



# Física Geral



# Física Geral

Lucas Caprioli Negroao

© 2018 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

**Presidente**

Rodrigo Galindo

**Vice-Presidente Acadêmico de Graduação e de Educação Básica**

Mário Ghio Júnior

**Conselho Acadêmico**

Ana Lucia Jankovic Barduchi

Camila Cardoso Rotella

Danielly Nunes Andrade Noé

Grasiele Aparecida Lourenço

Isabel Cristina Chagas Barbin

Lidiane Cristina Vivaldini Olo

Thatiane Cristina dos Santos de Carvalho Ribeiro

**Revisão Técnica**

André Luis Delvas Fróes

Lucas Antoniassi Pereira

**Editorial**

Camila Cardoso Rotella (Diretora)

Lidiane Cristina Vivaldini Olo (Gerente)

Elmir Carvalho da Silva (Coordenador)

Letícia Bento Pieroni (Coordenadora)

Renata Jéssica Galdino (Coordenadora)

---

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

Negrao, Lucas Caprioli  
N385f Física geral / Lucas Caprioli Negrao. – Londrina:  
Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2018.  
240 p.

ISBN 978-85-522-0674-3

1. Física. I. Negrao, Lucas Caprioli. II. Título.

CDD 530

---

Thamiris Mantovani CRB-8/9491

2018

Editora e Distribuidora Educacional S.A.  
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza  
CEP: 86041-100 – Londrina – PR  
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br  
Homepage: <http://www.kroton.com.br/>

# Sumário

<b>Unidade 1   Cinemática</b> _____	<b>7</b>
Seção 1.1 - Grandezas escalares e vetoriais na Cinemática _____	9
Seção 1.2 - Tipos de movimentos e suas equações _____	26
Seção 1.3 - Lançamentos de projéteis e movimento circular _____	44
<b>Unidade 2   Dinâmica</b> _____	<b>65</b>
Seção 2.1 - Leis de Newton _____	67
Seção 2.2 - Trabalho e energia _____	86
Seção 2.3 - Impulso e quantidade de movimento _____	105
<b>Unidade 3   Fluidos e termodinâmica</b> _____	<b>123</b>
Seção 3.1 - Pressão _____	125
Seção 3.2 - Temperatura _____	143
Seção 3.3 - Calor _____	161
<b>Unidade 4   Princípios de eletricidade</b> _____	<b>181</b>
Seção 4.1 - Introdução aos fenômenos elétricos _____	183
Seção 4.2 - Eletrostática e a corrente elétrica _____	200
Seção 4.3 - Circuitos elétricos _____	218



# Palavras do autor

Olá estudante! Seja bem-vindo. Iniciamos aqui o estudo da Física, importante área de ensino e pesquisa com contribuições fundamentais para outras áreas de pesquisa e profissionalizantes, como Engenharias, Agronomia, Química, Computação e Setor Industrial.

A Física é uma área com uma abordagem extremamente extensa, sendo, por isso, comumente dividida em diversas áreas, como: estudo dos movimentos; estudo da luz e formação de imagens; investigações dos fenômenos elétricos e magnéticos; estudos dos fluidos em repouso e em movimento; ondas e transferência de informações; análise dos fenômenos térmicos e da transferência de calor; investigações da estrutura da matéria; estudo das altas energias etc.

Estudar Física é sempre algo especial, pois exige importantes habilidades atitudinais que o estudante deve possuir ou que desenvolverá ao longo dos estudos, como curiosidade, iniciativa, persistência e raciocínio crítico na solução de problemas.

Esta disciplina será dividida em quatro importantes unidades de ensino: Cinemática, Dinâmica, Fluidos e Termodinâmica e Princípios de Eletricidade.

A primeira unidade trata da Cinemática, que faz um estudo dos movimentos baseando-se em três grandezas físicas fundamentais que devemos conhecer: posição, velocidade e aceleração, investigando seus valores e variações. Em resumo, trata-se de um estudo do movimento a partir de medidas de comprimento e de tempo. A segunda unidade trata da Dinâmica, que parte dos estudos dos movimentos feito pela Cinemática, mas define importantes grandezas, como força, energia e momento linear, possibilitando que você conheça as leis de Newton, assim como dois princípios de conservação que regem o universo: conservação da energia e do momento linear. A terceira unidade trata dos Fluidos, abordando o conceito de pressão e como ele pode ser aplicado aos fluidos em repouso. Essa unidade trata também da Termodinâmica,

possibilitando conhecer os princípios básicos envolvidos aos conceitos de calor e temperatura e suas aplicações nas máquinas térmicas. A quarta unidade trata os Princípios de Eletricidade, apresentando alguns fenômenos típicos relacionados às cargas elétricas, desde suas propriedades até as condições para que sejam colocadas em movimento, estabelecendo-se a corrente elétrica que percorre um circuito elétrico.

Esperamos que este material o auxilie em seus estudos e em sua formação, mas lembre-se de que o aprendizado dependerá de você, da sua dedicação, esforço e persistência. Aproveite ao máximo as etapas que lhe são apresentadas, assumindo um compromisso especial com os estudos propostos na pré-aula e no pós-aula. Encare o estudo como algo prazeroso, que lhe trará apenas enriquecimentos. Bons estudos!

# Cinemática

## Convite ao estudo

Vamos iniciar o estudo da Física pela Mecânica, que estuda os movimentos. Essa unidade tratará uma parte da Mecânica chamada Cinemática. Para orientar-se do que será estudado nesta unidade, pense em possíveis respostas para algumas questões: como sabemos que um corpo está em movimento? Mesmo sentado, lendo este material, você está realmente em repouso? Quando estamos dentro de um veículo que se move por uma estrada, estamos em movimento por qualquer ponto de vista? O que significa a inscrição “km/h” em um medidor no painel do veículo? Como se chama esse medidor e o que ele mede?

Essas questões representam de forma simplificada o foco de estudo da Cinemática, a definição de movimento e como ele pode ser caracterizado.

Na primeira seção desta unidade, trataremos da importância de uma medida, discutindo sobre grandezas e suas unidades de medidas, assim como a diferença de tratamento que devemos dar às grandezas escalar e vetorial. Nessa seção também estudaremos posição, velocidade média e aceleração, três importantes grandezas.

Na segunda seção verificaremos como um movimento pode ser descrito a partir da posição, velocidade e aceleração, que podem compor funções dependentes do tempo. Utilizaremos como exemplo os movimentos com velocidade constante e movimentos nos quais a velocidade sofre variação constante.

Na terceira seção utilizaremos o que foi estudado até então para analisar o movimento de queda livre, o lançamento de projéteis e o movimento circular.

Ao final desta unidade, esperamos que você compreenda a importância de analisar as unidades de medida e fazer as devidas conversões e saiba analisar um movimento aplicando as grandezas fundamentais da Cinemática: posição, velocidade e aceleração.

Para esses estudos, convidamos você a se colocar no lugar de um profissional de uma empresa que instala tubulações adequadas para o transporte de gás natural. Dentre suas atribuições, você deverá fazer planejamentos estratégicos e propostas de execução da obra. De que forma é possível fazer uma verificação da velocidade de execução da obra? Como é possível determinar um prazo para a finalização da instalação do gasoduto? Caso o cliente solicite uma aceleração da execução, como isso pode ser calculado?

Na estratégia de execução, tudo deve ser cuidadosamente pensado, inclusive a maneira como as peças serão posicionadas e transportadas ao local de instalação, visando agilizar o tempo e a economia das máquinas a ser utilizadas.

Nesta unidade, estudaremos como os conceitos de Cinemática podem ser úteis nesse contexto.

# Seção 1.1

## Grandezas escalares e vetoriais na Cinemática

### Diálogo aberto

Sempre lidamos com algum tipo de movimento em nosso cotidiano, seja socialmente ou profissionalmente, como quando nos movimentamos de um local para outro; trabalhamos com transportes, sendo preciso estimar o tempo de entrega de uma carga; trabalhamos com uma plantadeira que deve lançar sementes em um espaçamento adequado e sincronizado com o movimento da máquina sobre o solo; projetamos um braço mecânico que deve pegar uma peça trazida por uma esteira e colocá-la em outro lugar; entre vários outros exemplos. Existem outros movimentos com que lidamos indiretamente; na maioria das vezes, mesmo sem perceber, como os movimentos das engrenagens de um relógio de ponteiros, o movimento da máquina de lavar roupa e o movimento da água através de um encanamento.

O estudo dos movimentos é vasto, de modo que ele pode ser dividido de acordo com os objetivos da abordagem. Na Cinemática basicamente se faz uma descrição do movimento a partir de medidas de comprimento e de tempo, que definem três grandezas fundamentais: posição, velocidade e aceleração. Por isso, neste início faremos um estudo da importância das medidas e das grandezas, dando especial atenção a suas unidades de medida, à distinção entre grandezas escalares e vetoriais e como tratar cada uma.

Para estudar Cinemática, lembre-se de que convidamos você a colocar-se no lugar de um profissional de uma empresa de transporte de gás natural, exercendo funções de planejamento estratégico. A empresa foi contratada para a instalação de 6 km de gasoduto em território brasileiro, de uma refinaria de gás natural até uma usina termelétrica. Antes do início da obra, os contratantes solicitam uma proposta por escrito com diversas informações, como as características das peças que vão compor a tubulação do gasoduto. Por questões de custos, essas peças foram importadas, de modo que cada uma delas apresenta escritas duas importantes informações técnicas, 6 *yard* e 8800 *pound*. O que significam essas duas informações?

Outras informações que devem constar na proposta são a velocidade de execução da obra e uma estimativa de tempo para finalização. Em geral, sua empresa sugere que sejam empregados 10 funcionários para instalar 12 peças do gasoduto em 8 horas de trabalho diários. Como é possível determinar a velocidade média de execução dessa obra? Trabalhando ininterruptamente, você deve apresentar ao cliente uma estimativa de tempo para o término da obra. Como isso pode ser determinado?

Antes de resolver essas questões, temos que estudar e entender primeiro as grandezas da Cinemática que descrevem um movimento e como elas podem ser aplicadas. Note que, nesse caso, não temos um corpo especificamente em movimento; aprenderemos, porém, como os conceitos tratados podem ser úteis em outros contextos, o que torna ainda mais motivante o estudo desta unidade.

## Não pode faltar

A **Cinemática** é uma parte da Mecânica que descreve o movimento a partir de medidas relacionadas ao comprimento e ao tempo. Assim, é interessante antes fazermos um estudo sobre a importância das medidas. A Física é uma ciência experimental, e fazer medidas é uma prática comum e necessária. Chama-se grandeza tudo aquilo que é mensurável, como comprimento, tempo, massa, velocidade, força, pressão e corrente elétrica, por exemplo.

Medir uma grandeza significa atribuir a ela um valor numérico baseando-se em uma comparação com uma unidade de medida, como metro, segundo, quilograma, newton, pascal, ampere, por exemplo. Sendo assim, toda grandeza deve possuir uma unidade de medida.

O hábito de fazer medidas é antigo. As primeiras unidades de medida utilizadas não eram padronizadas, então cada povoado ou civilização tinha suas próprias unidades; a grande maioria baseada em medidas do corpo humano, como o pé e a polegada (largura do dedo polegar).

Mas com a evolução das relações sociais e expansões comerciais foi necessária uma padronização das unidades de medida, surgindo, assim, o Sistema Métrico Decimal, em 1791, com a padronização do metro, quilograma e litro. Outras necessidades de padronização

levaram à criação do Sistema Internacional de Unidades (SI), em 1960. O SI possui sete unidades de medidas denominadas **fundamentais**, pois suas definições não dependem de outras unidades. Elas estão apresentadas no Quadro 1.1.

**Quadro 1.1** | Unidades de medidas fundamentais do SI.

Grandeza	Unidade de medida	Grandeza	Unidade de medida
comprimento	metro (m)	Temperatura	kelvin (K)
massa	quilograma (kg)	Quantidade de matéria	mol
tempo	segundo (s)	Corrente elétrica	ampere (A)
		Intensidade luminosa	candela (cd)

Halliday, Renick e Walker (2016, p. 328).

Entre as sete unidades de medida fundamentais do SI, destacam-se o metro (m), o quilograma (kg) e o segundo (s), de modo que esse sistema também é designado pela sigla MKS.



**Pesquise mais**

O site do Inmetro (Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia) disponibiliza um documento oficial sobre o SI. Acesse esse material para obter mais informações.

Sistema Internacional de Unidades: SI. Duque de Caxias: INMETRO/ CICMA/SEPIN, 2012. Disponível em: <[www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si\\_versao\\_final.pdf](http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf)>. Acesso em: 3 jan. 2018.

As outras unidades de medida que compõem o SI são chamadas de **unidades derivadas**, pois têm sua definição baseada em uma ou mais destas sete unidades fundamentais. Veja a grandeza velocidade, por exemplo, que relaciona a distância percorrida em certo intervalo de tempo, ou seja, sua unidade de medida é determinada por uma unidade de comprimento dividida por uma unidade de tempo. No SI, é expressa em metro por segundo (m/s).

Alguns importantes personagens da Ciência, como Newton, Joule, Watt, Pascal, entre outros, tiveram seus nomes definidos como unidades de medida de algumas grandezas derivadas, como

força, energia, potência e pressão, por exemplo. Essas unidades de medida têm sua definição baseada nas unidades fundamentais do SI. Força, por exemplo, é uma grandeza determinada pela segunda lei de Newton ( $F = m \cdot a$ ) que estudaremos com mais detalhes na Unidade 2. De acordo com essa lei, para uma força de 1 N, obtemos:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Praticamente todos os países conhecem e adotam o SI, o que favorece as inúmeras trocas científicas e comerciais que ocorrem hoje. É comum, porém, encontrarmos unidades diferentes, sendo utilizadas internamente em cada país; são heranças das origens históricas de cada um. No Brasil, a massa é comumente medida em gramas e quilogramas, e o comprimento, em metro e outras variações dessa unidade, como o centímetro e o quilômetro. Já nos Estados Unidos, a massa é medida em libra (no inglês, *pound*), e o comprimento é medido em outras unidades, como, milha (*mile*) e jarda (*yard*), por exemplo.

Algumas unidades do SI são variações de uma mesma unidade, como o centímetro e o quilômetro, que são derivações do metro. Os nomes dessas unidades de medida têm a palavra “metro” precedida de um termo, chamado de prefixo numérico. Esses prefixos representam números.

Veja no Quadro 1.2 alguns prefixos utilizados em unidades de medida, seus símbolos e valores.

**Quadro 1.2** | Prefixos numéricos do SI.

Fator numérico	Prefixo	Símbolo	Fator numérico	Prefixo	Símbolo
$10^1$	deca	da	$10^{-1}$	deci-	d
$10^2$	hecto	h	$10^{-2}$	centi-	c
$10^3$	quilo	k	$10^{-3}$	mili-	m
$10^6$	mega	M	$10^{-6}$	micro-	$\mu$
$10^9$	giga	G	$10^{-9}$	nano-	n
$10^{12}$	tera	T	$10^{-12}$	pico-	p
$10^{15}$	peta	P	$10^{-15}$	femto-	f

Fonte: Sistema Internacional de Unidades: SI. Duque de Caxias: Inmetro/CICMA/Sepin, 2012. p. 34. Disponível em: <[www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si\\_versao\\_final.pdf](http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf)>. Acesso em: 3 jan. 2018.

## Grandezas escalares e grandezas vetoriais na Física

Algumas dessas grandezas são compreendidas apenas quando conhecemos seu valor numérico e sua unidade de medida, como a massa e o intervalo de tempo. São as chamadas **grandezas escalares**. Também podemos citar como exemplos de grandezas escalares: temperatura, volume, comprimento, energia e pressão.

A Física lida com inúmeras grandezas, e algumas delas necessitam de mais informações, além do valor numérico, como sua orientação. São as chamadas **grandezas vetoriais**, pois são tratadas pela linguagem matemática dos vetores. Deslocamento, velocidade, aceleração, força, são exemplos de grandezas vetoriais.



### Refleta

De olhos vendados, você conseguiria localizar exatamente um objeto sabendo apenas que está a 1,5 m de você? Nessa situação, reflita sobre a diferença entre as grandezas comprimento e posição. Qual delas é uma grandeza escalar e qual é uma grandeza vetorial?

**Vetor** é uma representação gráfica composta de um segmento de reta orientado (uma seta). Uma grandeza vetorial é aquela designada por um vetor, tendo assim valor numérico (também chamado de intensidade ou módulo), direção e sentido. Seu símbolo é composto pelo símbolo da grandeza com uma seta sobre ele, como vetor deslocamento  $\Delta\vec{s}$ , vetor velocidade ( $\vec{v}$ ) e vetor força ( $\vec{F}$ ).

Como se trata de uma representação gráfica, o estudo de vetores e grandezas vetoriais faz constante uso de recursos geométricos. Na análise vetorial em duas dimensões, por exemplo, as direções e os sentidos podem ser representados pelo plano cartesiano  $xy$ .

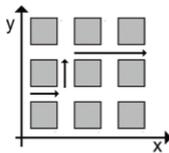


### Exemplificando

Veja na Figura 1.1 uma representação em vista superior de três deslocamentos executados por uma pessoa caminhando entre as quadras de uma cidade. Cada quadra mede 100 m x 100 m. O referencial para identificação dos vetores será o plano cartesiano. Nessa imagem, existem vetores iguais?

## Resolução:

**Figura 1.1** | Representação em vista superior dos deslocamentos executados por uma pessoa



Fonte: elaborada pelo autor.

Analisando a imagem, vemos que a pessoa executou um deslocamento de 100 m ao longo da direção x crescente ( $\Delta\vec{s}_1 = 100 \text{ m}$ ), um deslocamento de 100 m ao longo da direção y crescente ( $\Delta\vec{s}_2 = 100 \text{ m}$ ) e um deslocamento de 200 m ao longo da direção x crescente ( $\Delta\vec{s}_3 = 100 \text{ m}$ ).

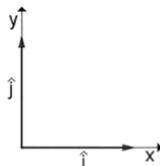
Assim, os três deslocamentos são diferentes, pois podemos dizer que dois vetores são iguais apenas quando eles possuem suas três características iguais: módulo, direção e sentido.

No exemplo apresentado, os deslocamentos são representados por vetores identificados nos eixos xy do plano cartesiano. Podemos representar esses vetores utilizando versores no eixo x e no eixo y, conforme Figura 1.2.

**Versor** é um vetor de intensidade igual a 1 unidade, sendo, por isso, também chamado de vetor unitário. Usualmente se utiliza a notação  $\hat{i}$  para representar o eixo x e a notação  $\hat{j}$  para representar o eixo y.

No exemplo apresentado há três deslocamentos, sendo dois na direção x, sentido crescente, e um na direção y, sentido crescente. Esses vetores podem ser escritos da seguinte forma:  $\Delta\vec{s}_1 = (100 \text{ m})\hat{i}$ ;  $\Delta\vec{s}_2 = (100 \text{ m})\hat{j}$ ;  $\Delta\vec{s}_3 = (200 \text{ m})\hat{i}$ .

**Figura 1.2** | Representação dos vetores unitários  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  no plano cartesiano xy.



Fonte: elaborada pelo autor.

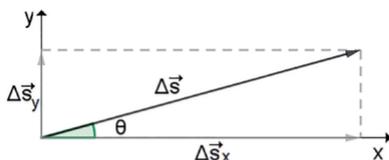
Para efetuar operações com vetores é preciso considerar também suas orientações, pois adicionar vetores não é simplesmente obter a soma de suas intensidades. Vamos determinar o deslocamento total ou resultante ( $\Delta\vec{s}$ ) executado pela pessoa, que pode ser representado por um vetor resultante. Esse deslocamento total é dado pela adição vetorial a seguir:

$$\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2 + \Delta\vec{s}_3 = (100\text{ m})\hat{i} + (100\text{ m})\hat{j} + (200\text{ m})\hat{i}.$$

Note que há dois deslocamentos na direção x e um na direção y. Assim, podemos escrever:

$$\Delta\vec{s} = (100\text{ m} + 200\text{ m})\hat{i} + (100\text{ m})\hat{j} \Rightarrow \Delta\vec{s} = \underbrace{(300\text{ m})\hat{i}}_{\Delta s_x} + \underbrace{(100\text{ m})\hat{j}}_{\Delta s_y}.$$

**Figura 1.3** | Vetor deslocamento resultante com suas componentes



Fonte: elaborado pelo autor.

Conforme a Figura 1.3, esta é a forma de representar o vetor resultante  $\Delta\vec{s}$  utilizando versores ou vetores unitários. O sinal de adição indica que, para encontrarmos a intensidade do deslocamento total, devemos efetuar uma adição vetorial entre o vetor deslocamento de 300 m na direção x, sentido crescente ( $\Delta\vec{s}_x$ ) e o vetor deslocamento de 100 m na direção y, sentido crescente ( $\Delta\vec{s}_y$ ).

Veja que os vetores  $\Delta\vec{s}_x$  e  $\Delta\vec{s}_y$  são projeções do vetor  $\Delta\vec{s}$  nos eixos do plano cartesiano, sendo chamados de **componentes** do vetor  $\Delta\vec{s}$ . Esses três vetores formam um triângulo retângulo, de modo que a intensidade do deslocamento resultante pode ser calculada pelo teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} \Delta s^2 &= \Delta s_x^2 + \Delta s_y^2 = 300^2 + 100^2 = 100000 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta s &= \sqrt{100000} \cong 316,23\text{ m}. \end{aligned}$$

O vetor deslocamento resultante de 316,23 m pode ser escrito como  $\Delta\vec{s} = (300\text{ m})\hat{i} + (100\text{ m})\hat{j}$ . Veja que é um vetor localizado no primeiro quadrante do plano cartesiano. Sua orientação pode ser determinada pelo ângulo entre o vetor e um dos eixos, como o

ângulo  $\theta$  com o semieixo x positivo indicado na imagem. Como o vetor resultante e suas componentes sempre formam um triângulo retângulo, podemos determinar esse ângulo recorrendo às funções trigonométricas seno, cosseno e tangente:

$$\text{sen}\theta = \frac{\Delta s_y}{\Delta s} = \frac{100}{316,23} \cong 0,316;$$

$$\text{cos}\theta = \frac{\Delta s_x}{\Delta s} = \frac{300}{316,23} \cong 0,949; \quad \text{tg}\theta = \frac{\Delta s_y}{\Delta s_x} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}.$$

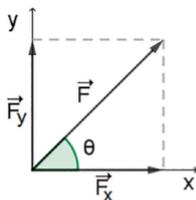
Utilizando uma calculadora científica ou um computador capaz de calcular funções trigonométricas inversas, obtemos:

$$\text{arc sen}(0,316) \cong 18,4^\circ; \quad \text{arc cos}(0,949) \cong 18,4^\circ; \quad \text{arc tg}\left(\frac{1}{3}\right) \cong 18,4^\circ.$$

A orientação do vetor deslocamento resultante  $\vec{\Delta s}$  tem um ângulo aproximado de  $18,4^\circ$  com o semieixo x positivo.

O método vetorial utilizado é conhecido como **decomposição de vetores**, pois permite trabalhar um vetor a partir de suas componentes. No caso, tínhamos as componentes e obtivemos o vetor e sua orientação. O inverso também pode ser feito, ou seja, tendo o vetor e sua orientação, obtemos suas componentes, como na Figura 1.4.

Figura 1.4 | Vetor força  $\vec{F}$  e suas componentes



Fonte: elaborado pelo autor.

A Figura 1.4 representa um vetor força  $\vec{F}$  no plano cartesiano  $xy$  e suas componentes  $\vec{F}_x$  e  $\vec{F}_y$ . Para as intensidades das componentes, obtemos:

$$\text{sen}\theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \cdot \text{sen}\theta$$

$$\text{cos}\theta = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \cdot \text{cos}\theta.$$

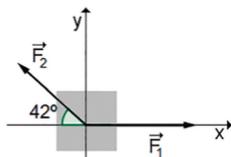
Assim, o vetor  $\vec{F}$  pode ser escrito pela representação da soma vetorial  $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ . Aplicando a intensidade de suas componentes, obtemos:  $\vec{F} = (F \cdot \cos\theta)\hat{i} + (F \cdot \text{sen}\theta)\hat{j}$ .



## Exemplificando

Considere que duas forças coplanares são aplicadas em uma caixa simultaneamente, conforme a Figura 1.5, que representa uma visão superior. A intensidades das forças são:  $F_1 = 50 \text{ N}$  e  $F_2 = 40 \text{ N}$ . Qual a intensidade e orientação da força resultante  $\vec{F}_R$ ?

**Figura 1.5** | Representação em vista superior de uma caixa recebendo ação de três forças coplanares



Fonte: elaborada pelo autor.

### Resolução:

O vetor força  $\vec{F}_1$  pode ser escrito como:  $\vec{F}_1 = (50 \text{ N})\hat{i}$ .

O vetor força  $\vec{F}_2$  precisa ser decomposto. Note que, apesar de esse vetor indicar um ângulo de  $42^\circ$ , ele está no 2º quadrante. O correto é utilizar o ângulo entre o vetor e o semieixo x positivo, ou seja,  $138^\circ$  ( $180^\circ - 42^\circ$ ):

$$\begin{aligned}\vec{F}_2 &= (40 \cdot \cos 138^\circ)\hat{i} + (40 \cdot \text{sen} 138^\circ)\hat{j} \Rightarrow \\ \Rightarrow \vec{F}_2 &= (-29,72 \text{ N})\hat{i} + (26,76 \text{ N})\hat{j}.\end{aligned}$$

Considerando todas as componentes nos eixos x e y, a soma de vetores para obter o vetor força resultante  $\vec{F}_R$  é dada por:

$$\vec{F}_R = (50 - 29,72)\hat{i} + (26,76)\hat{j} \Rightarrow \vec{F}_R = (20,28 \text{ N})\hat{i} + (26,76 \text{ N})\hat{j}.$$

A intensidade do vetor força resultante é obtida pelo teorema de Pitágoras e a orientação pode ser obtida pela função tangente:

$$F_R^2 = F_x^2 + F_y^2 \Rightarrow F_R = \sqrt{20,28^2 + 26,76^2} \Rightarrow F_R \cong 33,58 \text{ N}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{F_x}{F_y} = \frac{20,26}{26,76} \Rightarrow \text{arc tg}\left(\frac{20,26}{26,76}\right) \cong 37^\circ.$$

Assim, a caixa receberá a ação de uma força de intensidade aproximada de 33,58 N, em uma orientação de cerca de 37° em relação ao semieixo x positivo.

## Cinemática: grandezas fundamentais

Quando analisamos o movimento de um veículo durante uma viagem, sabemos que ele se move porque muda de posição na estrada, sendo **posição** a grandeza vetorial que localiza um corpo em relação a um referencial.

A grandeza posição tem natureza vetorial; assim, é designada pelo símbolo  $\vec{s}$  e sua unidade de medida no SI é o metro. Nesta seção estudaremos, porém, trajetórias retilíneas, nas quais o movimento é descrito adotando-se um referencial unidimensional, como uma reta numerada, situação em que uma análise vetorial mediante processos geométricos não é necessária.

Caso o veículo, em dois instantes diferentes, ocupe posições diferentes,  $s$  e  $s_0$ , em um trecho retilíneo de uma estrada ( $s_0$  é o símbolo de sua posição inicial), dizemos que ele está em movimento, sendo possível calcular seu deslocamento pela seguinte relação:

$$\Delta s = s - s_0.$$



### Assimile

Movimento retilíneo é aquele com trajetória em linha reta, de modo que o corpo em movimento pode apenas ir ou voltar em sua trajetória. Quando falamos, porém, em movimento retilíneo, na verdade desconsideramos nesse momento o formato da trajetória, pois nosso objetivo é estudar como as grandezas podem ser utilizadas para descrever um movimento, independentemente da trajetória percorrida.

Para uma posição de 120 km e outra posição de 125 km em uma estrada, por exemplo, podemos considerar a distância entre elas como se fosse medida em uma linha reta de 5 km, pois a estrada é a única opção de trajetória para o veículo.

O símbolo delta ( $\Delta$ ) é utilizado para representar variações de grandezas, por isso, efetuamos o valor final menos o valor inicial.

Considerando o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) em que o deslocamento ocorreu, podemos definir uma importante grandeza para o estudo dos movimentos: a **velocidade média**, cuja fórmula é dada a seguir:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}.$$

A velocidade média é também uma grandeza de natureza vetorial, pois sua orientação indica para onde o movimento ocorre. Nesta seção estudaremos, porém, apenas o significado de seu valor numérico. Essa grandeza apresenta a taxa de variação de média das posições a cada unidade de tempo. Para saber as velocidades reais, chamadas velocidades instantâneas, desenvolvidas por um veículo em uma estrada, por exemplo, devemos estar dentro do veículo observando seu velocímetro ou fazer medidas de deslocamentos em pequenos intervalos de tempo. Quando não temos esses dados mais precisos e detalhados, podemos calcular a velocidade média desenvolvida a partir do deslocamento total e do intervalo de tempo total.



### Exemplificando

Um veículo levou 5 h em uma viagem de 400 km entre as cidades de Londrina e Curitiba, no estado do Paraná. Qual a velocidade média desse veículo?

#### Resolução:

Veja que os dois dados correspondem ao deslocamento total do veículo entre as cidades, considerando-se uma estrada retilínea, e o intervalo de tempo total de viagem. Sua velocidade média é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{400}{5} \Rightarrow v_m = 80 \text{ km/h}.$$

No exemplo apresentado, note que a unidade de medida da velocidade média foi determinada pela razão entre as grandezas deslocamento, medido em quilômetros, e intervalo de tempo medido em horas, obtendo-se, assim, o quilômetro por hora (km/h).

No Brasil, a unidade de medida usual de velocidade em nosso dia a dia é o km/h, como podemos observar nos velocímetros dos veículos. Já no SI, sua unidade de medida é o metro por segundo (m/s); assim,

é importante determinar um meio de conversão entre essas duas unidades. Para isso, considere como exemplo uma velocidade média de 72 km/h. Sabendo que  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$  e  $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ , obtemos:

$$v_m = 72 \text{ km/h} = \frac{72 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{72 \cdot 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{72 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 20 \text{ m/s}.$$

Veja que, para converter a unidade de medida km/h para m/s, basta dividir o valor por 3,6.

Na análise de um movimento pela velocidade média, não podemos fazer mais afirmações, devido à falta de dados. No exemplo da viagem de Londrina a Curitiba, a velocidade média obtida foi de 80 km/h (ou cerca de 22,2 m/s), ou seja, é como se o veículo saísse de Londrina já com essa velocidade e a tivesse mantido durante toda viagem. Sabemos, porém, que isso dificilmente ocorre em uma viagem longa, havendo variações de velocidade em diversos momentos.

Caso tenhamos dados sobre a velocidade real de um veículo, a análise de sua variação é feita pela grandeza **aceleração média**.

Assim como ocorre com a velocidade média, a aceleração média também expressa a taxa de variação média da velocidade a cada unidade de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}.$$

A aceleração média também é uma grandeza vetorial, pois sua orientação determinará como ocorre a variação da velocidade. Neste momento, em que estudamos movimentos unidimensionais, a aceleração pode apenas ser a favor ou contra o movimento, sendo assim determinada por sinais positivos e negativos.

Para ilustrar o conceito de aceleração média, considere um exemplo comum em nosso cotidiano, quando ouvimos que um veículo esportivo vai de zero a 100 em 4,0 s. Sabemos que o veículo parte do repouso (velocidade inicial nula,  $v_0 = 0$ ) e atinge a velocidade final de 100 km/h em um intervalo de tempo de 4,0 s. E que, em uma arrancada desse veículo, ele não desenvolve uma aceleração constante. Porém, podemos estimar sua aceleração média da seguinte maneira:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100 - 0}{4,0} \Rightarrow a_m = \frac{25 \text{ km/h}}{\text{s}} \text{ ou } a_m = \frac{25 \text{ km}}{\text{h} \cdot \text{s}}.$$

A unidade de medida do valor obtido, quilômetro por hora por segundo, foi escrita de acordo com a operação matemática efetuada. Esse valor indica que, em média, a cada segundo de movimento, a velocidade do veículo variou 25 km/h. Para expressá-la em unidades do SI, devemos converter a unidade de medida da velocidade final de 100 km/h, dividindo esse valor por 3,6 e obtendo cerca de 27,8 m/s:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27,8 - 0}{4,0} \Rightarrow a_m = \frac{6,95 \text{ m/s}}{\text{s}} \text{ ou } a_m = \frac{6,95 \text{ m}}{\text{s} \cdot \text{s}}.$$

A aceleração média deste veículo foi de 6,95 m/s a cada segundo. A forma correta de escrever essa unidade é **m/s<sup>2</sup>**, ou seja:  $a_m = 6,95 \text{ m/s}^2$ .

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a colocar-se no lugar de um profissional de uma empresa de transporte de gás natural, que foi contratada para instalação de 6 km de gasoduto. Agora, você deve efetuar cálculos para elaborar uma proposta de execução da obra ao cliente. Primeiramente, você precisa descobrir a massa e o comprimento de cada peça do gasoduto. Após uma pesquisa em um livro de padrões de medida, você descobre que *yard* é a unidade de medida jarda, sendo que 1 m equivale a 1,09 jardas. Assim, o comprimento de cada peça ( $\ell$ ) é aproximadamente 5,5 m:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ m} \rightarrow 1,09 \text{ jardas} \\ \ell \rightarrow 6 \text{ jardas} \end{array} \quad \ell = \frac{6}{1,09} \Rightarrow \ell \cong 5,5 \text{ m}.$$

Você descobre também que *pound* é a unidade de medida libra, sendo que 1 kg equivale a 2,2 libras. Assim, a massa ( $m$ ) de cada peça é aproximadamente 4000 kg, pois:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ kg} \rightarrow 2,2 \text{ libras} \\ m \rightarrow 8800 \text{ libras} \end{array} \quad m = \frac{8800}{2,2} \Rightarrow m = 4000 \text{ kg}.$$

Buscando um meio de fazer previsões sobre a execução da obra, você se lembra dos conceitos estudamos em Cinemática, como a velocidade média, definida pela razão entre deslocamento realizado e intervalo de tempo. Suas unidades de medida mais usuais são km/h e m/s, esta última pertencente ao SI. Para determinar a velocidade média de execução da obra, porém, você opta por outras unidades de medida, por exemplo, considerando peças instaladas e dias

trabalhados. Sabemos que são instaladas 12 peças de gasoduto em 1 dia de trabalho, ou 8 horas. Assim:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{12}{1} \Rightarrow v_m = 12 \text{ peças/dia.}$$

Sabendo que cada peça mede cerca de 5,5 m, essa mesma velocidade média de execução também pode ser expressa em metros por dia, como a seguir:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{12 \cdot 5,5}{1} \Rightarrow v_m = 66 \text{ m/dia.}$$

Como a obra tem 6 km de extensão ou 6000 m, o tempo de finalização da obra de instalação do gasoduto pode ser estimado também pelo conceito de velocidade média:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 66 = \frac{6000}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{6000}{66} \Rightarrow \Delta t = 90,91 \text{ dias.}$$

Assim, a obra tem previsão de duração aproximada de 90,91 dias. Como serão trabalhados dias ininterruptos, a previsão equivale a cerca de 13 semanas, ou 3 meses:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ semana} \rightarrow 7 \text{ dias} \\ \Delta t \quad \rightarrow 90,91 \text{ dias} \end{array} \quad \Delta t = \frac{90,91}{7} \Rightarrow \Delta t \cong 13 \text{ semanas}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ mês} \rightarrow 30 \text{ dias} \\ \Delta t \quad \rightarrow 90,91 \text{ dias} \end{array} \quad \Delta t = \frac{90,91}{30} \Rightarrow \Delta t \cong 3,03 \text{ meses.}$$

Após essas pesquisas e determinações, as informações obtidas podem compor a proposta de execução da obra para ser entregue ao cliente; a previsão de conclusão da obra é de 13 semanas ou cerca de 3 meses, dentro do cronograma de trabalho estabelecido. Seu primeiro desafio está vencido!

## Avançando na prática

### Freio motor

#### Descrição da situação-problema

Imagine que você trabalha em uma empresa de transporte terrestre e tem a tarefa de avaliar a segurança e o desempenho de novos caminhões adquiridos para a frota. Um dos cuidados a ser tomado é quanto à velocidade de movimento, já que tratamos de um conjunto caminhão/carga de grande massa. Você recebe informações

referentes ao desempenho do caminhão em um declive selecionado, principalmente sobre o funcionamento do freio motor, e você decide analisar se esse equipamento tem sido utilizado corretamente.

Freio motor é um equipamento que utiliza o próprio giro do motor para manter a velocidade do caminhão ou até mesmo causar uma desaceleração. Esse equipamento, quando utilizado corretamente, pode gerar economia no consumo do combustível, preservar os freios do caminhão e reduzir o risco de acidentes, pois aumenta a eficiência da frenagem.

Nos dados que você recebeu, um caminhão carregado movia-se em uma estrada com velocidade 80 km/h, quando o motorista nota uma placa indicando trecho com declive logo à frente. Ele então aciona o freio motor e logo no início desse trecho nota que, mesmo sem acionar o pedal do acelerador, a velocidade do caminhão vai de 80 km/h para 95 km/h em cerca de 12 s, quando então ele nota a ação do sistema de freio do caminhão, pois o velocímetro reduz para 60 km/h em cerca de 25 s e mantém essa velocidade durante todo o trecho em declive.

Para fazer um estudo adequado e comparativo, você deve determinar a aceleração média desenvolvida nos dois casos. Como isso pode ser feito?

### Resolução da situação-problema

No início do trecho em declive, é dado que a velocidade do caminhão vai de 80 km/h (cerca de 22,2 m/s) para 95 km/h (cerca de 26,4 m/s) em 12 s. Sua aceleração média é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{95 - 80}{12} = \frac{15}{12} \Rightarrow a_m = \frac{1,25 \text{ km/h}}{\text{s}}$$

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{26,4 - 22,2}{12} = \frac{4,2}{12} \Rightarrow a_m = 0,35 \text{ m/s}^2.$$

Durante a frenagem, a velocidade do caminhão vai de 95 km/h (cerca de 26,4 m/s) para 60 km/h (cerca de 16,7 m/s) em 25 s. Sua aceleração média é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{60 - 95}{25} = \frac{-35}{25} \Rightarrow a_m = \frac{-1,40 \text{ km/h}}{\text{s}}$$
$$= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{16,7 - 26,4}{25} = \frac{-9,7}{25} \Rightarrow a_m = -0,39 \text{ m/s}^2.$$

Com essas informações importantes em mãos, você conclui que o freio motor é um equipamento essencial nos veículos de transporte pesado, e, então, toma a iniciativa de avaliar também o equipamento dos outros caminhões da frota. Além disso, propõe ainda uma palestra sobre a importância da utilização dos equipamentos de segurança dos meios de transportes.

## Faça valer a pena

**1.** O campeonato de Fórmula 1 tem etapas em inúmeros países do mundo. A etapa brasileira ocorre na cidade de São Paulo, no autódromo José Carlos Pace, conhecido como Interlagos. Esse autódromo tem 4309 m de extensão. Atualmente, a volta mais rápida executada nessa pista pertence ao piloto alemão Nico Rosberg, que percorreu o circuito em 1m10,023s, em 2014, atingindo velocidades de até 330 km/h.

Qual a velocidade média de Nico Rosberg nessa volta recorde, em Interlagos?

- a) 330 km/h.
- b) 221,54 km/h.
- c) 61,54 km/h.
- d) 221,54 m/s.
- e) 330 m/s.

**2.** Ônibus espaciais são naves utilizadas por agências espaciais para levar tripulações em missões fora da Terra. A agência espacial norte-americana (NASA) lançou seu primeiro ônibus espacial, o Columbia, em 1981. A última missão espacial, cumprida em 2011, utilizou o ônibus espacial Atlantis.

Com relação ao lançamento de um ônibus espacial, avalie as seguintes asserções e a relação proposta entre elas.

- I. No lançamento de um ônibus espacial, desde a superfície da Terra até o ponto de órbita pode levar cerca de 8 min, e a velocidade da nave pode atingir cerca de 28000 km/h.

PORQUE

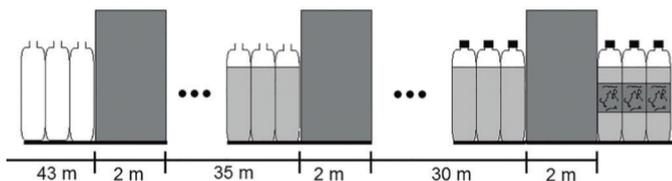
- II. sua aceleração média é de **3500 m/s<sup>2</sup>**.

A respeito dessas asserções, assinale a alternativa correta.

- a) As asserções I e II são proposições verdadeiras e a II é uma justificativa da I.
- b) As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa da I.
- c) As asserções I e II são proposições falsas.
- d) A asserção I é uma proposição verdadeira e a II é uma proposição falsa.
- e) A asserção I é uma proposição falsa e a II é uma proposição verdadeira.

**3.** Uma equipe de automação industrial elaborou uma linha de produção para envasar um produto líquido de limpeza. Nessa linha de produção, uma esteira move-se, transportando as garrafas alinhadas, as quais passam por uma máquina que faz o envase, por outra máquina que coloca a tampa e uma terceira máquina que aplica o rótulo, conforme a Figura 1.6. Cada garrafa tem base circular de 10 cm de diâmetro.

**Figura 1.6** | Representação de uma linha de envase de um produto de limpeza (fora de escala)



Fonte: elaborada pelo autor.

Cerca de 108000 garrafas passam por essas etapas em 2,5 h.

Qual a velocidade média da esteira? Quanto tempo uma garrafa leva para passar por todas essas etapas?

- a) 120 m/s; 95 s.
- b) 120 m/s; 0,95 s.
- c) 0,12 m/s; 95 s.
- d) 1,2 m/s; 0,95 s.
- e) 1,2 m/s; 95 s.

# Seção 1.2

## Tipos de movimentos e suas equações

### Diálogo aberto

Caro estudante! Vamos iniciar os estudos da segunda seção desta primeira unidade, que trata sobre Cinemática.

Na primeira seção, estudamos a importância das medidas e do respeito às unidades de medida de cada grandeza. No estudo específico de Cinemática, descrevemos os movimentos a partir das grandezas fundamentais de posição, velocidade e aceleração. Mostramos primeiramente a importância de definir o valor médio de uma grandeza, fazendo importantes verificações a partir das grandezas velocidade média e aceleração média.

Porém, em algumas situações, é necessário determinar os valores reais dessas grandezas, chamados valores instantâneos. Como isso pode ser feito? Se uma colheitadeira leva 20 min para percorrer 3 km em linha reta, qual sua velocidade média? E como podemos saber sua velocidade em cada instante? O que é velocímetro? Se caso o velocímetro da colheitadeira quebrar, qual estratégia pode ser seguida para determinar sua velocidade real? E utilizando o velocímetro, como podemos determinar sua aceleração de freio ao final dos 3 km, quando ela precisa parar e inverter o movimento?

Nesta atual seção, iremos descrever o movimento de forma mais específica, considerando agora as grandezas velocidade e aceleração com valores instantâneos, descritas por funções dependentes do tempo.

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma empresa de instalação de gasoduto, que foi contratada para instalar uma linha de 6 km, utilizando peças com cerca de 5,5 m de comprimento. De acordo com algumas previsões, você propõe que a velocidade de execução da obra de 12 peças/dia, ou seja, 66 m/dia, para a obra tenha um prazo de encerramento de aproximadamente 90,91 dias ou 13 semanas.

Ao ver seu relatório com a proposta de execução da obra, seu cliente ligou e solicitou um adiantamento para a finalização, pois a utilização do gás que irá chegar a sua indústria deve ocorrer o quanto antes.

Após alguns estudos e novos planejamentos, você então propõe que a primeira semana seja trabalhada com a velocidade apresentada, e que, a cada semana, duas peças a mais sejam instaladas, o que irá exigir o acréscimo de um funcionário a cada semana, aumentando os custos da obra. Como esta aceleração semanal da obra pode ser escrita a partir de uma grandeza e qual seria sua unidade de medida? Qual a nova previsão de término da obra? Para melhor apresentação, é interessante elaborar um gráfico da quantidade de peças instaladas por semana, comparando a proposta inicial com esta nova proposta de finalização antecipada. Ao final da obra, quantos funcionários, ao todo, serão necessários?

Veja que importantes previsões e tomadas de decisões são necessárias e, para fazê-las, vamos utilizar conceitos físicos de Cinemática.

Iniciemos, então, esta segunda seção com a sequência dos estudos.

## **Não pode faltar**

### **Movimento retilíneo uniforme (MRU) e Movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV)**

No início da seção anterior, apresentamos a Cinemática como uma parte da Mecânica que descreve o movimento a partir de medidas relacionadas ao comprimento e ao tempo. Fizemos importantes determinações dos movimentos baseados nas grandezas velocidade média e aceleração média.

Nesta seção, iremos considerar situações em que a velocidade real desenvolvida e a aceleração real, caso existam, sejam constantes. Chamaremos estas grandezas apenas de velocidade e aceleração, respectivamente.

Apenas por questões de esclarecimentos, note que o título que inserimos é Movimento retilíneo uniforme e Movimento retilíneo uniformemente variado. A palavra retilíneo faz referência às trajetórias

em linha reta, porém, sabemos que existem inúmeras trajetórias em nosso dia a dia que não são retas. Esta estratégia serve apenas para utilizarmos o movimento retilíneo como base, mesmo que a trajetória não seja realmente em linha reta, isto é, analisaremos, neste momento, somente as variações nas medidas das grandezas posição, velocidade e aceleração, independentemente da forma da trajetória realmente executada.



### Reflita

Considere uma estrada com muitas retas e muitas curvas. Sobre ela, o carro é livre para se movimentar em qualquer direção? Podemos estudar o movimento de um carro sobre a estrada como um movimento retilíneo?

Na seção anterior, estudamos a velocidade média ( $v_m$ ), que expressa o deslocamento médio de um corpo em movimento por unidade de tempo. Por exemplo, se uma peça sobre uma esteira industrial retilínea percorre 10 m em 50 s, temos que sua velocidade média é 0,2 m/s. Para obtermos uma informação mais precisa sobre a velocidade real da peça, devemos fazer medidas para intervalos de tempos menores. Por exemplo, suponha que a distância percorrida pela peça foi medida a cada 10 s, obtendo-se 2 m. Em seguida, a distância percorrida por ela foi medida a cada 5 s, obtendo-se 1 m. Depois, foi medida a cada 2 s, obtendo-se 0,4 m (40 cm):

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{50 \text{ s}} = \frac{2 \text{ m}}{10 \text{ s}} = \frac{1 \text{ m}}{5 \text{ s}} = \frac{0,4 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 0,2 \text{ m/s.}$$

Note que, conforme se reduz o intervalo de tempo da medição, vamos considerando-o algo próximo de um instante, quando obtemos um valor de velocidade média mais próxima da velocidade real do corpo em movimento, ou seja, a velocidade em um instante, a **velocidade instantânea** ( $v$ ), que chamaremos apenas de **velocidade**. Na Cinemática, podemos escrever a velocidade com uma função dependente do tempo, denominada função horária, ou seja, uma função  $v(t)$ , em que, substituindo-se o valor do instante  $t$ , obtém-se o valor da velocidade do respectivo instante.

No caso do exemplo da peça, temos que sua velocidade foi constante e igual a 0,2 m/s. Esse movimento é classificado como **movimento retilíneo uniforme (MRU)**.

A velocidade instantânea é aquela expressa pelos velocímetros instalados nos meios de transporte. No Brasil, os velocímetros mostram a velocidade em km/h, ou seja, indicam a distância em quilômetros, caso a velocidade mostrada seja mantida por 1 h.

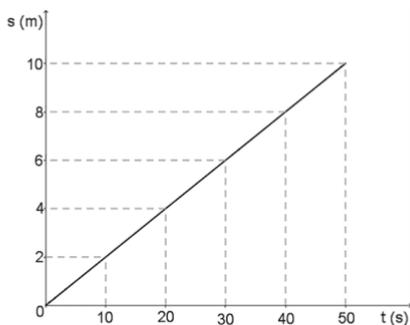
Nos estudos de Física, os fenômenos são descritos por interpretações matemáticas. No caso do MRU, por exemplo, as posições de um corpo em função do tempo podem ser descritas por uma função do 1º grau, chamada **função horária das posições**,  $s(t)$ , obtida a partir do cálculo da velocidade média:

$$v_m = v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{s - s_0}{t - t_0} \text{ (para } t_0 = 0) \Rightarrow s(t) = s_0 + v \cdot t.$$

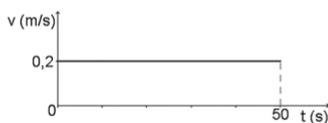
Para o exemplo da peça se movendo com velocidade constante, definindo o início da esteira como  $s_0 = 0$ , seu movimento é descrito pela função  $s(t) = 0,2 \cdot t$ .

A análise gráfica é essencial em alguns casos, fornecendo importantes informações. Na peça se movendo na esteira com velocidade constante de 0,2 m/s, por exemplo, temos o gráfico da posição em função do tempo ( $s \times t$ ), apresentado na Figura 1.7, e o gráfico da velocidade em função do tempo ( $v \times t$ ), apresentado na Figura 1.8.

**Figura 1.7** | Gráfico  $s \times t$  para um corpo em MRU com  $v = 0,2 \text{ m/s}$



**Figura 1.8** | Gráfico  $v \times t$  para um corpo em MRU com  $v = 0,2 \text{ m/s}$



Fonte: elaborados pelo autor.

Pela leitura do gráfico  $s \times t$  (Figura 1.7), temos que o início das posições foi definido como zero e a posição final foi definida como 10 m (final do trecho da esteira). A peça alcança esta posição em

50 s. Como a velocidade é constante, o gráfico é uma reta crescente, de forma que, independentemente do intervalo de tempo escolhido, o cálculo da velocidade sempre resulta em 0,2 m/s.

Dizemos que este gráfico mostrado é de uma grandeza que tem taxa de variação constante igual a 0,2, no caso, 0,2 m/s, ou seja, a cada unidade de tempo (1 s), a posição da peça varia 0,2 m. Quando estudamos a disciplina de Cálculo, aprendemos que a taxa de variação é chamada de **derivada**. Sendo assim, a velocidade é a derivada da posição em relação ao tempo.

Pela leitura do gráfico  $v \times t$  (Figura 1.8), temos que a velocidade é constante e igual a 0,2 m/s, sendo executada durante 50 s. Para saber a distância percorrida nesse intervalo de tempo, basta multiplicar a velocidade pelo intervalo de tempo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t = 0,2 \cdot 50 \Rightarrow \Delta s = 10 \text{ m.}$$

Perceba que a região delimitada pelo gráfico e o eixo do tempo, para o intervalo de tempo de 50 s, tem um formato que lembra um retângulo. Quando multiplicamos 0,2 e 50 para determinarmos o deslocamento, é equivalente a calcular a área dessa região retangular delimitada. Deslocamento e área são conceitos com definições distintas, de forma que estamos dizendo apenas que utilizando cálculos de área obtemos o valor do deslocamento realizado.

Quando fazemos esta verificação utilizando a área da forma geométrica delimitada pelo gráfico, estamos nos referindo à integral, também estudada na disciplina de Cálculo.



### Pesquise mais

A derivada e a integral estudadas na disciplina de Cálculo possibilitam importantes estudos e definições da Cinemática. Para mais informações, veja o capítulo 2, Movimento Retilíneo, do livro:

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Mecânica**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 1.

Você, estudante de nossa instituição, tem acesso gratuito a este livro em nossa Biblioteca Virtual, disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/uk>>. Acesso em: 30 out. 2017.

Faça seu *login* na Biblioteca Virtual da área do estudante e busque pela obra. Depois, copie o *link* a seguir e cole-o na barra de endereço de seu navegador: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521632054/cfi/6/14!/4/8/2/2@0:0>>. Acesso em: 3 nov. 2017.

Nas definições de Cinemática dadas, fizemos uma apresentação formal mostrando como as grandezas são relacionadas e como a Matemática pode contribuir para interpretarmos essas relações. Porém, devemos, sempre que possível, buscar compreender o fenômeno que está sendo estudado, evitando execuções de cálculos de forma automática e sem significados.



### Exemplificando

Uma indústria possui um robô programado a receber uma peça de um braço mecânico para levá-la até a máquina da próxima etapa, a 12 m de distância horizontal, onde a peça deve ser colocada a 3 m de altura do solo. Quando o robô recebe a peça, um sensor é acionado e ele passa a se mover horizontalmente, de acordo com a função  $s_x = 0,3 \cdot t$ , com dados no MKS (ou SI).

Para a elevação vertical de 3 m do solo, a função que descreve este movimento é dada por  $s_y = 75 + 7,5 \cdot t$ , com dados no CGS (centímetro-grama-segundo). Determine em qual posição do movimento horizontal a elevação da peça vertical deve ser iniciada para que o robô chegue à máquina com a peça já na altura certa.

#### Resolução:

O intervalo de tempo para o robô percorrer horizontalmente 12 m é dado por:

$$s_x = 0,3 \cdot t \Rightarrow 12 = 0,3 \cdot t \Rightarrow t = 40 \text{ s.}$$

O intervalo de tempo para o robô elevar a peça verticalmente 3 m é dado por:

$$\begin{aligned} s_y = 75 + 7,5 \cdot t &\Rightarrow 300 = 75 + 7,5 \cdot t \Rightarrow 225 = \\ &= 7,5 \cdot t \Rightarrow t = 30 \text{ s.} \end{aligned}$$

Sendo assim, o robô deve ser programado para iniciar a elevação 10 s após iniciar seu movimento horizontal, na seguinte posição:

$$s_x = 0,3 \cdot 10 \Rightarrow s_x = 3 \text{ m.}$$

Note que a partir de certo momento, a peça sobre o robô executa um movimento horizontal e vertical, simultaneamente. Isso mostra o caráter vetorial das grandezas da Cinemática, que não estamos considerando neste momento.



### Faça você mesmo

Se a peça se move horizontalmente com velocidade 0,3 m/s, e verticalmente com velocidade de 7,5 m/s em relação ao robô, qual a velocidade total com que ela está se movendo?

