



Controle Estatístico da Qualidade

Controle Estatístico da Qualidade

Marco Aurélio da Cruz Gouveia

© 2018 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Presidente

Rodrigo Galindo

Vice-Presidente Acadêmico de Graduação e de Educação Básica

Mário Ghio Júnior

Conselho Acadêmico

Ana Lucia Jankovic Barduchi

Camila Cardoso Rotella

Danielly Nunes Andrade Noé

Grasiele Aparecida Lourenço

Isabel Cristina Chagas Barbin

Lidiane Cristina Vivaldini Olo

Thatiane Cristina dos Santos de Carvalho Ribeiro

Revisão Técnica

Adriana Cezar

Carlo Magnus Melo Bergamaschi

Maria Fernanda De Oliveira Braga

Wilson Moisés Paim

Editorial

Camila Cardoso Rotella (Diretora)

Lidiane Cristina Vivaldini Olo (Gerente)

Elmir Carvalho da Silva (Coordenador)

Leticia Bento Pieroni (Coordenadora)

Renata Jéssica Galdino (Coordenadora)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Gouveia, Marco Aurélio da Cruz

G719c Controle estatístico da qualidade / Marco Aurélio da Cruz Gouveia. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2018.
256 p.

ISBN 978-85-522-0585-2

1. Estatística. 2. Qualidade. I. Gouveia, Marco Aurélio da Cruz. II. Título.

CDD 510

Thamiris Mantovani CRB-8/9491

2018
Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza
CEP: 86041-100 – Londrina – PR
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br
Homepage: <http://www.kroton.com.br/>

Sumário

Unidade 1 Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade (CEQ)	7
Seção 1.1 - Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade	10
Seção 1.2 - Medidas descritivas e gráficos básicos	31
Seção 1.3 - Distribuições discretas e contínuas	60
Unidade 2 Gráficos de Controle para Variáveis e para Atributos	79
Seção 2.1 - Gráficos de Controle para Variáveis	81
Seção 2.2 - Gráficos de controle para atributos - parte I	104
Seção 2.3 - Gráficos de controle para atributos - parte II	119
Unidade 3 Técnicas de inspeção por amostragem	137
Seção 3.1 - Técnicas de inspeção por amostragem - parte I	139
Seção 3.2 - Técnicas de inspeção por amostragem - parte II	155
Seção 3.3 - Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis	170
Unidade 4 Avaliação da capacidade do processo e análise dos sistemas de medição	191
Seção 4.1 - Estudo da capacidade do processo	193
Seção 4.2 - Análise dos sistemas de medição - parte I	210
Seção 4.3 - Análise dos sistemas de medição - parte II	232

Palavras do autor

Olá estimado aluno, toda vez que estudamos um processo – um conjunto de atividades inter-relacionadas, definidas, repetitivas e mensuráveis que agregam valor ao transformar entradas em saídas – é de vital importância analisar os fenômenos que afetam esse processo. Para isso, devemos utilizar um modelo científico apropriado. A Estatística, que apenas no século XVII passou a ser considerada disciplina autônoma, tendo como objetivo básico a descrição dos bens do Estado, é uma coleção de métodos para planejar experimentos, obter dados e organizá-los, resumi-los, analisá-los, interpretá-los e deles extrair conclusões (TRIOLA, 1999).

O Controle Estatístico da Qualidade (CEQ) diz respeito ao uso de métodos estatísticos no monitoramento e manutenção da qualidade de produtos e serviços. Este livro trata da utilização de técnicas estatísticas para o controle e melhoria da qualidade, apresentando o assunto de maneira abrangente, desde os princípios básicos de Análise Exploratória de Dados e Probabilidades, passando por Técnicas de Inspeção por Amostragem, Controle Estatístico do Processo, e finalizando com a aplicação de técnicas estatísticas para Análise de Sistemas de Medição.

Este livro é composto por quatro unidades que constituem o objeto de estudo da disciplina. O conteúdo visa tratar a disciplina em duas vertentes: teórica e prática, de modo a incentivar você a buscar a aplicação, à luz da teoria, em situações vivenciadas em sua vida profissional ou nas situações de seu cotidiano. Na primeira unidade, você será introduzido ao Controle Estatístico da Qualidade (CEQ), no qual abordaremos os conceitos de Processo, as causas da Variabilidade, Medidas de Posição e de Dispersão, os principais tipos de Gráficos e as principais Distribuições utilizados no CEQ. Na segunda unidade, você estudará a teoria dos principais Gráficos de Controle para Variáveis e para Atributos. Na terceira unidade você terá a oportunidade de trabalhar as técnicas de Inspeção da Qualidade, avaliando seus benefícios e suas limitações. Por fim, na quarta unidade, você desenvolverá o conhecimento no tocante à Avaliação da Capabilidade do Processo e Análise dos Sistemas de Medição.

O projeto pedagógico deste livro busca fundamentar a teoria e expor você às situações-problema, nas quais ele deverá aplicar os conhecimentos adquiridos em casos práticos. Para o máximo aproveitamento do conteúdo, é necessário que você dedique seu tempo em atividades pré-aula: leitura prévia, consulta ou atividades previstas, entre outras, de modo que esteja preparado para refletir e argumentar e, conseqüentemente, possa desenvolver as competências, de ordem geral ou técnica, necessárias para seu desenvolvimento acadêmico e profissional.

Estudar requer algumas condições essenciais para otimizar os recursos, principalmente seu tempo escasso. Tenha um local destinado exclusivamente aos estudos; esse local deve ser um local confortável com boa iluminação. Antes de começar a estudar, tenha todo o material necessário nesse local. Retire do local de estudo tudo o que possa o distrair, por exemplo, televisor e celular. Alterne períodos de estudo com descanso – uma sugestão é uma relação de 25 minutos de estudo por 5 minutos de descanso – estudos mostram que longos períodos são contraproducentes. E, por último, mas não menos importante, evite ser interrompido.

Seja um aluno proativo e autorregulado, busque os melhores métodos – os que se adequam a você – para estudar. Procure variar os métodos, tente, por exemplo, refletir sobre como uma nova informação está relacionada a informações já conhecidas ou explicar as medidas tomadas durante a resolução de determinadas situações-problema ou criar explicações que justifiquem porque certos conceitos apresentados neste livro são verdadeiros. Faça e refaça toda as atividades, identifique suas lacunas de aprendizagem e não hesite em pedir ajuda ao seu professor. Não se limite apenas ao conteúdo apresentado neste livro, vá além, alce seus próprios voos, pesquise e aprimore seu conhecimento.

Bons estudos e sucesso!

Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade (CEQ)

Convite ao estudo

Olá, estimado aluno!

Nos processos de negócio de uma organização você se deparará com uma infinidade de variáveis que influem no resultado dos processos e, conseqüentemente, dos negócios. O Controle Estatístico da Qualidade provê um conjunto de técnicas e ferramentas que são fundamentais no controle e na melhoria dos processos. A partir deste contexto empresarial, faz-se importante neste momento buscarmos desenvolver em você a competência de compreender o que é o CEQ, a importância da utilização de técnicas estatísticas para o controle e melhoria da qualidade, o que é um processo e como o processo é sujeito à variabilidade. Na segunda parte você será capacitado em Análise Exploratória de Dados: Tipos de Variáveis, Distribuições de Frequência; Gráficos e em Medidas-Resumo: Medidas de Posição, Medidas de Dispersão e Quantis e, por último, em Modelos Probabilísticos: Variáveis Aleatórias Discretas e Variáveis Aleatórias Contínuas.

A partir deste contexto empresarial, faz-se importante neste momento buscarmos desenvolver em você a competência geral: conhecer e desenvolver sistemas de Controle Estatístico da Qualidade, aliada à competência técnica de conhecer os fundamentos do Controle Estatístico do Processo, aplicar e analisar as principais medidas descritivas às Distribuições Discretas e Contínuas.

Para alcançar a competência necessária nesta unidade, propomos a você o seguinte contexto: a Torricelli é uma empresa que atua há 35 anos no segmento metalomecânico, possui médio porte e fabrica equipamentos rotativos para

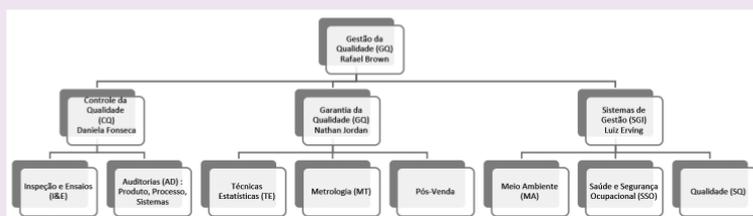
manipulação de líquidos. Além do mercado nacional, exporta para as Américas, Ásia e Europa. Seus principais mercados são óleo e gás, mineração, saneamento, alimentício e agrícola.

A Torricelli está organizada produtivamente em quatro grandes processos: Fundação, Usinagem, Montagem e Ensaios Finais. Conta com um vasto aparato metrológico capaz de garantir o controle desses processos.

Possui sistema de gestão integrado, sendo certificada de acordo com as normas: ABNT NBR 9001:2015 – Sistemas de Gestão da Qualidade – Requisitos; ABNT NBR ISO 14001:2015 – Sistemas de Gestão Ambiental – Requisitos com orientações para o uso; e OHSAS 18001:2007 Gestão de Saúde e Segurança Ocupacional.

O Departamento de Gestão da Qualidade está organizado da seguinte forma:

Figura 1.1 | Estrutura organizacional do Departamento de Gestão da Qualidade



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Torricelli é uma empresa reconhecida no mercado por seus produtos de alta qualidade, preços competitivos e garantia de prazos de entrega. Como atua no mercado de óleo e gás, atende às exigências específicas desse mercado. Recentemente, em decorrência de uma oportunidade de melhoria identificada em uma auditoria de um cliente, estabeleceu um Plano de Ação de Melhoria (PAM), visando à consolidação e à ampliação do uso do CEQ em todas as suas unidades de negócio.

Para que você possa contribuir com o PAM da Torricelli, algumas questões podem o ajudar a estabelecer um caminho

a seguir: Qual o estágio atual de desenvolvimento do CEQ em cada unidade de negócio? Que tipos de dados são gerados, variáveis aleatórias discretas, variáveis aleatórias contínuas ou ambas? Como os dados são tratados? Que tipo de distribuição de probabilidade deve ser usada para estudar os dados obtidos?

Não se esqueça de que o processo ensino-aprendizagem depende da sua participação ativa. Portanto, não deixe de realizar todas as atividades pré-aulas previstas, dessa forma você, estimado aluno, estará preparado para enfrentar a jornada que se inicia e desenvolver ao máximo o seu aprendizado.

Vamos lá?

Bons estudos e sucesso!

Seção 1.1

Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade

Diálogo aberto

Olá estimado aluno, bem-vindo à introdução ao Controle Estatístico da Qualidade (CEQ): sua evolução histórica e seus principais fundamentos.

A importância estratégica da qualidade do produto e do serviço vem crescendo de forma constante nos últimos anos, seu impacto nos resultados dos negócios das principais organizações, tanto fabricantes de produtos, quanto fornecedores de serviços, é um fator preponderante de sucesso para essas organizações.

Planejar, controlar e melhorar a qualidade dos produtos e processos seria uma tarefa "titânica", quase impossível, sem a utilização em larga escala de métodos estatísticos. Dessa necessidade, nasce o Controle Estatístico da Qualidade (CEQ), uma área contida na grande área de conhecimento denominada Gestão da Qualidade.

Os primeiros a aplicarem os métodos estatísticos recém-descobertos às questões relativas ao controle da qualidade foram Walter Andrew Shewhart, quando trabalhava na Bell Telephone Laboratories, juntamente com outros funcionários dessa empresa, como Harold F. Dodge e Harry G. Romig, bem como seus contemporâneos. Posteriormente, Deming, Juran, Ishikawa e, mais recentemente Taguchi, contribuíram de forma significativa para constituir o que hoje conhecemos como Controle Estatístico da Qualidade.

As atribuições do dia a dia muitas vezes fazem com que deixemos de realizar atividades importantes, por exemplo, a prática de exercícios físicos, o que, por sua vez, faz com que nos desviemos de objetivos importantes como a promoção da nossa saúde e nossa qualidade de vida. Nas organizações acontece algo semelhante quando políticas e procedimentos deixam de ser cumpridos ou são cumpridos parcialmente.

Na Torricelli não é diferente. A Eng.^a Daniela Fonseca, Gestora da seção de Controle da Qualidade, tem identificado constantes questionamentos sobre a importância e redundância (na visão de alguns colaboradores) de algumas atividades realizadas no setor com relação ao Controle Estatístico da Qualidade. Visando à tomada de ação corretiva, ela solicita que seus funcionários sejam reciclados nos conceitos de Controle Estatístico da Qualidade. Você e André Irving foram incumbidos por seu Gestor, o Tecnólogo Nathan Jordan, a ministrar um curto treinamento de reciclagem – 30 minutos – sobre os fundamentos do Controle Estatístico da Qualidade.

A situação-problema dessa unidade (SP1) é direcionada, portanto, em preparar um treinamento que englobe os pontos-chave dessa unidade. As seguintes perguntas irão direcioná-lo nessa atividade: quais conteúdos abordar? Qual a melhor definição para Controle Estatístico da Qualidade e Controle Estatístico do Processo? Como demonstrar, por meio de um exemplo prático, a aplicação do controle estatístico? Qual a relevância dessa prática dentro das organizações?

Você e André Irving deverão preparar slides, utilizando um programa de apresentação, lançando mão de recursos audiovisuais e exemplos práticos e incluir, obrigatoriamente, ao menos uma atividade prática envolvendo os seus colegas.

Esse treinamento deverá abordar, de forma clara e objetiva, os seguintes temas: Fundamentos e história do Controle Estatístico da Qualidade (CEQ); conceitos e definições sobre Processo; causas comuns e causas Especiais; gerenciamento utilizando o CEQ.

O desafio está lançado! Mãos à obra!

Bons estudos e sucesso!

Não pode faltar

Para que você possa compreender os aspectos gerais do CEQ na atualidade é importante voltarmos um pouco no tempo até a década de 1930. Iniciamos com a teoria da Administração Científica de Taylor e Fayol e evoluímos para a Escola das Relações Humanas de Elton Mayo. Durante o desenvolvimento dos trabalhos desses cientistas muitas evoluções relevantes começam a ser observadas, notadamente o trabalho precursor no tocante à resolução de problemas referentes

à qualidade de produtos que foi desenvolvido na Bell Telephone Laboratories, empresa norte-americana, parte do grupo da gigante AT&T, responsável pelo desenvolvimento de diversas tecnologias revolucionárias, como o Transistor, LED e Laser, entre outras. Faziam parte desse grupo de vanguardistas Walter A. Shewhart – criador dos Gráficos de Controle – Harold Dodge, Harry Romig – idealizadores dos planos de inspeção por amostragem – e, posteriormente, Joseph Juran – criador da Trilogia Juran e da aplicação do Gráfico de Pareto – e W.E. Deming, responsável por inúmeras contribuições no campo da Qualidade, entre elas o reconhecimento de que a variabilidade é uma característica inerente aos processos e de que a utilização de técnicas estatísticas é necessária para controlar os processos.

A Segunda Guerra Mundial trouxe consigo a necessidade de serem desenvolvidas novas técnicas para se contrapor à ineficiência e impraticabilidade da inspeção 100%, aplicada, à época, para o controle da qualidade de armamentos, munições e insumos.

Durante esse período, a qualidade tornou-se uma importante questão de segurança. Equipamento militar inseguro era obviamente inaceitável e as forças armadas dos aliados, principalmente as dos Estados Unidos, inspecionavam praticamente todas as unidades produzidas para garantir o seu funcionamento e a sua segurança. Essa prática exigia enorme contingente de inspetores e, conseqüentemente, causou problemas no recrutamento e retenção dos funcionários dedicados à inspeção (GARVIN, 2002).

Visando resolver esse impasse, mas sem comprometer a segurança do produto, as forças armadas começaram a usar a inspeção por amostragem para substituir a inspeção 100%, peça a peça. Com a ajuda de consultores da indústria, particularmente da Bell Laboratories, entre eles Dodge e Romig, foram adaptadas tabelas de amostragem publicadas em uma norma militar mundialmente conhecida, a MIL-STD-105, no Brasil publicada como ABNT NBR 5426 de 01/1985, Planos de Amostragem e Procedimentos na Inspeção por Atributos e a MIL-STD-414, no Brasil publicada como ABNT NBR 5429 de 01/1985, Planos de Amostragem e Procedimentos na Inspeção por Variáveis. Os planos de inspeção por atributos e por variáveis foram incorporados aos contratos militares para estabelecer o nível de qualidade requerido juntos aos fornecedores.

As Forças Armadas também ajudaram a melhorar o nível de qualidade por meio do fomento de cursos de formação em estatística de controle da qualidade conduzido por Walter Shewhart. Esses cursos cunharam o termo Controle Estatístico da Qualidade (CEQ).

Os treinamentos promovidos pelas Forças Armadas resultaram em uma certa melhoria no nível de qualidade dos produtos, porém a maioria dos fornecedores tinha pouca motivação para integrar as técnicas do Controle Estatístico da Qualidade aos seus processos de fabricação.

Com a passar do tempo as limitações de controlar o produto por meio da inspeção foram se tornando cada vez mais evidentes, resultando na evolução para uma metodologia que controlasse os processos, ao se introduzir um sistema de controle do processo.

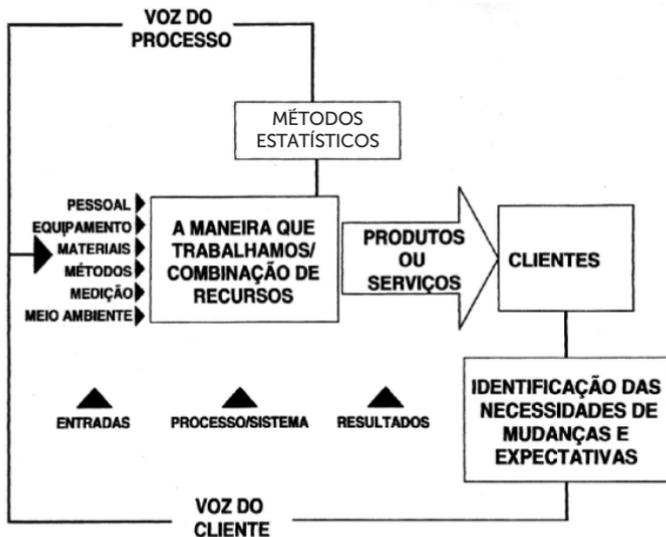
A Gestão por Processo, mais do que uma técnica, é uma filosofia. Isso porque essa gestão desloca o foco para longe da conformidade básica para abraçar uma mentalidade de melhoria contínua. Quando atividades já estão estabelecidas e os recursos relacionados são gerenciados como um processo, as necessidades das partes interessadas ficam evidenciadas e a documentação que respalda a conformidade e capacidade do processo em atender a esses requisitos é definida de forma lógica e otimizada, fazendo com que a organização fuja da burocracia.

