâmetro

interno de **2,5**" e comprimento linear de 60 m. As singularidades da tubulação de descarga são duas curvas de **90°** de raio longo, uma válvula de retenção e uma válvula globo. A diferença de cota entre a superfície do lago e do reservatório é de 12 m.

Iniciando a resolução do problema proposto, iremos considerar as seguintes constantes de perda de carga localizada para os acessórios:

- curva de **90°**de raio longo: *K* = **0,40** 

- válvula de pé com crivo: K = 1,75
- válvula de esfera: *K* = 2,00
- válvula de retenção: K = 2,50
- válvula globo: *K* = 10,0

Figura 3.10 | Desenho esquemático da instalação elevatória de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

A bomba utilizada na estação elevatória possui estágio único com diâmetro de 209 mm e opera a 1750 rpm. As curvas características desse modelo são apresentadas na Figura 3.25.

Figura 3.25 | Curvas características da bomba utilizada na estação elevatória.



Fonte: KSB (2013, p. 42).

Para determinarmos o ponto de operação desse sistema, é necessário definir a curva característica da instalação e da bomba. A curva característica da instalação foi calculada na seção anterior. Para isso, aplicamos a equação da conservação da energia e, com o auxílio de uma planilha eletrônica, obtivemos a curva da instalação. O resultado obtido é ilustrado na Figura 3.36.

Figura 3.36 | Curva característica para a instalação de elevação de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

A curva característica da bomba é obtida diretamente dos gráficos da Figura 3.25. Com o uso de uma planilha eletrônica, é possível traçar a curva característica de elevação *versus* vazão para o rotor de 209 mm, conforme mostrado na Figura 3.37.



Figura 3.37 | Curva característica da bomba.

Fonte: elaborada pelo autor.

O ponto de operação é obtido plotando-se no mesmo gráfico as curvas característica da instalação e da bomba, como mostra a Figura 3.38.

Figura 3.38 | Ponto de operação da instalação.



Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, o ponto de operação do sistema é:  $Q_{op} \approx 26 m^3 / h$  e  $H_{op} \approx 20 m$ . Para a vazão de operação, segundo a Figura 3.26, a eficiência é de aproximadamente 58%, que é próxima a eficiência máxima da bomba. Portanto, energeticamente, existe uma boa concordância entre a instalação e a bomba.

Além da eficiência energética da bomba, é necessário verificar o risco de ocorrência do fenômeno de cavitação na bomba. Conforme a Figura 3.26, o NPSH requerido pela bomba é de 2,5 m. Neste caso, a bomba possui sucção negativa. Portanto, o NPSH disponível, para a vazão de operação, é calculado por:

$$NPSH_{D} = rac{P_{atm}}{
ho g} - h - H_{perdas} - rac{P_{v}}{
ho g}$$

Em que  $P_{atm} = 101,3 kPa$ ,  $\rho = 998 kg / m^3$ ,  $g = 9,81 m / s^2$ , h = 2,0 m, que é a altura da estática de sucção e  $P_v (T = 20 °C) = 2,339 kPa$ , a partir da Tabela 3.1.

Tabela 3.1 | Tabela de pressão e temperatura de saturação da água.

Т	Р		
(° <i>C</i> )	( <i>kPa</i> )		
0,01	0,6113		
5	0,8721		
10	1,2276		
15	1,705		
20	2,339		
25	3,169		
30	4,246		
35	5,628		
40	7,384		
45	9,593		
50	12,350		
55	15,758		
60	19,941		
65	25,03		
70	31,19		
75	38,58		
80	47,39		

Fonte: Borgnakke e Sonntag (2012).

A perda de carga **H**<sub>perdas</sub> é calculada pela soma da perda de distribuída e localizada, tal que:

$$\begin{split} H_{perdas} &= f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum K \frac{V^2}{2g} \\ H_{perdas} &= f \frac{5}{\left(0,0254 \cdot 3\right)} \frac{V^2}{2 \cdot 9,81} + \left(0,4 + 1,75 + 2,0\right) \frac{V^2}{2 \cdot 9,81} \\ H_{perdas} &= 3,344 \cdot V^2 \cdot f + 0,211 \cdot V^2 \end{split}$$

A velocidade na sucção da bomba pode ser calculada por:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$
$$V = \frac{4 \cdot 26}{3600\pi (3 \cdot 0,0254)^2} = 1,6 \, m \, / \, s$$

O fator de atrito pode ser calculado com boa aproximação pela Equação de Blasius, tal que:

 $f = 0.316 \cdot \text{Re}^{-0.25}$ 

$$f = 0.316 \cdot \left(\frac{998 \cdot 1.6 \cdot 0.0762}{0.001}\right)^{-0.25} = 0.017$$

Portanto, a perda de carga é:

$$H_{\text{perdas}} = 3,344 \cdot 1,6^2 \cdot 0,017 + 0,211 \cdot 1,6^2 = 0,7 \, m$$

○ NPSH<sub>n</sub> é:

$$NPSH_{D} = \frac{101300}{998 \cdot 9.81} - 2,0 - 0,7 - \frac{2339}{998 \cdot 9.81} = 7,4 m$$

Finalmente, o  $NPSH_{D}$ é maior do que o  $NPSH_{R}$  e não há risco de ocorrer o fenômeno de cavitação na vazão de operação.

Com os resultados de sua análise em mãos, você deve apresentar para a consultoria o memorial de cálculo desenvolvido em sua análise da instalação, que deve constar o seu ponto de operação.

# Avançando na prática

## Controle do sistema pelo ajuste da rotação da bomba

### Descrição da situação-problema

Você é o profissional responsável pela manutenção das máquinas de fluxo de uma usina de biocombustíveis. A planta de processo da usina é equipada com diversas bombas centrífugas, sendo que uma delas é utilizada para a alimentação de água da caldeira. Devido às oscilações de demanda de água no processo, é necessário um método de controle de vazão do sistema. Considerando um fator de atrito constante, a curva de carga da instalação de fornecimento de água pode ser representada com boa precisão por:  $H = 10 + 0,0015 \cdot Q^2$ , em que [H] = m e  $[Q] = m^3 / h$ . Para a rotação nominal de 1750 rpm, a bomba centrífuga utilizada no sistema apresenta a seguinte curva característica:  $H = 35 - 0,001 \cdot Q^2$ .

Com o objetivo de analisar o controle de vazão por ajuste de rotação, determine qual o intervalo de vazão de operação para a variação de  $\pm$  20% da rotação nominal da bomba. Represente graficamente sua análise.

#### Resolução da situação-problema

As curvas características da bomba em função da rotação podem ser obtidas pelas leis de similaridade. Conforme apresentado na seção 2.2, temos:

$$H_2 = H_0 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + k_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) Q_2 - k_2 Q_2^2$$

Neste caso,  $\omega_1 = 1750 \, rpm$ ,  $H_0 = 35 \, m$ ,  $k_1 = 0$  e  $k_2 = 0,001$ . Portanto:

$$H_2 = 35 \left(\frac{\omega_2}{1750}\right)^2 - 0.001 \cdot Q_2^2$$

Para o aumento de 20% da rotação, teremos a seguinte curva característica da bomba:
$$H_2 = 35 \left(\frac{1,2 \cdot 1750}{1750}\right)^2 - 0,001 \cdot Q_2^2$$

Simplificando:

$$H_2 = 50, 4 - 0,001 \cdot Q_2^2$$

Para a redução de 20% da rotação, temos:

$$H_2 = 35 \left(\frac{0,8 \cdot 1750}{1750}\right)^2 - 0,001 \cdot Q_2^2$$

$$H_2 = 22, 4 - 0,001 \cdot Q_2^2$$

O ponto de operação para a rotação nominal de 1750 rpm e para a variação de  $\pm 20\%$  pode ser obtido graficamente, conforme mostra a Figura 3.39.





Fonte: elaborada pelo autor.

Assim, podemos concluir que para a rotação nominal de 1750 rpm, a vazão de operação é de  $100 m^3 / h$ . Quando a rotação é aumentada em 20% a vazão de operação sobe para aproximadamente  $130 m^3 / h$ . Já, quando a rotação diminui em 20%, a vazão de operação cai para aproximadamente  $70 m^3 / h$ .

#### Faça valer a pena

- **1.** Sobre os sistemas de fluidos, são feitas as seguintes afirmações:
- I O ponto de operação de um sistema de fluido é definido pela interseção da curva característica da bomba e da curva da instalação.
- II O ponto de operação de um sistema pode ser modificado apenas pela alteração da curva característica da bomba.
- III O ponto de operação do sistema pode ser modificado por meio do fechamento da válvula de descarga, que altera a curva característica da bomba.
- IV A vazão de operação pode ser aumentada a partir da utilização de associações de bombas.
- V O ponto de operação do sistema pode ser modificado pelo ajuste da rotação da bomba.
- Analisando as afirmações apresentadas no texto-base, é correto o que se afirma em:
- a) I e II, apenas.
- b) I e IV, apenas.
- c) I, II e III, apenas.
- d) I, IV e V, apenas.
- e) I, III, IV e V, apenas.
- 2. Uma bomba centrífuga é utilizada para transportar água entre dois reservatórios abertos, com cotas das superfícies iguais, conectados por uma tubulação horizontal. A curva de carga dessa instalação pode ser representada por:

#### $H = 0,01 \cdot Q^2$

Em que  $[H] = m e [Q] = m^3 / h$ .

Nessa instalação, é utilizada uma bomba centrífuga cuja curva característica é:

#### $H = 50 - 0,01 \cdot Q^2$

Quando a bomba é ligada, a vazão de operação do sistema em  $m^3 / h$  é de: a) 10.

- b) 20.
- c) 30.
- d) 40.
- e) 50.
- O ponto de operação de um sistema de bombeamento é definido pela interseção da curva de carga da instalação e da curva característica da bomba. Durante o funcionamento dos sistemas de fluidos são

comuns as situações em que é necessário ajustar o ponto de operação. Esse ajuste pode ser realizado alterando as curvas características da instalação, da bomba ou de ambas.

- Em relação ao controle de sistema de fluidos que operam com bombas centrífugas é correto afirmar que:
- a) O controle da vazão pode ser realizado por meio do fechamento de válvula. Neste método de controle, é recomendado que a válvula seja instalada na tubulação de recalque, pois sua utilização na tubulação de sucção aumenta o risco de ocorrência do fenômeno de cavitação.
- b) O controle da vazão utilizando a redução do diâmetro do rotor apresenta boa viabilidade, pois não altera a eficiência máxima da bomba.
- c) O controle da vazão pode ser realizado por meio de linha de recirculação. Neste método de controle, quando a válvula da linha de recirculação é aberta, a vazão útil do sistema aumenta.
- d) A vazão de operação de uma bomba centrífuga pode ser controlada apenas pela modificação da curva característica da instalação.
- e) Dentre os possíveis métodos de controle de vazão, o ajuste por variação de rotação da bomba é o menos indicado devido à sua ineficiência energética.

# Referências

BORGNAKKE, C.; SONTNTAG, R. **Fundamentos da Termodinâmica**. 7. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2012.

KSB BOMBAS HIDRÁULICAS. Manual de curvas características KSB nº A2704/42/44.1P/ E/S/7. Várzea Paulista: KBS, 2013.

FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; McDONALD, A. T. Introdução a Mecânica dos Fluídos. 8. ed. São Paulo: Editora LTC, 2014.

HENN, E. A. L. Máquinas de Fluido. São Paulo: Editora UFSM, 2012.

MACINTYRE, A. J. Máquinas Hidráulicas. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1983.

SANTOS, Sérgio Lopes dos. Bombas e Instalações Hidráulicas. São Paulo: LCTE, 2007.

## **Unidade 4**

## Seleção e aplicação de bombas centrífugas, fatores que afetam sua operação e fundamentos de bombas de deslocamento positivo

#### Convite ao estudo

Prezado aluno, imagine uma situação em que você, como profissional, deve viabilizar a captação de água de um reservatório e bombeá-la até um determinado processo. Em geral, sua informação inicial será apenas a vazão necessária requerida. No projeto desse sistema de bombeamento, você deverá definir qual tipo e modelo de bomba utilizar, qual o diâmetro da tubulação, quais acessórios e qual o *layout* da instalação de bombeamento. Dessa forma, são diversas as possibilidades que o projeto pode assumir. Mas qual dessas possibilidades será a melhor escolha? Quais são os critérios adotados para tal escolha? Dentre a infinidade de modelos de bombas disponíveis no mercado, qual modelo será adequado para essa aplicação? Essas são algumas das perguntas, que responderemos ao longo desta unidade, na qual estudaremos os critérios fundamentais de dimensionamento e seleção de bombas e tubulações.

Na seção inicial desta unidade, estudaremos os procedimentos utilizados para selecionar uma bomba centrífuga e iremos, também, analisar alguns critérios fundamentais para dimensionar os diâmetros das tubulações. Na segunda seção, iremos estudar algumas situações usuais que podem influenciar a operação das bombas centrífugas. Analisaremos as instabilidades operacionais características de algumas instalações, assim como a influência na operação da bomba da massa específica, da viscosidade, e da presença de sólidos em suspensão e gases. Finalmente, na terceira seção, iremos estudar os conceitos fundamentais sobre as bombas de deslocamento positivo. Embora as bombas de deslocamento positivo não sejam máquinas de fluxo, é fundamental que o aluno conheça os tipos e o princípio de funcionamento desses equipamentos, pois será útil no procedimento de seleção e especificação.