Nos exemplos apresentados até então, foram desconsideradas as pequenas acelerações iniciais e finais, quando o movimento se inicia e se encerra. Porém, mesmo que analisemos apenas o movimento de um corpo com velocidade constante, ele esteve inicialmente em repouso, desenvolvendo uma aceleração para iniciar seu movimento, ainda que em um pequeno intervalo de tempo. O mesmo ocorre quando o corpo entra em repouso.

Na seção anterior, estudamos que, quando ocorrerem variações de velocidade, podemos calcular a aceleração média desenvolvida da seguinte forma:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Para fazermos uma análise mais detalhada, vamos agora considerar um veículo que vai de zero a 54 km/h em 4 s. Para obtermos informações mais precisas sobre a aceleração, são necessárias medidas mais precisas em menores intervalos de tempo. Por exemplo, suponha que se realizou outro teste, quando se observou o velocímetro do veículo a cada 2 s, registrando as informações no Quadro 1.3, e em um terceiro teste se observou o velocímetro a cada 1 s, registrando as informações no Quadro 1.4.

**Quadro 1.3** | Velocidades instantâneas de um veículo medidas a cada 2 s

t (s)	v (km/h)	v (m/s)
0	0	0
2	27,00	7,50
4	54,00	15,00

**Quadro 1.4** | Velocidades instantâneas de um veículo medidas a cada 1 s

t (s)	v (km/h)	v (m/s)
0	0	0
1	13,50	3,75
2	27,00	7,50
3	40,50	11,25
4	54,00	15,00

Veja que, no Quadro 1.3, a velocidade variou cerca de 7,50 m/s nos dois intervalos de 2 s medidos. A aceleração média é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7,50}{2} \Rightarrow a_m = 3,75 \text{ m/s}^2 .$$

Já no Quadro 1.4, a velocidade variou 3,75 m/s em todos os intervalos de 1 s medidos. A aceleração média também é **3,75 m/s<sup>2</sup>**.

Conforme se reduz o intervalo de tempo de medição, vamos considerando algo próximo de um instante, obtendo o valor da aceleração média mais próxima da aceleração real do corpo em movimento, ou seja, a aceleração em um instante, chamada de **aceleração instantânea (a)**, que denominaremos apenas de **aceleração**.

Quando um corpo possui aceleração constante em uma trajetória retilínea, seu movimento é classificado como **movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV)**.

Existem movimentos com aceleração constante, como a queda livre, por exemplo, que será estudada na próxima seção. Já outros movimentos podem ser considerados com aceleração constante com boa aproximação, como é o caso dos veículos acelerando ou freando.

No MRUV, a velocidade de um corpo em função do tempo, chamada de **função horária das velocidades**,  $v(t)$ , pode ser descrita por uma função do 1º grau, obtida a partir do cálculo da aceleração média:

$$a_m = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \text{ (para } t_0 = 0) \Rightarrow v(t) = v_0 + a \cdot t .$$

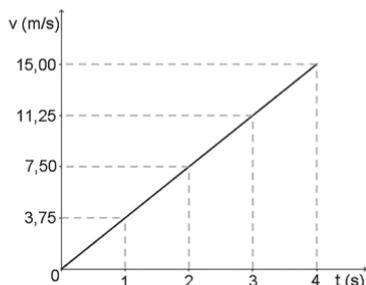
Para o exemplo do veículo arrancando do repouso com aceleração constante, temos a função  $v(t) = 3,75 \cdot t$ .

Não devemos nos esquecer de que quando estamos estudando, devemos sempre nos lembrar dos conhecimentos já adquiridos, para que possamos utilizá-los ou complementá-los. No MRU, por exemplo, estudamos os valores das grandezas, suas variações, elaboramos funções horárias e fizemos análises gráficas. Agora, vamos utilizar aquilo que aprendemos também no MRUV. Veja só!

Imagine que você e uma equipe estão fazendo testes em um autódromo com o veículo apresentado anteriormente. Qual deve ser o comprimento da pista reta utilizado apenas para a aceleração deste veículo de zero a 54 km/h em 4 s?

Nos estudos do MRU, nós estudamos alguns gráficos. Vamos fazer o mesmo aqui, iniciando pelo gráfico da velocidade em função do tempo ( $v \times t$ ), apresentado na Figura 1.9.

**Figura 1.9** | Gráfico  $v \times t$  para um corpo em MRUV com  $a = 3,75 \text{ m/s}^2$



Fonte: elaborado pelo autor.

Pela leitura do gráfico, vemos que um veículo partiu do repouso atingindo a velocidade de 15 m/s em 4 s e desenvolvendo uma taxa de variação constante, chamada de **aceleração**, de  $3,75 \text{ m/s}^2$ . Conforme já comentamos, na disciplina de Cálculo, temos que a taxa de variação é chamada de **derivada**, de forma que a aceleração é a derivada da velocidade em relação ao tempo.

No MRU, vimos que o valor do deslocamento de um corpo pode ser determinado calculando-se a área da região delimitada pelo gráfico  $v \times t$  e pelo eixo do tempo nos intervalos de tempo desejados. Esta verificação faz referência à integral, estudada na disciplina de Cálculo.

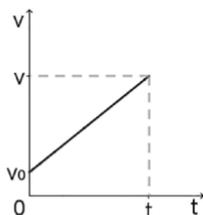
Note que a região delimitada pelo gráfico lembra um triângulo cuja base corresponde ao eixo do tempo, no intervalo de zero a 4 s, e a altura corresponde ao eixo da velocidade, com valores de zero a 15,00 m/s. Dessa forma, o valor do deslocamento pode ser determinado pelo cálculo da área do triângulo:

$$\Delta s = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{4 \cdot 15}{2} \Rightarrow \Delta s = 30 \text{ m.}$$

Para determinar a função horária das posições  $s(t)$  do MRUV, utilizamos este processo de cálculo de área da região delimitada

pelo gráfico, mas em sua forma genérica, ou seja,  $v(t) = v_0 + a \cdot t$ , com o gráfico representado na Figura 1.10. Veja que, caso exista uma velocidade inicial, a região delimitada lembra a forma de um trapézio:

**Figura 1.10** | Gráfico  $v \times t$  de um MRUV genérico



Fonte: elaborado pelo autor.

$$\Delta s = (\text{área do trapézio})$$

$$\Delta s = \frac{(v + v_0) \cdot t}{2} \quad (\text{sendo } v(t) = v_0 + a \cdot t)$$

$$\Delta s = \frac{(v_0 + a \cdot t + v_0) \cdot t}{2} \Rightarrow \Delta s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$



### Assimile

No MRUV, a cada instante  $t$ , o corpo está em uma posição  $s(t) = s$ , com uma velocidade  $v(t) = v$ . Sendo assim, é possível obter uma relação direta entre as grandezas posição e velocidade, independentemente do tempo. Para isso, isola-se o tempo  $t$  na função horária das velocidades

$\left(t = \frac{v - v_0}{a}\right)$ , substituindo-o na função horária das posições:

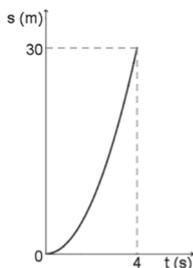
$$s = s_0 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2}{2} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s.$$

A relação entre posição e velocidade obtida é conhecida como **relação de Torricelli**.

Note que a função horária da posição no MRUV é do 2º grau e o formato do gráfico recebe o nome de **parábola**. Veja o gráfico da

Figura 1.11 como exemplo, para o movimento do veículo estudado anteriormente.

**Figura 1.11** | Gráfico  $s \times t$  de um veículo que parte do repouso e executa um MRUV com  $a = 3,75 \text{ m/s}^2$  durante 4 s



Fonte: elaborado pelo autor.

- Função horária da posição:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow s(t) = \frac{3,75 \cdot t^2}{2}$$

- Função horária da velocidade:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v(t) = 3,75 \cdot t$$

- Aceleração:

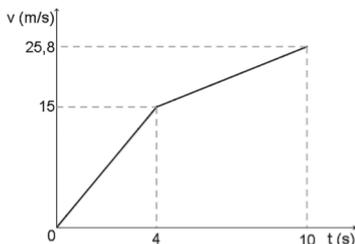
$$a = 3,75 \text{ m/s}^2.$$



### Exemplificando

No teste de velocidade do veículo anterior, após ele atingir 54 km/h, manteve-se o pedal do acelerador até o instante 10 s. O gráfico da Figura 1.12, a seguir mostra a evolução das velocidades registradas pelo veículo. Qual a distância percorrida durante todo o teste com este veículo?

**Figura 1.12** | Gráfico  $v \times t$  para o teste de velocidade de um veículo



Fonte: elaborado pelo autor.

### Resolução:

Note que o gráfico possui duas inclinações, o que caracteriza dois MRUV diferentes. De zero a 4 s, temos um MRUV que parte do repouso, com  $s_0 = 0$  e aceleração igual a  $3,75 \text{ m/s}^2$ . O deslocamento foi de 30 m, conforme já determinamos pela área da região delimitada pelo gráfico  $v \times t$ . Pela função horária das posições, como  $s_0 = 0$ , o deslocamento é igual à posição em 4 s:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow s(t) = \frac{3,75 \cdot t^2}{2}$$

$$s(4) = \frac{3,75 \cdot 4^2}{2} \Rightarrow s(4) = 30 \text{ m.}$$

De 4 s a 10 s, temos outro MRUV com  $v_0 = 15 \text{ m/s}$ . O deslocamento nesse intervalo pode ser determinado pela área da região delimitada pelo gráfico  $v \times t$ , no intervalo de 4 s a 10 s, com um formato que lembra um trapézio:

$$\Delta s = \frac{(25,8 + 15) \cdot 6}{2} \Rightarrow \Delta s = 122,4 \text{ m.}$$

Para utilizar a função horária da posição, devemos determinar a aceleração antes, dada por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25,8 - 15}{10 - 4} = \frac{10,8}{6} \Rightarrow a = 1,8 \text{ m/s}^2.$$

Lembre-se de que a função horária é definida para  $t_0 = 0$ , ou seja, considerando  $t_0 = 0$  e  $s_0 = 0$ , o deslocamento é igual à posição em 6 s:

$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow s(t) = 15 \cdot t + \frac{1,8 \cdot t^2}{2}$$

$$s(6) = 15 \cdot 6 + \frac{1,8 \cdot 6^2}{2} \Rightarrow s(6) = 122,4 \text{ m.}$$

Assim, o deslocamento total neste teste foi de:

$$\Delta s = 30 + 122,4 = 152,4 \text{ m.}$$

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma empresa de instalação de gasoduto, que foi contratada para instalar uma linha de 6 km, utilizando peças com cerca de 5,5 m de comprimento. De acordo com algumas

previsões, você propõe que a velocidade de execução da obra é de 12 peças/dia, ou seja, 66 m/dia, para que a obra tenha um prazo de encerramento de aproximadamente 90,91 dias ou 13 semanas.

Ao ver seu relatório com a proposta de execução da obra, o contratante solicitou um adiantamento para a finalização. Você se lembra de que é possível utilizar conceitos de Cinemática para fazer uma nova proposta, porém, em vez de dados em metros e segundos, verifica que é mais simples trabalhar com metro e semana.

A obra terá 6 km, ou 6000 m. Esta é a quantidade equivalente à posição final (s). Como a posição inicial é zero ( $s_0 = 0$ ), temos, na linguagem usual da Cinemática:  $\Delta s = 6000 \text{ m}$ .

Após alguns planejamentos, você então propõe que a primeira semana seja trabalhada por 10 funcionários com a velocidade apresentada, ou seja, uma velocidade inicial de 66 m/dia. Para uma semana com 7 dias trabalhados, temos:

$$v_0 = 462 \text{ m/semana.}$$

Para acelerar a obra, a sugestão é que duas peças a mais sejam instaladas a cada semana, o que irá exigir o acréscimo de um funcionário a cada semana, aumentando os custos da obra. E agora, como você calcularia a previsão de tempo para o término da obra, apresentando uma nova proposta ao seu cliente? Na Cinemática, vimos que a unidade de medida de aceleração no SI é  $\text{m/s}^2$ , ou seja, uma unidade de medida de comprimento por uma unidade de medida de tempo ao quadrado. Como estamos lidando com metro e semana, e sabendo que 2 peças juntas equivalem a 11 m, a aceleração da obra proposta pode ser escrita da seguinte forma:  $a = 11 \text{ m/semana}^2$ .

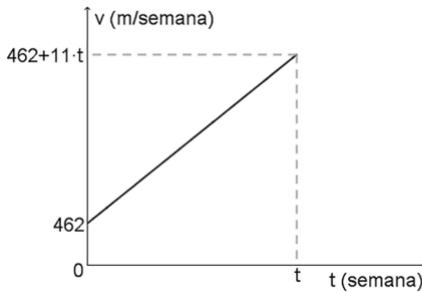
A velocidade de execução da obra, que antes era uma constante igual a 462 m/semana, passa a ser determinada pela seguinte função, com dados em metros e semana:

$$v(t) = 462 + 11 \cdot t$$

A obra será executada com uma velocidade inicial de 462 m/semana, com acréscimo de 2 peças a cada semana ( $11 \text{ m/semana}^2$ ), até que se alcancem 6000 m de obra, que correspondem ao deslocamento no MRUV.

Vimos que, em Cinemática, o deslocamento é sempre dado pela integral da velocidade em função do tempo. Quando se tem o gráfico reto, o valor dessa integral é a área da região delimitada pelo gráfico, conforme a Figura 1.13.

**Figura 1.13** | Gráfico da velocidade de execução da obra pelo tempo para uma proposta de execução acelerada



Fonte: elaborado pelo autor.

Veja que, para o gráfico, não sabemos ainda o tempo  $t$ , que é o novo tempo para finalização da obra. Então não sabemos, conseqüentemente, a velocidade final de execução da obra, pois ela depende do tempo. Porém, sabemos a área da região delimitada, que, nesse caso, lembra um trapézio e define a distância total da obra (6000 m). Sendo assim:

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{(462 + 11 \cdot t + 462) \cdot t}{2} \Rightarrow 6000 = \\ &= \frac{924 \cdot t + 11 \cdot t^2}{2} \Rightarrow 5,5 \cdot t^2 + 462 \cdot t - 6000 = 0. \end{aligned}$$

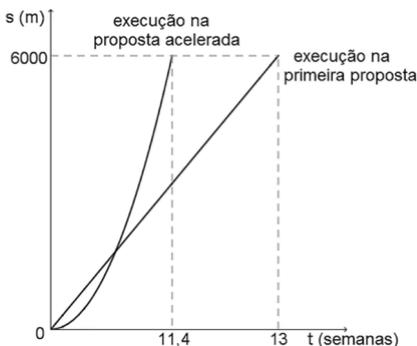
Vamos resolver a equação do 2º grau obtida pela fórmula de Baskara:

$$\begin{aligned} t &= \frac{-462 \pm \sqrt{462^2 - 4 \cdot 5,5 \cdot (-6000)}}{2 \cdot 5,5} = \\ &= \frac{-462 \pm 587,74}{11} \quad \left\{ \begin{array}{l} t' \cong 11,4 \text{ semanas} \\ t'' \cong -95,4 \text{ semanas} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Desconsiderando a resposta negativa, encontramos uma nova previsão de término da obra de cerca de 11,4 semanas, mais rápida que as 13 semanas propostas inicialmente. O gráfico mostrado na

Figura 1.14 compara a execução da obra na primeira proposta, com velocidade constante de 462 m/semana e a execução da obra na proposta acelerada.

**Figura 1.14** | Gráfico comparativo do deslocamento da obra pelo tempo para as duas propostas



Fonte: elaborado pelo autor.

A obra foi iniciada com 10 funcionários, mas, como durará um pouco mais de 11 semanas, serão necessários mais 11 funcionários, finalizando a obra com 21 funcionários.

Esta nova proposta agradou seu cliente, pois ele considerou que o gasto a mais é válido pelo adiantamento da obra. O contrato foi assinado e a obra teve início.

## Avançando na prática

### Tempo de reação no trânsito

#### Descrição da situação-problema

Imagine que você trabalha em um departamento de Engenharia de Trânsito e recebe de seu gestor a tarefa de analisar a probabilidade de ocorrência de acidentes em determinado semáforo da cidade. Para fazer isso, primeiramente você precisa analisar uma situação típica de trânsito, em que os efeitos do tempo de reação humanos devem ser considerados.

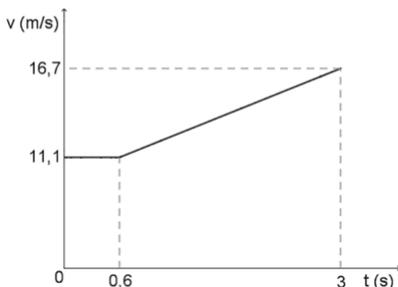
No ser humano existe o chamado de **tempo de reação**, que é um intervalo de tempo entre um estímulo e a resposta do corpo. No trânsito, o tempo de reação é muito importante, pois o motorista deve saber rapidamente qual atitude tomar em situações adversas.

Como exemplo, considere um motorista em uma cidade, dirigindo seu veículo com uma velocidade constante de 40 km/h, em uma via municipal com limite de velocidade de 60 km/h. Ele nota que no próximo semáforo, do tipo temporizador, faltam apagar dois sinais verdes, o que corresponde a um intervalo de tempo de 3 s para acender o amarelo e, depois, o vermelho. Em seu tempo de reação de cerca de 0,6 s, ele decide de forma prudente impor uma aceleração constante em seu veículo e passa pelo semáforo na velocidade-limite permitida pela via, no instante exato em que o sinal amarelo se acende. Qual era a distância do motorista ao semáforo, quando ele notou os dois sinais verdes do semáforo?

### Resolução da situação-problema

Quais parâmetros são importantes para você cumprir sua tarefa? Quais grandezas são relevantes? Veja que transcorre um intervalo de tempo de 3 s entre o instante em que o motorista nota o semáforo com dois sinais verdes e o instante em que ele passa pelo semáforo, quando acende o sinal amarelo. Se o tempo de reação do motorista foi de 0,6 s, ele acelera o veículo em um intervalo de tempo de 2,4 s. O deslocamento percorrido pode ser obtido calculando-se a região delimitada pelo gráfico da velocidade pelo tempo mostrado na Figura 1.15. Veja que temos duas regiões, uma lembra um retângulo (deslocamento em movimento uniforme) e outra lembra um trapézio (deslocamento em movimento uniformemente variado).

**Figura 1.15** | Gráfico  $v \times t$  para o movimento do motorista



Fonte: elaborado pelo autor.

$$\begin{aligned} \Delta s &= \Delta s_{MU} + \Delta s_{MUV} \Rightarrow \Delta s = 11,1 \cdot 0,6 + \frac{(16,7 + 11,1) \cdot 2,4}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta s = 6,66 + 33,36 \Rightarrow \Delta s \cong 40 \text{ m} \end{aligned}$$

Dessa forma, temos que, durante o tempo de reação, o motorista percorre 6,66 m e, durante o movimento acelerado, percorre 33,36 m. Logo, ele estava a cerca de 40 m quando notou o semáforo.

Com o cumprimento desta primeira etapa, é possível analisar o cruzamento onde existe o semáforo, analisando se as velocidades máximas estão corretas.

## Faça valer a pena

**1.** O estudo dos movimentos é uma importante área da Física. Suas relações podem ser úteis para descrever inúmeros fenômenos. Com boas aproximações, temos que um movimento pode ser classificado como uniforme e uniformemente variado, de acordo com a evolução das grandezas posição, velocidade e aceleração.

Com relação aos movimentos, avalie as seguintes asserções e a relação proposta entre elas:

- I. Quando um corpo parte do repouso e percorre 80 m executando um movimento uniformemente variado com aceleração igual a  $2,5 \text{ m/s}^2$ , transcorre um intervalo de tempo de 8 s

PORQUE

- II. com aceleração de  $2,5 \text{ m/s}^2$ , um corpo possui uma velocidade igual a 10 m/s ao final de 80 m.

A respeito dessas asserções, assinale a alternativa correta.

- a) As asserções I e II são proposições verdadeiras e a II é uma justificativa da I.
- b) As asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa da I.
- c) As asserções I e II são proposições falsas.
- d) A asserção I é uma proposição verdadeira e a II é uma proposição falsa.
- e) A asserção I é uma proposição falsa e a II é uma proposição verdadeira.

**2.** Em uma indústria, um motor está sendo instalado e programado para mover uma esteira que levará peças. O movimento deve ser iniciado, levar a peça até determinado local onde ela deve ser deixada. As variações de velocidade, tanto para acelerar quanto para frear, devem ocorrer em 0,3 s, evitando-se que a peça tombe sobre a esteira. A velocidade máxima indicada é de 1,5 m/s.

Analise as seguintes sentenças:

- I. O módulo da aceleração máxima imposta a cada peça é de  $5 \text{ m/s}^2$ .
- II. Para acelerar ou frear, cada peça percorre 45 cm.

III. Se a distância para levar as peças é de 6 m, após acelerar, cada uma deve ser mantida com velocidade constante por 3,4 s, para, então, frear.

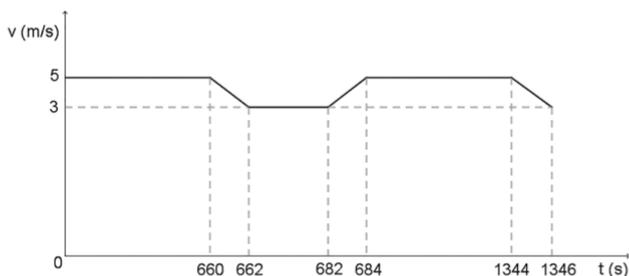
IV. O intervalo de tempo para que cada peça percorra 6 m é de 4,3 s.

Assinale a alternativa correta.

- a) Todas as afirmativas estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II, III e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas I e IV estão corretas.
- e) Somente a alternativa I está correta.

**3.** Uma colheitadeira deve colher uma área plantada percorrendo 12 trilhas de um lado a outro. Ao atingir a velocidade de 18 km/h, indicada para uma colheita eficiente, ela inicia a colheita de uma trilha, executa uma leve frenagem ao final desta, reduzindo sua velocidade para 10,8 km/h, para fazer a volta, que é quando a colheitadeira percorre um arco de circunferência para executar uma pequena aceleração e iniciar a próxima trilha. O gráfico da velocidade pelo tempo, na Figura 1.16, a seguir, representa o movimento da colheitadeira na primeira e na segunda trilha.

**Figura 1.16** | Gráfico  $v \times t$  para a colheitadeira percorrendo as duas primeiras trilhas



Fonte: elaborado pelo autor.

Pelo gráfico, vemos que a colheitadeira desenvolve uma velocidade constante de 18 km/h para percorrer cada trilha, durante um intervalo de tempo igual a \_\_\_\_\_, e que cada trilha tem um comprimento de \_\_\_\_\_. Ela reduz sua velocidade para 10,8 km/h para percorrer um arco de \_\_\_\_\_ de comprimento durante 20 s, para, então, iniciar a próxima trilha; o processo se repete. As acelerações desenvolvidas pela colheitadeira têm sempre módulo igual a \_\_\_\_\_.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

- a) 660 min, 3300 m, 60 m,  $2,5 \text{ m/s}^2$ .
- b) 11 min, 3300 m, 60 m,  $1 \text{ m/s}^2$ .
- c) 11 min, 3308 m, 60 m,  $1 \text{ m/s}^2$ .
- d) 660 min, 3300 m, 68 m,  $2,5 \text{ m/s}^2$ .
- e) 39600 min, 3300 m, 68 m,  $1 \text{ m/s}^2$ .

## Seção 1.3

### Lançamentos de projéteis e movimento circular

#### Diálogo aberto

Olá, estudante! Chegamos à terceira e última seção desta primeira unidade que trata de Cinemática.

Nas duas primeiras seções, vimos que um movimento pode ser descrito a partir de três grandezas básicas: posição, velocidade e aceleração. A velocidade corresponde à taxa de variação da posição e, quando ela é constante, o movimento executado é classificado como **uniforme**. A aceleração corresponde à taxa de variação da velocidade e, quando é constante, o movimento executado é classificado como **uniformemente variado**.

Nesta seção, iremos utilizar os assuntos já estudados para descrever o movimento de queda livre, o lançamento de um projétil a partir do princípio da independência dos movimentos e o movimento circular. O que estes movimentos têm de diferente dos movimentos estudados até então? O que muda nos estudos, quando consideramos a influência da aceleração da gravidade? Quais outras grandezas podem ser úteis nos eventos que se repetem com regularidade? Como é possível determinar uma relação entre dois movimentos simultâneos? Questionamentos como estes podem ser respondidos após o estudo desta seção.

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma empresa que instala gasodutos e que foi contratada para instalar uma linha de 6 km de extensão. Você já apresentou uma proposta de execução da obra e fez uma adequação para acelerar sua execução, conforme a solicitação do seu cliente.

Uma estratégia pensada para agilizar o processo de construção é posicionar as peças da tubulação do gasoduto paralelamente ao local onde elas serão instaladas, a uma distância adequada para que a máquina que vai içá-las possa operar com segurança.

Para essa estratégia, você precisará levar em conta alguns cálculos para, então, reportar ao cliente o método de execução. A máquina a ser usada se move no solo a uma velocidade de 0,6 m/s. Ela possui algumas condições de segurança que devem ser respeitadas.

- Para içar as peças com segurança, a máquina eleva cada peça a uma altura de 2 m com uma aceleração vertical para cima de **0,25 m/s<sup>2</sup>**, mantendo em seguida a peça com velocidade vertical constante durante 1,5 s, para, então, frear a peça, parando-a na altura máxima.

- A máquina inicia a descida de cada peça com uma velocidade constante de 0,8 m/s, freando-a durante os últimos 1,6 m, de forma que cada peça pare no local exato do solo onde ela deve ser instalada.

Uma estratégia para agilizar a operação da máquina é sincronizar este movimento de subida e descida de cada peça com o movimento horizontal da máquina até o local onde cada peça será instalada, determinando antes a distância mínima de cada peça a este local. Isso poderá ser feito após o estudo desta seção. Vamos lá?

## Não pode faltar

### Aceleração da gravidade e queda livre

Na Cinemática basicamente define-se dois tipos de movimento: o movimento uniforme (aquele com velocidade constante e ausência de aceleração) e o movimento uniformemente variado (aquele com aceleração constante). A teoria destes dois movimentos serve para descrever com boa precisão vários movimentos no nosso dia a dia.

A queda dos corpos é um movimento com o qual lidamos diariamente, sendo também descrita pela Cinemática. Esse movimento sempre despertou o interesse de estudiosos, como o grego Aristóteles (384-322 a.C.), que acreditava que, após o início do movimento, todo corpo caía com uma velocidade constante que dependia da massa do corpo em queda.



### Refleta

Abandonando uma folha de papel aberta e uma borracha da mesma altura em relação ao solo, vemos a borracha chegar primeira ao solo. Por que isso ocorre? Seria porque a borracha possui mais massa que a folha? É possível fazer a borracha e a folha chegarem juntas ao solo?

O italiano Galileu Galilei (1564-1642 a.C.) não foi o único a ver problemas nessa ideia, mas realizou investigações que mostraram definitivamente que ela estava errada, analisando o movimento de queda de esferas de diferentes massas e notando que, independentemente da massa, todas percorriam distâncias cada vez maiores em um mesmo intervalo de tempo, ou seja, elas estavam acelerando. Galileu destacou também que são as forças de resistências que interferem nas observações. Dessa forma, se consideramos apenas a influência da força da gravidade, desprezando outras interações, como a resistência do ar, por exemplo, o movimento vertical para baixo é um movimento uniformemente variado, chamado **queda livre**.

A aceleração de todo corpo em queda livre será a aceleração da gravidade, uma grandeza vetorial que aponta para o centro da Terra, que comumente dizemos ser vertical para baixo. Seu valor pode variar de um local para outro no planeta, de acordo com a altitude, porém, adotaremos a aceleração da gravidade na Terra como  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

No dia a dia, é comum vermos um corpo cair mais rápido que outro, devido à resistência do ar, porém, devemos nos lembrar de que queda livre é um movimento sob ação única e exclusiva da força da gravidade, desprezando, assim, outras interações.



### Pesquise mais

O vídeo **Queda livre em câmara de vácuo** mostra duas demonstrações de movimento de queda de um objeto sólido esférico e penas. No primeiro movimento de queda, o corpo sólido e as penas são abandonados simultaneamente em um ambiente sob resistência do ar. No segundo movimento de queda, estes mesmos corpos são abandonados em um ambiente sem resistência do ar, ou seja, em queda livre.

Veja o vídeo no *link* indicado a seguir:

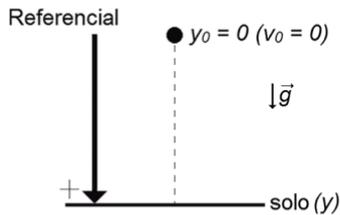
DETONANDO a Terra plana. **Queda livre em câmara de vácuo (com Brian Cox)**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=cqp2g2l7OiM>>. Acesso em: 4 jan. 2018. (Vídeo do YouTube)

Considere um corpo qualquer a certa altura  $y$  em relação ao solo, em um local com aceleração da gravidade  $g$  e em uma situação que permite desprezar a resistência do ar. Ao ser abandonado do

repouso, ou seja, com velocidade inicial nula ( $v_0 = 0$ ), ele inicia uma queda livre, movimento uniformemente variado na direção vertical e sentido para baixo.

A escolha do referencial para determinar grandezas é essencial nos estudos da Física, de forma que temos a liberdade de fazê-lo de acordo com a conveniência, contanto que de forma correta e coerente. Neste caso, como temos apenas o movimento vertical de queda, podemos adotar como referencial um eixo vertical com sentido crescente para baixo. Assim, o corpo se move a favor do referencial, com velocidade e aceleração da gravidade positivas, como mostra a Figura 1.17.

**Figura 1.17** | Referencial vertical para baixo, adotado para estudar uma queda livre



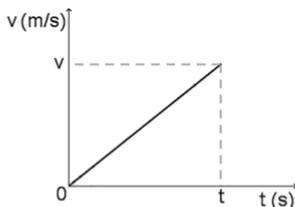
Fonte: elaborado pelo autor.

Como se trata de um MRUV, as velocidades de um corpo em função do tempo podem ser descritas pela função horária do 1º grau, apresentada na seção anterior:  $v = v_0 + a \cdot t$ . Como  $v_0 = 0$  e  $a = g$ , temos:  $v = g \cdot t$ .

Pela função horária da velocidade, podemos elaborar o gráfico  $v \times t$ , apresentado na Figura 1.18.

Conforme vimos na seção anterior, o deslocamento de um corpo em movimento pode ser determinado pela área da região delimitada pelo gráfico  $v \times t$ ; neste caso, uma região que lembra um triângulo.

**Figura 1.18** | Gráfico  $v \times t$  para um corpo que foi abandonado em queda livre



$$\Delta s = (\text{área do triângulo})$$

$$\Delta y = y - y_0 = \frac{t \cdot v}{2} \quad (\text{sendo } v = g \cdot t)$$

$$y - 0 = \frac{t \cdot (g \cdot t)}{2} \Rightarrow y = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Fonte: elaborado pelo autor.

Na seção anterior, fizemos uma análise genérica da área da região delimitada pelo gráfico  $v \times t$ , quando chegamos à função horária  $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ . Se analisarmos esta função para a queda livre, chegaremos à mesma conclusão:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow y = 0 + 0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow y = \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

A relação de Torricelli também é útil, caso se opte por não determinar o tempo do movimento:  $v^2 = v_0^2 + 2g \cdot \Delta y$ .



### Exemplificando

Um guindaste conhecido como bate-estaca eleva uma peça sólida de metal até uma altura de 44,1 m e a abandona em queda. Desprezando a resistência do ar e considerando  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , em quanto tempo a peça chega ao solo e qual a sua velocidade nesse instante?

#### Resolução:

Para uma queda livre com  $v_0 = 0$ ,  $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e  $y = 44,1 \text{ m}$ , podemos determinar o tempo utilizando a relação apresentada:

$$y = \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 44,1 = \frac{9,8 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{9} \Rightarrow t = 3 \text{ s}.$$

A velocidade no instante 3 s pode ser determinada pela relação  $v = g \cdot t$ :

$$v = 9,8 \cdot t \Rightarrow v = 9,8 \cdot 3 \Rightarrow v = 29,4 \text{ m/s}.$$

## Lançamento de projéteis e movimento oblíquo

Vimos que a queda livre é um movimento natural executado por um corpo, quando abandonado a certa altura do solo. Desprezando a resistência do ar, trata-se de um MUV com aceleração constante da gravidade, que é vertical para baixo.

Já quando queremos que um corpo suba verticalmente, é necessário realizar um **lançamento vertical para cima**, ou seja, um movimento com velocidade inicial não nula, com orientação contrária à aceleração da gravidade.

Como já dissemos, a adoção do referencial correto para determinação das grandezas é essencial. Neste caso, é comum se adotar como referencial um eixo vertical com sentido crescente para cima, ou seja, devemos considerar a aceleração negativa tanto para a subida quanto para a descida.

Durante a subida, o corpo se move a favor do referencial executando um MUV retardado, pois sua velocidade é contrária à aceleração da gravidade e, após atingir o repouso na altura máxima ( $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ ), ele desce executando um MUV acelerado, pois sua velocidade é a favor da aceleração da gravidade.

Para um lançamento vertical para cima, em relação a um referencial vertical crescente para cima, as funções horárias da posição e da velocidade em relação ao tempo e à relação de Torricelli podem ser escritas da seguinte forma:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \quad \text{ou} \quad \Delta y = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$
$$v = v_0 - g \cdot t \quad v^2 = v_0^2 - 2g \cdot \Delta y$$

Considere que um corpo foi lançado verticalmente para cima com  $\mathbf{v}_0 = 14,7 \text{ m/s}$ . Note que o valor de  $\mathbf{v}_0$  é positivo, indicando que está a favor do referencial adotado. Como o corpo atinge o repouso na altura máxima, podemos assim determinar o tempo de subida:

$$v = v_0 - g \cdot t \Rightarrow 0 = 14,7 - 9,8 \cdot t \Rightarrow t = 1,5 \text{ s}$$

A altura máxima atingida pode ser determinada da seguinte forma:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow y = 0 + 14,7 \cdot 1,5 - \frac{9,8 \cdot 1,5^2}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = 11,02 \text{ m}$$

O corpo leva outros 1,5 s para descer, retornando à posição inicial 3 s após ter sido lançado.

Podemos determinar a velocidade no instante 3 s:

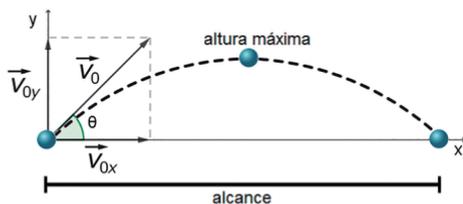
$$v = v_0 - g \cdot t \Rightarrow 0 = 14,7 - 9,8 \cdot 3 \Rightarrow v = -14,7 \text{ m/s}$$

Note que esta velocidade tem o mesmo valor da velocidade inicial. O sinal negativo indica que esta grandeza no instante 3 s está orientada contra o referencial adotado. Como o referencial é vertical e crescente para cima, no instante 3 s a velocidade era vertical para baixo.

Caso o lançamento ocorra com uma velocidade inicial com direção entre a horizontal e a vertical, temos o chamado **lançamento oblíquo**. O movimento resultante de um lançamento oblíquo é chamado **movimento oblíquo**.

Mesmo as grandezas velocidade e aceleração sendo vetoriais, até o momento foi possível estudá-las diferenciando os sentidos com sinais positivos e negativos, pois o movimento ocorria apenas em uma direção ou dimensão. O movimento gerado pelo lançamento oblíquo ocorre em duas dimensões, de forma que, para estudá-lo, é necessária uma análise vetorial. Para isso, considere a Figura 1.19, que representa um referencial  $xy$  utilizado para analisar um corpo que foi lançado obliquamente com velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , formando um ângulo  $\theta$  com a direção  $x$ .

**Figura 1.19** | Representação de um lançamento oblíquo com velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , com um ângulo  $\theta$  com a horizontal, em um referencial cartesiano  $xy$



Fonte: elaborado pelo autor.

Decompondo a velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , obtemos suas componentes  $\vec{v}_{0x}$  e  $\vec{v}_{0y}$ :

$$\text{sen } \theta = \frac{v_{0y}}{v_0} \Rightarrow v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \theta \text{ e } \cos \theta = \frac{v_{0x}}{v_0} \Rightarrow v_{0x} = v_0 \cdot \cos \theta.$$

Com esta decomposição, podemos analisar o movimento na direção  $x$  e na direção  $y$ , individualmente. Esta estratégia só é possível devido ao **princípio da independência dos movimentos**, de Galileu. De acordo com este princípio, temos que, quando um

movimento é composto por dois ou mais movimentos simultâneos, é possível estudá-los separadamente, fazendo as devidas relações entre as grandezas, em cada instante.

Sendo assim, desprezando a resistência do ar, temos que o movimento na vertical corresponde a um lançamento vertical para cima, com aceleração da gravidade, como acabamos de estudar. O corpo sobe executando um MUV retardado e desce executando um MUV acelerado. O referencial vertical  $y$  adotado é crescente para cima, de forma que  $v_{0y} > 0$  e  $a = -g$ .

- Função horária da posição vertical:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow y = y_0 + (v_0 \cdot \text{sen} \theta) \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}.$$

- Função horária da velocidade vertical:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \Rightarrow v_y = (v_0 \cdot \text{sen} \theta) - g \cdot t.$$

- Relação de Torricelli:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g \cdot \Delta y \Rightarrow v_y^2 = (v_0 \cdot \text{sen} \theta)^2 - 2g \cdot \Delta y.$$

Já na direção  $x$ , como não existe aceleração horizontal, o corpo executa um movimento uniforme no sentido de  $x$  crescente, com velocidade de valor  $v_{0x}$  constante.

- Função horária da posição horizontal:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t \Rightarrow x = x_0 + (v_0 \cdot \text{cos} \theta) \cdot t.$$

Em qualquer instante do movimento, a velocidade real do corpo lançado é dada pela soma vetorial das componentes horizontais e verticais. Como elas são perpendiculares e a componente horizontal é constante,  $v^2 = v_{0x}^2 + v_y^2$ .

A posição máxima atingida na vertical é chamada **altura máxima**, alcançada no instante em que o corpo para de subir ( $v_y = 0$ ).

- Tempo de subida ( $t_s$ ):  $0 = (v_0 \cdot \text{sen} \theta) - g \cdot t_s \Rightarrow t_s = \frac{v_0 \cdot \text{sen} \theta}{g}$ .

Se substituirmos o valor do tempo de subida na função horária da posição vertical, temos a altura máxima do alcance. Note que,

nesta posição, o corpo parou de subir, mas sua velocidade não é nula:

$$v^2 = v_{0x}^2 + v_y^2 = v_{0x}^2 + 0^2 \Rightarrow v = v_{0x}.$$

A distância máxima percorrida na horizontal é chamada de **alcance**. Esta é a posição no referencial  $x$  após o corpo subir e descer em seu movimento vertical, correspondente ao tempo total de movimento, ou seja, a soma do tempo de subida com o tempo de descida, que são iguais:

$$t_{total} = 2 \cdot t_s \Rightarrow t_{total} = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \text{sen} \theta}{g}.$$



### Assimile

Veja que, devido ao princípio da independência dos movimentos, os movimentos nas direções  $y$  e  $x$  podem ser analisados separadamente; porém, é pela análise da direção  $y$  que determinamos o tempo de movimento e o utilizamos para encontrar o alcance na direção  $x$ .

Se substituirmos o valor do tempo total encontrado na função horária da posição horizontal, temos o alcance do lançamento oblíquo.



### Exemplificando

Um corpo é lançado obliquamente com uma velocidade inicial de 15 m/s, que forma um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal. Desprezando a resistência do ar e considerando  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , determine:

- a altura máxima;
- o alcance do lançamento;
- o alcance máximo que seria possível atingir.

#### Resolução:

a) Considerando como referencial um plano cartesiano com origem na posição de lançamento, temos que  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{y}_0 = \mathbf{0}$ . Vamos decompor o vetor velocidade inicial  $\vec{v}_0$  para obter suas componentes:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen} \theta = 15 \cdot \text{sen} 30^\circ \Rightarrow v_{0y} = 7,5 \text{ m/s}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \text{cos} \theta = 15 \cdot \text{cos} 30^\circ \Rightarrow v_{0x} \cong 13 \text{ m/s}$$

O tempo de subida é o instante em que  $v_y = 0$ :

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \Rightarrow 0 = 7,5 - 9,8 \cdot t_s \Rightarrow t_s \cong 0,76 \text{ s}$$

Neste instante, o corpo se encontra na altura máxima:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y_{\text{máx}} = 0 + 7,5 \cdot 0,76 - \frac{9,8 \cdot 0,76^2}{2} \Rightarrow y_{\text{máx}} = 2,87 \text{ m}$$

b) O tempo total do movimento é dado por:

$$t_{\text{total}} = 2 \cdot t_s = 2 \cdot 0,76 = 1,52 \text{ s.}$$

Neste instante, o corpo se encontra na posição de alcance do lançamento:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t \Rightarrow x_{\text{máx}} = 0 + 13 \cdot 1,52 \Rightarrow x_{\text{máx}} = 19,76 \text{ m/s.}$$

c) Para determinar qual seria o alcance máximo possível para este lançamento, façamos antes um estudo entre as relações matemáticas obtidas, substituindo a relação para  $t_{\text{total}}$  na função horária das posições horizontais:  $x = (v_0 \cdot \cos \theta) \cdot t$ .

$$x_{\text{máx}} = (v_0 \cdot \cos \theta) \cdot \frac{2 \cdot v_0 \cdot \text{sen} \theta}{g} \Rightarrow x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \cdot \text{sen} \theta \cdot \cos \theta$$

Como  $\text{sen}(2\theta) = 2 \cdot \text{sen} \theta \cdot \cos \theta$ , temos:  $x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \text{sen}(2\theta)$ .

A função seno tem valor máximo igual a 1, quando  $2\theta = 90^\circ$ . Logo, todo lançamento oblíquo tem alcance máximo quando  $\theta = 45^\circ$ :

$$x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}(2\theta)}{g} = \frac{15^2 \cdot \text{sen}(2 \cdot 45)}{9,8} \Rightarrow x_{\text{máx}} \cong 22,96 \text{ m}$$

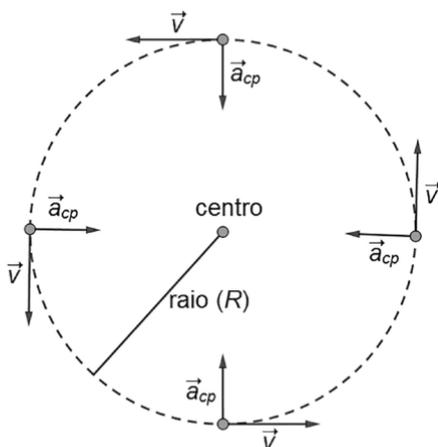
## Movimento circular uniforme

**Movimento circular uniforme (MCU)** é aquele no qual um corpo se move em uma trajetória em formato de circunferência com velocidade de valor constante.

O movimento da hélice de um ventilador é um exemplo de um movimento em nosso dia a dia que pode ser considerado MCU. Quando um corpo executa um MCU, sua velocidade é um vetor com valor constante se configurando sempre tangente à trajetória executada, variando, assim, a orientação.

**Aceleração** é a grandeza física relacionada à variação da velocidade. No MCU, o valor da velocidade é constante, porém, ela sofre variações em sua orientação. A aceleração relacionada com estas variações de orientações do vetor velocidade é denominada **aceleração centrípeta** ( $\vec{a}_{cp}$ ). O vetor aceleração centrípeta está sempre orientado para o centro da trajetória em formato de circunferência, sendo assim, por consequência, perpendicular ao vetor velocidade em cada instante, conforme a ilustração da Figura 1.20, que representa o MCU executado por um corpo.

**Figura 1.20** | Representação dos vetores velocidade e aceleração centrípeta para um ponto, executando um MCU de raio  $R$  em quatro instantes distintos



Fonte: elaborado pelo autor.

Sabendo o valor da velocidade do corpo que está executando o MCU e o raio ( $R$ ) de sua trajetória, a intensidade do vetor aceleração centrípeta é determinada da seguinte forma:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Sua unidade de medida no SI também é  $\text{m/s}^2$ .

Como o MCU é um movimento que se repete ao longo do tempo, podemos definir duas importantes grandezas: período e frequência.

**Período (T)** é o intervalo de tempo necessário para que o corpo em MCU execute uma volta completa. Sua unidade de medida no SI é o segundo. A **frequência (f)** define a quantidade de voltas executadas por unidade de tempo. No SI, sua unidade de medida é repetições (ou rotações) por segundo e é chamada de **hertz (Hz)**.

Considere como exemplo um motor que completa quatro rotações por segundo, ou seja, sua frequência é 4 Hz. Cada volta desse motor é executada em  $0,25 \text{ s}$   $\left(\frac{1}{4} \text{ s}\right)$ . Veja que, para obter o período, fizemos o inverso da frequência. Assim, neste exemplo, podemos verificar que  $T = \frac{1}{f}$  ou  $f = \frac{1}{T}$ .

A trajetória do MCU é uma circunferência, o que possibilita que este movimento seja estudado utilizando-se características dessa forma geométrica, e definindo, assim, algumas grandezas angulares. O ângulo de uma volta completa é  $360^\circ$  ou  $2\pi \text{ rad}$  (rad é a abreviatura da unidade de medida radiano). Se um ponto material executa um MCU, podemos definir para ele uma velocidade angular ( $\omega$ ), que corresponde ao deslocamento angular ( $\Delta\theta$ ) pelo intervalo de tempo. Sua unidade de medida no SI é o rad/s:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \xrightarrow{\text{para 1 volta completa}} \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f$$

Um ponto em MCU percorre o comprimento (C) de uma circunferência a cada intervalo de tempo. Sendo  $C = 2\pi R$ , para uma volta, podemos escrever a velocidade do ponto da seguinte forma:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \xrightarrow{\text{para 1 volta completa}} v = \frac{2\pi}{T} \cdot R \quad \text{ou} \quad v = 2\pi f \cdot R$$

Como  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ , das relações dadas, concluímos que podemos obter a velocidade multiplicando a velocidade angular pelo raio:  $v = \omega \cdot R$ .



O ponteiro dos segundos de um relógio analógico de parede mede 12 cm e executa um MCU. Determine:

- seu período e frequência;
- sua velocidade angular;
- a velocidade de um ponto na sua extremidade;
- sua aceleração centrípeta.

### Resolução:

a) O ponteiro dos segundos de um relógio analógico executa uma volta completa a cada 1 minuto ou 60 segundos, de forma que:  
 $T = 60 \text{ s}$ .

Sua frequência é dada por:  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{60} \cong 0,017 \text{ Hz}$ .

$$\text{b) } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{30} \text{ rad/s} \quad \text{ou} \quad \omega \cong 0,105 \text{ rad/s}.$$

$$\text{c) } v = \omega \cdot R = 0,105 \cdot 0,12 \Rightarrow v = 0,013 \text{ m/s}.$$

$$\text{d) } a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{0,013^2}{0,12} \Rightarrow a_{cp} = 0,0014 \text{ m/s}^2.$$

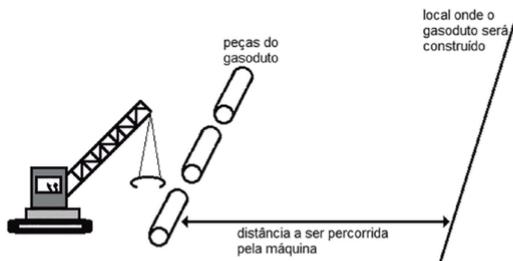
## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma empresa de instalação de gasoduto, contratada para instalar uma linha de 6 km de extensão. Você já apresentou uma proposta de execução da obra e fez uma adequação para acelerar sua execução, conforme solicitação do seu cliente.

Você e sua equipe estudaram o local e as condições de instalação, pensando em cada etapa com toda a atenção, pois a obra deve ser executada de forma ágil e também sem desperdício de energia. Uma estratégia pensada e reportada ao cliente é levar as peças da tubulação até o local, em caminhões, e posicioná-las paralelamente onde serão instaladas, a uma distância adequada para que a máquina

que vai içá-las possa operar com segurança, conforme representado na Figura 1.21.

**Figura 1.21** | Representação da organização das peças que irão compor o gasoduto



Fonte: elaborado pelo autor.

A máquina a ser usada se move no solo a uma velocidade de  $0,6 \text{ m/s}$  e possibilita uma elevação de até  $6 \text{ m}$ . Ela possui algumas condições de segurança que devem ser respeitadas:

- Para içar as peças com segurança, a máquina eleva cada peça a uma altura de  $2 \text{ m}$  com uma aceleração vertical para cima de  $0,25 \text{ m/s}^2$ , mantendo a peça com velocidade vertical constante durante  $1,5 \text{ s}$ , para, então, freá-la, parando-a na altura máxima.
- A máquina inicia a descida de cada peça com uma velocidade constante de  $0,8 \text{ m/s}$ , freando-a durante os últimos  $1,6 \text{ m}$ , de forma que cada peça pare no local exato do solo onde ela deve ser instalada.

A máquina a ser utilizada tem a seguinte particularidade: para se mover na horizontal, ela gasta certa quantidade de energia, e para elevar e descer peças, ela gasta outra certa quantidade de energia. Quando estas duas operações são realizadas conjuntamente, é acionado um sistema de consumo mais eficiente, garantindo uma considerável economia de combustível, além de possibilitar a realização de uma tarefa de forma mais ágil.

Assim, a instrução ao operador da máquina é sincronizar o movimento de subida e descida de cada peça com o movimento horizontal da máquina até o local onde cada peça será instalada. Porém, é necessário determinar, antes, a distância mínima de cada peça a esse local.

O movimento de cada peça terá uma componente vertical e uma componente horizontal e, de acordo com o princípio da independência dos movimentos de Galileu, esses movimentos podem ser analisados separadamente, fazendo as devidas relações entre as grandezas.

Como a máquina se move horizontalmente com velocidade constante de 0,6 m/s, para determinar a distância mínima de cada peça ao local onde ela será instalada, devemos saber o intervalo de tempo disponível para esse movimento, que é o mesmo intervalo de tempo gasto para elevar e descer cada peça nas condições de segurança da máquina.

No quadro 1.5 a seguir está destacada a análise do movimento ascendente, enquanto o quadro 1.6 mostra a análise do movimento descendente.

**Quadro 1.5** | Estudo do movimento ascendente das peças (referencial vertical crescente para cima)

<p><b>1ª ETAPA</b>  <math>\Delta y = 2 \text{ m}</math> ;  <math>a = 0,25 \text{ m/s}^2</math></p>	$\Delta y = v_{0y} \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow 2 = 0 \cdot t + \frac{0,25 \cdot t^2}{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow t = 4 \text{ s}$	$v_y = v_{0y} + a \cdot t \Rightarrow$ $\Rightarrow v_y = 0 + 0,25 \cdot 4 \Rightarrow$ $\Rightarrow v_y = 1 \text{ m/s}$
<p><b>2ª ETAPA</b>  <math>v_y = 1 \text{ m/s}</math> ;  <math>\Delta t = 1,5 \text{ s}</math></p>	$v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{\Delta y}{1,5} \Rightarrow \Delta y = 1,5 \text{ m}$	
<p><b>3ª ETAPA</b>  <math>v_y = 0</math>  <math>\Delta y = 6 - 2 - 1,5 = 2,5 \text{ m}</math></p>	$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a \cdot \Delta y \Rightarrow$ $\Rightarrow 0 = 1^2 + 2a \cdot 2,5 \Rightarrow$ $\Rightarrow a = -0,20 \text{ m/s}^2$	$v_y = v_{0y} + a \cdot t \Rightarrow$ $\Rightarrow 0 = 1 - 0,20 \cdot t \Rightarrow$ $\Rightarrow t = 5 \text{ s}$

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

**Quadro 1.6** | Estudo do movimento descendente das peças (referencial vertical crescente para baixo)

<p><b>1ª ETAPA</b>  <math>v_y = 0,8 \text{ m/s}</math>  <math>\Delta y = 6 - 1,6 = 4,4 \text{ m}</math></p>	$v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow 0,8 = \frac{4,4}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 5,5 \text{ s}$	
<p><b>2ª ETAPA</b>  <math>\Delta y = 1,6 \text{ m}</math> ;  <math>v_y = 0</math></p>	$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a \cdot \Delta y \Rightarrow$ $\Rightarrow 0 = 0,8^2 + 2a \cdot 1,6 \Rightarrow$ $\Rightarrow a = -0,20 \text{ m/s}^2$	$v_y = v_{0y} + a \cdot t \Rightarrow$ $\Rightarrow 0 = 0,8 - 0,20 \cdot t \Rightarrow$ $\Rightarrow t = 4 \text{ s}$

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

A subida leva um intervalo de tempo de 10,5 s e a descida, de 9,5 s. O intervalo de tempo total do movimento vertical é de 20 s, sendo este o intervalo de tempo disponível para a máquina se mover na horizontal.

A distância mínima entre a peça e o local onde ela será instalada pode ser assim determinada:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 0,6 = \frac{\Delta x}{20} \Rightarrow \Delta x = 12 \text{ m.}$$

Considerar o intervalo de tempo de cada etapa, por menor que seja, garante uma eficiência na execução da obra. Logo, é necessário que cada estratégia escolhida seja executada de forma correta. Este estudo e a análise de execução podem ser copiados e enviados ao setor de execução da obra.

## Avançando na prática

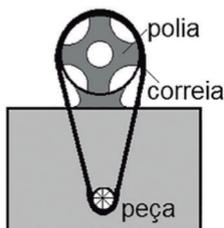
### Transmissão do movimento circular

#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha em uma indústria que fabrica alguns tipos de máquinas.

Em um de seus novos projetos, é necessário gerar uma rotação com frequência de 200 Hz em uma peça com formato de circunferência de raio 3 cm, localizada em um pequeno compartimento, conforme ilustrado na Figura 1.22.