Qualquer operação produz bens ou serviços, ou um misto dos dois, e o faz por um processo de transformação. Por transformação entende-se uso de recursos para mudar o estado ou condição de algo (*input*) de modo a produzir saídas esperadas (*outputs*) (HARRINGTON, 2007). Um **processo** é comumente definido como uma série de atividades reprodutíveis e interativas que, em conjunto, convertem uma entrada em uma saída. Uma entrada é algo que conduz ou inicia o processo, como pessoas, recursos materiais, podendo existir entradas múltiplas. Um resultado é um produto gerado pelo processo, buscando atender à expectativa de um cliente, externo ou interno. Normalmente, uma saída é um produto, um serviço ou a entrada para outro processo dentro de uma mesma empresa.

A Gestão por Processo é uma revisão da sequência e interação dos processos e suas entradas e saídas. Considera-se o sistema de gerenciamento não apenas como um documento, mas também um

sistema ativo de processos que aborda os riscos e os requisitos das partes interessadas.

Figura 1.2 | Modelo do sistema de controle do processo com feedback



Fonte: AIAG (2005, p. 8).

Um sistema de controle do processo deve gerar informações sobre o processo de modo que a organização possa conhecer o verdadeiro desempenho de seus processos. Um dos principais fatores para entender o desempenho de um processo está relacionado às suas variabilidades internas.

A incerteza é a consequência da variabilidade de um determinado fenômeno e dificulta a tomada de decisões. Você, que se desloca diariamente, por exemplo, de sua residência até o trabalho, considere esse simples exemplo, seu deslocamento no seu dia a dia. Ao analisar esse evento, identificamos uma série de incertezas, por exemplo: o horário de saída, as condições climáticas, as condições do trânsito, os imprevistos, entre tantos outros fatores. Mesmo que você procure se cercar do maior número de informações previamente disponíveis sobre todos esses elementos, sobre os quais a incerteza age, ainda assim, você não poderia prever o horário exato de sua chegada.

O mesmo raciocínio aplica-se ao controle do processo e às características do processo, como *setup*, mão de obra, variações

de matéria-prima, capacidade dos meios de medição, variações nas utilidades que, entre tantos outros fatores, afetam, portanto, determinam a variabilidade interna do processo. Assim sendo, a organização deve concentrar seus esforços na delimitação dos valores-alvo para as características determinantes para a obtenção da otimização do processo e da qualidade do produto e, uma vez esses valores prescritos, monitorar e controlar o processo para que ele esteja sempre o mais próximo possível desses valores-alvo.

O controle do processo implementado de forma eficaz permite que a organização tome ações de melhoria ou preventivas, no tempo certo, fazendo com que o processo seja corrigido ou otimizado, resultando em ganhos de qualidade, produtividade, custos e diminuição do tempo de ciclo.

A ação sobre o processo é mais eficaz, mais econômica e resulta em maiores ganhos quando executada para prevenir que as características-chave do processo se distanciem em relação aos seus valores-alvo. Adotando esse comportamento, a organização garante que o resultados gerados pelos processos mantenham-se dentro dos limites projetados. As ações não se limitam, mas podem estar associadas a:

Figura 1.3 | Ações que podem garantir os resultados projetados



Fonte: elaborada pelo autor.

Uma ferramenta muito útil para levantamentos de causas potenciais é o diagrama de Ishikawa.

Uma ação sobre o resultado geralmente é custosa, visto que está associada à detecção e correção do produto não conforme, não atuando sobre as causas primárias da não conformidade. A continuidade da existência de causas primárias no processo obriga a organização a inspecionar, selecionar, retrabalhar, sucatear os produtos não conformes. Esse tipo de situação deve sempre ser temporário e só será alterado quando a causa primária for identificada, a ação corretiva tomada e sua eficácia comprovada.

É claro e evidente que as ações sobre o produto são mais caras e menos eficazes do que as ações sobre o processo, afinal, você pode perceber que uma é corretiva sobre o lote produzido e a outra é corretiva – em relação ao curto período de produção – ou puramente preventiva.

Os conteúdos seguintes concentram-se na coleta de dados do processo e análise desse conjunto de dados, visando à tomada de ações, sejam elas corretivas, preventivas ou de melhoria sobre o processo. Lembre-se de que toda organização deve priorizar a prevenção sobre a detecção. A organização, portanto, deve direcionar seus esforços para o gerenciamento e Controle do Processo e para isso é fundamental conhecer, reduzir e controlar a variabilidade dos processos.

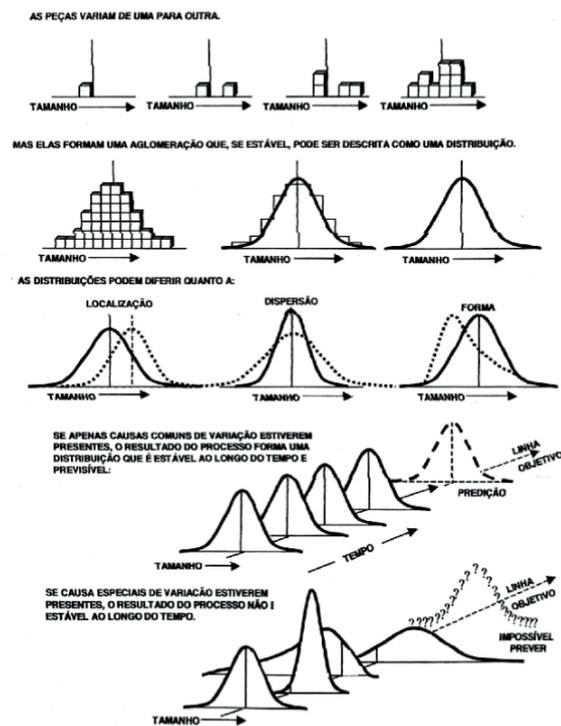
Um processo aparentará estar sob controle quando, considerando os dados históricos, for possível prever como o processo se comportará no futuro. Nesse sentido, com a apredição dentro de limites previamente calculados, significa que é possível calcular a probabilidade de que o processo estudado esteja dentro dos limites estabelecidos (SHEWHART, 1986).

O ponto crítico nessa definição é que o controle não é definido como a ausência total de variação. O controle é simplesmente um estado no qual toda variação é previsível. Um processo controlado não é necessariamente um sinal de boa gestão, nem um processo fora de controle é sinal de que são fabricados produtos necessariamente não conformes. Para fazer a análise é necessário conhecer as especificações do produto e/ou do processo e compará-las com a variabilidade do processo. Essa abordagem, por sinal, refere-se ao conceito de capacidade ou capabilidade, e será objeto de estudo na quarta unidade deste livro!

Em todas as formas de predição, há um elemento de probabilidade. Para nossos propósitos, ao qual chamaremos **variação qualquer causa aleatória e comum desconhecida**. Se a influência de qualquer causa de variação for muito pequena e se o número de causas de variação for muito grande e relativamente constante, temos uma situação em que a variação é previsível dentro dos limites. Nessa condição, dizemos que o processo está sob controle estatístico.

Por outro lado, um processo poderá apresentar outros fatores que causam a variação, mas que afetam apenas parte do resultado do processo, de forma intermitente ou imprevisível. Nesse caso, dizemos que o processo apresenta **causas especiais** e se não forem eliminadas, podem afetar o processo de forma imprevisível. Na presença de causas especiais, o processo não será estável ao longo do tempo. A utilização de ferramentas estatísticas ajudará a identificar de maneira eficaz os efeitos de causas especiais de variação.

Figura 1.4 | Variação – causas comuns e especiais



Fonte: AIAG (2005, p. 12).

Como você pode observar na Figura 1.4, as distribuições variam em relação à localização, dispersão e forma. Um processo em que há somente causas comuns presentes torna-se previsível ao longo do tempo, por outro lado, um processo em que há causas especiais presentes torna-se imprevisível ao longo do tempo.

A utilização do CEQ apenas com uma ferramenta estatística não faz com que a organização melhore seus processos e caminhe rumo à excelência. A utilização do CEQ deve ser incorporada ao modelo de gestão da organização e ser utilizada amplamente, não apenas como uma coletânea de métodos estatísticos, mas como uma filosofia de melhoria contínua.

Agora, você pode até levantar uma questão: o que deve ser observado ao se implementar o gerenciamento utilizando o Controle Estatístico da Qualidade? Pois bem, a melhoria da qualidade sem que aumentem os custos é uma tarefa desafiadora. A compra de suprimentos de alta qualidade ou equipamentos de alta tecnologia pode ser a resposta, mas o custo pode ser demasiadamente alto. A aplicação de técnicas estatísticas para o controle da qualidade pode ser a solução para esse dilema.

Neste cenário, o controle estatístico de qualidade envolve a aplicação de técnicas estatísticas para avaliar, melhorar ou manter a qualidade dos produtos, serviços ou processos. Mas veja, isto não deve ser confundido com o Controle Estatístico do Processo, pois refere-se apenas uma ferramenta de controle estatístico de qualidade e está focado no monitoramento e controle de variações nos processos. Outras principais áreas de controle estatístico de qualidade incluem estatística descritiva e técnicas de amostragem para aceitação.

Normalmente, o uso de técnicas estatísticas apresenta um custo muito menor do que o de outros meios para melhorar a qualidade. O controle estatístico da qualidade também é um componente importante no Gerenciamento da Qualidade Total. Algumas das principais razões pelas quais o emprego do CEQ é popular em empresas que são referência em seu segmento são:

- ✓ O custo da capacitação e a aquisição de *software* para o CEQ geralmente é menor quando comparado aos valores necessários para investir em suprimentos e equipamentos mais caros. Embora muitos dos cálculos possam ser feitos

manualmente, geralmente é aconselhável adquirir um *software* para que os cálculos, gráficos e análises, possam ser produzidos de forma mais rápida e precisa. Em comparação com o preço dos equipamentos e meios de medição, o *software* é relativamente barato.

- ✓ A vantagem de estar ciente de quando uma variação está começando a sair de controle é a possibilidade de tomar ações corretivas antes que perdas maiores ou não conformidades se manifestem. Quando a organização baseia-se em suposições sem fundamentos objetivos, corre o risco de tomar ações prematuras ou tardias. Ferramentas, por exemplo, gráficos de controle, fornecem dados precisos e objetivos das variações para auxiliar no controle da qualidade.
- ✓ O conhecimento adquirido por meio da capacitação, desde que periodicamente reciclado e atualizado, não se degradará ao longo do tempo. No caso do *software*, não está sujeito a desgaste e geralmente será substituído somente quando houver aprimoramento representado por novas versões.
- ✓ A aplicação de métodos estatísticos de controle de qualidade provou ser efetiva na minimização do desperdício e retrabalho na maioria das empresas, resultando em significativa redução de custos, ao mesmo tempo em que pôde promover o aumento da produtividade e redução do tempo de ciclo (*lead time*).

Para efetivamente implementar o CEQ em qualquer organização, é fundamental compreender os ingredientes essenciais que tornarão essa aplicação bem-sucedida. Esses ingredientes são apresentados na Figura 1.5:

Figura 1.5 | Ingredientes essenciais para implementação do CEQ

<p>Problemas de gestão - suporte e compromisso total da gestão, recursos necessários para treinamento, educação, acompanhamentos periódicos, ações no sistema e nos processos, sempre que necessário.</p>	<p>Habilidades técnicas - compreensão dos principais benefícios decorrentes da introdução e aplicação do CEQ, análise do sistema de medição, priorização do processo, compreensão das principais características ou parâmetros do processo a serem medidos e como medir, entre outros.</p>
--	---

Habilidades estatísticas - estabilidade estatística, cálculo de limites de controle, interpretação dos limites de controle, seleção de gráficos de controle, determinação do tamanho da amostra e tamanho do subgrupo, entre outros.

Habilidades para trabalhar em equipe - compreensão da organização com relação à CEQ e seus benefícios, cooperação de todos os níveis da organização, definição do que precisa ser medido em um processo ou produto e assim por diante

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Gerenciamento utilizando o CEQ passa, necessariamente, por adotar a nova filosofia, sendo a responsabilidade principal da alta administração levar a organização como um todo à busca contínua da melhoria da qualidade, priorizando a prevenção e a satisfação do cliente (DEMING, 1990).



Assimile

Estima-se que 85%, ou até 94% – dependendo da maturidade da gestão da organização, dos problemas que uma empresa enfrenta são devidos a causas comuns. Apenas 6 a 15% são devidos a causas especiais, que podem ser ou não relacionadas a pessoas. Então, se a organização sempre culpa as pessoas, ela estará errada ao menos 85% do tempo (DEMING, 1990). É o processo a maior parte do tempo que precisa ser alterado. O gerenciamento da organização deve configurar o sistema para permitir que os processos sejam alterados.

Quadro 1.1 | Causas comuns e causas especiais

	Causa Comum	Causa Especial
Também conhecido por:	Problemas naturais, ruído, causas aleatórias	Causa atribuível
Também conhecido por: Natureza	Comum, previsível.	Incomum, imprevisível, esporádica.
Característica	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Variação previsível probabilisticamente; ✓ Fenômenos que são ativos no sistema; ✓ Variação dentro de uma base de experiência histórica que não é regular; ✓ Falta de significância em valores individuais altos e baixos. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Episódio novo e imprevisto ou anteriormente negligenciado dentro do sistema; ✓ Normalmente imprevisível e, por vezes, problemático; ✓ A variação nunca aconteceu antes e está, portanto, fora da base de experiência histórica.

Exemplos

- ✓ Procedimentos inadequados;
- ✓ Condições de trabalho precárias;
- ✓ Condições ambientais;
- ✓ Desgastes, etc.
- ✓ Troca de operadores;
- ✓ Falha em máquinas e equipamentos;
- ✓ Não conformidade em relação à matéria prima.

Fonte: Elaborado pelo autor.



Refleta

Um dos fatores-chave para o sucesso da implementação CEQ é o trabalho em equipe. Você, no seu trabalho, nos seus estudos, na sua vida, está sempre trabalhando em equipe. Porém, a experiência mostra que trabalhar em equipe não é um mar de rosas e, nem sempre, conseguimos os melhores resultados. Na sua opinião, quais os fatores e seus porquês, que dificultam o trabalho em equipe e fazem com que nem sempre consigamos otimizar os resultados?



Exemplificando

Considere dois fornecedores com tempo médio de entrega quase idênticos, mas que apresentam variações na frequência de entrega.

Exemplo:

Fornecedor	Número de dias entre entregas				Média
Beta	4	4	4	4	4
Alpha	3	4	7	1	3,75

A maioria dos clientes preferiria a consistência do fornecedor Beta, com poucas variações entre o tempo médio entre dias de entrega, do que o fornecedor Alfa com as grandes variações entre o tempo médio entre dias de entrega, mesmo que o fornecedor Beta demore mais do que o fornecedor Alfa, em média, a entregar. Na verdade, se o cliente não estiver pronto para receber o produto, a entrega muito antecipada pode, às vezes, ser pior do que uma entrega tardia.

Concentrando-se na redução da variação e não na média do processo, o fornecedor Beta é susceptível de desfrutar de uma maior satisfação do cliente e, a longo prazo, obter uma maior fatia de mercado. Como Deming declara: "Se eu tivesse que reduzir minha mensagem para a gerência em apenas algumas palavras, eu diria que tudo tem a ver com a redução da variação" (DEMING, 1975, p. 7).

A compreensão e aplicação da ciência estatística é particularmente útil porque seus três elementos principais – processo, variação e dados – incluem o processo que produz a variação, as fontes da variação e o uso de dados para lidar com esse fato. Além disso, à medida que os profissionais abordam o trabalho de melhoria, eles também devem estar atentos às leis de variação.

A variação é um fato da vida: está ao nosso redor e presente em tudo o que fazemos, e podemos afirmar que:

- ✓ Toda a variação tem uma causa.
- ✓ A variação pode ser prevista.
- ✓ As fontes de variação são aditivas.
- ✓ A variação pode ser quantificada.
- ✓ Um pequeno número de fontes de variação contribui com a maior parte da variação.
- ✓ Os dados do processo contêm variação produzida pelo processo e pelo sistema de medição.
- ✓ A variação da entrada do processo afeta a variação da saída do processo.
- ✓ A variação afeta a qualidade do desempenho da gerência.

A compreensão do processo, da variação e da família de dados fornece o contexto para a resolução de problemas e tomada de ações de melhoria. Mais importante ainda, a visão do processo aumenta a probabilidade de os problemas serem resolvidos com sucesso.



Pesquise mais

A equipe de Elton Mayo realizou uma série de experiências envolvendo seis trabalhadoras. Essas experiências são muitas vezes referidas como as experiências de Hawthorne ou os estudos de Hawthorne à medida em que ocorreram no Western Electric Company em Hawthorne, em Chicago, EUA. Essa experiência dá origem à Escola das Relações Humanas. Para saber mais acesse o link. Disponível em: <<http://www5.fgv.br/ctae/publicacoes/Ning/Publicacoes/00-Artigos/JogoDeEmpresas/Karoshi/glossario/ESTUDOS.html>>. Acesso em: 30 ago. 2017.

Função de perda de Taguchi é aproximação parabólica do dinheiro perdido para o cliente devido a uma característica de qualidade que se desvia do seu valor-alvo. Esta função não mostra perda no valor-alvo, mas a perda aumenta exponencialmente à medida que o desvio aumenta em

relação ao valor-alvo, mesmo dentro dos limites de tolerância. Também chamado de "nominal é melhor".