Assim, ao término desta unidade, você conhecerá mais sobre os procedimentos de dimensionamento e seleção de bombas e tubulações, quais são os fatores que alteram o desempenho ideal das bombas e, também, os princípios fundamentais das bombas de deslocamento positivo.

Seu conhecimento adquirido durante esta unidade será consolidado inserindo você, aluno, em uma situação profissional típica. Você será colocado em uma função técnica em uma empresa que opera campos de petróleo na região Nordeste do Brasil. A produção de alguns poços de petróleo é realizada por meio de bombas que são instaladas dentro do poço. Essa aplicação é muito semelhante à captação de água em poços artesianos, ou fora do poço na superfície. Você é o responsável técnico por dimensionar o sistema de bombeamento de cada poço e analisar os dados de produção, com o objetivo de monitorar o funcionamento dos equipamentos em operação. O dimensionamento correto dos equipamentos de bombeamento é fundamental para a produção do petróleo, pois tem influência direta na vazão do poço. As falhas no projeto ou na operação do sistema de bombeamento causam não só prejuízo devido à manutenção dos equipamentos, mas também devido à parada na produção.

Dentro da infinidade de opções, você deve desenvolver sua criatividade e capacidade de resolver problemas para responder corretamente aos seguintes questionamentos: Qual o procedimento para dimensionar uma bomba? Quantos rotores são necessários? Quais fatores podem afetar o desempenho da bomba? Em casos em que a viscosidade do óleo é muito superior à da água, como possibilitar a produção utilizando um sistema de bombeamento?

Você está apto a assumir essa função? Vamos desenvolver as habilidades técnicas necessárias ao longo desta unidade.

Bons estudos!

# Seção 4.1

## Seleção e aplicação de bombas centrífugas

#### Diálogo aberto

Caro aluno, você certamente já observou em seu cotidiano profissional a diversidade de diâmetros, tipos e materiais de tubos disponíveis para transportar fluidos. De forma semelhante, são inúmeros os fabricantes, tipos, modelos e tamanhos de bombas centrífugas disponíveis no mercado. Quais serão os critérios para dimensionar o diâmetro de um tubo? Qual o procedimento utilizado para selecionar uma bomba para uma dada aplicação?

Nesta seção responderemos a esses questionamentos, pois nosso objetivo é estudar os fundamentos do projeto de instalações a fim de selecionar bombas centrífugas. Vamos apresentar os critérios usuais para o dimensionamento do diâmetro das tubulações e os procedimentos básicos para seleção das bombas centrífugas.

Nesta unidade, você, aluno, será inserido em uma função técnica em uma empresa que opera campos de petróleo na região Nordeste do Brasil. Uma das operações usuais em campos de petróleo é injetar água da superfície para o interior do reservatório de petróleo, com o objetivo de auxiliar no deslocamento do óleo. A água tratada, que é destinada à injeção, fica armazenada em um reservatório de grandes dimensões e deve ser deslocada até o fundo do poço. Para uma determinada operação, a vazão de injeção deve ser de  $30m^3 / h$ , e a pressão no fundo do poço deve ser de 100 bar. A instalação de bombeamento possui um trecho horizontal de 40 m e outro vertical de 800 m, conforme ilustrado na Figura 4.1. O fluido é injetado por uma linha de diâmetro interno de 0,068 mm. Figura 4.1 | Desenho esquemático da instalação do poço com injeção de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

Qual o procedimento adequado para dimensionar e selecionar o sistema de bombeamento? Quais são os critérios adotados para esses projetos?

Baseado nesses dados, desenvolvendo sua criatividade e a capacidade de solução de problemas, faça a seleção de uma bomba para tal aplicação. Produza um memorial com os cálculos desenvolvidos em sua análise com a finalidade de elaborar o descritivo técnico para a compra da bomba.

Para realizar a escolha do equipamento, será necessário calcular a curva característica da instalação de bombeamento e conhecer os procedimentos básicos de seleção de bombas.

Está preparado para esse desafio? Bons Estudos!

#### Não pode faltar

#### Fundamentos sobre projetos de instalações

Caro aluno, usualmente, quando se inicia o projeto de uma instalação de bombeamento, as informações disponíveis são apenas os locais dos quais o fluido é retirado, o local ao qual ele deve chegar e a vazão desejada. Portanto, todas as outras características da instalação, tais como o trajeto da tubulação, os acessórios a serem utilizados, os diâmetros, o tipo, o modelo e o posicionamento da bomba devem ser definidos no projeto. São diversas as combinações entre esses parâmetros que atenderão às condições especificadas inicialmente. Em geral, o critério principal para o projeto é o custo da instalação e a eficiência de operação do sistema.

O dimensionamento das instalações é um assunto vasto, que requer um curso inteiro para ser tratado. Nesta seção, discutiremos apenas os aspectos relativos ao cálculo do diâmetro dos tubos utilizados na instalação, que está diretamente relacionado à seleção da bomba.

O dimensionamento do diâmetro da tubulação é fundamental no projeto da instalação. Um diâmetro inadequado, inferior ao ideal, pode causar erosão excessiva na tubulação ou causar problemas de cavitação na bomba e nas válvulas utilizadas na instalação. Temos que o uso de uma tubulação com diâmetro excessivamente grande pode promover o depósito de sedimentos na tubulação, além do seu elevado custo de implementação. Portanto, sugere-se um diâmetro ideal, ou ótimo  $D_{\acute{o}timo}$ , para a instalação de bombeamento.

Temos que, para a vazão de operação, o diâmetro ótimo é definido como sendo a dimensão do tubo que fornece o menor custo total possível da instalação. O custo total (C) da instalação é definido como:

$$C = C_{\scriptscriptstyle B} + C_{\scriptscriptstyle T}$$

(4.1)

Em que:

- $C_{B}$  é o custo da bomba, incluindo o custo de aquisição, instalação, operação e manutenção.
- $C_{\tau}$  é o custo da instalação de bombeamento, incluindo o custo de aquisição dos tubos e dos acessórios, de instalação e de manutenção.

Ambas as parcelas que compõem o custo total da instalação são funções do diâmetro. Para uma dada vazão, o aumento do diâmetro da tubulação faz com que a velocidade do escoamento diminua. Assim, a perda de carga também diminui, reduzindo a altura de carga requerida e a potência da bomba, resultando na diminuição do custo  $C_{\rm g}$ . Em compensação, o custo  $C_{\rm T}$  se eleva com o aumento do diâmetro da tubulação. Temos que, quanto maior o diâmetro do tubo, maior será o seu peso linear, e maiores serão os custos dos acessórios e instalação. A Figura 4.2 ilustra a dependência dos custos  $C_{\rm g}$  e  $C_{\rm T}$  em relação ao diâmetro da instalação.

Figura 4.2 | Custo mínimo e diâmetro ótimo de tubulação.



Fonte: elaborada pelo autor.

Para o cálculo do diâmetro ótimo, é necessário definir as seguintes variáveis:

**Custo por unidade de potência**  $(\varphi_B)$ : representa o custo médio por unidade de potência da aquisição do conjunto motor e bomba, custo da energia gasta no acionamento da instalação e sua manutenção. Assim:

$$\varphi_{B} = \frac{C_{B}}{P_{elet}} \tag{4.2}$$

Em que  $P_{elet}$  é a potência elétrica consumida no acionamento da instalação.

**Custo da instalação** ( $\varphi_{\tau}$ ): representa o custo médio da instalação por unidade de diâmetro (L) e comprimento (D), incluindo o custo dos tubos, acessórios e instalação. Portanto:

$$\varphi_{T} = \frac{C_{T}}{LD} \tag{4.3}$$

Reescrevendo a Equação 4.1, temos:

$$\boldsymbol{C} = \varphi_{\boldsymbol{B}} \boldsymbol{P}_{elet} + \varphi_{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{L} \boldsymbol{D} \tag{4.4}$$

A potência elétrica utilizada no acionamento da instalação é calculada por:

$$P_{elet} = \frac{P_m}{\eta_{motor}}$$
(4.5)

Em que  $P_m$  é a potência mecânica consumida no acionamento da bomba e  $\eta_{motor}$  é a eficiência do motor elétrico. A potência mecânica é dada por:

$$\boldsymbol{P}_{m} = \frac{\boldsymbol{P}_{h}}{\eta_{B}} \tag{4.6}$$

Sendo que  $P_h$  é a potência hidráulica fornecida ao fluido pela

bomba e  $\eta_{\rm B}$  é a eficiência da bomba. Substituindo a Equação (4.6) na Equação (4.5), temos que:

$$P_{elet} = \frac{P_h}{\eta_B \,\eta_{motor}} \tag{4.7}$$

Reescrevendo a potência hidráulica ( $P_h$ ) em função da altura de elevação ( $H_B$ ):

$$\boldsymbol{P}_{elet} = \frac{\rho \boldsymbol{g} \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{B}} \boldsymbol{Q}}{\eta_{\boldsymbol{B}} \eta_{motor}} \tag{4.8}$$

Conforme apresentado na Seção 3.2, a altura de elevação fornecida pela bomba ao escoamento pode ser calculada pela soma da altura estática de elevação  $(h_e)$  e da perda de carga total do sistema  $(H_{perdes})$ , tal que:

$$H_{B} = h_{e} + H_{perdas} \tag{4.9}$$

Rescrevendo a perda de carga localizada em função do comprimento equivalente, temos que:

$$H_{B} = h_{e} + f \frac{\sum \left(L + L_{eq}\right)}{D} \frac{V^{2}}{2g}$$
(4.10)

Ou ainda,

$$H_{B} = h_{e} + 8f \frac{\sum (L + L_{eq})}{D^{5}} \frac{Q^{2}}{g\pi^{2}}$$
(4.11)

Substituindo a Equação (4.11) na Equação (4.8), temos:

$$P_{elet} = \frac{\rho g \left[ h_e + 8f \frac{\sum \left( L + L_{eq} \right)}{D^5} \frac{Q^2}{g \pi^2} \right] Q}{\eta_B \eta_{motor}} = \frac{\rho g h_e Q}{\eta_B \eta_{motor}} + \frac{8f \rho \sum \left( L + L_{eq} \right) Q^3}{\eta_B \eta_{motor} \pi^2 D^5}$$
(4.12)

Reescrevendo o custo total pela substituição da Equação (4.12) na Equação (4.3), temos:

$$\boldsymbol{C} = \varphi_{B} \left[ \frac{\rho g \boldsymbol{h}_{e} \boldsymbol{Q}}{\eta_{B} \eta_{motor}} + \frac{8 f \rho \sum \left( L + L_{eq} \right) \boldsymbol{Q}^{3}}{\eta_{B} \eta_{motor} \pi^{2} \boldsymbol{D}^{5}} \right] + \varphi_{T} L \boldsymbol{D}$$
(4.13)

Note na Equação (4.13) que, após definirmos a vazão de operação, a única incógnita que resta será o diâmetro da tubulação. O diâmetro ótimo da tubulação é aquele que minimiza o custo

na Equação (4.13). Para o custo mínimo, temos que a derivada da função custo em relação ao diâmetro é nula, portanto:

$$\frac{dC}{dD} = 0 \quad (4.14)$$

Ou seja:

$$\frac{d\left[\varphi_{B}\frac{\rho g h_{e} Q}{\eta_{B} \eta_{motor}} + \varphi_{B} \frac{8f \rho \sum (L + L_{eq})Q^{3}}{\eta_{B} \eta_{motor} \pi^{2} D^{5}} + \varphi_{T} L D\right]}{dD} = 0 \qquad (4.15)$$

Derivando a função, temos:

$$-5\varphi_{B}\frac{8f\rho\sum(L+L_{eq})Q^{3}}{\eta_{B}\eta_{motor}\pi^{2}D_{\delta timo}^{6}}+\varphi_{T}L=0$$
(4.16)

$$5\varphi_{B}\frac{8f\rho\sum(L+L_{eq})Q^{3}}{\eta_{B}\eta_{motor}\pi^{2}D_{otimo}^{6}}=\varphi_{T}L$$
(4.17)

Isolando o diâmetro ótimo, temos que:

$$D_{\delta timo} = \left(5\frac{\varphi_{B}}{\varphi_{T}}\frac{8f\rho\sum(L+L_{eq})Q^{3}}{L\eta_{B}\eta_{motor}\pi^{2}}\right)^{1/6}$$
(4.18)

Finalmente,

$$\boldsymbol{D}_{\boldsymbol{o}timo} = \boldsymbol{K} \sqrt{\boldsymbol{Q}} \tag{4.19}$$

Em que *k* é a constante definida por:

$$\boldsymbol{k} = \left[ 5 \frac{\varphi_B}{\varphi_T} \frac{8f \rho \sum \left( \boldsymbol{L} + \boldsymbol{L}_{eq} \right)}{\boldsymbol{L} \eta_B \eta_{motor} \pi^2} \right]^{1/6}$$
(4.20)

A Figura 4.3 ilustra a relação entre o custo total e o diâmetro, destacando o ponto de custo mínimo em relação ao diâmetro ótimo da tubulação.

Figura 4.3 | Relação entre custo mínimo e diâmetro ótimo da tubulação.



Fonte: elaborada pelo autor.