**Figura 1.22** | Representação do acoplamento por correia entre uma peça e uma polia



Fonte: elaborado pelo autor.

Porém, o motor disponível tem frequência regulável de 8 a 70 Hz, com gasto mínimo de energia elétrica na faixa de 40 a 45 Hz.

Sua estratégia é instalar o motor fora desse compartimento, com uma polia em seu eixo, e conectar esta polia à peça utilizando uma correia.

Você tem disponível polias de raio 8 cm, 12 cm, 15 cm e 20 cm.

Visando fazer a peça girar com a frequência necessária com um gasto mínimo de energia, qual(is) polia(s) é(são) indicada(s) a ser(em) instalada(s) e qual a frequência que deve ser selecionada no motor?

### Resolução da situação-problema

No acoplamento por correio (periférico), a velocidade de pontos nas extremidades da peça e da polia são iguais. Sabendo que  $v = \omega \cdot R = 2\pi f \cdot R$ , temos:

$$\begin{aligned}v_{\text{polia}} = v_{\text{peça}} &\Rightarrow 2\pi \cdot (f \cdot R)_{\text{polia}} = 2\pi \cdot (f \cdot R)_{\text{peça}} \Rightarrow \\&\Rightarrow (f \cdot R)_{\text{polia}} = 200 \cdot 3 \Rightarrow (f \cdot R)_{\text{polia}} = 600.\end{aligned}$$

Assim, a multiplicação entre a frequência de giro da polia, escolhida no motor, e seu raio deve ser igual a 600. Analisando as polias disponíveis, podemos elaborar o Quadro 1.7.

**Quadro 1.7** | Relação entre o raio das polias e a frequência a ser selecionada no motor

R (cm)	f (Hz)
8	75
12	50
15	40
20	30

Fonte: elaborado pelo autor (2017).

Como o motor disponível tem frequência máxima de 70 Hz, a polia de raio igual a 8 cm não poderá ser utilizada. Todas as outras polias podem ser utilizadas, porém, é recomendável utilizar a polia de raio igual a 15 cm, pois, com ela, a frequência do motor a ser selecionada é de 40 Hz, garantindo um gasto mínimo de energia elétrica.

Com esta análise, pode-se fazer a melhor escolha, considerando a tarefa a ser realizada e a economia de energia.

## Faça valer a pena

1. Quando entidades responsáveis pelo trânsito divulgam informações sobre cuidados e perigos de acidentes, é comum ser feita uma comparação com a queda livre, para que as pessoas tenham uma ideia da magnitude do acidente. A cada velocidade de colisão, por exemplo, é frequente a comparação com uma queda livre de um edifício com certa quantidade de andares, considerando que cada andar tem cerca de 3 m e  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  (desprezando a resistência do ar).

A sensação sentida por uma pessoa dentro de um veículo a 100 km/h, que colide com um obstáculo imóvel, como um muro, é equivalente a uma queda de um edifício de quantos andares?

- a) 8 andares.
- b) 10 andares.
- c) 13 andares.
- d) 22 andares.
- e) 26 andares.

2. Uma equipe de técnicos agrícolas está instalando um sistema de irrigação de lavoura por aspersão, como mostrado na Figura 1.23.

Figura 1.23 | Sistema de irrigação por aspersão



Fonte: <<https://pixabay.com/pt/irriga%C3%A7%C3%A3o-agricultura-aspers%C3%A3o-588941/>>. Acesso em: 28 set. 2017.

Neste sistema, a água será captada em um reservatório utilizando uma bomba de sucção conduzida por tubulações ao longo da plantação, instalando os bicos lançadores em locais estratégicos, de forma que toda a área seja irrigada. O alcance da água deve ser de 160 m.

Sabendo que  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e desconsiderando as influências da resistência do ar, analise as seguintes sentenças:

- I. Se a velocidade inicial de lançamento da água for de 40 m/s com um ângulo de  $30^\circ$ , o alcance será menor que o desejado.
- II. Aumentando a potência da bomba d'água, aumenta-se o alcance da água.

- III. Para uma velocidade inicial de lançamento de módulo  $40 \text{ m/s}$ , quanto maior o ângulo de lançamento, maior será o alcance.
- IV. É possível atingir um alcance maior que  $160 \text{ m}$  com uma velocidade inicial de  $40 \text{ m/s}$ .

Assinale a alternativa correta.

- a) Todas as afirmativas estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II, III e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas I, II e IV estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas.

**3.** Você está trabalhando na instalação em um parque de diversões de um carrossel que possui um raio de  $4 \text{ m}$ . O motor que irá girar o brinquedo possui várias regulagens de frequência, porém, deve-se atentar à recomendação de segurança, de que a máxima velocidade de uma pessoa no carrossel é de  $1,5 \text{ m/s}$ .

Sendo assim, a frequência a ser selecionada no motor deve ser, aproximadamente, de:

- a)  $0,06 \text{ Hz}$ , quando o carrossel irá executar uma volta completa a cada  $60 \text{ s}$ .
- b)  $0,06 \text{ Hz}$ , quando o carrossel irá executar uma volta completa a cada  $8,33 \text{ s}$ .
- c)  $0,06 \text{ Hz}$ , quando o carrossel irá executar uma volta completa a cada  $16,7 \text{ s}$ .
- d)  $0,12 \text{ Hz}$ , quando o carrossel irá executar uma volta completa a cada  $8,33 \text{ s}$ .
- e)  $0,12 \text{ Hz}$ , quando o carrossel irá executar uma volta completa a cada  $16,7 \text{ s}$ .

# Referências

CAPRIOLI, Lucas. **Quadrante Física**. São Paulo: Edições SM, 2016. v. 1 (Coleção Quadrante Física).

GRF – Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. **Física 1: Mecânica**. 7. ed. São Paulo: Edusp, 2002.

GRUPO de reelaboração do ensino de física. **Física 1: Mecânica**. 7. ed. São Paulo: Edusp, 2002.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física: Mecânica**. 10. ed. Tradução e revisão: Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 1. (Coleção Fundamentos de Física).

HEWITT, Paul. **Física Conceitual**. 11. ed. Tradução Trieste Freire Ricci. Porto Alegre: Bookman, 2011.

**SISTEMA Internacional de unidades**: SI. Duque de Caxias: Inmetro/CICMA/Sepin, 2012. 94 p. Traduzido de: Le Système international d'unités – The International System of Units. 8. ed. 2006. Disponível em: <[www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si\\_versao\\_final.pdf](http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf)>. Acesso em: 4 jan. 2018.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Mecânica, oscilações e ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Trad. Paulo Machado Mors. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1. (Coleção Física para cientistas e engenheiros).



# Dinâmica

## Convite ao estudo

Seja bem-vindo à segunda unidade desta disciplina, em que estudaremos Dinâmica. Recorde-se de que na primeira unidade estudamos Cinemática, uma parte da Mecânica que trata dos movimentos com base nas grandezas posição, velocidade e aceleração. Note que até o momento não vimos por que um corpo entrou em movimento ou por que ele parou. Agora, teremos esta oportunidade, pois a Dinâmica é a parte da Mecânica que estuda o movimento analisando também suas causas.

Para se orientar sobre o que será estudado nesta unidade, pense em possíveis respostas para algumas questões, como: por que chutamos tranquilamente uma bola de futebol, mas podemos nos machucar quando tropeçamos em uma rocha? Por que é mais difícil empurrar um guarda-roupa do que uma cadeira? Por que sentimos nosso corpo lançado para a frente quando estamos em um veículo que freia bruscamente? Por que devemos remar água para trás para que uma embarcação se mova para a frente? Por que um caminhão carregado gasta mais combustível do que outro sem carga? Por que o sistema de freio de um caminhão não é igual ao de um veículo de passeio? Essas questões representam de forma simplificada o foco de estudo da Dinâmica.

Na primeira seção, discutiremos a definição da grandeza física força e sua descrição pelas três leis de Newton. Verificaremos situações que envolvem forças comuns do nosso cotidiano, como a força peso, assim como as condições de equilíbrio para um ponto material.

Na segunda seção, estudaremos a definição da grandeza física trabalho e das energias relacionadas à Mecânica, o princípio de conservação da energia e o conceito de potência.

Na terceira seção, estudaremos o impulso, definido pela relação da força com o intervalo de tempo de sua ação, e a quantidade de movimento ou momento linear, definindo a relação entre a velocidade de um corpo em movimento com sua massa. Veremos também o princípio da conservação do momento linear.

Para esses estudos, convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma empresa de automação industrial contratada para instalar automações e prestar consultorias em uma indústria de cerâmica, produtora de tijolos. Você e sua equipe farão análises das etapas de fabricação, secagem e queima nos fornos, verificando quais modificações serão necessárias. Para agilizar a entrega, será sugerido ao cliente que os tijolos sejam acondicionados em paletes, carregados por empilhadeiras e descarregados por um guindaste instalado no caminhão. Dessa maneira, você deverá analisar as condições em que os equipamentos irão trabalhar, sugerindo orçamentos de aquisição desses itens.

Como a proposta visa a um aumento da produção de peças nessa indústria de cerâmica, e logo um aumento da quantidade de tijolos carregados a cada entrega, são necessárias também novas orientações sobre as condições de segurança para o transporte destas cargas, como o cálculo da velocidade máxima a ser desenvolvida com o caminhão de entrega carregado.

Nesta unidade, estudaremos alguns conceitos de Dinâmica úteis para determinações deste contexto.

# Seção 2.1

## Leis de Newton

### Diálogo aberto

Agora que já vimos como descrever um movimento pela Cinemática, iniciaremos uma nova etapa dos estudos nos movimentos, a Dinâmica. Ela complementa o que já foi estudado, pois analisa os movimentos que são descritos e os relaciona com seus causadores, as forças.

Força é uma grandeza física com a qual lidamos diariamente, tanto para subir uma escada quanto para carregar uma sacola de mercado ou para colocarmos um prego em uma madeira. Em áreas profissionais, o cuidado com a força aplicada é essencial quando se deseja prender uma peça em uma prensa, instalar um elevador, projetar um motor de caminhão ou de veículo de passeio, puxar um equipamento agrícola por um trator, entre outros.

A teoria da Dinâmica teve contribuições de vários cientistas para a determinação das três leis que descrevem as condições para geração e aplicação de uma força: as leis de Newton.

Para estudar Dinâmica, lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional de uma empresa de automação industrial que foi contratada para realizar automações e prestar serviços de consultoria em uma indústria de cerâmica produtora de tijolos. Em tais indústrias, a argila é preparada e lançada em máquinas que formam e produzem as peças nas medidas desejadas. Estas são encaminhadas ao processo de secagem e depois de queima, quando então ficam próprias para uso. Para essa parte da produção, você sugere a instalação de secadores e fornos conectados por trilhos, de maneira que os tijolos crus sejam colocados em prateleiras próprias e adaptadas, que se movem de forma independente por cada setor de produção. O controle dessa produção será feito por softwares especializados.

Para agilizar o carregamento de caminhões e a entrega, você propõe que os tijolos sejam acondicionados em paletes, que serão elevados nos caminhões por empilhadeiras que deverão ser

adquiridas. Cada palete possui cerca de 15 kg e deverá acomodar de 800 a 1000 tijolos, com cerca de 2 kg cada um.

Para agilizar a descarga dos paletes no local, na entrega, a ideia é adaptar os caminhões, instalando um guindaste para paletizados, conhecidos como *munck*, que içe os paletes por um cabo de aço preso a uma estrutura que se encaixa no palete.

A proposta de automação foi bem recebida pelo cliente. Você precisa, então, apresentar outros detalhes importantes para esta automação, como um orçamento de cada item a ser adquirido. Para o cabo de aço do guindaste de paletizado, é preciso optar por um tipo dentre quatro comumente utilizados (apresentados no Quadro 2.1), com diferentes preços e tração máxima recomendada. Como as diferenças entre os preços dos tipos são consideráveis, é importante fazer um estudo detalhado para escolher o tipo realmente necessário.

**Quadro 2.1** | Características das opções de cabo de aço

Tipo	Espessura	Tração de ruptura	Custo por metro
1	1 polegada (25,40 mm)	20 kN	$C$
2	2 polegadas (50,80 mm)	25 kN	$C + 70\% \cdot C$
3	3 polegadas (76,2 mm)	32 kN	$2C$
4	4 polegadas (101,6 mm)	41 kN	$C + 170\% \cdot C$

Fonte: elaborado pelo autor.

Vamos iniciar o estudo desta seção, para verificarmos de que forma os conceitos estudados pela Dinâmica são úteis na situação apresentada.

## Não pode faltar

### Força e leis de Newton

Nos estudos da Cinemática, não discutimos as causas de um movimento, ou seja, como surge uma aceleração que faz um corpo sair do repouso e entrar em movimento.

A aceleração de um corpo relaciona-se com o conceito de **força** ( $\vec{F}$ ), uma ação de um corpo sobre outro. A força é uma grandeza

física vetorial que não pode ser observada, mas identificada pelos seus efeitos. Um dos seus efeitos será nosso foco neste momento: a variação de velocidade que ela causa.

Dentre os principais estudiosos que contribuíram para o entendimento do conceito de força, destaca-se o inglês Isaac Newton (1642-1727). Newton fez importantes contribuições para diversas áreas de estudo, como Física, Matemática, Filosofia e Astronomia, publicando, em 1687, a obra *Princípios matemáticos de filosofia natural*, conhecida por *Principia*, na qual ele apresenta os princípios básicos dos movimentos, dentre outros assuntos. Nessa obra, Newton apresenta suas três leis sobre o estudo das forças para referenciais sem aceleração, chamados referenciais inerciais.

A **primeira lei de Newton** é conhecida como **lei da inércia**. Para colocar um corpo em movimento, devemos aplicar uma força sobre ele. Este corpo para algum tempo depois, não porque a força aplicada cessou, mas, sim, devido à ação de outras forças, como a força de atrito e a resistência do ar. Assim, caso estas forças não existissem, o corpo manteria seu movimento indefinidamente.



### Assimile

Newton escreveu em seu livro uma afirmação que ficou conhecida como **primeira lei de Newton**: todo corpo tende a se manter em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme (MRU), a não ser que uma força aja sobre ele.

Como a força é uma grandeza vetorial, podemos ter a aplicação de mais de uma força sobre um corpo, de forma que devemos determinar vetorialmente a força resultante ( $\vec{F}_R$ ). Caso  $\vec{F}_R = \mathbf{0}$ , o corpo se mantém em repouso ou MRU.

Notamos a inércia quando estamos em um veículo em repouso que é subitamente acelerado para frente e sentimos nosso corpo ser lançado para trás, pois, devido à inércia, tendemos a ficar em repouso. Da mesma forma, quando o veículo em movimento freia para entrar em repouso, sentimos nosso corpo lançado para frente, pois tendemos a manter o movimento.

Na Dinâmica, quando as dimensões de um corpo não interferem nos estudos, podemos considerá-lo um ponto material. Um ponto material está em estado de **equilíbrio** quando sua aceleração vetorial é nula ( $\vec{a} = 0$ ). Quando ele está em repouso ( $\vec{v}_0 = 0$ ), seu estado de equilíbrio é estático, e quando ele está em movimento retilíneo uniforme ( $\vec{v}$  constante), seu estado de equilíbrio é dinâmico. Assim, podemos dizer que, de acordo com a lei da inércia, quando a força resultante sobre um ponto material for nula ( $\vec{F}_R = 0$ ), ele tende a permanecer no estado de equilíbrio em que se encontra, seja estático ou dinâmico.

Seguindo esse raciocínio, tratamos agora da **segunda lei de Newton**, conhecida como **Princípio Fundamental da Dinâmica**. Como um ponto material em equilíbrio possui  $\vec{a} = 0$ , a força resultante sobre ele é nula ( $\vec{F}_R = 0$ ). Quando uma força resultante atua em um corpo em repouso, surge uma aceleração, existindo, assim, uma proporção direta entre estas duas grandezas. A aceleração adquirida depende da massa do corpo, ou seja, uma força resultante  $\vec{F}_R$  aplicada em um corpo de massa  $m$  provoca uma aceleração  $\vec{a}$ , na mesma direção e no mesmo sentido da força resultante. Já a mesma força resultante ( $\vec{F}_R$ ) aplicada em um corpo com metade da massa ( $\frac{m}{2}$ ) provoca uma aceleração com o dobro da intensidade ( $2\vec{a}$ ).

A massa é então a constante de proporcionalidade entre a força resultante aplicada e a aceleração provocada. Assim, a segunda lei de Newton pode ser escrita pela seguinte relação:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}.$$



### Assimile

A massa é uma grandeza escalar e pode ser interpretada como a medida da inércia de um corpo. Em outras palavras, quanto maior a massa, maior a tendência de um corpo em permanecer em repouso ou em movimento.

No SI, massa é medida em quilograma (kg), a aceleração é medida em  $\text{m/s}^2$  e a força em newton (N). Veja como a unidade de medida newton é definida em um exemplo para um corpo de 1 kg que adquire uma aceleração de  $1 \text{ m/s}^2$ :

$$F = m \cdot a = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F = 1 \text{ N.}$$

newton



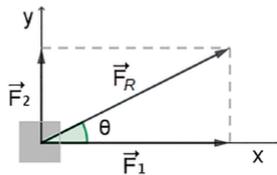
### Exemplificando

Duas forças coplanares e perpendiculares entre si são aplicadas simultaneamente em um corpo de 4 kg. Se  $F_1 = 8 \text{ N}$  e  $F_2 = 6 \text{ N}$ , qual a intensidade e a orientação da aceleração resultante adquirida pela peça?

#### Resolução:

Um plano cartesiano bidimensional pode ser adotado como referencial. Optamos adotar de forma que o eixo  $x$  coincida com o vetor  $\vec{F}_1$  e o eixo  $y$  coincida com o vetor  $\vec{F}_2$ , conforme a Figura 2.1.

**Figura 2.1** | Corpo em vista superior recebendo ação de duas forças coplanares e perpendiculares entre si



Fonte: elaborada pelo autor.

Desta forma, podemos escrever  $\vec{F}_1 = (8 \text{ N})\hat{i}$  e  $\vec{F}_2 = (6 \text{ N})\hat{j}$ . O vetor força resultante pode ser escrito como  $\vec{F}_R = (8 \text{ N})\hat{i} + (6 \text{ N})\hat{j}$  e sua intensidade é dada por:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow F_R = 10 \text{ N.}$$

A orientação do vetor  $\vec{F}_R$  representada pelo ângulo  $\theta$  pode ser determinada a partir do inverso da função tangente em uma calculadora científica:

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cat. op.}}{\text{cat. adj.}} = \frac{6}{8} \Rightarrow \text{arctg} \left( \frac{6}{8} \right) \cong 37^\circ$$

A intensidade da aceleração causada pela força no corpo de massa de 4 kg é obtida pela segunda lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 10 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Assim, este corpo irá adquirir uma aceleração de  $2,5 \text{ m/s}^2$  na mesma orientação da força resultante, ou seja, a  $37^\circ$  com o eixo  $x$ .

A **terceira lei de Newton** é conhecida com **Princípio da Ação e Reação** e descreve como uma força pode surgir. De acordo com a terceira lei, toda força surge aos pares de uma interação entre corpos, de forma que o primeiro faz a ação que é recebida pelo segundo, e este faz a reação que é sentida pelo primeiro.

Considere um barco a remo na água como exemplo, no qual uma pessoa deve lançar água com o remo em um sentido para poder mover o barco em sentido oposto. Assim, a ação e a reação são duas forças de mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, além de atuarem sempre em corpos distintos. Preste atenção ao detalhe de que as forças só surgem de interações entre corpos, e a ação e a reação atuam sempre em corpos distintos.

Um mesmo corpo pode estar realizando mais de uma interação ao mesmo tempo. Devemos sempre analisar a força resultante sobre ele para verificar o efeito. Vejamos, agora, aplicações das leis de Newton em situações envolvendo algumas forças especiais da natureza.

### Aplicações das leis de Newton

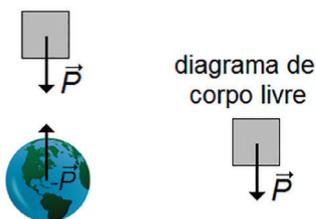
A primeira força que estudaremos é a **força peso** ( $\vec{P}$ ). Uma das interações fundamentais existentes em nossa natureza é a força de atração entre massas, chamada **força gravitacional**. Verificamos diariamente a interação gravitacional entre os corpos e a Terra, quando vemos um corpo cair ou apenas pelo fato de estarmos juntos à superfície da Terra.

Essa força gravitacional de atração entre a Terra e os corpos próximos a sua superfície é comumente denominada força peso. De acordo com a terceira lei de Newton, se considerarmos que a

Terra faz a ação sentida pelo corpo, o corpo faz uma reação sentida pela Terra. Obviamente, vemos apenas o corpo cair, pois sua massa (sua inércia) é menor.

No caso da força peso que age no corpo, trata-se de um vetor com direção que passa pelo seu centro e pelo centro da Terra, e tem sentido para a Terra, ou seja, para baixo, conforme a Figura 2.2, fora de escala. Nesta figura apresentamos também um diagrama de corpo livre, quando representamos as forças apenas no corpo que estamos analisando.

**Figura 2.2** | Representação fora de escala de um corpo em queda livre, devido à atração com a Terra e de seu diagrama de corpo livre



Fonte: adaptada de <<https://pixabay.com/pt/terra-globo-planeta-mundo-147591/>>. Acesso em: 24 jan. 2018.

Estudamos na Seção 1.3 que, quando um corpo é abandonado a certa altura do solo, ele cai executando um movimento acelerado. Considerando apenas a atração gravitacional e desprezando outras interações, como a resistência do ar, o movimento é chamado queda livre e a aceleração do movimento será a aceleração da gravidade, que adotamos como  $\mathbf{g} = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Dessa forma, de acordo com a segunda lei de Newton, a força peso é dada por:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{g}.$$

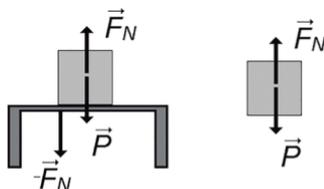
Assim, um corpo com massa de 10 kg é atraído pela Terra com uma força peso de intensidade 98 N, pois:

$$P = m \cdot g = 10 \cdot 9,8 \Rightarrow P = 98 \text{ N}.$$

Caso esse corpo esteja sobre uma mesa, não o vemos cair, o que significa que existe outra força agindo sobre o corpo além da força peso, ou seja, ela está realizando outra interação, no caso, com a mesa. Devido à força peso, o corpo exerce uma força de ação na mesa, perpendicular à sua superfície, chamada **força normal** ( $-\vec{F}_N$ ).

A mesa exerce uma força de reação no corpo, em sentido oposto ( $\vec{F}_N$ ), conforme a Figura 2.3, que mostra também o diagrama de corpo livre.

**Figura 2.3** | Corpo sobre uma mesa plana e horizontal na superfície da Terra e as forças que agem sobre ele



Fonte: elaborada pelo autor.

Veja que o corpo foi representado com dois vetores de força agindo sobre ele, pois realiza duas interações, o vetor força peso ( $\vec{P}$ ), devido à sua interação com a Terra, e o vetor força normal ( $\vec{F}_N$ ), devido à sua interação com a mesa.



### Refleta

O que você deseja medir quando sobe em uma balança de plataforma? Quais as principais forças envolvidas em seu funcionamento?

Como o corpo está em equilíbrio sobre a mesa,  $\vec{a} = 0$  e  $\vec{F}_R = 0$ . Para o caso de superfícies planas e horizontais, as intensidades dos vetores força peso e força normal são iguais.

Caso o plano de apoio seja inclinado, as forças peso e normal devem continuar sendo representadas de acordo com suas definições, de forma que estes dois vetores deixam de ter a mesma direção. Neste caso, para determinar a intensidade da força normal, deve-se realizar uma análise vetorial.



### Exemplificando

Uma caixa de 6 kg é colocada sobre um plano inclinado sem atrito, formando  $30^\circ$  com a horizontal. Sendo  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , qual a intensidade da aceleração adquirida por ela?

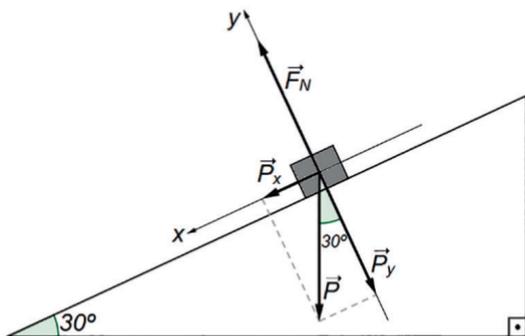
### Resolução:

Uma caixa sobre um plano inclinado recebe ação da força peso e da força normal. A força peso tem intensidade dada por:

$$P = m \cdot g = 6 \cdot 9,8 = 58,8 \text{ N.}$$

Para calcular a força resultante na caixa, devemos fazer um estudo vetorial adotando um referencial cartesiano favorável, no caso, com eixo  $x$  ao longo do plano inclinado, conforme a Figura 2.4.

Figura 2.4 | Diagrama de corpo livre para uma caixa em um plano inclinado



Fonte: elaborada pelo autor.

Veja na Figura 2.4 que, para o referencial adotado, podemos fazer a decomposição vetorial do vetor força peso ( $\vec{P}$ ). O corpo está em equilíbrio na direção  $y$ , sendo  $\vec{F}_{Ry} = 0$ .

$$F_N = P_y \Rightarrow F_N = P \cdot \cos 30^\circ = 58,8 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow F_N \cong 51 \text{ N}$$

O movimento ocorrerá na direção  $x$ , sentido crescente, devido à componente  $P_x$ , que vale:

$$P_x = P \cdot \sin 30^\circ = 58,8 \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow P_x = 29,4 \text{ N.}$$

Pela segunda lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 29,4 = 6 \cdot a \Rightarrow a = 4,9 \text{ m/s}^2.$$

No exemplo apresentado, veja que analisamos as forças em duas direções. Na direção  $y$ , o corpo estava em equilíbrio, e na direção  $x$ , houve movimento. Se a caixa fosse colocada no plano inclinado e permanecesse em repouso, qual seria a conclusão?

Neste caso, teríamos equilíbrio também na direção  $x$ , de forma que existe outra força equilibrando a componente  $\vec{P}_x$ . Isso pode ocorrer quando existe a **força de atrito** ( $\vec{F}_{at}$ ) entre a caixa e a superfície. Assim como a força normal, a força de atrito também surge pela interação do corpo com a superfície, devido às irregularidades superficiais dos corpos, chamadas rugosidades. Estas são microscópicas, existindo inclusive em superfícies que parecem visualmente lisas.

O vetor força de atrito ( $\vec{F}_{at}$ ) tem sempre direção paralela à superfície de contato e sentido contrário à tendência do deslizamento. Sua intensidade é dada por:  $F_{at} = \mu \cdot F_N$ .

Na relação mostrada,  $F_N$  é a intensidade da força normal, e  $\mu$  é o coeficiente de atrito, que depende das superfícies que estão em contato. Veja o esquema a seguir, que diferencia a força de atrito estático da força de atrito dinâmico.

$$\text{Força de atrito} \left\{ \begin{array}{l} \text{estático: } F_{at_e} \leq \mu_e \cdot F_N \Rightarrow \text{ atua em corpos} \\ \text{em repouso} \\ \text{dinâmico: } F_{at_d} = \mu_d \cdot F_N \Rightarrow \text{ atua em corpos} \\ \text{em movimento} \end{array} \right.$$

A força de atrito estático possui uma intensidade máxima que deve ser vencida para colocar um corpo em movimento. Já quando o corpo entra em movimento, passa a agir a força de atrito dinâmico, com uma intensidade única.

Para esses coeficientes,  $\mu_e > \mu_d$ , ou seja, a força de atrito máximo para manter um corpo em repouso é sempre maior do que a força de atrito no mesmo corpo em movimento.

Para a caixa no plano inclinado do exemplo anterior, considere agora que  $\mu_e = 0,6$  e  $\mu_d = 0,4$ .

A força normal nessa situação tem a mesma intensidade da componente  $\vec{P}_y$ , valendo 51 N. A força de atrito estático mede:

$$F_{at_e} \leq \mu_e \cdot F_N \leq 0,6 \cdot 51 \Rightarrow F_{at_e} \leq 30,6 \text{ N.}$$

A força de atrito estático pode assumir qualquer valor menor do que 30,6 N, sendo este valor sua intensidade máxima. Veja que a componente  $\vec{P}_x$  que faz o corpo descer o plano mede 29,4 N, e

este valor é menor do que a força de atrito estático máxima, logo, não haverá movimento, pois, neste caso,  $F_{at_e} = 29,4 \text{ N}$ , e a caixa permanece em equilíbrio também na direção  $x$ .

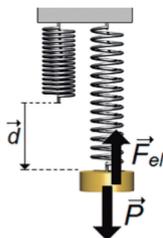
É comum a utilização de cordas para transmitir uma força até um corpo ou para alterar a direção de aplicação de uma força, quando devemos considerar a **força de tração** ( $\vec{T}$ ). As cordas são comumente consideradas ideais, inextensíveis e com massa desprezível, não variando seu comprimento, como ocorre com molas ou elásticos. Esta força surge quando uma corda está presa em suas duas extremidades, exercendo, assim, a mesma força de tração nestes dois locais.

O vetor tem orientação ao longo da corda e sua intensidade depende da situação, sendo necessária uma análise vetorial, como ocorre com a força normal.

Já quando o material varia seu comprimento ao ser submetido a uma força, como ocorre com molas, há a ação da **força elástica** ( $\vec{F}_{el}$ ), regida pela Lei de Hooke:  $\vec{F}_{el} = -k \cdot \vec{d}$ .

De acordo com esta lei, a intensidade da força elástica é proporcional ao comprimento da deformação causada ( $\vec{d}$ ), com direção igual à da deformação, e sentido contrário à deformação. Por isso, o sinal negativo na relação apresentada, ou seja, a força elástica age para a mola retornar ao estado relaxado (sem deformação). Veja a Figura 2.5, que representa o diagrama de corpo livre de um objeto em equilíbrio pendurado por uma mola. A constante de proporcionalidade é chamada constante elástica da mola ( $k$ ), expressa em N/m no SI.

**Figura 2.5** | Diagrama de corpo livre de um objeto em equilíbrio pendurado por uma mola



Fonte: adaptada de <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hooke's-law-springs\\_2.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hooke's-law-springs_2.png)>. Acesso em: 24 jan. 2018.



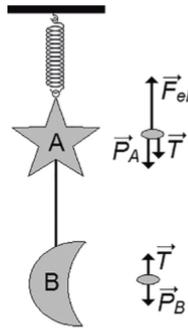
Um móbile é constituído por dois objetos ( $A$  e  $B$ ), conectados por um fio ideal. Para ficar em equilíbrio na vertical, o objeto  $A$  é fixado a uma mola de constante elástica  $5,3 \text{ N/m}$ , quando sua deformação passa a ser  $5 \text{ cm}$ . Se o objeto  $A$  tem massa de  $15 \text{ g}$ , qual a massa do objeto  $B$ ?

### Resolução:

Como o sistema está em equilíbrio, a força resultante nos dois objetos é nula, conforme a **Figura 2.6**.

De acordo com o diagrama de corpo livre para o objeto  $A$ , vemos que ele faz três interações, com a Terra ( $\vec{P}_A$ , vertical para baixo), com a mola ( $\vec{F}_{el}$ , vertical para cima) e com a corda ( $\vec{T}$ , vertical para baixo). Pelo objeto  $A$ , podemos determinar a força de tração no fio.

**Figura 2.6** | Ilustração de um móbile e diagrama de corpos livres dos objetos  $A$  e  $B$ .



Fonte: elaborada pelo autor.

$$\begin{aligned} F_R = 0 &\Rightarrow F_{el} - P_A - T = 0 \Rightarrow k \cdot d - m_A \cdot g = T \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5,3 \cdot 0,05 - 0,015 \cdot 9,8 = T \Rightarrow T = 0,118 \text{ N} \end{aligned}$$

Já o objeto  $B$  faz duas interações: com a Terra ( $\vec{P}_B$ , vertical para baixo) e com a corda ( $\vec{T}$ , vertical para cima).

$$\begin{aligned} F_R = 0 &\Rightarrow T - P_B = 0 \Rightarrow T = m_B \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0,118 = m_B \cdot 9,8 \Rightarrow m_B \cong 0,012 \text{ kg} \end{aligned}$$

A massa do objeto  $B$  é de cerca de  $12 \text{ g}$ .

Perceba que nas situações apresentadas, as forças normal, de tração, de atrito e força elástica surgem direta ou indiretamente devido à força peso. As características de cada força dependem da situação que está sendo analisada.



### Pesquise mais

Complemente seus estudos sobre forças e leis de Newton lendo as páginas 99 a 111 do livro:

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Mecânica**. 10. ed. Tradução e revisão de Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 1 (Coleção Fundamentos de Física).

Você, aluno de nossa instituição, tem acesso gratuito a esse livro em nossa Biblioteca Virtual.

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional de uma empresa de automação industrial que foi contratada para realizar automações e prestar serviços de consultorias em uma indústria de cerâmica produtora de tijolos.

Para agilizar o carregamento de caminhões e a entrega, você propõe que os tijolos sejam acondicionados em paletes, como mostrado da Figura 2.7, que serão elevados nos caminhões por empilhadeiras que deverão ser adquiridas. Cada palete possui cerca de 15 kg e deverá acomodar de 800 a 1000 tijolos, com cerca de 2 kg cada um.

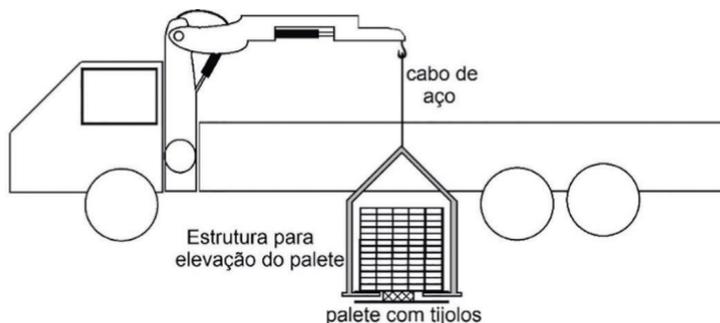
**Figura 2.7** | Modelo de palete para acondicionamento de tijolos



Fonte: <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=Special:Search&profile=images&search=Pallet&fulltext=1&uselang=pt-br&searchToken=dd5fn7xuk11qpdk7ajpwajks#/media/File:Euro-wooden-pallet.0555450341.jpg>>. Acesso em: 24 jan. 2018.

Para agilizar a descarga dos paletes no local da entrega, a ideia é adaptar os caminhões, instalando um guindaste para paletizados, conhecidos como *munck*, que içam os paletes por um cabo de aço preso a uma estrutura que se encaixa no palete, como representado na Figura 2.8.

**Figura 2.8** | Representação de um guindaste de paletizado (*munck*) instalado em um caminhão e utilizado para descarregar paletes de tijolos



Fonte: elaborada pelo autor.

O guindaste deve içar e descer os paletes sempre com velocidade constante, garantindo uma descarga com segurança. A proposta de automação foi bem recebida pelo cliente, então você precisa orçar cada item a ser adquirido. Para o cabo de aço utilizado no guindaste de paletizado, existem quatro opções que são comumente utilizadas, conforme o Quadro 2.2.

**Quadro 2.2** | Características das opções de cabo de aço

Tipo	Espessura	Tração de ruptura	Custo por metro
1	1 polegada (25,40 mm)	20 kN	C
2	2 polegadas (50,80 mm)	25 kN	$C + 70\% \cdot C$
3	3 polegadas (76,2 mm)	32 kN	2C
4	4 polegadas (101,6 mm)	41 kN	$C + 170\% \cdot C$

Fonte: elaborada pelo autor.

Para verificar o tipo de cabo de aço adequado para ser utilizado, devemos saber a massa total que será elevada.

$$m_{\text{palete}} = 15 \text{ kg} \quad m_{\text{tijolos}} = 1000 \cdot 2 \text{ kg} = 2000 \text{ kg} \quad m_{\text{total}} = 2015 \text{ kg}$$

Sendo  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , a força peso ( $\vec{P}$ ) no palete com tijolos vale:

$$P = m_{total} \cdot g = 2015 \cdot 9,8 \Rightarrow P = 19747 \text{ N.}$$

Esta força peso é vertical para baixo. A outra força sobre o paleta é a força de tração ( $\vec{T}$ ) vertical para cima, devido à interação com o cabo de aço. Como os paletes carregados devem sempre ser movimentados pelo guindaste com velocidade constante, eles se moverão em equilíbrio. Assim:

$$F_R = 0 \Rightarrow T = P \Rightarrow T = 19747 \text{ N.}$$

Você, então, mostra ao seu cliente que a tração máxima que será suportada pelo cabo de aço é menor do que 20 kN (20000 N), e seu cliente conclui que o tipo 1 se adequa ao serviço. Entretanto, você recomenda considerar uma margem de segurança maior para manter a segurança em situações imprevistas. Seria interessante que o cabo de aço pudesse suportar uma margem de 10% com relação às forças máximas aplicadas e à tração de ruptura, de forma que, para uma intensidade de 19747 N, deve-se trabalhar com o seguinte intervalo:

$$(T - 10\% \cdot T) \leq T \leq (T + 10\% \cdot T) \Rightarrow 17772,3 \text{ N} \leq T \leq 21694,7 \text{ N.}$$

Dessa maneira, você recomenda que o tipo 2 seja adquirido, mesmo sendo mais caro, garantindo o transporte do paleta carregado de tijolos com segurança.

Seu cliente está satisfeito com o serviço prestado nessa automação, pois cada detalhe está sendo bem pensado, considerando os gastos, a segurança e a qualidade dos serviços.

## Avançando na prática

### Esteiras inclinadas

#### Descrição da situação-problema

Imagine que você está trabalhando na instalação de esteiras em uma indústria que produz bombons, balas e barras de chocolate.

No setor de produção das barras, após as barras serem fabricadas e embrulhadas, elas entram em uma esteira inclinada de  $30^\circ$  que as leva até a próxima etapa, a certa altura do solo em movimento ascendente, com velocidade de intensidade constante. A proposta é

que as esteiras sejam feitas de um material adequado que evite que as barras deslizem para baixo na esteira.

As barras de chocolate têm em média 200 g de massa e são embrulhadas em um papel liso, sendo necessário verificar antes qual material é indicado, de acordo com o coeficiente de atrito estático entre a esteira e o papel do embrulho, partindo da lista de opções mostrada no Quadro 2.3.

**Quadro 2.3** | Coeficiente de atrito estático ( $\mu_e$ ) entre alguns materiais utilizados, como esteiras e o papel de embrulho do chocolate

Material	$\mu_e$
A	0,15
B	0,34
C	0,56

Material	$\mu_e$
D	0,60
E	0,62
F	0,71

Fonte: elaborado pelo autor.

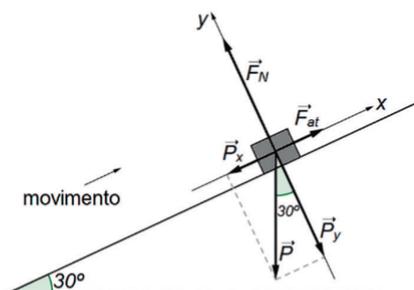
O custo do metro do material aumenta conforme aumenta o coeficiente de atrito estático.

Qual material seria recomendado para ser utilizado nas esteiras dessa fábrica? (Considere  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ).

### Resolução da situação-problema

Para se determinar o coeficiente de atrito estático, é preciso determinar qual a intensidade da força de atrito necessária para fazer a barra de chocolate ficar em equilíbrio em relação à esteira e não deslizar para baixo. Analisando o diagrama de corpo livre para a barra de chocolate na esteira, temos a Figura 2.9.

**Figura 2.9** | Diagrama de corpo livre para a barra de chocolate na esteira inclinada



Fonte: elaborada pelo autor.

A massa da barra é 200 g, ou 0,2 kg. Logo, a força peso que atua sobre a barra tem intensidade dada por:  $P = m \cdot g = 0,2 \cdot 9,8 = 1,96 \text{ N}$ .

No diagrama de corpo livre, devido ao equilíbrio na direção  $y$ , a força normal tem a mesma intensidade da componente  $\vec{P}_y$ :  $F_N = P_y = P \cdot \cos 30^\circ = 1,96 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow F_N \cong 1,7 \text{ N}$ .

Devido ao equilíbrio na direção  $x$ , a força de atrito estático deve ter mesma intensidade da componente  $\vec{P}_x$ :

$$F_{at_e} = P_x = P \cdot \text{sen} 30^\circ = 1,96 \cdot \text{sen} 30^\circ \Rightarrow F_{at_e} = 0,98 \text{ N}.$$

Assim, tendo a intensidade da força normal e da força de atrito estático desejado, é possível verificar o valor mínimo para o coeficiente de atrito estático.

$$F_{at_e} \leq \mu_e \cdot F_N \Rightarrow 0,98 \leq \mu_e \cdot 1,7 \Rightarrow \mu_e \geq 0,58$$

O valor mínimo para o coeficiente de atrito estático é 0,58. Como o custo do material da esteira aumenta com o aumento do coeficiente, é indicado que seja utilizado o material  $D$ .

A instalação da esteira inclinada foi, então, realizada com sucesso. Durante os testes, nenhuma barra de chocolate deslizou para baixo, deixando seu cliente satisfeito devido ao serviço prestado com qualidade.

## Faça valer a pena

**1.** Um dos veículos utilizados para transporte de cargas terrestres é o bitrem, composto de um cavalo mecânico que traciona dois semirreboques, conhecidos também por carreta, acoplados entre si, conforme a Figura 2.10.

**Figura 2.10** | Bitrem composto por um cavalo mecânico e dois semirreboques



Fonte: adaptado de: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Alle\\_Varianten\\_LZV.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Alle_Varianten_LZV.jpg)>. Acesso em: 24 jan. 2018

De acordo com a legislação brasileira, existem vários modelos de bitrem, variando a carga transportada e o comprimento. Em um dos modelos, a massa total envolvendo o cavalo mecânico e os dois semirreboques

carregados com carga máxima deve ser de 57 toneladas. Para o bitrem representado na imagem, considere que o primeiro semirreboque vazio tem massa de 3 toneladas e carrega uma carga máxima de 17 toneladas; o segundo semirreboque vazio tem massa de 5 toneladas, carregando uma carga máxima de 25 toneladas.

Considere que um bitrem como esse está trafegando com sua carga máxima em uma rodovia, com velocidade constante, quando o motorista eleva a força do motor para 12975 N, enquanto percorre um trecho retilíneo e horizontal. A força de atrito no cavalo mecânico e em cada semirreboque pode ser considerada 1000 N.

Com base nessas informações, analise as seguintes sentenças:

- I. A aceleração do bitrem terá intensidade igual a  $0,21 \text{ m/s}^2$ .
- II. A força do acoplamento 1, entre o cavalo mecânico e o semirreboque, tem intensidade igual a 10750 N.
- III. A força no acoplamento 2, entre os semirreboques, tem intensidade 6250 N.
- IV. A intensidade da força resultante em cada componente do bitrem é de 11975 N.

Assinale a alternativa que apresenta apenas sentenças corretas.

- a) Todas as afirmativas estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas I e III estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas I e IV estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.

**2.** Uma pessoa deseja medir o ângulo de inclinação da rampa de entrada de sua garagem, porém, não possui um equipamento próprio que faça esta medida. Ela então vai até o banheiro de sua residência, onde existe uma balança de plataforma colocada em uma superfície horizontal. Sobe na balança que indica 70 kg. Esta pessoa leva a balança até sua garagem e a posiciona na rampa, subindo novamente sobre ela, que agora indica 65 kg.

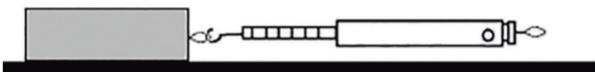
Ao analisar os dados obtidos utilizando uma calculadora científica, a pessoa conclui que a inclinação da rampa de sua garagem é de:

- a)  $68,2^\circ$ .
- b)  $47,1^\circ$ .
- c)  $32,5^\circ$ .
- d)  $21,8^\circ$ .
- e)  $16,3^\circ$ .

**3.** Para estimar o coeficiente de atrito entre superfícies, um pesquisador utiliza uma mola de constante elástica 120 N/m, com uma graduação em centímetros acoplada.

Com um corpo de prova sobre a superfície, ele prende uma extremidade da mola ao corpo, posiciona-a na horizontal, e puxa com cuidado a outra extremidade, analisando a partir de qual deformação da mola o corpo se move, conforme mostrado na Figura 2.11.

**Figura 2.11** | Verificação utilizando um corpo de prova e uma mola para calcular o coeficiente de atrito entre superfícies



Fonte: elaborada pelo autor.

Sabendo o valor próximo a que o movimento se inicia, o pesquisador repete o procedimento até que consiga fazer a leitura correta da deformação da mola na iminência do movimento.

Após o corpo entrar em movimento, o pesquisador continua puxando-o pela mola com velocidade constante e verifica novamente a deformação ocorrida na mola.

Em um teste de um bloco com 4 kg sobre uma superfície horizontal, ele verificou que, na iminência do movimento do bloco, a deformação da mola era de 8,5 cm. Após o bloco entrar em movimento, ele observou que a deformação da mola reduziu-se para 7,2 cm.

Qual o valor do coeficiente de atrito estático ( $\mu_e$ ) e o valor do coeficiente de atrito dinâmico ( $\mu_d$ ) entre o bloco e a superfície estudados?

- a)  $\mu_e \cong 0,25$  e  $\mu_d \cong 0,22$ .
- b)  $\mu_e \cong 0,25$  e  $\mu_d \cong 0,21$ .
- c)  $\mu_e \cong 0,26$  e  $\mu_d \cong 0,22$ .
- d)  $\mu_e \cong 0,26$  e  $\mu_d \cong 0,25$ .
- e)  $\mu_e \cong 0,26$  e  $\mu_d \cong 0,21$ .

## Seção 2.2

### Trabalho e energia

#### Diálogo aberto

Olá, aluno! Seja bem-vindo à segunda seção de estudos da Unidade 2, Dinâmica.

Conforme mencionado na seção anterior, a Dinâmica estuda os movimentos descritos pela Cinemática, relacionando-os com seus causadores, as forças, por meio das três leis de Newton.

De acordo com a segunda lei de Newton, uma força resultante, diferente de zero, atuando em um corpo, faz com que ele acelere, variando seu estado de movimento. Esta mudança está relacionada também com os conceitos físicos de trabalho, energia e potência, que serão estudados nesta seção.

A energia está relacionada com a capacidade de realizar tarefas, manifestando-se em nosso dia a dia de diversas formas, como **energia elétrica**, que utilizamos em inúmeros equipamentos elétricos; **energia térmica**, à qual temos acesso quando utilizamos fogo para cozinhar alimentos e fazer soldas, por exemplo; **energia solar**, utilizada para obter energia térmica e também energia elétrica nos painéis fotovoltaicos; **energia eólica**, utilizada para acionar geradores elétricos; **energia química**, à qual temos contato quando fazemos a digestão ou quando há a combustão de um combustível, como gasolina ou etanol; **energia mecânica**, empregada quando movimentamos algo, elevamos a certa altura ou deformamos uma mola.

Nesta seção, estudaremos como a energia pode ser definida como uma grandeza física. Além disso, veremos as grandezas físicas trabalho de uma força e potência.

Para o estudo desta Unidade 2, lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional de uma empresa de automação industrial que foi contratada para realizar automações e prestar serviços de consultorias em uma indústria de cerâmica

produtora de tijolos. Na proposta, os tijolos serão acondicionados em paletes de 15 kg, que já foram encomendados. Cada palete deverá acomodar de 800 a 1000 tijolos, com cerca de 2 kg cada um.

Para carregar o caminhão de entrega, os paletes serão elevados por empilhadeiras que deverão ser adquiridas, novamente considerando o melhor custo-benefício para a escolha do modelo.

A carroceria dos caminhões de entrega tem cerca de 1,6 m de altura em relação ao solo, e o operador da empilhadeira deve elevar cada palete com velocidade constante, atendendo às normas de segurança. Em um processo eficiente de carregamento, orienta-se que 10 paletes sejam carregados em cerca de 7 minutos.

No catálogo de empilhadeiras disponíveis, mostrado no Quadro 2.3, destacam-se as quatro empilhadeiras mais vendidas.

**Quadro 2.3** | Catálogo de empilhadeiras, destacando quatro modelos mais vendidos

Empilhadeira	Potência (W)	Carga máxima (kg)	Preço (R\$)
FL – 60.15	600	1500	8000
FL – 80.15	800	1500	9200
FL – 80.25	800	2500	10000
FL – 100.25	1000	2500	14000

Fonte: elaborado pelo autor.

Para escolher a empilhadeira, qual carga máxima deve ser considerada? Qual potência da empilhadeira é suficiente para realizar os serviços?

Vamos iniciar o estudo desta seção, para então verificar de que forma os conceitos tratados estão relacionados com a situação apresentada.

## Não pode faltar

### Trabalho e energia mecânica

Energia é algo essencial para a humanidade. Quando falamos em seu consumo, é comum pensar, por exemplo, na energia elétrica que consumimos diariamente, porém, existem inúmeras outras formas de energia que consumimos direta ou indiretamente, como a energia química liberada na digestão dos alimentos, que faz nosso

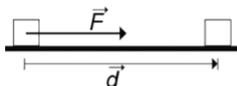
organismo funcionar; a energia produzida pelo Sol, vital para a vida na Terra; a energia produzida na fotossíntese, entre inúmeras outras.

O termo energia é muito amplo e não tem uma definição simples. Pode-se pensar na energia como um número associado a um corpo ou sistema e, quando se tem ação de uma força, este número pode variar, tanto para o corpo ou sistema que recebeu a ação da força, quanto para aquele que realizou a força. Por isso, é comum se analisarem situações de transformação ou transferência de energia de um corpo ou sistema para outro, já que, de acordo com um importante princípio do Universo, energia não se cria, apenas se transforma. Assim, ela está relacionada com o conceito físico de trabalho.

Na vida social, o trabalho está relacionado ao exercício de uma atividade profissional, porém, sua definição física é distinta. O trabalho de uma força ( $W$ ) é uma grandeza física relacionada com a transferência de energia de um corpo ou sistema para outro.

De acordo com a segunda lei de Newton ( $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$ ), quando uma força resultante não nula age em um corpo, ele adquire uma aceleração proporcional à sua massa. A força causa uma mudança no estado de movimento de um corpo e esta ação exige um gasto energético, ou seja, exige a realização de trabalho. Para definir esta grandeza, considere um corpo recebendo a ação de apenas uma força constante  $\vec{F}$  ao longo de um deslocamento designado por  $\vec{d}$ , como mostrado na Figura 2.12.

**Figura 2.12** | Força constante agindo em um corpo ao longo de um deslocamento



Fonte: elaborada pelo autor.

Veja que o corpo recebeu ação da força, logo, o trabalho foi realizado pela força sobre o corpo, que irá receber energia. Já o agente que fez a força irá ceder energia na mesma quantidade.

O trabalho de uma força é então uma grandeza escalar que depende da força ao longo do deslocamento e do deslocamento. Para o exemplo mostrado na Figura 2.12, os vetores força e deslocamento têm mesmo sentido, e o valor do trabalho da força realizado sobre o corpo é dado por:

$$W = F \cdot d.$$

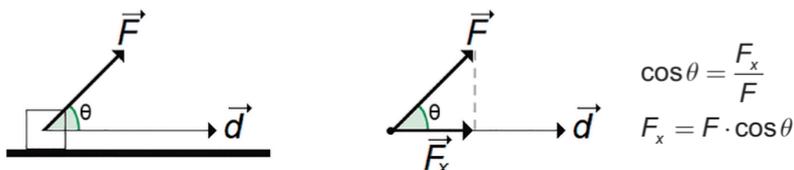
Supondo a força de intensidade 20 N atuando no corpo ao longo de um deslocamento de 3 m, temos:

$$W = F \cdot d = 20 \cdot 3 \Rightarrow W = 60 \text{ Nm} = 60 \text{ J.}$$

No SI, a unidade de medida newton-metro recebe o nome de joule (J), em homenagem ao inglês James Prescott Joule (1818-1889), devido a suas pesquisas referentes à relação entre trabalho e energia. Assim, o trabalho da força sobre o corpo foi de 60 J, o que significa que 60 J de energia foram transferidos para o corpo que recebeu o trabalho.

Caso a força aplicada não tenha o mesmo sentido do deslocamento, é necessário determinar a intensidade da componente da força na direção do deslocamento por uma análise vetorial. A Figura 2.13 representa um corpo recebendo a ação de uma força com certo ângulo em relação ao deslocamento.

**Figura 2.13** | Representação de um corpo recebendo ação de uma força  $\vec{F}$  formando um ângulo  $\theta$  com o deslocamento  $\vec{d}$ , e da componente vetorial da força  $\vec{F}_x$  na direção do deslocamento



Fonte: elaborada pelo autor.

Veja que a Figura 2.13 representa também a componente da força ao longo do deslocamento. Neste caso, é a componente horizontal  $\vec{F}_x$  que realiza o trabalho sobre o corpo.

$$W = F_x \cdot d \Rightarrow W = F \cdot d \cdot \cos \theta$$



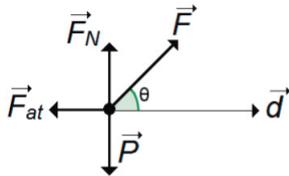
### Exemplificando

Um corpo de 8 kg em repouso passa a ser puxado por uma força de intensidade 80 N, que forma um ângulo de  $60^\circ$  com o deslocamento, sendo arrastado sobre uma superfície com coeficiente de atrito dinâmico 0,4 por 6 m. Determine o trabalho total que está sendo realizado no corpo (use  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ).

## Resolução:

O corpo está representado como um ponto material na Figura 2.14, com as quatro forças que atuam nele (força  $\vec{F}$ , força peso, força normal e força de atrito).

**Figura 2.14** | Ação de quatro forças em um ponto material ao longo de um deslocamento



Fonte: elaborada pelo autor.