Para saber mais leia o artigo: "A utilização da função perda de Taguchi na prática do controle estatístico de processo. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep1997_t4410.pdf>. Acesso em: 30 ago. 2017.

Uma das Sete Ferramentas Básicas da Qualidade, o diagrama de Ishikawa, também conhecido como diagrama Causa-Efeito ou Espinha de peixe, entre outros nomes, foi criado pelo professor Kaoru Ishikawa, pioneiro da Gestão da Qualidade, na década de 1960. A técnica foi popularizada com a publicação em seu livro, de 1990, *Introduction to Quality Control*. Para saber mais acesse o link. Disponível em: <<http://www.esalq.usp.br/qualidade/ishikawa/pag1.htm>>. Acesso em: 30 ago. 2017.

Sem medo de errar

Estimado aluno, lançado o desafio, chegou a hora de resolver a situação-problema 1 (SP1). Lembre-se de que você deverá preparar um treinamento de reciclagem conciso, preciso, dinâmico e prático! Assim sendo, para resolver a SP1 recomendo:

- 1) Com relação à Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade, como esse é um conteúdo histórico, você pode preparar cinco questões, dividir os participantes em grupo e fazer uma rápida gincana. Necessariamente você deverá abordar os seguintes temas: os principais especialistas, o papel das forças armadas norte-americanas, o nascimento da inspeção por amostragem. Atenção! Para essa atividade os participantes devem de antemão ler, ou reler, o conteúdo teórico.
- 2) Para abordar o sistema de controle do processo, você pode:
 - a. Dividir os participantes em grupo.
 - b. Distribuir para os participantes Post-It®, folhas de flip chart, fita crepe.
 - c. Pedir para que os grupos cole as folhas de flip chart na parede.

- d. Cada grupo fará um Brainstorming para levantar os elementos constitutivos de um determinado processo que eles escolheram.
- e. Montar o diagrama do processo com os Post-It® selecionados pelo grupo.

Promova uma discussão entre grupos comparando os resultados e confrontando com o modelo de processo apresentado na Figura 1.2.

3) Uma maneira de abordar o tema Variabilidade: Causas Comuns e Causas Especiais é:

- a. Distribuir uma folha de papel e uma caneta ponta média.
- b. Peça para cada participante assinar, exatamente igual, três vezes na folha.
- c. Peça para os participantes guardarem essa folha.
- d. Distribua uma nova folha e uma caneta de ponta fina.
- e. Peça para cada participante assinar, exatamente igual, três vezes na folha.
- f. Peça para os participantes trocarem as duas folhas com um colega, e cada um avaliar a variabilidade da assinatura do outro, comparando as duas folhas.
- g. Promova uma discussão sobre variabilidade, causas comuns e causas especiais.

Guiar a discussão baseado no Quadro 1.1 identificando a natureza e as características das causas comuns e especiais identificadas no exercício.

4) Finalmente, para abordar o tema Gerenciamento utilizando o CEQ, você deve:

- a. Dividir os participantes em grupos, promover um rápido Brainstorming estruturado, sobre o tema: "Por que a implantação do CEQ falha e o que fazer a respeito".
- i. Para desenvolver o brainstorming o grupo deverá levantar possíveis causas baseando-se em: problemas de gestão, habilidades técnicas, habilidades estatísticas, habilidades para trabalhar em equipe.

- b. Terminado o Brainstorming, fazer seus comentários e consolide com a teoria.

Para todos os temas abordados procure ilustrar os exemplos a partir da realidade vivenciada por você em seu ambiente de trabalho.

Fique atento, você terá apenas 30 minutos para aplicar esse treinamento; use poucos slides, que devem ser produzidos de forma atrativa e não os sobrecarregue com informação; não leia os slides; incentive a participação de seus colegas na discussão.

Mãos à obra e sucesso!

Avançando na prática

Avaliando a eficácia do treinamento

Descrição da situação-problema

Estimado aluno, agora que você e André Irwing ministram o treinamento para os funcionários da seção de Controle da Qualidade e creem que esse treinamento foi um sucesso, chegou a hora de um novo desafio.

Raphael Brown, Gerente do Departamento de Gestão da Qualidade, analisando o resultado da última auditoria do Sistema Integrado de Gestão, verificou que alguns treinamentos ainda não foram avaliados quanto à sua eficácia, entre eles o treinamento sobre Fundamentos do Controle Estatístico, que você e André Irwing ministraram há três meses. Não demora muito para você ser acionado para verificar a eficácia do treinamento.

Você, André Irwing e Ana West – técnica da área de TE e Rosana Ramos – Analista de Recursos Humanos, reúnem-se para determinar o método de verificação. Após a reunião fica definido que, o Departamento de Recursos Humanos fará a Avaliação da Mudança de Comportamento dos funcionários e você, André Irwing e Ana West farão a Análise de Aprendizagem.

Você, André e Ana resolvem avaliar a Aprendizagem aplicando o seguinte teste:

Identifique as características de Causas Comuns (CC) e de Causas Especiais (CE):

() Geralmente variabilidade pequena em cada medida, resulta em pequenas flutuações nos dados.

() As medidas repetitivas não são as mesmas por causa da variabilidade típica causada por pequenos motivos de variabilidade, ou seja, você não pode, em geral e facilmente, apontar para os motivos da variabilidade, porém a variabilidade é previsível por meio de distribuições estatísticas.

() Variabilidade maior em cada medida devido a razões, uma causa pode ser atribuída para as flutuações nos dados.

() As medidas repetitivas não são as mesmas por causa de maior variabilidade causada por eventos que você pode tocar, sentir ou ver o motivo da variabilidade, ou seja, são "mais fáceis" para observar as diferenças que ocorrem.

() Os valores elevados e os valores baixos não têm significância para a sua variabilidade. Os dados criam padrões ordenados.

() Os valores elevados e os valores baixos têm razões significativas para a sua variabilidade; não apresentam padrões ordenados.

() Variabilidade dentro da base de experiência histórica.

() A variabilidade é a "dor de dente" que se destaca e possível de ser curada. São grandes surpresas.

() Muitas vezes, muitas causas estão em jogo com cada causa de aparente pequena importância que contribui para a causa geral comum.

() Variabilidade fora da base de experiência histórica.

() A variabilidade é institucionalizada e aceita como "é assim que as coisas são".

() Têm um impacto maior na variabilidade do sistema, o que resulta em muita variação causa-efeito, como a falha de um compressor ou uma bomba que provoca saída variável.

() Muitas pequenas causas são identificáveis, mas podem ser tratadas como não econômicas para corrigir ou controlar.

() A variação é usual, histórica e quantificável no sistema. O melhor tratamento é olhar para todos os dados disponíveis para o processo e tentar obter uma melhor compreensão do sistema.

Sua tarefa será aplicar o teste em sala de aula para seus colegas. Não esqueça de combinar com seu professor!

Resolução da situação-problema

(CC) Geralmente variabilidade pequena em cada medida, resulta em pequenas flutuações nos dados.

(CC) As medidas repetitivas não são as mesmas por causa da variabilidade típica causada por pequenos motivos de variabilidade, ou seja, você não pode, em geral e facilmente, apontar para os motivos da variabilidade, porém a variabilidade é previsível por meio de distribuições estatísticas.

(CE) Variabilidade maior em cada medida devido a razões, uma causa pode ser atribuída para as flutuações nos dados.

(CE) As medidas repetitivas não são as mesmas por causa de maior variabilidade causada por eventos que você pode tocar, sentir ou ver o motivo da variabilidade, ou seja, são "mais fáceis" para observar as diferenças que ocorrem.

(CC) Os valores elevados e os valores baixos não têm significância para a sua variabilidade. Os dados criam padrões ordenados.

(CE) Os valores elevados e os valores baixos têm razões significativas para a sua variabilidade; não apresentam padrões ordenados.

(CC) Variabilidade dentro da base de experiência histórica.

(CE) A variabilidade é a "dor de dente" que se destaca e possível de ser curada. São grandes surpresas.

(CE) Muitas vezes, muitas causas estão em jogo com cada causa de aparente pequena importância que contribui para a causa geral comum.

(CC) Variabilidade fora da base de experiência histórica.

(CC) A variabilidade é institucionalizada e aceita como "é assim que as coisas são".

(CE) têm um impacto maior na variabilidade do sistema, o que resulta em muita variação causa-efeito, como a falha de um compressor ou uma bomba que provoca saída variável.

(CC) Muitas pequenas causas são identificáveis, mas podem ser tratadas como não econômicas para corrigir ou controlar.

(CC) A variação é usual, histórica e quantificável no sistema. O melhor tratamento é olhar para todos os dados disponíveis para o processo e tentar obter uma melhor compreensão do sistema.

Faça valer a pena

1. Segundo um dos pontos da teoria do “Saber Profundo” de Deming (1992), problemas surgem quando a liderança reage a uma causa comum, interpretando, de maneira equivocada, que essa causa comum seria uma causa especial de variação. Isso pode ser ilustrado pela reação à variação ponto a ponto em um processo. Ou seja, um ponto mostra melhorias e ninguém questiona a “boa vontade” do processo. O próximo ponto pode piorar e todos irão, então, questionar o porquê dessa piora, quando se trata, em verdade, de uma simples variação de causa comum. A pressão é aplicada a funcionários que não possuem controle sobre a variação resultante do projeto do processo, pois a ênfase é colocada na variação ponto a ponto em vez de se envidar esforços para diminuir todas as variações e melhorar a média como um todo.

Considerando esse ponto da teoria do “Saber Profundo” de Deming, é correto afirmar que:

Quando as causas comuns de variação são tratadas como causas especiais de variação, o resultado geralmente é:

- a) Falta de ação corretiva no tempo adequado.
- b) Demora na análise de causas primárias.
- c) Não identificação do produto não conforme.
- d) Excesso de ajuste do processo.
- e) Longos períodos de suposta estabilidade do processo.

2. O sistema se auto-organiza em torno de sua identidade. Isso inclui sua visão, missão, valores, políticas, histórias de sucesso e aspirações compartilhadas. Uma identidade compartilhada, claramente projetada, permite que a organização se auto-organize em alinhamento com a identidade desejada

pela liderança. Todos os sistemas são sistemas adaptativos e complexos que se moldam em torno de sua identidade. A identidade pode ser projetada pela liderança ou pode ocorrer sem ser projetada, por acaso ou por acidente. Se for permitido que ocorra acidentalmente, a identidade não terá uma direção clara ou compartilhada gerando, portanto, capacitações que não serão totalmente bem-sucedidas.

Considerando o texto acima, podemos afirmar que para implementar efetivamente o Controle Estatístico da Qualidade, é necessário:

- a) Que a filosofia do Controle Estatístico da Qualidade esteja alinhada com a identidade da organização.
- b) Que a organização adote métodos estatísticos em larga escala.
- c) Que a organização crie um departamento de Controle Estatístico da Qualidade.
- d) Que primeiramente todos os processos sejam otimizados e as causas especiais eliminadas.
- e) Que seja utilizado um software estatístico para garantir a celeridade e precisão na coleta e análise dos dados.

3. O papel que a abordagem por processo desempenha é vital em qualquer estratégia de gerenciamento da qualidade. Um objetivo importante de qualquer organização é desenvolver e implementar estratégias que melhorem a capacidade de fornecer, de maneira consistente, um produto ou serviço de qualidade. Como tal, uma abordagem por processo em que todos os recursos e tarefas são identificados, analisados e alocados em cada etapa do processo de produção irá efetivamente entregar os resultados desejados.

A ação sobre o processo é mais eficaz, mais econômica e resulta em maiores ganhos, quando é executada com o objetivo de prevenir.

Porque:

Evita que todas as características do processo se distanciem em relação aos seus valores-alvo.

Sobre essas duas afirmativas, é **CORRETO** afirmar que:

- a) A primeira é uma afirmativa verdadeira; e a segunda, falsa.
- b) A primeira é uma afirmativa falsa; e a segunda, verdadeira.
- c) As duas são verdadeiras, mas não estabelecem relação entre si.
- d) As duas são verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- e) As duas são verdadeiras, e a primeira é uma justificativa correta da segunda.

Seção 1.2

Medidas descritivas e gráficos básicos

Diálogo aberto

Olá alunos, nessa seção abordamos os temas Medidas de posição: Média, Moda, Mediana; Separatrizes: Quartil, Decil, Percentil; Medidas de Dispersão: Variância, Desvio- Padrão e os principais gráficos básicos utilizados no CEQ.

Durante o seu programa de estágio você continua desenvolvendo seus conhecimentos, habilidades e atitudes, atuando em variadas atividades que lhe são designadas.

Voltando à Torricelli, e visando apresentar o perfil estatístico da característica de retilidade para o Departamento de Engenharia de Produção, para tomadas de ações preventivas, o tecnólogo Nathan Jordan solicita que André Irving, juntamente com você, realizem uma análise estatística referente à Auditoria do Produto AP 86/17 do Eixo EX00717.

Neste processo inicial, dentro do controle estatístico da qualidade, vocês utilizarão Medidas de posição, Separatrizes, Medidas de dispersão e Gráficos para analisar a retilidade do Eixo.

Utilizando os dados apresentados na Tabela 1.1 – Resultados de Auditoria do Produto para Retilidade, determine e analise as Medidas apropriadas de Posição e Dispersão, calcule os quartis q_1 e q_3 e plote os dados em um gráfico apropriado.

Tabela 1.1 | Resultados de auditoria do produto para a característica de controle de retilidade (dados obtidos)

Eixo nº	Medição	Eixo nº	Medição
1	0,1020	26	0,0994
2	0,1005	27	0,1013
3	0,0985	28	0,1007
4	0,1005	29	0,1011
5	0,0987	30	0,0980
6	0,0994	31	0,1012

7	0,0998	32	0,0997
8	0,1001	33	0,1000
9	0,0997	34	0,0977
10	0,1000	35	0,0999
11	0,1015	36	0,1009
12	0,1005	37	0,1005
13	0,1009	38	0,0994
14	0,1010	39	0,0986
15	0,1013	40	0,0991
16	0,0995	41	0,0984
17	0,1005	42	0,0992
18	0,1018	43	0,0997
19	0,1004	44	0,0985
20	0,1014	45	0,1008
21	0,0999	46	0,1003
22	0,1002	47	0,1003
23	0,1002	48	0,1001
24	0,1010	49	0,0999
25	0,0986	50	0,1006

Meio de Medição: Máquina de Medição de Forma – Incerteza: 0,1 μm

Fonte: elaborado pelo autor.

Para enfrentar essa jornada, você deve aplicar os conhecimentos adquiridos relativos a Medidas de posição, Separatrizes, Medidas de Dispersão e Gráficos.

Você e André Irving querem fazer o melhor possível, afinal, apresentarão os dados para um departamento que é um cliente interno da sua área.

Então, vamos lá? Mãos à obra e sucesso!

Não pode faltar

A Estatística Descritiva possibilita resumir, descrever e compreender os dados de uma distribuição por meio das medidas de tendência central, medidas de dispersão, separatrizes e medidas de distribuição (forma e distribuição da curva).

Além de gráficos e tabelas de números, os estatísticos costumam usar parâmetros comuns para descrever conjuntos de números. Existem duas categorias principais desses parâmetros. Um grupo desses parâmetros mede como um conjunto de números é centrado em torno de um ponto específico em uma escala ou, em outras palavras, onde – em torno de qual valor – os números se agrupam. Esta categoria de parâmetros é chamada de **medidas de tendência central**. Você já conhece e usou o parâmetro estatístico mais famoso desta categoria, que é a média.

Vejam a **Média** aritmética simples de um conjunto de dados. Na verdade, existem diferentes tipos de média, como a média ponderada, a média geométrica e a média harmônica, neste livro será abordada apenas a média aritmética simples.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ onde,}$$

\bar{x} = média aritmética simples;

$\sum_{i=1}^n x_i$ = a soma de todos os dados do conjunto;

n = número de dados do conjunto.

O ramo da estatística conhecido como estatística inferencial implica fazer inferências ou suposições de uma amostra sobre uma população. Por exemplo, se decidimos tomar um medicamento para diminuir os níveis de glicose no sangue, esperamos que a resposta média dos participantes ao medicamento não seja apenas a verdade da amostra, mas também da população, isto é, todas as pessoas que poderiam tomar esse medicamento para controle da glicemia apresentariam o mesmo comportamento das pessoas que representam a amostra. Então, se medirmos a glicemia média de uma amostra de pacientes após tomar o medicamento, esperamos que ela sirva como um estimador imparcial da média da população; isto é, a média de uma amostra não deve ter tendência para superestimar ou subestimar a média da população. A média da população é representada pela letra grega μ (lê-se Mi).

Assim, se amostras aleatórias consecutivas são extraídas de uma grande população de números, cada uma das médias de cada amostra

tem a mesma probabilidade de estar acima ou abaixo da média da população (μ). Esta propriedade também é útil porque significa que a fórmula da população para μ é a mesma que a fórmula da amostra para \bar{x} (COSTA NETO, 1977).

As fórmulas são as seguintes:

Quadro 1.2 | Média da amostra e da população

	Amostra	População
Média	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Fonte: elaborado pelo autor.

A **Moda** é a próxima medida de tendência central que será apresentada. A moda é a ocorrência mais frequente de um número em um conjunto de dados. No conjunto 2, 3, 5, 5, 5, 10, a moda é 5, porque ocorre em uma frequência maior do que qualquer outro número nesse conjunto. Observe que a moda nesse conjunto é 5, e a frequência (quantas vezes de repete) é 3, porque há três valores 5 no conjunto.

Também é possível ter dois ou mais valores da moda em um conjunto de números. Por exemplo, examine este conjunto: 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 8. Neste conjunto, existem duas modas: o valor de uma é 3 e da outra é 6. A frequência de ambos os valores da moda é 3. Uma distribuição que tem duas modas diferentes é chamada de bimodal. O valor da moda pode mudar drasticamente em diferentes amostras, portanto não é uma medida geral particularmente boa de tendência central.

A moda provavelmente tem seu maior valor como medida com escalas nominais ou categóricas. O conceito da moda pode ser útil, por exemplo, em pesquisas que tratam com dados qualitativos. Imagine que o proprietário da uma cantina em um colégio quisesse saber qual o tipo de salgado mais vendido no intervalo do período matutino, a moda seria a medida de tendência à central mais apropriada; calcular a média, nesse caso, não faria muito sentido (COSTA NETO, 1977).