A Equação (4.19) é conhecida com fórmula de Bresse. O cálculo da constante **k** nem sempre é trivial, devido às grandes incertezas associadas às grandezas  $\varphi_{B} = \varphi_{T}$ . A definição desses parâmetros é resultado de uma extensa pesquisa de custo, que geralmente varia de acordo com a região do país.

Segundo Azevedo Netto (1998), a constante k da fórmula de Bresse varia entre 0,7 e 1,5. O uso de um valor médio de k resultará em uma solução aproximada para o diâmetro ótimo, o que pode ser aceitável em instalações de pequeno porte. No entanto, em instalações de grande porte, a fórmula de Bresse pode ser utilizada como uma aproximação inicial, sendo necessária uma pesquisa econômica mais aprofundada.

Outra metodologia usual para calcular o diâmetro da tubulação é a utilização da velocidade econômica ( $V_{econ}$ ). Esse parâmetro varia de acordo com a massa específica, viscosidade e aplicação do fluido. Dada a velocidade econômica e a vazão da instalação, o diâmetro da instalação é calculado diretamente pela Equação (4.21).

$$D_{\acute{o}timo} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V_{econ}}} \tag{4.21}$$



Temos que os valores de velocidade econômica são usualmente definidos com base na experiência prática. Portanto, não há consenso em relação a esses valores. Dada a aplicação da instalação, é necessária uma pesquisa bibliográfica referente às velocidades econômicas recomendadas.

Exemplificando

Reflita

Sugestões de velocidade econômica para escoamento de água são apresentadas na Tabela 4.1 a seguir.

Tabela 4.1 | Velocidade econômica para escoamento de água em aplicações típicas

Aplicação	Material da tubulação	Velocidade econômica (m/s)
Redes de cidades	Aço-carbono	1 a 2
Redes de instalações industriais	Aço-carbono	2 a 3
Alimentação de caldeiras	Aço-carbono	4 a 8
Sucção de bombas	Aço-carbono	1 a 1,5
Fonte: Adaptado de Telles e Barros (1998, p. 28).		

Existem ainda recomendações em normas técnicas nacionais (ABNT, NBR) e internacionais (ANSI, ASME e API) para determinar o diâmetro ótimo de uma tubulação. Independente da metodologia utilizada para o cálculo do diâmetro ótimo, esse valor é uma referência, sendo necessário selecionar um diâmetro comercial padronizado.

### Pesquise mais

Nesta seção, tratamos apenas dos aspectos relevantes sobre a escolha do diâmetro ótimo da tubulação. Pesquise mais sobre o projeto de instalações de bombeamento utilizando a seguinte referência em sua pesquisa: Azevedo Netto (1998, p. 225-268).

#### Seleção de bombas centrífugas

A seleção da bomba centrífuga deve ser realizada após a definição da instalação de bombeamento. A partir das características da instalação é traçada sua curva de carga. A vazão de operação, em geral, é uma premissa básica do projeto. Portanto, utilizando a curva de carga da instalação, basta considerarmos a vazão de operação e definirmos a altura de elevação requerida pelo sistema. Esse procedimento é ilustrado na Figura 4.4. A seleção da bomba adequada para o sistema é baseada nessas duas variáveis: vazão de operação ( $Q_{op}$ ) e altura de elevação de operação ( $H_{op}$ ).





Fonte: elaborada pelo autor.

Existem diversos fabricantes de bombas no Brasil e no mundo que fornecem uma infinidade de tipos, modelos e tamanhos de equipamentos. Cada empresa disponibiliza em seus catálogos dados completos de desempenho que permitem a aplicação correta de suas bombas.

A decisão de qual fabricante escolher pode ser baseada na prática adquirida, no custo, disponibilidade ou localização. Após escolhido o fabricante, o processo de seleção consiste em:

- Escolhermos uma família de bomba adequada para sua aplicação em um catálogo da linha completa do fabricante, que forneça a vazão e elevação para cada tipo de máquina.
- A partir da família de bomba selecionada, devemos escolher um modelo apropriado e a velocidade do motor a partir de um diagrama característico, ou diagrama de "tijolos".

A seleção é realizada traçando o par  $(Q_{op})$  versus  $(H_{op})$  no diagrama e verificando em qual modelo de bombas ocorre a sobreposição das curvas. Um diagrama característico da família de bombas Meganorm, do fabricante KSB, operando a 3500 rpm, é mostrado na Figura 4.5. Esse mesmo tipo de diagrama também é disponível para outras rotações nominais de motor.

Figura 4.5 | Diagramas característicos de bombas ou diagrama de "Tijolos.



Fonte: KSB (2013, p. 9).

3) Devemos verificar se o modelo pré-selecionado é satisfatório para a aplicação, utilizando a curva detalhada de desempenho. Em geral, cada gráfico detalhado de desempenho apresenta as curvas características de elevação versus vazão para diferentes diâmetros de rotores, curvas de isoeficiência, de NPSH requerido e de potência consumida. Um exemplo de curvas características detalhada é mostrado na Figura 4.6, para o modelo KSB Meganorm 050-032-160, operando na rotação de 3500 rpm.

Figura 4.6 | Curvas características para o modelo KSB Meganorm 050-032-160, operando na rotação de 3500 rpm.



Fonte: KSB (2013, p. 9).



Atualmente, os fabricantes utilizam procedimentos informatizados para selecionar a bomba que seja mais adequada para uma determinada aplicação. Tem-se que tais procedimentos são versões automatizadas do método tradicional de seleção descrito.

#### Sem medo de errar

Relembrando que nesta unidade você, aluno, ocupa uma função técnica em uma empresa que opera campos de petróleo, visando desenvolver sua criatividade e sua capacidade de resolver problemas, temos que você deve selecionar a bomba adequada para uma dada aplicação.

Neste contexto, temos que a aplicação proposta é a injeção de água em um poço. A água tratada, que é destinada à injeção, fica armazenada em um reservatório de grandes dimensões e deve ser deslocada até o fundo do poço. Para uma determinada operação, a vazão de injeção deve ser de  $30 m^3 / h$  e a pressão no fundo do poço deve ser de 100 bar. A instalação de bombeamento possui um trecho horizontal de 40 m e outro vertical de 800 m, conforme ilustrado na Figura 4.1. O fluido é injetado por uma linha de diâmetro interno de 0,068 mm.

Figura 4.1 | Desenho esquemático da instalação do poço com injeção de água.



Fonte: elaborada pelo autor.

A etapa inicial da seleção é focada na determinação da vazão e da altura de elevação que devem ser fornecidas pela bomba. Neste caso, a vazão é uma premissa do projeto. A altura de elevação é obtida da curva de carga do sistema. Portanto, devemos aplicar a equação da energia a fim de obtermos tal curva.

Aplicando a equação da energia, desde o reservatório até o fundo do poço, temos:

$$\left(\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1\right) - \left(\frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2\right) = H_{\text{perdas}} - H_{\text{B}}$$

Vamos considerar a origem do sistema de referência como sendo a superfície livre do tanque e que a variação do termo cinético é nula. Assim:

$$\left(\frac{P_{1}}{\rho g_{1}}\right) - \left(\frac{P_{2}}{\rho g} + Z_{2}\right) = H_{perdas} - H_{B}$$

Sendo que:

$$P_1 = P_{atm} = 10^5 Pa$$
  
 $P_2 = 100 bar = 100 \cdot 10^5 Pa$ 

$$z_{2} = -800 m$$

Desconsiderando a perda de carga localizada, a perda de carga  $H_{\text{nerdas}}$  é calculada por:

$$H_{perdas} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{(800 + 40)}{0,068} \frac{V^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$H_{perdas} = 629,61 \cdot f \cdot V^{2}$$
  
Reescrevendo a equação da energia, temos;  
 $\left(\frac{10^{5}}{998 \cdot 9,81}\right) - \left(\frac{100 \cdot 10^{5}}{998 \cdot 9,81} - 800\right) = 629,61 \cdot f \cdot V^{2} - H_{B}$   
 $(10,2) - (221,4) = 629,61 \cdot f \cdot V^{2} - H_{B}$   
 $-211,4 = 629,61 \cdot f \cdot V^{2} - H_{B}$   
 $H_{B} = 629,61 \cdot f \cdot V^{2} + 211,4$ 

Para a vazão de  $30 m^3 / h$ , a velocidade do escoamento na tubulação será:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot 30}{3600 \cdot \pi \cdot 0,068^2} = 2,3 \, m \, / \, s$$

Utilizando a equação de Blasius para o fator de atrito:

$$f = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0,25} = 0,316 \cdot \left(\frac{998 \cdot 2,3 \cdot 0,068}{0,001}\right)^{-0.25} = 0,016$$

Portanto, a altura de carga requerida pelo sistema será:

#### $H_{\rm B} = 629,61 \cdot 0,016 \cdot 2,3^2 + 211,4 = 265 \, m$

Finalmente, a bomba selecionada deve fornecer vazão de  $30 m^3 / h$  e elevação de 265 m. Se olharmos o catálogo do fabricante KSB mostrado na Figura 4.5, notamos que nenhuma bomba do modelo Meganorm atende à elevação desejada. Isso é um indicativo de que a elevação de 265 m requer uma bomba de múltiplos estágios. Uma possibilidade seria utilizarmos o modelo KSB WK, cujo catálogo de curvas de característica é mostrado na Figura 4.7. Traçando neste gráfico a vazão e a altura de elevação requeridos, verificamos que a bomba WK 80/12 atende ao que é requerido pela instalação. Neste modelo em específico, a nomenclatura 80/12 significa que o flange de recalque possui 80 mm e que a bomba possui 12 estágios.



Figura 4.7 | Diagramas característicos da bomba KSB WK operando a 1750 rpm.

Fonte: KSB (2012, p. 02).

Caro aluno, a sequência da seleção da bomba consiste em definir o diâmetro do rotor, a potência consumida e a eficiência de operação. Finalize o procedimento de seleção e verificação utilizando os conceitos vistos nas seções anteriores.

Com os resultados de sua análise em mãos, você deve apresentar o memorial de cálculo desenvolvido em sua análise de seleção da bomba utilizada para injetar de água em um poço, a fim de justificar a compra da bomba.

#### Avançando na prática

#### Seleção do diâmetro da tubulação e da bomba centrífuga de uma instalação de bombeamento

#### Descrição da situação-problema

Você é consultor de aplicação em uma empresa que presta serviços em projetos hidráulicos. Seu setor recebeu de um cliente a solicitação para o dimensionamento do diâmetro da tubulação e seleção de uma bomba centrífuga. A aplicação de seu cliente é relativamente simples, pois trata-se da transferência de água entre dois reservatórios, em que a altura estática de elevação é nula. A distância entre esses reservatórios de transferência é de **400***m* e a vazão de operação da instalação deve ser de **60***m*<sup>3</sup> / *h*.

Sua experiência em projetos hidráulicos com aplicações industriais de transporte de água indica que a velocidade econômica deve ser de 2,5m/s na tubulação de descarga e de 1,5m/s na tubulação de sucção. No entanto, como a altura estática de sucção dessa instalação é positiva, o risco de ocorrência do fenômeno de cavitação é bastante reduzido e a velocidade econômica da sucção pode ser, também, de 2,5m/s.

Dimensione o diâmetro econômico da tubulação e selecione uma bomba adequada para essa aplicação.

#### Resolução da situação-problema

A etapa inicial é o cálculo do diâmetro da tubulação. Considerando a velocidade econômica de 2,5m/s e a vazão de operação de  $60m^3/h$ , o diâmetro pode ser calculado por:

$$D_{\delta timo} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V_{econ}}}$$

Portanto:

$$D_{\rm otimo} = \sqrt{\frac{4\cdot 60}{3600\cdot \pi \cdot 2,5}} = 92\,mm$$

Assim, o diâmetro recomendado é 92 mm. No entanto, devemos selecionar um diâmetro comercial padrão. A escolha do diâmetro comercial passa pela seleção do material, processo de fabricação e classe de pressão. Para essa aplicação, vamos considerar um tubo de aço galvanizado. A relação entre o diâmetro, espessura da parede e pressão admissível pode ser encontrada em normas técnicas. Vamos considerar a normatização da NBR-5590 para tubos Schedule 40 mostrada na Tabela 4.2, que suportam a pressão necessária para essa aplicação.

Diâmetro Nominal (pol)	Diâmetro externo (mm)	Diâmetro interno (mm)
2	60,30	52,48
2 1/2	73,0	62,68
3	88,90	77,92
3 1/2	101,60	90,12
4	114,30	102,26

Tabela 4.2 | Dados do Tubo Schedule 40 STD.

Fonte: Adaptado da Norma NBR-5590.

Portanto, utilizando a Tabela 4.2, temos que o tubo Schedule 40 STD de diâmetro nominal de 3 <sup>1</sup>/<sub>2</sub>" é adequado para a aplicação, pois possui diâmetro interno de 90,12 mm, próximo do diâmetro econômico calculado.

Após a definição do diâmetro da tubulação, é possível calcular a altura de elevação necessária. A instalação pode ser representada esquematicamente pela Figura 4.8. Figura 4.8 | Representação esquemática da instalação.



Fonte: elaborada pelo autor.