Veja que a força  $\vec{F}$  realiza um trabalho devido à sua componente  $\vec{F}_x$ , com o mesmo sentido do deslocamento. Porém, existe também a componente  $\vec{F}_y$ , perpendicular ao deslocamento, que interfere no valor da força normal.

$$F_y = F \cdot \text{sen} \theta = 80 \cdot \text{sen} 60^\circ \cong 69,3 \text{ N}$$

O trabalho realizado por cada força pode ser determinado individualmente, de acordo com o ângulo entre os vetores força e deslocamento.

Força $\vec{F}$	$W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta = 80 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow W_F = 240 \text{ J}$	
Força peso	$P = m \cdot g = 8 \cdot 9,8$ $P = 78,4 \text{ N}$	$W_P = P \cdot d \cdot \cos \theta =$ $= 78,4 \cdot 6 \cdot \cos 270^\circ$ $W_P = 0 \text{ J}$
Força normal	$F_N + F_y = P$ $F_N = 78,4 - 69,3$ $F_N \cong 9,1 \text{ N}$	$W_{F_N} = F_N \cdot d \cdot \cos \theta =$ $= 9,1 \cdot 6 \cdot \cos 90^\circ$ $W_{F_N} = 0 \text{ J}$
Força de atrito dinâmico	$F_{at_d} = \alpha_d \cdot F_N$ $F_{at_d} = 0,4 \cdot 9,1$ $F_{at_d} \cong 3,64 \text{ N}$	$W_{F_{at_d}} = F_{at_d} \cdot d \cdot \cos \theta =$ $= 3,64 \cdot 6 \cdot \cos 180^\circ$ $W_{F_{at_d}} = -21,84 \text{ J}$

Como trabalho é uma grandeza escalar, seu valor total é obtido somando os trabalhos individuais realizados por cada força:

$$W_{total} = W_F + W_P + W_{F_N} + W_{F_{atd}} = 240 + 0 + 0 - 21,84 \Rightarrow \\ \Rightarrow W_{total} = 218,16 \text{ J}$$

Assim, devido à ação de quatro forças durante 6 m, o corpo recebeu 218,16 J de energia.

Outra forma de analisar esta situação é calculando o trabalho da força resultante  $\vec{F}_R$ . Como na direção  $y$  temos uma resultante nula, a força resultante é dada apenas pelos vetores na direção  $x$ :

$$F_R = F_x - F_{atd} = 40 - 3,64 \Rightarrow F_R = 36,36 \text{ N}$$

O trabalho desta força resultante corresponde ao trabalho total das forças aplicadas:

$$W_{total} = F_R \cdot d = 36,36 \cdot 6 \Rightarrow W_{total} = 218,16 \text{ J}$$

Nesse exemplo resolvido, perceba que:

- a força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho:  $W_P = W_{F_N} = 0$ ;
- a força  $\vec{F}$  tem uma componente com mesma direção e mesmo sentido do deslocamento; seu trabalho realizado transfere energia para o corpo:  $W_F > 0$ ;
- a força de atrito dinâmico está na mesma direção do deslocamento, mas em sentido contrário; seu trabalho retira energia do corpo:  $W_{F_{atd}} < 0$ .

Nos casos que estudaremos nesta seção, o trabalho realizado pelas forças causará a transferência de energia mecânica. Esta energia mecânica pode se manifestar de duas formas, como energia cinética e como energia potencial, sendo assim, igual à soma destas duas formas de energia.

A **energia cinética (K)** está relacionada com o movimento de um corpo, logo, depende da velocidade. Para estudá-la, considere um corpo de massa  $m$  recebendo ação de uma força  $\vec{F}$  com mesma

direção e mesmo sentido do deslocamento  $\vec{d}$ . De acordo com a segunda lei de Newton, esta força irá causar uma aceleração  $\vec{a}$  no corpo, proporcional à sua massa, pois  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ . Já o valor do deslocamento pode ser expresso por meio da relação de Torricelli vista na Cinemática, já que não temos informações sobre o intervalo de tempo de ação da força:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow d = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$$

Assim, como o trabalho desta força é dado por  $W = F \cdot d$ , temos:

$$W = F \cdot d = (m \cdot a) \cdot \left( \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} \right) \Rightarrow W = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2}.$$

Como o trabalho corresponde à transferência de energia, na conclusão anterior temos que o trabalho causou a variação de uma forma de energia chamada energia cinética ( $K$ ):

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Assim como o trabalho, a unidade de medida no SI de qualquer energia é o joule.

Definindo energia cinética, a relação obtida pode ser escrita como  $W = \Delta K$ , chamada de **teorema do trabalho-energia cinética**.

No exemplo feito anteriormente, quando um corpo de 8 kg em repouso foi arrastado sobre uma superfície, vimos que devido à ação de quatro forças, o trabalho total realizado foi de 218,16 J ao longo de 6 m. Neste caso, o corpo estava em repouso, logo, sua energia cinética inicial era nula ( $K_0 = 0$ ). Pelo teorema do trabalho-energia cinética:

$$W = \Delta K = K - K_0 \Rightarrow 218,16 = K - 0 \Rightarrow K = 218,16 \text{ J}.$$

Então, devido ao trabalho realizado, ele ganhou uma energia cinética de 218,16 J. Visto que o corpo partiu do repouso, sua velocidade ao final dos 6 m pode ser determinada da seguinte forma:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 218,16 = \frac{8 \cdot v^2}{2} \Rightarrow v \cong 7,4 \text{ m/s}.$$



Vimos nesse exemplo que o trabalho da força peso foi nulo. Em quais movimentos o trabalho da força peso não será nulo?

A **energia potencial (U)** é uma grandeza tratada não apenas em Mecânica, mas em outras áreas de estudo, como o Eletromagnetismo. Trata-se de uma forma de energia acumulada que pode ser transformada pela ação de uma força.

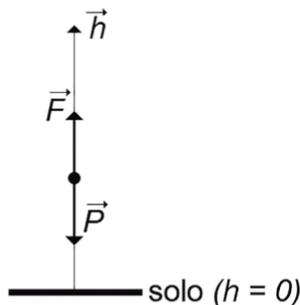
Quando abandonamos um objeto de certa altura ( $h$ ) do solo, nós o vemos cair, adquirindo energia cinética. No caso, a energia cinética está sendo transformada a partir de alguma energia que já estava armazenada no objeto. Esta energia é chamada de **energia potencial gravitacional ( $U_g$ )**, e foi fornecida ao objeto no trabalho realizado pela força da pessoa que o elevou.

Quando elevamos um objeto, ele fica submetido a duas forças: aquela que aplicamos ( $\vec{F}$ , vertical para cima) e a força peso ( $\vec{P}$ , vertical para baixo), como mostra a Figura 2.15.

Para elevar um objeto de massa  $m$  com velocidade constante até certa altura  $h$  do solo, a força resultante no objeto deve ser nula, logo, a força aplicada deve ter a mesma intensidade da força peso ( $P = m \cdot g$ ). O trabalho da força que aplicamos é dado por:

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta \Rightarrow W_F = m \cdot g \cdot h.$$

**Figura 2.15** | Objeto durante sua elevação com velocidade constante até uma altura  $h$  em relação ao solo



Fonte: elaborada pelo autor.

Este é o valor da energia potencial gravitacional que fornecemos a um objeto que foi elevado:

$$U_g = m \cdot g \cdot h.$$

Lembre-se de que a altura depende do referencial adotado como  $h_0 = 0$ , então, a energia potencial gravitacional também dependerá deste referencial.



### Assimile

O trabalho de uma força será negativo quando a força é contrária ao sentido do deslocamento. O trabalho da força peso em um corpo que é elevado será:

$$W_p = P \cdot h \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow W_p = -m \cdot g \cdot h.$$

No caso, sua altura  $h$  em relação ao solo aumenta e sua energia potencial gravitacional também aumenta. Quando o corpo cai, o trabalho da força peso deve fazer a energia potencial gravitacional ir a zero no solo ( $h = 0$ ). Por isso, a importância do sinal negativo na expressão.

Perceba que o trabalho da força peso depende apenas da distância vertical  $h$  do corpo em relação ao solo, adotado como referencial nulo, logo independente da trajetória executada pelo corpo. Esta é uma propriedade das forças conservativas, como a força peso. O trabalho realizado por elas independe da trajetória percorrida. Sempre que em um sistema atuarem apenas forças conservativas, a energia mecânica se conservará.



### Exemplificando

Qual a energia gasta por uma pessoa que eleva um livro de 4 kg do chão até uma estante a 2,5 m de altura, com velocidade constante? (use  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ )

#### Resolução:

O valor da energia que a pessoa gasta corresponde ao trabalho realizado sobre o livro, que irá adquirir o mesmo valor na forma de energia potencial gravitacional:

$$U_g = m \cdot g \cdot h = 4 \cdot 9,8 \cdot 2,5 \Rightarrow U_g = 98 \text{ J}.$$

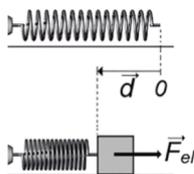
Com relação à energia mecânica, outra forma de ela ser acumulada é nos corpos que se deformam e conseguem retornar à sua forma inicial, como as molas e os elásticos. Neste caso, temos a **energia potencial elástica** ( $U_e$ ).

Quando uma mola é comprimida, ela passa a exercer uma força elástica contrária à sua deformação. Se um objeto for colocado na extremidade desta mola comprimida, quando a mola for solta, ela irá empurrá-lo, ou seja, a força elástica irá realizar um trabalho sobre o objeto, o qual irá adquirir energia cinética. Esta energia recebida pelo objeto estava armazenada na mola na forma de energia potencial elástica ( $U_e$ ).

Para determinar esta energia, devemos calcular o trabalho realizado pela força elástica, cuja intensidade é dada pela lei de Hooke:  $\vec{F}_{el} = -k \cdot \vec{d}$ , sendo  $d$  a medida da deformação causada na mola, em relação à posição adotada como nula, conforme mostrado na Figura 2.16.

Sobre o trabalho da força elástica, temos dois pontos a serem destacados. O primeiro é que ela existe enquanto a mola estiver deformada. Logo, o deslocamento do objeto sob ação da força elástica (para cálculo do trabalho) tem mesmo valor da deformação causada na mola, porém, sentido oposto. O segundo ponto é que a intensidade da força elástica é variável, pois depende da deformação causada.

**Figura 2.16** | Representação de uma mola deformada com um objeto à sua frente, no instante em que ele é solto



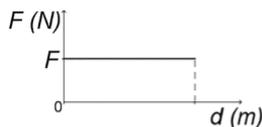
Fonte: elaborada pelo autor.

Para determinar o trabalho da força elástica, recorremos a uma análise do gráfico força aplicada pelo deslocamento ( $F \times d$ ). Consideremos primeiramente uma força de intensidade constante, com o mesmo sentido do deslocamento, representada por um gráfico reto, paralelo ao eixo horizontal, como mostrado na Figura 2.17.

Para determinar o valor do trabalho realizado pela força ( $W = F \cdot d$ ), fazemos um cálculo equivalente a calcular a área da

região delimitada pelo gráfico e pelo eixo horizontal, que, no caso, tem um formato que lembra um retângulo. Esta conclusão é válida para todos os gráficos  $F \times d$ .

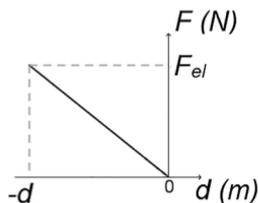
**Figura 2.17** | Gráfico de uma força constante aplicada no mesmo sentido do deslocamento



Fonte: elaborada pelo autor.

No caso da força elástica da Figura 2.16, a deformação causada é definida como negativa em relação à posição adotada como zero, de forma que, para  $-d$ , a força elástica ( $F_{el} = -k \cdot d$ ) será positiva, como mostrado no gráfico da Figura 2.18. O trabalho realizado pode ser determinado pela área da região delimitada, que se parece com um triângulo.

**Figura 2.18** | Gráfico de força elástica exercida por uma mola em relação à sua deformação



Fonte: elaborada pelo autor.

$W = (\text{área do triângulo})$

$$W = \frac{(-d) \cdot (F_{el})}{2}$$

$$W = \frac{(-d) \cdot (-k \cdot d)}{2}$$

$$W = \frac{k \cdot d^2}{2}$$

A relação obtida corresponde ao trabalho que a força elástica realiza no corpo, que adquire energia cinética. Logo, esta energia estava acumulada na mola na forma de energia potencial elástica:

$$U_e = \frac{k \cdot d^2}{2}$$

Assim, a energia mecânica deve ser vista como uma energia total de um sistema, podendo existir na forma de energia cinética, energia potencial gravitacional e energia elástica:

$$E_m = K + U_g + U_e$$

Em sistemas ditos conservativos, o trabalho realizado depende apenas da posição inicial e final de um corpo, sendo, assim, independente da trajetória. Neste caso, ocorre a conservação da energia mecânica, ou seja, a energia mecânica inicial tem o mesmo valor da energia mecânica final:

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_{m0} = E_m.$$



### Assimile

Quando a energia mecânica se conserva, o valor da energia total de um sistema mecânico também se conserva. Ela pode se manifestar como energia cinética, energia potencial gravitacional e energia potencial elástica, de acordo com a força que esteja realizando trabalho.

Quando a energia mecânica não se conserva, significa que houve transformação de energia para alguma forma que não pode mais ser recuperada, como energia sonora ou energia térmica.



### Exemplificando

Um brinquedo de criança consiste de um carrinho de 300 g que comprime uma mola em 15 cm, sendo então empurrado ao longo de uma pequena pista retilínea e horizontal, subindo em seguida uma rampa até parar. A constante elástica da mola instalada no brinquedo vale 104,5 N/m. Considerando um sistema mecânico conservativo, em qual altura em relação à pista horizontal o carrinho atinge o repouso?

#### Resolução:

Como temos um sistema conservativo, a energia mecânica em qualquer momento terá sempre o mesmo valor. No início, temos a energia potencial elástica ( $U_e$ ), que é convertida em energia cinética no carrinho ( $K$ ), devido ao trabalho da força elástica, para então ser convertida em energia potencial gravitacional ( $U_g$ ), por causa do trabalho da força peso, quando o carrinho atinge o repouso. Escolhendo o momento inicial e final, podemos considerar diretamente  $U_e$  transformando-se em  $U_g$ :

$$\begin{aligned} E_{m0} = E_m &\Rightarrow U_{e0} = U_g \Rightarrow \frac{k \cdot d^2}{2} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{104,5 \cdot 0,15^2}{2} = 0,3 \cdot 9,8 \cdot h \Rightarrow h \cong 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm} \end{aligned}$$

## Potência

Quando se considera o intervalo de tempo no qual o trabalho foi realizado, ou seja, no qual a energia foi transformada ou transferida de um corpo ou sistema para outro, podemos definir a grandeza física potência:

$$Pot = \frac{W}{\Delta t}.$$

No SI, a unidade de medida de potência é joule por segundo (J/s), denominado watt, em homenagem ao escocês James Watt (1736-1819), por seus trabalhos com máquinas a vapor no período da Revolução Industrial, no século XVIII. Existem outras unidades de medida, como o cavalo-vapor (cv) e o *horsepower* (hp).

$$1 \text{ cv} = 735,5 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

No exemplo da pessoa que elevou um livro de 4 kg até uma estante a 2,5 m de altura, com velocidade constante, ela realizou um trabalho de 98 J, de forma que o livro adquiriu energia potencial gravitacional. Caso essa ação seja feita em 2 segundos, a potência desenvolvida é dada por:

$$Pot = \frac{W}{\Delta t} = \frac{98}{2} \Rightarrow Pot = 49 \text{ W}.$$



**Pesquise mais**

Complemente seus estudos sobre trabalho e energia lendo as páginas 134 a 145 do capítulo 7, Energia, do livro: HEWITT, Paul G.. *Física Conceitual*. 12. ed. Tradução Trieste Freire Ricci. Revisão técnica Maria Helena Gravina. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Você, aluno de nossa instituição, tem acesso gratuito a esse livro em sua Biblioteca Virtual.

Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603413/cfi/0>>. Acesso em: 24 jan. 2018.

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional de uma empresa de automação industrial que foi contratada para realizar automações e prestar serviços de consultorias em uma indústria de cerâmica produtora de tijolos.

Além de modernizações e melhorias no setor de fabricação, foram propostas adequações no setor de carga e descarga de caminhões, agilizando as entregas. Seu cliente gostou do projeto, pois todos os investimentos estão sendo pensados de acordo com as reais necessidades.

Na proposta, os tijolos serão acondicionados em paletes de 15 kg, que já foram encomendados. Cada palete deverá acomodar de 800 a 1000 tijolos, com cerca de 2 kg cada um.

Para agilizar a descarga de caminhões, serão instalados guindastes de paletizados, conhecidos também como *muncks*, e até mesmo os cabos de aço para içar os paletes foram comprados, pensando-se na máxima força de tensão, evitando gastos desnecessários. Os caminhões de entrega já foram encaminhados para as adequações.

Para carregar o caminhão de entrega, os paletes serão elevados por empilhadeiras que deverão ser adquiridas, novamente considerando o melhor custo-benefício para a escolha do modelo.

A carroceria dos caminhões de entrega tem cerca de 1,6 m de altura em relação ao solo, e o operador da empilhadeira deve elevar cada palete com velocidade constante, atendendo às normas de segurança. Em um processo eficiente de carregamento, orienta-se que 10 paletes sejam carregados em cerca de 7 minutos.

Sua empresa tem parceiras com outras empresas, dentre elas, um fabricante de empilhadeiras, sendo possível obter alguns preços especiais para os clientes. No catálogo disponível, mostrado no Quadro 2.4, destacam-se as quatro empilhadeiras mais vendidas.

**Quadro 2.4** | Catálogo de empilhadeiras, destacando-se quatro modelos mais vendidos

Empilhadeira	Potência (W)	Carga máxima (kg)	Preço (R\$)
FL – 60.15	600	1500	8000
FL – 80.15	800	1500	9200
FL – 80.25	800	2500	10000
FL – 100.25	1000	2500	14000

Fonte: elaborado pelo autor.

Você faz, então, um estudo para determinar qual a melhor opção, apresentando sempre o custo-benefício ao seu cliente.

Para determinar a melhor opção, devemos saber a massa total que será elevada. Os paletes que serão adquiridos têm massa igual a 15 kg:  $m_{\text{palete}} = 15 \text{ kg}$ .

Cada palete irá comportar de 800 a 1000 tijolos. Considerando a quantidade máxima e sabendo que cada tijolo tem massa igual a 2 kg, temos que:

$$m_{\text{tijolos}} = 1000 \cdot 2 \text{ kg} = 2000 \text{ kg}.$$

Assim, se o limite de tijolos por palete for respeitado, a carga máxima suportada pela empilhadeira será de 2015 kg.

$$m_{\text{total}} = m_{\text{palete}} + m_{\text{tijolos}} = 15 + 2000 \Rightarrow m_{\text{total}} = 2015 \text{ kg}$$

Você então mostra a seu cliente que as duas primeiras opções do catálogo não atendem às exigências necessárias (modelos FL – 60.15 e FL – 80.15).

Como existe uma considerável diferença de preço entre os modelos FL – 80.25 e FL – 100.25, você se dedica agora a um estudo da potência necessária.

Sendo  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e a altura da carroceria do caminhão igual a 1,6 m, a força vertical para cima, exercida pela empilhadeira, deve realizar um trabalho sobre o palete, que irá adquirir energia potencial gravitacional:

$$U_g = m \cdot g \cdot h = 2015 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \Rightarrow U_g = 31595,2 \text{ J}.$$

Como a proposta é que 10 paletes sejam carregados em 7 minutos ou 420 s, o intervalo de tempo para carregar cada palete será de 42 s.

$$\begin{array}{l} 10 \text{ paletes} \rightarrow 420 \text{ s} \\ 1 \text{ palete} \rightarrow \Delta t \end{array} \quad \Delta t = \frac{420}{10} \Rightarrow \Delta t = 42 \text{ s}$$

A potência exigida da empilhadeira é dada por:

$$Pot = \frac{W}{\Delta t} = \frac{31595,2}{42} \Rightarrow Pot = 752,3 \text{ W}.$$

Logo, considerando a carga máxima de 2015 kg e a potência exigida para elevação dos paletes de 752,3 W, a terceira opção, o modelo FL – 80.25, pode ser adquirida, pois atende às exigências necessárias, evitando-se adquirir um modelo com custo maior, mas com características desnecessárias.

Seu cliente novamente fica satisfeito com os serviços prestados, pois cada etapa está sendo devidamente pensada, visando a um trabalho bem realizado, com o menor custo.

Você entra, então, em contato com o fabricante das empilhadeiras para fazer as encomendas.

## Avançando na prática

### Acessibilidade

#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha em uma empresa de prestação de serviços e adequações visando à acessibilidade, direito garantido pela Constituição a toda população de uma nação, assegurando condições de participação dos cidadãos em todos os aspectos sociais.

Todas as adequações feitas por sua empresa seguem as normas regulamentadas. Rampas de acesso, por exemplo, de acordo com estas normas, devem ter inclinação de forma que um cadeirante, ao subir, aplique uma força correspondente a cerca de 7% da sua força peso.

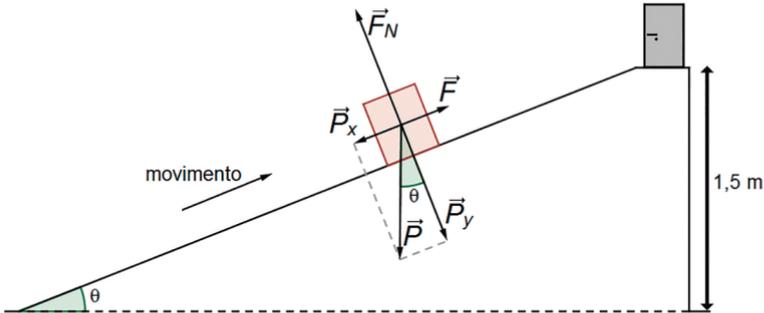
Sua empresa foi contratada para construir uma rampa em uma sala comercial, cuja entrada está a um desnível de 1,5 m de altura em relação à horizontal. O espaço disponível possibilitou a construção de uma rampa única, sem patamares.

Supondo uma subida na rampa com velocidade constante, desprezando os atritos, sendo  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e a massa do conjunto pessoa-cadeira igual a 100 kg, qual deve ser o ângulo de inclinação da rampa a ser construída? Qual a energia gasta pelo cadeirante para subir por esta rampa?

## Resolução da situação-problema

Ao subir pela rampa com velocidade constante, desprezando os atritos, a força  $\vec{F}$  aplicada pelo cadeirante deve ter mesma intensidade da componente vetorial  $\vec{P}_x$  de sua força peso, como mostra a Figura 2.19.

**Figura 2.19** | Representação das forças que atuam em um cadeirante subindo uma rampa



Fonte: elaborada pelo autor.

A força peso mede 980 N, e a componente  $\vec{P}_x$  deve ter intensidade igual a 7% da intensidade da força peso, ou seja:

$$P_x = 7\% \cdot P = 0,07 \cdot 980 \Rightarrow P_x = 68,6 \text{ N.}$$

O ângulo de inclinação pode ser obtido utilizando a função seno e uma calculadora científica:

$$\text{sen } \theta = \frac{P_x}{P} = \frac{68,6}{980} \Rightarrow \text{arcsen} \left( \frac{68,6}{980} \right) \cong 4^\circ$$

Para um ângulo de aproximadamente  $4^\circ$ , o comprimento da rampa será de 21,5 m.

$$\text{sen } \theta = \frac{h}{d} \Rightarrow \text{sen } 4^\circ = \frac{1,5}{d} \Rightarrow d \cong 21,5 \text{ m}$$

Para um deslocamento  $\vec{d}$  ao longo da rampa valendo 21,5 m, aplicando uma força  $\vec{F}$  de mesma direção e sentido valendo 68,6 N, temos o seguinte trabalho realizado:

$$W = F \cdot d = 68,4 \cdot 21,5 \Rightarrow W = 1470,6 \text{ J.}$$

Note que, se calcularmos a energia potencial gravitacional do cadeirante na porta do estabelecimento, temos:

$$U_g = m \cdot g \cdot h = 100 \cdot 9,8 \cdot 1,5 \Rightarrow U_g = 1470 \text{ J.}$$

A pequena diferença nos valores ocorre devido às aproximações matemáticas. Os valores são os mesmos porque a força peso é conservativa e, desprezando os atritos, o trabalho realizado é independente da trajetória percorrida. Assim, caso uma pessoa de 100 kg suba verticalmente com velocidade constante, seu deslocamento será menor (1,5 m), mas sua força aplicada será maior (980 N), de forma que, na porta do estabelecimento, sua energia potencial gravitacional será a mesma do cadeirante que subiu pela rampa, ou seja, a força aplicada por ambos realizou o mesmo trabalho.

Essa análise antecipada do ângulo de inclinação possibilita que a rampa seja construída nas normas corretas, permitindo uma subida confortável ao cadeirante.

## Faça valer a pena

**1.** Em um teste para estimar a força imposta por um motor a combustão, um veículo de 3000 kg estava se movendo com velocidade constante de intensidade 72 km/h, em um trecho retilíneo de uma estrada, quando então foi imposta uma aceleração constante no veículo durante 8 s e seu velocímetro passou a indicar 108 km/h.

Nas condições em que este teste foi realizado, a força de resistência sobre o veículo tem sentido oposto ao movimento e intensidade dada pela relação  $F_{res} = 5 \cdot \Delta v^2$ .

Com relação ao trabalho realizado sobre o veículo, avalie as seguintes asserções e a relação proposta entre elas.

I. O trabalho total realizado sobre o veículo foi de 750000 J

PORQUE

II. a força aplicada pelo motor foi de 3750 N.

A respeito dessas asserções, assinale a alternativa correta:

- a) as asserções I e II são proposições verdadeiras, e a II é uma justificativa da I.
- b) as asserções I e II são proposições verdadeiras, mas a II não é uma justificativa da I.
- c) as asserções I e II são proposições falsas.
- d) a asserção I é uma proposição verdadeira, e a II é uma proposição falsa.
- e) a asserção I é uma proposição falsa, e a II é uma proposição verdadeira.

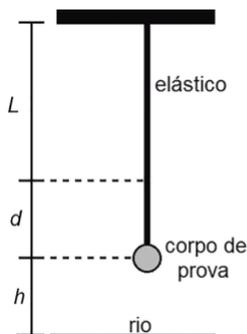
**2.** Em um novo projeto de motocicleta com 115 kg de massa, a equipe técnica estima que a potência teórica desenvolvida seja de 15 cv. No teste, a motocicleta parte do repouso e atinge 72 km/h em 2,5 s, executando uma aceleração que pode ser considerada constante.

Partindo do resultado do teste, podemos afirmar que a potência real desenvolvida pela motocicleta:

- a) foi de 12,3 cv, logo, abaixo do estimado.
- b) foi de 12,5 cv, logo, abaixo do estimado.
- c) foi de 14,9 cv, logo, próximo do estimado.
- d) foi de 15,6 cv, logo, acima do estimado.
- e) foi de 16,5 cv, logo, acima do estimado.

**3.** Uma empresa de segurança realizou dois testes com equipamentos utilizados em saltos de *bungee jump*, sendo um deles o elástico usado. Nesses testes, foi utilizado um corpo de prova de massa  $m = 60 \text{ kg}$  preso à extremidade do elástico e solto de uma ponte de altura  $H = 60 \text{ m}$  acima da superfície de um rio. O elástico em seu estado relaxado tem comprimento  $L = 30 \text{ m}$  e se alonga de acordo com a lei de Hooke, com constante elástica  $k = 150 \text{ N/m}$ . Em um dos ensaios, o corpo de prova foi lançado da ponte e mediu-se a alongação máxima do elástico ( $d$ ) e a menor distância atingida pelo corpo de prova em relação à superfície do rio ( $h$ ), conforme mostrado na Figura 2.20. Adote  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Figura 2.20** | Teste medindo a alongação máxima feita em um elástico



Fonte: elaborada pelo autor.

Desprezando as perdas de energia, quais os valores medidos para  $d$  e  $h$ , em metros?

- a) 11,91 e 19,75.
- b) 10,25 e 11,91.
- c) 10,25 e 19,75.
- d) 19,75 e 11,91.
- e) 19,75 e 10,25.

## Seção 2.3

### Impulso e quantidade de movimento

#### Diálogo aberto

Caro aluno, bem-vindo à terceira e última seção de estudos da Unidade 2, que trata da Dinâmica.

Conforme vimos na Seção 2.1, a Dinâmica estuda os movimentos relacionando-os com seus causadores, as forças. E para estudar as forças, nos baseamos nas três leis de Newton.

A ação de uma força ao longo de um deslocamento está relacionada com o conceito de trabalho, ou seja, com a transferência de energia de um corpo ou sistema para outro, conforme estudamos na Seção 2.2.

Nesta seção, tratamos da conservação da energia, um dos princípios que regem o Universo, que afirma que energia não se cria, mas apenas se transforma, e a transformação de uma forma de energia em outra ocorre pelo trabalho realizado por uma força.

Iremos estudar também os conceitos de impulso e de quantidade de movimento (ou momento linear). O trabalho de uma força relaciona a força aplicada com o deslocamento do corpo, e podemos verificar a energia adquirida pelo corpo que recebeu a ação da força. Já o impulso de uma força relaciona a força aplicada ao intervalo de tempo, e podemos verificar a quantidade de movimento adquirida pelo corpo que recebeu ação da força. O estudo do impulso e da quantidade de movimento possibilita compreender porque um *air bag* pode salvar vidas, porque os riscos de colisões no trânsito são maiores para pessoas em veículos com maior massa e quais os cuidados em se frear um caminhão vazio e um caminhão carregado, entre outros.

Lembre-se de que, para estudar esta unidade, convidamos você a se colocar no lugar de um profissional de uma empresa de automação industrial que foi contratada para prestar serviços de consultoria em uma indústria de cerâmica produtora de tijolos.

Além de modernizações e melhorias no setor de fabricação, foram propostas adequações no setor de entregas. Os tijolos produzidos serão acondicionados em paletes, elevados nos caminhões por empilhadeiras. Os caminhões de entrega irão passar por adequações para instalação de guindastes para paletizados, agilizando a descarga no local da venda.

Como esta proposta de automação industrial visa ao aumento da produção da indústria de cerâmica, você então orienta seu cliente que uma estratégia para reduzir gastos é aumentar a quantidade de tijolos levados a cada entrega. Os caminhões antes levavam no máximo 6 mil tijolos, e uma proposta é que passem a levar em torno de 10 mil tijolos (cerca de 10 paletes), o que exige novas orientações aos motoristas dos caminhões, principalmente com relação à velocidade máxima permitida. Nas entregas anteriores, a massa bruta máxima do caminhão era de 22 toneladas, e os motoristas sabiam que podiam desenvolver uma velocidade máxima de 60 km/h, garantindo, assim, uma frenagem segura, caso necessário.

Porém, com o aumento da carga, são necessárias novas orientações, e você então assume essa tarefa, para concluir o serviço que está prestando.

Vamos iniciar o estudo desta seção para verificar de que forma os conceitos estudados podem ser úteis nessa situação apresentada.

## Não pode faltar

### Momento linear

Isaac Newton, em sua obra *Principia*, publicada em 1687, apresentou três leis que definem força como uma ação externa ao corpo que surge devido à interação de um corpo ou sistema com outro. A força aplicada em um corpo causa uma aceleração, que é proporcional à massa deste corpo.

Antes do *Principia* de Newton, houve uma discussão sobre qual a forma correta de se definir um movimento. O francês René Descartes (1596-1650), por exemplo, afirmava que a grandeza que

media o movimento era dada por  $m \cdot v$ , chamada quantidade de movimento ou *momentum*. Esta seria também a medida da força aplicada sobre o corpo.

Já o alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) defendia que a verdadeira grandeza que definia um movimento era dada por  $m \cdot v^2$ , chamada de "força viva" (*vis viva*).

Newton sistematizou definitivamente a definição de força em sua segunda lei ( $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$ ). Porém, as ideias de Descartes e Leibniz contribuíram para determinar outras duas importantes grandezas físicas. Da proposta de Leibniz derivou a energia cinética, estudada na seção anterior:  $K = \frac{m \cdot v^2}{2}$ .

Da proposta de Descartes, temos o conceito de **quantidade de movimento, momento linear**, ou **momentum** ( $\vec{p}$ ):

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

No SI, a unidade de medida de massa é o quilograma (kg); de velocidade é o metro por segundo (m/s); e de momento linear é o quilograma-metro por segundo ( $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ ).



**Pesquise mais**

Estude o capítulo 6, *Momentum*, páginas 116 a 126, do seguinte livro: HEWITT, Paul G. *Física conceitual*. 12. ed. Tradução de Trieste Freire Ricci. Revisão técnica de Maria Helena Gravina. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Você, aluno de nossa instituição, tem acesso gratuito a esse livro em nossa Biblioteca Virtual. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603413/cfi/0>>. Acesso em: 24 jan. 2018.

O momento linear é uma grandeza vetorial com mesma direção e mesmo sentido da velocidade do corpo. Assim, podemos considerar o momento linear constante em duas situações:

- Repouso, pois, quando  $\vec{v} = 0$ ,  $\vec{p} = 0$ .
- Movimento retilíneo uniforme (MRU), pois, com  $\vec{v}$  constante,  $\vec{p}$  também é constante.



Um corpo de 5 kg em repouso passa a receber a ação de uma força resultante de intensidade constante igual a 20 N, durante 6 s. Qual o momento linear do corpo após a ação da força?

**Resolução:**

A aceleração adquirida pelo corpo terá mesma direção e mesmo sentido da força, e intensidade dada por:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 20 = 5 \cdot a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2.$$

Se a força atuar durante 6 s, a velocidade do corpo ao final da ação da força será de 24 m/s:

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 + 4 \cdot 6 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}.$$

O momento linear inicial do corpo era zero, pois ele estava em repouso. O momento linear final do corpo após ação da força é dado por:

$$p = m \cdot v = 5 \cdot 24 \Rightarrow p = 120 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

**Teorema do impulso**

Vimos na Seção 2.1 que, para alterar o estado de movimento de um corpo, é necessária a ação de uma força resultante diferente de zero, que, aplicada em sua massa, gera aceleração, de acordo com a segunda lei de Newton.

No exemplo apresentado, temos um corpo de 5 kg que parte do repouso e atinge a velocidade de 24 m/s, devido à ação de uma força resultante de 20 N que atuou durante 6 s.

Caso o objetivo fosse atingir essa velocidade em um intervalo de tempo menor, seria necessária a ação de uma força de maior intensidade, garantindo, assim, maior aceleração.

Veja que existe uma relação entre força aplicada e intervalo de tempo de aplicação. Podemos estudar esta relação fazendo uma análise da segunda lei de Newton:

$$\begin{aligned} \vec{F}_R = m \cdot \vec{a} &\Rightarrow \vec{F}_R = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_R = m \cdot \frac{(\vec{v} - \vec{v}_0)}{\Delta t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \vec{F}_R \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0 \end{aligned}$$

Na relação obtida, veja que, no lado direito do sinal de igualdade, temos a variação do momento linear, pois se trata do momento linear final menos o momento linear inicial. Já no lado esquerdo do sinal de igualdade, temos uma multiplicação entre força resultante aplicada e intervalo de tempo, que define a grandeza física **impulso de uma força** ( $\vec{I}$ ).

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Impulso de uma força é uma grandeza física vetorial com mesma direção e mesmo sentido da força aplicada. No SI, a unidade de medida de força é newton (N), de intervalo de tempo é segundo (s) e de impulso de uma força é newton-segundo (**N·s**).



### Assimile

Perceba que a segunda lei de Newton é a base dos outros estudos que fazemos na Dinâmica. Nesta seção, partindo da segunda lei de Newton, definimos impulso pela relação entre força aplicada por intervalo de tempo de ação da força. Na seção anterior, baseando-nos na segunda lei de Newton, definimos o trabalho de uma força.

Além de definir a grandeza física impulso, a análise da segunda lei de Newton realizada também nos mostra outro detalhe importante: que o impulso de uma força causa variação do momento linear, conclusão que é conhecida por **teorema do impulso**.

$$\underbrace{\vec{F}_R \cdot \Delta t}_{\vec{I}} = \underbrace{m \cdot \vec{v}}_{\vec{p}} - \underbrace{m \cdot \vec{v}_0}_{\vec{p}_0} \Rightarrow \vec{I} = \vec{p} - \vec{p}_0 \Rightarrow \vec{I} = \Delta \vec{p}$$

Este teorema pode ser verificado no exemplo apresentado. O momento linear inicial do corpo era zero, pois ele estava em repouso, e o momento linear final vale **120 kg·m/s**. Dessa forma, a variação da quantidade de movimento vale:

$$\Delta p = p - p_0 = 120 - 0 \Rightarrow \Delta p = 120 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

Já o impulso da força resultante aplicada é dado por:

$$I = F_R \cdot \Delta t = 20 \cdot 6 \Rightarrow I = 120 \text{ N} \cdot \text{s}.$$

Logo, temos como válida a relação  $\vec{I} = \Delta \vec{p}$ .



## Refleta

Veja que a unidade de medida da variação do momento linear é **kg · m/s** e a de impulso de uma força é **N · s**. Estas unidades de medida são iguais ou diferentes?

Na seção anterior, estudamos que o trabalho de uma força está relacionado com a variação de energia de um corpo ou sistema:

$$W = F \cdot d \qquad W = \Delta E$$

Já nesta seção, estudamos que o impulso de uma força está relacionado com a variação do momento linear de um corpo ou sistema:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \qquad \vec{I} = \Delta \vec{p}$$



## Exemplificando

Um motociclista de 80 kg está sobre sua moto de 160 kg, desenvolvendo uma velocidade de 54 km/h, quando aciona os freios, atingindo o repouso em 6 s. Qual intensidade de força média contrária ao movimento foi exercida pelos freios sobre o conjunto moto e motociclista?

### Resolução:

O conjunto moto e motociclista tem massa de 240 kg e estava se movendo a uma velocidade de 54 km/h. Para expressar este valor no SI, devemos dividi-lo por 3,6, quando obtemos 15 m/s.

Podemos determinar a intensidade da força média imposta pelos freios ( $\vec{F}_M$ ) pelo teorema do impulso:

$$\begin{aligned} I = \Delta p = p - p_0 &\Rightarrow F_M \cdot \Delta t = m \cdot v - m \cdot v_0 \Rightarrow \\ \Rightarrow F_M \cdot 6 &= 240 \cdot 0 - 240 \cdot 15 \Rightarrow F_M = -600 \text{ N} \end{aligned}$$

A intensidade da força média também poderia ser determinada utilizando-se relações da Cinemática e a segunda lei de Newton, que determinaram o teorema do impulso.

No caso, a aceleração do conjunto motociclista e moto é dada por:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow 0 = 15 + a \cdot 6 \Rightarrow a = -2,5 \text{ m/s}^2.$$

Conhecendo a aceleração, a intensidade da força média pode ser determinada pela segunda lei de Newton:

$$F_M = m \cdot a = 240 \cdot (-2,5) \Rightarrow F_M = -600 \text{ N}$$

Caso um impulso seja aplicado em curto intervalo de tempo, a intensidade da força aplicada será grande para causar uma variação da quantidade de movimento, como ocorre nas frenagens bruscas; por exemplo, quando um veículo muda sua velocidade de um certo valor para zero rapidamente.

De acordo com a primeira lei de Newton, a lei da inércia, os corpos possuem uma tendência a permanecer no estado de repouso ou no movimento no qual se encontram, de forma que em frenagens o corpo do ocupante do veículo tende a permanecer em movimento. Para frenagens bruscas, em curtos intervalos de tempo, o risco é ainda maior, pois as pessoas podem ser lançadas contra as partes internas do veículo, o que pode causar graves ferimentos e até a morte. Por isso, devemos sempre utilizar cinto de segurança.

Outro importante item de segurança nos veículos é o *airbag*, como o mostrado na Figura 2.21. Ele é composto por um sistema que detecta colisões e frenagens bruscas e infla uma bolsa.

**Figura 2.21** | Teste de *air bag* de um veículo utilizando um manequim



Fonte: <[www.istockphoto.com/br/foto/manequim-em-um-carro-gm146917964-14135025](http://www.istockphoto.com/br/foto/manequim-em-um-carro-gm146917964-14135025)>. Acesso em: 25 jan. 2018.

De forma resumida, o *airbag* contém azida de sódio ( $\text{NaN}_3$ ), nitrato de potássio ( $\text{KNO}_3$ ) e dióxido de silício ( $\text{SiO}_2$ ). Quando o sensor de frenagem brusca é acionado, uma faísca é liberada e se inicia a decomposição da azida de sódio em sódio (Na) e gás

nitrogênio ( $N_2$ ), que infla o *airbag*. O sódio é um metal reativo, que reage rapidamente com o nitrato de potássio, liberando mais gás nitrogênio e outros produtos, que reagem com o dióxido de silício, formando uma forma de vidro em pó inofensivo.

Este processo ocorre rapidamente, em cerca de 30 ms, de forma que a pessoa seja lançada contra a bolsa macia e não contra as partes rígidas do veículo.

No caso, ao ocorrer a frenagem brusca do veículo, é necessário frear também o corpo do seu ocupante interno, reduzindo seu momento linear, o que é causado por um impulso contrário ao movimento. Caso o intervalo de tempo seja curto, a força a ser aplicada tem grande intensidade. A bolsa do *airbag*, por ser macia, aumenta o intervalo de tempo de frenagem do corpo da pessoa, de forma que o mesmo impulso possa ser gerado por uma força de menor intensidade, reduzindo os riscos de danos ao corpo da pessoa.

Pelo mesmo motivo, colchões são utilizados em alguns esportes, como salto em altura e salto com vara, e redes são utilizadas em circos durante a apresentação do trapezista.



### Assimile

Note que, em uma frenagem, o momento linear da pessoa vai de certo valor ( $\vec{p}_0 = m \cdot \vec{v}_0$ ) a zero, de forma que o impulso a ser aplicado tem valor único ( $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$ ). Caso esse impulso seja obtido em um curto intervalo de tempo, a intensidade da força será grande, o que pode ser perigoso. Mas, aumentando o intervalo de tempo do impulso, a intensidade da força aplicada é reduzida, evitando-se ferimentos.

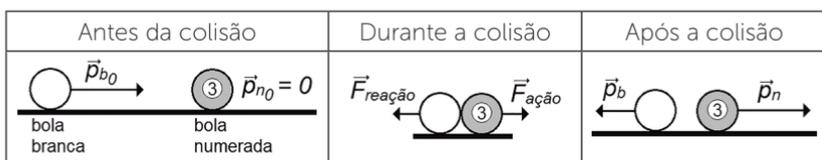
## Conservação do momento linear

A segunda lei de Newton diz que uma força aplicada em um corpo causa uma aceleração proporcional à sua massa. Podemos considerar esta segunda lei em termos de impulso e momento linear, pois, devido ao impulso de uma força, um corpo sofre variação de momento linear. Considerando sua massa constante, variar seu momento linear significa variar sua velocidade.

Já a terceira lei de Newton nos diz que forças só surgem de interações. Então, um corpo faz ação sobre outro e recebe a reação. Considerando os dois corpos como um sistema fechado, as forças de ação e reação são vistas como internas a esse sistema.

Em uma tacada de bilhar, por exemplo, a bola branca é lançada contra uma bola numerada. Elas interagem, exercendo forças uma sobre a outra, de mesma intensidade e sentidos opostos, de acordo com a terceira lei de Newton, e durante o intervalo de tempo da colisão, conforme ilustrado na Figura 2.22.

**Figura 2.22** | Representação de uma colisão unidimensional entre duas bolas de bilhar. Neste exemplo, a bola branca inverte seu movimento após a colisão



Fonte: elaborada pelo autor.

Para o sistema interno composto pelas bolas de bilhar, temos:

- o momento linear da bola branca, que sofre variação devido à colisão, quando ela recebe o impulso da força exercida pela bola numerada;
- o momento linear da bola numerada, que sofre variação devido à colisão, quando ela recebe o impulso da força exercida pela bola branca;
- o momento linear do sistema interno, que não sofre variação, pois as únicas forças que agiram na colisão são internas.

Assim, as duas bolas experimentam impulsos de mesma intensidade e sentidos opostos, de forma que o impulso interno ao sistema formado pelas duas bolas é nulo.

Apenas impulsos externos podem variar a quantidade de movimento de um sistema. Por este motivo, não podemos empurrar um veículo com a intenção de movê-lo, quando estamos totalmente em seu interior, pois se trata de uma força interna.

Logo, na ausência de impulsos externos, ocorre a conservação do momento linear:

$$\vec{I}_{\text{externo}} = \Delta\vec{p} \Rightarrow 0 = \vec{p} - \vec{p}_0 \Rightarrow \vec{p}_0 = \vec{p}$$



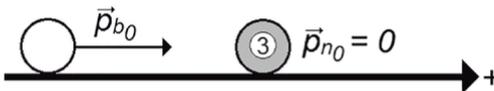
Em um jogo de bilhar, a bola branca comumente tem massa maior do que as bolas numeradas. Considere que uma bola branca de 400 g foi lançada em uma tacada com velocidade de 4,2 m/s, contra uma bola numerada de massa igual a 360 g, em repouso. Ocorre uma colisão unidimensional entre essas bolas, na qual agem apenas forças internas.

Após a colisão, a bola numerada movimenta-se na mesma direção e no mesmo sentido do movimento inicial da bola branca, com velocidade igual a 5 m/s. Qual a velocidade da bola branca após a colisão?

### Resolução:

O sistema a ser considerado é composto pela bola branca e pela bola numerada. Inicialmente, temos a bola branca em movimento ( $\vec{p}_{b0} = m \cdot \vec{v}_{b0}$ ) e a bola numerada em repouso ( $\vec{p}_{n0} = 0$ ). Após a colisão, a bola numerada se move ( $\vec{p}_n = m \cdot \vec{v}_n$ ), e não se sabe o que ocorreu com a bola branca ( $\vec{p}_b = m \cdot \vec{v}_b$ ). Como se trata de uma colisão unidimensional, temos apenas uma direção de movimento, de forma que os sentidos do momento linear podem ser identificados utilizando sinais positivos e negativos. Vamos adotar como referencial o sentido do movimento inicial da bola branca como positivo, conforme a Figura 2.23.

**Figura 2.23** | Representação de duas bolas de bilhar antes de realizarem uma colisão unidimensional em relação a um referencial



Fonte: elaborada pelo autor.

Como temos a ação apenas de forças internas, ocorre a conservação do momento linear.

$$\begin{aligned}\vec{p}_0 &= \vec{p} \Rightarrow p_{b0} + p_{n0} = p_b + p_n \Rightarrow \\ \Rightarrow m_b \cdot v_{b0} + 0 &= m_b \cdot v_b + m_n \cdot v_n \Rightarrow \\ \Rightarrow 0,4 \cdot 4,2 + 0 &= 0,4 \cdot v_b + 0,36 \cdot 5 \Rightarrow v_b = -0,3 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Assim, após a colisão, a bola branca adquire velocidade  $v_b = -0,3 \text{ m/s}$ , ou seja, ela se move na mesma direção inicial, mas em sentido oposto.

Perceba que o momento linear das duas bolas variou, porém, o momento linear do sistema constituído por elas não se altera:

$$p_0 = p_{b0} + p_{n0} = 0,4 \cdot 4,2 + 0 \Rightarrow p_0 = 1,68 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p = p_b + p_n = 0,4 \cdot (-0,3) + 0,36 \cdot 5 \Rightarrow p = 1,68 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Devemos lembrar que as grandezas impulso de uma força e momento linear são vetoriais, logo, quando se tem a conservação do momento linear, devemos considerar a conservação também na direção e no sentido.

### Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional de uma empresa de automação industrial que foi contratada para realizar automações e prestar serviços de consultorias em uma indústria de cerâmica produtora de tijolos. Além de modernizações e melhorias no setor de fabricação, foram propostas adequações no setor de entregas.

Os tijolos produzidos serão acondicionados em paletes, elevados nos caminhões por empilhadeiras. Os caminhões de entrega irão passar por adequações para instalação de guindastes para paletizados, agilizando a descarga no local da venda.

Como essa proposta de automação industrial visa ao aumento da produção da indústria de cerâmica, você diz ao seu cliente que uma estratégia para reduzir gastos é aumentar a quantidade de tijolos levados a cada entrega.

Antes da automação que será feita, os caminhões levavam no máximo 6 mil tijolos. Com o aumento de produção, a sugestão é que agora os caminhões passem a levar em torno de 10 mil tijolos (cerca de 10 paletes), o que exige novas orientações aos motoristas dos caminhões, principalmente com relação à velocidade máxima permitida. Você, então, assume esse papel, em razão do serviço que está prestando.

Um caminhão carregado com 6 mil tijolos tem uma massa bruta de 22 toneladas, e a orientação era a de que fosse desenvolvida

uma velocidade limite de 60 km/h, já que um intervalo de tempo máximo considerado seguro para uma frenagem e parar o caminhão carregado é de 3 s.

Cada tijolo tem em média massa de 2 kg, logo, se um caminhão carregado tem massa bruta de 22 toneladas, temos que:

$$m_{\text{tijolos}} = 6000 \cdot 2 = 12000 \text{ kg}$$

$$m_{\text{caminhão}} = 22000 - 12000 \Rightarrow m_{\text{caminhão}} = 10000 \text{ kg}$$

Com uma carga máxima de 6 mil tijolos, os motoristas sabiam que podiam desenvolver uma velocidade máxima de 60 km/h, garantindo uma frenagem segura, caso necessário. Para expressar este valor de velocidade no SI, temos que dividir seu valor por 3,6, obtendo, assim, cerca de 16,7 m/s.

Para uma frenagem brusca que dure um intervalo de tempo de 3 s, a força média exercida pelos freios e o movimento do caminhão têm mesma direção e sentidos opostos.

A intensidade da força média ( $\vec{F}_m$ ) exercida pelos freios pode ser determinada por meio do teorema do impulso:

$$\begin{aligned} I &= \Delta p \Rightarrow F_m \cdot \Delta t = p - p_0 \Rightarrow F_m \cdot \Delta t = m \cdot v - m \cdot v_0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_m \cdot 3 = 22000 \cdot (0 - 16,7) \Rightarrow F_m \cdot 3 = -367400 \\ &\Rightarrow F_m \cong -122466,7 \text{ N} \end{aligned}$$

O sinal negativo obtido indica realmente que a força média aplicada pelos freios tem mesma direção do movimento e sentido oposto.

O valor obtido corresponde à intensidade máxima da força média aplicada pelos freios, possibilitando assim que o caminhão, mesmo carregado, consiga frear com segurança em uma situação adversa, caso a velocidade desenvolvida tenha um valor máximo de 16,7 m/s (60 km/h).

Com um aumento da carga a ser levada, a massa bruta do caminhão aumentará:

$$m_{\text{bruta}} = m_{\text{caminhão}} + m_{\text{tijolos}} = 10000 + 10000 \cdot 2 \Rightarrow m_{\text{bruta}} = 30000 \text{ kg}$$

Considerando que a força média do freio seja a mesma, podemos determinar a intensidade máxima da velocidade do caminhão também pelo teorema do impulso:

$$\begin{aligned} I = \Delta p &\Rightarrow F_m \cdot \Delta t = p - p_0 \Rightarrow F_m \cdot \Delta t = m \cdot v - m \cdot v_0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -122466,7 \cdot 3 = 30000 \cdot 0 - 30000 \cdot v \Rightarrow \\ &\Rightarrow -367400,1 = -30000 \cdot v \Rightarrow v \cong 12,25 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Para expressar o valor da velocidade obtida em km/h, devemos multiplicá-lo por 3,6, obtendo, assim, 44,1 km/h.

Dessa forma, baseando-se no teorema do impulso, é possível apresentar uma importante informação ao seu cliente, proprietário da indústria de cerâmica, e aos motoristas dos caminhões de entrega: um aumento da carga levada pelos caminhões exige que a velocidade máxima a ser desenvolvida seja reduzida, garantindo uma frenagem segura, quando necessário, e parando o caminhão em 3 s, conforme recomendado.

Seu cliente novamente fica satisfeito com o serviço prestado, pois cada detalhe está sendo devidamente pensado visando à melhoria na produção das peças pela indústria, eficiência no setor de carga dos caminhões de entrega e descarga no local de venda, sempre visando à redução de custos. Além disso, recomendações de segurança também são feitas, pensando na segurança dos funcionários e na realização de um transporte de carga seguro e eficiente.

O serviço de automação foi executado com sucesso!

## Avançando na prática

### Equipamentos de segurança para prática de rapel

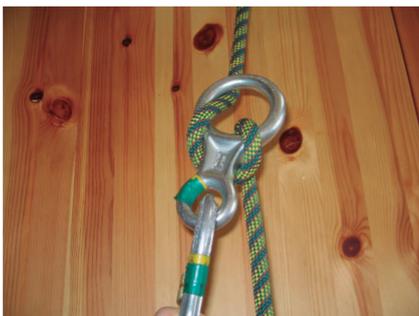
#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha em uma cooperativa de grãos, no setor de manutenção de silos. Em sua rotina de trabalho, é comum a prática de rapel pelas paredes internas do silo para fazer reparos, manutenções e verificações dos equipamentos que regulam a umidade e a temperatura dentro do silo, garantindo a boa conservação dos grãos ali armazenados.

Rapel é uma descida na vertical utilizando cordas presas ao corpo e outros dispositivos para controle do deslizamento da corda. Um dos equipamentos utilizados é o freio oito, mostrado na Figura 2.24, com função de travar a corda ou deixá-la correr, de acordo com o controle da pessoa.

Em um dia de prática de rapel, você deve passar pelo setor de equipamentos e escolher quais são os equipamentos mais indicados, visando sua segurança. Após colocar os itens de segurança, você sobe em uma balança e verifica que sua massa é de 82 kg. Para a escolha do freio oito, é preciso verificar sua capacidade de carga, que pode variar entre 18 kN e 50 kN.

**Figura 2.24** | Freio oito utilizado em escaladas e descidas de rapel



Fonte: <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10542219>>. Acesso em: 25 jan. 2018.

A recomendação é considerar um possível acidente, quando seu corpo cairá em queda livre por no máximo 0,5 s, e o freio oito irá pará-lo em 0,02 s. Dessa maneira, qual a capacidade de carga mínima de freio oito que você deve escolher?