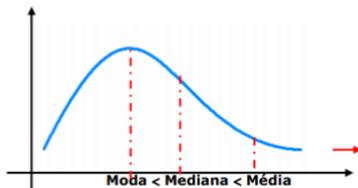
Por fim dentro do contexto das tendências de medida central temos a **Mediana**. Quando dados de renda média do brasileiro são publicados

é muito provável que esses dados sejam relativos à mediana, e não à média. Embora a média seja a medida da tendência central mais amplamente utilizada, nem sempre é apropriado usá-la. Podem haver muitas situações em que a mediana pode ser uma medida melhor da tendência central.

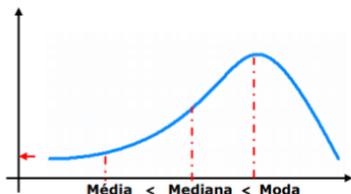
O valor da mediana em um conjunto de números é o valor que divide o conjunto em metades iguais quando todos os números foram ordenados do menor para o maior. Assim, quando o valor da mediana for determinado, metades de todos os números no conjunto devem estar acima desse valor e metade deve estar abaixo. O motivo pelo qual a mediana é usada em relatórios sobre distribuição de renda é que essa renda é distribuída de forma desigual, ou seja, normalmente não se está seguindo uma distribuição normal. O assunto distribuições será desenvolvido na seção Distribuições discretas e contínuas (COSTA NETO, 1977).

Figura 1.6 | A posição entre a média, mediana e a moda

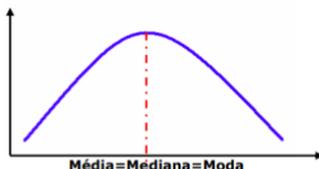
Distribuição Assimétrica à Direita (ou de Assimetria Positiva):



Distribuição Assimétrica à Esquerda (ou de Assimetria Negativa):



Distribuição Simétrica:



Fonte: Adaptado de Hazra e Gogtay (2016).

Muitas vezes necessitamos separar os dados de um gráfico em áreas específicas visando auxiliar a comparação e favorecer a análise. As **Separatrizes** são os números que dividem um conjunto de dados em subconjuntos de igual tamanho. Em termos aproximados, o primeiro quartil é a mediana da metade inferior do conjunto e o terceiro quartil é a mediana da metade superior e o segundo quartil a mediana de todo o conjunto.

As localizações do primeiro e terceiro quartis são frequentemente usadas para avaliar a disseminação dos dados. Definimos a faixa interquartil (AIQ – Amplitude interquartil) para este propósito como:

$$AIQ = Q3 - Q1, \text{ onde:}$$

AIQ = Intervalo entre quartil

Q1 = primeiro quartil

Q3 = terceiro quartil

Importante lembrar que, em um intervalo igual ao interquartil, em torno da mediana, estão 50% dos dados (FONSECA; MARTINS, 1996).

Vamos analisar o conjunto de dados apresentado a seguir:

Quadro 1.3 | Conjunto de dados para estudo do intervalo interquartil

1	2	3	4	5	9	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
14	14	19	19	23	23	24	24	31	31	33	33	40	40	42	42	56	56

Fonte: elaborado pelo autor.

Podemos dizer que o primeiro quartil é 23 e o terceiro quartil é 40. Poderia haver dúvidas sobre isso porque incluímos a mediana 31, tanto na parte inferior como na parte superior.

A abordagem mais comum, no entanto, seria ignorar o valor da mediana e, em seguida, considerar os valores mais baixos 14, 19, 23, 24 e depois encontrar a mediana desse conjunto inferior, para encontrar o primeiro quartil. Para isso, teremos a média entre 19 e 23, resultando em 21. Repetindo o mesmo para valores superiores 33, 40, 42, 56, calculamos a média entre 40 e 42, resultando em 41.

Na verdade, não existe uma única definição que permita que quartis sejam localizados consistentemente, os pacotes de software estatístico usam vários métodos ligeiramente diferentes. O programa Excel, por exemplo, oferece duas funções diferentes para o cálculo dos quartis.

A ideia estende-se ainda mais, levando ao conceito de quantil, que é definido como qualquer separatriz que divide o intervalo de frequência de uma população, ou de uma amostra, em partes iguais.

A fórmula mais simples para o quantil é:

$$Q_i = n \frac{y}{x}$$

onde n é o número de dados de uma sequência, y é o quantil específico, e x é o quantil total. Por exemplo, se você deseja obter o primeiro quantil do conjunto de dados apresentado no Quadro 1.3, você vai usar:

$$Q_1 = 18 \frac{1}{4} = 4,5 \simeq 5,0 \text{ (arredondar para o próximo inteiro)}$$

A resposta é "5", significa que o quinto número da sequência, 23, é o primeiro quantil.

Generalizando a noção de mediana m , abordada anteriormente, é a medida de localização, de forma que 50% dos elementos da amostra são menores ou iguais a m , e os outros 50% são maiores ou iguais a m , assim sendo, temos a noção de quantil de ordem p , com $0 < p < 1$, como sendo o valor Q_p tal que 100

% dos elementos da amostra são menores ou iguais a Q_p e os restantes 100(1- p)% dos elementos da amostra são maiores ou iguais a Q_p . (FONSECA; MARTINS, 1996)

Assim sendo, temos os seguintes quantis importantes e suas denominações específicas:

Quantil

Símbolo Q_i

$E_{Q_i} = \frac{in}{4}$, onde i é o número do quantil a ser calculado e n o número de observações

Decil

Símbolo D_i

$E_{D_i} = \frac{in}{10}$, onde i é o número do decil a ser calculado e n o número de observações

Percentil ou Centil

Símbolo P_i

$E_{P_i} = \frac{in}{100}$, onde i é o número do percentil a ser calculado e n o número de observações

Se o resultado do cálculo do quantil for um número inteiro, então o quantil procurado será esse número. Se não for um número inteiro, arredonde para o próximo inteiro maior. Importante lembrar que esse método de cálculo é aproximado.

Tabela 1.2 | Relação entre separatrizes

Percentil	Quartil	Decil
P_{10}		D_1
P_{20}		D_2
P_{25}	Q_1	
P_{30}		D_3
P_{40}		D_4
P_{50}	Q_2	D_5
MEDIANA		
P_{60}		D_6
P_{70}		D_7
P_{75}	Q_3	
P_{80}		D_8
P_{90}		D_9

Fonte: elaborado pelo autor.

Uma vez apresentado o tema medidas de tendência central, vamos avançar para **medidas de dispersão**. Os temas abordados a seguir são apresentados de forma sumarizada a título de recapitulação, considerando que foram desenvolvidos em detalhes na disciplina métodos quantitativos.

É importante saber que o valor médio de conjunto de dados é apresentado a partir das observações dos eventos individuais. Neste caso chamamos de variabilidade ou dispersão dos dados. Existem vários modelos de medidas de dispersão, por exemplo, a **amplitude total**, o desvio-padrão ou a distância interquartilica, essa última vista anteriormente.

A seguir essas medidas serão detalhadas.

Amplitude total

Começemos com a **amplitude total**, que é definida como a diferença entre o maior e o menor valor das observações.

Tomemos por exemplo os dados amostrais de pressão em uma determinada tubulação de água:

Quadro 1.4 | Amostra de pressão em uma tubulação de água

Amostra	1	2	3	4	5	6	7	8
Pressão [KPa]	7,5	7,7	7,9	9,1	9,5	9,7	10,5	10,9

Fonte: elaborado pelo autor.

$$R = V_{m\acute{a}x} - V_{m\acute{i}n} , \text{ onde}$$

$$R = \text{Amplitude total}$$

$$V_{m\acute{a}x} = \text{Valor m\acute{a}ximo do conjunto de dados}$$

$$V_{m\acute{i}n} = \text{Valor m\acute{i}nimo do conjunto de dados}$$

Assim sendo,

$$R = 10,9 - 7,5 . \therefore R = 3,4$$

A amplitude é um parâmetro simples de calcular e fornece uma ideia da dimensão da faixa de dispersão dos dados. Quando $n < 10$, a amplitude pode resultar em uma medida de dispersão bastante satisfatória. A maior desvantagem da amplitude é que ela não inclui todas as observações, mas apenas os dois valores mais extremos que podem ser observações atípicas.

O **desvio-padrão** é um verdadeiro sustentáculo no mar das estatísticas. Junto com a média, o desvio-padrão é uma pedra angular teórica nas estatísticas inferenciais. O desvio-padrão fornece-nos uma indicação do que ocorre entre os dois extremos. Portanto, o desvio-

padrão é a medida de quanto os valores observados variam em torno da média.

A vantagem do desvio-padrão é que se trata de uma medida de dispersão que leva em conta toda a informação contida na amostra. A desvantagem é que seu cálculo é mais trabalhoso.

Para uma amostra composta de n observações, x_1, \dots, x_n , o desvio-padrão S é calculado da seguinte forma:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{Desvio-padrão amostral}$$

Para amostras pequenas, onde $n \leq 30$, usa-se $n-1$ no denominador da equação anterior. Quando a amostra é grande, onde, $n > 30$, ou quando o objeto do estudo é a população, denomina-se μ a média da população e usa-se N número de elementos de uma população finita no denominador.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad \text{Desvio-padrão populacional}$$

A **Variância** é a média quadrática das somas dos desvios em relação à média aritmética. É uma medida de dispersão bastante utilizada em estatística.

A variância S^2 é definida como o quadrado do desvio-padrão e é calculada da seguinte forma:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{Variância amostral}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \quad \text{Variância populacional}$$

Aqui é apresentado o **Coefficiente de variação**, o qual é definido como o quociente entre o desvio-padrão e a média.

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

Este coeficiente de variação é uma medida adimensional, ou seja, é útil na comparação dos resultados de amostras cujas unidades podem ser diferentes. Só tem uma desvantagem este coeficiente: ele deixa de ser útil quando a média é próxima de zero.

Veremos agora o conceito de **Variável reduzida ou padronizada**.

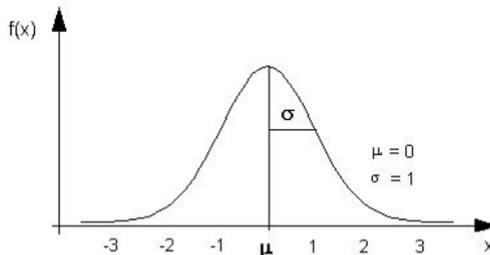
Curvas normais, com qualquer μ e σ , podem ser transformadas em uma curva normal que tem média igual a 0 ($\mu = 0$) e desvio-padrão igual a 1 ($\sigma = 1$). Esta curva normal, com média 0 e desvio-padrão 1, é conhecida como curva normal reduzida, e as probabilidades associadas às suas áreas são encontradas em forma de tabelas.

Como a normal é simétrica, a tabela apresenta somente as probabilidades da metade direita da curva. A probabilidade de um intervalo qualquer da metade esquerda é igual à probabilidade do intervalo equivalente na metade direita.

A variável $z = \frac{X - \bar{X}}{S}$ é denominada de variável reduzida ou padronizada.

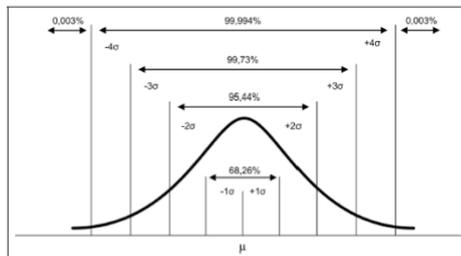
Ela mede a magnitude do desvio em relação à média, em unidades do desvio-padrão. $Z = 1,7$ significa uma observação desviada 1,7 desvios-padrão acima da média. A variável reduzida é muito útil para comparar distribuições e detectar dados atípicos. Os dados são considerados atípicos quando $|Z| > 2,5$. (BUSSAB; MORETTIN, 2013)

Figura 1.7 | Distribuição normal padrão – Z



Fonte: UFPA (2017).

Figura 1.8 | Áreas contidas sob a distribuição normal



Fonte: Adaptado de Montgomery (2009, p. 41).

Tabela 1.3 | Distribuição normal reduzida

Z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Fonte: EEL – USP (2017).

Cada casa na tabela dá a proporção sob a curva inteira entre $Z = 0$ e um valor positivo de Z . As áreas para valores de Z negativos são obtidas por simetria.



O tempo de preparação de uma linha de montagem de equipamentos hidráulicos tem como média 100 minutos e desvio-padrão de 6 minutos. Calcule a probabilidade de:

a) O tempo de preparação ser maior do que 110 minutos

$$\mu = 100$$

$$\sigma = 6$$

$$x = 110$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{110 - 100}{6} = 1,67$$

Da Tabela 1.3 temos:

Z	0,00	0,01	...	0,07	...
0,0
0,1
...
1,6	0,4525	...
...

$$P(x = 110) = P(Z = 1,67) = 0,4525$$

$$P(x > 110) = 0,5 - P(x = 100)$$

$$P(x > 110) = 0,5 - 0,4525$$

$$P(x > 110) = 0,0475$$

Ou seja, a probabilidade do tempo de preparação ser maior do que 110 minutos é de 4,75%.

b) O tempo de preparação ser inferior a 90 minutos

$$\mu = 100$$

$$\sigma = 6$$

$$x = 90$$

$$Z = \frac{90 - 100}{6} = -1,67$$

Lembrando que, para resultados negativos, os valores são obtidos por simetria. Dessa forma, poderíamos chegar na resposta sem necessidade de cálculo porque 90 minutos é simétrico a 110 minutos, que foi a proposição da questão a. Independentemente, para fins didáticos, calcula-se:

$$P(x < 90) = P(Z = 1,67) = 0,5 - P(x = 100)$$

$$P(x < 90) = 0,5 - 0,4575$$

$$P(x < 90) = 0,0475$$

Ou seja, a probabilidade do tempo de preparação ser inferior a 90 minutos é de 4,75%

c) O tempo de preparação ser entre 95 e 105 minutos

$$\mu = 100$$

$$\sigma = 6$$

$$x_1 = 95$$

$$x_2 = 105$$

$$Z_1 = \frac{95 - 100}{6} = -0,83$$

$$P(x > 90) = 0,2967$$

$$Z_2 = \frac{105 - 100}{6} = 0,83$$

$$P(x \leq 105) = 0,2967$$

$$P(95 \leq x \leq 105) = P(x \geq 95) + P(x \leq 105) = 0,2967 + 0,2967 = 0,5934$$

Ou seja, a probabilidade do tempo de preparação ser entre 95 minutos e 105 minutos é de 59,34%.

Gráficos

A representação gráfica das séries estatísticas tem por finalidade representar os resultados obtidos, permitindo obter conclusões sobre a evolução de um determinado fenômeno ou obter informações sobre como se relacionam os valores da série. A escolha do gráfico mais apropriado ficará a critério de quem o produz e para qual público é direcionado. A representação gráfica da distribuição de uma variável tem a vantagem de ser rápida e, sinteticamente, informar sobre sua variabilidade. (COSTA NETO, 1977)

A construção dos gráficos manualmente não é conteúdo desse livro. Atualmente é possível gerar os gráficos com aplicativos de planilha eletrônica ou aplicativos específicos de estatística.

A seguir são apresentados os gráficos mais comuns utilizados no Controle Estatístico da Qualidade.

Um **gráfico de barras** é um gráfico com barras retangulares. O comprimento ou altura de cada barra é proporcional aos valores representados pelas barras. Em outras palavras, o comprimento ou altura da barra é igual à quantidade dentro dessa categoria. O gráfico geralmente mostra uma comparação entre diferentes categorias. Embora os gráficos possam tecnicamente ser plotados vertical ou horizontalmente, a apresentação mais usual para um gráfico de barras é vertical. O eixo x representa as categorias; o eixo y representa um valor para essas categorias.

Veja os exemplos de um gráfico de barras em G1 Economia (2016), disponível em:

<<http://g1.globo.com/economia/noticia/2016/05/veja-os-numericos-da-economia-brasileira-que-temer-ira-enfrentar.html>>. Acesso em: 9 nov. 2017.

Veja também um exemplo de Gráfico de barras múltiplas ou agrupadas apresentado por Brasil Fatos e Dados (2016), disponível em <<https://brasilfatosedados.wordpress.com/>>. Acesso em: 15 set. 2017.

O **gráfico de setores** apresenta os dados de forma semelhante ao gráfico de barras, mostrando graficamente a proporção que cada parte ocupa do todo. Os gráficos de setores, como gráficos de barras, são mais úteis quando existem apenas algumas categorias de informações e as diferenças entre essas categorias são bastante amplas. Muitas pessoas têm opiniões particularmente contrárias ao uso do gráfico de setores, embora ainda sejam comumente usados em alguns campos, pois são considerados, por seus críticos, na melhor das hipóteses, como não informativos e, na pior das hipóteses, potencialmente enganadores. Nesse caso, você, estimado aluno, deve tomar sua própria decisão com base no contexto e na conveniência.

Veja exemplos de Gráficos de Setores em Minitab (2017), disponível em: <<https://support.minitab.com/pt-br/minitab/18/help-and-how-to/graphs/how-to/pie-chart/create-a-pie-chart/>>. Acesso em: 19 set. 2017.

Os **gráficos radar**, também conhecidos como gráficos de aranha, gráficos polares, gráficos de rede ou gráficos de estrela, são uma maneira de visualizar dados multivariados. Eles são usados para plotar um ou mais grupos de valores sobre múltiplas variáveis comuns. Isso é possível porque é atribuído um eixo para cada variável e esses eixos são dispostos radialmente em torno de um ponto central e espaçados igualmente. Os dados de uma única observação são plotados ao longo de cada eixo e conectados para formar um polígono. Múltiplas observações podem ser colocadas em um único gráfico, exibindo vários polígonos, sobrepondo-os e reduzindo a transparência de cada polígono.

As linhas de grade conectam os eixos e são usadas como diretriz para tornar o gráfico mais fácil de ler.

Veja um exemplo de Gráfico Radar em FIEMG (2017), disponível em: <<http://sir.fiemg.com.br/iel/pdqf/Paginas/Institucional/PDQF.aspx>>. Acesso em: 15 set. 2017.