Aplicando a equação da energia, temos:

 $H_{\rm B}=H_{\rm perdas}$ 

Devido aos poucos acessórios existentes na instalação, em uma primeira aproximação, vamos considerar que a perda de carga localizada é desprezível. Assim, temos que:

$$H_{\rm B} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Para o diâmetro interno de 90,12 mm e vazão de  $60 m^3 / h$ , a velocidade será:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4 \cdot 60}{3600 \cdot \pi \cdot 0,09012^2} = 2,6 \, m \, / \, s$$

Para o cálculo do fator de atrito, vamos considerar a Equação de Blasius, tal que:

 $f = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0,25}$ 

Sendo que o número de Reynolds é dado por:

$$\mathsf{Re} = \frac{998 \cdot 2, 6 \cdot 0, 09012}{0,001} = 233843$$

Portanto:

$$f = 0,316 \cdot 233843^{-0,25} = 0,014$$

A altura de elevação estática será:

$$H_{B} = 0,014 \frac{400}{0,09012} \frac{2,6^{2}}{2 \cdot 9,81} = 21,4 m$$

Assim, devemos selecionar uma bomba que forneça a vazão de  $60 m^3 / h$  e elevação de 21,4 m. Como a instalação opera com água, é conveniente selecionar uma bomba centrífuga para a aplicação. Selecionado o tipo de bomba, é necessário escolher um fabricante. Vamos considerar o fabricante KSB para essa seleção e os diagramas característicos mostrados na Figura 4.5. A seleção do modelo da bomba é realizada traçando no diagrama a vazão e a elevação desejadas, conforme mostrado na Figura 4.9, referente à linha Meganorm, com operação a 3500 rpm.



Figura 4.9 | Seleção do modelo de bomba centrífuga.

Fonte: KSB (2013, p.9).

Portanto, podemos observar que o diagrama da Figura 4.8 indica que o modelo adequado para a aplicação seria o 40-125. Agora, é necessário verificar as curvas características detalhadas desse modelo no catálogo do fabricante, conforme mostrado na Figura 4.10.

Figura 4.10 | Curvas característica para o modelo KSB Meganorm 040-125, operando na rotação de 3500 rpm.



Fonte: KSB (2013, p.9).

A sequência da seleção consiste em definir o diâmetro do rotor e a potência consumida, a fim de verificar se a operação da bomba é segura quanto à ocorrência do fenômeno de cavitação. Finalize o procedimento de seleção e verificação utilizando os conceitos vistos nas seções anteriores.

#### Faça valer a pena

**1.** A escolha do diâmetro da tubulação é fundamental no projeto da instalação de bombeamento, pois influencia diretamente na seleção da bomba. Um dos critérios adotados no projeto da instalação é o custo. Considere que o custo total de uma instalação pode ser descrito pela seguinte função:

#### $C_{\tau} = 50000 - 10 \cdot D + 50D^2$

Em que  $C_{_{T}}$  é o custo em Reais e D é o diâmetro da tubulação, dado em metros.

O diâmetro ótimo da tubulação que minimiza o custo total da instalação é:

- a) 0,076 m.
- b) 0,084 m.

d) 0,16 m. e) 0,24 m.

c) 0,10 m.

2. Sobre as instalações de bombeamento, são feitas as seguintes afirmações:

- I No dimensionamento da instalação, a escolha do diâmetro da tubulação não possui influência na seleção da bomba.
- II Dada uma vazão de operação, os custos relacionados à aquisição e operação do conjunto moto-bomba diminuem com o aumento do diâmetro da tubulação.
- III A velocidade econômica recomendada para o escoamento em tubulações aumenta quanto maior for a viscosidade do fluido.
- IV No caso de tubulações com diâmetro abaixo do recomendado, ocorre gasto excessivo de energia no acionamento da bomba devido à elevada perda de carga.
- V O diâmetro econômico da tubulação é aquele que minimiza o custo total da instalação.

Analisando as afirmações apresentadas no texto-base, é correto o que se afirma em:

- a) I, II e IV, apenas.
- b) II, III e IV, apenas.
- c) I, III e V, apenas.
- d) II, IV e V, apenas.
- e) I, II, III e IV, apenas.

**3.** Um óleo mineral, utilizado na lubrificação de um mancal hidrodinâmico, deve ser transportado até o sistema de resfriamento por meio de uma tubulação circular. A vazão necessária para essa operação é de 2,0L/s. A viscosidade do óleo é 0,060 *Pa.s* e sua massa específica é  $900 kg/m^3$ . Tem-se que, para essa aplicação, é recomendada a velocidade econômica de 1,0m/s.

O diâmetro recomendado para essa tubulação e o regime de escoamento serão:

- a)  $D = 40 \, mm$ , escoamento em regime laminar.
- b)  $D = 40 \, mm$ , escoamento em regime turbulento.
- c)  $D = 50 \, mm$ , escoamento em regime laminar.
- d)  $D = 50 \, mm$ , escoamento em regime turbulento laminar.
- e) \* $D = 50 \, mm$ , escoamento em regime de transição.

# Seção 4.2

## Fatores que afetam a operação de bombas centrífugas

#### Diálogo aberto

Prezado aluno, nas seções anteriores vimos que as curvas características são obtidas pelos fabricantes a partir de testes experimentais de desempenho de bombas operando com água. Vimos, também, que através das leis de similaridade podemos estimar o comportamento das bombas em algumas condições diferentes daquelas testadas. Mas, será que as leis de similaridades são capazes de estimar o comportamento de uma bomba em todas as condições que ocorrem na prática? Certamente a resposta desse questionamento é negativa. Tais leis são limitadas às condições discutidas anteriormente. Existem os fatores que afetam o desempenho dessas máquinas que não são contemplados pelas leis de similaridade.

O objetivo desta seção é justamente estudar alguns dos fatores que afetam a operação de bombas centrífugas. Discutiremos os efeitos da variação da massa específica, da viscosidade e da presença de gás e de sólidos em suspensão.

Nesta unidade, você, aluno, está inserido em uma função técnica em uma empresa que opera campos de petróleo na região Nordeste do Brasil. Uma determinada operação de produção exige que petróleo cru seja bombeado entre dois reservatórios. Para essa tarefa, deve ser utilizada uma bomba centrífuga específica para operação com petróleo, cuja curva característica é mostrada na Figura 4.11 (diâmetro de 237 mm). O petróleo que deve ser transportado possui massa específica de **896 kg / m<sup>3</sup>** e viscosidade de **395 cP**.

Figura 4.11 | Curva característica da bomba centrífuga de transferência operando com água e rotação de 1750 rpm.



Fonte: KSB (2010, p. 5).

A curva do catálogo do fabricante pode ser utilizada para operar com um fluido de maior viscosidade? Qual procedimento pode ser utilizado para corrigir o desempenho da bomba?

Baseado nesses dados, desenvolvendo sua criatividade e a capacidade de solução de problemas, estime o desempenho da bomba operando com o petróleo. Você deve detalhar o procedimento de correção e obter as curvas características corrigidas da bomba, com o objetivo de calcular o ponto de operação do sistema. Elabore um memorial, a ser entregue para o seu gestor, com os cálculos desenvolvidos em sua análise, com a finalidade de elaborar o descritivo técnico para o procedimento de correção de bomba.

Para realizar a correção do desempenho da bomba, será necessário calcular os fatores de correção apropriados.

Preparado para mais esse desafio? Bons Estudos!

#### Não pode faltar

As bombas centrífugas são máquinas dinâmicas que têm seu desempenho influenciado, dentre outros fatores, pelas características do fluido de trabalho. Idealmente, esses equipamentos são projetados e testados para operar com água pura. No entanto, existem diversas outras aplicações em que o fluido de trabalho possui propriedades diferentes da água. A seguir, estudaremos alguns fatores que afetam a operação das bombas centrífugas.

#### Influência da Massa Específica na Operação de Bombas Centrífugas

Suponha uma aplicação em que o fluido bombeado é uma salmoura (solução de água saturada com sal), com massa específica 10% maior do que a água. As curvas características fornecidas pelo fabricante, obtidas em testes experimentais utilizando água, são válidas para a bombas operando com a salmoura? A princípio, sim. Desde que não haja variação significativa de viscosidade, as curvas características obtidas usando água como fluido de trabalho podem ser utilizadas para operação com fluidos de diferente massa específica.

A priori, é verificado experimentalmente que a variação de massa específica não altera a curva de altura de elevação *versus* vazão da bomba. Portanto, para uma dada vazão de operação, a altura de elevação fornecida pela bomba com água  $(H_w)$  é igual à altura de elevação fornecida ao fluido de diferente massa específica  $(H_\rho)$ . Ou seja:

$$H_{w} = H_{a}$$

Escrevendo a altura de elevação em função do ganho de pressão:

(4.22)

$$\frac{\Delta P_{w}}{\rho_{w}g} = \frac{\Delta P_{\rho}}{\rho_{o}g} \tag{4.23}$$

Isolando o termo  $\Delta P_{\rho}$ , temos que:

$$\Delta \boldsymbol{P}_{\rho} = \left(\frac{\rho_{\rho}}{\rho_{w}}\right) \Delta \boldsymbol{P}_{w} \tag{4.24}$$

Em que os subíndices w e  $\rho$  indicam a operação com água e com um fluido de diferente massa específica, respectivamente.

Portanto, para que a altura de elevação seja constante, o ganho de pressão deve variar em função da massa específica do fluido.

Quando a massa específica do fluido é menor do que a massa específica da água, o ganho de pressão será menor. Já quando o fluido é mais denso do que a água, o ganho de pressão será maior.

Em relação à potência consumida pela bomba, a semelhança dinâmica na operação impõe que os adimensionais de potência  $(\Pi)$  sejam iguais. Assim:

$$\Pi_{\mathbf{w}} = \Pi_{\rho} (4.25)$$

$$\left(\frac{P_{m}}{\rho \omega^{3} D^{5}}\right)_{\mathbf{w}} = \left(\frac{P_{m}}{\rho \omega^{3} D^{5}}\right)_{\rho}$$
(4.26)

Para a mesma rotação e diâmetro do rotor:

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{m}_{\rho}} = \left(\frac{\rho_{\rho}}{\rho_{\boldsymbol{w}}}\right) \boldsymbol{P}_{\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{w}}}$$
(4.27)

A eficiência da bomba  $(\eta_{\rho})$  operando com um fluido de massa específica  $(\rho_{\rho})$  diferente da água é:

$$\eta_{\rho} = \frac{\Delta P_{\rho} \mathbf{Q}}{P_{m_{\rho}}} \tag{4.28}$$

Substituindo as Equações (4.24) e (4.27) na Equação (4.28), temos:

$$\eta_{\rho} = \frac{\left(\frac{\rho_{\rho}}{\rho_{w}}\right) \Delta P_{w} Q}{\left(\frac{\rho_{\rho}}{\rho_{w}}\right) P_{m_{w}}}$$

$$\eta_{\rho} = \frac{\Delta P_{w} Q}{P_{m_{w}}} = \eta_{w}$$

$$(4.29)$$

Portanto:

 $\eta_{\rho} = \eta_{\rm w} \tag{4.31}$ 

Portanto, temos que a eficiência da bomba não é alterada devido à variação da massa específica do fluido. Note que as análises realizadas são apenas para a variação da massa específica, considerando que a viscosidade seja aproximadamente a mesma.

#### Influência da Viscosidade na Operação de Bombas Centrífugas.

A viscosidade do fluido de trabalho é uma propriedade que possui relevante influência sobre o desempenho das bombas centrífugas.

A princípio, essas máquinas são indicadas para aplicações em que a viscosidade do fluido de trabalho é no máximo algumas poucas dezenas de vezes maior do que a viscosidade da água.

O aumento da viscosidade do fluido a ser bombeado faz com que as perdas de energia se intensifiquem no interior da bomba, reduzindo sua capacidade de elevação. Além disso, a potência requerida para o acionamento aumenta e a eficiência energética diminui.

As Figuras 4.12, 4.13 e 4.14 mostram a influência da viscosidade nas curvas características de uma bomba centrífuga de múltiplos estágios utilizada na produção de petróleo. Esses testes foram realizados na rotação de 3500 rpm e com a viscosidade variando entre 1 e 836 cP (0,001 até 0,836 Pa.s).

Para uma determinada vazão, observamos na Figura 4.12 que a altura de elevação fornecida pela bomba diminui abruptamente em função do aumento da viscosidade. Note que a vazão máxima da curva característica também diminui.

Figura 4.12 | Curva característica de elevação *versus* vazão para diferentes valores de viscosidade.



Fonte: Monte Verde (2016, p. 195)

Apesar da diminuição da capacidade de elevação, a bomba consome uma potência mais elevada, devido ao aumento da viscosidade. Como consequência, a eficiência do equipamento diminui drasticamente. A partir destes resultados, vemos que a eficiência máxima da bomba operando com água é de aproximadamente 65%. Porém, quando a viscosidade sobe para 114 cP, a eficiência se reduz pela metade.





Fonte: Monte Verde (2016, p. 196).

Nos nossos estudos de análise dimensional e semelhança aplicados às máquinas de fluxo, vimos que as leis de similaridade não são válidas para fluidos mais viscosos do que a água. Portanto, não podemos estimar o desempenho de uma bomba operando com fluido viscoso, com base na curva de catálogo do fabricante, obtida com água e utilizando as leis de similaridade.





Fonte: Monte Verde (2016, p. 196).