### Resolução da situação-problema

Considerando  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , após uma queda livre de 0,5 s a partir do repouso, a intensidade da velocidade vertical para baixo é dada por:  $v = v_0 + g \cdot t \Rightarrow v = 0 + 9,8 \cdot 0,5 \Rightarrow v = 4,9 \text{ m/s}$ .

A força resultante vertical para cima sobre você pode ser determinada pelo teorema do impulso:

$$\begin{aligned} I_R &= \Delta p = p - p_0 \Rightarrow F_R \cdot \Delta t = m \cdot v - m \cdot v_0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_R \cdot 0,02 = 82 \cdot 4,9 - 82 \cdot 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_R \cdot 0,02 = 401,8 \Rightarrow F_R = 20090 \text{ N} \end{aligned}$$

A força peso vertical para baixo sobre você será de:  
 $P = m \cdot g = 82 \cdot 9,8 = 803,6 \text{ N}$ .

Para que a força resultante para cima seja de 20090 N, a força aplicada pelo freio oito, vertical para cima, tem intensidade dada por:

$$\begin{aligned} F_R &= F_{\text{oito}} - P \Rightarrow 20090 = F_{\text{oito}} - 803,6 \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{\text{oito}} &= 20893,6 \text{ N} \cong 21 \text{ kN}. \end{aligned}$$

Logo, o freio oito a ser escolhido deve ter carga mínima de 21 kN. Você, então, opta por um freio oito de capacidade de carga acima deste valor.

Esses cálculos e previsões são essenciais para seu trabalho e devem ser feitos com cuidado, garantindo o exercício de sua profissão com segurança.

## Faça valer a pena

**1.** Um veículo com massa total de 4000 kg está trafegando em uma via retilínea com velocidade constante de 108 km/h, quando um evento repentino faz com que o motorista acione rapidamente os freios, parando o veículo em 2,5 s.

Com base nessas informações, analise as seguintes sentenças:

- I. O momento linear inicial do veículo tinha intensidade de **432000 kg·m/s**.
- II. A força média exercida pelos freios tem módulo 48 kN.
- III. O impulso da força dos freios tem módulo **172800 N·s**.
- IV. A energia dissipada pelos freios foi de 1800 kJ.

Assinale a alternativa que apresenta apenas sentenças corretas:

- a) Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas II, III e IV estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas I e IV estão corretas.

**2.** Em uma ferrovia, uma forma de conectar dois vagões de uma composição férrea é lançando um contra o outro, para que eles se acoplem. Em uma ação como essa, um vagão A, de 12000 kg, foi lançado com velocidade de 8 m/s contra um vagão B, de 10000 kg, que estava em

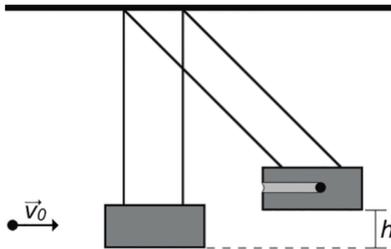
repouso. Após a colisão, desconsiderando a ação de forças dissipativas, os vagões se acoplam e se movem juntos. O sentido do movimento é \_\_\_\_\_ sentido do movimento inicial do vagão A, com velocidade de aproximadamente \_\_\_\_\_.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas:

- a) oposto ao; 6,25 m/s.
- b) o mesmo; 4,67 m/s.
- c) oposto ao; 5,64 m/s.
- d) o mesmo; 5,36 m/s.
- e) o mesmo; 4,36 m/s.

**3.** Pêndulo balístico é um equipamento utilizado para estimar a velocidade de projéteis. Ele é composto por um objeto, como, por exemplo, um bloco de madeira, suspenso por um fio vertical. Contra este objeto, é feito um disparo de um projétil que o perfura, ficando alojado em seu interior. Devido ao impacto, o pêndulo oscila, atingindo determinada altura  $h$  em relação à sua posição, conforme representado na Figura 2.25.

**Figura 2.25** | Pêndulo balístico antes e depois do impacto de um projétil



Fonte: elaborada pelo autor.

Considere que um pêndulo balístico é composto por um rígido bloco de madeira de 6 kg, e contra ele é disparado um projétil de 9 g, que fica alojado na madeira, em uma interação em que atuam apenas forças internas. Após a colisão, o pêndulo oscila, deslocando verticalmente o bloco uma distância  $h$  igual a 4 cm em relação ao nível inicial, em um sistema conservativo.

De acordo com os dados obtidos do teste, qual seria a intensidade estimada da velocidade de disparo do projétil?

- a) 635,36 km/h.
- b) 915,24 km/h.
- c) 1216,08 m/s.
- d) 587,55 m/s.
- e) 1628,47 km/h.

# Referências

CAPRIOLI, L. **Quadrante Física**. São Paulo: Edições SM, 2016. v. 1. (Coleção Quadrante Física).

GRF – Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. **Física 1: Mecânica**. 7. ed. São Paulo: Edusp, 2002.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física: Mecânica**. 10. ed. Tradução e revisão de Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 1. (Coleção Fundamentos de Física).

HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 12. ed. Tradução de Trieste Freire Ricci. Revisão técnica de Maria Helena Gravina. Porto Alegre: Bookman, 2015.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros: Mecânica, oscilações e ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Tradução de Paulo Machado Mors. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1. (Coleção Física para cientistas e engenheiros).



# Fluidos e termodinâmica

## Convite ao estudo

Seja bem-vindo à terceira unidade da disciplina, com o tema Fluidos e Termodinâmica. Nas duas primeiras unidades, estudamos a Mecânica, tratando primeiramente da Cinemática e, depois, da Dinâmica. Isso é comumente feito porque na Mecânica há definições básicas úteis também para outras áreas de estudo, como veremos nesta unidade.

Para se orientar sobre o que estudaremos agora, pense em possíveis respostas para algumas questões, como: por que podemos tomar uma bebida utilizando um canudo? Por que quando se retira o ar de dentro de uma garrafa plástica ela amassa? Como um macaco hidráulico é capaz de elevar um veículo para troca de pneu? Por que temos a sensação de que um corpo está “mais leve” dentro da água? Por que um eletrodoméstico emite estalos quando passa um intervalo de tempo ligado? Por que a água congela quando colocada no congelador e ferve quando colocada em um recipiente levado ao fogo? Por que um motor a combustão necessita de um sistema de refrigeração? Essas questões representam, de forma simplificada, o que será abordado nas três seções desta unidade.

Na primeira seção, estudaremos o conceito de pressão e como pode ser expandido para os fluidos em repouso. Verificaremos o Princípio de Pascal, relacionado aos elevadores hidráulicos, e o Princípio de Arquimedes, que define uma força denominada empuxo, relacionada às condições para um corpo flutuar ou afundar quando envolvido por um fluido.

Na segunda e terceira seções, abordaremos assuntos relacionados à Termodinâmica. Iniciaremos com a grandeza temperatura na segunda seção, tratando das suas unidades de

medida e o efeito de sua variação na matéria. A terceira seção trará o conceito de calor, analisando as condições para a troca espontânea dessa forma de energia e os efeitos causados quando se ganha ou perde calor. Nela, estudaremos também as leis da Termodinâmica e a aplicação dos conceitos vistos nas máquinas térmicas.

Para esses estudos, convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma indústria, no setor de funcionamento e manutenção da caldeira a óleo, que produz vapor pelo aquecimento da água em seu interior. Em um primeiro momento, você deverá avaliar a forma correta de fazer o controle e a verificação de algumas variáveis, como pressão e temperatura, um procedimento essencial, pois erros podem causar danos e graves acidentes. Em seguida, será necessária uma verificação da água utilizada na caldeira, pois alguns contaminantes existentes podem causar danos, como incrustações e corrosões, que prejudicam as trocas de calor e interferem de forma perigosa nas variáveis que devem ser controladas.

Após as verificações anteriores, será o momento de fazer um levantamento do custo/benefício de outros combustíveis comumente utilizados em caldeiras, como óleo, madeira, gás natural, para considerar a possibilidade de substituição de um combustível por outro.

Os conceitos estudados na unidade serão úteis para a análise desse contexto.

# Seção 3.1

## Pressão

### Diálogo aberto

Iniciaremos a terceira unidade pelo estudo dos fluidos em repouso, uma área da Física conhecida como hidrostática. Apresentaremos, primeiramente, a definição de fluido como substância capaz de fluir ou escoar. Assim, líquidos e gases são considerados fluidos, mesmo possuindo características e comportamentos distintos em algumas situações.

Dentre as propriedades de um fluido, veremos a pressão, uma grandeza física definida inicialmente para sólidos, que permite compreender por que uma faca afiada corta mais facilmente, por que agulhas e pregos têm pontas finas e por que esquis utilizados na neve devem possuir superfícies largas. Após essa apresentação, expandiremos os conceitos para fluidos, avaliando quais características devem ser destacadas.

O estudo da pressão em fluidos está intimamente relacionado com nossa vida, pois vivemos submersos em fluidos, ou seja, os gases que formam a atmosfera, exercendo uma pressão atmosférica ao nosso redor essencial para a vida.

Na sequência dos fluidos, conheceremos o Princípio de Pascal, relacionado aos elevadores hidráulicos, e o Princípio de Arquimedes, que define uma força denominada empuxo, referente às condições para um corpo flutuar ou afundar quando envolvido por um fluido, descrevendo, por exemplo, como um navio pode flutuar mesmo possuindo grande massa.

Para estudar os fluidos, lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma indústria, no setor de funcionamento e manutenção da caldeira a óleo. O controle constante de algumas variáveis, como pressão e temperatura, é essencial, pois erros podem causar danos e graves acidentes.

A pressão é uma das variáveis importantes que devem ser controladas em uma caldeira, e suas pressões mínima e máxima dependem da pressão externa da caldeira no local onde está instalada, ou seja, depende da pressão atmosférica. De acordo com instruções do fabricante, um funcionamento seguro dessa caldeira deve ocorrer com uma pressão interna entre 18 e 20 vezes a pressão atmosférica.

Para verificar a pressão atmosférica em seu local de trabalho, foi colocado um barômetro de mercúrio próximo à caldeira, que está indicando 73 cm de altura para a coluna de mercúrio. Já o medidor de pressão instalado na caldeira indica valores na unidade de medida *bar*. Para quais valores indicados por esse medidor o funcionamento da caldeira é seguro?

Veja que, para exercer sua função, é necessário conhecer um barômetro de mercúrio e como interpretar o valor indicado por ele, ou seja, entender por que uma coluna de fluido, no caso mercúrio, pode ser utilizada para medir a pressão atmosférica. É importante também conhecer outras unidades de medidas, para determinar qual intervalo de pressão é seguro durante o funcionamento da caldeira.

Vamos iniciar a seção para saber de que forma os assuntos estudados podem ser úteis nessa atividade profissional.

## Não pode faltar

Nas duas unidades anteriores, estudamos a Mecânica. É importante destacar que os conceitos tratados não são aplicados apenas aos sólidos, mas também aos líquidos e gases, denominados **fluidos**.

Sólido é uma fase da matéria que possui forma fixa, devido à ligação química entre os átomos ou as moléculas que o compõem. Esses átomos ou moléculas são comumente chamados de partículas, termo que representa de forma geral as pequenas estruturas que formam a matéria. No caso dos sólidos, a distribuição de partículas é rígida e estruturada, sendo capaz de resistir às forças externas à sua superfície, até o limite de deformação ou ruptura.

Fluido, diferentemente de um sólido, é uma substância que pode escoar, logo não possui forma fixa, moldando-se de acordo com

o recipiente que o contém. As partículas que formam líquidos e gases têm mais liberdade de movimento, comparando-se com as do sólido, não resistindo, assim, a forças externas à sua superfície.

Mesmo sendo fluidos, a fase líquida e a fase gasosa são distintas, já que nos líquidos as partículas estão mais próximas e, por consequência, mais ligadas, resistindo às forças de compressão, mantendo, assim, seu volume. Essa propriedade dos líquidos é chamada incompressibilidade, e não é observada na fase gasosa, pois, quando um gás é comprimido, sem mudança de fase, seu volume é reduzido.



### Assimile

De forma resumida, podemos dizer que a fase sólida é caracterizada por forma e volume definidos; a fase líquida é caracterizada por apenas volume definido; a fase gasosa não possui nem forma nem volume definidos. Em razão da capacidade de escoamento, líquidos e gases são denominados fluidos.

O estudo dos fluidos exige que conheçamos algumas de suas propriedades, entre elas:

**Densidade** ( $\rho$ ), que corresponde à quantidade de massa ( $m$ ) em determinado volume ( $V$ ), seja este do corpo (nos sólidos), do líquido ou do recipiente (nos gases).

$$\rho = \frac{m}{V}$$

No SI, a unidade de medida de densidade é o quilograma por metro cúbico ( $\text{kg/m}^3$ ). Outras unidades utilizadas são o grama por centímetro cúbico ( $\text{g/cm}^3$ ) e o quilograma por litro ( $\text{kg/L}$ ).

Para verificar a relação entre as unidades de medida de densidade, vamos utilizar como exemplo a água, que tem densidade  $1 \text{ kg/L}$ . Para expressar esse valor em unidades do SI, devemos transformar a unidade de volume de litro em metro cúbico:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ m}^3 \rightarrow 1000 \text{ L} \\ V \rightarrow 1 \text{ L} \end{array} \quad V = \frac{1}{1000} = 0,001 \text{ m}^3 \Rightarrow V = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

A densidade da água, expressa no SI, é dada por:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ L}} = \frac{1 \text{ kg}}{10^{-3} \text{ m}^3} \Rightarrow d = 1000 \text{ kg/m}^3.$$

Para expressar essa densidade em  $\text{g/cm}^3$ , devemos lembrar que  $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ . Além disso, devemos transformar  $\text{m}^3$  em  $\text{cm}^3$ :

$$V = 1 \text{ m}^3 = (100 \text{ cm})^3 \Rightarrow V = 1000000 \text{ cm}^3 = 1 \cdot 10^6 \text{ cm}^3.$$

Então, para a densidade da água, temos:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = \frac{1000000 \text{ g}}{1 \cdot 10^6 \text{ cm}^3} \Rightarrow d = 1 \text{ g/cm}^3.$$

Como  $1 \text{ cm}^3$  é o mesmo que  $1 \text{ mL}$  (mililitro), a densidade da água é de  $1 \text{ g}$  a cada  $\text{mL}$ .

## Pressão

É uma grandeza física determinada pela relação entre uma força aplicada perpendicularmente a uma superfície e a área dessa superfície.

$$p = \frac{F}{A}$$

Trata-se de uma grandeza escalar cuja unidade de medida, no SI, é o newton por metro quadrado ( $\text{N/m}^2$ ). Essa unidade foi denominada pascal (Pa), em homenagem ao francês Blaise Pascal (1623-1662), por suas contribuições.

Esse conceito é aplicado em todas as fases da matéria, explicando, por exemplo, por que afiamos uma faca quando desejamos que corte mais facilmente. No caso, afiar é reduzir a área de ação da força, obtendo, assim, uma pressão maior, mesmo com a aplicação de uma força de pouca intensidade. Pelo mesmo motivo, pregos e agulhas têm extremidades pontiagudas, já que essas áreas pequenas geram maior pressão.

Veja a seguir outras duas unidades de medida usuais de pressão: *bar* e *psi*.

- *bar*: unidade de medida de pressão quando a força é expressa em quilograma-força e a área, em centímetro quadrado ( $1 \text{ bar} = 1 \text{ kgf/cm}^2$ ). Sendo  $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$ , a relação entre *bar* e pascal é definida da seguinte forma:

$$1 \text{ bar} = \frac{1 \text{ kgf}}{1 \text{ cm}^2} = \frac{10 \text{ N}}{(0,01 \text{ m})^2} = 1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

- *psi* (*pound per square inch*, ou libra por polegada quadrada): unidade de medida de pressão quando a força é expressa em libra (lb) e a área, em polegada quadrada ( $\text{in}^2$ ). Sendo  $1 \text{ lb} = 4,448 \text{ N}$  e  $1 \text{ in} = 0,0254 \text{ m}$ , a relação entre psi e pascal é:

$$1 \text{ psi} = \frac{1 \text{ lb}}{1 \text{ in}^2} = \frac{4,448 \text{ N}}{(0,0254 \text{ m})^2} \cong 6894,4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow 1 \text{ psi} \cong 6894,4 \text{ Pa.}$$

Além de pascal, *bar* e *psi*, temos ainda as unidades de medida atmosfera (*atm*) e milímetro de mercúrio (*mmHg*), que definiremos a seguir.

Tratando-se de estudo da pressão exercida por fluidos, devemos destacar que vivemos envolvidos pelos gases que compõem a atmosfera, essenciais para a vida na Terra. Esses gases permanecem próximos ao planeta, devido à atração gravitacional, ou seja, existe uma força peso sobre essa massa gasosa que atua sobre a superfície de todo planeta, causando, assim, a chamada **pressão atmosférica**, bem descrita pela unidade de medida atmosfera (*atm*).

A concentração de gases varia de acordo com a altitude, de forma que a pressão atmosférica ao nível do mar foi convencionalizada como  $1 \text{ atm}$ .

Estima-se que ao nível do mar, sobre uma área de  $1 \text{ m}^2$ , exista uma coluna de gases com cerca de  $10.000 \text{ kg}$  de massa, logo a pressão atmosférica de  $1 \text{ atm}$  é definida como a força peso dessa coluna de ar sobre essa área (como são cálculos estimados, vamos considerar  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ):

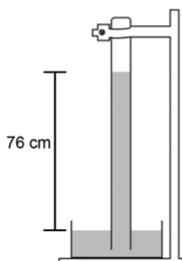
$$\begin{aligned} p &= \frac{F}{A} \Rightarrow 1 \text{ atm} = \frac{P_{\text{gases}}}{A} = \frac{(m_{\text{gases}} \cdot g)}{A} = \\ &= \frac{(10000 \cdot 10) \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = 1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow 1 \text{ atm} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa.} \end{aligned}$$

Veja que se for considerada uma área do planeta de  $1 \text{ cm}^2$ , ao nível do mar, teremos uma coluna de ar de  $1 \text{ kg}$  sobre ela, com uma força peso de  $10 \text{ N}$ , ou  $1 \text{ kgf}$ . Assim, as unidades de medida *atm* e *bar* são equivalentes:

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow 1 \text{ atm} = \frac{1 \text{ kgf}}{1 \text{ cm}^2} = 1 \text{ bar} \Rightarrow 1 \text{ atm} = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Uma das principais investigações da pressão atmosférica foi feita pelo italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), em 1643. Em uma prática simples ao nível do mar, Torricelli encheu um tubo com mercúrio (símbolo Hg), tampou a extremidade aberta e a mergulhou em uma tigela também com mercúrio. Ao abrir o tubo, ele percebeu que a altura da coluna de mercúrio estabilizou com  $76 \text{ cm}$  de altura em relação ao nível do mercúrio na tigela, como ilustrado na Figura 3.1. Essa montagem ficou conhecida como barômetro de mercúrio e tornou-se um instrumento medidor de pressão.

**Figura 3.1** | Barômetro de mercúrio



Fonte: elaborada pelo autor.

Para o mercúrio escoar do tubo, é necessário elevar o nível de mercúrio da tigela contra a pressão atmosférica. Logo, a pressão atmosférica é capaz de equilibrar uma coluna de mercúrio de  $76 \text{ cm}$  de altura, ou  $760 \text{ mm}$ . Essa investigação gerou uma nova unidade de medida de pressão, o milímetro de mercúrio (*mmHg*).

$$1 \text{ atm} = 1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ mmHg}$$



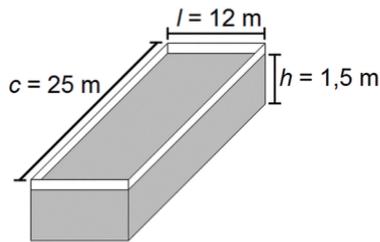
**Refleta**

O que ocorreria com a coluna de mercúrio se o barômetro fosse levado a uma cidade com altitude maior do que o nível do mar?

A pressão é uma grandeza física com explicações microscópicas. No caso de fluidos, suas partículas têm maiores graus de liberdade e apresentam um movimento contínuo e desordenado. Dessa forma, quando aprisionado, as partículas de um fluido colidem constantemente umas com as outras e com o recipiente, e a soma de todas essas colisões resulta na pressão exercida pelo fluido. Logo, um corpo submerso em um fluido, como estamos envolvidos pelos gases da atmosfera, fica sujeito à pressão por todos os lados.

Uma importante constatação acerca da pressão exercida por fluidos é a de que não depende do volume do fluido.

**Figura 3.2** | Representação de uma piscina



Fonte: elaborada pelo autor.

Para compreender essa ideia, considere uma piscina com  $25 \text{ m}$  de comprimento ( $c$ ),  $12$  de largura ( $l$ ) e  $1,5$  de altura ( $h$ ), ilustrada na Figura 3.2. A pressão que a água exerce no fundo da piscina é devida à força peso da massa de água sobre a área do fundo da piscina.

Pela relação da densidade, temos:  $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$ .

O volume de água é dado por  $V = c \cdot l \cdot h$  e a área do fundo da piscina é dada por  $A = c \cdot l$ . Logo, podemos escrever a pressão da água no fundo da piscina da seguinte forma.

$$\rho = \frac{F}{A} = \frac{P_{\text{água}}}{A} = \frac{m_{\text{água}} \cdot g}{A} = \frac{\rho_{\text{água}} \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho_{\text{água}} \cdot (c \cdot l \cdot h) \cdot g}{(c \cdot l)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{água}} = \rho_{\text{água}} \cdot g \cdot h.$$

Essa conclusão é conhecida como Princípio de Stevin, pois foi obtida por Simon Stevin (1548-1620), físico, matemático e engenheiro nascido em uma região da atual Bélgica.



A pressão exercida por um fluido em certo ponto de seu interior não depende do seu volume, mas apenas da altura do fluido sobre esse ponto, de forma que pontos de mesma altura em fluido estão submetidos à mesma pressão.

Sendo  $\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $h = 1,5 \text{ m}$ :

$$p_{\text{água}} = \rho_{\text{água}} \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 10 \cdot 1,5 \Rightarrow p_{\text{água}} = 15000 \text{ Pa.}$$

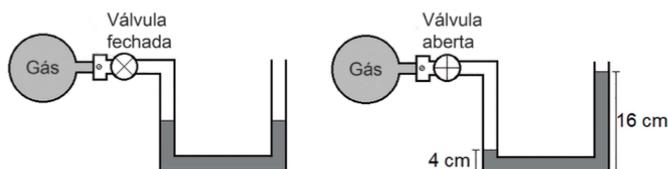
Para determinar a pressão total no fundo da piscina, não devemos esquecer que sobre essa área existem uma coluna de água e uma coluna de ar. Ao nível do mar, por exemplo, onde  $p_{\text{atm}} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , a pressão total no fundo da piscina é dada por:

$$p_{\text{total}} = p_{\text{atm}} + p_{\text{água}} = 1 \cdot 10^5 + 15000 = 1 \cdot 10^5 + 0,15 \cdot 10^5 \Rightarrow \\ \Rightarrow p_{\text{total}} = 1,15 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$



Manômetro de mercúrio é um instrumento utilizado para medir pressão. De forma resumida, é composto de um tubo em forma de "U", contendo um fluido, geralmente mercúrio. Uma das extremidades do manômetro é conectada no local onde a pressão deve ser medida, para, então, verificar o efeito causado no fluido. A Figura 3.3 representa o manômetro conectado a um recipiente contendo gás, e, ao abrir a válvula, o equilíbrio ocorre.

**Figura 3.3** | Manômetro de mercúrio, com a válvula fechada e com a válvula aberta, medindo a pressão de um gás confinado



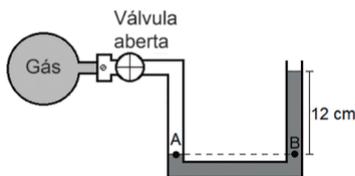
Fonte: elaborada pelo autor.

Sendo a pressão atmosférica igual a  $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , qual é a pressão exercida pelo gás em pascal?

## Resolução

Ao abrir a válvula, a pressão do gás passou a agir sobre a superfície do fluido em um dos tubos, causando um desnivelamento em relação ao outro tubo, aberto para a atmosfera. Como pontos de mesma altura de um fluido são pontos de mesma pressão, a pressão do gás sobre a superfície do fluido (ponto *A*) é igual à pressão exercida por um ponto de mesma altura no outro tubo (ponto *B*), como mostra a Figura 3.4.

Figura 3.4 | Análise da pressão de um gás por um manômetro de mercúrio



Fonte: elaborada pelo autor.

O ponto *A* está sob ação da pressão do gás e o ponto *B*, sob ação da pressão de 120 *mmHg* de mercúrio e da pressão atmosférica, que vale 760 *mmHg*:

$$\begin{aligned} p_A &= p_B \Rightarrow \\ \Rightarrow p_{\text{gás}} &= p_{\text{atm}} + p_{\text{Hg}} = 760 + 120 \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_{\text{gás}} = 880 \text{ mmHg} \end{aligned}$$

A pressão do gás de 880 *mmHg* pode ser expressa em pascal pela seguinte regra de três simples.

$$\begin{aligned} 760 \text{ mmHg} &\rightarrow 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 880 \text{ mmHg} &\rightarrow p_{\text{gás}} \\ \Rightarrow p_{\text{gás}} &\cong 1,16 \cdot 10^5 \text{ Pa}. \end{aligned} \quad p_{\text{gás}} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 880}{760} \Rightarrow$$

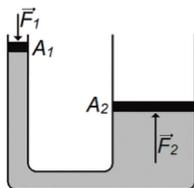
## Princípio de Pascal

Em seus estudos sobre pressão em fluidos em repouso, o francês Blaise Pascal (1623-1662) verificou que uma variação de pressão em um local de um fluido em repouso transmite-se integralmente a todo o fluido, afirmação essa conhecida como **Princípio de Pascal**.

Esse princípio possibilitou o surgimento de elevadores hidráulicos, pois uma variação de pressão causada por uma força em uma pequena área é transmitida pelo fluido a outro local de área maior, resultando,

assim, em uma força também maior. Veja como exemplo a Figura 3.5, que representa de forma simplificada um elevador hidráulico.

Figura 3.5 | Elevador hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Considere um recipiente em formato de "U", contendo um fluido perfeitamente vedado por duas tampas móveis, chamadas êmbolos, de massas desprezíveis. Os êmbolos vedam tubos de áreas diferentes, sendo  $A_1 < A_2$ .

De acordo com o Princípio de Pascal, uma força  $\vec{F}_1$  aplicada sobre o êmbolo de área  $A_1$  causa uma variação de pressão transmitida a todo fluido, exercendo, então, uma força  $\vec{F}_2$  no êmbolo de área  $A_2$ , em sentido oposto a  $\vec{F}_1$ , de forma que:  $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ .



### Exemplificando

Em um elevador hidráulico de oficina mecânica, um motor exerce uma força em um êmbolo de formato circular com 5 cm de raio, que comprime um fluido até a outra extremidade vedada por um êmbolo também com formato circular de raio 1,2 m. Acima desse êmbolo maior existe uma plataforma de 40 kg onde os veículos são estacionados. Qual deve ser a intensidade da força imposta pelo motor para elevar um veículo de 3.200 kg com velocidade constante?

#### Resolução

A massa total a ser elevada será de:  $m = 3200 + 40 = 3240$  kg. Para que o veículo seja elevado com velocidade constante, a força a ser aplicada no êmbolo maior deve ter mesma intensidade da força peso dessa massa total. Considerando  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> e sendo a área do círculo  $A = \pi \cdot R^2$ , temos:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{\pi \cdot R_1^2} = \frac{P}{\pi \cdot R_2^2} \Rightarrow \frac{F_1}{(5)^2} = \frac{3240 \cdot 10}{(120)^2} \Rightarrow F_1 = 56,25 \text{ N.}$$

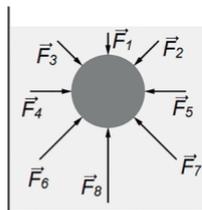
Nesse exemplo, veja que, no elevador hidráulico descrito, é possível elevar  $3.240\text{ kg}$ , com uma força de intensidade para elevar cerca de  $5,6\text{ kg}$ .

### Princípio de Arquimedes

Você já percebeu que segurar objetos quando estamos dentro da água parece mais fácil, pois o objeto se torna aparentemente mais leve. Isso é apenas uma impressão, uma vez que o fato de mergulharmos algo na água não altera sua massa, de maneira que, conseqüentemente, sua força peso será a mesma. Nesse caso, surge uma força exercida pelo fluido no objeto, denominada **empuxo** ( $\vec{E}$ ), que nos ajuda a sustentar o objeto.

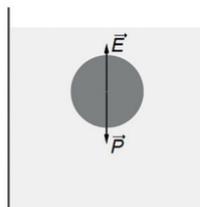
Como já vimos, a pressão em um fluido surge porque suas partículas estão em constante movimentação. Essas partículas colidem constantemente com um corpo submerso no fluido, o que gera uma pressão sobre o corpo. Com o aumento da profundidade, a pressão exercida pelo fluido sobre a área do corpo será maior, causando, assim, forças também de intensidades maiores. Da ação dessas forças, surge uma força resultante vertical para cima, chamada empuxo, como mostram as Figuras 3.6 e 3.7.

**Figura 3.6** | Representação de algumas forças que atuam em um corpo mergulhado na água, devido à pressão exercida pelo fluido (a força peso não está representada)



Fonte: elaborada pelo autor.

**Figura 3.7** | Empuxo atuando no corpo, força resultante devido às diferentes pressões exercidas pela água. A força peso foi incluída nesta figura



Fonte: elaborada pelo autor.

Credita-se ao grego Arquimedes (287-212 a.C.) os primeiros estudos de empuxo.

Sempre que mergulharmos um corpo totalmente na água, veremos o nível da água aumentar uma quantidade igual ao volume do corpo mergulhado. Essa quantidade é chamada volume deslocado ( $V_d$ ) e relaciona-se com a massa de fluido deslocado ( $m_d$ ) pela densidade do fluido:

$$\rho_{\text{fluido}} = \frac{m_d}{V_d} \Rightarrow m_d = \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d.$$

De acordo com o **Princípio de Arquimedes**, quando um corpo está total ou parcialmente submerso em um fluido, recebe ação da força de empuxo para cima com intensidade igual à força peso do fluido deslocado:

$$E = P_d \Rightarrow E = m_d \cdot g \Rightarrow E = \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d \cdot g.$$

Assim, podemos verificar se um corpo flutua ou afunda em um fluido, analisando a intensidade da força peso e do empuxo sobre ele, conforme mostrado na Figura 3.7.

• **Afundar**: o corpo afunda totalmente quando  $P > E$ ; o volume deslocado ( $V_d$ ) será o volume do corpo ( $V$ ):

$$\begin{aligned} P_{\text{corpo}} > E &\Rightarrow m_{\text{corpo}} \cdot g > \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_{\text{corpo}} \cdot V \cdot g > \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d \cdot g \Rightarrow \rho_{\text{corpo}} > \rho_{\text{fluido}}. \end{aligned}$$

Veja que um corpo afunda em fluido quando sua densidade é maior do que a do fluido. Uma moeda de cobre, por exemplo, afunda na água, pois sua densidade é  $8,89 \text{ g/cm}^3$  e a da água é  $1 \text{ g/cm}^3$ .

• **Flutuar**: o corpo flutua quando  $P = E$ ; o volume deslocado ( $V_d$ ) será menor do que o volume do corpo ( $V$ ):

$$P_{\text{corpo}} = E \Rightarrow m_{\text{corpo}} \cdot g = \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d \cdot g \Rightarrow \rho_{\text{corpo}} \cdot V = \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d.$$

Veja que a proporção do volume do corpo que fica submerso, ou seja, que desloca o fluido, dependerá da proporção entre as densidades do corpo e do fluido.



## Exemplificando

Quando um brinquedo de plástico foi mantido submerso na água de um recipiente, notou-se que o nível do recipiente aumentou  $400 \text{ mL}$ . Ao ser solto, o brinquedo emergiu, e ao atingir o equilíbrio, o nível do recipiente reduziu  $80 \text{ mL}$ . Se a densidade da água é  $1 \text{ g/cm}^3$ , qual é a densidade do material com que o brinquedo é feito?

### Resolução

Quando esteve submerso, o volume deslocado no recipiente foi de  $400 \text{ mL}$ , sendo esse o volume do brinquedo. Quando ele emergiu e atingiu o equilíbrio, o volume deslocado reduziu  $80 \text{ mL}$  e passou a ser  $320 \text{ mL}$ . Nessa situação, a força peso e o empuxo sobre o brinquedo possuem a mesma intensidade.

$$\begin{aligned} P_{\text{corpo}} = E &\Rightarrow m_{\text{corpo}} \cdot g = \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_{\text{corpo}} \cdot V = \rho_{\text{fluido}} \cdot V_d \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_{\text{corpo}} \cdot 400 = 1 \cdot 320 \Rightarrow \rho_{\text{corpo}} = 0,8 \text{ g/cm}^3 \end{aligned}$$

Nesse exemplo, veja que o volume deslocado de fluido no equilíbrio ( $320 \text{ mL}$ ) é 80% do volume total do brinquedo ( $400 \text{ mL}$ ), sendo esta também a proporção entre as densidades.



## Pesquise mais

Para mais informações sobre fluidos, pressão e outros aspectos da hidrostática, assista à videoaula do professor Peter Schulz, do Instituto de Física Gleb Wataghin, da Unicamp:

UNIVESP. Cursos Unicamp: Física Geral II – Fluidos – Parte I. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=hi2ORXrJk6k>>. Acesso em: 5 fev. 2018 (vídeo do YouTube).

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma indústria, no setor de funcionamento e manutenção da caldeira a óleo.

Caldeiras, como as mostradas na Figura 3.8, são também chamadas de geradores de vapor, cuja função é basicamente a

produção de vapor pelo aquecimento da água em seu interior a partir de uma fonte geradora de calor, neste caso, queima de óleo.

**Figura 3.8** | Caldeiras industriais



Fonte: <[www.istockphoto.com/br/foto/ind%C3%BAstria-caldeira-queimador-a-g%C3%A1s-gm505517800-83318367](http://www.istockphoto.com/br/foto/ind%C3%BAstria-caldeira-queimador-a-g%C3%A1s-gm505517800-83318367)>. Acesso em: 5 fev. 2018.

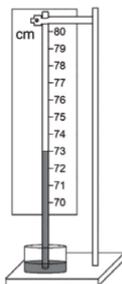
O controle constante de algumas variáveis, como pressão, temperatura e calor, é essencial, pois erros podem causar danos e graves acidentes. A pressão, por exemplo, é uma variável importante, e seus valores máximo e mínimo dependem do local onde a caldeira está sendo utilizada, devido à influência de fatores externos, ou seja, um bom funcionamento da caldeira depende do equilíbrio entre sua pressão interna e a pressão atmosférica.

De acordo com instruções do fabricante, um funcionamento seguro dessa caldeira deve ocorrer com uma pressão interna entre 18 e 20 vezes a pressão atmosférica.

Para determinar a pressão no local onde está a caldeira, colocou-se próximo a ela um barômetro de mercúrio, que está estabilizado, conforme mostra a Figura 3.9.

Porém, o medidor de pressão instalado na caldeira indica valores na unidade de medida *bar*.

**Figura 3.9** | Barômetro de mercúrio no local onde a caldeira está sendo utilizada



Fonte: elaborada pelo autor.

Assim, é necessário fazer uma interpretação do valor indicado pelo barômetro de mercúrio para verificar qual é a pressão atmosférica local na unidade de medida *bar*, para, então, analisar os valores mínimo e máximo que merecem atenção.

Para o local onde a caldeira está sendo utilizada, o barômetro de mercúrio está estabilizado com uma coluna de mercúrio de 73 *cm* de altura. De acordo com sua interpretação, esse equilíbrio ocorre entre a pressão exercida pela coluna de mercúrio e a pressão atmosférica na superfície aberta do mercúrio. Logo, a pressão atmosférica ( $p_{\text{atm}}$ ) no local vale 73 *cmHg* ou 730 *mmHg*:

$$p_{\text{atm}} = 730 \text{ mmHg}$$

Para fazer as transformações necessárias, devemos lembrar que, caso esse barômetro de mercúrio seja levado ao nível do mar, onde a pressão atmosférica foi convencionada como 1 *atm*, a coluna de mercúrio se estabilizaria com 76 *cm* de altura, de forma que:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

Conforme definimos nos estudos desta seção, **1 atm = 1 bar**, portanto, para o local, a pressão atmosférica pode ser expressa em *bar* pela seguinte regra de três simples.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ bar} \rightarrow 760 \text{ mmHg} \\ p_{\text{atm}} \rightarrow 730 \text{ mmHg} \end{array} \qquad p_{\text{atm}} = \frac{1 \cdot 730}{760} \Rightarrow p_{\text{atm}} \cong 0,96 \text{ bar}$$

Para verificar os valores do medidor da pressão que merecem atenção, recorre-se ao manual do fabricante, que orienta que a pressão interna da caldeira seja mantida entre 18 e 20 vezes a pressão atmosférica externa no local:

$$p_{\text{mínima}} = 18 \cdot p_{\text{atm}} = 18 \cdot 0,96 \Rightarrow p_{\text{min}} = 17,28 \text{ bar}$$

$$p_{\text{máxima}} = 20 \cdot p_{\text{atm}} = 20 \cdot 0,96 \Rightarrow p_{\text{máx}} = 19,20 \text{ bar}$$

Logo, o funcionamento da caldeira deve ocorrer entre 17,28 *bar* e 19,20 *bar*.

Após fazer essas definições, você elabora um informativo com esses valores e fixa próximo à caldeira, pois todos devem estar cientes dos valores seguros de funcionamento. Uma cópia também deve ser feita e anexada na prancheta de registros.

Os cuidados com a pressão de funcionamento de uma caldeira são essenciais, devido aos riscos de acidentes que esse equipamento pode proporcionar em caso de uso indevido.

## Avançando na prática

### Medidor de nível de água

#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha em uma empresa que presta serviços de manutenção e logística. Você foi designado responsável por uma equipe locada em um grande shopping da cidade. Cabe a você e sua equipe fazerem a contínua verificação e manutenção do shopping, garantindo, assim, o seu funcionamento seguro.

Uma das atividades é cuidar da reserva e do fornecimento de água. Esse sistema é composto de um grande reservatório externo, que abastece caixas-d'água espalhadas pelo shopping. Cada caixa-d'água tem formato cilíndrico com diâmetro de base igual a  $2,5\text{ m}$ . De acordo com o consumo médio diário, o volume de água em cada caixa deve ser mantido em torno de  $20.000\text{ L}$  de água, e caso o volume fique abaixo desse valor, é necessário iniciar o abastecimento da caixa-d'água acionando um motor.

Você e sua equipe estão verificando uma forma de medir o volume de água em cada caixa-d'água, acionando o motor automaticamente quando necessário. Qual seria uma estratégia que poderia ser realizada?

#### Resolução da situação-problema

Cada caixa-d'água tem formato cilíndrico, sendo sua base circular, com área dada por:  $A_{\text{base}} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 1,25^2 \Rightarrow A_{\text{base}} \cong 4,9\text{ m}^2$ .

O volume de cada caixa é dado pela área da base multiplicado pela altura de água ( $V_{\text{caixa}} = A_{\text{base}} \cdot h_{\text{água}}$ ). Para o volume mínimo desejado de  $20.000\text{ L}$ , ou  $20\text{ m}^3$ , a altura mínima da água na caixa deve valer:  $V_{\text{caixa}} = A_{\text{base}} \cdot h_{\text{água}} \Rightarrow 20 = 4,9 \cdot h_{\text{água}} \Rightarrow h_{\text{água}} \cong 4,1\text{ m}$ .

Como estudamos nesta seção, a pressão exercida por um fluido em um local depende apenas da altura do fluido sobre esse local. Portanto, uma maneira de medir o nível de água é instalando um medidor de pressão no fundo da caixa-d'água. Sendo  $\rho_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3$  e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a pressão referente apenas à coluna de  $4,1 \text{ m}$  de água no fundo da caixa é dada por:

$$p_{\text{água}} = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 10 \cdot 4,1 \Rightarrow p_{\text{água}} = 41000 \text{ Pa.}$$

Os medidores mais usuais para essa tarefa expressam valores em *bar*, sendo o valor mínimo indicado por ele dado por:

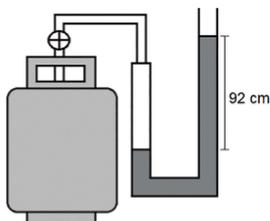
$$\begin{aligned} 1 \text{ bar} &\rightarrow 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ p_{\text{água}} &\rightarrow 41000 \text{ Pa} \end{aligned} \quad p_{\text{água}} = \frac{1 \cdot 41000}{1 \cdot 10^5} \Rightarrow p_{\text{água}} = 0,41 \text{ bar}$$

Perceba que o valor numérico da pressão expressa em *bar* ( $0,41 \text{ bar}$ ) indica a altura da coluna de água ( $4,1 \text{ m}$ ), sendo assim fácil a interpretação. Você e sua equipe instalam, então, um sistema eletrônico que faz a leitura da pressão indicada, e quando o valor é menor do que  $0,41 \text{ bar}$ , o sistema aciona o motor de abastecimento. Essa atitude causou grande satisfação a você e sua equipe, e a ideia foi reportada aos seus superiores para que avaliem a possibilidade de fazer o mesmo procedimento nos outros polos que são de responsabilidade da empresa.

## Faça valer a pena

**1.** Um manômetro de mercúrio será utilizado para medir a pressão de um botijão de gás butano, conhecido como gás de cozinha. Ao ser conectado no botijão e aberta a válvula, o manômetro estabilizou na forma mostrada na Figura 3.10.

**Figura 3.10** | Manômetro de mercúrio sendo utilizado para medir a pressão de um botijão com gás butano



Fonte: elaborada pelo autor.

A pressão exercida pelo butano dentro do botijão é de:

- a) 920 mmHg.
- b)  $1,21 \cdot 10^5$  Pa.
- c) 850 mmHg.
- d)  $2,21 \cdot 10^5$  Pa.
- e) 168 mmHg.

**2.** O elevador hidráulico é um importante equipamento para oferecer acessibilidade a pessoas com dificuldade de locomoção, sendo instalado em veículos, ônibus, locais de comércio e residenciais. Nesse equipamento, uma bomba elétrica é utilizada para forçar um fluido a passar de uma tubulação estreita para outra mais larga conectada a um pistão que movimentada uma plataforma. Considere um elevador hidráulico cuja área do pistão que eleva a plataforma de 9 kg seja oito vezes maior do que a área da tubulação que sai da bomba elétrica. Em certo dia, essa plataforma foi utilizada para elevar uma pessoa de 75 kg em uma cadeira de rodas de 8 kg, com velocidade constante.

Desprezando o atrito e considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , qual foi a intensidade da força imposta pela bomba elétrica, em newton?

- a) 92.
- b) 103.
- c) 115.
- d) 186.
- e) 214.

**3.** Em testes realizados para determinar a densidade da água de lagos em uma região, foram utilizados alguns corpos de prova e um dinamômetro. Em um dos testes, utilizou-se um corpo de prova de 3 kg em formato de cubo com 10 cm de aresta. Esse corpo foi pendurado no dinamômetro e colocado na água, estabilizando com metade do volume submerso. Nessa situação, a leitura do dinamômetro foi de 24 N. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Com base nessas informações, analise as seguintes sentenças:

- I. O empuxo sobre o corpo foi de 24 N.
- II. O volume de água deslocada no lago foi de  $5 \text{ cm}^3$ .
- III. A densidade do corpo de prova vale  $3 \text{ g/cm}^3$ .
- IV. A densidade da água do lago vale  $1,2 \text{ g/cm}^3$ .

Assinale a alternativa que apresenta todas as sentenças corretas:

- a) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas III e IV estão corretas.

# Seção 3.2

## Temperatura

### Diálogo aberto

Olá, aluno! Bem-vindo à segunda seção da Unidade 3. Na seção anterior, estudamos os fluidos em repouso, tratando o conceito de pressão, analisando sua definição, suas unidades de medida e como esse conceito está envolvido em algumas situações, como nos elevadores hidráulicos e na flutuação dos corpos.

Nesta e na próxima seção, você terá oportunidade de conhecer e distinguir dois importantes conceitos científicos muito presentes em nosso dia a dia: temperatura e calor. Agora, abordaremos o conceito de temperatura, comum em nosso cotidiano, cujo estudo e cuja interpretação auxiliaram no desenvolvimento de uma importante área da Física, chamada Termodinâmica. Isso permitiu a criação de diversos tipos de termômetros para medir a temperatura; as análises das temperaturas de fusão de materiais e da temperatura ideal de conservação de alimentos; o desenvolvimento de refrigeradores e aparelhos de ar-condicionado, com baixo consumo de energia, entre outros.

Para o estudo desta unidade, lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma indústria, no setor de funcionamento e manutenção da caldeira a óleo. Um dos problemas mais comuns que ocorrem na caldeira é causado pela água utilizada em seu interior, que pode provocar incrustações e corrosões, devido à presença de alguns contaminantes, sendo a principal consequência uma variação de temperatura que interfere em outras variáveis importantes, como a pressão interna e as trocas de calor. O manual do fabricante da caldeira apresenta as informações que compõem a Tabela 3.1.

**Tabela 3.1** | Relação entre a incrustação interna na caldeira e a variação em sua temperatura

Temperatura ótima de funcionamento: 873 K	
Espessura da incrustação (mm)	Acréscimo na temperatura (K)
0,50	34,92
0,75	61,11
1,00	78,57
1,25	87,30

Fonte: elaborada pelo autor.

Além do medidor de pressão interna, em *bar*, a caldeira veio equipada com um medidor de temperatura graduado na escala Fahrenheit. Quando o medidor de pressão indicava 17,28 *bar*, o medidor de temperatura apontava **1112 °F**. Ao final do dia, a temperatura de funcionamento da caldeira era de **1202 °F**. Será que esses valores indicam a existência de alguma incrustação?

Devido às dificuldades em interpretar a leitura de temperatura, seu gestor solicita a você que adapte a Tabela 3.1, acrescentando os valores na escala Fahrenheit, para que sejam mais fáceis o uso e a manutenção da caldeira. Como isso pode ser feito?

Com a temperatura de **1202 °F**, a pressão interna indicada pelo medidor é de 18,27 *bar*. Esse valor está de acordo com o que é previsto para o gás dentro da caldeira, considerando com boa aproximação que esse gás se comporte como um gás ideal e que o volume da caldeira não sofra variações consideráveis?

Vamos estudar os assuntos desta seção e compreender alguns conceitos relacionados à temperatura que podem facilitar o entendimento da situação apresentada.

## Não pode faltar

### Temperatura e escalas termométricas

Estamos habituados a classificar algo como quente ou frio, de acordo com nossa sensação térmica. Porém, essa sensação é biológica e subjetiva, pois depende de cada pessoa e das condições às quais o corpo está submetido.

Essa sensação está relacionada aos conceitos científicos de temperatura e calor, que, apesar de serem distintos, são, muitas vezes, vistos como erroneamente iguais em nosso dia a dia. Para compreendê-los, vamos recorrer a uma interpretação microscópica da matéria, que é formada por átomos e moléculas, que chamaremos apenas de partículas.

As partículas que compõem a matéria, seja na fase sólida, líquida ou gasosa, estão em constante agitação, por isso podemos associar uma energia cinética de translação a cada uma delas, obtendo, assim, uma energia cinética média de translação para todas elas juntas.

**Temperatura** ( $T$ ) é uma grandeza física escalar associada ao grau de agitação, ou à energia cinética média de translação das partículas que compõem um corpo.

Desse modo, quando dois corpos com diferentes temperaturas são colocados em um sistema isolado, as partículas do corpo com maior temperatura estarão mais agitadas, transmitindo energia de forma natural para as partículas do corpo com menor temperatura, que estão menos agitadas. Essa troca de energia ocorre até que todas as partículas estejam no mesmo estado de agitação, ou seja, quando os corpos estiverem com a mesma temperatura, situação conhecida como **equilíbrio térmico**. Esse fato é expresso pela chamada **Lei zero da Termodinâmica**, que, em uma linguagem simples, determina que todo corpo possui uma propriedade chamada temperatura e que, quando dois corpos estão em equilíbrio térmico, suas temperaturas são iguais.

A energia trocada de forma natural entre dois corpos com temperaturas diferentes até que atinjam o equilíbrio térmico é denominada **calor**, que estudaremos na próxima seção.



### Assimile

As partículas que compõem um corpo estão em constante movimento, podendo apresentar energia associada à translação, rotação e vibração. A temperatura é uma grandeza associada apenas à energia cinética de translação, porém todas as energias correspondem à chamada energia interna do corpo. Um corpo, portanto, possui temperatura e energia interna.

Já o calor é uma forma de energia que existe apenas em trânsito entre dois corpos com diferentes temperaturas. Logo, nenhum corpo possui calor.

Conforme mencionamos anteriormente, nossa sensação não é uma boa forma de estimar a temperatura de um corpo. Para isso, existem instrumentos de medição chamados termômetros.

Um termômetro faz a medição de temperatura de uma forma dita indireta, baseado em algumas propriedades físicas que se alteram com a variação da temperatura. Como exemplo, temos materiais e substâncias que, ao sofrerem variações de temperaturas, mudam

seu volume, densidade, cor, resistência elétrica, por exemplo. Conhecendo como ocorrem essas variações, é possível fazer uma calibração e criar um instrumento medidor de temperatura.

Os termômetros mais tradicionais são aqueles constituídos por um tubo transparente, com uma graduação igual à de uma régua. Dentro desse tubo, existe outro tubo bem fino, chamado de capilar, onde há um líquido, normalmente, álcool. Quando em contato com um corpo de temperatura maior, por exemplo, o termômetro recebe calor e aumenta sua temperatura, e o líquido dilata-se, aumentando seu volume e subindo pelo capilar. Quando ocorrer o equilíbrio térmico, a temperatura do corpo que se deseja medir será a mesma temperatura do termômetro, que poderá ser lida por este.

Contudo, como uma escala equivalente a uma régua serve para medir a temperatura?

Isso pode ser feito com a devida calibração do termômetro, ou seja, verificando-se o comprimento da coluna do líquido para algumas temperaturas conhecidas, chamadas pontos fixos. Uma das primeiras escalas termométricas foi definida pelo polonês Gabriel Daniel Fahrenheit (1686-1736), em 1724, conhecida como escala Fahrenheit. Seu termômetro foi feito com mercúrio, líquido que hoje tem utilização restrita devido aos riscos que oferece à nossa saúde. Ele definiu como pontos fixos a temperatura de fusão da água, adotando como **32 °F**, e a temperatura corpórea como **96 °F**. Nessa escala, a ebulição da água ocorre a **212 °F**.

Em 1742, o sueco Anders Celsius (1701-1744) propôs sua escala Celsius, adotando como pontos fixos a temperatura de fusão da água, definida como **0 °C**, e a temperatura de ebulição da água, definida como **100 °C**, a pressão de 1 *atm*.

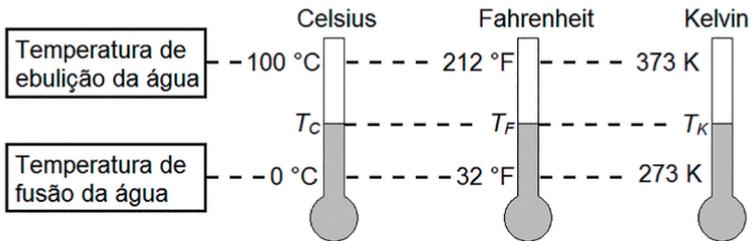
Essas duas escalas termométricas são até hoje utilizadas pelo mundo; a escala Celsius é adotada no Brasil, e a escala Fahrenheit, adotada nos Estados Unidos e na Inglaterra. Porém, a unidade de medida de temperatura no SI é o Kelvin, pois teve sua criação baseada realmente na definição da temperatura.

O inglês William Thomson (1824-1907), conhecido como Lord Kelvin, propôs sua escala Kelvin em 1848. Já se sabia que

a temperatura estava relacionada com o grau de agitação das partículas, ou seja, a menor temperatura possível na natureza ocorreria quando as partículas tivessem agitação nula, denominada zero absoluto. Pesquisas apontaram que o zero absoluto na escala Celsius ocorre próximo ao valor de **-273 °C**, que foi, posteriormente, definido como 0 K (zero Kelvin). Veja que a escala Kelvin não possui valores negativos, nem adota a notação de grau.

Para fazer a conversão entre essas unidades termométricas, devemos conhecer dois pontos fixos e suas respectivas leituras em cada escala. Tradicionalmente, adotou-se como pontos fixos as temperaturas de fusão e ebulição da água na pressão atmosférica de 1 atm. Observe a seguir como podemos determinar as transformações entre as unidades termométricas Celsius, Fahrenheit e Kelvin. A Figura 3.11 representa as três escalas com os respectivos pontos fixos.

**Figura 3.11** | Escalas termométricas relacionadas para os mesmos pontos fixos e uma temperatura de 30 °C



Fonte: elaborada pelo autor.

Perceba que uma variação de **100 °C** corresponde a uma variação de **180 °F** e uma variação de 100 K. Dessa forma, para variações de temperaturas, podemos escrever:

$$\Delta T = 5 \text{ °C} = 9 \text{ °F} = 5 \text{ K}.$$

Já para um valor de temperatura  $T_C$ ,  $T_F$  ou  $T_K$ , podemos determinar as transformações da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{T_C - 0}{100 - 0} &= \frac{T_F - 32}{212 - 32} = \frac{T_K - 273}{373 - 273} \Rightarrow \frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180} = \frac{T_K - 273}{100} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_K - 273}{5} \end{aligned}$$



Expresse a temperatura de  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  na escala Fahrenheit e na escala Kelvin.