Uma das maneiras mais simples de exibir dados contínuos graficamente é o **gráfico de ramo e folhas**, que pode ser facilmente criado à mão e apresenta rapidamente uma distribuição de dados. Para fazer um gráfico de ramo e folha, divida seus dados em intervalos, usando bom senso e o nível de detalhes apropriado ao seu propósito e exiba cada ponto de dados usando duas colunas. O ramo é a coluna mais à esquerda e contém um valor por linha e a folha é a coluna mais à direita e contém um dígito para cada caso pertencente a essa linha. Dessa forma cria-se um gráfico que exibe os valores reais do conjunto de dados, mas também assume uma forma indicando quais intervalos de valores são mais comuns. Os números podem representar múltiplos de outros números, por exemplo, múltiplos de 10.000 ou de 0.01, se apropriado, considerando os valores do conjunto de dados em questão.

Suponha que os dados apresentados no Quadro 1.5 sejam relativos ao controle de velocidade, expresso em km/h, coletados em 25 amostras ao longo de 24 horas, em um determinado ponto de uma rodovia.

Quadro 1.5 | Controle de velocidade

1	61	6	71	11	79	16	84	21	92
2	64	7	73	12	80	17	87	22	95
3	68	8	74	13	80	18	89	23	95

4	70	9	74	14	83	19	89	24	98
5	70	10	76	15	84	20	90	25	100

Fonte: O autor (2017)

A partir dos dados amostrais pode-se avaliar a distribuição por meio do gráfico ramo e folhas, como segue:

Figura 1.9 | Diagrama ramo e folhas de velocidade N = 25

Frequência	Ramo	Folha
3	6	148
11	7	00134469
(8)	8	00344799
6	9	02558
1	10	0

Unidade de Folha = 1

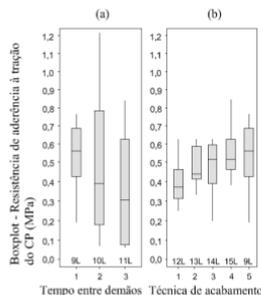
Fonte: elaborado pelo autor.

Boxplot

O Boxplot é construído para destacar características importantes de um conjunto de dados: a mediana, o primeiro e o terceiro quartis, portanto, a faixa interquartil, o mínimo e o máximo. A tendência central, a amplitude, a simetria e a presença de valores atípicos em um conjunto de dados são facilmente visíveis a partir daí. O boxplot é muito útil para fazermos comparações entre conjunto de dados.

Para relembrar a teoria, construção e interpretação e ver mais exemplos do Boxplot veja Métodos Quantitativos (MALASSISE et al., 2014).

Figura 1.10 | Boxplot resistência de aderência em função de: (a) tempo entre demãos em min (1) – 30; (2) – 60; (3) – 90 (b) intervalo para acabamento superficial em min (1) – 10; (2) – 20; (3) – 40; (4) – 60 e (5) – 120



Fonte: Zanelatto et al. (2013).

O **histograma** e o polígono de frequências são gráficos usados para representar uma distribuição de frequências simples de uma variável quantitativa contínua e no CEQ é frequentemente utilizado para analisar a variabilidade de um processo.

O histograma é um gráfico formado por um conjunto de retângulos adjacentes, com bases sobre um eixo horizontal, sendo a escala definida de acordo com as classes da distribuição da variável de interesse. As bases desses retângulos, construídas sobre o eixo horizontal, representam as classes e as áreas são proporcionais ou iguais às frequências (COSTA NETO, 1977).



Pesquise mais

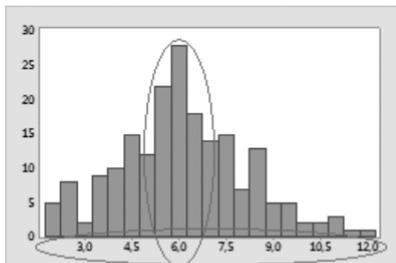
Para aprender a construir um histograma manualmente assista à aula disponível em: <www.youtube.com/watch?v=UpnNcYRUaHo>. Acesso em: 9 nov. 2017.

A interpretação do histograma é de vital importância para a máxima utilização de suas propriedades. A seguir são apresentadas as principais regras de interpretação gráfica.

Avalie o histograma em relação aos picos e dispersão, observando a forma do histograma. Os picos representam os valores mais frequentes e a “abertura” do histograma representa a dispersão, ou seja, a variação dos dados.

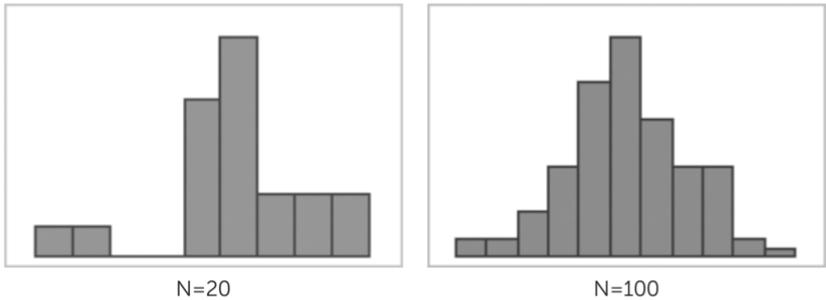
Certifique-se de que o tamanho da amostra foi adequado; sempre que possível, procure trabalhar com amostra igual a ou maiores que 100 dados.

Figura 1.11 | Identificação de picos e variação no histograma



Fonte: Minitab (2017).

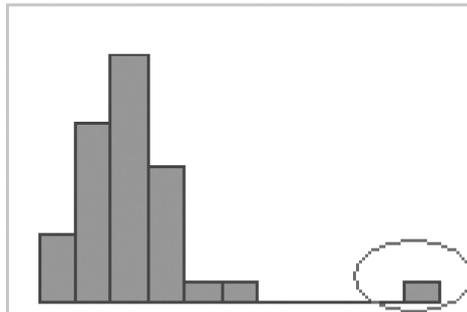
Figura 1.12 | Histograma com amostras N = 20 e N = 100



Fonte: Minitab (2017).

Identifique os discrepantes (*outliers*), os valores de dados que estão distantes dos outros, que são representados por barras isoladas nos extremos inferior e/ou superior, esses valores podem afetar significativamente os resultados. Uma vez identificados os discrepantes, procure descobrir a causa que gerou a discrepância; caso fique identificado que foi em decorrência de uma causa especial, despreze os dados e refaça o histograma.

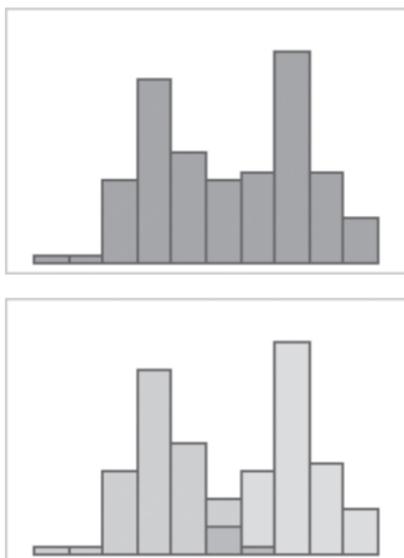
Figura 1.13 | Pontos discrepantes no histograma (*outliers*)



Fonte: Minitab (2017).

Verifique a existência de dados multimodais, procurando por mais do que um pico no histograma. Os dados multimodais geralmente ocorrem quando os dados são coletados a partir de mais de um processo, ou em um mesmo processo que sofreu mudança significativa em relação à mão de obra, matéria-prima, máquina, meios de medição, método ou meio ambiente. Uma forma de identificar possíveis misturas de fontes diferentes é separar o conjunto de dados em subconjuntos e gerar histogramas por grupos para cada subconjunto.

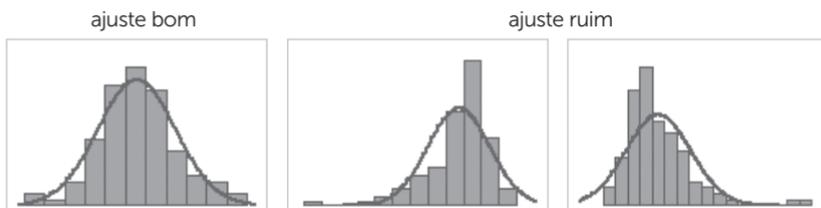
Figura 1.14 | Histogramas simples e com grupos



Fonte: Minitab (2017).

Por último avalie a linha de distribuição ajustada, avalie o quão perto as alturas das barras seguem o formato da linha. Se as barras seguirem a linha de distribuição ajustada de perto, os dados se ajustarão bem à distribuição. (MINITAB, 2017)

Figura 1.15 | Histogramas com distribuição ajustada, boa e ruim



Fonte: Minitab (2017).



Assimile

Quando usar o desvio-padrão da amostra ou da população

Normalmente, estamos interessados em conhecer o desvio-padrão da população porque ela contém todos os valores que nos interessam. Portanto, normalmente se calcularia o desvio-padrão da população se:

- 1) tiver toda a população; ou
- 2) tiver uma amostra de uma população maior, mas o interesse esteja somente nesta amostra e não se deseja generalizar as descobertas à população. No entanto, em estatística, geralmente temos, com uma amostra da qual desejamos estimar, que generalizar para uma população. Portanto, se tudo o que você tem é uma amostra, mas deseja fazer um estudo sobre o desvio-padrão da população a partir de qual amostra é desenhada, você precisa usar o desvio-padrão da amostra.

Que tipo de dados você deve usar quando calcula um desvio-padrão?

O desvio-padrão é usado em conjunto com a média para resumir dados contínuos, e não dados categóricos. Além disso, o desvio-padrão, como a média, normalmente é apenas apropriado quando os dados contínuos não estão significativamente distorcidos ou têm valores discrepantes (*outliers*). (BUSSAB; MORETTIN, 2013)

Exemplos de quando usar a amostra ou o desvio-padrão da população

- 1) Uma professora aplica uma avaliação para seus alunos. A professora quer resumir os resultados que os alunos alcançaram expressando a média e desvio-padrão. Qual desvio-padrão deve ser usado?

Resposta: Desvio-padrão da população. Por quê? Porque a professora só está interessada na pontuação desses alunos e na de ninguém mais.

- 2) Um pesquisador recrutou homens de 45 a 65 anos para um estudo de treinamento físico para investigar marcadores de risco de doença cardíaca, por exemplo, o colesterol. Qual desvio-padrão deve ser usado?

Resposta: Desvio-padrão da amostra. Embora não seja explicitamente afirmado, um pesquisador que investigue questões relacionadas à saúde não se preocupará apenas com os participantes do estudo; ele vai querer demonstrar como os resultados da amostra podem ser generalizados para toda a população, neste caso, homens de 45 a 65 anos. Por isso, devemos usar desvio-padrão da amostra.



Uma empresa de call center quer melhorar seu desempenho como centro de atendimento e agência de serviço de atendimento telefônico terceirizado para um grande banco privado. Embora não haja um padrão específico pelo cliente em relação ao tempo máximo de espera, o objetivo da agência é sustentar sua capacidade de responder rapidamente às chamadas dos clientes. Atualmente, o tempo de espera para que seus agentes respondam tem ficado aquém do tempo histórico de menos de um minuto. Visando entender as causas, foi realizado um estudo para determinar se a agência precisa de mais funcionários para atender aos clientes. Cinquenta chamadas de entrada para transações bancárias levaram mais de um minuto antes do agente atender às solicitações do cliente. De fato, observou-se que metade das cinquenta chamadas levaram mais de cinco minutos. O estudo está representado no quadro a seguir.

Quadro 1.6 | Tempo de atendimento de chamada

Limites de Classe [min] [Intervalo]	Frequência
1 - 2	2
2 - 3	5
3 - 4	8
4 - 5	10
5 - 6	10
6 - 7	7
7 - 8	4
8 - 9	3
9 - 10	1

Fonte: elaborado pelo autor.

De que forma você analisaria esses dados? Será que a empresa de *call center* precisa contratar mais funcionários?



Você recebeu do Departamento de Engenharia da Produção os dados relativos aos tempos de preparação de dispositivos de medição para controle da variável paralelismo de um tambor de freio usinado.

Quadro 1.7 | Tempo de preparação de dispositivo de medição

Medição	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tempo	23	24	31	14	56	19	42	33	40

Fonte: elaborado pelo autor.

Foi solicitado que você determinasse o 30^º percentil (E_{P30})

Primeiramente você deve ordenar os dados:

Medição	4	6	1	2	3	8	9	7	5
Ordenação crescente	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Tempo (min)	14	19	23	24	31	33	40	42	56

A seguir, você deve calcular:

$$E_{P_i} = \frac{in}{100},$$

$$E_{P30} = \frac{30 \times 9}{100} = 2,7$$

Nesse caso o resultado não foi um número inteiro, portanto, você deve arredondar para o próximo inteiro maior, ou seja, 3. Uma vez calculado E_{P30} , você deve localizar no conjunto de dados ordenados o dado de número 3, que é igual a 23. Observe que se calcularmos o E_{P25} por esse método chegaremos ao mesmo valor. Esse método de cálculo é um método por aproximação, os métodos mais precisos requerem a interpolação de dados, para a determinação do valor exato e, de modo geral, utilizamos softwares estatísticos. Nesse exemplo, calculando o valor exato, encontraríamos valores diferentes para E_{P30} e E_{P25} .



Pesquise mais

Apesar de simples a construção e interpretação do Boxplot por vezes acaba se tornando complicada. A razão talvez seja a pouca familiaridade que você tem com esse tipo de gráfico. Agora você terá uma oportunidade de praticar utilizando o conteúdo digital para o ensino e aprendizagem de matemática e estatística *Conhecendo o Boxplot*, disponível em: <http://www.uff.br/cdme/conheceboxplot/conheceboxplot-html/conheceboxplot_intro.html>. Acesso em: 9 nov. 2017.

Sem medo de errar

Voltando a Torricelli, e visando apresentar o perfil estatístico da característica de Retilicidade para o Departamento de Engenharia de Produção, para tomadas de ações preventivas, o tecnólogo Nathan Jordan solicita que André Irving, juntamente com você, realize uma análise estatística referente à Auditoria do Produto AP 86/17 do Eixo EX00717.

Utilizando os dados apresentados na Tabela 1.4 – Resultados de auditoria do produto para retilicidade, determine e analise as Medidas apropriadas de Posição e Dispersão, calcule os quartis q_1 e q_3 e plote os dados em um gráfico apropriado.

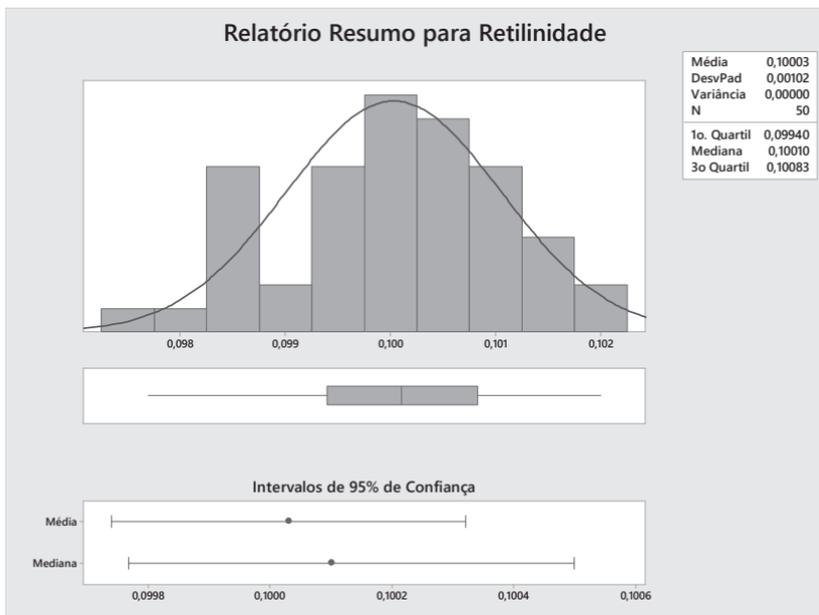
Tabela 1.4 | Resultados de auditoria do produto para a característica de controle de retilicidade (dados obtidos)

Eixo nº	Medição	Eixo nº	Medição
1	0,1020	26	0,0994
2	0,1005	27	0,1013
3	0,0985	28	0,1007
4	0,1005	29	0,1011
5	0,0987	30	0,0980
6	0,0994	31	0,1012
7	0,0998	32	0,0997
8	0,1001	33	0,1000
9	0,0997	34	0,0977
10	0,1000	35	0,0999
11	0,1015	36	0,1009
12	0,1005	37	0,1005
13	0,1009	38	0,0994
14	0,1010	39	0,0986
15	0,1013	40	0,0991
16	0,0995	41	0,0984
17	0,1005	42	0,0992
18	0,1018	43	0,0997
19	0,1004	44	0,0985
20	0,1014	45	0,1008
21	0,0999	46	0,0986
22	0,1002	47	0,1003

23	0,1002	48	0,1001
24	0,1010	49	0,0999
25	0,0986	50	0,1006

Meio de Medição: Máquina de Medição de Forma – Incerteza: 0,1 μ m

Fonte: elaborado pelo autor.



Avançando na prática

Tampas de acesso ao reservatório de lubrificação

Descrição da situação-problema

Um fabricante de filtros de óleo automotivos vem enfrentando problemas relativos ao assentamento dos anéis de vedação. Por vezes, o cliente não danifica o filtro devido ao torque excessivo e, por vezes, o filtro vaza devido ao torque insuficiente.

O Inspetor da Qualidade, Rafael Malone, coletou 70 amostras das máquinas 1 e 2, relativas à inspeção final do torque dos filtros de óleo e pede que você o auxilie no tratamento estatístico dos dados, calculando

a média, mediana, o desvio-padrão, construindo o histograma e o interpretando. A especificação nominal do torque é 18 N m. Vamos lá?