Dessa forma, quando é necessário definir o desempenho da bomba em função da viscosidade, existem dois procedimentos usuais. O primeiro deles é testar experimentalmente o equipamento com o fluido da viscosidade desejada e medir seu desempenho. Em geral, os fabricantes possuem restrições para realizar esses testes, principalmente porque as bancadas de testes são projetadas para operar com água. O segundo procedimento é utilizar ábacos ou correlações para fazer a correção do desempenho. Esse procedimento tem como base as curvas de operação utilizando água como fluido de trabalho e, então, são aplicados fatores de correção para a obtenção do desempenho em função da viscosidade do novo fluido de trabalho. Obviamente, esse procedimento é menos preciso do que o primeiro, porém não apresenta custos associados.

Os fatores de correção utilizados para determinar o desempenho de uma bomba em função da viscosidade são:

Fator de correção de vazão  $(C_a)$ :

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{q}} = \frac{\boldsymbol{q}_{vis}}{\boldsymbol{q}_{w}} \tag{4.32}$$

Fator de correção de elevação  $(C_{H})$ :

$$C_{H} = \frac{H_{vis}}{H_{w}} \tag{4.33}$$

Fator de correção de eficiência ( $C_n$ ):

$$\boldsymbol{C}_{\eta} = \frac{\eta_{\text{vis}}}{\eta_{\text{w}}} \tag{4.34}$$

Em que os subíndices **w** e **vis** representam a operação com água e com fluido viscoso, respectivamente. Em geral, é verificado experimentalmente que os fatores de correção dependem da rotação da bomba. Temos que quanto maior a rotação, menor a influência da viscosidade no desempenho da bomba.



O aumento da viscosidade do fluido de trabalho faz com que as perdas de energia se intensifiquem no interior da bomba, reduzindo sua capacidade de elevação, aumentando a potência consumida e reduzindo sua eficiência. Sempre que possível, é recomendada a utilização de bombas de deslocamento positivo para a operação com fluidos de elevada viscosidade.

Na literatura existem diferentes referências que propõem procedimentos para obtermos esses fatores de correção. Um dos procedimentos mais citados é o proposto pelo Hydraulic Institute - USA (1955). Este procedimento é baseado na medição experimental do desempenho de centenas bombas centrífugas convencionais de simples estágio, operando com óleos derivados de petróleo. Na bancada de testes utilizada nesse procedimento foram utilizadas bombas centrífugas de 1 a 8" (25 a 200 mm) de diâmetro de flange de descarga, vazões de 3400 a 340000 bpd (540 a 540000  $m^3$  / h), altura de elevação variando entre 6 a 600 ft (1.8 a 183 m) e viscosidade cinemática entre 4 a 3300 cSt. Com base nos resultados experimentais obtidos foram propostos dois ábacos: um para as bombas de 2 até 8" e outro para bombas de 1" de diâmetro de flange de descarga. Esses ábacos fornecem os fatores de correção de vazão  $(C_a)$ , de altura de elevação  $(C_{\mu})$ e de eficiência  $(C_n)$ , que são utilizados na correção da curva de desempenho da bomba operando com fluido viscoso.

O ábaco proposto para as bombas de 2 até 8" é mostrado na Figura 4.15. Os fatores de correção são obtidos diretamente, a partir da leitura do ábaco. Para uma determinada vazão de água no ponto de melhor eficiência (BEP), localizada no eixo das abcissas, traçamos uma linha vertical até a curva correspondente à elevação com água no BEP. A partir desse ponto, traçamos uma linha horizontal até a viscosidade que se deseja realizar a correção. Então, traçamos uma nova linha vertical até os fatores de correção.

Finalizando, temos que os fatores de correção  $C_q$  e  $C_\eta$  são independentes da vazão de água. No entanto, o fator de correção  $C_H$  varia com a vazão e o ábaco fornece esse fator para quatro vazões diferentes, que são 0,6; 0,8; 1 e 1,2 vezes a vazão do ponto de melhor eficiência.

Figura 4.15 | Ábaco para correção de desempenho de bombas centrífugas de 2 a 8" operando com fluido viscoso.



Fonte: Adaptada de Hydraulic Institute (1983, p. 9)

O procedimento do *Hydraulic Institute* - USA (1955) foi atualizado e modernizado ao longo dos anos. Sua versão mais atual é a normal ANSI-HI 9.6.7 (2010). Em vez de apresentar os fatores de correção na forma de ábacos, essa norma apresenta correlações que facilitam a implementação desse procedimento em planilhas eletrônicas e programas computacionais de seleção de bombas.
Pesquise mais sobre os procedimentos propostos por diferentes autores para corrigir o desempenho de bombas centrífugas em função da viscosidade do fluido de trabalho. Uma ampla revisão sobre o tema é apresentada por Monte Verde (2016, p. 55-68).

# Influência de Gás na Operação de Bombas Centrífugas e Instabilidade de Operação de Bombas Centrífugas.

A presença de gás livre juntamente com o líquido bombeado é outro inconveniente que afeta a operação das bombas centrífugas. O gás livre misturado com o fluido de trabalho pode ter diferentes origens.

Um motivo bastante frequente é chamado de aeração, que consiste na entrada de ar ambiente na bomba. Esse problema ocorre quando a tubulação de sucção possui vazamento e a pressão manométrica no interior do tubo diminui até chegar em valores abaixo da pressão atmosférica. Neste caso, o ar ambiente entra na tubulação e se mistura com o fluido de trabalho. Frequentemente a aeração é confundida com o fenômeno de cavitação, por provocar efeitos semelhantes. No entanto, trata-se de fenômenos com origens totalmente distintas.

Outra possibilidade para a mistura de gás no fluido bombeado é a utilização de reservatórios de sucção com nível inadequado. Caso o nível do reservatório esteja abaixo de um determinado limite, o efeito da sucção da bomba pode criar vórtices, provocando a entrada de ar na instalação.

Existe ainda a possibilidade de o gás livre ser originado devido à mudança de fase do fluido de trabalho. Um exemplo típico são as instalações de arrefecimento, que utilizam bombas centrífugas para circular água. Caso a temperatura do fluido de trabalho exceda o ponto de saturação da água, haverá a mudança de fase de parte do líquido. Assim, o fluido de trabalho será formado por uma mistura bifásica de água e vapor de água. Note que, neste caso, o gás é o próprio vapor do fluido de trabalho e não o ar ambiente.

Independente do gás contido no fluido de trabalho (ar ou vapor), as consequências de sua presença são as mesmas. O gás no interior do rotor prejudica o processo dinâmico de transferência de energia entre a bomba e o fluido, reduzindo a capacidade do equipamento de fornecer altura de elevação. Em casos em que a quantidade de gás é significativa, além de termos uma diminuição no desempenho da bomba, podem ocorrer instabilidades na operação desta. Isso ocorre porque a curva característica da bomba passa a apresentar pontos de máximo e inflexões, podendo fornecer diferentes pontos de operação do sistema. A Figura 4.16 ilustra as mudanças na curva característica da bomba devido à presença de gás e a multiplicidade de pontos de operação que geram as instabilidades na operação.

💮 Reflita

Pensando no processo de transferência de energia que ocorre no interior do rotor de uma bomba centrífuga, por que a presença de gás misturado ao fluido de trabalho diminui a capacidade de elevação da bomba?

Figura 4.16 | Curva característica de uma operação instável de bomba centrífuga devido à presença de gás.



Vazão, q

Fonte: Monte Verde (2016, p. 52).

Exemplificando

Um exemplo prático da operação de bombas centrífugas com gás ocorre na produção de petróleo. O petróleo é uma mistura de diferentes hidrocarbonetos, desde os mais leves, tais como metano e etano, até frações de cadeias longas e pesadas. Durante o bombeio do petróleo, a pressão pode cair a um nível abaixo da pressão de saturação de algumas das frações leves de hidrocarboneto. Assim, a bomba irá operar com o petróleo líquido e o gás natural de petróleo. Dependendo da quantidade de gás misturada no petróleo líquido, podemos ter a ocorrência de problemas operacionais severos, que podem levar à parada do equipamento.

## Influência de Sólidos em Suspensão na Operação de Bombas Centrífugas.

Nem sempre o fluido de trabalho é limpo e livre de impurezas. Existem inúmeras aplicações em que existem partículas sólidas em suspensão no fluido, tal como no tratamento de efluentes. Em outros casos, o objetivo principal é justamente o transporte de sólidos em suspensão, como é usual na indústria de mineração.

O desempenho da bomba na presença de sólidos em suspensão é afetado pela variação da massa específica e da viscosidade do fluido, que variam de acordo com a concentração e com a granulometria do particulado sólido. Também em função dessas características é escolhido o tipo de rotor utilizado, sendo comum a seleção de bombas com rotores do tipo aberto ou semiaberto. Outro fator que deve ser levado em consideração quando são transportados sólidos em suspensão é o material em que a bomba é fabricada. Em tais aplicações é necessário selecionar materiais resistentes à abrasão, à corrosão e à erosão. A solução para essas aplicações envolve a utilização de metal duro e elastómeros.

#### Sem medo de errar

Relembrando que nesta unidade você, aluno, ocupa uma função técnica em uma empresa que opera campos de petróleo. Visando desenvolver sua criatividade e sua capacidade de resolver problemas, temos que, na problematização proposta nessa seção, você deve estimar o desempenho de uma bomba operando com um fluido de elevada viscosidade.

Neste contexto, uma determinada operação de produção exige que petróleo cru seja bombeado entre dois reservatórios. Para essa tarefa, deve ser utilizada uma bomba centrífuga específica para operação com petróleo, cuja curva característica é mostrada na Figura 4.11 (diâmetro de 237 mm). O petróleo que deve ser transportado possui massa específica de **896** *kg l m*<sup>3</sup> e viscosidade de **395** *cP*.

Para estimarmos o desempenho da bomba operando com fluido viscoso, é necessário utilizar um procedimento de correção das curvas características. Vamos utilizar o procedimento apresentado pelo *Hydraulic Institute* (1983). Para isso, devemos inicialmente definir qual o ponto de melhor eficiência da bomba operando

com água. Analisando a Figura 4.17 concluímos que o BEP ocorre na eficiência de 68,5%, sendo a vazão de  $48 m^3 / h$  e a altura de elevação de 24 m.



Figura 4.17 | Curva característica da bomba centrífuga de transferência operando com água e rotação de 1750 rpm.

Fonte: adaptada de KBS (2010, p. 5).

O procedimento do *Hydraulic Institute* (1983) consiste em obter os fatores de correção por meio do ábaco da Figura 4.15. Para isso, vamos converter as variáveis do problema em unidades adequadas para a leitura do ábaco. Portanto:

 $Q = 48 m^3 / h \rightarrow 211 GPM$ 

 $H = 24 m \rightarrow 78,7 ft$ 

#### $\mu = 395 cP \rightarrow \nu = 440 cSt$

Feito isso, podemos fazer a leitura do ábaco da Figura 4.18. Para a vazão de 211 GPM, localizada no eixo das abcissas (ponto 1), traçamos uma reta vertical até a altura de elevação correspondente (ponto 2). A partir desse ponto, traçamos uma reta horizontal até a viscosidade que se deseja realizar a correção (ponto 3). Então, traçamos uma nova reta vertical até os fatores de correção (pontos 4, 5 e 6), onde são realizadas as leituras dos valores.

Figura 4.18 | Ábaco para correção de desempenho de bombas centrífugas de 2 a 8" operando com fluido viscoso.



Fonte: Adaptada de Hydraulic Institute (1983, p. 9)

Portanto, temos que os fatores de correção são:

$$\begin{split} & C_{\eta} = 35\% \\ & C_{Q} = 77\% \\ & C_{H}(1,0xQ_{BEP}) = 80\% \\ & \text{Realizando a correção do desempenho, temos:} \\ & q_{vis} = C_{q}q_{w} = 0,77\cdot48 \\ & q_{vis} = 37\,m^{3} / h \\ & \text{Para a eficiência:} \\ & \eta_{vis} = C_{\eta}\eta_{w} = 0,35\cdot68,5 \\ & \eta_{vis} = 24\% \end{split}$$

Para a elevação referente à vazão do BEP:

 $H_{vis} = C_H H_w = 0,80 \cdot 24$ 

#### $H_{vis} = C_H H_w = 19,2 m$

Finalizando, temos que apenas a estimativa do BEP não é suficiente para calcular o ponto de operação. Portanto, utilizando os conceitos apresentados nas seções anteriores e os fatores calculados, deve-se estimar as curvas características corrigidas.

Baseado na solução apresentada, podemos concluir que o desempenho da bomba centrífuga é drasticamente afetado pelo aumento da viscosidade do fluido. Por exemplo, sua eficiência é reduzida a apenas 24% da eficiência que foi apresentada com o uso da água como fluido de trabalho.

Com os resultados em mãos, um memorial com os cálculos desenvolvidos em sua análise deve ser elaborado, com a finalidade de documentarmos o descritivo técnico para o procedimento de correção de desempenho da bomba.

#### Avançando na prática

### Cálculo do ponto de operação de uma instalação utilizando um fluido viscoso

#### Descrição da situação-problema

Você é técnico de aplicação em uma empresa que presta serviços de consultoria em projetos hidráulicos. A instalação de bombeamento de um cliente opera com água, que é transportada entre dois reservatórios, conforme mostrado na Figura 4.19. A instalação possui altura estática de sucção nula, comprimento linear de 200 m e diâmetro interno da tubulação de 90 mm.

Figura 4.19 | Instalação de bombeamento do problema proposto.



Fonte: elaborada pelo autor.

A curva característica da bomba utilizada, como rotor de 219 mm, é representada na Figura 4.20.