### Resolução

Para a escala Fahrenheit, temos:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9} \Rightarrow T_F = \frac{9 \cdot T_C}{5} + 32 = \frac{9 \cdot 30}{5} + 32 \Rightarrow T_F = 86\text{ }^{\circ}\text{F}.$$

Para a escala Kelvin, temos:

$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_K - 273}{5} \Rightarrow T_K = T_C + 273 = 30 + 273 \Rightarrow T_K = 303\text{ K}.$$

## Dilatação térmica

Vimos que a temperatura é a grandeza escalar associada ao grau de agitação das partículas que compõem um corpo. Quando se eleva a temperatura de um corpo, aumenta-se a agitação das partículas que tendem a se afastar umas das outras, aumentando, assim, as dimensões do corpo em um fenômeno conhecido como dilatação térmica. No caso de resfriamento, ocorre contração térmica.

O funcionamento do termômetro a álcool que discutimos ocorre devido à dilatação, pois quando o termômetro recebe calor, sua temperatura aumenta e o líquido dilata, aumentando seu volume ( $V$ ). Perceba que a quantidade de líquido no termômetro não varia.

Também devido à dilatação, são previstos espaços em partes de uma obra, como de calçadas e pontes, por exemplo, evitando, assim, danos causados pela dilatação térmica do material.

Com relação aos sólidos, qualquer variação em suas dimensões causa uma variação em seu volume, denominada **dilatação volumétrica**. Porém, em algumas situações, podemos analisar apenas a dilatação que ocorre em uma dimensão, denominada **dilatação linear**, ou em duas dimensões, chamada **dilatação superficial**.



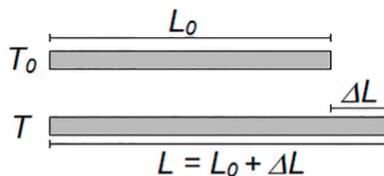
Para complementar seus estudos sobre temperatura e dilatação térmica, leia o capítulo 18, páginas 188 a 195, do livro:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**: gravitação, ondas e Termodinâmica. 10. ed. Tradução e revisão de Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 2 (Coleção Fundamentos de Física).

Você, aluno de nossa instituição, tem acesso gratuito a esse livro em nossa Biblioteca Virtual. Para estudá-lo, acesse o *link* disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/uk>>. Em seguida, faça seu login na área do aluno e procure a obra. Depois, copie o *link* a seguir e cole na barra de endereço de seu navegador. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521632078/cfi/6/36!/4/2/4@0:0>>. Acesso em: 6 fev. 2018.

**Dilatação linear** é aquela na qual analisamos apenas a variação de uma dimensão do corpo, ou seja, a variação em seu comprimento, como mostra a Figura 3.12. Considere uma barra de comprimento inicial  $L_0$  a uma temperatura ambiente inicial  $T_0$ . Ao ser aquecida até uma outra temperatura maior  $T$ , a barra adquire um novo comprimento dado por:  $L = L_0 + \Delta L$ .

**Figura 3.12** | Representação da dilatação linear de uma barra



Fonte: elaborada pelo autor.

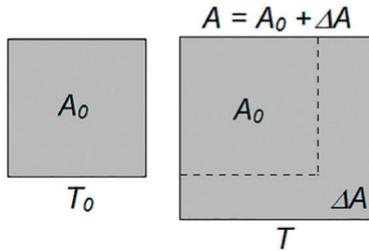
A variação do comprimento  $\Delta L$  pode ser determinada pela seguinte relação:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T.$$

Nessa relação,  $\alpha$  é chamado coeficiente de dilatação linear, sendo uma característica própria de cada material. Sua unidade de medida no SI é o inverso da unidade de medida de temperatura, como  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ , por exemplo.

**Dilatação superficial** é aquela na qual analisamos a variação de duas dimensões do corpo, ou seja, a variação em sua área, como mostra a Figura 3.13. Considere uma chapa de área inicial  $A_0$  a uma temperatura ambiente inicial  $T_0$ . Ao ser aquecida até uma outra temperatura maior  $T$ , a chapa adquire uma nova área dada por:  $A = A_0 + \Delta A$ .

Figura 3.13 | Representação da dilatação superficial de uma chapa



Fonte: elaborada pelo autor.

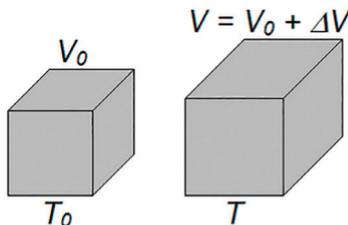
A variação de área  $\Delta A$  pode ser determinada pela seguinte relação:

$$\Delta A = A_0 \cdot \beta \cdot \Delta T.$$

Nessa relação,  $\beta$  é chamado coeficiente de dilatação superficial. Como se trata de duas dimensões, temos:  $\beta = 2 \cdot \alpha$ .

**Dilatação volumétrica** é aquela na qual analisamos a variação das três dimensões do corpo, ou seja, a variação em seu volume, como mostra a Figura 3.14. Considere um bloco de volume inicial  $V_0$  a uma temperatura ambiente inicial  $T_0$ . Ao ser aquecido até uma outra temperatura maior  $T$ , o bloco adquire um novo volume dado por:  $V = V_0 + \Delta V$ .

Figura 3.14 | Representação da dilatação volumétrica de um bloco



Fonte: elaborada pelo autor.

A variação de volume  $\Delta V$  pode ser determinada pela seguinte relação:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T.$$

Nessa relação,  $\gamma$  é chamado coeficiente de dilatação volumétrica. Como se trata de três dimensões, temos:  $\gamma = 3 \cdot \alpha$ .



### Exemplificando

Considere um cilindro de ferro, com diâmetro de base igual a 5 cm. Pretende-se encaixar esse cilindro em uma arruela também de ferro, porém o diâmetro interno da arruela mede 4,92 cm a 25 °C, conforme ilustrado na Figura 3.15.

**Figura 3.15** | Representação em vista frontal de um cilindro e de uma arruela e da forma como deverão ser encaixados



Fonte: elaborada pelo autor.

Qual deve ser a temperatura da arruela para que se encaixe no cilindro? Considere:  $\alpha_{\text{ferro}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

#### Resolução

Área da base do cilindro:  $A = \pi \cdot R_{\text{cilindro}}^2 = \pi \cdot 2,5^2 \text{ cm}^2$ .

Área vazia inicial da arruela:  $A_0 = \pi \cdot R_{\text{arruela}}^2 = \pi \cdot 2,46^2 \text{ cm}^2$ .

Como o objetivo é encaixar o cilindro no espaço vazio da arruela, será necessário aquecer a arruela até que sua área final seja igual à área do cilindro:

$$A = A_0 + \Delta A = A_0 + A_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow A = A_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi \cdot 2,5^2 = \pi \cdot 2,46^2 \cdot (1 + 2 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( \frac{2,5}{2,46} \right)^2 - 1 = 24 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = 1366,03 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Como a arruela estava a 25 °C e precisa sofrer uma variação de 1366,03 °C, deve ser aquecida até 1391,03 °C. Note que o espaço vazio da arruela se dilatou, acompanhando a dilatação de toda a peça, como se o espaço vazio estivesse preenchido.

## Estudo dos gases

A temperatura também interfere no comportamento dos gases, porém, como se trata de um fluido que não possui nem forma, nem volume, devemos fazer algumas determinações antes de estudá-lo.

Nos estudos dos gases, comumente se considera um modelo chamado gás ideal, ou gás perfeito, formado por uma grande quantidade de partículas idênticas, de tamanhos desprezíveis, em constante movimento em todas as direções e que realizam colisões entre si e com as paredes do recipiente, em que podemos considerar a conservação da energia.



### Assimile

Gases reais que existem em nosso dia a dia, como aqueles presentes na atmosfera (gás oxigênio,  $O_2$ , gás nitrogênio,  $N_2$ , e gás carbônico,  $CO_2$ , por exemplo), podem comportar-se como gases ideais em determinadas condições. Todos os gases reais comportam-se como gases ideais quando estão em baixa concentração, ou seja, quando a distância entre suas partículas é grande e não interagem entre si.

O chamado **estado termodinâmico** de um gás é determinado com base em três variáveis, denominadas variáveis de estado: temperatura ( $T$ ), volume ( $V$ ) e pressão ( $p$ ).

- Na seção anterior, vimos que gás é um fluido sem forma, nem volume definido. Assim, o **volume** de um gás é o volume do próprio recipiente que o contém.

- Nesta seção, vimos que a **temperatura** de um gás está relacionada com a agitação de suas partículas. Esta é a temperatura absoluta de um gás, sendo necessário expressá-la sempre na escala Kelvin.

- Na seção anterior, vimos que, nos fluidos, suas partículas apresentam um movimento contínuo e desordenado, logo, quando aprisionadas, colidem constantemente umas com as outras e com o recipiente. Assim, a **pressão** exercida por um gás surge da soma de todas essas colisões realizadas.



Imagine várias bolas de tênis de mesa dentro de uma caixa grande fechada, quicando e colidindo umas com as outras e com o recipiente, com certa velocidade. Fazendo uma analogia com as grandezas termodinâmicas, imaginando moléculas no interior de um recipiente fechado, o que representa a velocidade das bolinhas? E as colisões que realizam com as paredes do recipiente? O que ocorre com as colisões se suas velocidades aumentarem? E se o recipiente ficar maior?

Considerando uma quantidade constante de gás confinada em um recipiente, seu estado termodinâmico é definido com base nessas três variáveis de estado, podendo ocorrer transformações gasosas, nas quais suas variáveis de estado são alteradas. Uma transformação gasosa ocorre quando um gás é aquecido, resfriado, comprimido, por exemplo.

Definindo  $p_0$ ,  $V_0$  e  $T_0$  as variáveis de estado inicial de um gás e  $p$ ,  $V$ , e  $T$  as variáveis de estado após a transformação gasosa, destacamos as seguintes transformações:

- **Transformação isotérmica:** na qual a temperatura de um gás não se altera ( $T_0 = T$ ). Para que a temperatura de um gás (agitação de suas partículas) se mantenha constante, um aumento de volume (aumento do recipiente) é acompanhado por uma redução de pressão (colisões realizadas pelas partículas) e vice-versa, ou seja, essas variáveis são inversamente proporcionais:  $p_0 \cdot V_0 = p \cdot V$ .

- **Transformação isobárica:** na qual a pressão de um gás não se altera ( $p_0 = p$ ). Para que a pressão de um gás se mantenha constante, um aumento de volume é acompanhado por um incremento de temperatura e vice-versa, ou seja, essas variáveis são diretamente proporcionais:  $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T}$ .

- **Transformação isométrica:** na qual o volume de um gás não se altera ( $V_0 = V$ ). Para que o volume de um gás se mantenha constante, um aumento de temperatura é acompanhado por um aumento de pressão e vice-versa, ou seja, essas variáveis são diretamente proporcionais:  $\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T}$ .

Assim, podemos escrever a relação de dependências das três variáveis de estado em uma relação conhecida como **Lei Geral dos Gases Perfeitos**:

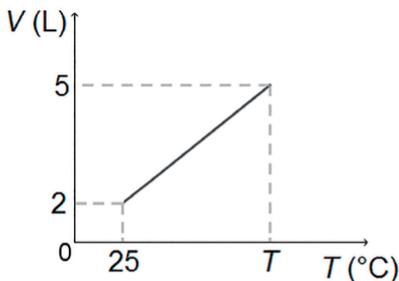
$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T}$$



### Exemplificando

Uma investigação com um gás de comportamento próximo ao de um gás ideal, confinado em um recipiente lacrado, mas com êmbolo móvel, constatou que, quando o gás a uma temperatura de **25 °C** sofreu aquecimento, a tampa do recipiente elevou-se, porém a indicação do manômetro instalado no recipiente não se alterou. O gráfico mostrado na Figura 3.16 foi, então, elaborado.

**Figura 3.16** | Gráfico  $V \times T$  para o aquecimento de um gás



Fonte: elaborada pelo autor.

Qual é a temperatura do gás após o aquecimento em graus Celsius?

### Resolução

De acordo com as informações, o gás foi submetido a uma transformação isobárica. Transformando a unidade de medida da temperatura inicial de **25 °C** para a escala Kelvin, a temperatura final pode ser determinada pela Lei Geral dos Gases Perfeitos:

$$T_K = T_C + 273 = 25 + 273 \Rightarrow T_K = 298 \text{ K}$$

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow \frac{2}{298} = \frac{5}{T} \Rightarrow T = 745 \text{ K}$$

Transformando a temperatura final para a escala Celsius, temos:

$$T_C = T_K - 273 = 745 - 273 \Rightarrow T_C = 472 \text{ °C}.$$

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma indústria, no setor de funcionamento e manutenção da caldeira a óleo. Um dos problemas mais comuns que ocorrem na caldeira que você está operando é causado pela água utilizada em seu interior, que, normalmente, possui alguns contaminantes, como sulfatos, cloretos, nitratos, cálcio, magnésio, cloro, entre outros, que causam danos aos metais da caldeira devido às reações químicas, como incrustações e corrosões. A principal consequência dessas reações químicas é a variação da espessura do metal que compõe a caldeira, provocando, assim, variações de temperaturas acompanhadas por variações de pressão interna. O manual do fabricante da caldeira apresenta as informações que compõem a Tabela 3.2.

**Tabela 3.2** | Relação entre a incrustação interna na caldeira e a variação em sua temperatura

Temperatura ótima de funcionamento: 873 K	
Espessura da incrustação (mm)	Acréscimo na temperatura (K)
0,50	34,92
0,75	61,11
1,00	78,57
1,25	87,30

Fonte: elaborada pelo autor.

Além do medidor de pressão interna, em *bar*, a caldeira veio equipada com um medidor de temperatura graduado na escala Fahrenheit. Quando o medidor de pressão indicava 17,28 *bar*, o medidor de temperatura apontava 1112 °F. Ao final do dia, a temperatura de funcionamento da caldeira era de 1202 °F, quando a pressão era de 18,27 *bar*.

Devido às dificuldades em interpretar a leitura de temperatura, seu gestor solicita a você que adapte a Tabela 3.2, acrescentando os valores na escala Fahrenheit, para que sejam mais fáceis o uso e a manutenção da caldeira. Vamos determinar, primeiramente, a temperatura ótima de 873 K na escala Fahrenheit ( $T_F$ ).

$$T_F = \frac{9 \cdot (T_K - 273)}{5} + 32 = \frac{9 \cdot (873 - 273)}{5} + 32 \Rightarrow T_F = 1112 \text{ °F.}$$

Para a temperatura de **1112 °F**, a caldeira estava funcionando em sua temperatura ótima, a uma pressão de **17,28 bar**, que é a mínima segura, de acordo com as determinações da seção anterior. Lembre-se de que a caldeira deve operar com pressão interna entre 18 e 20 vezes a pressão atmosférica, que vale **730 mmHg** ou **0,96 bar**, e concluímos que deve operar entre **17,28 bar** e **19,20 bar**.

Para adequar todos os outros valores do restante da Tabela 3.2, quando se consideram as variações de temperaturas, temos:

$$\Delta T_C = 5 \text{ °C} \rightarrow \Delta T_F = 9 \text{ °C} \rightarrow \Delta T_K = 5 \text{ K}.$$

Logo, as medidas das variações de temperatura na escala Kelvin e na escala Celsius são iguais, e as variações na escala Fahrenheit podem ser determinadas por uma regra de três simples. Veja o exemplo a seguir, para a primeira variação apontada na Tabela 3.2, de **34,92 K**:

$$\begin{array}{l} 5 \text{ K} \rightarrow 9 \text{ °F} \\ 34,92 \text{ K} \rightarrow \Delta T_F \end{array} \quad \Delta T_F = \frac{9 \cdot 34,92}{5} \Rightarrow \Delta T_F \cong 62,86$$

Fazendo o mesmo cálculo para os outros valores, elaboramos a Tabela 3.3.

**Tabela 3.3** | Relação entre a incrustação interna na caldeira e a variação em sua temperatura de funcionamento para as unidades termométricas Kelvin e Fahrenheit

Temperatura ótima de funcionamento: 873 K = 600 °C = 1112 °F		
Espessura da incrustação (mm)	Acréscimo na temperatura	
	K	°F
0,50	34,92	62,86
0,75	61,11	110,00
1,00	78,57	141,43
1,25	87,30	157,14

Fonte: elaborada pelo autor.

A temperatura de **1202 °F**, em relação à temperatura ótima de **1112 °F**, corresponde a um acréscimo de:

$$\Delta T_F = 1202 - 1112 = 90 \text{ °F}.$$

Esse acréscimo indica que pode estar ocorrendo uma incrustação no interior da caldeira, com espessura entre **0,50 mm** e **0,75 mm**.

Para verificar se o valor de pressão de 18,27 bar para a temperatura de 1202 °F está de acordo com o previsto para o gás no interior da caldeira, levando-se em conta uma boa aproximação com um gás ideal e que o volume da caldeira não sofra variações consideráveis, podemos recorrer à Lei Geral dos Gases Perfeitos. Antes disso, é preciso expressar as temperaturas na escala Kelvin. O valor de 1112 °F vale 873 K, conforme já vimos. O valor de 1202 °F, na escala Kelvin, é dado por:

$$T_K = \frac{5 \cdot (T_F - 32)}{9} + 273 = \frac{5 \cdot (1202 - 32)}{9} + 273 \Rightarrow T_K = 923 \text{ K}.$$

Pela Lei Geral dos Gases Perfeitos, para uma transformação a volume constante, temos:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow \frac{17,28}{873} = \frac{p}{923} \Rightarrow p = 18,27 \text{ bar}.$$

Perceba que o valor indicado pelo medidor está em comum acordo com o que é previsto para o gás no interior da caldeira. Como essa pressão está abaixo do valor máximo aceito de 19,20 bar, esse funcionamento da caldeira não oferece riscos. Você, porém, apresenta um relatório a seu gestor, sugerindo uma programação de desligamento dessa caldeira, pois, apesar de o funcionamento estar na faixa de segurança, a variação de temperatura indica a existência de incrustações, logo manutenções preventivas devem ser feitas antes que o problema se agrave. Seus estudos e análises foram essenciais para o funcionamento eficiente e seguro da indústria.

## Avançando na prática

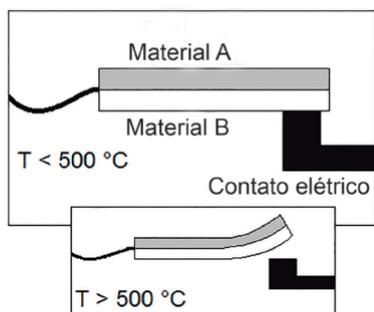
### Termostato

#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha como projetista de equipamentos elétricos. Em um projeto de uma grelha elétrica de carnes, a corrente elétrica que percorre um condutor elétrico deve aquecê-lo, causando, assim, aquecimento da grelha. A temperatura desejada é de 500 °C. Porém, nos testes realizados, a corrente elétrica percorrendo continuamente o condutor causava um aquecimento maior do que o desejado e, conseqüentemente, o derretimento do condutor.

Você, então, decide instalar um termostato, dispositivo que controla a temperatura de um sistema elétrico. Uma forma simples de termostato, representado na Figura 3.17, é o composto de uma lâmina bimetalica feita com dois materiais metálicos soldados, os quais possuem coeficientes de dilatação distintos, denominados materiais *A* e *B*. Os materiais mais utilizados estão listados na Tabela 3.4.

**Figura 3.17** | Termostato de lâmina bimetalica



Fonte: elaborada pelo autor.

**Tabela 3.4** | Materiais mais comumente utilizados na confecção de termostatos de lâmina bimetalica

Material	$\alpha$ ( $\cdot 10^6\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ )	Temperatura de fusão ( $^{\circ}\text{C}$ )
Alumínio	23	660,3
Chumbo	29	327,5
Cobre	17	1085
Zinco	96	419,5

Fonte: elaborada pelo autor.

Quais materiais poderiam ser utilizados como material *A* e quais poderiam ser utilizados como material *B*, sabendo que esse último faz o contato elétrico?

### Resolução da situação-problema

O termostato desfaz o contato elétrico por meio da dilatação térmica dos materiais com diferentes coeficientes de dilatação linear ( $\alpha$ ). Inicialmente, as duas lâminas têm o mesmo comprimento, como mostra a Figura 3.17. Para que o contato elétrico se desfça na temperatura desejada, o material *B* deve dilatar mais do que o

material A, curvando a liga bimetálica para o lado do material A, logo:  $\alpha_B > \alpha_A$ . Como a temperatura desejada é de **500 °C**, materiais que se fundem antes, como chumbo e zinco, não poderão ser utilizados. Assim, de acordo com a lista de materiais disponíveis, o material A deverá ser o cobre e o material B, o alumínio.

## Faça valer a pena

**1.** Dois cientistas, um espanhol e outro alemão, encontraram-se para discutir seus dados experimentais de uma mesma pesquisa que estão desenvolvendo. Para fazer seus trabalhos, cada pesquisador considerou mais conveniente criar sua própria escala termométrica.

A Tabela 3.5 apresenta algumas correspondências entre as duas escalas criadas com a escala Celsius.

**Tabela 3.5** | Correspondência entre alguns valores da escala feita pelo cientista espanhol (°E) com a escala feita pelo cientista alemão (°A) e com a escala Celsius (°C)

°C	°E	°A
180	x	70
100	70	y
0	20	10

Fonte: elaborada pelo autor.

Sobre essas três escalas termométricas, analise as seguintes sentenças:

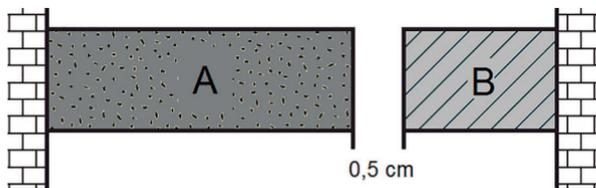
- I. Na Tabela 3.5,  $x = 110$  °E.
- II. Na Tabela 3.5,  $y \cong 40$  °A.
- III. A relação de transformação entre as escalas Celsius e do espanhol é  $T_C = 2 \cdot (T_E - 20)$ .
- IV. A relação de transformação entre as escalas do espanhol e do alemão é  $T_A = \frac{3}{2} \cdot (T_E - 10) + 20$ .

Assinale a alternativa que apresenta apenas sentenças corretas:

- a) Apenas as afirmativas I e II estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I e III estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas I e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas II e III estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas III e IV estão corretas.

**2.** Em uma obra, duas estruturas, *A* e *B*, foram construídas na horizontal, sendo de 2 m o comprimento da estrutura *A* e de 1 m o comprimento da estrutura *B*. Foram construídas em um dia, quando a temperatura era de 20 °C, e entre elas foi deixada uma junta de dilatação de 0,5 cm, como mostra a Figura 3.18.

**Figura 3.18** | Representação fora de escala de duas estruturas, com uma junta de dilatação entre elas



Fonte: elaborada pelo autor.

O coeficiente de dilatação linear da estrutura *A* é  $3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e da estrutura *B* é  $4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

A temperatura máxima que essa junta de dilatação possibilita manter as estruturas sem danos é de:

- a) 40 °C.
- b) 48 °C.
- c) 50 °C.
- d) 62 °C.
- e) 70 °C.

**3.** A calibragem dos pneus de um veículo deve ser feita diariamente, garantindo, assim, o bom uso deles, sendo também uma das condições de segurança para a utilização do veículo. Recomenda-se, porém, que a calibragem se realize sempre com os pneus “frios”, ou seja, logo que se iniciar a rodagem. Considere que, antes de iniciar uma viagem, os pneus de um veículo foram calibrados com 33 *psi*, quando sua temperatura era de 14 °C; ao final da viagem, a temperatura dos pneus era de 75 °C. Além disso, não houve variação no volume do pneu, e o gás em seu interior comporta-se como um gás ideal.

Qual é a pressão aproximada nos pneus a temperatura de 75 °C?

- a) 176 *psi*.
- b) 124 *psi*.
- c) 58 *psi*.
- d) 40 *psi*.
- e) 38 *psi*.

## Seção 3.3

### Calor

#### Diálogo aberto

Olá, aluno! Bem-vindo à última seção da Unidade 3! Na seção anterior, estudamos a temperatura, analisando sua definição, suas unidades de medida e seus efeitos em sólidos e fluidos. Naquele momento, fizemos uma distinção breve entre os conceitos de temperatura e calor, mas agora nos aprofundaremos no tema calor.

Considera-se que um dos principais avanços no período pré-histórico foi o domínio do fogo, quando o ser humano descobriu os benefícios causados por essa forma de energia, hoje comum e muito importante em nosso cotidiano. Temos acesso a essa energia de diversas formas; por exemplo, na combustão de materiais, o calor obtido pode ser utilizado para cozinhar alimentos, movimentar veículos e aquecer a água, produzindo vapores que acionam geradores de usinas termelétricas; na passagem da corrente elétrica em um condutor, como ocorre nos chuveiros e nos aquecedores elétricos e no ferro de solda; a energia fornecida pelo Sol, que pode ser absorvida por painéis solares e utilizada para aquecer a água de residências etc.

O calor é uma forma de energia com um significado específico: só existe em trânsito entre dois corpos ou sistemas com diferentes temperaturas. Nesta seção, vamos estudar seus principais efeitos e suas formas de transmissão.

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma indústria, no setor de funcionamento e manutenção de uma caldeira a óleo. Apesar de funcionar a óleo, essa caldeira possibilita adequações para utilizar outros tipos de combustível, como lenha e gás natural. Por esse motivo, seu gestor orienta que, de tempos em tempos, seja feito um levantamento do custo/benefício de outros combustíveis comumente utilizados em caldeiras, para considerar a possibilidade de substituição de um combustível por outro.

Nas caldeiras, são consumidos cerca de 6.000 L de óleo/mês, que custa, atualmente, R\$ 0,92/L. O óleo utilizado tem calor de combustão de 9.400 kcal/kg e densidade média de 0,967 kg/L.

A melhor opção de lenha para uso é o eucalipto, que, atualmente, é vendido a R\$ 60,00/m<sup>3</sup>. Seu calor de combustão é de 2.600 kcal/kg e a densidade média da lenha é de 954 kg/m<sup>3</sup>.

O gás natural está sendo vendido a R\$ 0,75/m<sup>3</sup> e seu calor de combustão é de 8.650 kcal/m<sup>3</sup>.

Após essa cotação, é preciso fazer uma análise do total de combustível que está sendo utilizado ao mês e do custo-benefício de cada um, para, então, analisar se é viável a substituição do óleo por outro combustível. Essa será a última das tarefas solicitadas.

Vamos estudar esta seção e verificar de que forma os assuntos tratados podem ser úteis para essa situação.

## Não pode faltar

**Calor** é uma importante forma de energia em nosso dia a dia, apresentando o seguinte significado específico: só existe em trânsito entre dois corpos ou sistemas com diferentes temperaturas. A área da Física que estuda o calor e seus efeitos é a Termodinâmica.

Na seção anterior, vimos que toda partícula que compõe um corpo está em constante movimentação, seja no estado físico sólido, líquido ou gasoso, e a temperatura é uma grandeza física associada a essa movimentação. De forma espontânea, o fluxo de calor ocorre do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura, até que suas temperaturas se igualem no equilíbrio térmico, como previsto pela Lei Zero da Termodinâmica. Esse fluxo tem origem microscópica, pois é devido às colisões entre as partículas que compõem o corpo, e as partículas com maior temperatura estão mais agitadas, transferindo sua energia às partículas com menor temperatura e menos agitadas.

Como calor, ou quantidade de calor ( $Q$ ), é uma forma de energia, sua unidade de medida no SI é o joule ( $J$ ). Outra unidade de medida comumente utilizada em estudos relacionados ao calor é a caloria ( $cal$ ), definida atualmente como 4,1868 J.

Como o calor é definido com uma forma de energia em trânsito devido à diferença de temperatura, é comum se diferenciarem três formas distintas de transferência de calor: condução, convecção e irradiação.

**Condução:** é um processo de transferência de calor que ocorre quando há contato entre corpos ou partes de um mesmo corpo com diferentes temperaturas. Quando colocamos a extremidade de uma colher em uma bebida quente, notamos que, após um intervalo de tempo, a outra extremidade também está aquecida, ou seja, a energia foi transferida por condução ao longo da colher, da extremidade mais quente para a mais fria. Essa forma de transmissão de calor ocorre predominantemente nos sólidos, devido à proximidade de suas partículas, mas também pode ser verificada nos fluidos.

Dentre os materiais, existem os bons condutores de calor, como a prata e o cobre, e os maus condutores de calor, chamados isolantes térmicos, como o vidro e o ar.



**Refleta**

É correto dizer que roupas de frio ou cobertores aquecem nosso corpo em dias frios?

**Convecção** é a principal forma de transmissão de calor que ocorre nos fluidos. Ao aumentarmos a temperatura de um corpo ou substância, aumentamos a agitação de suas partículas. O volume da maioria dos materiais aumenta devido à dilatação térmica, ou seja, sua densidade diminui e, de acordo com o princípio de Arquimedes, um corpo imerso em um fluido de densidade maior que a sua tende a flutuar. Isso pode ocorrer dentro de um mesmo fluido, como a água ou ar, quando algumas de suas partes estão em temperaturas diferentes de outras. Regiões do fluido mais quentes ficam menos densas e tendem a deslocar-se para cima no fluido, e regiões mais frias ficam mais densas e tendem a deslocar-se para baixo no fluido, causando as correntes de convecção. Por esse motivo, é mais indicado aquecer uma porção de água em uma panela, colocando-a sobre o fogo, e instalar aparelhos de ar-condicionado para ar frio em locais superiores dos cômodos, pois o ar frio é mais denso e desloca-se para baixo. Correntes de convecção também estão

relacionadas com a formação dos ventos, já que as camadas de ar mais próximas da superfície da Terra tendem a ficar mais quentes e movimentar-se para cima, deslocando as camadas de ar superiores, mais frias, para baixo.

**Irradiação** é um processo de transferência de calor que não depende de meios materiais. Toda matéria com temperatura acima do zero absoluto emite energia na forma de onda eletromagnética, comumente denominada radiação térmica. Quando aproximamos a mão de uma panela quente, o calor que sentimos pode estar sendo transferido por irradiação, condução e convecção. Porém, se fosse possível retirar o ar do ambiente, sentiríamos o calor emitido pela panela apenas pela irradiação (emissão de radiação térmica).

### Efeitos do calor

Quando as trocas de calor ocorrem de forma isolada, ou seja, sem trocas de energia com o meio externo, a quantidade de calor cedida pelo corpo de maior temperatura é absorvida pelo corpo de menor temperatura. Esse fluxo de energia existe até que as temperaturas dos corpos sejam iguais, ou seja, até ocorrer o equilíbrio térmico.

De acordo com o princípio da conservação da energia, o calor trocado apenas entre os corpos em um sistema isolado é nulo:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{recebido}} = -Q_{\text{cedido}}$$

Perceba que, durante a troca de calor, o corpo mais quente cede calor ao mais frio e tem sua temperatura diminuída. Já o corpo mais frio recebe calor do mais quente e tem sua temperatura aumentada. Dessa forma, **um dos possíveis efeitos do calor é a variação de temperatura.**

A quantidade de calor que causa variação de temperatura em um corpo é denominada **calor sensível**.

Considere, por exemplo, amostras de 100 g a 20 °C, uma de prata e uma de alumínio. Ao fornecer 1.000 cal de calor a cada amostra, a variação de temperatura de cada material será proporcional à quantidade de calor e a constante de proporcionalidade é chamada **capacidade térmica** ou capacidade calorífica (C).

$$Q = C \cdot \Delta T \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta T}$$

A unidade de medida de capacidade térmica no SI é o joule por Kelvin ( $J/K$ ), podendo ser expresso também em caloria por grau Celsius ( $\text{cal}/^{\circ}\text{C}$ ).

As variações de temperaturas podem ser verificadas experimentalmente:

$$\text{Prata} \quad T_0 = 20^{\circ}\text{C} \quad T = 198,57^{\circ}\text{C} \quad \Delta T = 178,57^{\circ}\text{C}$$

$$1000 = C_{Ag} \cdot 178,57$$

$$C_{Ag} = 5,6 \text{ cal}/^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Alumínio} \quad T_0 = 20^{\circ}\text{C} \quad T = 66,51^{\circ}\text{C} \quad \Delta T = 46,51^{\circ}\text{C}$$

$$1000 = C_{Al} \cdot 46,51$$

$$C_{Al} = 21,5 \text{ cal}/^{\circ}\text{C}$$

Note que a capacidade térmica mostra a quantidade de calor necessária para variar  $1^{\circ}\text{C}$  na temperatura da amostra. No caso, é mais fácil aquecer a prata do que o alumínio.

Para uma massa maior do que  $100 \text{ g}$ , será necessária uma maior quantidade de calor para provocar o mesmo aquecimento, ou seja, os efeitos do calor na variação de temperatura dependem da massa do material. A capacidade térmica é, então, proporcional à massa da amostra, e a constante de proporcionalidade é chamada **calor específico** ( $c$ ).

$$C = c \cdot m$$

A unidade de medida de calor específico no SI é o joule por quilograma-Kelvin ( $J/\text{kg}\cdot\text{K}$ ), podendo ser expresso também em caloria por grama-grau Celsius ( $\text{cal}/\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}$ ).

$$\text{Prata} \quad C = c \cdot m \Rightarrow 5,6 = c_{Ag} \cdot 100 \Rightarrow c_{Ag} = 0,056 \text{ cal}/\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Alumínio} \quad C = c \cdot m \Rightarrow 21,5 = c_{Al} \cdot 100 \Rightarrow c_{Al} = 0,215 \text{ cal}/\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}$$

O calor específico foi a forma padronizada para expressar o comportamento dos materiais submetidos a trocas de calor, revelando a quantidade de calor necessária para que cada  $1 \text{ g}$  do

material varie  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  em sua temperatura. Perceba novamente que, de acordo com o calor específico, concluímos que é mais fácil variar a temperatura da prata do que do alumínio. A Tabela 3.6 apresenta o calor específico de alguns materiais.

**Tabela 3.6** | Calor específico de alguns materiais

Material	Calor específico (cal/g·°C)
Chumbo	0,0305
Prata	0,0564
Cobre	0,0923
Alumínio	0,215
Água	1

Fonte: Halliday et al. (2016, p. 199).

Pelas duas definições de capacidade térmica, podemos definir uma relação geral para a quantidade de calor sensível recebido ou cedido a um corpo:

$$\frac{Q}{\Delta T} = c \cdot m \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \Delta T.$$



### Exemplificando

Em uma banheira, uma pessoa prepara o banho de um bebê, adicionando primeiramente  $0,5\text{ L}$  de água aquecida, que atingiu equilíbrio térmico com a banheira a  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Se o desejo é obter água a  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , qual é a quantidade de água da torneira, a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , que deve ser adicionada? Considere o calor específico da água igual a  $1\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ , a banheira com capacidade térmica de  $60\text{ cal/g}$  e despreze as trocas de calor com o ambiente.

#### Resolução

Como a densidade da água é de  $1\text{ kg/L}$ , foram adicionados primeiramente  $500\text{ g}$  de água, que atingiu equilíbrio térmico com a banheira a  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Logo, haverá troca de calor entre água quente, banheira e água fria.

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0 &\Rightarrow Q_{\text{água quente}} + Q_{\text{banheira}} + Q_{\text{água fria}} = 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow (m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{água quente}} + (C \cdot \Delta T)_{\text{banheira}} + (m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{água fria}} &\Rightarrow \\
 \Rightarrow 500 \cdot 1 \cdot (40 - 80) + 60 \cdot (40 - 80) + m \cdot 1 \cdot (40 - 20) &\Rightarrow \\
 \Rightarrow -20000 - 2400 + 20 \cdot m &\Rightarrow m = 1120 \text{ g.}
 \end{aligned}$$

Assim, para que o equilíbrio térmico ocorra a  $40^\circ\text{C}$ , será necessário acrescentar 1.120 g, ou 1,12 L de água na banheira.

No exemplo apresentado, 0,5 L de água foi, inicialmente, aquecido antes de ser despejado na banheira. Suponha que a água foi aquecida em uma caneca de metal sobre a chama de um fogão. Se essa porção de água fosse mantida no fogo por um intervalo de tempo maior, seria possível obter água líquida a  $120^\circ\text{C}$ ?

A resposta é não, pois, antes dessa temperatura, existe a temperatura de  $100^\circ\text{C}$ , na qual a água entra em ebulição, ao nível do mar, ou seja, na qual a água muda do estado físico líquido para o vapor. Logo, se a porção de água for mantida recebendo o calor do fogo, podemos verificar **outro efeito do calor, a mudança de estado físico**.

A quantidade de calor que causa mudança de estado físico é denominada **calor latente**. Mudanças de estado físico ocorrem em temperaturas específicas, de forma que, durante o processo, não se tem variação de temperatura ( $\Delta T = 0$ ).

A mudança do estado físico sólido para líquido é chamada fusão e a temperatura na qual ocorre é denominada ponto de fusão. A mudança do estado físico líquido para sólido é chamada solidificação e o ponto de solidificação é o mesmo da fusão.

A mudança do estado físico líquido para vapor pode ocorrer naturalmente pelo processo de evaporação, que se dá na superfície do líquido. Essa mudança também pode ocorrer pelo processo de ebulição, que se dá quando se fornece calor ao líquido até que este atinja a temperatura da mudança de estado físico, denominada ponto de ebulição.

A quantidade de calor fornecida ou retirada de um material que provoca sua mudança de fase é proporcional à massa do material e a constante de proporcionalidade é chamada **calor latente de mudança de fase** ( $L$ ).

$$Q = m \cdot L$$

A unidade de medida de calor latente de mudança de fase no SI é o joule por quilograma ( $J/kg$ ), podendo ser expresso também em caloria por grama ( $cal/g$ ).

A Tabela 3.7 apresenta algumas informações sobre a mudança de fase de determinados materiais.

**Tabela 3.7** | Temperatura e calor latente de mudança de fase de alguns materiais

Material	$T_{\text{fusão}} \text{ (}^\circ\text{C)}$	$L_{\text{fusão}} \text{ (cal/g)}$	$T_{\text{ebulição}} \text{ (}^\circ\text{C)}$	$L_{\text{ebulição}} \text{ (cal/g)}$
Água	0	80	100	540
Chumbo	327	6	1.750	205
Cobre	1.083	49	2.566	1.131
Prata	961	25	2.163	556

Fonte: Tipler; Mosca (2011, p. 604).



### Exemplificando

Qual é a quantidade de calor necessária para levar uma porção de 500 g de água de  $-8 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

#### Resolução

Como o ponto de fusão da água é  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , uma porção a  $-8 \text{ }^\circ\text{C}$  está na fase sólida (gelo) e uma porção a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  está na fase líquida. Assim, esse aquecimento deve ser analisado em três etapas.

- Calor sensível para aquecer 500 g de gelo de  $-8 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $c_{\text{gelo}} = 0,5 \text{ cal/g} \cdot \text{ }^\circ\text{C}$ ).

$$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta T = 500 \cdot 0,5 \cdot [0 - (-8)] \Rightarrow Q_1 = 2000 \text{ cal.}$$

- Calor latente para fundir 500 g de gelo ( $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g}$ ).

$$Q_2 = m \cdot L = 500 \cdot 80 \Rightarrow Q_2 = 40000 \text{ cal.}$$

- Calor sensível para aquecer 500 g de água de 0 °C a 30 °C ( $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g} \cdot \text{°C}$ ).

$$Q_3 = m \cdot c \cdot \Delta T = 500 \cdot 1 \cdot (30 - 0) \Rightarrow Q_3 = 15000 \text{ cal.}$$

Logo, a quantidade de calor total necessária é dada por:

$$Q_{\text{total}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2000 + 40000 + 15000 \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_{\text{total}} = 57000 \text{ cal.}$$

Já para uma amostra de 500 g de cobre, por exemplo, tanto a  $-8 \text{ °C}$  quanto a  $30 \text{ °C}$  temos o estado sólido, pois, de acordo com a Tabela 3.7, seu ponto de fusão é  $327 \text{ °C}$ . Logo, seu aquecimento é analisado apenas pelo calor sensível ( $c_{\text{cobre}} = 0,0923 \text{ cal/g} \cdot \text{°C}$ ).

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 500 \cdot 0,0923 \cdot [30 - (-8)] \Rightarrow Q = 1753,7 \text{ cal.}$$

### Leis da Termodinâmica

Na seção anterior, vimos que um gás pode ser analisado com base em três variáveis de estado: pressão ( $p$ ), volume ( $V$ ) e temperatura ( $T$ ). Uma transformação gasosa corresponde a um processo em que ocorrem mudanças dessas variáveis. Faremos, agora, uma análise dessas transformações gasosas com base nas energias envolvidas.

**Calor** ( $Q$ ) é uma forma de energia que só existe em trânsito entre dois corpos com diferentes temperaturas.

Temperatura é uma grandeza associada à movimentação das partículas que compõem um corpo, mais especificamente associada à energia cinética de translação das partículas, porém cada partícula possui outras formas de energia, como energia cinética de rotação e energia potencial associada às ligações químicas, por exemplo. Todas as energias associadas a uma partícula determinam sua **energia interna** ( $U$ ). Logo, a energia interna de um corpo corresponde à soma das várias energias associadas a todas as suas partículas.

Assim, um corpo ou substância pode ter mais energia do que outro corpo ou substância, mesmo que sua temperatura seja menor.

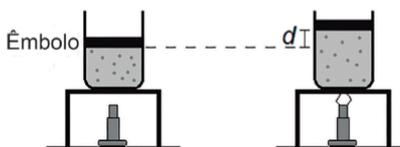


Lembre-se de que nenhum corpo possui calor, mas, sim, a energia interna, e a temperatura é uma grandeza associada a apenas uma das formas da energia de uma partícula, a energia cinética de translação. O calor é uma forma de energia transferida de forma espontânea do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura.

Já estudamos na Seção 2 que a energia de um corpo ou sistema sofre variação devido ao trabalho realizado por uma força ( $W = F \cdot d$ ). Assim, o calor e a energia interna de um sistema termodinâmico também estão relacionados com o trabalho realizado ou recebido por um sistema termodinâmico.

Considere um gás ideal confinado em um recipiente cilíndrico com êmbolo móvel, com estado termodinâmico definido pelas grandezas iniciais  $p_0$ ,  $V_0$  e  $T_0$ . Esse gás recebe calor do fogo e passa por uma expansão isobárica, a pressão constante, ilustrada na Figura 3.19.

**Figura 3.19** | Gás ideal passando por uma expansão isobárica



Fonte: elaborada pelo autor.

Veja que, ao receber calor da fonte, o gás realizou trabalho sobre o êmbolo, que se deslocou. Pela definição de pressão, temos:

$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p \cdot A$ . Na Figura 3.19, vemos que o deslocamento do êmbolo causou uma variação de volume dada por:  $\Delta V = A \cdot d$ . Assim, pela definição do trabalho de uma força, temos:

$$W = F \cdot d = p \cdot A \cdot d \Rightarrow W = p \cdot \Delta V.$$

Logo, o trabalho termodinâmico depende da variação do volume do gás. Porém, a variação de volume está relacionada também com a variação da pressão, da temperatura ou de ambas as grandezas.

A quantidade de calor ( $Q$ ) fornecida a um sistema termodinâmico pode causar um aumento da temperatura e, conseqüentemente, da

energia interna ( $U$ ), ou possibilitar que o sistema realize trabalho ( $W$ ). Sabendo disso, temos a **Primeira Lei da Termodinâmica**:

$$Q = W + \Delta U.$$



### Assimile

Na Primeira Lei Termodinâmica ( $Q = W + \Delta U$ ), a energia recebida por um sistema pode variar a energia interna ou ser transformada em outra forma de energia pela realização de trabalho. Logo, essa lei consiste em uma versão para o princípio da conservação da energia.

Se analisarmos apenas as operações matemáticas envolvidas nessa Primeira Lei, não há restrições, porém sabemos que algumas transformações não ocorrem na natureza. Por esse motivo, tem-se a **Segunda Lei da Termodinâmica**, que possui vários enunciados e formas de interpretação. Uma delas é: *o calor jamais flui espontaneamente de um corpo com menor temperatura para um corpo com maior temperatura*. Esse enunciado está relacionado ao conceito de entropia, que pode ser entendido como uma "desordem", isto é, quanto maior a desordem de um sistema, maior sua entropia. Sempre que a energia de um sistema for distribuída espontaneamente, isso será feito de maneira que a entropia aumente, enquanto a energia disponível diminui. Logo, outro enunciado para a Segunda Lei seria: *em um processo espontâneo, a entropia (desordem) sempre aumenta*.

Solidificar a água para fazer gelo (deixá-la mais organizada, com menor entropia), por exemplo, não é algo espontâneo, sendo necessário colocá-la em um sistema, no caso, um congelador de geladeira. Para que a água fique mais "organizada", a entropia do sistema todo tem que aumentar. Já se deixarmos o gelo no ambiente externo, ele derreterá naturalmente (desorganiza-se, aumentando sua entropia do sistema gelo-ambiente).



### Pesquise mais

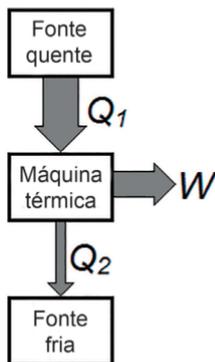
Veja mais informações sobre as Leis da Termodinâmica estudando o capítulo 18, páginas 339 a 349, do seguinte livro:

HEWITT, Paul. **Física conceitual**. 12. ed. Tradução de Trieste Freire Ricci. Revisão técnica de Maria Helena Gravina. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Você, aluno de nossa instituição, tem acesso gratuito a esse livro em nossa Biblioteca Virtual. Para estudá-lo, acesse o *link* disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/uk>>. Em seguida, faça seu *login* na área do aluno e procure a obra. Depois, copie o *link* a seguir e cole na barra de endereço de seu navegador. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603413/cfi/0>>. Acesso em: 7 fev. 2018.

Máquinas térmicas são equipamentos que realizam a transformação de calor em trabalho, como os motores a combustão, por exemplo. Nelas, conforme representado na Figura 3.20, uma fonte quente a temperatura  $T_1$  fornece uma quantidade de calor  $Q_1$  para a máquina que realizará trabalho  $W$ . Para o calor fluir espontaneamente, é necessária a existência de uma fonte fria a uma temperatura  $T_2$  ( $T_2 < T_1$ ), que recebe uma parte do calor  $Q_2$  que não foi utilizado. Assim, para uma máquina térmica, temos:  $W = Q_1 - Q_2$ .

Figura 3.20 | Esquema representando uma máquina térmica



Fonte: elaborada pelo autor.

Como seu funcionamento corresponde ao trabalho realizado ( $W$ ) a partir do calor recebido ( $Q_1$ ), o rendimento de uma máquina térmica ( $\eta$ ) indica quanto da energia recebida foi útil, ou seja, utilizada para realizar trabalho:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$



Um motor a combustão utiliza gasolina, que possui calor de combustão igual a  $11.000 \text{ cal/g}$ . Na queima de  $1 \text{ L}$  de gasolina, qual quantidade de energia é utilizada na forma de trabalho e qual a quantidade de energia dissipada, sabendo que o rendimento do motor é de  $30\%$ ? Considere:  $d_{\text{gasolina}} = 0,68 \text{ g/mL}$ .

### Resolução

De acordo com a densidade da gasolina,  $1 \text{ L}$ , ou  $1.000 \text{ mL}$ , tem massa de  $680 \text{ g}$ . A quantidade de energia liberada em sua combustão é determinada a partir de seu calor de combustão:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ g} \rightarrow 11000 \text{ cal} \\ 680 \text{ g} \rightarrow Q \end{array} \quad Q = 7480000 \text{ cal}$$

Essa é a energia total fornecida pela combustão da gasolina, que funciona como fonte quente:  $Q_1 = 7480000 \text{ cal}$ . Como o rendimento do motor é de  $30\%$ , temos  $\eta = 0,3$ .

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \Rightarrow 0,3 = \frac{W}{7480000} \Rightarrow W = 2244000 \text{ cal.}$$

Logo, a energia total recebida foi de  $7.480.000 \text{ cal}$ , sendo  $2.244.000 \text{ cal}$  úteis para o trabalho realizado e  $5.236.000 \text{ cal}$  rejeitadas.

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha em uma indústria, no setor de funcionamento e manutenção da caldeira a óleo. Apesar de funcionar a óleo, essa caldeira possibilita adequações para utilizar outros tipos de combustível, como lenha e gás natural. Por esse motivo, seu gestor orienta que, de tempos em tempos, seja feito um levantamento do custo-benefício de outros combustíveis comumente utilizados em caldeiras, para considerar a possibilidade de substituição de um combustível por outro.

Além de uma atualização das informações do óleo que está sendo utilizado, como densidade, calor de combustão e custo atual, você busca essas informações também para o eucalipto, a lenha

que é comumente utilizada, e o gás natural disponível na sua região, elaborando, assim, a Tabela 3.8:

**Tabela 3.8** | Algumas características de três diferentes combustíveis utilizados em caldeiras

	Preço	Calor de combustão ( $Q_{\text{comb}}$ )	Densidade (d)
Óleo	R\$ 0,92 /L	9.400 kcal/kg	0,967 kg/L
Lenha	R\$ 60,0 /m <sup>3</sup>	2.600 kcal/kg	954 kg/m <sup>3</sup>
Gás natural	R\$ 0,75 /m <sup>3</sup>	8650 kcal/m <sup>3</sup>	

Fonte: elaborada pelo autor.

Sabe-se que são consumidos cerca de 6.000 L de óleo/mês, que representam um custo mensal ( $C_{\text{óleo}}$ ) de R\$ 5.520,00, já que cada litro está custando R\$ 0,92.

Para determinar a massa dessa quantidade, utiliza-se a densidade do óleo:

$$d_{\text{óleo}} = \frac{m_{\text{óleo}}}{V_{\text{óleo}}} \Rightarrow 0,967 = \frac{m_{\text{óleo}}}{6000} \Rightarrow m_{\text{óleo}} = 5802 \text{ kg.}$$

Assim, são consumidos cerca de 5.802 kg de óleo/mês. Para fazer um comparativo com outros combustíveis, é preciso determinar qual quantidade de calor ( $Q$ ) é fornecida por essa quantidade de óleo, sabendo que seu calor de combustão é de 9400 kcal/kg:

$$\begin{aligned} Q_{\text{comb}} &= \frac{Q_{\text{óleo}}}{m_{\text{óleo}}} \Rightarrow 9400 = \frac{Q_{\text{óleo}}}{5802} \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q_{\text{óleo}} = 54538800 \cong 5,45 \cdot 10^7 \text{ kcal.} \end{aligned}$$

Portanto, utilizando óleo, são gastos R\$ 5.520,00 para obter cerca de  $5,45 \cdot 10^7$  kcal.

Para verificar a quantidade de lenha necessária para gerar essa mesma quantidade de calor, utilizamos o calor de combustão da lenha:

$$Q_{\text{comb}} = \frac{Q_{\text{lenha}}}{m_{\text{lenha}}} \Rightarrow 2600 = \frac{5,45 \cdot 10^7}{m_{\text{lenha}}} \Rightarrow m_{\text{lenha}} \cong 2,1 \cdot 10^4 \text{ kg.}$$

Como a lenha é vendida por volume medido em metros cúbicos, podemos determinar o volume que essa quantidade representa, utilizando sua densidade:

$$d_{\text{lenha}} = \frac{m_{\text{lenha}}}{V_{\text{lenha}}} \Rightarrow 954 = \frac{2,1 \cdot 10^4}{V_{\text{lenha}}} \Rightarrow V_{\text{lenha}} \cong 22 \text{ m}^3.$$

Como cada  $1 \text{ m}^3$  custa R\$ 60,00, essa quantidade teria um custo mensal ( $C_{\text{lenha}}$ ) de, aproximadamente, R\$ 1.320,00.

Para analisar o gás natural, note que esse combustível é vendido por volume, e seu calor de combustão já está expresso em relação ao volume, logo cálculos envolvendo densidade não serão necessários. Para verificar a quantidade de gás natural necessário para gerar uma quantidade de calor de, aproximadamente,  $5,45 \cdot 10^7 \text{ kcal}$ , utilizamos seu calor de combustão:

$$Q_{\text{comb}} = \frac{Q_{\text{gás}}}{V_{\text{gás}}} \Rightarrow 8650 = \frac{5,45 \cdot 10^7}{V_{\text{gás}}} \Rightarrow V_{\text{gás}} \cong 6,3 \cdot 10^3 \text{ m}^3.$$

Como cada  $1 \text{ m}^3$  de gás natural custa R\$ 0,75, essa quantidade teria um custo mensal ( $C_{\text{gás}}$ ) de R\$ 4.725,00.

Após esse estudo detalhado, você apresenta a seu gestor as informações resumidas e organizadas na Tabela 3.9.

**Tabela 3.9** | Comparativo entre os três possíveis combustíveis a serem utilizados na caldeira

$Q = 54538800 \text{ kcal/mês}$		
	Quantidade mensal	Custo mensal (R\$)
Óleo	6.000 L	5.520,00
Lenha	$2,1 \cdot 10^4 \text{ kg}$	1.320,00
Gás natural	$6,3 \cdot 10^3 \text{ m}^3$	4.725,00

Fonte: elaborada pelo autor.

O resultado da pesquisa impressionou seu gestor, pois o óleo é o combustível de maior gasto. Porém, foi verificado apenas o custo único de cada combustível, não sendo considerados os demais

fatores, como frequência de compra de outros combustíveis, local de compra, frete, estoque, lembrando que estão sendo comparados três combustíveis em estados físicos distintos (sólido, líquido e gasoso), e cada um possui suas particularidades e cuidados para manejo e estocagem.

Vocês, então, iniciam uma nova etapa de trabalho, levando em conta agora outros fatores envolvidos com cada combustível.

Neste momento, encerramos o contexto referente aos trabalhos com a caldeira. Além da análise do calor liberado em cada opção de combustível, analisamos as principais variáveis envolvidas no funcionamento de uma caldeira, como pressão, volume e temperatura, verificando como cada uma delas pode ser determinada e sua influência no funcionamento correto do equipamento.

## Avançando na prática

### Resfriamento de ferro com água

#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha em uma empresa que produz peças de ferro de 1,5 kg. Nessa empresa, o ferro é aquecido até altas temperaturas que o tornam incandescente, pois, assim, é possível moldá-lo conforme desejado.