Quadro 1.8 | Torques da tampa de acesso ao reservatório de lubrificação [N m]

Torque	Máquina
24	2
14	1
18	1
27	2
17	2
32	2
31	2
27	2
21	2
27	1
24	1
21	2
24	1
26	2
31	2
34	2
28	1
32	2
24	2
16	2
22	1
37	2
36	2
21	1
16	1
17	1
22	1
34	2
20	2
19	2
16	1

16	1
18	1
30	1
21	2
16	1
14	1
15	1
14	2
14	2
25	1
15	1
16	1
15	1
19	2
15	1
15	2
19	1
19	1
30	2
24	2
10	1
15	2
17	2
17	2
21	2
34	2
22	1
17	1
15	1
17	1
20	1
17	1

20	1
15	1
17	1
24	2
20	1
27	2
33	2

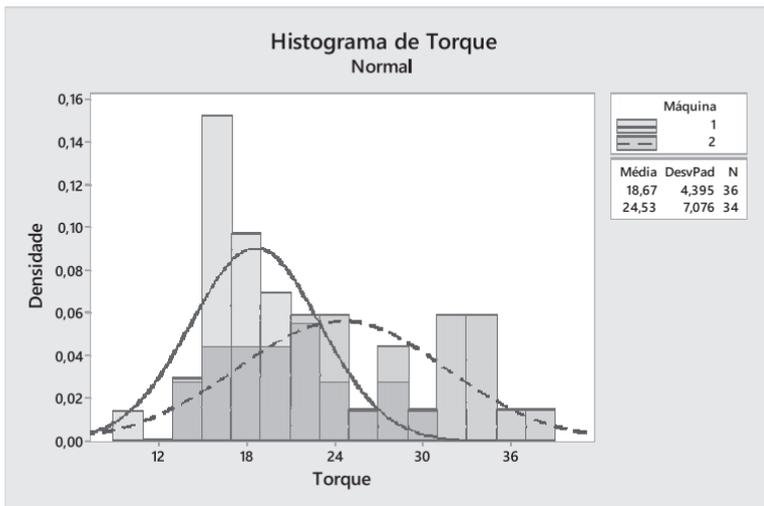
Fonte: elaborado pelo autor.

Resolução da situação-problema

Estatísticas Descritivas: Torque; Máquina

Estatísticas

Variável	N	Média	EP Média	Desv-Pad	Mínimo	Q1	Mediana	Q3	Máximo
Torque	70	21,514	0,779	6,516	10,000	16,000	20,000	26,250	37,000



Interpretação:

✓ Com somente o torque nominal não é possível calcular a probabilidade de produtos não conformes.

✓ Observa-se que a máquina 1 tem uma dispersão menor em comparação à máquina 2.

✓ A média da distribuição da máquina 1 é menor que a média da distribuição da máquina 2.

Faça valer a pena

1. Analisando o tempo de troca de uma ferramenta em Mandrilhadora CNC observou-se que a distribuição dos tempos, em minutos, comporta-se como uma distribuição normal, com $\mu = 125$ e $\sigma = 5$; $T \sim N(125,5)$.

Considerando essa distribuição normal e as assertivas a seguir, pode-se afirmar que:

- I. 68% dos valores estão entre 120 e 130 minutos.
- II. 68% dos valores estão entre 125 e 130 minutos.
- III. 95% dos valores estão entre 115 e 135 minutos.
- IV. 99,7% dos valores estão entre 110 e 140 minutos.

- a) Somente I é verdadeira.
- b) Somente I e III são verdadeiras.
- c) Somente II é verdadeira.
- d) Somente III e IV são verdadeiras.
- e) Somente II é falsa.

2. Separatrizes são os números que dividem um conjunto de dados em subconjuntos de igual tamanho. Em termos aproximados, o primeiro quartil é a mediana da metade inferior do conjunto, o terceiro quartil é a mediana da metade superior e o segundo quartil a mediana de todo o conjunto.

Com relação aos quartis, podemos afirmar que:

- a) O segundo quartil (Q2) é sempre menor que a mediana.
- b) O terceiro quartil (Q3) é o valor situado de forma que os 75% dos termos são menores que ele e 25% são maiores.
- c) O segundo quartil (Q2) é maior que a mediana.
- d) O terceiro quartil (Q3) e o primeiro quartil (Q1) são obtidos dividindo o segundo quartil (Q2) por 3 e 2 respectivamente.
- e) O primeiro quartil (Q1) é o valor situado de forma que 25% dos dados são maiores que ele e 75% são menores.

3. Você foi incumbido pela Gerência de Produção da Torricelli a analisar o tempo médio de medição, por operador, de um conjunto de características dimensionais em um corpo em aço inoxidável de uma válvula para aplicação petroquímica. O gerente de produção lhe dá a seguinte tabela com a medição dos tempos por funcionário:

Operador	Tempo [min]
A	1006
B	1073
C	950
D	1462
E	1459
F	1179
G	1180
H	1050
I	980
J	1115
K	1380
L	1335
M	1358
N	905
O	1126

Considerando os tempos apresentados na tabela os valores do tempo médio, tempo mediano, desvio-padrão e da variância são, respectivamente:

- a) 1170,5; 1126,0; 186,3; 34715,8
- b) 1126,0; 1170,5; 168,3; 28324,9
- c) 1170,5; 1126; 13,64; 168,3
- d) 1170,5; 1126; 168,3; 13,64
- e) 1126,0; 1170,5; 168,3; 13,64

Seção 1.3

Distribuições discretas e contínuas

Diálogo aberto

Olá estimado aluno,

Nesta seção vamos explorar as principais Distribuições Discretas e Contínuas de Probabilidade – Uniforme, Bernoulli, Binomial, Hipergeométrica, Poisson, Normal, Exponencial – e quais suas aplicações práticas no CEQ. Faremos isso por meio do estudo da situação-problema apresentada a seguir.

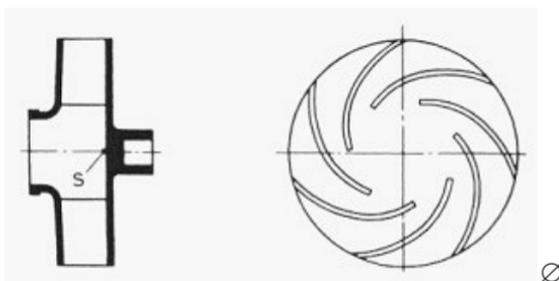
Para desenvolver em você as competências previstas continuaremos a trabalhar o contexto da Torricelli, que trilha os caminhos da Qualidade e, nesse contexto, desenvolve um processo amplo de aplicação dos conceitos e ferramentas do CEQ. Você faz parte do processo, como estagiário, e atuará em diferentes áreas do Departamento de Gestão da Qualidade. Seu próximo desafio será acompanhar a aplicação das Distribuições Discretas e Contínuas de Probabilidade em determinados processos.

Dessa forma, propomos a você a seguinte atividade: o Eng. Rafael Brown, Gerente do Departamento de Garantia da Qualidade, após uma reunião com o Tecnólogo Natan Jordan, mostrou-se preocupado com o índice de retorno de defeitos relativos à retilineidade do Eixo EX00717 apontados nos relatórios de inspeção final nos últimos 12 meses, cujo índice atingiu 10 ppm (parte por milhão). Objetivando a tomada de ações corretivas, preventivas e de melhorias, pediu para que Nathan Jordan calculasse qual seria a probabilidade de que, dos 4.000 eixos produzidos nos últimos 12 meses, mais de 2 deles tenham sido comercializados fora da especificação. Nathan Jordan imediatamente convocou André Irving e você para que:

1) identifiquem o tipo de distribuição aplicável; 2) calculem a probabilidade de, no máximo, 2 eixos terem sido comercializados fora da especificação.

Preocupado com o desempenho da célula de usinagem, onde são usinados os eixos, Nathan Jordan resolve ampliar seu estudo e solicitou o registro de Auditoria do Produto referente ao diâmetro do Rotor RX00417. Os dados recebidos foram os seguintes:

Figura 1.16 | Diâmetro (\varnothing) do rotor



Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 1.5 | Resultados de auditoria do produto para verificação da característica de controle de diâmetro

Rotor n°	\varnothing [mm]								
1	565	6	553	11	583	16	572	21	693
2	500	7	603	12	584	17	593	22	555
3	572	8	587	13	521	18	579	23	553
4	673	9	659	14	545	19	642	24	546
5	584	10	592	15	545	20	621	25	523

Meio de Medição: Paquímetro, capacidade 0 – 750 mm, resolução 0,01 mm, Exatidão 0,06 mm

Assim que recebeu os dados, Nathan Jordan solicitou a André Irving e você que analisem se: as medidas do diâmetro do rotor estão dentro do especificado? Existe algum problema que afete a célula de usinagem?

Para isso é necessário que André e você construam o histograma de frequência; calculem a média e o desvio-padrão, calculem a porcentagem de rotores fora do intervalo: $490 \text{ mm} \leq R \leq 680 \text{ mm}$, preparem um relatório e emitam seu parecer:

Para resolver essa situação-problema você deverá utilizar o seu conhecimento adquirido sobre construção e interpretação do histograma, cálculo de medidas de posição e de medidas de dispersão e cálculo de probabilidade.

Não pode faltar

Caro aluno,

Uma distribuição discreta descreve a probabilidade de ocorrência de cada valor de uma variável aleatória discreta. Uma variável aleatória discreta é uma variável aleatória que tem valores contáveis, como uma lista de inteiros não negativos.

Com uma distribuição de probabilidade discreta, cada valor possível da variável aleatória discreta pode ser associado a uma probabilidade diferente de zero.

A definição matemática de uma função de probabilidade discreta, $p(x)$, é uma função que satisfaz as seguintes propriedades.

1) A probabilidade de x poder ter um valor específico é $p(x)$.

$$P = [X = x] = p(x) = p_x$$

2) $p(x)$ não é negativo para todo x real

3) A soma de $p(x)$ sobre todos os valores possíveis de x é 1:

$$\sum_i p_i = 1, \text{ onde } i \text{ representa todos os valores possíveis que } x \text{ pode}$$

assumir e p_i é a probabilidade em x_i

Uma das consequências das propriedades 2 e 3 é que $0 \leq p(x) \leq 1$ (BUSSAB; MORETTIN, 2013).

Uma função de probabilidade discreta é uma função que pode ter um número discreto de valores (não necessariamente finitos). O que significa a maioria dos números inteiros não negativos ou algum subconjunto dos inteiros não negativos.

Não há restrição matemática para que as funções de probabilidade discreta apenas sejam definidas em números inteiros, mas, na prática, geralmente isso é o usual. Por exemplo, se você jogar uma moeda 6 vezes, você pode ter 2 coroas ou 3 coroas, mas não 2,5 coroas. Cada um dos valores discretos têm uma certa probabilidade de ocorrência entre zero e um. Ou seja, uma função discreta que permite valores negativos ou valores maiores que um não é uma função de probabilidade.

Suponha que Rafael Brown, Gerente do Departamento de Gestão da Qualidade, decida presentear a um dos seus funcionários com uma licença de um aplicativo de estatística. Não querendo favorecer

qualquer funcionário em especial, ele decide sortear aleatoriamente o ganhador, dentre os 45 funcionários de seu departamento.

Para isso, ele numera os nomes dos funcionários de 1 a 45, escreve esses números em pedaços iguais de papel, dobra os papéis, mistura e sorteia. Qual é a probabilidade de que André Irving ganhe o livro? Qual é a probabilidade de que o funcionário mais antigo ganhe o livro? Qual a probabilidade de que o funcionário com maior salário ganhe o livro?

O importante nesse exemplo é que Rafael Brown tomou todos os cuidados necessários para não favorecer qualquer funcionário em especial. Isso significa que todos os funcionários têm a mesma chance de ganhar a licença. Nesse caso, temos um exemplo da **distribuição uniforme discreta**. (FARIAS, 2010)

Considere a inspeção de um produto na qual se queira saber apenas se o produto está conforme ou não conforme. A característica dessa inspeção aleatória é que ela possui apenas dois resultados possíveis. Uma situação equivalente surge quando em uma auditoria de segurança do trabalho queira saber se o funcionário está ou não está utilizando Equipamento de Proteção Individual (EPI).

Define-se experimento de Bernoulli como um experimento aleatório com apenas dois resultados possíveis; por convenção, um deles é chamado "sucesso" e o outro, "fracasso".

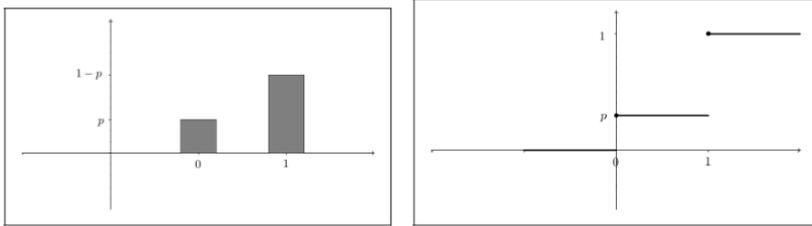
A variável aleatória X com função de probabilidade

$$p(x) = \begin{cases} 1 - p, x = 0 \\ p, x = 1 \\ 0, x \neq 1 \text{ e } x \neq 0 \end{cases}$$

é chamada de **variável aleatória de Bernoulli**. Isto é, x assume o valor 1 com probabilidade p e o valor 0 com probabilidade $1 - p = q$. Uma realização dessa variável aleatória é usualmente chamada de **prova de Bernoulli**. Uma sequência de provas de Bernoulli x_1, x_2, \dots, x_n é chamada de processo de Bernoulli (MONTGOMERY, 2016, p. 80).

O valor de p é o único valor que é preciso conhecer para determinar por completo a distribuição; esse parâmetro é chamado **parâmetro da distribuição de Bernoulli**. A **distribuição de Bernoulli** com parâmetro p é denotada como $Bern(p)$.

Figura 1.17 | Gráficos da função de probabilidade e da função de distribuição acumulada de uma variável de Bernoulli



Fonte: Farias (2015, p. 33).

Média e Variância

Seja $X \sim \text{Bern}(p)$ (lê-se: a variável aleatória X tem distribuição de Bernoulli com parâmetro p). Então, $X \sim \text{Bern}(p) \Rightarrow \begin{cases} E(X) = p \\ \text{Var}(X) = p(1-p) \end{cases}$

Usualmente a probabilidade de fracasso é representada por q , isto é, $q = 1 - p$ (FONSECA; MARTINS, 1996).

Para ilustrar, imagine que um auditor da qualidade faz uma amostragem nos paquímetros da célula de usinagem de rotores. Historicamente sabe-se que 2% dos paquímetros estavam fora do prazo de calibração. Esse é um exemplo do experimento de Bernoulli em que o sucesso é representado pelos paquímetros dentro do prazo de calibração e o fracasso é representado pelos paquímetros fora do prazo de calibração, portanto, $p = 0,02$.

Seja um processo composto de uma sequência de n observações independentes com probabilidade de sucesso constante igual a p , a distribuição do número de sucesso segue o modelo **Binomial**, dado por:

$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $x = 0, 1, \dots, n$, onde $\binom{n}{x}$ representa o número de combinações de n objetos tomados de x de cada vez, calculado como: $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

Um experimento binomial consiste em repetições independentes de um experimento de Bernoulli com probabilidade p de sucesso, probabilidade essa que permanece constante em todas as repetições.

A Média e Variância: $X \sim \text{bin}(n, p) \Rightarrow \begin{cases} E(X) = np \\ \text{Var}(X) = np(1-p) \end{cases}$ (FONSECA; MARTINS, 1996).



Em uma caixa de disjuntores, é sabido que 1% destes estão com defeito. Um técnico está montando 10 quadros de distribuição de força e luz (QDFL), cada um dos quais precisa de um disjuntor. Qual é a probabilidade que:

- a) exatamente um QDFL com defeito?
- b) pelo menos um QDFL com defeito?
- c) no máximo um QDFL com defeito?

Como há somente duas possibilidades, conforme ou não conforme, utiliza-se a distribuição binomial para solucionar o problema.

Para o sucesso, QDFL conformes, temos p (sucesso) = 0,99

Temos também o número de QDFL montados, $n = 10$

$$P(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, \dots, n = p(1) =$$

a)

$$P(X = 1) = \binom{10}{1} (0,01)^1 (0,99)^9 = 0,09135$$

b) Pelo evento complementar temos:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (0,99)^{10} = 0,09562$$

c)

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$
$$P(X \leq 3) = 0,90438 + 0,09135 + 0,00415 + 0,00011 = 0,9999$$

Considere uma população de tamanho N , sendo que m indivíduos desta população apresentam uma característica de interesse e $(N - m)$ não apresentam essa característica, portanto, a população é dividida em duas subpopulações.

Uma amostra de tamanho n é retirada aleatoriamente e **sem reposição** desta população, sendo que, para cada elemento da amostra é observada a presença, ou não, da característica de interesse.

Com a população dividida em duas, a observação individual de cada elemento da amostra caracteriza um ensaio de Bernoulli. A diferença da situação aqui apresentada com o modelo binomial é que, neste caso, a amostra é retirada sem reposição, fazendo com que os ensaios de Bernoulli não sejam mais independentes.

Seja a variável aleatória X igual ao número de elementos na amostra que apresentam a característica de interesse, então, X tem distribuição hipergeométrica com parâmetros m , N e n : $X \sim HG(m, N, n)$

A função de probabilidade do modelo hipergeométrico é dada por:

$$p(x) = P(X = x) = \frac{\binom{m}{x} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \max\{0, n - (N - m)\} \leq x \leq m$$

Pode demonstrar que a variável aleatória X tem média e variância dadas por:

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = np(1-p) \frac{N-n}{N-1} \quad (\text{BUSSAB; MORETTIN, 2013}).$$

Considere a situação na qual se observe a ocorrência de um determinado evento, por exemplo, chamadas telefônicas na central do SAMU; acessos a um sistema de consulta CNPJ no site da Receita Federal; chegada de pacientes na emergência de um hospital ou de cliente na fila de um banco; crescimento de microrganismos em uma amostra de leite, etc.

Seja a variável aleatória X que conta a ocorrência de um evento por unidade de medida – por exemplo, tempo, área, volume – então, X tem **distribuição de Poisson** com parâmetro λ e sua função de probabilidade é:

$$p(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

$N \sim \text{Pos}(\lambda)$, lê-se variável aleatória N com distribuição de Poisson de parâmetro λ .

Em termo de Média e Variância, pode-se facilmente verificar que $E(N) = Var(N) = \lambda$, logo λ representa o número médio de eventos ocorrendo no intervalo considerado.

Uma suposição que normalmente se faz em relação à distribuição de Poisson é que a probabilidade de se obter mais de um evento num intervalo muito pequeno é desprezível (BUSSAB; MORETTIN, 2013).