Figura 4.20 | Curva característica utilizada na instalação de bombeamento do problema proposto.



Fonte: KSB (2013, p. 52).

Seu cliente fez uma consulta sobre a possibilidade de utilizar essa mesma instalação sem alterações, para operar com óleo lubrificante mineral de massa específica  $850 \, kg \, / \, m^3$  e viscosidade de  $100 \, cP$ . Analise o comportamento da instalação ao substituir o fluido de trabalho. Qual a alteração do ponto de operação da instalação?

### Resolução da situação-problema

Temos que, com a mudança do fluido de trabalho, tanto a curva de carga da instalação, quanto a curva da bomba são alteradas. Podemos iniciar essa análise definindo qual o ponto de operação da instalação com água. Para isso, vamos calcular a curva característica da instalação. Aplicando a equação da energia entre os pontos 1 e 2 e considerando desprezível a perda de carga localizada, temos que:

 $H_{\rm B}=H_{\rm perdas}$ 

Sendo a perda de carga distribuída calculada por:

$$H_{perdas} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Portanto:

$$H_{\rm B} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Escrevendo a velocidade em função da vazão, temos:

$$H_{\rm B} = f \frac{L}{D} \frac{Q^2}{A^2 2g} \quad \rightarrow \quad H_{\rm p,D} = f \frac{L}{D^5} \frac{16Q^2}{\pi^2 2g}$$

Considerando as grandezas fornecidas no problema:

$$H_{\rm B} = f \frac{200}{0,090^5} \frac{16 \cdot {\rm Q}^2}{\pi^2 2 \cdot 9,81} = 2798586 \cdot f \cdot {\rm Q}^2$$

O fator de atrito pode ser calculado por:

$$f\begin{cases} la \min ar = \frac{64}{\text{Re}} \\ turbulento = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0,25} \quad (Eq. de Blasius) \end{cases}$$

Com o auxílio de uma planilha eletrônica, podemos obter a altura de elevação  $H_{\rm B}$  para diferentes vazões, conforme mostrado na Tabela 4.3.

Q (m³/h)	Re (–)	f (-)	$H_{_B}(m)$
0	0	-	0
5	19610	0,027	0,1
10	39220	0,022	0,5
15	58830	0,020	1,0
20	78440	0,019	1,6
25	98050	0,018	2,4
30	117660	0,017	3,3
35	137270	0,016	4,3
40	156880	0,016	5,5
45	176490	0,015	6,7
50	196100	0,015	8,1
55	215710	0,015	9,6
60	235320	0,014	11,2
65	254931	0,014	12,8
70	274541	0,014	14,6
75	294151	0,014	16,5
80	313761	0,013	18,5
85	333371	0,013	20,5
90	352981	0,013	22,7
95	372591	0,013	24,9
100	392201	0,013	27,3

Tabela 4.3 | Cálculo da curva característica do sistema operando com água.

Fonte: elaborada pelo autor.

Extraindo a curva característica da bomba da Figura 4.20 e plotando-a no mesmo gráfico, juntamente com a curva do sistema, conforme ilustrado na Figura 4.21, definimos o ponto de operação da instalação. Portanto, para o sistema operando com água, a vazão de operação é de aproximadamente  $83m^3 / h$ .



Figura 4.21 | Ponto de operação da instalação de bombeamento operando com água.

Fonte: elaborada pelo autor.

Para calcularmos a curva de carga da instalação, podemos utilizar a mesma equação encontrada para água. A viscosidade será levada em consideração apenas no cálculo do número de Reynolds. Assim, novamente com o auxílio de uma planilha eletrônica, podemos obter a altura de elevação  $H_B$  para diferentes vazões, conforme mostrado na Tabela 4.4.

Q (m³/h)	Re (-)	f (-)	$H_{B}(m)$
0	0	-	0
5	1670	0,049	0,3
10	3340	0,042	0,9
15	5011	0,038	1,8
20	6681	0,035	3,0
25	8351	0,033	4,5
30	10021	0,032	6,1
35	11691	0,030	8,0

Tabela 4.4 | Cálculo da curva característica do sistema operando com óleo.

40	13362	0,029	10,2
45	15032	0,029	12,5
50	16702	0,028	15,0
55	18372	0,027	17,7
60	20042	0,027	20,6
65	21713	0,026	23,8
70	23383	0,026	27,0
75	25053	0,025	30,5
80	26723	0,025	34,2
85	28393	0,024	38,0
90	30063	0,024	42,0
95	31734	0,024	46,1
100	33404	0,023	50,5

Fonte: elaborada pelo autor.

Como a viscosidade do óleo é maior do que a da água, a capacidade de elevação da bomba será afetada, sendo necessário corrigir sua curva característica. Para estimarmos o desempenho da bomba, é necessário utilizar um procedimento de correção. Vamos utilizar o procedimento apresentado pelo *Hydraulic Institute* (1983). Para isso, devemos definir qual o ponto de melhor eficiência da bomba operando com água. Analisando a Figura 4.20, concluímos que o BEP ocorre na eficiência de 79%, sendo a vazão de **73** $m^3$  / h e a altura de elevação de **21,5**m.

Convertendo as variáveis do problema em unidades adequadas para a leitura do ábaco, temos:

 $Q = 73 m^3 / h \rightarrow 320 GPM$ 

 $H = 21,5 m \rightarrow 70,5 ft$ 

 $\mu = 100 cP \rightarrow \nu = 118 cSt$ 

Feito isso, podemos fazer a leitura do ábaco da Figura 4.15. Portanto, temos que os fatores de correção são:

$$C_{\eta} = 80\%$$
  
 $C_{Q} = 98\%$   
 $C_{\mu}(1,0xQ_{_{BEP}}) = 95\%$ 

Calculando a curva corrigida da bomba e plotando-a no mesmo gráfico, juntamente com a curva do sistema, obtemos o novo ponto de operação da instalação, conforme mostrado na Figura 4.22.

Figura 4.22 | Ponto de operação da instalação de bombeamento operando com óleo.



Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, analisando a Figura 4.22, obtemos que o ponto de operação da instalação utilizando óleo como fluido de trabalho será de aproximadamente  $62m^3 / h$ .

Dessa forma, podemos concluir que, devido ao aumento da viscosidade, mantendo-se a mesma instalação, a vazão de operação do sistema é reduzida de  $83 m^3 / h$  para  $62 m^3 / h$ . Finalmente, temos que a redução da vazão de operação é devido ao aumento da carga do sistema e, também, pela redução da capacidade da bomba de transferir energia ao fluido.

## Faça valer a pena

- **1.** Sobre a operação de bombas centrífugas, são feitas as seguintes afirmações:
  - I Quanto maior a massa específica do líquido bombeado, maior será o incremento de pressão fornecido pela bomba.
  - II Quanto maior a massa específica do líquido, maior será a eficiência da bomba.
  - III O aumento da viscosidade do fluido de trabalho aumenta a potência consumida pela bomba, porém sua eficiência é mantida constante.
  - IV O aumento da viscosidade do fluido de trabalho não afeta a capacidade de elevação da bomba.

 V – Além de afetar a curva característica da bomba, o aumento da viscosidade altera a curva de carga da instalação.

Analisando as afirmações apresentadas no texto-base, é correto o que se afirma em:

- a) I e II, apenas.
- b) III e V, apenas.
- c) IV e V, apenas.
- d) I e V, apenas.
- e) I, III e V, apenas.

**2.** Uma bomba centrífuga é selecionada para operar com uma solução de cloreto de sódio em água, cuja massa específica é de **1150** kg /  $m^3$ . A vazão requerida para a instalação deve ser de **30** $m^3$  / h. A curva característica da bomba fornecida pelo fabricante indica que, para essa vazão, a elevação é **43,5**m e a eficiência é de 60%.

Considerando que a viscosidade da solução é igual à da água e que a variação de massa específica não altera a altura de elevação fornecida pela bomba, o ganho de pressão e a eficiência da bomba operando com a solução são, respectivamente:

(Adote a aceleração da gravidade  $10,0 m/s^2$ ).

- a) 425,8 kPa e 60%.
- b) 500 kPa e 60%.
- c) 625 kPa e 48%.
- d) 425,8 kPa e 48%.
- e) 500 kPa e 48%

**3.** As bombas centrífugas são máquinas dinâmicas utilizadas para fornecer energia a fluidos no estado líquido. No entanto, em algumas situações as bombas podem operar com misturas de líquido com gases ou vapores. Sobre a operação de bombas centrífugas na presença de gases ou vapores, é correto o que se afirma em:

- a) A aeração consiste na vaporização do fluido de trabalho no interior da bomba devido à redução local da pressão.
- b) A cavitação ocorre devido à entrada de ar atmosférico na tubulação de sucção, causando prejuízo ao desempenho da bomba.
- c) A aeração consiste na entrada de ar ambiente na instalação que ocorre devido à redução da pressão interna da tubulação.
- d) A cavitação consiste na vaporização localizada do fluido devido à redução da pressão abaixo da pressão atmosférica.
- e) A cavitação e aeração são problemas operacionais que ocorrem devido à vaporização do fluido no interior da bomba.

# Seção 4.3

## Fundamentos de bombas de deslocamento positivo

## Diálogo aberto

Prezado aluno, após uma extensa discussão sobre as máquinas de fluxo, chegamos em nossa última seção desse material. Embora esta disciplina seja dedicada ao estudo das bombas dinâmicas, introduziremos nesta seção o estudo das máquinas de deslocamento positivo, pois é fundamental que você saiba discernir sobre o campo de aplicação de cada tipo de bomba. Embora as bombas dinâmicas possuam um campo de aplicação bem definido, estudamos alguns fatores que limitam a sua viabilidade operacional. É justamente nessas condições que limitam a operação das bombas centrífugas que as bombas de deslocamento positivo se destacam.

O objetivo desta seção é conhecer os conceitos fundamentais sobre as bombas de deslocamento positivo. Inicialmente, trataremos dos aspectos básicos dessas bombas, em que serão discutidos os princípios de funcionamento, características, vantagens, desvantagens e campo de aplicação. Em seguida, apresentaremos brevemente os tipos mais comuns de bombas de deslocamento positivo, tais como: bombas de pistão, bombas de diafragma, bombas de parafuso, bombas helicoidais, bombas de engrenagens, bombas de lóbulos e bombas de palhetas. E, finalmente, iremos apresentar as curvas características das bombas de deslocamento positivo.

Temos que, nesta unidade, você, aluno, está inserido em uma função técnica em uma empresa que opera campos de petróleo na região nordeste do Brasil. Um determinado processo de transferência exige que petróleo seja transportado por uma instalação que possui altura de elevação estática positiva de 20 m, diâmetro interno de 154 mm e comprimento linear de 4000 m. O petróleo bombeado possui massa específica de **880 kg / m<sup>3</sup>** e viscosidade de **200 cP**. Para esse sistema, foi selecionada uma bomba de deslocamento positivo do tipo helicoidal, operando na rotação nominal de 600 rpm, cuja curva característica é mostrada na Figura 4.23.

Figura 4.23 | Curva característica da bomba de deslocamento positivo helicoidal.

Q [m3/h]



Fonte: NETZCSH - curvas características modelo NM053-04S (2012).

Baseado nesses dados, desenvolvendo sua criatividade e a capacidade de solução de problemas, estime o ponto de operação do sistema para a rotação nominal da bomba. Como podemos definir o ponto de operação deste sistema? Qual a potência consumida pela bomba? Apresente suas análises na forma de memorial de cálculo. Este documento será entregue ao setor de produção com a finalidade de verificar se a vazão é adequada para a operação de transferência requerida.

Para realizar a análise do ponto de operação do sistema é necessário conhecer as características básicas das bombas de deslocamento positivo e suas curvas características.

Bons estudos!

## Não pode faltar

#### Conceitos fundamentais de bombas de deslocamento positivo

Caro aluno, nas bombas de deslocamento positivo, também chamadas de bombas volumétricas, a transferência de energia ocorre de forma distinta das bombas centrífugas. Ao passar pela máquina de deslocamento positivo, o fluido é confinado e sofre variações de volume. Tais variações volumétricas transferem energia para o fluido, principalmente na forma de pressão, sendo que a energia cinética transferida é relativamente pequena, podendo ser desprezada em muitos casos.

Uma grande diferença entre as características das bombas dinâmicas e de deslocamento positivo está relacionada com a vazão de operação. Conforme vimos nas seções anteriores, na operação das bombas centrífugas a vazão do sistema varia em função da curva de carga da instalação. No entanto, para as bombas de deslocamento positivo, esse fato não ocorre. Ou seja, temos que a vazão de operação é invariável com a curva de carga da instalação, sendo função apenas da rotação. Assim, não importa a altura estática requerida pelo sistema, sendo que, se mantermos constante a rotação, a vazão de operação não irá variar. Essa característica faz com que as bombas de deslocamento positivo predominem nas aplicações em sistemas de controle e transmissão hidráulica.

Enquanto as bombas centrífugas apresentam uma severa redução de desempenho em função da viscosidade do fluido de trabalho, as bombas de deslocamento positivo não possuem tal restrição, sendo apropriadas para operar com substâncias de elevada viscosidade. A capacidade de gerar pressão é outra vantagem das bombas de deslocamento positivo. Uma vez que esses equipamentos são capazes de fornecer elevadas pressões, que podem chegar na ordem de 100 MPa.