Como o ponto de fusão do ferro é de **1538 °C**, as temperaturas de manuseio são inferiores a esse valor. O ferro, normalmente, atinge o ponto desejado de manuseio a **750 °C**, quando se torna incandescente.

Após atingir essa temperatura e ser moldado, a peça de ferro precisa ser resfriada até a temperatura de **75 °C** ou menos, utilizando, para isso, um recipiente contendo água a temperatura em torno de **25 °C**. Como ocorrem trocas de calor apenas entre a peça e a água, notou-se que a quantidade de água não era adequada, pois não resfriava suficientemente a peça e entrava em ebulição, o que não deveria ocorrer.

Você, então, programa a substituição do recipiente, tendo as opções apresentadas na Tabela 3.10.

**Tabela 3.10** | Opções para o recipiente que armazena água

1,5 L	R\$ 400	2,5 L	R\$ 800
2 L	R\$ 600	3 L	R\$ 1.000

Fonte: elaborada pelo autor.

Qual opção pode ser escolhida, visando utilizar a quantidade de água necessária para causar o resfriamento de cada peça sem entrar em ebulição? Considere:  $c_{\text{ferro}} = 0,11 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ .

### Resolução da situação-problema

Como as trocas de calor ocorrem apenas entre a peça de ferro, com massa de 1,5 kg, ou 1.500 g, e a água, a peça cede calor e a água recebe calor.

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} &= 0 \Rightarrow (m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{ferro}} + (m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{água}} = 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 1500 \cdot 0,11 \cdot (75 - 750) + m_{\text{água}} \cdot 1 \cdot (75 - 25) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow -111375 + m_{\text{água}} \cdot 50 = 0 \Rightarrow m_{\text{água}} = 2227,5 \text{ g}
 \end{aligned}$$

Assim, é preciso um recipiente que contenha, no mínimo, 2.227,5 g de água, ou cerca de 2,3 L. Portanto, é necessário substituir o recipiente atual por outro de 2,5 L.

Essa análise possibilita que a melhor escolha seja feita, evitando gastos desnecessários.

## Faça valer a pena

**1.** Estudos sobre o aquecimento global apontam que, devido ao aquecimento do planeta, pode ocorrer o derretimento das geleiras, aumentando o nível de água dos oceanos. Porém, a energia necessária para esse derretimento pode causar um esfriamento drástico no planeta.

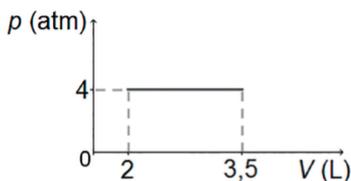
Suponha que todo o gelo das calotas polares tenha uma massa aproximada de  $4 \cdot 10^8 \text{ t}$ , estando a temperatura média de  $-10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Considere:  $c_{\text{gelo}} = 0,5 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ ;  $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g}$ .

Qual é a quantidade de calor necessária para derreter toda essa massa de gelo em calorías?

- a)  $34 \cdot 10^9 \text{ cal}$ .                      c)  $34 \cdot 10^{12} \text{ cal}$ .                      e)  $30 \cdot 10^{12} \text{ cal}$ .  
 b)  $34 \cdot 10^{15} \text{ cal}$ .                      d)  $30 \cdot 10^{15} \text{ cal}$ .

**2.** Um gás que pode ser considerado ideal está confinado em um recipiente com êmbolo móvel para estudos de seu comportamento em transformações termodinâmicas, em um volume de  $2\text{ L}$  a pressão de  $4\text{ atm}$ . Em uma das transformações, foi colocado por  $3\text{ min}$  sobre a chama de uma fonte térmica com potência de  $8\text{ W}$ , e com os dados coletados, elaborou-se o gráfico mostrado na Figura 3.21.

**Figura 3.21** | Gráfico  $p \times V$  de uma transformação gasosa de um gás



Fonte: elaborada pelo autor.

Analise as afirmativas a seguir e assinale V para verdadeiro e F para falso:

- ( ) O gás sofreu uma expansão isobárica.
- ( ) A fonte térmica forneceu  $24\text{ J}$  para o gás.
- ( ) O trabalho realizado pelo gás foi de  $6\text{ J}$ .
- ( ) O gás sofreu um aquecimento, pois sua energia interna aumentou  $18\text{ J}$ .
- ( ) O rendimento dessa transformação gasosa foi de, aproximadamente,  $42\%$ .

Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta:

- a) F – V – V – V – F.
- b) V – F – F – V – F.
- c) V – V – F – V – V.
- d) V – F – F – F – F.
- e) V – F – F – F – V.

**3.** Em testes realizados por uma empresa que projeta máquinas térmicas, a equipe de técnicos e engenheiros apresenta a Tabela 3.11, com alguns resultados de testes de dois protótipos.

**Tabela 3.11** | Resultados dos testes em dois protótipos de máquinas térmicas

Máquina	$W$ (J)	Calor fornecido (J)
Protótipo A	90	150
Protótipo B	1.200	5.000

Fonte: elaborada pelo autor.

O protótipo *A* tem um rendimento de \_\_\_\_\_ e rejeita \_\_\_\_\_ de energia. Já o protótipo *B* tem um rendimento de \_\_\_\_\_ e rejeita \_\_\_\_\_ de energia.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas:

- a) 40%; 60 J; 76%; 3.800 J.
- b) 40%; 90 J; 76%; 1.200 J.
- c) 60%; 60 J; 24%; 3.800 J.
- d) 60%; 60 J; 24%; 1.200 J.
- e) 60%; 90 J; 24%; 3.800 J.

# Referências

CAPRIOLI, Lucas. **Quadrante Física**. São Paulo: Edições SM, 2016. v. 2 (Coleção Quadrante Física).

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física: gravitação, ondas e termodinâmica**. 10. ed. Tradução e revisão de Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 2 (Coleção Fundamentos de Física).

HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 12. ed. Tradução de Trieste Freire Ricci. Revisão técnica de Maria Helena Gravina. Porto Alegre: Bookman, 2015.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros: Mecânica, oscilações e ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Tradução de Paulo Machado Mors. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1 (Coleção Física para cientistas e engenheiros).

# Princípios de eletricidade

## Convite ao estudo

Olá, aluno! Seja bem-vindo à quarta e última unidade da disciplina Física Geral. Fizemos uma interessante jornada até o momento, na qual você teve oportunidade de aumentar seus conhecimentos acerca de alguns conceitos tratados pela Física. Após estudar a Mecânica dos movimentos nas Unidades 1 e 2; os fluidos em repouso e a Termodinâmica na Unidade 3, estudaremos agora os princípios de eletricidade nesta Unidade 4.

Você já parou para pensar nas respostas a algumas perguntas, como: por que ocorrem descargas elétricas na atmosfera em dias de chuva? Por que é comum sentirmos pequenos choques elétricos quando tocamos em materiais metálicos? Por que uma pilha é capaz de ligar equipamentos elétricos? Por que é necessário ligar uma máquina elétrica na tomada para ela funcionar? Por que existem máquinas com espessura de fio elétrico diferente? Por que equipamentos elétricos esquentam quando estão em funcionamento? Essas e outras perguntas resumem, basicamente, o que será tratado nesta unidade.

Na primeira seção, faremos uma introdução aos fenômenos elétricos, tratando das cargas elétricas e da força de interação entre elas, descrita pela lei de Coulomb.

Na segunda seção, abordaremos os conceitos de campo elétrico e potencial elétrico, para, então, verificarmos as condições para colocar uma carga elétrica em movimento, gerando, assim, uma corrente elétrica.

Na terceira seção, estudaremos o resistor elétrico e o capacitor elétrico, assim como um circuito elétrico simples com esses elementos ligados a um gerador elétrico,

verificando também como alguns medidores elétricos podem ser utilizados para determinar os valores de algumas grandezas elétricas.

Para o estudo desta unidade, convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha com montagem e manutenção de dispositivos eletrônicos. Um cliente leva até seu estabelecimento um carregador afirmando que não está carregando a bateria do celular quando conectado a ele. Além disso, ele relata que comumente sente pequenos choques ao utilizar o carregador.

Em um primeiro momento, após analisar o carregador, você fornece algumas explicações ao seu cliente sobre as causas dos pequenos choques elétricos.

Seu cliente retorna ao seu estabelecimento, no dia seguinte, levando outro carregador de celular, mais antigo, acreditando que também está com defeito, já que esse carregador não carrega a bateria de seu celular com a mesma agilidade do outro mais novo. Porém, você percebe que o carregador mais antigo funciona perfeitamente. Logo em seguida, você deverá fornecer explicações ao seu cliente do porquê da demora da carga na bateria do celular pelo carregador mais antigo.

Para finalizar, você deverá determinar o problema no carregador em manutenção, analisando seu circuito elétrico e utilizando medidores elétricos. Porém, devido à sua experiência, você sabe que os problemas mais comuns desse modelo de carregador ocorrem nos resistores elétricos.

Vamos iniciar o estudo desta unidade para, então, verificar de que forma os conceitos estudados podem ser úteis nesse contexto apresentado.

# Seção 4.1

## Introdução aos fenômenos elétricos

### Diálogo aberto

Nesta seção, iniciaremos a unidade sobre princípios de eletricidade.

Quando mencionamos eletricidade, é comum pensarmos em equipamentos elétricos em funcionamento. Contudo, seus estudos iniciam-se antes disso, por uma análise microscópica dos fenômenos elétricos, ou seja, estudaremos, inicialmente, as cargas elétricas.

Nesta Seção 4.1 e em parte da Seção 4.2, estudaremos algumas propriedades das cargas elétricas, que são características encontradas em duas partículas: prótons e elétrons. Após a verificação da existência dessas partículas, acreditou-se por alguns anos que seriam estruturas fundamentais da matéria. Porém, estudos que buscam compreender a estrutura da matéria revelaram que prótons são constituídos de outras partículas, o que não interfere no nosso estudo sobre as cargas elétricas.

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha com montagem e manutenção de dispositivos eletrônicos. Um cliente levou até seu estabelecimento o carregador mostrado na fotografia para manutenção (Figura 4.1).

**Figura 4.1** | Carregador de bateria de telefone celular



Fonte: elaborada pelo autor.

Ele alegou que esse carregador não está carregando a bateria do celular quando conectado a ele. Além disso, relatou que comumente sente pequenos choques ao utilizar o carregador e questionou o motivo disso, já que o material pelo qual se segura o carregador não é condutor de corrente elétrica.

Será necessário, então, fornecer uma explicação ao cliente de quais são as possíveis causas desses choques elétricos, baseando-se nas interações elétricas. Além disso, é importante explicar por que um material não condutor de corrente elétrica pode causar choques elétricos quando tocado.

Será que apenas materiais condutores, como alguns metais, causam choques elétricos?

Vamos iniciar o estudo da seção para verificar de que forma os assuntos aqui tratados podem ser úteis nesta atividade profissional.

## Não pode faltar

Para compreender os fenômenos e as interações referentes à eletricidade, devemos fazer antes uma análise microscópica, isto é, devemos “entrar” dentro da matéria, mais especificamente, dentro do átomo. Isso é necessário porque as partículas portadoras de cargas elétricas são constituintes do átomo.

As primeiras evidências dos estudos dos fenômenos elétricos são relacionadas ao filósofo grego Tales de Mileto (aproximadamente 624-547 a.C.), destacando que uma resina fóssil proveniente de algumas árvores, após ser esfregada em pele de animal, atraía pequenos corpos, como folhas e o cabelo. O nome dessa resina é âmbar e a palavra grega para designar essa resina é *eléctron*, daí o nome eletricidade.

Por muitos anos seguintes, vários outros estudiosos deram importantes contribuições ao avanço do conhecimento da eletricidade. Destacamos um estudo feito por uma equipe liderada pelo inglês Joseph John Thomson (1856-1940), em 1897, concluindo que na matéria existem pequenas estruturas mais leves do que o átomo e com cargas negativas, que seriam, posteriormente, denominadas **elétrons**.

Investigações subsequentes constataram que as cargas elétricas dessas partículas são sempre números inteiros de um mesmo valor, ou seja, a carga elétrica é quantizada, sendo definida como a **carga elétrica elementar**:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de medida de carga elétrica foi definida como coulomb (C), em homenagem ao francês Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), por suas contribuições ao conhecimento das interações entre cargas elétricas que estudaremos ainda nesta seção.

Com o avanço do conhecimento do elétron, buscou-se conhecer ainda mais a matéria, pois se existe uma partícula com carga negativa, mas a matéria é eletricamente neutra, cargas positivas também existem no átomo. Com relação a essas cargas, destaca-se a investigação feita pela equipe do neozelandês Ernest Rutherford (1871-1937), concluindo, entre 1909 e 1911, que no átomo existe uma pequena região extremamente massiva denominada núcleo, com carga positiva. Ao redor dessa região, existe a maior parte do átomo onde estariam os elétrons, denominada eletrosfera. Rutherford detectou definitivamente a partícula positiva existente no núcleo atômico, chamado **próton**, cuja massa é quase 2.000 vezes maior do que a do elétron.

Para garantir a estabilidade elétrica da matéria, prótons e elétrons, apesar da grande diferença de massa entre eles, devem ter a mesma carga elétrica ( $q$ ), de sinais opostos:

$$q_{\text{próton}} = +e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad q_{\text{elétron}} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Além de prótons e elétrons terem a mesma carga elétrica, para a neutralidade elétrica da matéria, é necessária a mesma quantidade dessas partículas. Logo, sendo  $n$  a quantidade de partículas e sabendo que só existe carga elétrica múltipla da carga elétrica elementar ( $e$ ), podemos escrever a carga elétrica ( $q$ ) como:

$$q = n \cdot e.$$



### Exemplificando

Quantos elétrons ou prótons correspondem a uma carga elétrica de módulo 1 C?

### Resolução:

Como cada próton, ou elétron, tem carga elétrica elementar ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ), a quantidade de partículas para se ter uma carga elétrica de 1 C pode ser determinada da seguinte forma:

$$q = n \cdot e \Rightarrow 1 = n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow n = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ partículas}$$

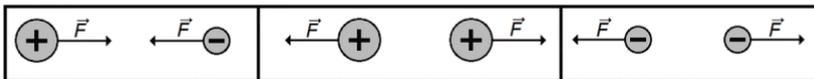
Veja que é necessário cerca de 6 250 000 000 000 000 000 prótons ou elétrons para se ter uma carga elétrica de 1 C.

Com relação ao modelo atômico, muitas outras pesquisas e investigações foram feitas posteriormente, e o modelo aceito hoje é complexo e adequa-se a uma Física probabilística. Mesmo assim, as características do átomo na forma que o definimos até então possibilitam um estudo adequado da eletricidade e seus fenômenos.

### Interações elétricas

Você deve compreender, então, que o átomo tem uma região central e massiva chamada núcleo, onde estão concentrados os prótons com carga positiva. Fora dessa região, estão os elétrons com carga negativa. Com relação à interação entre essas partículas, verificou-se que partículas com cargas elétricas de mesmo sinal se repelem, como dois prótons ou dois elétrons, e partículas com cargas elétricas de sinais opostos se atraem, como prótons e elétrons, como representado na Figura 4.2.

**Figura 4.2** | Representação da interação elétrica de atração e de repulsão. A forma com sinal positivo representa um próton e a forma com sinal negativo representa um elétron. As formas não estão em proporção de tamanho



Fonte: elaborada pelo autor.

É devido à interação elétrica que os elétrons são mantidos na eletrosfera, pois são atraídos pelos prótons do núcleo.

A intensidade dessa força de interação entre cargas elétricas é definida pela lei de Coulomb, que veremos mais adiante nesta seção.

Perceba que o núcleo do átomo é formado por prótons próximos uns dos outros que eletricamente se repelem e, mesmo assim, o núcleo atômico se mantém coeso. Isso ocorre porque, no núcleo atômico, da proximidade dos prótons surge uma interação denominada força forte, atrativa e com intensidade maior do que a força elétrica. Essa interação é tratada por outras áreas da Física, como a Física Quântica e a Física Nuclear.

## **Condutores e isolantes elétricos**

Todo equipamento elétrico possui um fio que deve ser conectado à tomada, para ser percorrido por uma corrente elétrica formada por elétrons em movimento ao longo do fio, fazendo o equipamento funcionar. Estudaremos as cargas em movimento na próxima seção. Neste momento, queremos apenas analisar os materiais utilizados.

Você já deve ter reparado que os fios elétricos são feitos de metal e recobertos com outro material. Isso é feito para evitar choques elétricos no usuário do equipamento. O material com que é feita a parte interna do fio é classificado como condutor elétrico. Nele, os elétrons localizados mais distantes dos núcleos dos átomos ficam praticamente livres, o que facilita sua movimentação na estrutura do material. Metais como cobre, ouro, prata e alumínio são exemplos de condutores elétricos.

Já o material utilizado para recobrir o fio elétrico é classificado como isolante. Nele, os elétrons encontram dificuldade em se mover, pois são mais fortemente atraídos pelo núcleo. Plástico, borracha, vidro, madeira e cerâmica são exemplos de materiais isolantes elétricos.

## **Processo de eletrização**

Sabemos que a matéria possui átomos com prótons e elétrons em sua constituição, logo existem cargas positivas e cargas negativas em sua estrutura. Porém, o fato de existir a mesma quantidade de prótons e elétrons faz com que a carga elétrica total, chamada carga líquida, seja nula. A carga líquida de um corpo é dada pela quantidade de prótons a mais em relação aos elétrons, ou vice-versa.

No átomo, os prótons estão fortemente ligados formando o núcleo, enquanto os elétrons estão na eletrosfera atraídos pela interação elétrica com o núcleo. Devido a essa configuração, os elétrons podem ser retirados ou fornecidos a um átomo e, conseqüentemente, a um material, pelo processo de eletrização. O resultado de um processo de eletrização são corpos com carga elétrica positiva em excesso, quando perdem elétrons, ou com carga negativa em excesso, quando ganham elétrons.



### Assimile

Perceba que apenas os elétrons são transferidos em um processo de eletrização, já que os prótons estão no núcleo. Assim, um corpo com excesso de cargas negativas ganhou elétrons. Já um corpo com excesso de cargas positivas não significa que ganhou prótons, mas, sim, que perdeu elétrons.

Discutiremos a seguir três processos de eletrização: atrito, contato e indução.

A **eletrização por atrito** pode ocorrer quando se atrita a superfície de dois corpos, e os elétrons são transferidos de um para outro. Assim, esfregando-se dois corpos neutros, obtêm-se, ao final, corpos com cargas opostas.

A eletrização por atrito pode ser verificada quando uma pessoa com cabelos longos os penteia e percebe que alguns fios insistem em ficar eriçados, ou quando esfregamos o tubo de uma caneta de plástico na cabeça e aproximamos o tubo de pequenos pedaços de papel picado, notando que ocorre uma atração entre o tubo e os papéis. Nesses casos, ocorre transferência de elétrons do cabelo para o plástico do pente ou do tubo.

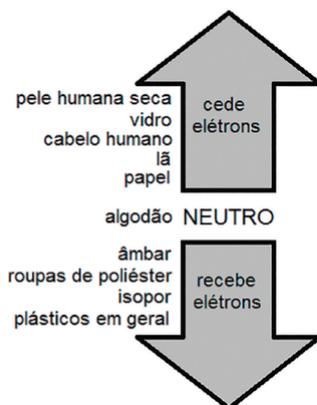
Esse processo de eletrização é também o principal responsável pelos pequenos choques elétricos que comumente sentimos ao tocar em objetos metálicos ou outras pessoas. Devido ao atrito de nosso corpo com roupas, cadeiras, assentos de veículos, por exemplo, nosso corpo fica eletrizado, e quando tocamos um material condutor, ocorre uma neutralização (elétrons podem escoar do nosso corpo ou para nosso corpo) e sentimos o choque elétrico.

É importante notar que não estamos tratando de isolantes nem de condutores elétricos, mas, sim, de processos de eletrização.

Como toda matéria possui elétrons, qualquer material pode ser eletrizado, inclusive os isolantes.

Alguns materiais têm mais facilidade para ceder elétrons do que outros, de forma que, na eletrização por atrito, os elétrons são transferidos do material com mais facilidade de ceder para o material com facilidade em receber. Essa característica está relacionada com a estrutura atômica do material e com a força elétrica entre núcleo e elétrons. Com base em investigações experimentais, alguns materiais foram organizados na chamada série triboelétrica, partindo de suas tendências em ceder ou receber elétrons, como mostrado na Figura 4.3.

**Figura 4.3** | Alguns materiais organizados em uma série triboelétrica



Fonte: adaptada de UNESP. Disponível em: <[www.rc.unesp.br/showdefisica/99\\_Explor\\_Eletrizacao/paginas%20htmls/S%C3%A9rie%20Triboele%C3%A9trica.htm](http://www.rc.unesp.br/showdefisica/99_Explor_Eletrizacao/paginas%20htmls/S%C3%A9rie%20Triboele%C3%A9trica.htm)>. Acesso em: 20 fev. 2018.

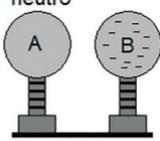
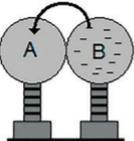
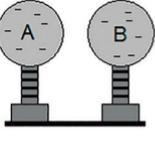
Por exemplo, se lã for atritada em um plástico, cederá elétrons, ficando carregada positivamente, e se for atritada na pele humana, ganhará elétrons, ficando carregada negativamente.

Na **eletrização por contato**, quando se faz contato entre os corpos e um já está eletrizado, ocorre transferência de elétrons entre eles, de forma que, após o contato, ambos ficam eletrizados, com excesso de cargas elétricas de mesmo sinal.

Para compreender esse processo, considere inicialmente dois corpos, ilustrados na Figura 4.4, um eletricamente neutro (corpo **A**) e outro eletrizado negativamente (corpo **B**), apoiados em suportes isolantes. Quando o corpo **B** é aproximado do corpo **A**, verificamos uma atração elétrica entre eles, pois mesmo que o corpo **A** esteja

neutro, possui cargas elétricas positivas. Quando os corpos se tocam, elétrons são transferidos do corpo **B** para o corpo **A**, de forma que, após o contato, ambos ficam carregados negativamente e se repelem.

**Figura 4.4** | Processo de eletrização por contato

 <p>neutro</p>	 <p>elétrons</p>	
<p>Corpo <b>A</b> (neutro) é atraído eletricamente pelo corpo <b>B</b> (eletrizado com carga negativa).</p>	<p>No contato, elétrons são transferidos do corpo <b>B</b> para o corpo <b>A</b>.</p>	<p>Após a eletrização, os corpos ficam eletrizados com cargas de mesmo sinal e repelem-se eletricamente.</p>

Fonte: elaborada pelo autor.

Caso o corpo **B** estivesse eletrizado positivamente (com falta de elétrons), receberia elétrons do corpo **A**, de forma que, ao final, ambos ficariam eletrizados com carga positiva. A divisão igual entre as cargas elétricas em excesso inicialmente se dá apenas quando os corpos são idênticos e de mesmo tamanho, como ilustrado na Figura 4.4.



### Exemplificando

Uma esfera metálica **A**, eletrizada com carga elétrica de  $-12,8 \mu\text{C}$ , é colocada em contato com outra esfera metálica menor neutra **B**. Após o contato, a carga de **A** passa a ser  $-8 \mu\text{C}$ . Quantos elétrons foram transferidos nesse processo? O símbolo  $\mu$  é o prefixo micro, sendo:  $\mu = 10^{-6}$ .

#### Resolução:

A esfera **A** estava inicialmente com carga elétrica de  $-12,8 \mu\text{C}$  e a esfera **B**, neutra. Após o contato, a carga elétrica em excesso de **A** passou a ser  $-8 \mu\text{C}$ , de forma que **B** adquiriu uma carga elétrica final dada por:

$$-8 \mu\text{C} + Q_B = -12,8 \mu\text{C} \Rightarrow Q_B = -4,8 \mu\text{C} = -4,8 \cdot 10^{-6} \text{ C.}$$

Essa quantidade de carga elétrica em excesso de **B** surgiu porque certa quantidade de elétrons ( $n$ ) foi transferida a ela. Sabendo a carga elementar de cada elétron ( $e$ ), podemos determinar a quantidade de elétrons que corresponde a essa carga elétrica:

$$q = n \cdot e \Rightarrow 4,8 \cdot 10^{-6} = n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow n = 3 \cdot 10^{13} \text{ elétrons.}$$

A **eletrização por indução** também ocorre quando ao menos um dos corpos já está eletrizado. Na eletrização por contato descrita anteriormente, na etapa em que apenas se aproxima o corpo **B** (eletrizado negativamente) do corpo **A** (neutro), sem contato, ocorre uma separação de cargas elétricas no corpo **A**, pois seus elétrons são repelidos. O corpo **B** é chamado indutor, e o corpo **A**, induzido.



**Refleta**

Qual é a carga elétrica líquida de um corpo induzido por um indutor com excesso de carga elétrica negativa? E de um corpo induzido por um indutor com excesso de carga elétrica positiva?

Conectando o corpo **A** a um terceiro corpo, como um aterramento, por exemplo, os elétrons repelidos escoarão para esse terceiro corpo. Logo, ao final do processo de indução, o corpo **B** (indutor) se manterá com sua carga elétrica inicial e o corpo **A** (induzido) adquirirá carga elétrica de sinal oposto, no caso positivo, como representado na Figura 4.5.

**Figura 4.5** | Processo de eletrização por indução

<p>A proximidade do corpo <b>B</b> (eletrizado negativamente) com o corpo <b>A</b> (neutro) causa uma separação das cargas elétricas em <b>A</b>.</p>	<p>Conectando o corpo <b>A</b> à Terra por um aterramento, os elétrons escoarão para o planeta.</p>	<p>Desfazendo o contato do corpo <b>A</b> com a Terra e afastando o corpo <b>B</b> (indutor), obtêm-se corpos com cargas de sinais opostos.</p>

Fonte: elaborada pelo autor.



## Assimile

No processo de eletrização por indução, de um indutor eletrizado com carga negativa, obtém-se um induzido eletrizado com carga positiva, e de um indutor eletrizado com carga positiva, obtém-se um induzido eletrizado com carga negativa.

A eletrização por indução é uma das responsáveis pelas descargas elétricas na atmosfera que vemos em dias chuvosos. Na formação das nuvens, ocorrem atritos entre moléculas de água e outras partículas, causando eletrização das nuvens, de forma que suas cargas elétricas induzem cargas elétricas na superfície da Terra. Quando o espaço entre as nuvens e a Terra possibilita o deslocamento de cargas, devido à alta umidade, por exemplo, as cargas se movem, emitindo a luz característica de um raio. Esse processo causa também o aquecimento do ar que se expande, causando o som do trovão.



## Pesquise mais

Veja mais informações sobre os processos de eletrização estudando as páginas 413 a 417 do seguinte livro:

HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 12. ed. Tradução de Trieste Freire Ricci. Revisão técnica de Maria Helena Gravina. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Você, aluno de nossa instituição, tem acesso gratuito a esse livro em nossa Biblioteca Virtual. Para estudá-lo, acesse o *link* disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/uk>>. Em seguida, faça seu *login* na área do aluno e procure a obra. Depois, copie o *link* a seguir e cole na barra de endereço de seu navegador. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603413/cfi/0>>. Acesso em: 20 fev. 2018.

## Força elétrica

Como vimos, a interação elétrica entre cargas elétricas pode ser por uma força elétrica ( $\vec{F}_e$ ) de atração ou de repulsão. Para o estudo da intensidade dessa força elétrica, destacam-se os estudos realizados pelo francês Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), que chegou à conclusão conhecida como **lei de Coulomb**, que estipula: a intensidade da força elétrica é diretamente proporcional

às intensidades das cargas elétricas envolvidas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Sendo  $Q$  e  $q$  as intensidades das cargas elétricas envolvidas e  $d$  a distância entre elas, a lei de Coulomb pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_e = \frac{k \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2}.$$

Na relação apresentada,  $k$  é a constante de proporcionalidade, denominada constante eletrostática, característica do meio onde estão as cargas. Para o vácuo, por exemplo, a constante eletrostática designada por  $k_0$  vale:  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

Veja também que, na relação apresentada, as cargas estão entre módulos, pois o objetivo da lei de Coulomb é determinar a intensidade da força elétrica, de forma que os sinais das cargas podem ser desconsiderados. Porém, devemos saber que cargas elétricas de mesmo sinal se repelem e de sinais opostos se atraem.

Lembre-se de que a unidade de medida de força, no SI, é newton (N).



### Exemplificando

Considere uma situação na qual há duas cargas elétricas posicionadas sobre um eixo horizontal  $x$ , no vácuo, separadas por uma distância de  $1 \text{ m}$ , sendo  $Q_A = 6 \mu\text{C}$  e  $Q_B = 14 \mu\text{C}$ . Entre as cargas, foi colocado um elétron, a  $40 \text{ cm}$  da carga **A**. Determine as características do vetor aceleração adquirido pelo elétron. Considere:  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

#### Resolução:

As intensidades das forças elétricas exercidas por **A** ( $\vec{F}_{eA}$ ) e por **B** ( $\vec{F}_{eB}$ ) sobre o elétron ( $e$ ) são dadas pela lei de Coulomb:

$$F_{eA} = \frac{k_0 \cdot |Q_A| \cdot |e|}{d_A^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot |6 \cdot 10^{-6}| \cdot |-1,6 \cdot 10^{-19}|}{0,4^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{eA} = 5,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}.$$

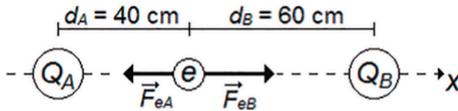
$$F_{eB} = \frac{k_0 \cdot |Q_B| \cdot |e|}{d_B^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot |14 \cdot 10^{-6}| \cdot |-1,6 \cdot 10^{-19}|}{0,6^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{eB} = 5,6 \cdot 10^{-14} \text{ N}.$$

De acordo com as posições das cargas representadas na Figura 4.6, as forças elétricas  $\vec{F}_A$  e  $\vec{F}_B$  atraem o elétron, logo são opostas, de forma que a força resultante  $\vec{F}_R$  é obtida pela subtração entre suas intensidades:

$$F_R = F_{eB} - F_{eA} = (5,6 \cdot 10^{-14}) - (5,4 \cdot 10^{-14}) \Rightarrow F_R = 2 \cdot 10^{-15} \text{ N.}$$

Figura 4.6 | Configuração entre as cargas elétricas



Fonte: elaborada pelo autor.

Essa força resultante é horizontal, com sentido de  $x$  crescente, ou seja, sentido para  $Q_B$ . De acordo com a segunda lei de Newton, essa força aplicada na massa do elétron gera uma aceleração:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 2 \cdot 10^{-15} = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot a \Rightarrow a \cong 2,2 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

Portanto, devido às interações elétricas, o elétron acelerará no sentido  $x$  crescente.

## Sem medo de errar

Para o estudo desta unidade, lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha com montagem e manutenção de dispositivos eletrônicos.

Um cliente levou até seu estabelecimento o carregador mostrado na fotografia para manutenção (Figura 4.7).

Figura 4.7 | Carregador de bateria de telefone celular



Fonte: elaborada pelo autor.

Ele alegou que esse carregador não carrega a bateria do celular quando conectado a ele. Além disso, relatou que comumente sente pequenos choques ao utilizar o carregador e questionou o motivo disso, já que o material pelo qual segura o carregador não é condutor de corrente elétrica.

Em uma análise inicial rápida do carregador, você percebe que realmente existem problemas técnicos no funcionamento do carregador. Devido a esses problemas, existem algumas causas para os choques ao tocá-lo.

Com relação à dúvida de seu cliente sobre apenas materiais condutores causarem choques elétricos, você explica que essa é uma dúvida corriqueira, pois comumente as pessoas relacionam fenômenos elétricos a apenas materiais condutores de corrente elétrica, como alguns metais. Porém, em toda matéria existem prótons e elétrons, que são as partículas que possuem cargas elétricas. A diferença é que os condutores possuem elétrons mais livres, o que facilita sua movimentação pelo material, enquanto, nos isolantes, os elétrons não se movem com tanta facilidade.

Por esse motivo, materiais classificados como isolantes não são utilizados para conduzir corrente elétrica, mas isso não significa que não possuem cargas elétricas. Assim, o tipo de plástico com que é feito o carregador não é condutor, mas possui cargas elétricas em sua estrutura.

Algum problema em seu funcionamento está fazendo com que esse material adquira cargas elétricas em excesso, que ficam localizadas em sua estrutura, em um processo chamado eletrização. O corpo humano é considerado um condutor elétrico por ser constituído em sua maior parte de água, de forma que, ao tocarmos o carregador, o excesso de cargas elétricas escoar para nosso corpo, fazendo com que tenhamos a sensação característica de um choque elétrico.

Existem algumas possíveis causas da eletrização do carregador. Uma delas é a chamada corrente de fuga, ou seja, pode ser que algum componente condutor do carregador esteja em contato com o plástico do carregador, fornecendo a ele cargas elétricas. Como o plástico não é condutor, essas cargas ficam ali acumuladas, e quando tocadas pela pessoa, ocorre o choque elétrico.

Pode ser também que algum componente do circuito do carregador esteja provocando um processo de indução no plástico do carregador, isto é, algum componente portador de carga elétrica pode estar atuando como corpo indutor e causando um excesso de carga elétrica no carregador, que é o corpo induzido. Ao tocar no carregador, nosso corpo, por ser condutor elétrico, funciona como um aterramento e neutraliza o carregador. Neste caso, se a carga elétrica induzida no carregador for negativa, elétrons se deslocarão do nosso corpo ao carregador. Já se a carga elétrica induzida no carregador for positiva, elétrons se deslocarão do carregador para nosso corpo.

Enfim, os motivos dos choques elétricos podem ser variados, e você tenta explicar isso a seu cliente de forma clara e simples, garantindo que o problema será resolvido durante a manutenção do equipamento.

O importante é sanar a dúvida dele a respeito do porquê um material que não é condutor estar causando choque elétrico. Com essas explicações, seu cliente ficará satisfeito, pois acreditará ter compreendido os motivos.

## Avançando na prática

### Impressora a *laser*

#### Descrição da situação-problema

Imagine que você trabalha em uma empresa que projeta impressoras a *laser*. No seu modelo de impressora, um *laser* causa uma eletrização de um cilindro receptor, com a forma da imagem que se deseja imprimir. A carga normalmente adquirida pela superfície do cilindro é de  $1,2 \mu\text{C}$ . O toner, distante  $3 \text{ cm}$ , então lança pequenas partículas de tinta com massa na ordem de  $5 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$  e eletrizadas negativamente com uma carga elétrica na ordem de  $-4 \text{ nC}$ , de forma que aderem ao cilindro apenas nas regiões eletrizadas positivamente. Após esse processo, o papel é, então, puxado pela impressora, e as partículas de tinta aderem agora à folha e são fixadas por um equipamento a alta temperatura.

Como tudo ocorre rapidamente, você precisa estimar o intervalo de tempo que as partículas de tinta levam para ir do toner ao cilindro, para, então, programar a próxima etapa, que é a puxada da folha.

## Resolução da situação-problema

Considere que cada partícula de tinta, com carga elétrica  $q = -4 \text{ nC} = -4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ , seja acelerada do toner ao cilindro, com carga elétrica  $Q = 1,2 \text{ } \mu\text{C} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , pela ação da força elétrica de atração, com intensidade definida pela lei de Coulomb. Inicialmente, a distância é de  $3 \text{ cm}$ , ou  $0,03 \text{ m}$ . No local do movimento da partícula de tinta, temos  $k = k_0$ :

$$F_e = \frac{k_0 \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot |1,2 \cdot 10^{-6}| \cdot |-4 \cdot 10^{-9}|}{0,03^2} \Rightarrow F_e = 0,048 \text{ N}.$$

É importante destacar que esta é apenas a intensidade da força elétrica inicial, já que, de acordo com a lei de Coulomb, a intensidade da força depende da distância entre as cargas, e conforme a partícula de tinta se move, a distância entre as cargas diminui. Logo, a intensidade da força elétrica aumenta ao longo do movimento da partícula. Mas, como desejamos apenas fazer estimativas, consideremos a intensidade da força elétrica calculada anteriormente como constante.

Essa força atua na partícula e sua aceleração pode ser determinada pela segunda lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a \Rightarrow 0,048 = 5 \cdot 10^{-8} \cdot a \Rightarrow a = 9,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2.$$

Cada partícula de tinta parte do repouso ( $v_0 = 0$ ), no instante  $t_0 = 0$ , em seu movimento uniformemente variado do toner ao cilindro ( $\Delta s = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$ ). Logo, o intervalo de tempo pode ser determinado pela função horária das posições  $s(t)$  do MUV:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow \Delta s = \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0,03 = \frac{9,6 \cdot 10^5 \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}.$$

Como a intensidade da força elétrica aumenta, a intensidade da aceleração não é constante, logo o intervalo de tempo será menor do que o calculado.

Esses cálculos, apesar de serem estimativas, possibilitam importantes resultados que devem ser considerados no momento de elaboração de seu projeto de forma segura.

## Faça valer a pena

**1.** Toda matéria possui partículas portadoras de cargas elétricas em sua estrutura, os prótons e os elétrons, porém a matéria é naturalmente neutra, pois apresenta a mesma quantidade de partículas positivas e negativas. Quando um corpo passa por um processo de eletrização, fica com partículas portadoras de cargas elétricas em excesso, isto é, adquire uma carga elétrica líquida diferente de zero.

Sobre os processos de eletrização por atrito, contato e indução, analise as seguintes sentenças:

- I. A eletrização por contato ocorre quando apenas tocamos quaisquer corpos, e o resultado são corpos eletrizados com cargas elétricas de mesmo sinal.
- II A eletrização por indução exige que um corpo já esteja eletrizado (o indutor) e a carga elétrica adquirida pelo outro corpo (o induzido) terá sempre sinal oposto ao da carga elétrica do indutor.
- III. Na eletrização por atrito, o corpo que fica carregado negativamente ganhou elétrons e o corpo que fica carregado positivamente ganhou prótons.
- IV. Em um processo de eletrização por indução, o indutor estava negativo, pois recebeu elétrons e foi aproximado do induzido. Ao aterrar o induzido, prótons movem-se da Terra a ele, de forma que, ao final, se mantém o indutor negativo e obtém-se um induzido positivo.

Assinale a alternativa que apresenta apenas sentenças corretas:

- a) Todas as afirmativas estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas II, III e IV estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas.
- d) Apenas a afirmativa II está correta.
- e) Apenas a afirmativa IV está correta.

**2.** Com relação ao modelo atômico, muitas pesquisas e investigações foram feitas, e o modelo aceito hoje é complexo e adequa-se a uma Física probabilística. Sabe-se que os elétrons se movem ao redor do núcleo, onde estão os prótons, porém não existe uma posição exata do elétron, mas, sim, uma distribuição de probabilidade pela qual é possível encontrá-lo.

Para o átomo de hidrogênio, que possui núcleo constituído por um próton e apenas um elétron na eletrosfera, os cálculos indicam que a distância média do elétron ao núcleo é da ordem de  $5,3 \cdot 10^{-13}$  m. Considere:

$$k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

Considerando a distância média entre o elétron e o núcleo atômico, qual seria a intensidade média da força elétrica entre eles, em newtons?

- a)  $4,35 \cdot 10^{-16}$  N.
- b)  $4,35 \cdot 10^{-4}$  N.
- c)  $8,20 \cdot 10^{-4}$  N.
- d)  $8,20 \cdot 10^{-16}$  N.
- e)  $0,82 \cdot 10^{-15}$  N.

**3.** Considere duas esferas condutoras idênticas e fixadas por hastes verticais isolantes. As duas estão eletricamente carregadas com cargas de módulo  $3 \mu\text{C}$  e  $1 \mu\text{C}$ , de forma que, quando estão a uma distância de  $50 \text{ cm}$  uma da outra, a força elétrica entre elas é atrativa. As esferas são, então, conectadas por um fio elétrico condutor de diâmetro desprezível.

Ao retirar-se o fio elétrico que foi conectado às esferas, a força elétrica que passa a agir entre elas é de:

- a) atração e vale  $0,036 \text{ N}$ .
- b) atração e vale  $0,144 \text{ N}$ .
- c) repulsão e vale  $0,144 \text{ N}$ .
- d) repulsão e vale  $0,072 \text{ N}$ .
- e) repulsão e vale  $0,036 \text{ N}$ .

## Seção 4.2

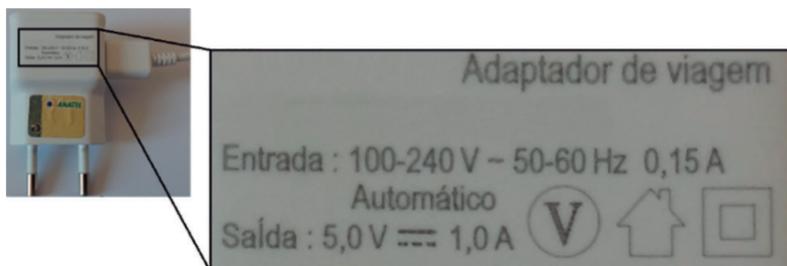
### Eletrostática e a corrente elétrica

#### Diálogo aberto

Caro estudante, iniciemos a segunda seção da unidade sobre Princípios de eletricidade. Após estudar, na Seção 4.1, algumas características das cargas elétricas e a interação entre elas, seguiremos, nesta seção, com outros dois importantes conceitos relacionados às cargas elétricas: o campo elétrico e o potencial elétrico. Depois, verificaremos as condições necessárias para colocar uma carga em movimento e estabelecer uma corrente elétrica necessária para fazer equipamentos elétricos funcionarem.

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha com montagem e manutenção de dispositivos eletrônicos. Um cliente levou até seu estabelecimento um carregador, mostrado na Figura 4.8, afirmando que não está carregando a bateria do celular quando conectado a ele.

**Figura 4.8** | Carregador de bateria de celular, com destaque para suas informações técnicas



Fonte: elaborada pelo autor.

Seu cliente retornou ao seu estabelecimento no dia seguinte, levando outro carregador de celular, mais antigo, como o mostrado na Figura 4.9, acreditando que também está com defeito, já que esse carregador mais antigo não está carregando a bateria de seu

celular com a mesma agilidade do outro carregador mais novo, quando em pleno funcionamento.

**Figura 4.9** | Carregador antigo de bateria de celular, com destaque para suas informações técnicas



Fonte: elaborada pelo autor.

Após verificações técnicas, você percebe que esse carregador mais antigo está funcionando perfeitamente. Quando seu cliente vem buscá-lo, ele questiona o porquê da demora da carga na bateria do celular pelo carregador mais antigo, e você, como bom profissional que é, deve fornecer prontamente as explicações necessárias.

Vamos, então, iniciar o estudo desta seção e verificar de que forma os assuntos estudados podem auxiliar na elaboração de uma explicação ao seu cliente.

## Não pode faltar

### Campo elétrico

Na seção anterior, vimos que a intensidade da força elétrica ( $\vec{F}_e$ ) de interação entre cargas elétricas é dada pela Lei de Coulomb:

$$F_e = \frac{k \cdot Q \cdot q}{d^2}.$$



### Refleta

Na natureza em que vivemos, as forças surgem apenas pela interação por contato entre os corpos? Você conhece alguma força de interação entre corpos que não estão em contato um com outro?

Perceba que a intensidade da força elétrica depende da distância entre as partículas portadoras de carga elétrica, ou seja, essa força existe sem que haja contato entre elas, assim como ocorre com a força da gravidade. Uma das formas de estudar essas forças a distância é considerando o conceito de **campo**, que pode ser entendido como uma região de interferência ao redor de um corpo ou partícula com determinada característica. Partículas que possuem carga elétrica, por exemplo, geram um **campo elétrico** a seu redor, e quando dois campos existem em um mesmo local, surge uma força elétrica entre as partículas geradoras, que pode ser de atração ou de repulsão.

O campo elétrico gerado por uma carga elétrica, uma grandeza física vetorial designada por  $\vec{E}$ , é o que definiremos a seguir. Para isso, considere uma carga elétrica pontual  $Q$ , que vamos designar como carga fixa, e para analisar o campo elétrico ao seu redor, considere uma segunda carga elétrica pontual  $q$ , que vamos designar como carga de prova. O campo elétrico gerado pela carga de prova  $q$  não será analisado neste momento.

A intensidade da força elétrica  $\vec{F}_e$  que atua na carga de prova  $q$ , a uma distância  $d$  da carga fixa  $Q$ , é proporcional ao valor de  $q$ , de forma que a razão entre essas grandezas é sempre constante e define a intensidade da força por unidade de carga elétrica, chamada campo elétrico  $\vec{E}$ :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{e1}}{q_1} = \frac{\vec{F}_{e2}}{q_2} = \frac{\vec{F}_{e3}}{q_3} \quad \left( \begin{array}{l} F_{e1} < F_{e2} < F_{e3} \\ q_1 < q_2 < q_3 \end{array} \right)$$

No SI, força é expressa em newton, carga elétrica é expressa em coulomb e campo elétrico é expresso em newton por coulomb (N/C).

Pela Lei de Coulomb, podemos verificar outra forma de determinar a intensidade do campo elétrico ao redor de uma carga  $Q$ :

$$F_e = \frac{k \cdot Q \cdot q}{d^2} \Rightarrow \frac{F_e}{q} = \frac{k \cdot Q}{d^2} \Rightarrow E = \frac{k \cdot Q}{d^2}$$



Veja que a intensidade do campo elétrico  $E$  em certo ponto ao redor de uma carga elétrica  $Q$  pode ser determinada de duas formas. Na primeira, é preciso conhecer o valor da carga elétrica  $Q$ , a constante eletrostática  $k$  do local onde ela está e a distância  $d$  entre o ponto e a

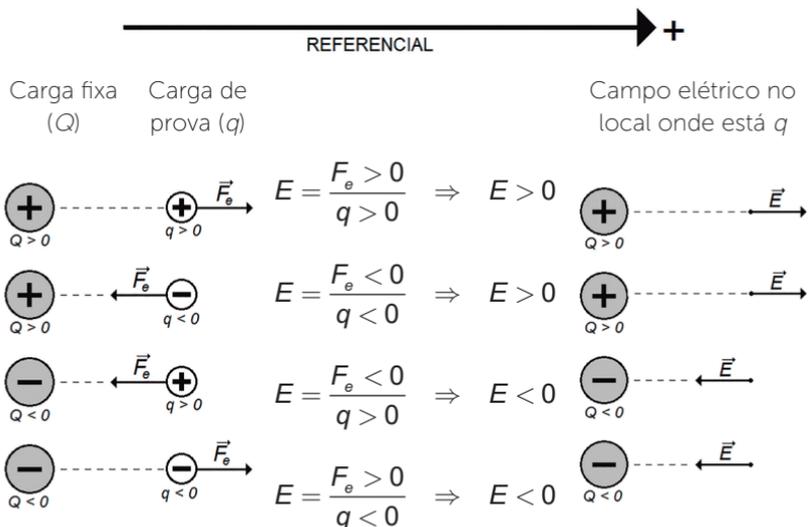
$$\text{carga: } E = \frac{k \cdot Q}{d^2}.$$

Essa mesma intensidade pode ser determinada colocando uma carga de prova  $q$  nesse ponto e medindo a intensidade da força elétrica  $F_e$

$$\text{sobre ela: } E = \frac{F_e}{q}.$$

Como o campo elétrico é uma grandeza vetorial, devemos também determinar sua orientação. Para isso, vamos analisar as quatro situações representadas no esquema mostrado na Figura 4.10. Em cada uma, temos uma carga fixa  $Q$  e uma carga de prova  $q$  colocada a uma distância  $d$ . Os vetores força elétrica e campo elétrico analisados serão sempre horizontais, sendo possível adotar um referencial horizontal crescente para a direita.

**Figura 4.10** | Esquema para análise da orientação do vetor campo elétrico  $\vec{E}$

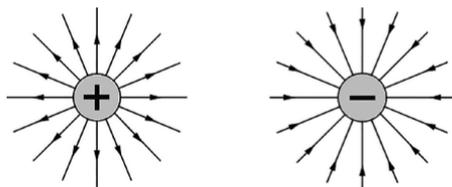


Fonte: elaborada pelo autor.

Em cada caso, veja que a força elétrica ( $\vec{F}_e$ ) sobre a carga de prova  $q$  pode ser a favor ( $F_e > 0$ ) ou contra o referencial ( $F_e < 0$ ), e com o sinal da carga de prova tem-se a conclusão da orientação do vetor campo elétrico ( $\vec{E}$ ) gerado pela carga fixa  $Q$  no ponto onde está a carga de prova  $q$ . Note que nos dois casos da carga fixa  $Q$  positiva, o vetor campo elétrico é sempre orientado em sentido contrário à carga. Já nos dois casos da carga fixa  $Q$  negativa, o vetor campo elétrico é sempre orientado no sentido da carga.

Para analisar a forma de um campo, como o campo elétrico que estamos estudando, foi definido o conceito de linhas de força, ou linhas de campo. Para uma carga elétrica pontual positiva, essa linha foi definida como radial divergindo da carga, enquanto para uma carga elétrica pontual negativa, essa linha foi definida como radial convergindo para a carga, como ilustrado na Figura 4.11.

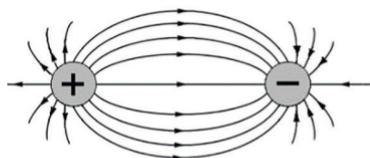
**Figura 4.11 | Representação das linhas de campo ao redor de uma carga positiva e de uma carga negativa**



Fonte: elaborada pelo autor.

Para uma configuração com duas cargas pontuais, chamada dipolo elétrico, pelas linhas, é possível ilustrar por que cargas de sinais opostos se atraem, pois as linhas que saem da carga positiva chegam à carga negativa, como ilustrado na Figura 4.12. Essa configuração não ocorre com cargas de sinais iguais, por isso a repulsão elétrica.

**Figura 4.12 | Linhas de campo elétrico representando a atração elétrica entre próton e elétron**



Fonte: elaborada pelo autor.

O vetor campo elétrico resultante ( $\vec{E}$ ) em determinado local é sempre tangente à linha de campo.



### Exemplificando

Considere que o dipolo elétrico mostrado na Figura 4.12 esteja em um local cuja constante eletrostática pode ser considerada  $9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ . A distância entre as cargas é de 5 cm. Qual é o campo elétrico resultante em um ponto **P** localizado a 3 cm do próton e a 4 cm do elétron?

#### Resolução:

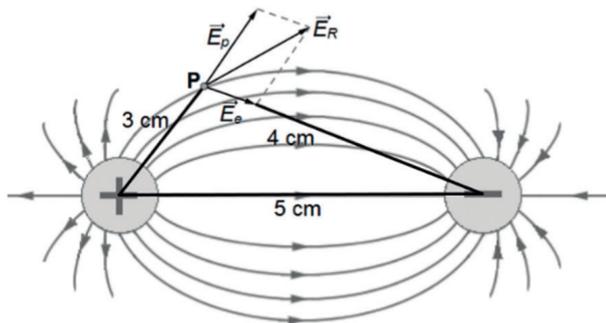
As intensidades dos campos elétricos gerados pelo próton ( $\vec{E}_p$ ) e pelo elétron ( $\vec{E}_e$ ) podem ser calculadas pela relação  $E = \frac{k_0 \cdot Q}{d^2}$ .

$$E_p = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{0,03^2} \Rightarrow E_p = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ N/C}$$

$$E_e = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{0,04^2} \Rightarrow E_e = 9 \cdot 10^{-7} \text{ N/C}$$

O vetor campo elétrico de uma carga positiva é sempre radial orientado em sentido contrário à carga e o de uma carga negativa é sempre radial orientado em sentido à carga. Sendo assim, no ponto *P*, temos dois vetores campo elétrico, como mostrado na Figura 4.13.

Figura 4.13 | Vetores campo elétrico no ponto P em um dipolo elétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

Perceba que as distâncias entre as cargas elétricas e o ponto **P** são características de um triângulo retângulo. Logo, os dois vetores campos elétricos são perpendiculares entre si. A intensidade do vetor campo elétrico resultante ( $\vec{E}_R$ ) pode ser determinada pelo Teorema de Pitágoras:

$$E_R^2 = E_p^2 + E_o^2 = (1,6 \cdot 10^{-6})^2 + (9 \cdot 10^{-7})^2 \Rightarrow E_R = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ N/C}$$

Veja na Figura 4.13 que esse vetor campo elétrico resultante é tangente à linha de campo elétrico que passa pelo ponto **P**.

## Potencial elétrico

Considere uma carga elétrica de prova  $q$  (um elétron, por exemplo) abandonada em um ponto de um campo elétrico externo gerado por uma carga fixa  $Q$ . Ela receberá a ação da força elétrica, que pode ser atrativa ou repulsiva.

Pela ação da força elétrica, essa carga de prova  $q$  será acelerada, adquirindo energia cinética, ou seja, a força elétrica realizará trabalho sobre ela, transformando alguma forma de energia em energia cinética. No caso, para colocar a carga elétrica de prova  $q$  no ponto do campo elétrico, é necessário realizar trabalho, e o sistema formado pelas duas cargas elétricas adquire **energia potencial elétrica** ( $U$ ).

A energia potencial elétrica ( $U$ ) é uma grandeza escalar definida por:

$$U = \frac{k \cdot Q \cdot q}{d}$$

Veja que o valor da energia depende de um local específico de um campo elétrico, a uma distância  $d$  da carga elétrica  $Q$  geradora do campo elétrico, ponto onde está outra carga elétrica  $q$ .

Se nesse local for colocada uma carga elétrica  $q$  de maior intensidade, sua energia potencial elétrica também será maior, de forma que a razão entre essas grandezas é sempre constante e define a energia potencial elétrica de cada unidade de carga elétrica naquele local, chamado **potencial elétrico** ( $V$ ):

$$V = \frac{U_1}{q_1} = \frac{U_2}{q_2} = \frac{U_3}{q_3} \quad \left( \begin{array}{l} U_1 < U_2 < U_3 \\ q_1 < q_2 < q_3 \end{array} \right)$$

No SI, energia potencial elétrica é expressa em joule, carga elétrica é expressa em coulomb e potencial elétrico é expresso em joule por coulomb (J/C). Essa unidade de medida é definida como volt (V), homenagem ao italiano Alessandro Volta (1745-1827), que, entre outras contribuições, desenvolveu a primeira pilha elétrica.