O almoxarifado da Torricelli, no momento de maior pico às 6h30min, recebe, em média, 5 pedidos por minuto. Supondo que a distribuição de Poisson seja adequada para esse estudo, determine:

- A probabilidade de que o almoxarifado não receba pedidos durante um minuto;
- A probabilidade de que o almoxarifado receba, no máximo, 2 pedidos em 4 minutos.

$$a) p(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = P(X = 0) = \frac{5^0 e^{-5}}{0!} = e^{-5} = 0,0067$$

- $\lambda = 20$, pois temos 5 chamadas por minuto, portanto, em 4 minutos teremos $5 \times 4 = 20$ chamadas.

$P(X \leq 2) = P(N = 0) + P(N = 1) + P(N = 2) = e^{-20}(1 + 20 + 200) = 221e^{-20}$, o resultado é um número muito próximo de zero. Generalizando esse exemplo podemos dizer que a probabilidade de x ocorrências em um intervalo fixo t pode ser escrita como:

$$P(N = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

Uma função X definida pelo espaço amostral Ω e assumindo valores num intervalo de números reais, é dita uma variável aleatória contínua.

A principal característica de uma **variável aleatória contínua** é que, sendo resultado de uma mensuração, o seu valor pode ser entendido como pertencendo a um intervalo ao redor do valor efetivamente observado, lembrando que o valor efetivamente observado sempre será a média. Alguns exemplos de variável aleatória contínua são: altura de uma pessoa, temperatura em média em uma determinada região, massa corporal de uma criança, distância entre duas cidades etc. (FONSECA; MARTINS, 1996).

A função densidade de probabilidade (f.d.p.) de uma variável aleatória X é uma função $f(x) \geq 0$ cuja área total sob a curva seja igual à unidade. Em termos matemáticos

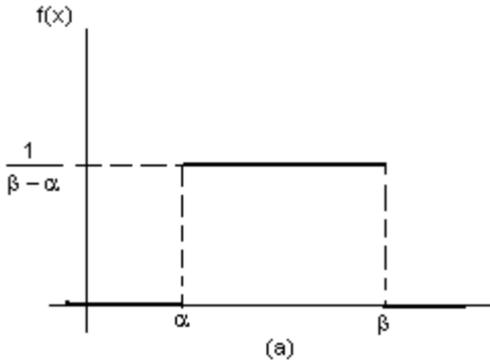
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

Uma variável aleatória contínua X tem distribuição uniforme com parâmetros α e β se sua função de densidade de probabilidade é

dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha}, & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Figura 1.18 | Função densidade de probabilidade da variável X

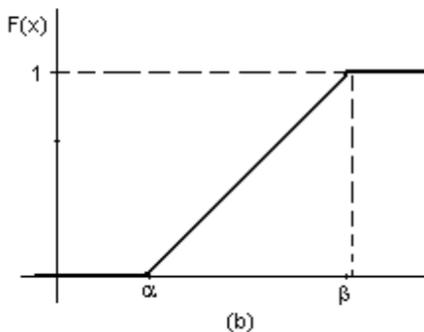


Fonte: elaborado pelo autor.

A função densidade acumulada é dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha}, & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1, & x \geq \beta \end{cases}$$

Figura 1.19 | Função de distribuição acumulada da variável X



Fonte: elaborado pelo autor.

Podem ser demonstrados que:

Média

Variância

$$E(X) = \frac{\alpha + \beta}{2} \text{ e } \text{Var}(X) = \frac{\alpha - \beta}{12} \text{ (FONSECA; MARTINS, 1996).}$$

Acompanhe este exemplo: a ocorrência de falhas em qualquer ponto de um rolo de tecido de 7 metros obedece ao modelo de uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 7]$. Qual é a probabilidade de que uma falha ocorra nos primeiros 80 centímetros?

$$P(X \leq 0,8) = \int_0^{0,8} f(x)dx = \frac{0,8-0}{7} = 0,1142$$

A **distribuição normal** é, provavelmente, a mais importante distribuição, tanto na teoria quanto na prática da estatística. Se x é uma variável aleatória normal, então a distribuição de probabilidade de x é definida como:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < \infty, \text{ onde:}$$

μ = média da distribuição

σ = desvio-padrão da distribuição

Π = número irracional que representa a divisão entre uma circunferência e o diâmetro correspondente, com o valor aproximado de 3,1415926

e = número de Euler, número irracional, base dos logaritmos naturais, com valor aproximado de 2,71828

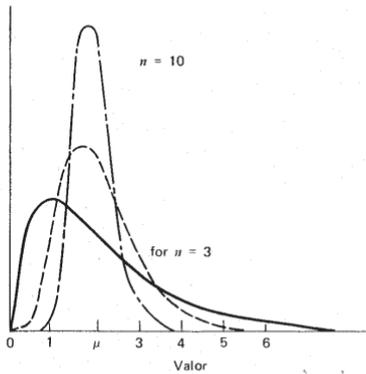
Teorema Central do Limite

Uma amostra aleatória simples com reposição de uma população, com média μ e variância σ^2 , a distribuição de \bar{X} , quando n é grande, é aproximadamente normal, com média μ e variância $\frac{\sigma^2}{n}$, ou seja, $Z =$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \text{ é aproximadamente } N(0,1).$$

Graficamente o teorema central do limite está representado na Figura 1.20, sendo que a distribuição da população, que é representada pela curva desenhada em linha cheia, é uma distribuição contínua assimétrica, com $\mu = 2$ e $\sigma = 1,41$. As distribuições da média amostral \bar{X} para tamanhos amostrais $n = 3$ e $n = 10$ são representadas no gráfico pelas curvas desenhadas em linha tracejada, comparando às curvas percebe-se que, com um aumento de n , as distribuições amostrais tornam-se mais concentradas ao redor de μ , assim sendo, aproxima-se de uma distribuição normal (BUSSAB; MORETTIN, 2013).

Figura 1.20 | Distribuições de \bar{X} para $n = 3$ e $n = 10$



Fonte: Adaptado de Grinstead e Snell (2003).

Em termos práticos, quando $n \geq 30$, a distribuição aproxima-se da distribuição normal, indiferente da forma da população amostrada.

$$P(a < \bar{X} \leq b) = P\left(\frac{a - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < Z \leq \frac{b - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}\right)$$

Outras distribuições também podem ser aproximadas da distribuição normal, assumindo n grande.

Por exemplo:

Considere uma máquina de empacotamento de ração para cães, cujos pesos dos pacotes em quilograma seguem uma distribuição $N \sim (50, 2)$. Considerando que a máquina esteja com seus parâmetros de desempenho em conformidade, qual a probabilidade, coletando aleatoriamente uma amostra de 100 pacotes, da média dessa amostra apresentar um desvio de 0,2828 kg em relação aos 50 kg?

$$P(49,7172 < \bar{X} < 50,2828) = P\left(\frac{49,7172 - 50}{\frac{\sqrt{2}}{10}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{50 + 0,2828}{\frac{\sqrt{2}}{10}}\right) \Rightarrow$$

$$P(-2,0 < Z < 2,0) = 2 \cdot 0,47725 = 0,9545$$

A probabilidade de obterem pacotes fora do intervalo $]49,7172; 50,2828[$ é de 4,55%. Caso apresentem uma média fora desse intervalo, pode-se considerar como um evento raro e deve-se investigar se há alguma anomalia na máquina.

A distribuição de probabilidade do intervalo x entre dois sucessos consecutivos de uma lei de Poisson é chamada **distribuição exponencial**.

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0, \lambda > 0$$

$$f(x) = 0, t < 0$$

Média e Variância

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

A distribuição exponencial é amplamente utilizada na área de engenharia de confiabilidade como modelo do tempo de falha de um componente ou sistema. Em tais aplicações, o parâmetro λ é denominado taxa de falha do sistema e a média da distribuição $\frac{1}{\lambda}$ é chamada de tempo médio de falha (MONTGOMERY, 2016).

Tomemos por exemplo um sensor em um sistema de freios ABS (*Anti-lock Braking System* – Sistema de Freio antibloqueio) que tenha vida útil descrita por uma distribuição exponencial com taxa de falha $10^{-4} / h$, isto é, $\lambda = 10^{-4}$. O tempo médio de falha para esse componente é $\frac{1}{\lambda} = 10^4 = 10.000h$. Para calcular a probabilidade desse componente falhar antes do seu tempo de vida esperado, temos:

$$P\left\{x \leq \frac{1}{\lambda}\right\} = \int_0^{\frac{1}{\lambda}} \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-1} = 0,63212$$

Organize os boxes seguintes no local do texto em que você considerar mais adequado, inclusive alterando a ordem, se preferir.



Assimile

A maioria dos projetos de melhoria e estudos de pesquisa científica são realizados com dados de amostra ao invés de dados de uma população inteira. A Distribuição de Probabilidade é uma maneira de moldar os dados da amostra para fazer previsões e tirar conclusões sobre toda uma população.

As distribuições de probabilidade são usadas para modelar eventos da vida real para os quais o resultado é incerto. Uma vez que encontramos o modelo apropriado, podemos usá-lo para fazer inferências e previsões.



Refleta

Uma empresa pode criar três cenários: pior caso, provável e melhor caso. O cenário do pior caso conteria algum valor da parte inferior da distribuição de probabilidade. O cenário provável conteria um valor para o meio da distribuição. O melhor cenário poderia conter um valor na parte superior do cenário.



Exemplificando

O tempo até a falha de um componente eletrônico tem uma distribuição exponencial e sabe-se que 10% dos componentes falharam por 1.000 horas.

(a) Qual a probabilidade de um componente ainda estar funcionando após 5.000 horas?

(b) Encontre a média e o desvio-padrão do tempo até a falha.

Seja Y o tempo até a falha em horas; $f(y) = \nu e^{-\nu y}$

a)

$$P(Y \leq 1000) = \int_0^{1000} \nu e^{-\nu y} dy = \left[-e^{-\nu y} \right]_0^{1000} = 1 - e^{-1000\nu} = 0,1$$

$$\Rightarrow e^{-1000\nu} = 0,9 \Rightarrow -1000\nu = \ln 0,9 = -0,1056$$

$$\Rightarrow \nu \approx 1,05 \times 10^{-4}$$

$$P(Y > 5000) = \int_{5000}^{+\infty} \nu e^{-\nu y} dy = \left[-e^{-\nu y} \right]_{5000}^{+\infty} = e^{-5000\nu} \approx 0,59$$

b)

$$E(Y) = \frac{1}{\nu} = 9491 \text{ horas}$$

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(Y)} = \sqrt{\frac{1}{\nu^2}} = 9491 \text{ horas}$$



Pesquise mais

Para uma abordagem mais ampla sobre as principais Distribuições Discretas e Contínuas de probabilidade, acesse o material produzido pelo Instituto Universitário de Lisboa (ISCTE). Disponível em: <http://home.iscte-iul.pt/~rml/aulas/CPAEF_ADII/Acetatos_VA_Normal_Raul.pdf> Acesso em: 28 set. 2017.

Para conhecer um estudo de caso sobre Distribuições de Probabilidade, leia da página 5 a 13 do artigo *Avaliação de densidades para a previsão dos retornos das ações da Petrobras*, disponível em <<https://periodicos.ufsm.br/eed/article/view/5599/pdf>>. Acesso em: 28 set. 2017.

Sem medo de errar

A conformidade do produto, questão fundamental quando falamos em qualidade, se enquadra na dimensão de “qualidade mandatória” é deve ser sempre muito bem cuidada. A Torricelli tem deflagrado várias ações de melhoria em toda a organização, apesar do bom desempenho de conformidade da característica de controle de retilineidade do Eixo EX00717, 10 ppm, você e Nathan Jordan foram incumbidos de analisar qual seria a probabilidade de que dos 4.000 eixos produzidos nos últimos 12 meses, mais de 2 deles tenham sido comercializados fora da especificação.

Primeiramente; vocês têm que identificar a distribuição de probabilidade que se aplica a cada caso, No momento, busca-se saber apenas se o produto está conforme ou não conforme. A característica dessa inspeção aleatória é que ela possui apenas dois resultados possíveis, conforme ou não conforme, portanto obedece a distribuição Binomial.

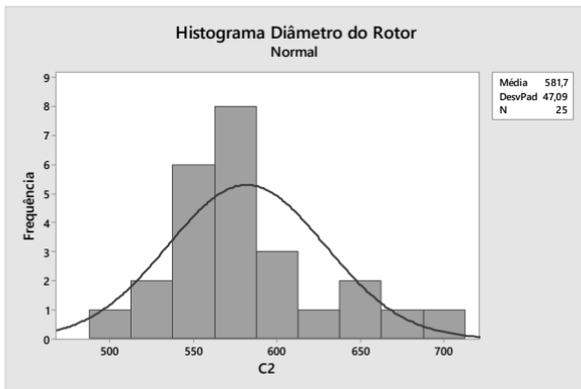
$$P(x \leq 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

Função Densidade de Probabilidade

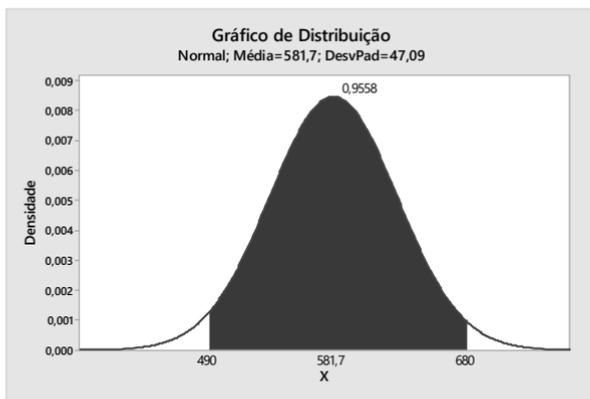
Binomial com $n = 4000$ e $p = 0,00001$

$$\frac{x \quad P(X = x)}{2 \quad 0,0007685}$$

Vamos construir o histograma e calcular as medidas de localização e de dispersão.



Em seguida, calculamos a probabilidade do diâmetro do rotor estar no intervalo $490 \text{ mm} \leq R \leq 680 \text{ mm}$



Avançando na prática

Autocontrole de engrenagens

Descrição da situação-problema

Um fabricante de engrenagens para aplicação automotiva conta com 200 funcionários que atuam na área de produção de retífica de dentes. Todos esses funcionários desempenham atividades de

autocontrole da qualidade em seus postos de trabalho e, muitos deles, executam controles dimensionais utilizando meios de medição e controle. Nos últimos anos esse fabricante promoveu um treinamento massivo na utilização, manutenção e controle dos meios de medição, para todos os funcionários envolvidos nas atividades de autocontrole. Devido à rotatividade da mão de obra, sempre há novos funcionários que devem ser treinados; na última auditoria interna do Sistema de Gestão Integrado, foi identificado que três em cada quatro funcionários estavam treinados. Preocupados com a auditoria de manutenção do Sistema de Gestão Integrado, que será realizada em breve, Rafael Brown pede a você que faça uma verificação por amostragem, com amostra do tamanho de 16 funcionários, para verificar se todos os funcionários estão com os treinamentos em dia. Antes de realizar a verificação, você conversa com Nathan Jordan e ele diz que você encontrará 4 funcionários que não estão com o treinamento em dia. Calcule a probabilidade de Natan estar certo.

Resolução da situação-problema

Seja X o número de funcionários que estão com o treinamento em dia e p : probabilidade do funcionário, selecionado ao acaso, estar com o treinamento em dia; $p = 0,75$ (3 em 4), $X \sim b(16; 0,75)$, ou seja, a variável aleatória X tem distribuição binomial com parâmetros $n = 16$ e $p = 0,75$.

Assim, a probabilidade de que pelo menos 12 estejam com o treinamento em dia é dada por:

$$P(X \geq 12) = P(X = 12) + P(X = 13) + P(X = 14) + P(X = 15) + P(X = 16) \Rightarrow \\ P(X \geq 12) = 0,2252 + 0,2079 + 0,1336 + 0,0535 + 0,0100 = 0,6302$$

A probabilidade de Natan Jordan estar certo é de 63,02.

Faça valer a pena

1. A Torriceli tem enfrentado problemas com um fornecedor de selos mecânicos. Considerando o histórico de fornecimento dos últimos dois anos é sabido que um entre dez selos mecânicos é não conforme.

Qual a probabilidade de que uma amostra aleatória de tamanho quatro contenha respectivamente:

Nenhum não conforme;
Exatamente um não conforme;
Exatamente dois não conformes;
No máximo dois não conformes?

- a) 0,2916; 0,0486; 0,9963; 0,6561
- b) 0,9963; 0,0486; 0,2916; 0,6561
- c) 0,6561; 0,2916; 0,0486; 0,9963
- d) 0,0486; 0,2916; 0,6561; 0,9963
- e) 0,6561; 0,0486; 0,2916; 0,9963

2. A Tesla, uma fabricante de bicicletas, está desenvolvendo um projeto de melhoria na linha de pintura do quadro das bicicletas com relação ao desempenho da característica de controle acabamento da pintura, no item não conforme classificado como pintura danificada. Atualmente, o processo tem uma fração defeituosa média de 0,03. A equipe do projeto de melhoria resolveu estabelecer um experimento em que, na linha de pintura, as bombas seriam inspecionadas uma a uma até que apareça a primeira bomba com pintura danificada quando, então, o processo seria interrompido e ajustado.

Determine a probabilidade de que o processo seja ajustado somente após o 40º quadro de bicicleta ser pintado:

- a) 0,7043
- b) 0,3049
- c) 0,2868
- d) 0,2957
- e) 0,6951

3. Um fabricante de sistemas de automação para partida de conjuntos motobomba, utilizadas no segmento de óleo e gás, recebeu a especificação de que o sistema deve acionar o conjunto motobomba em 5 segundos e não poderá ultrapassar 10 segundos.

Supondo o que sistema tenha uma distribuição exponencial, qual a probabilidade do tempo de resposta ser, no máximo, 10 segundos? E qual a probabilidade do tempo de resposta estar entre 5 e 10 segundos?

- a) 0,233; 0,865
- b) 0,767; 0,913
- c) 0,368; 0,135
- d) 0,551; 0,835
- e) 0,865; 0,233

Referências

AIAG. Automotive Industry Action Group. **Controle estatístico do processo (CEP)**: manual de referência. 2. ed. São Paulo: IQA, 2005.