Devido ao funcionamento baseado na variação volumétrica, que gera elevadas pressões, as bombas de deslocamento positivo possuem projetos robustos, sendo que o bloqueio do escoamento a jusante da bomba pode causar danos severos, caso válvulas de segurança ou linhas de recirculação não sejam utilizadas.

Conforme o tipo de movimento do elemento que promove a variação volumétrica, as bombas de deslocamento positivo podem ser classificadas em rotativas ou alternativas, de acordo com a Figura 4.24.

Figura 4.24 | Classificação das bombas de deslocamento positivo.



Fonte: elaborada pelo autor.

Independentemente do tipo de movimento ou da forma construtiva, a transferência de energia sempre ocorrerá devido à variação volumétrica. A seguir, vamos conhecer um pouco mais sobre os modelos mais comuns de bombas de deslocamento positivo.

Assimile

Diferentemente das bombas centrifugas, as bombas de deslocamento positivo são adequadas para operar com fluidos viscosos. Em alguns casos, o aumento da viscosidade melhora o desempenho das máquinas de deslocamento positivo. Isso acontece porque altos valores de viscosidade auxiliam na vedação das folgas internas, diminuindo os vazamentos e recirculações, promovendo um aumento de eficiência volumétrica das bombas de deslocamento positivo.

#### Bombas de pistão

São bombas alternativas em que o movimento de rotação do motor é convertido em movimento de translação de um pistão ou êmbolo. A bomba de pistão pode ser de simples ou duplo efeito, dependendo da configuração da máquina. Na bomba de simples efeito, ilustrada na Figura 4.25, o movimento ascendente do pistão reduz a pressão da câmara, que abre a válvula de sucção e admite o fluido. Já no movimento descendente, o pistão pressuriza a câmara, fechando a válvula de sucção. Quando a pressão da câmara atinge um determinado limite, a válvula de descarga é aberta e o fluido escoa para a descarga. Assim, a cada giro do motor de acionamento, ocorrem dois cursos do pistão, sendo que em apenas um deles acontece efetivamente o bombeamento.

Figura 4.25 | Desenho esquemático de uma bomba de pistão de simples efeito.



Fonte: adaptada de White (2001, p. 713).

Nas bombas de duplo efeito, temos que o fluido é bombeado a cada curso do pistão. Enquanto um lado do pistão provoca uma depressão na câmera, que abre a válvula de sucção e admite o fluido, o outro lado pressuriza o fluido, que escoa para a descarga.

O princípio de funcionamento das bombas de pistão faz com que a vazão de descarga seja intermitente (também chamada de pulsante), pois só há escoamento na saída da bomba quando a válvula de descarga é aberta. Uma alternativa para atenuar a intermitência de vazão é a utilização de uma bomba de múltiplos cilindros defasados entre si, que são associações de bombas em paralelo.

As bombas de deslocamento positivo teoricamente não possuem limite de pressão, sendo necessário, portanto, projetá-las para maior resistência mecânica e para utilizar um motor de acionamento de maior potência. Atualmente, encontramos nos catálogos das fabricantes bombas capazes de fornecer até 300 MPa de pressão e vazões que podem chegar a  $300 m^3 / h$ .

Pesquise mais

Pesquise mais sobre o funcionamento das bombas de pistão em <http://www.mekanizmalar.com/how-double-acting-pumps-work.html> (acesso em: 17 fev. 2018), onde se apresentam animações interessantes que auxiliam na compreensão do funcionamento desses equipamentos.

#### Bombas de diafragma

São máquinas de deslocamento positivo alternativas, de funcionamento semelhante às bombas de pistão. No entanto, nas bombas de diafragma a função do pistão é exercida por um elemento elástico, chamado de membrana ou diafragma. A escolha do material do diagrama depende do fluido de trabalho, podendo ser metálico, de elastômero ou plástico. A força motriz que promove o movimento do diafragma pode ser de origem mecânica, pneumática ou hidráulica. A Figura 4.26 ilustra esquematicamente o princípio de funcionamento de uma bomba de diafragma. Uma excelente analogia para entendermos seu funcionamento é feita utilizando o coração humano. Neste exemplo, o movimento de um diafragma aumenta o volume da câmara, promovendo a sucção o fluido. Quando o diafragma inverte o movimento e reduz o volume da câmara, a pressão aumenta, abrindo a válvula de descarga e liberando o fluido.

Figura 4.26 | Desenho esquemático de uma bomba de diafragma.



Fonte: elaborada pelo autor.

Devido à semelhança de funcionamento com as bombas de pistão, as bombas de diafragma possuem caraterísticas similares. No entanto, são menos restritivas quanto à presença de sólidos em suspensão no fluido de trabalho. Comercialmente são encontradas bombas de diafragma que fornecem vazões de até  $300 m^3 / h$  e pressões máximas de 40 MPa.

Pesquise mais sobre o funcionamento das bombas de diafragma assistindo ao vídeo em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Ljb7R09f-8k">https://www.youtube.com/watch?v=Ljb7R09f-8k</a> (acesso em: 17 fev. 2018), onde se apresenta uma animação simplificada que auxilia na compreensão do funcionamento dessa bomba.

#### Bombas de parafusos

São bombas de deslocamento positivo rotativas, constituídas de rotores (ou parafusos) com rosca helicoidal, que giram no interior de uma carcaça. A rotação dos parafusos é sincronizada, podendo um deles ser o elemento motriz e o outro, o movido. O engrenamento entre as roscas dos parafusos conduz o fluido até a descarga da bomba. Uma ilustração esquemática de uma bomba de parafusos é mostrada na Figura 4.27.

Figura 4.27 | Desenho esquemático de uma bomba de parafusos.



Fonte: adaptada de White (2001, p. 713).

Nos catálogos dos fabricantes são encontradas bombas de parafusos que podem fornecer vazões da ordem de  $1000 m^3 / h$ , podendo atingir pressões de até 14 MPa. Esses equipamentos são indicados para bombeamento de fluidos de elevada viscosidade, porém não abrasivos.

**Q** Pesquise mais

**Pesquise mais** 

Pesquise mais sobre o funcionamento das bombas de parafuso no seguinte vídeo: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=mTtygutPjml">https://www.youtube.com/watch?v=mTtygutPjml</a> (acesso em: 17 fev. 2018), onde se ilustra o funcionamento de uma bomba de parafusos.

#### Bombas helicoidais

As bombas helicoidais são consideradas uma variante das bombas de parafusos. Também conhecidas como: bombas de parafuso único ou bombas de cavidades progressivas, as bombas helicoidais são constituídas por um único rotor, que possui o formato de um fuso helicoidal, e um estator cilíndrico. O estator possui uma camisa interna fabricada de elastômero, em forma de rosca helicoidal de dupla entrada em orientação oposta a do rotor.

O movimento do rotor, associado com a geometria do estator, forma espaços que são preenchidos com fluido. Esses espaços são deslocados contínua e progressivamente no sentido do passo da hélice, transportando o fluido até a descarga da bomba. Uma vista em corte de uma bomba helicoidal é mostrada na Figura 4.28.



Figura 4.28 | Desenho esquemático de uma bomba helicoidal.

Fonte: adaptada de Netzsch (2018).

Pesquise mais

Pesquise mais sobre o funcionamento das bombas helicoidais assistindo o vídeo em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=FX97BUQbD-c">https://www.youtube.com/watch?v=FX97BUQbD-c</a> (acesso em: 17 fev. 2018), onde se apresenta uma animação que ilustra a operação de uma bomba helicoidal.

#### Bombas de engrenagens

Neste tipo de bomba, os rotores são engrenagens que giram no interior de uma carcaça. O fluido entra na bomba pela câmera de sucção devido à depressão causada pelo movimento das engrenagens. Então, o fluido é transportado para descarga no espaço formado entre os dentes da engrenagem e a carcaça. A pressão de descarga fornecida pela bomba varia de acordo com a altura de elevação requerida pela instalação, sendo que essas variáveis são diretamente proporcionais. Na Figura 4.29 é mostrada uma representação esquemática que ilustra o princípio de funcionamento de uma bomba de engrenagens.



Figura 4.29 | Desenho esquemático de uma bomba de engrenagens.

Fonte: adaptada de White (2001, p. 713).

As bombas de engrenagens são versáteis, sendo utilizadas para transportar diversos tipos de fluidos, em uma ampla faixa de vazão, pressão e viscosidade. No entanto, essas máquinas têm restrição de uso em relação à operação com fluidos contendo sólidos abrasivos em suspensão, pois esses sólidos podem danificar as superfícies metálicas da bomba, reduzindo sua eficiência.

Geralmente, a vazão máxima pode chegar a  $1000 m^3 / h$ , fornecendo pressões de descarga que podem ultrapassar 20 MPa. A maior vantagem em se utilizar as bombas de engrenagens é a possibilidade de operar com fluidos viscosos.

**Q** Pesquise mais

Pesquise mais sobre o funcionamento das bombas de engrenagens no site: <a href="http://www.mekanizmalar.com/gearpump">http://www.mekanizmalar.com/gearpump</a>. html> (acesso em: 17 fev. 2018), onde se apresenta uma animação da operação de uma bomba de engrenagens.

#### Bombas de lóbulos

Funcionam de forma semelhante às bombas de engrenagens. São máquinas constituídas de rotores lobulares (em forma de perfis conjugados) e carcaça ovalada. Os rotores, formados por dois ou mais lóbulos, são rotacionados de forma sincronizada, havendo uma folga entre eles. O líquido escoa para dentro da bomba movido pela ação de forças externas, tal como: a gravidade, e é pressurizado devido à variação de volume proporcionada pelo movimento dos lóbulos. A Figura 4.30 mostra uma representação esquemática dos componentes de uma bomba de lóbulos.



Figura 4.30 | Desenho esquemático de uma bomba de lóbulos.

Fonte: adaptada de White (2001, p. 713).

As bombas de lóbulos são apropriadas para operar com fluidos de elevada viscosidade, oferendo baixa taxa de cisalhamento. Sua aplicação é variada, sendo amplamente utilizada na indústria alimentícia. Normalmente, essas bombas podem atingir pressões de 1,5 MPa e vazões de até  $250 m^3 / h$ .

Pesquise mais

Pesquise mais sobre o funcionamento das bombas de lóbulos assistindo ao vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=m-ZWPnvC0wc> (acesso em: 17 fev. 2018), onde se apresenta uma animação interessante dos componentes e da operação de uma bomba de lóbulos.

#### Bombas de palhetas

A bomba de palhetas é uma máquina de deslocamento positivo que possui um rotor alojado em uma carcaça cilíndrica. O rotor possui ranhuras radiais, onde são alojadas palhetas móveis, que são responsáveis por confinar o fluido em câmaras e que são criadas entre duas palhetas adjacentes. O eixo de rotação do rotor é excêntrico em relação ao centro da carcaça, fazendo com que as palhetas deslizem radialmente, promovendo a variação do volume ocupado pelo fluido. A redução do volume ocupado pelo fluido, entre a sucção e descarga, é responsável pelo aumento de pressão. A Figura 4.31 mostra uma representação esquemática da bomba de palhetas.



Figura 4.31 | Desenho esquemático de uma bomba de palhetas.

Nesta máquina, a lubrificação entre as palhetas e a carcaça é realizada pelo próprio fluido de trabalho. Uma das vantagens das bombas de palhetas é a baixa pulsação de vazão (ou seja, baixa intermitência), sendo amplamente empregadas em sistema de controle e transmissão hidráulica e em transporte de combustível e de óleo lubrificante.

Pesquise mais sobre o funcionamento das bombas de palhetas. Em: em: <a href="http://www.mekanizmalar.com/vanepump.html">http://www.mekanizmalar.com/vanepump.html</a> (acesso em: 17 fev. 2018), onde se apresenta uma animação esquemática do funcionamento dessas bombas.

**Pesquise mais** 

#### Curvas características de bombas de deslocamento positivo

Devido às diferenças no princípio de funcionamento, bombas centrífugas e de deslocamento positivo apresentam curvas características totalmente distintas entre si. Conforme estudamos nas seções anteriores, para as bombas centrífugas a vazão varia em função da altura de elevação. Já nas bombas de deslocamento positivo isso não ocorre, pois, teoricamente, a vazão independe da altura de elevação.

Fonte: adaptada de White (2001, p. 713).



Se a vazão das bombas de deslocamento positivo não é influenciada pela altura de elevação, o método de controle de vazão por válvula instalada na tubulação de descarga é efetivo?

A Figura 4.32 ilustra as curvas características de uma bomba de deslocamento positivo. Teoricamente, para uma rotação constante, a curva característica é uma reta paralela ao eixo da altura de elevação, evidenciando que a bomba fornece uma vazão constante, independente da altura de elevação requerida.

Na operação real, o comportamento é pouco influenciado pela pressão de trabalho. Isso acontece porque a bomba possui folgas internas e o aumento da pressão faz com que os vazamentos internos aumentem, reduzindo sua eficiência volumétrica.

A potência consumida no acionamento da bomba aumenta proporcionalmente com a altura de elevação. Mesmo para a altura de elevação nula existe um torque inicial para acionar o equipamento, devido ao atrito existente entre o rotor e o estator. O crescimento contínuo da potência consumida em função da altura de elevação pode representar um risco ao motor de acionamento, pois anormalidades de operação, que aumentam excessivamente a pressão de descarga, podem causar uma sobrecarga elétrica.



Figura 4.32 | Curva característica de uma bomba de deslocamento positivo.