Pela energia potencial elétrica, podemos verificar outra forma de determinar o valor do potencial elétrico em certo local de um campo elétrico:

$$U = \frac{k \cdot Q \cdot q}{d} \Rightarrow \frac{U}{q} = \frac{k \cdot Q}{d} \Rightarrow V = \frac{k \cdot Q}{d}$$

Como a energia é uma grandeza escalar, os sinais das cargas elétricas precisam ser considerados. Sendo assim, existem potencial elétrico negativo e potencial elétrico positivo.



### Assimile

O potencial elétrico  $V$  em certo ponto de um campo elétrico gerado por uma carga elétrica  $Q$  pode ser determinado de duas formas. Na primeira, é preciso conhecer o valor da carga elétrica  $Q$ , que gera o campo elétrico, a constante eletrostática  $k$  do local onde ela está e a

distância  $d$  entre a carga elétrica e o ponto:  $V = \frac{k \cdot Q}{d}$ .

Esse potencial pode ser determinado também a partir de uma carga de prova  $q$  colocada nesse ponto e sua energia potencial elétrica:  $V = \frac{U}{q}$ .

Veja que quando colocada em um campo elétrico externo, uma carga de prova  $q$  recebe a ação da força elétrica que a faz se mover. Considere que a carga se move entre dois pontos designados como A e B. Esses pontos estão a distâncias diferentes da carga geradora do campo elétrico, logo possuem potenciais elétricos diferentes. Sendo assim, a carga sofre variação de sua energia potencial elétrica durante seu movimento, já que a força elétrica realiza trabalho sobre ela, dado por:

$$\Delta U = -W \Rightarrow U - U_0 = -W$$

Sabendo que  $V = \frac{U}{q} \Rightarrow U = V \cdot q$ , então:

$$\begin{aligned} W &= -\Delta U = -(U_B - U_A) = U_A - U_B = (V_A \cdot q) - (V_B \cdot q) = \\ &= q \cdot (V_A - V_B) \Rightarrow W = q \cdot (V_A - V_B). \end{aligned}$$

Chegamos a uma importante conclusão sobre o estudo das cargas elétricas. Lembre-se de que trabalho da força elétrica ( $W$ ) transforma energia potencial elétrica em energia cinética, ou seja, coloca a carga elétrica  $q$  em movimento. Nossa conclusão é que esse trabalho depende do valor da carga elétrica  $q$  e da diferença de potencial elétrico a qual ela está submetida.

Portanto, para colocar as cargas elétricas de um material condutor elétrico em movimento, é necessário submetê-las a uma diferença de potencial elétrico denominado também pela sigla ddp e por tensão elétrica. Sabendo dessa condição, passamos a estudar o movimento das cargas elétricas que estabelecem uma corrente elétrica, que possibilitam funcionar os inúmeros equipamentos elétricos que existem em nosso cotidiano.

Por questão de notação, utilizaremos  $V$  para representar a diferença de potencial  $V = V_A - V_B$ .

$$W = q \cdot V$$



### Exemplificando

Considere uma situação na qual se tem uma carga elétrica  $Q$  de valor  $1,6 \cdot 10^{-13} \text{ C}$  em um local com constante eletrostática  $k_0$ . Qual é o trabalho realizado para mover um elétron de uma posição **A**, a 500 m de distância de  $Q$ , para uma posição **B**, a 1 m de distância de  $Q$ ?

**Resolução:**

Vamos determinar os potenciais elétricos nos pontos **A** e **B** devido a  $Q$ :

$$V_A = \frac{k_0 \cdot Q}{d_A} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{500} \Rightarrow V_A = 2,88 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

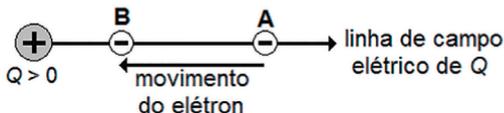
$$V_B = \frac{k_0 \cdot Q}{d_B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{1} \Rightarrow V_B = 1,44 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

Como  $Q$  é positivo e o elétron é negativo, o movimento do elétron ocorre, naturalmente, de **A** para **B** pela ação da força elétrica. A diferença de potencial (ddp) entre esses pontos é de:

$$V = V_A - V_B = (2,88 \cdot 10^{-6}) - (1,44 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta V \cong -1,44 \cdot 10^{-3} \text{ V.}$$

Veja que a ddp de **A** para **B** é negativa, pois o elétron se move contrário à linha de campo elétrico de  $Q$ , como ilustrado da Figura 4.14 (fora de escala).

**Figura 4.14 | Um elétron se move em sentido oposto à linha de campo elétrico de uma carga positiva**



Fonte: elaborada pelo autor.

O trabalho realizado é dado pela relação  $W = q \cdot V$ .

$$W = -e \cdot V = (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-1,44 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow W \cong 2,3 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

Nesse exemplo, o elétron abandonado em **A** se moveu, naturalmente, para **B**, ao longo de uma ddp negativa. Mesmo o trabalho sendo positivo, a energia potencial elétrica do sistema formado pelas duas cargas elétricas diminui nesse movimento, devido aos sinais negativos. Nos cálculos a seguir, repare que  $U_B < U_A$ .

$$U_A = \frac{k_0 \cdot Q \cdot q}{d_A} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})}{500} \Rightarrow U_A \cong -4,6 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

$$U_B = \frac{k_0 \cdot Q \cdot q}{d_B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})}{1} \Rightarrow U_B \cong -2,3 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

Caso a carga de prova fosse positiva, ela se moveria naturalmente de **B** para **A**, ao longo de uma ddp positiva. As energias potenciais em cada ponto teriam os mesmos valores anteriores, mas com sinais positivos, ou seja, teríamos  $U_B > U_A$ . Logo, também ocorreria redução da energia potencial elétrica do sistema.



Veja mais informações sobre campo elétrico e potencial elétrico estudando as páginas 417 a 423 do livro: HEWITT, Paul. **Física conceitual**. 12. ed. Tradução Trieste Freire Ricci. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Você, estudante de nossa instituição, tem acesso gratuito a esse livro em nossa Biblioteca Virtual. Disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/uk>> (acesso em: 3 abr. 2018). Faça seu login na área do estudante e busque a obra. Depois, copie o link a seguir e cole na barra de endereço de seu navegador: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603413/cfi/0>>. Acesso em: 18 dez. 2017.

## Corrente elétrica

Alguns materiais como o cobre e o ouro são condutores elétricos, pois neles existe uma grande concentração de elétrons com certa mobilidade. Naturalmente, esses elétrons se movimentam de forma desordenada pela estrutura do material.

Quando esse material é submetido a uma diferença de potencial (ddp, ou tensão elétrica), ao conectar suas extremidades aos polos de um gerador, como uma pilha, por exemplo, um campo elétrico rapidamente é gerado no condutor, surgindo, assim, um movimento resultante (líquido) de elétrons em sentido contrário ao sentido do campo elétrico. Esse fluxo líquido de portadores de carga elétrica no interior do material condutor é chamado de **corrente elétrica**.

Para definir a intensidade de corrente elétrica ( $i$ ), imagine um fio elétrico condutor, com um plano imaginário cortando-o perpendicularmente, chamado secção reta. A intensidade de corrente elétrica ( $i$ ) é, então, determinada pelo fluxo líquido de cargas elétricas ( $\Delta q$ ) que atravessam essa secção reta em certo intervalo de tempo ( $\Delta t$ ):

$$i = \frac{|\Delta q|}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t}$$

Nesta relação mostrada, veja que a carga elétrica que atravessa a secção reta pode ser determinada pelo número de partículas portadoras de carga elétrica ( $n$ ) multiplicado pela carga elétrica elementar ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ).

No SI, carga elétrica é expressa em coulomb, intervalo de tempo é expresso em segundo e corrente elétrica é expressa em coulomb por segundo (C/s), definido como ampère (A), em homenagem ao francês André-Marie Ampère (1775-1836), que realizou investigações sobre fenômenos elétricos, sendo considerado o primeiro a utilizar a expressão corrente elétrica.



### Exemplificando

Considere uma corrente elétrica de 1 A em um fio condutor. Cerca de quantos elétrons atravessam uma secção reta neste fio em 1 s?

#### Resolução:

Sendo  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $i = 1 \text{ A}$  e  $\Delta t = 1 \text{ A}$ , podemos determinar a quantidade de elétrons ( $n$ ) pela definição da intensidade de corrente elétrica:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t} \Rightarrow 1 = \frac{n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1} \Rightarrow n = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ elétrons}$$

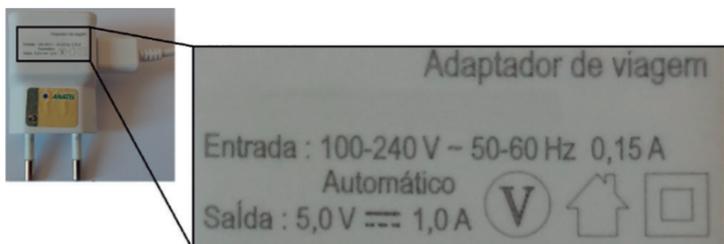
O sentido do movimento dos elétrons define o **sentido real** da corrente elétrica. Porém, costuma-se adotar o **sentido convencional**, como se a corrente elétrica fosse determinada pelo movimento de cargas positivas, em sentido contrário ao sentido real. Além de não interferir nos estudos da Eletricidade, a adoção do sentido convencional facilitou a compreensão de alguns fenômenos elétricos ao longo da história.

### Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha com montagem e manutenção de dispositivos eletrônicos. Um cliente levou até seu estabelecimento

um carregador, mostrado na Figura 4.8, afirmando que não está carregando a bateria do celular quando conectado a ele.

**Figura 4.8** | Carregador de bateria de celular, com destaque para suas informações técnicas



Fonte: elaborada pelo autor.

Seu cliente retornou ao seu estabelecimento no dia seguinte levando outro carregador de celular, mais antigo, mostrado na Figura 4.9, acreditando que também está com defeito, já que esse carregador mais antigo não está carregando a bateria de seu celular com a mesma agilidade do outro carregador mais novo, quando em pleno funcionamento.

**Figura 4.9** | Carregador antigo de bateria de celular, com destaque para suas informações técnicas



Fonte: elaborada pelo autor.

Após verificações técnicas, você percebe que esse carregador mais antigo está funcionando perfeitamente. Quando seu cliente vem buscá-lo, então questiona o porquê da demora da carga na bateria do celular pelo carregador mais antigo, e você, como bom profissional que é, fornece prontamente as explicações necessárias.

Você solicita a seu cliente o aparelho de telefone celular dele e expõe a bateria do aparelho, mostrada na Figura 4.15.

**Figura 4.15** | Bateria de um telefone celular, com destaque para uma de suas informações técnicas



Fonte: elaborada pelo autor.

Você, então, explica que no valor 2600 mAh a unidade de medida é o miliampère-hora. Se lembrarmos que mili ( $m$ ) é um prefixo numérico ( $m = 10^{-3}$ ), ampère (A) é a unidade de medida de corrente elétrica ( $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ ) e hora (h) é a unidade de medida de tempo ( $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ ), podemos analisar o valor de 2600 mAh:

$$2600 \text{ mAh} = 2600 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot \text{s} = 9360 \text{ C}$$

Veja que obtemos uma medida expressa em coulomb, ou seja, o valor de 2600 mAh tem magnitude de carga elétrica. Essa carga elétrica é fornecida à bateria pela corrente elétrica, durante o intervalo de tempo em que a bateria permanece conectada ao carregador. Você, então, pega o carregador de bateria que está em manutenção e destaca que a corrente de saída é de 1 A e explica que  $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ , o que significa que uma carga elétrica de 1 Coulomb é fornecida à bateria a cada segundo. Podemos, então, estimar o intervalo de tempo para que esse carregador carregue a bateria com uma carga elétrica de 9360 C:

$$1 \text{ A} = \frac{9360 \text{ C}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 9360 \text{ s} (: 3600) = 2,6 \text{ h}$$

Esse carregador leva 2h36min para carregar a bateria. Já analisando o carregador mais antigo, vemos que a corrente elétrica de saída é de 0,55 A e podemos também estimar o intervalo de tempo para carregar a bateria:

$$0,55 \text{ A} = \frac{9360 \text{ C}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \cong 17018,2 \text{ s} (: 3600) \cong 4,7 \text{ h}$$

Já o carregador mais antigo leva 4h42min para carregar a bateria.

Você, então, conclui que o maior tempo de carga da bateria com o carregador antigo ocorre porque suas características elétricas são diferentes, no caso, porque sua corrente elétrica de saída é menor que a do carregador mais novo que está em manutenção.

Seu cliente ficou muito satisfeito com a explicação e, pelos conhecimentos revelados, está confiante que seu equipamento será devidamente consertado.

## Avançando na prática

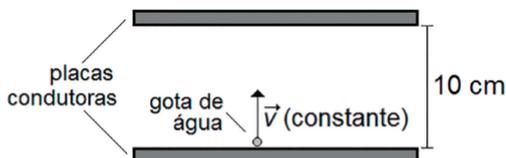
### Estimando cargas elétricas

#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha como pesquisador em um laboratório que investiga as propriedades elétricas da matéria. Um dos equipamentos utilizados é composto de duas placas condutoras posicionadas na horizontal, distantes 10 cm uma da outra. Entre elas, é possível estabelecer uma tensão elétrica (ddp) com intensidade variável. Para cada tensão elétrica, o campo elétrico entre as placas é praticamente uniforme.

Em uma de suas verificações, o equipamento foi ligado e uma gota de água de massa 1 mg foi eletrizada e abandonada próxima à placa condutora mais abaixo. Após algumas regulagens da tensão elétrica, verificou-se que para uma tensão de 100 V, a gota de água executou um movimento vertical para cima com velocidade constante até a outra placa, como ilustrado na Figura 4.16.

**Figura 4.16 | Para uma ddp de 100 V entre as duas placas condutoras, uma gota de água se move verticalmente para cima com velocidade constante**



Fonte: elaborada pelo autor.

Sabendo que a aceleração da gravidade local pode ser considerada  $9,8 \text{ m/s}^2$ , você deve analisar os dados e estimar a carga elétrica líquida da gota de água.

### Resolução da situação-problema

Desprezando as forças de resistência do ar, pela configuração, temos duas forças agindo sobre a gota de água, a força peso ( $\vec{P}$ ) e a força elétrica ( $\vec{F}_e$ ). Sabendo que a força peso é um vetor vertical para baixo, e como a gota de água se movimenta verticalmente para cima com velocidade constante, sua aceleração e a força resultante sobre ela são nulas. Logo, temos que:  $P = F_e$ .

A massa da gota é  $1 \text{ mg}$  ( $1 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ ), ou  $1 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ . A intensidade da força peso é dada por:

$$P = m \cdot g = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 \Rightarrow P = 9,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

Portanto:  $F_e = 9,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}$ . O trabalho de uma força  $\vec{F}$  com mesmo sentido de um deslocamento  $\vec{d}$  é definido como  $W = F \cdot d$ , e na Eletrostática vimos que o trabalho da força elétrica sobre uma carga elétrica é dado por  $W = q \cdot \Delta V$ ; logo, podemos igualar as duas relações.

$$q \cdot \Delta V = F \cdot d \Rightarrow q \cdot 100 = 9,8 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \Rightarrow q = 9,8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

Sendo assim, seus cálculos estimam que a gota de água tem uma carga elétrica líquida de  $9,8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ . Seu equipamento é essencial nos estudos das propriedades elétricas, pois estas envolvem partículas subatômicas e as grandezas envolvidas são difíceis de ser estimadas.

### Faça valer a pena

**1.** As interações elétricas têm origem microscópica, em dimensões menores que as do átomo, por isso são ditas subatômicas. O núcleo de um átomo de plutônio-239, por exemplo, é formado por 94 prótons que geram sua carga elétrica positiva. Se esse núcleo fosse considerado uma esfera uniforme, seu raio seria na ordem de  $6,64 \text{ fm}$ . A letra  $f$  representa o prefixo numérico femto, sendo  $f = 10^{-15}$ . Logo, essas seriam as dimensões para se analisar o campo elétrico e o potencial elétrico referente a esse núcleo.

Considerando que toda a carga elétrica do núcleo esteja concentrada em seu centro de massa, com relação às propriedades numéricas do núcleo do plutônio-239, analise as seguintes sentenças. Considere que no átomo,  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ .

- I. O campo elétrico produzido pelos prótons na superfície do núcleo tem intensidade  $3,06 \cdot 10^{21} \text{ N/C}$ .
- II. O potencial elétrico gerado pelos prótons na superfície do núcleo tem intensidade  $2,03 \cdot 10^7 \text{ V}$  e as linhas de potencial estão orientadas para fora do núcleo.
- III. A força elétrica de atração entre o núcleo e um elétron a  $1 \mu\text{m}$  de distância da superfície do núcleo tem intensidade  $2,16 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ .
- IV. A energia potencial elétrica do sistema núcleo e elétron, com o elétron  $1 \mu\text{m}$  distante da superfície do núcleo, vale  $2,16 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ .

Assinale a alternativa que apresenta apenas sentenças corretas:

- a) Todas as afirmativas estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I, III e IV estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas I, II e III estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas I e III estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas III e IV estão corretas.

**2.** Nossa atmosfera possui constantemente elétrons livres que são retirados dos átomos que formam os gases. Após liberados, esses elétrons ficam sujeitos a uma força elétrica associada ao campo elétrico gerado pela Terra, já que o planeta é considerado um grande corpo com excesso de cargas negativas. Estima-se que em regiões próximas à superfície do planeta, a intensidade do campo elétrico seja na ordem de  $150 \text{ N/C}$  e as linhas de campo são orientadas no sentido \_\_\_\_\_. Considere um elétron livre próximo à superfície da Terra e, devido à ação da força elétrica, ele se afasta da Terra por  $520 \text{ m}$ . Nesse movimento, a energia potencial elétrica do sistema formado pelo elétron e pelas cargas elétricas da Terra sofre \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas:

- a) do planeta; um aumento;  $1,25 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ .
- b) do planeta; uma redução;  $1,25 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ .
- c) do planeta; uma redução;  $2,4 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ .
- d) contrário ao do planeta; um aumento;  $2,4 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ .
- e) contrário ao do planeta; uma redução;  $1,25 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ .

**3.** Baterias de automóveis são geradores que comumente fornecem uma tensão elétrica de 12 V, sendo capazes de transferir uma carga elétrica de até 84 Ah quando conectadas em um circuito elétrico.

Qual é a intensidade de carga elétrica acumulada na bateria totalmente carregada?

- a) 84 C.
- b) 5040 C.
- c) 84 A.
- d) 302400 A.
- e) 302400 C.

## Seção 4.3

### Circuitos elétricos

#### Diálogo aberto

Olá estudante! Seja bem-vindo à terceira seção desta Unidade 4, a última seção de estudos deste material. Fizemos uma produtiva caminhada até o momento, passando por algumas das principais áreas de estudo da Física.

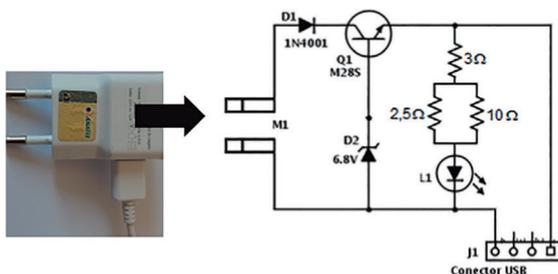
Nesta Unidade, abordaremos alguns princípios de Eletricidade. Já estudamos as cargas elétricas, suas principais características e as condições para colocá-las em movimento, gerando, assim, uma corrente elétrica, o que nos possibilita, agora, abordar os circuitos elétricos. Veremos como uma corrente elétrica pode ser estabelecida em um circuito elétrico para que um equipamento elétrico possa funcionar.

Faremos uma definição básica de gerador, resistor e capacitor elétrico, assim como uma análise de um circuito elétrico formado por gerador e resistores associados.

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha com montagem e manutenção de dispositivos eletrônicos. Um cliente levou até seu estabelecimento um carregador, afirmando que não está funcionando corretamente.

Durante a manutenção, você verificou que o modelo do carregador possui o circuito elétrico mostrado na Figura 4.17.

Figura 4.17 | Representação do circuito elétrico do carregador de celular



Fonte: elaborada pelo autor.

É de seu conhecimento que os problemas mais comuns desse modelo de carregador ocorrem nos resistores, que podem danificar durante a utilização. Dessa forma, a primeira verificação é analisar a corrente elétrica de saída, que deve ser de 1 A, conforme informação apresentada nos dados técnicos impressos no carregador. Ao conectar o carregador na rede elétrica, você verificou a tensão no conjunto de resistores com um voltímetro, que indicou 5 V, porém, utilizando agora um amperímetro nesse conjunto, você verificou uma corrente de saída de 2,5 A, concluindo, assim, que um dos resistores está com defeito.

Dos itens representados no circuito, quais são os resistores? Qual é a forma correta de se utilizar um voltímetro e um amperímetro? Como é possível verificar qual o resistor com defeito?

Vamos, então, iniciar a seção, verificando como os assuntos estudados podem auxiliá-lo na resolução dessa situação.

## Não pode faltar

Para que possamos usufruir dos benefícios da energia elétrica, é necessário levá-la até um equipamento elétrico para que este funcione, ou seja, o equipamento elétrico deve receber a energia elétrica para transformá-la em outra forma de energia. Para funcionar, esse equipamento deve fazer parte de um circuito elétrico.

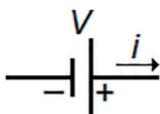
Um **circuito elétrico** pode ser entendido como um caminho fechado, feito por materiais condutores elétricos, percorrido por uma corrente elétrica.

Um circuito elétrico serve para conectar um equipamento elétrico que se deseja ligar a um **gerador elétrico**, dispositivo que fornece energia elétrica ao circuito, como pilhas, baterias e usinas. Geradores elétricos são capazes de estabelecer uma diferença de potencial (ddp), ou tensão elétrica, de forma que, ao conectar por fios elétricos o gerador elétrico ao equipamento que se deseja ligar, temos um circuito elétrico fechado, e uma corrente elétrica é estabelecida, fazendo o equipamento funcionar.

Na representação de circuitos elétricos neste material, vamos adotar a representação dos geradores elétricos por duas barras

paralelas de tamanhos diferentes, como mostra a Figura 4.18. A barra maior representa o polo positivo e a barra menor, a o polo negativo, de forma que o sentido convencional da corrente elétrica sempre parte do polo positivo para o polo negativo.

**Figura 4.18 | Representação de um gerador elétrico com o sentido convencional da corrente elétrica**



Fonte: elaborada pelo autor.

Você já deve ter notado que a maioria dos equipamentos elétricos que utilizamos, como televisores, computadores e celulares, esquenta quando em funcionamento, e alguns até são feitos para esquentar, como chuveiros elétricos e aquecedores elétricos. Isso ocorre porque nos materiais condutores os elétrons colidem com a estrutura atômica do material, de forma que parte de sua energia é convertida em energia térmica que aquece o material.

Sendo assim, todo equipamento elétrico, e até mesmo o próprio fio elétrico condutor, oferece resistência à passagem da corrente elétrica.

A partir de investigações experimentais, verificou-se que ao aumentar a tensão elétrica ( $V$ ) em um circuito, aumenta-se também a intensidade de corrente elétrica estabelecida ( $i$ ). Define-se, então, **resistência elétrica** ( $R$ ) pela razão entre a tensão elétrica e a corrente elétrica em um circuito:

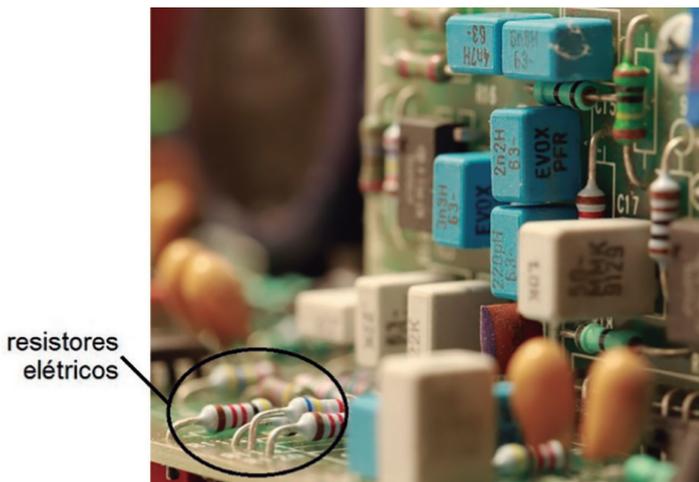
$$\frac{V}{i} = R \Rightarrow V = R \cdot i$$

No Sistema Internacional de Unidades (SI), tensão elétrica é expressa em volt, corrente elétrica é expressa em ampère e resistência elétrica é expressa em volt por ampère ( $V/A$ ). Essa unidade de medida é definida como ohm ( $\Omega$ ), em homenagem ao alemão Georg Simon Ohm (1789-1854).

Veja que muitos dos equipamentos elétricos que utilizamos são resistivos. Existem também componentes chamados **resistores**

destinados, em geral, a limitar a corrente elétrica, por possuírem um valor nominal de sua resistência bem determinado. São instalados em circuitos elétricos e eletrônicos, como mostra a Figura 4.19.

**Figura 4.19** | Parte de uma placa eletrônica destacando alguns dos resistores elétricos existentes



Fonte: <<https://pixabay.com/pt/eletr%C3%B4nica-um-dispositivo-t%C3%A9cnico-2400866/>>. Acesso em: 27 dez. 2017.

Os resistores que destacamos na Figura 4.19 têm a forma mostrada na Figura 4.20. Na representação de circuitos elétricos neste material, vamos adotar a representação dos resistores elétricos como mostrado na Figura 4.21.

**Figura 4.20** | Ilustração de um resistor elétrico



Fonte: <<https://pixabay.com/pt/resistor-resist%C3%A2ncia-eletr%C3%B4nica-32290/>>. Acesso em: 27 dez. 2017.

**Figura 4.21** | Representação de um resistor elétrico de resistência  $R$  em um circuito elétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

Os resistores possuem algumas faixas coloridas que são um código de cores para determinar o valor nominal de sua resistência elétrica.



## Pesquise mais

Para aprender mais sobre o código de cores de um resistor e como determinar sua resistência elétrica, acesse o arquivo Tabela de código de cores de resistores, disponível em: <[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/516624/mod\\_resource/content/1/Anexo%201%20-%20Tabela%20de%20Codigo%20de%20Cores%20de%20Resistores.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/516624/mod_resource/content/1/Anexo%201%20-%20Tabela%20de%20Codigo%20de%20Cores%20de%20Resistores.pdf)>. Acesso em: 24 jan. 2018.

Nas análises básicas de circuitos elétricos, comumente se representam os dispositivos resistivos como resistores, pois isso possibilita uma análise geral da tensão elétrica e da corrente elétrica.



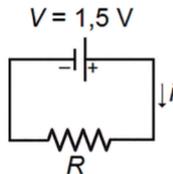
## Exemplificando

Um resistor de resistência elétrica desconhecida  $R$  foi conectado por fios condutores de resistência elétrica desprezível a uma pilha de 1,5 V. Ao fechar o circuito, verificou-se com um medidor elétrico que a corrente elétrica estabelecida foi de 3 mA. Qual é a resistência elétrica do resistor?

### Resolução:

Nesta situação, temos um circuito simples com um gerador elétrico de 1,5 V e uma corrente elétrica de intensidade igual a 3 mA (0,003 A), que pode ser representado conforme a Figura 4.22.

Figura 4.22 | Circuito elétrico contendo gerador e resistor elétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

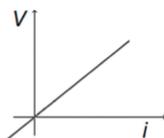
A resistência elétrica do resistor pode ser determinada da seguinte forma.

$$\begin{aligned} V &= R \cdot i \Rightarrow \\ \Rightarrow R &= \frac{1,5}{0,003} \Rightarrow \\ \Rightarrow R &= 500 \, \Omega \end{aligned}$$

Conforme foi apresentado, equipamentos elétricos esquentam quando em funcionamento. Como o aumento da temperatura significa incremento da agitação das partículas que formam o material condutor, a resistência elétrica dos equipamentos é uma grandeza cujo valor não é constante. Porém, o valor de  $R$  é sempre determinado pela razão entre os valores da tensão elétrica e da corrente elétrica, mesmo que para cada tensão e corrente se obtenha valor de  $R$  diferente.

Um elemento condutor é chamado resistor ôhmico quando sua resistência elétrica ( $R$ ) não depende da tensão elétrica aplicada. Nesses, a corrente elétrica é diretamente proporcional à tensão elétrica, sendo  $R$  a constante de proporcionalidade. A Figura 4.23 mostra o gráfico de tensão elétrica por corrente elétrica de um resistor ôhmico.

**Figura 4.23 | Gráfico  $V \times i$  para um resistor ôhmico**



Fonte: elaborada pelo autor.

Em outras palavras, um resistor ôhmico é aquele que obedece à **Lei de Ohm**: a diferença de potencial entre as extremidades de um material condutor de resistência elétrica  $R$  é diretamente proporcional à corrente elétrica estabelecida a uma dada temperatura.



**Assimile**

É importante ressaltar que a relação  $V = R \cdot i$  não se refere apenas à Lei de Ohm, pois é válida para determinar a resistência elétrica  $R$  de qualquer dispositivo elétrico, a partir da tensão elétrica e da corrente elétrica estabelecida. A Lei de Ohm está relacionada ao fato de a resistência elétrica não depender da tensão elétrica aplicada, ou seja, o gráfico da tensão elétrica em função da corrente elétrica ser linear.

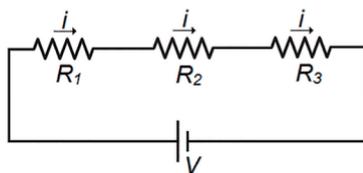
### **Associação de resistores**

Resistores podem ser associados em um circuito elétrico, obtendo, assim, uma resistência elétrica de valor diferente, chamada resistência equivalente ( $R_{eq}$ ). Como qualquer condutor ou equipamento elétrico

possui resistência à passagem da corrente elétrica, podemos considerar a associação de resistores também como associação de equipamentos elétricos, como lâmpadas de uma residência, por exemplo.

Quando associamos resistores elétricos em um circuito com o desejo que todos sejam percorridos pela mesma corrente elétrica, é necessário que exista apenas um caminho para essa corrente, isto é, apenas um fio elétrico. Neste caso, temos uma **associação em série**, como ilustrado na Figura 4.24, para três resistores.

Figura 4.24 | Circuito elétrico com três resistores associados em série



Fonte: elaborada pelo autor.

Como a tensão elétrica em cada resistor é dada pela relação  $V = R \cdot i$ , se as resistências elétricas forem diferentes, cada resistor ficará submetido a uma tensão diferente ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ). A tensão elétrica total ( $V$ ), que é submetida à resistência equivalente, pode ser obtida pela soma das tensões elétricas individuais em cada resistor:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + R_3 \cdot i = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot i \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{V}{i} = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

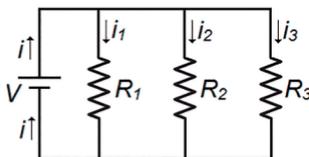
Veja que para obter a resistência elétrica equivalente de uma associação em série, basta somar a resistência elétrica dos resistores que estão associados.

Essa associação é útil quando se deseja uma resistência elétrica de maior valor e também quando é necessário que dispositivos sejam submetidos a uma tensão elétrica menor que a disponível. Porém, perceba que uma interrupção em qualquer parte do circuito faz com que todos os resistores sejam desligados.

Quando associamos resistores elétricos em um circuito com o desejo que todos sejam submetidos à mesma tensão elétrica, é

necessário que todos sejam conectados diretamente ao gerador elétrico. Nesse caso, temos uma **associação em paralelo**, como ilustrado na Figura 4.25, para três resistores.

Figura 4.25 | Circuito elétrico com três resistores associados em paralelo



Fonte: elaborada pelo autor.

Como a tensão elétrica será a mesma em cada resistor, pela relação  $V = R \cdot i$ , temos que, se as resistências elétricas forem diferentes, cada resistor será percorrido por uma corrente elétrica diferente ( $i_1, i_2, i_3$ ), e a corrente elétrica total ( $i$ ) é aquela que percorre a resistência equivalente. A intensidade da corrente elétrica total é dada pela soma das intensidades de corrente elétrica que percorre cada resistor:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot V \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{i}{V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Essa associação é útil quando se deseja uma resistência elétrica de menor valor e também quando é necessário que dispositivos sejam submetidos a uma mesma tensão elétrica. Veja que os dispositivos são independentes nessa associação, pois se retirarmos um resistor, os outros continuarão ligados.



Refleta

Que tipo de associação você acredita que seja feito entre as lâmpadas e as tomadas de uma residência, em série ou paralela?

Existem também associações mistas, quando em um mesmo circuito temos alguns resistores associados em série e outros associados em paralelo, a fim de se obter a resistência equivalente no valor desejado.



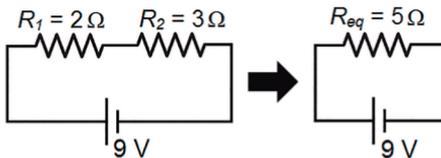
Considere dois resistores elétricos,  $R_1 = 2 \Omega$  e  $R_2 = 3 \Omega$ . Quais são a máxima e a mínima resistência elétrica que se pode obter por uma associação entre eles? Ligando essas associações a uma bateria de 9 V, utilizando fios elétricos de resistência elétrica desprezível, quais são as intensidades máxima e mínima de corrente elétrica que se pode obter?

### Resolução:

A máxima resistência elétrica equivalente é obtida associando esses resistores em série, como mostra a Figura 4.26:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 2 + 3 \Rightarrow R_{eq} = 5 \Omega$$

Figura 4.26 | Circuito elétrico composto de dois resistores associados em série



Fonte: elaborada pelo autor.

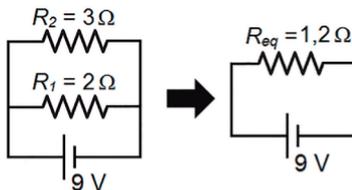
Ligando essa associação a uma bateria de 9 V, a intensidade de corrente elétrica estabelecida pode ser determinada da seguinte forma:

$$V = R \cdot i \Rightarrow 9 = 5 \cdot i \Rightarrow i = 1,8 \text{ A}$$

A mínima resistência elétrica equivalente é obtida associando esses resistores em paralelo, como mostra a Figura 4.27:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \Rightarrow R_{eq} = 1,2 \Omega$$

Figura 4.27 | Circuito elétrico composto de dois resistores associados em paralelo



Fonte: elaborada pelo autor.

Ligando essa associação a uma bateria de 9 V, a intensidade de corrente elétrica total estabelecida pode ser determinada da seguinte forma:

$$V = R \cdot i \Rightarrow 9 = 1,2 \cdot i \Rightarrow i = 7,5 \text{ A}$$

No exemplo anterior, podemos ver que, além das resistências elétricas de  $2 \Omega$  e  $3 \Omega$  oferecidas pelos resistores, caso sejam utilizados individualmente, podemos obter outras duas resistências associando esses resistores em série e paralelo.



### Assimile

É importante lembrar que em uma associação em série, os resistores (ou equipamentos elétricos) são percorridos pela mesma corrente elétrica, e em uma associação em paralelo, os resistores ficam submetidos à mesma tensão elétrica.

Os **medidores elétricos** são equipamentos essenciais em trabalhos com circuitos elétricos, pois possibilitam medir grandezas elétricas. Temos, por exemplo, equipamentos que medem tensão elétrica, chamados de voltímetros, equipamentos que medem corrente elétrica, chamados de amperímetros, e equipamentos que medem resistência elétrica, chamados de ohmímetro. Atualmente, esses aparelhos são todos digitais e agregam várias opções de medição que podem ser escolhidas por um botão seletor, sendo, por isso, chamados de multímetros. Porém, existem particularidades para o uso em cada opção.

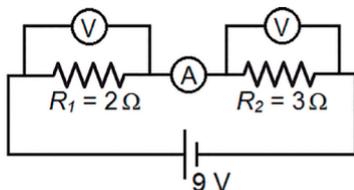
Quando selecionarmos o multímetro para a função **voltímetro**, por exemplo, será necessário que seja associado em paralelo com o dispositivo no qual se fará a medição da tensão elétrica. Nesta opção, a resistência elétrica do aparelho é grande, garantindo, assim, que a corrente elétrica percorra apenas o dispositivo que está sendo medido.

Mas quando selecionarmos o multímetro para a função **amperímetro**, será necessário que seja associado em série com o dispositivo no qual se fará a medição da corrente elétrica. Nesta opção, a resistência elétrica do aparelho é pequena, evitando que este interfira na intensidade da corrente elétrica do circuito.

Na função **ohmímetro**, o aparelho estabelece uma tensão elétrica no dispositivo, e pela corrente elétrica estabelecida, determina sua resistência elétrica.

A Figura 4.28 mostra o circuito elétrico em série representado na Figura 4.26, com um voltímetro em cada resistor e um amperímetro.

Figura 4.28 | Voltímetros e amperímetro sendo utilizados em um circuito elétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

Nesta situação, o amperímetro estaria indicando 1,8 A, que é a intensidade da corrente elétrica que percorre os dois resistores associados em série. O voltímetro que mede a tensão elétrica em  $R_1$  estaria indicando um valor dado por:  $V_1 = R_1 \cdot i = 2 \cdot 1,8 \Rightarrow V_1 = 3,6 \text{ V}$ .

Já o voltímetro que mede a tensão elétrica em  $R_2$  estaria indicando um valor dado por:  $V_2 = R_2 \cdot i = 3 \cdot 1,8 \Rightarrow V_2 = 5,4 \text{ V}$ .

Veja que a soma das tensões elétricas nos dois resistores corresponde à tensão elétrica do gerador do circuito, isto é, 9 V.

## Capacitores elétricos

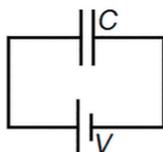
Outro dispositivo muito utilizado em circuitos elétricos e eletrônicos é o capacitor, no qual ocorre acúmulo de cargas elétricas, sendo, assim, capaz de armazenar energia potencial elétrica.

Um capacitor tem inúmeras utilidades em um circuito elétrico, como filtrar frequências recebidas por equipamentos de rádio e televisão, e também em equipamentos sonoros, separando sons graves de agudos, por exemplo.

Um capacitor, também denominado condensador, é constituído por um par de condutores de diversos formatos, chamados de armaduras, separados por certa distância. Entre as armaduras pode existir algum material chamado dielétrico, um isolante elétrico, como

papel, cerâmica ou óleo mineral. O símbolo de um capacitor em um circuito elétrico é baseado no capacitor de placas paralelas, sendo assim representado por barras paralelas e de mesmo comprimento, como mostra a Figura 4.29.

**Figura 4.29 | Circuito elétrico composto de um gerador e um capacitor**



Fonte: elaborada pelo autor.

Quando um capacitor é conectado a um gerador elétrico com certa tensão elétrica ( $V$ ), elétrons são retirados de uma das armaduras e fornecidos a outra armadura, de forma que ficam carregadas com cargas elétricas de mesmo módulo ( $Q$ ) e sinais opostos. O capacitor será carregado até que a tensão elétrica (ddp) entre suas placas seja igual à tensão elétrica do gerador. O módulo da carga elétrica acumulada no capacitor é diretamente proporcional à tensão elétrica aplicada nele, e a constante de proporcionalidade é chamada capacitância ( $C$ ).

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C \cdot V$$

No SI, carga elétrica é expressa em coulomb, tensão elétrica é expressa em volt e capacitância é expressa em coulomb por volt ( $C/V$ ). Essa unidade de medida é definida como farad (F), em homenagem ao inglês Michael Faraday (1791-1867), que foi pioneiro no estudo dos capacitores.

Um exemplo de utilização de capacitores ocorre no *flash* de máquina fotográfica. Nas pilhas que utilizamos, o fornecimento de energia elétrica é moderado pelo circuito elétrico, no qual foi inserida, o que não possibilita um acionamento intenso da lâmpada do *flash*, sendo assim, então, utilizado um capacitor, que, ao ser carregado, adquire a tensão elétrica da pilha. O botão de registro fotográfico faz com que o capacitor se descarregue, liberando toda a carga elétrica quase instantaneamente em uma corrente elétrica de alta intensidade que aciona a lâmpada rapidamente com um forte brilho.



## Exemplificando

Considere um capacitor de capacitância igual a 2 pF conectado a uma pilha de 1,5 V. Qual o módulo da carga elétrica que será acumulada nesse capacitor, quando a tensão elétrica entre suas placas for a mesma do gerador elétrico.

### Resolução:

A capacitância do capacitor é de 2 pF, isto é, dois picofarad:

$$C = 2 \text{ pF} = 2 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

A carga elétrica acumulada no capacitor quando a tensão elétrica entre suas placas for de 1,5 V é dada por:

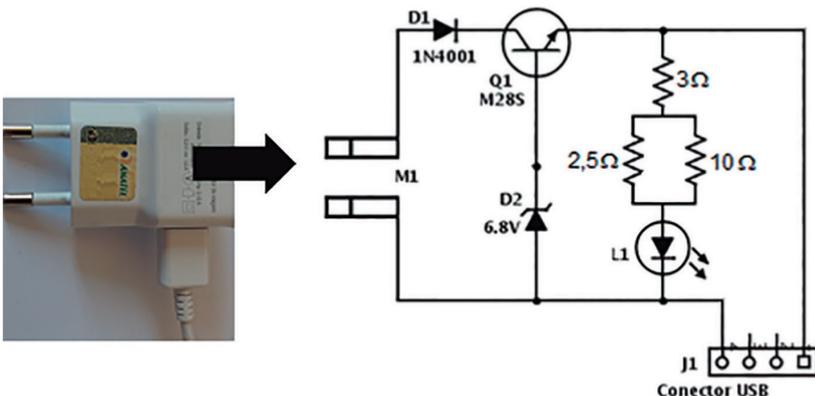
$$Q = C \cdot V = 2 \cdot 10^{-12} \cdot 1,5 \Rightarrow Q = 3 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

## Sem medo de errar

Lembre-se de que convidamos você a se colocar no lugar de um profissional que trabalha com montagem e manutenção de dispositivos eletrônicos. Um cliente levou até seu estabelecimento um carregador, afirmando que não está funcionando corretamente.

Durante a manutenção, você verificou que o modelo do carregador possui o circuito elétrico mostrado na Figura 4.30.

Figura 4.30 | Representação do circuito elétrico do carregador de celular



Fonte: elaborada pelo autor.

É de seu conhecimento que os problemas mais comuns desse modelo de carregador ocorrem nos resistores, que podem danificar durante a utilização. Na figura que representa o circuito elétrico, podemos identificar uma associação mista de três resistores,  $R_1 = 2,5 \Omega$  e  $R_2 = 10 \Omega$  associados em paralelo, e essa associação está em série com outro resistor de  $R_3 = 3 \Omega$ .

Considerando que a resistência elétrica oferecida pelos outros componentes é desprezível, temos que a resistência elétrica total desse circuito é devida a esses três resistores. Analisando as associações separadamente, comecemos pela associação em paralelo entre  $R_1$  e  $R_2$ , quando obtemos a resistência equivalente  $R'_{eq}$ :

$$\frac{1}{R'_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2,5} + \frac{1}{10} \Rightarrow R'_{eq} = 2 \Omega$$

Essa resistência equivalente  $R'_{eq} = 2 \Omega$  substitui os resistores  $R_1$  e  $R_2$ , estando, assim, associada em série com o resistor  $R_3 = 3 \Omega$ . Logo, a resistência equivalente dessa associação mista vale  $5 \Omega$ :

$$R_{eq} = R_3 + R'_{eq} = 3 + 2 \Rightarrow R_{eq} = 5 \Omega$$

Conforme informações apresentadas nos dados técnicos impressos no carregador, a corrente elétrica de saída deve ser de 1 A, e a tensão elétrica de saída é de 5 V. Sendo essa a tensão elétrica submetida nos resistores, temos:

$$V = R \cdot i \Rightarrow 5 = R \cdot 1 \Rightarrow R = 5 \Omega$$

Note, novamente, que a resistência elétrica no circuito deve ser de  $5 \Omega$ .

Ao fazer uma medida com o voltímetro na associação de resistores, você notou uma tensão elétrica de 5 V, porém, ao fazer uma medição com amperímetro, você notou uma corrente elétrica de 2,5 A, maior que a corrente desejada, concluindo, assim, que um dos resistores está com defeito.

Você, então, inicia uma investigação para determinar qual dos três resistores está com defeito.

Se o resistor  $R_1 = 2,5 \Omega$  estiver desligado, teremos uma associação em série entre os resistores  $R_2 = 10 \Omega$  e  $R_3 = 3 \Omega$ :

$$R_{eq} = R_2 + R_3 = 10 + 3 \Rightarrow R_{eq} = 13 \Omega$$

$$V = R \cdot i \Rightarrow 5 = 13 \cdot i \Rightarrow i \cong 0,38 \text{ A}$$

Nesta opção, a intensidade da corrente elétrica seria de 0,38 A.

Se o resistor  $R_2 = 10 \Omega$  estiver desligado, teremos uma associação em série entre os resistores  $R_1 = 2,5 \Omega$  e  $R_3 = 3 \Omega$ :

$$R_{eq} = R_1 + R_3 = 2,5 + 3 \Rightarrow R_{eq} = 5,5 \Omega$$

$$V = R \cdot i \Rightarrow 5 = 5,5 \cdot i \Rightarrow i \cong 0,91 \text{ A}$$

Nesta opção, a intensidade da corrente elétrica seria de 0,91 A.

Se o resistor  $R_3 = 3 \Omega$  estiver desligado, teremos uma associação em paralelo entre os resistores  $R_1 = 2,5 \Omega$  e  $R_2 = 10 \Omega$ . Dessa associação, já sabemos que a resistência equivalente é de  $2 \Omega$ :

$$V = R \cdot i \Rightarrow 5 = 2 \cdot i \Rightarrow i = 2,5 \text{ A}$$

Como para essa situação a corrente elétrica seria de 2,5 A, sendo essa a corrente medida com o amperímetro, você determina que é o resistor de  $3 \Omega$  o defeituoso. Ao ser substituído, o carregador volta a funcionar corretamente. Você, então, liga ao seu cliente que vem buscar o carregador satisfeito pelo serviço prestado e pela atenção dedicada.

Com essa verificação, encerramos a situação proposta. Nela, discutimos sobre os choques elétricos que podemos sentir tocando materiais que não são considerados condutores de eletricidade. Tratamos também a diferença de funcionamento entre carregadores de telefone celular com características elétricas distintas. Por fim, verificamos as alterações que a ausência de um resistor pode causar em um circuito elétrico.

## Avançando na prática

### Desfibrilador

#### Descrição da situação-problema

Considere que você trabalha como técnico de manutenção de desfibriladores.

Nas situações de emergência em que ocorrem paradas cardíacas, o coração do paciente pode apresentar contrações musculares sem sincronia, causando um bombeamento de sangue irregular e ineficiente pelo corpo, o que pode levar à morte.

Nestas e em outras situações é comum o uso de desfibriladores, aparelhos que provocam uma intensa descarga elétrica no paciente e de curta duração, em média de 8 ms, causando um choque elétrico que faz todos os músculos do coração se contraírem uniformemente, buscando, assim, restabelecer o ritmo normal dos batimentos cardíacos naturais.

Em um dos aparelhos que você foi chamado para fazer manutenção, o dispositivo de acúmulo de carga elétrica é um capacitor de capacitância igual a  $80 \mu\text{F}$ , sendo carregado por uma tensão elétrica de 3 kV. Porém, a equipe médica sugere que a corrente elétrica que percorre o corpo do paciente seja elevada para um valor próximo a 35 A.

Você, então, precisa substituir o capacitor por outro com capacitância que atenda a essa exigência. Para isso, precisa antes fazer algumas determinações para verificar qual a capacitância indicada. Como isso pode ser feito?

### Resolução da situação-problema

O capacitor do desfibrilador é de  $80 \mu\text{F}$  ( $80 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ ) e é carregado por uma tensão elétrica de 3 kV ( $3 \cdot 10^3 \text{ V}$ ). O módulo de sua carga elétrica é dado por:

$$Q = C \cdot V = 80 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^3 \Rightarrow Q = 0,24 \text{ C.}$$

A corrente elétrica é definida pela quantidade de carga elétrica que atravessa o corpo do paciente em um intervalo de tempo de 8 ms ( $8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ):

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{0,24}{8 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow i = 30 \text{ A}$$

Essa é a intensidade de corrente elétrica atual estabelecida pelo desfibrilador no corpo da pessoa. Para uma corrente elétrica de 35 A,

devemos determinar a carga elétrica que deve percorrer o corpo do paciente, para, então, determinar a capacitância necessária:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow 35 = \frac{\Delta Q}{8 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \Delta Q = 0,28 \text{ C}$$

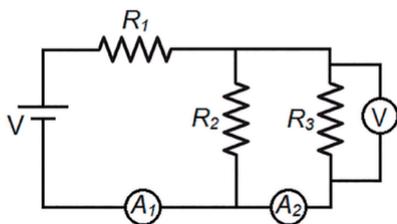
$$Q = C \cdot V \Rightarrow 0,28 = C \cdot 3 \cdot 10^3 \Rightarrow C \cong 93,3 \text{ } \mu\text{F}$$

Logo, substituindo o capacitor de capacitância igual a  $80 \text{ } \mu\text{F}$  por outro de capacitância aproximada de  $93 \text{ } \mu\text{F}$ , é possível atender às exigências da equipe médica.

## Faça valer a pena

**1.** Considere um circuito elétrico contendo um gerador elétrico, de tensão elétrica  $V$ , três resistores, sendo  $R_1 = 5 \text{ } \Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ } \Omega$  e  $R_3 = 3 \text{ } \Omega$ , dois amperímetros e um voltímetro, como mostra a Figura 4.31.

Figura 4.31 | Circuito elétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

Sabendo que o amperímetro  $A_2$  está indicando uma intensidade de corrente elétrica igual a  $0,8 \text{ A}$ , analise as seguintes sentenças:

- I. O voltímetro está indicando uma tensão elétrica de  $2,4 \text{ V}$ .
- II. A corrente elétrica no resistor  $R_2 = 2 \text{ } \Omega$  é de  $0,8 \text{ A}$ .
- III. O amperímetro  $A_1$  está indicando uma intensidade de corrente elétrica igual a  $1,6 \text{ A}$ .
- IV. A tensão elétrica do gerador é de  $12,4 \text{ V}$ .

Assinale a alternativa que apresenta apenas sentenças corretas:

- a) Todas as afirmativas estão corretas.
- b) Apenas as afirmativas I, III e IV estão corretas.
- c) Apenas as afirmativas I, II e IV estão corretas.
- d) Apenas as afirmativas I e IV estão corretas.
- e) Apenas as afirmativas III e IV estão corretas.

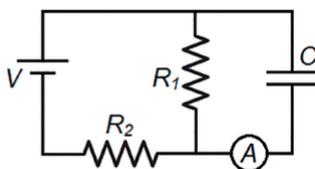
2. Em dois resistores,  $R_1$  e  $R_2$ , quando associados em série e submetidos a uma diferença de potencial de 12 V, verifica-se uma corrente elétrica total no circuito de  $\frac{4}{3}$  A. Já quando esses mesmos resistores são associados em paralelo, o valor da corrente elétrica total do circuito é de 5,4 A.

A intensidade das resistências elétricas de  $R_1$  e  $R_2$  vale:

- a) 9  $\Omega$  e 9  $\Omega$ .
- b) 9  $\Omega$  e 2,2  $\Omega$ .
- c) 5  $\Omega$  e 4  $\Omega$ .
- d) 5  $\Omega$  e 2,2  $\Omega$ .
- e) 9  $\Omega$  e 4  $\Omega$ .

3. Um circuito elétrico é formado por dois resistores,  $R_1 = R_2 = 5 \Omega$ , um capacitor de 10  $\mu\text{F}$  e um gerador elétrico de 12 V. Um amperímetro está associado em série com o capacitor, como mostra a Figura 4.32.

Figura 4.32 | Circuito elétrico contendo resistores, capacitor e gerador elétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

Se nesta situação mostrada o capacitor está totalmente carregado, a leitura do amperímetro é igual a zero. Como os dois resistores estão associados em \_\_\_\_\_, a corrente elétrica que percorre cada um tem intensidade igual a \_\_\_\_\_. A tensão elétrica aplicada no capacitor é de \_\_\_\_\_, de forma que o módulo de sua carga elétrica é de \_\_\_\_\_.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas:

- a) série; 1,2 A; 12 V; 120  $\mu\text{C}$ .
- b) paralelo; 1,2 A; 6 V; 60  $\mu\text{C}$ .
- c) paralelo; 2,4 A; 6 V; 60  $\mu\text{C}$ .
- d) série; 2,4 A; 12 V; 120  $\mu\text{C}$ .
- e) série; 1,2 A; 6 V; 60  $\mu\text{C}$ .

# Referências

- CAPRIOLI, Lucas. **Quadrante física**. São Paulo: Edições SM, 2016. v. 3.
- GRF – Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. **Física 3**: eletromagnetismo. 7. ed. São Paulo: Edusp, 2002.
- HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: eletromagnetismo. 10. ed. Tradução e revisão de Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 3.
- HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 12. ed. Tradução de Trieste Freire Ricci. Porto Alegre: Bookman, 2015.
- TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: eletricidade e magnetismo, óptica. 6. ed. Tradução de Paulo Machado Mors. Rio de Janeiro: LTC, 2011. v. 2.
- UNESP. **Série triboelétrica**. Disponível em: <[http://www.rc.unesp.br/showdefisica/99\\_Explor\\_Eletrizacao/paginas%20htmls/S%C3%A9rie%20Triboele%C3%A9trica.htm](http://www.rc.unesp.br/showdefisica/99_Explor_Eletrizacao/paginas%20htmls/S%C3%A9rie%20Triboele%C3%A9trica.htm)>. Acesso em: 20 fev. 2018.











ISBN 978-85-522-0674-3



9 788552 206743 >