Fonte: elaborada pelo autor.

De forma semelhante às bombas centrífugas, as bombas de deslocamento positivo também estão sujeitas à ocorrência do fenômeno de cavitação. Devido à possibilidade de operarem com fluidos de elevada viscosidade, a perda de carga na tubulação de

sucção aumenta consideravelmente, reduzindo o NPSH disponível na sucção da bomba. Portanto, é usual que as instalações que utilizam bombas de deslocamento positivo possuam altura estática de sucção positiva.

O controle da vazão em um sistema que utiliza bombas de deslocamento positivo ocorre basicamente por variação de rotação ou pela utilização de um sistema de *bypass*. Sendo que não é recomendado que seja instalada uma válvula de controle de vazão a montante de uma bomba de deslocamento positivo, pois, além de ineficiente, essa prática representa um risco à operação do sistema.

Exemplificando

As curvas características das bombas de deslocamento positivo são obtidas experimentalmente, sendo disponibilizadas em catálogos ou manuais de fabricantes. Na Figura 4.33 é mostrada a forma usual de apresentação das curvas característica de uma bomba de deslocamento positivo. Note as diferenças quanto a forma de apresentar as curvas, em comparação com as bombas centrífugas.



Figura 4.33 | Curva característica típica de uma bomba de deslocamento positivo.

## Sem medo de errar

Relembrando que nesta seção você, aluno, ocupa uma função técnica em uma empresa que opera campos de petróleo. Temos que, no problema proposto nessa seção, com o objetivo de desenvolver sua criatividade e sua capacidade de resolver problemas, você deve calcular o ponto de operação de uma instalação de bombeamento que utiliza uma bomba helicoidal de deslocamento positivo.

Temos que a instalação de transferência de petróleo possui altura estática de elevação de 20 m, diâmetro interno de 154 mm e comprimento linear de 4000 m. O fluido bombeado possui massa específica de **880 kg / m<sup>3</sup>** e viscosidade de **200 cP**. Para esse sistema foi selecionada uma bomba de deslocamento positivo do tipo helicoidal, operando na rotação nominal de 600 rpm, cuja curva característica é mostrada na Figura 4.23.

Para calcularmos o ponto de operação do sistema, o passo inicial é definir a curva de carga da instalação. Aplicando a equação da energia, considerando desprezível a perda de carga localizada, onde:

$$H_{\scriptscriptstyle B} = H_{\scriptscriptstyle e} + H_{\scriptscriptstyle perdas}$$

Sendo que a perda de carga distribuída é calculada por:

$$H_{perdas} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Portanto:

$$H_{\rm B} = H_{\rm e} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Escrevendo a velocidade média em função da vazão, temos:

$$H_{\rm B} = H_{\rm e} + f \frac{L}{D} \frac{{\rm Q}^2}{{\rm A}^2 2g}$$

Portanto:

$$H_{\scriptscriptstyle B} = H_{\scriptscriptstyle e} + f \frac{L}{D^5} \frac{16 {\sf Q}^2}{\pi^2 2g}$$

Considerando as grandezas fornecidas no problema:

$$H_{B} = 20 + f \frac{4000}{0,154^{5}} \frac{16Q^{2}}{\pi^{2} 2 \cdot 9,81}$$
$$H_{B} = 20 + 3515730 f Q^{2}$$

Sendo que o fator de atrito é calculado por:

$$f\begin{cases} la \min ar = \frac{64}{\text{Re}}\\ turbulento = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0.25} \quad (Eq.de Blasius) \end{cases}$$

Com o auxílio de uma planilha eletrônica, podemos obter a altura de elevação  $H_B$  para diferentes vazões, conforme mostrado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 | Cálculo da curva característica do sistema operando com água.

Q (m³/h)	Re (–)	f (-)	$H_{_B}(m)$
0	0	0,00	20,0
2	20	3,17	23,7
4	40	1,58	27,5
6	61	1,06	31,2
8	81	0,79	34,9
10	101	0,63	38,6
12	121	0,53	42,4
14	141	0,45	46,1
16	162	0,40	49,8
18	182	0,35	53,6
20	202	0,32	57,3
22	222	0,29	61,0
24	243	0,26	64,8
26	263	0,24	68,5
28	283	0,23	72,2
30	303	0,21	75,9
32	323	0,20	79,7
34	344	0,19	83,4
36	364	0,18	87,1
38	384	0,17	90,9
40	404	0,16	94,6

Fonte: elaborada pelo autor.

A curva característica da bomba fornece a vazão em função da rotação e da pressão de descarga. Devemos extrair dessa curva os valores de vazão e de altura de elevação para a rotação nominal de 600 rpm. Assim, plotando as características da bomba e a curva de carga do sistema no mesmo gráfico, podemos obter o ponto de operação do sistema, como mostra a Figura 4.34.



Figura 4.34 | Ponto de operação da instalação.

Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, traçando as curvas de carga do sistema e da bomba, podemos concluir que a vazão de operação é de **21**  $m^3$  / h e a altura de elevação é de 59 m. Em relação à potência, analisando o gráfico da Figura 4.23, verificamos que o consumo é de 6 kW.

Com esses resultados em mãos, um memorial com os cálculos desenvolvidos em sua análise deve ser elaborado, sendo que este documento deverá ser entregue ao setor de produção com a finalidade de verificar se a vazão é adequada para a operação de transferência requerida no projeto.

## Avançando na prática

#### Cálculo da eficiência de uma bomba de engrenagens

#### Descrição da situação-problema

Você é projetista de circuitos hidráulicos e está utilizando uma bomba de engrenagens em um dado sistema. A bomba selecionada para a aplicação é o modelo D07, cuja curva característica disponibilizada no catálogo do fabricante é mostrada na Figura 4.35. No entanto, não existe nenhuma informação aparente sobre a eficiência do equipamento. É possível definir a eficiência dessa bomba baseando-se nas curvas características fornecidas? A eficiência desse equipamento varia em função da pressão de descarga? Analise os gráficos da Figura 4.35 e responda a esses questionamentos.

Figura 4.35 | Curva característica da bomba de engrenagens.

Dados baseados em um óleo com viscosidade de 100 SSU a uma temperatura de 49°C



D05, D07

Fonte: Parker Hydraulics - Catálogo 2600-300-2 BR D05 e D07 (1999, p. 6).

#### Resolução da situação-problema

A princípio, temos que é possível obter a eficiência da bomba. Para isso, devemos saber a potência consumida e a potência hidráulica fornecida. Vamos extrair dos gráficos os valores necessários para esses cálculos, conforme mostrado nas Tabelas 4.6 e 4.7.

a para proceão do docearda do 6 0 bar

Rotação (rpm)	Vazão (L/m)	Potência (HP)
1000	2,9	0,1
2000	5,7	0,2
3000	8,4	0,4
4000	11,1	0,8

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabala 161

Rotação (rpm)	Vazão (L/m)	Potência (HP)
1000	2,9	1,3
2000	5,7	2,6
3000	8,4	4,0
4000	11,1	5,8

Tabela 4.7 | Desempenho da bomba para pressão de descarga de 172 bar.

Fonte: elaborada pelo autor.

Feito isso, podemos calcular a eficiência  $(\eta)$ , tal que:

$$\eta = \frac{\Delta P \cdot Q}{P_m}$$

Realizando os cálculos e conversões necessárias, temos a eficiência da bomba em função da rotação e da pressão de trabalho, conforme mostram as Tabelas 4.8 e 4.9.

Tabela 4.8 | Eficiência da bomba de engrenagens para pressão de descarga de 6,9 bar.

Rotação (rpm)	Vazão (L/m)	Potência (HP)	Potência hidráulica (HP)	Eficiência (%)
1000	2,9	0,1	0,04	44,8
2000	5,7	0,2	0,09	44,0
3000	8,4	0,4	0,13	32,4
4000	11,1	0,8	0,17	21,4

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 4.9 | Eficiência da bomba de engrenagens para pressão de descarga de 172 bar.

Rotação (rpm)	Vazão (L/m)	Potência (HP)	Potência hidráulica (HP)	Eficiência (%)
1000	1,9	1,3	0,73	56,2
2000	4,7	2,6	1,81	69,6
3000	7,5	4,0	2,89	72,1
4000	10,3	5,8	3,96	68,9

Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, podemos concluir que, para o modelo analisado, a eficiência varia tanto em função da rotação, quanto em função da pressão de descarga. Para a pressão de descarga de 6,9 bar a

eficiência é de aproximadamente 45% para a rotação de 1000 rpm, e diminui para 21,4% para a rotação de 4000 rpm. No entanto, para a pressão de descarga de 172 bar, a eficiência máxima aumenta para aproximadamente 70%, sendo que não há uma variação tão acentuada em função da rotação para esta pressão de descarga.

## Faça valer a pena

**1.** As bombas são equipamentos amplamente empregados na indústria para o transporte de líquidos. Em relação ao princípio de funcionamento, as bombas podem ser classificadas como: dinâmicas ou de deslocamento positivo, sendo que cada tipo possui características próprias e campos de aplicações específicos.

Com relação às bombas de deslocamento positivo é correto o que se afirma em:

a) Nas bombas de deslocamento positivo o fluido é impulsionado por pás fixadas a um rotor que transfere energia cinética ao fluido.

b) As bombas de deslocamento positivo, quando comparadas com as bombas centrífugas, apresentam maior faixa operacional de vazão.

c) A vazão das bombas de deslocamento positivo é função apenas da rotação, sendo independente da altura de elevação requerida pelo sistema.

d) A operação das bombas de deslocamento positivo é limitada a fluidos de baixa viscosidade, não sendo apropriada para aplicação em circuitos hidráulicos.

e) Diferente das bombas centrífugas, as bombas de deslocamento positivo são isentas de problemas devido à ocorrência do fenômeno de cavitação.

**2.** Sobre as bombas de deslocamento positivo, são feitas as seguintes afirmações:

- I Bombas de palhetas, bombas de engrenagens e bombas de pistão são exemplos de bombas de deslocamento positivo.
- II As bombas de deslocamento positivo são equipamentos que promovem a variação volumétrica do fluido exclusivamente por meio de movimentos rotativos.
- III A vazão fornecida por uma bomba de deslocamento positivo é diretamente proporcional à sua rotação.
- IV As bombas de deslocamento positivo são altamente suscetíveis a variações de vazão no recalque em função da contrapressão da instalação.

 V – As bombas de deslocamento positivo são predominantes nas faixas operacionais de baixas vazões e elevadas pressões de descarga, ou seja, baixos valores de velocidade específica.

Analisando as afirmações apresentadas no texto-base, é correto o que se afirma em:

a) I e II, apenas.

- b) I e III, apenas.
- c) II e IV, apenas.
- d) I, III e V, apenas.
- e) III e V, apenas.

**3.** Uma bomba de pistão de simples efeito é utilizada para acionar um circuito hidráulico que comanda atuadores lineares. A velocidade dos atuadores é função da vazão fornecida pela bomba. A bomba de deslocamento positivo desloca 1,0 L/rot.

Considerando a eficiência volumétrica constante, se a rotação da bomba é de 600 rpm, a vazão volumétrica em L/s é igual a:

- a) 1.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 10.
- e) 20.

## Referências

AZEVEDO NETTO, J. M. Manual de hidráulica. 8 ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1998.

HENN, E. A. L. Máquinas de fluido. Santa Maria: Editora UFSM, 2012.

HYDRAULIC INSTITUTE STANDARDS. Determination of Pump Performance When Handling Viscous Liquid. 10th Edition, 1955.

HYDRAULIC INSTITUTE STANDARDS. Effects of Liquid Viscosity on Rotor Dynamic Pump performance – ANSI-HI 9.6.7-2010, 2010.

IMBIL. Catálogo Imbil, modelo BHI 85 L. Itapira: IMBIL, 2012.

KBS. Folheto de curvas características Meganorm – KSB. Frankenthal: KBS, 2013.

KBS. Folheto de curvas características RPH – KSB, Várzea Paulista: KBS, 2010

KSB BOMBAS HIDRÁULICAS. Manual técnico e curvas características NA1750.0P/3 – KSB. Várzea Paulista: KBS, 2012.

MACINTYRE, A. J. Máquinas hidráulicas. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1983.

MONTE VERDE, W. Modelagem do desempenho de bombas centrífugas de BCS operando com misturas gás-óleo viscoso. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, 2016.

NETZSCH DO BRASIL. Disponível em: <a href="https://bombas.netzsch.com/pt/produtos-acessorios/bomba-de-cavidade-progressiva-nemo/bomba-higienica-nemo-sh/">https://bombas.netzsch.com/pt/produtos-acessorios/bomba-de-cavidade-progressiva-nemo/bomba-higienica-nemo-sh/</a> Acesso em: 17 fev. 2018.

NETZSCH. Catálogo de curvas características Netzsch, modelo NM053-04S. Pomerode: NETZSCH, 2012.

PARKER HYDRAULICS. **Catálogo Parker Hydraulics 2600-300-2 BR D05 e D07**, Jacareí: DISPARKER,1999.

SANTOS, S. L. Bombas e instalações hidráulicas. São Paulo: LCTE, 2007.

TELLES, P. C. S.; BARROS, D. G. P. **Tabelas e gráficos para projetos de tubulações.** São Paulo: Interciência, 1998.

WHITE. F. Fluid mechanics. Nova lorque: Editora McGraw Hill, 2001.

Anotações