BRASIL FATOS E DADOS. **Um olhar analítico sobre o Brasil**. 2016. Disponível em: <<https://brasilfatosedados.wordpress.com/>>. Acesso em: 15 set. 2017.

BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A.. **Estatística básica**. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 2013. 548 p

COSTA NETO, Pedro Luiz de Oliveira. **Estatística**. São Paulo: Edgar Blucher, 1977.

DEMING, W. E. **A system of profound knowledge (British Deming Association booklets)**. Salisbury: SPC Press, 1992.

_____. **On some statistical aids toward economic production**. Catonsville, MD: Informs, 1975. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/inte.5.4.1>>. Acesso em: 30 ago. 2017

_____. **Qualidade**: a revolução da administração. Rio de Janeiro, Marques-Saraiva, 1990.

EEL – Escola de Engenharia de Lorena USP – Universidade de São Paulo. **Tabela da distribuição normal reduzida**. Disponível em: <http://www.dequi.eel.usp.br/~fabricio/tabela_dist_normal.pdf>. Acesso em: 15 set. 2017.

FARIAS, Ana Maria Lima de. **Probabilidade e estatística**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. 373 p.

FIEMG – Federação das Indústrias do Estado de Minas Gerais. **Programa de desenvolvimento e qualificação de fornecedores**. Disponível em: <<http://sir.fiemg.com.br/iel/pdqf/Paginas/Institucional/PDQF.aspx>>. Acesso em: 15 set. 2017.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Estatística básica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1996. 320 p.

FONSECA, Jairo Simon da; MARTINS, Gilberto de Andrade. **Estatística básica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1996. 320 p.

G1 ECONOMIA. **Veja os números da economia brasileira que Temer irá enfrentar**. G1. Disponível em: <<http://g1.globo.com/economia/noticia/2016/05/veja-os-numeros-da-economia-brasileira-que-temer-ira-enfrentar.html>>. Acesso em: 9 nov. 2017.

GARVIN, D. A. **Gerenciando a qualidade**: a visão estratégica e competitiva. Trad. João Ferreira Bezerra de Souza. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2002.

GRINSTEAD, Charles M.; SNELL, J. Laurie. **Introduction to probability: the change project**. 2. ed. Gainesville, Fl: Orange Grove Texts Plus, 2003. 518 p.

HARRINGTON, H. **Business process improvement**. Boston: McGraw-Hill, 2007.

HAZRA, Avijit; GOGTAY, Nithya. Biostatistics series module 1: basics of biostatistics. **Indian J Dermatol.**, n. 61, p. 10-20, 2016.

MALASSISE, Regina Lúcia Sanches et al. **Métodos quantitativos**. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2014. (KLS). Disponível em: <https://www.sabertotal.com.br/web/#project/be6ec644-d05f-484f-9165-e173aefda941/view/Metodos_quantitativos-w.RTI_UQP/articulo/sumario-Metodos_quantitativos-IP9fHzlAP> Acesso em: 19 out. 2017. Marques Saraiva, 1990.

MINITAB. **Interpretar os principais resultados para Histograma**. Disponível em: <<https://support.minitab.com/pt-br/minitab/18/help-and-how-to/graphs/how-to/histogram/interpret-the-results/key-results/?SID=140003>>. Acesso em: 15 set. 2017.

----- **Criar um gráfico de setores**. Disponível em: <<https://support.minitab.com/pt-br/minitab/18/help-and-how-to/graphs/how-to/pie-chart/create-a-pie-chart/>>. Acesso em: 19 set. 2017.

MONTGOMERY, Douglas C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

MONTGOMERY, Douglas C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

PPGEP/UFRGS (Porto Alegre). **Medidas de tendência central e variabilidade**. Disponível em: <http://www.producao.ufrgs.br/arquivos/disciplinas/489_estaind003_tendcentvar.pdf>. Acesso em: 15 set. 2017.

SHEWHART, W. A. **Statical method form the viewpoint of quality control**. Washington, D.C.: Graduate School of the Department of Agriculture, 1986.

TRIOLA, M. F. **Introdução à estatística** 7ª ed. São Paulo: LTC, 1998.

UFPA – Universidade Federal do Pará. **A distribuição normal**. Disponível em: <<http://www.ufpa.br/dicas/biome/bionor.htm#padrao>>. Acesso em: 15 set. 2017

ZANELATTO, Kátia Cristina; BARROS, Mércia Maria Semensato Bottura de; MONTE, Renata; SABBATINI, Fernando Henrique. Avaliação da influência da técnica de execução no comportamento de revestimento de argamassa aplicado com projeção mecânica contínua. **Ambient. constr.**, Porto Alegre, v. 13, n. 2, p. 87-109, jun. 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-86212013000200008&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 14 set. 2017.

Gráficos de Controle para Variáveis e para Atributos

Convite ao estudo

Caro aluno,

A variação é um fato da vida. Está em toda parte e é inevitável. Mesmo um equipamento novo, de ponta, não pode manter as suas configurações otimizadas sem que haja flutuações em torno dos valores-alvo. A obtenção da qualidade consistente do produto requer compreensão, monitoramento e controle da variabilidade do processo. Alcançar a melhor qualidade do produto requer um compromisso sem fim para reduzir a variação.

Shewhart, cientista cujo trabalho lançou as bases para o Controle Estatístico de Processos (CEP), reconheceu que a variabilidade tem duas causas gerais: **causa comum**, também chamada de aleatória, inerent, ou causa desconhecida, e, **causa especial**, também chamada de causa atribuível. Por que é importante distinguir esses dois tipos de variabilidade? Porque os remédios são completamente diferentes. Compreender a diferença ajuda as organizações a selecionarem os esforços adequados de melhoria da qualidade e, assim, evitar esforços e custos desnecessários.

Nesta unidade, você irá conhecer, aplicar e analisar Gráficos de Controle para Variáveis e para Atributos. Esse conteúdo será abordado de forma teórica, apoiado em exemplos práticos, permitindo assim que você possa utilizar o CEP em suas atividades profissionais.

Esperamos com isso que você desenvolva a competência geral: conhecer e aplicar sistemas de Controle Estatístico da Qualidade, além de trabalhar as competências técnicas, ao

longo das seções, que são: conhecer, aplicar e analisar gráficos de controle para variáveis e para atributo, conhecer, aplicar e analisar as técnicas de inspeção por amostragem, conhecer, aplicar e analisar a capacidade do processo e validação de sistemas de medição.

Para que isso seja possível, utilizaremos o seguinte contexto de aprendizagem: há cerca de um ano, a Torricelli iniciou a preparação para a implantação do CEP e adotou um processo de implantação composto de sete etapas: 1) determinar as características de controle; 2) garantir a adequação do Sistema de Medição; 3) selecionar o gráfico mais adequado; 4) usar estratégias eficazes de amostragem; 5) selecionar o tamanho da amostra correta; 6) capacitar os funcionários para buscar melhorias; e 7) gerenciar o CEP. Os funcionários do Departamento de Garantia da Qualidade e você terão a função de selecionar Gráficos de Controle em função das características do processo e avaliar a adequação do Gráficos de Controle que já foram implementados.

Algumas questões para você refletir: o que se deve fazer primeiro, conscientizar os funcionários sobre a importância do CEP ou definir os processos e suas interações? Quais as principais dificuldades enfrentadas na implementação do CEP? É possível implementar o CEP sem um software específico?

Nesta unidade, você estudará os fundamentos do CEP, os principais Gráficos de Controle para Variáveis e os principais Gráficos de Controle para Atributos.

Bons estudos e sucesso!

Seção 2.1

Gráficos de controle para variáveis

Diálogo aberto

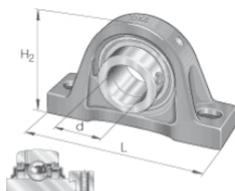
Olá alunos, nesta seção, estudaremos os Gráficos de Controle para Variáveis, uma ferramenta importante utilizada para o controle dos processos e fundamental para a melhoria contínua. Também abordaremos os fundamentos do Controle Estatístico do Processo, utilizaremos o gráfico da média e amplitude, o gráfico da média e do desvio-padrão e o gráfico da mediana e da amplitude.

Apenas para lembrar, utilizaremos o contexto da Torricelli que se prepara para a instituição do CEP, adotando um processo de implantação composto de sete etapas, e você terá a responsabilidade de selecionar e avaliar a adequação dos gráficos de controle dos processos. Para que isso seja possível, propomos a seguinte atividade para esta seção de estudo:

Uma equipe multifuncional foi designada para avaliar a implantação do CEP na linha de fabricação de bombas centrífugas para bombeamento de água bruta. Essa equipe é composta por você, a Eng.^a Ana West, supervisora da distribuição, e Jonathan Duncan, técnico de engenharia de produção. Em sua primeira ação, vocês acompanham a fabricação e o controle do Mancal MC331. Este item é produzido em uma célula e é intercalado com outros itens, devido à flexibilidade e demanda, são fabricados pequenos lotes, que, por sua vez, resultam em tamanho de amostras variável. Atualmente, utiliza-se o Gráfico de Controle da Média e do Desvio- Padrão.

Os dados resultantes do autocontrole, por um operador de uma retífica, são apresentados conforme a Tabela 2.1.

Figura 2.1 | Mancal MC331



Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 2.1 | Resultados de autocontrole para a característica de controle do diâmetro d do Mancal MC331

Subgrupo	Amostra (em milímetros)				
	1	2	3	4	5
1	6,86	7,03	7,06	6,95	6,92
2	7,06	6,97	7,15		
3	7,06	6,92	7,02	6,88	7,03
4	7,08	6,82	7,01	7,06	6,98
5	7,06	7,16	6,93	6,98	7,11
6	6,91	6,97	6,98		
7	6,99	6,98	6,99		
8	7,16	7,02	6,78	6,98	6,93
9	6,86	6,98	6,89		
10	6,98	6,95	6,97	7,04	7,03
11	6,98	6,98	7,15	7,16	7,03
12	7,03	6,93	7,02	6,96	7,03
13	7,00	6,99	6,99		
14	7,06	6,98	6,97	6,87	6,99
15	6,91	6,98	7,02		
16	7,04	6,90	6,87	7,03	6,91
17	7,02	7,04	7,00		
18	7,07	6,93	7,01	6,87	7,01
19	6,95	6,92	6,90	6,90	6,80
20	7,05	7,02	7,11		
21	7,08	7,13	6,91	7,02	7,04
22	6,92	7,05	6,88	6,94	6,96
23	7,08	7,08	7,02	7,06	7,02
24	6,97	7,09	7,12	7,03	7,15
25	6,94	7,11	7,13	7,13	6,98

Meio de Medição: Comparador de diâmetro interno (Súbito) - Incerteza 0,01 mm

Fonte: elaborada pelo autor

De posse dos dados, você e sua equipe devem:

- 1) Definir se o gráfico escolhido foi apropriado;
- 2) Construir o Gráfico de Controle da Média e do Desvio-Padrão (\bar{X}, s);
- 3) Interpretar os resultados.

Para resolver essa situação-problema, você deverá utilizar seus conhecimentos desde como selecionar o Gráfico de Controle mais apropriado até a sua construção e interpretação.

Preparado para esse desafio? Então, mãos à obra!

Não pode faltar

Olá, tudo bem?

Para muitas organizações, a adoção do CEP exige mudanças substanciais no programa de qualidade existente. Os programas tradicionais enfatizam o controle de qualidade (CQ) do produto, enquanto, o CEP é orientado para o processo.

Os sistemas tradicionais de CQ, orientados aos produtos, enfatizam a detecção de defeitos. A organização depende da inspeção, do retrabalho, da subclassificação e, por vezes, do sucateamento para evitar que o produto de qualidade inferior seja enviado ao cliente.

Esse é um sistema ineficaz e ineficiente. Segundo Deming (1990), sob um sistema de controle de produtos, uma organização paga aos trabalhadores para fazer defeitos e depois corrigi-los.

Operar sistemas de controle de qualidade usando o CEP, inclui necessariamente concentrar-se em prevenção de defeitos por meio da melhoria do sistema de produção. Quando uma organização usa o CEP pela primeira vez, o objetivo é, com frequência, garantir que o processo de produção seja estável e capaz de produzir produtos conforme as especificações. O pessoal da produção acompanha a variação em estágios críticos no processo e, quando necessário, atua para evitar defeitos antes de adicionar mais custos. Retrabalho, sucateamento e, portanto, inventário em processo são consideravelmente reduzidos.

À medida que esses objetivos iniciais são atendidos, o escopo de um processo de CEP deve mudar para melhorar o sistema, esforçando-se continuamente para reduzir a variação.

Dada a distinção entre sistemas de CQ de produtos tradicionais e sistemas de controle de processo, a filosofia do CEP pode ser resumida como:

- ✓ Os defeitos são evitados monitorando e controlando a variação.
- ✓ A melhoria real da qualidade vem da melhoria do sistema e da redução da variação.

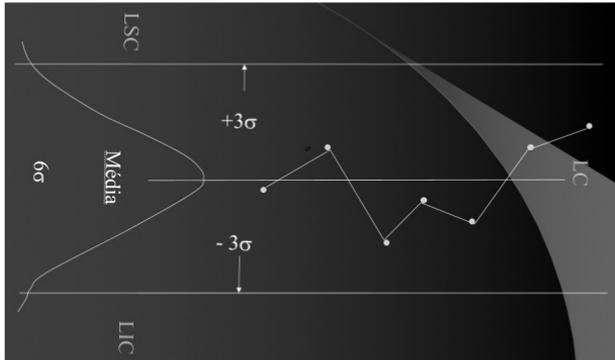
A compreensão da variação é crucial para o entendimento do CEP. Shewhart (1986), cujo trabalho levou à invenção do CEP, afirmou que a variação é inevitável em produtos manufaturados. Além disso, ele reconheceu que cada sistema possui variações inerentes devido a causas comuns, também chamadas de causas aleatórias. Shewhart identificou outro tipo de variação, a variação devido a causas especiais (também chamadas de assinaláveis).

A variação de causa comum é evidenciada por um padrão de variação estável e repetido. A variação de causa especial é evidenciada por uma quebra no padrão repetitivo e estável de variação, e é uma indicação de que algo mudou no processo. A consistência do produto é assegurada pela detecção e eliminação de variações de causa especial. A melhoria da qualidade a longo prazo resulta da redução da variação de causa comum.

Os gráficos de controle são registros dos dados em um determinado momento do processo, construídos num sistema de coordenadas cartesianas. O eixo das ordenadas é representado pelas medições feitas de uma característica específica do produto, e o eixo das abscissas é representado por subgrupos.

A Figura 2.2 apresenta o Gráfico de Controle, que apresenta três linhas paralelas ao eixo da abscissa, denominadas de linha central (*LC*), que é comumente definida a partir do valor médio, o limite superior de controle (*LSC*) e o limite inferior de controle (*LIC*). No processo de construção desses limites são usados em geral 3σ (desvios-padrão), o que pode ser justificado pelos bons resultados obtidos na prática, com o nível de confiança estabelecido de 99,73% na análise dos dados (MONTGOMERY, 2016).

Figura 2.2 | Modelo esquemático dos gráficos de controle



Fonte: elaborada pelo autor.

Independentemente do tipo de gráfico que será utilizado, é necessário seguir etapas preparatórias para sua aplicação:

- 1) Conscientização e treinamento das pessoas envolvidas no processo.
- 2) Definição do processo e sua interação com as demais operações.
- 3) Eliminação das causas especiais, ou seja, revisão, saneamento e estabilização do processo.
- 4) Escolha das características da qualidade a serem controladas.
- 5) Definição de um sistema de medição para o controle dessas características.
- 6) Escolha dos pontos do processo em que serão efetuadas as medidas.

Uma vez realizada a fase preparatória, a elaboração dos gráficos segue os seguintes passos:

- 1) Escolha do tipo de gráfico a ser utilizado.
- 2) Coleta dos dados.
- 3) Escolha dos limites de controle.
- 4) Cálculo da linha central e dos limites de controle.
- 5) Observação do estado (estabilidade) do processo mediante interpretação dos gráficos.

6) Determinação da capacidade do processo após ser atingido o estado de controle.

Os dados devem ser coletados em pequenos subgrupos, amostras, de tamanho constante ou variável dependendo do tipo de gráfico de controle utilizado. Importante ressaltar que quanto maior o tamanho da amostra maior a sensibilidade das cartas, ou seja, elas detectam melhor pequenas mudanças no processo. Por outro lado, aumentar o tamanho da amostra significa elevar o custo da amostragem. Em geral, subgrupos com tamanho entre 3 a 6 unidades consecutivas formam uma amostra adequada. (STAPENHURST, 2005).

As unidades dentro de um subgrupo são produzidas em condições muito similares, e, portanto, a variabilidade dentro de cada subgrupo será essencialmente devido às causas comuns de variabilidade.

A ideia de coletar subgrupos em uma sequência no tempo é apropriada, porque provavelmente os produtos produzidos na sequência são similares entre si, pois têm a origem em conjunto comum de máquina, mão de obra, matéria-prima, métodos de fabricação, meios de medição e meio ambiente, e, portanto, a variabilidade presente é devido a causas comuns.

Os subgrupos devem ser coletados a uma frequência periódica, por exemplo, 1 subgrupo a cada 30 minutos, ou 5 subgrupos por lote, etc.

A frequência de amostragem deve ser definida de forma que exista uma chance potencial de mudança dos resultados, causa especial, de um subgrupo para o outro. A frequência das amostras deve ser selecionada de forma a maximizar a chance de ocorrer diferenças entre amostras.

Tamanho de amostra e frequência de amostragem mais econômicos podem ser definidas apenas se forem conhecidos: a estabilidade do processo, os custos de amostragem, o custo de análise e de ação corretiva para eliminação de causas especiais e o custo de fabricar peças fora de especificação.

Os padrões em gráficos de controle devem ser avaliados. Um gráfico de controle pode indicar uma condição fora de controle quando um ou mais pontos se localizam além dos limites de controle, ou quando os pontos exibem algum padrão de comportamento não aleatório. Na Figura 2.3 são apresentadas as regras utilizadas para a avaliação dos gráficos de controle.

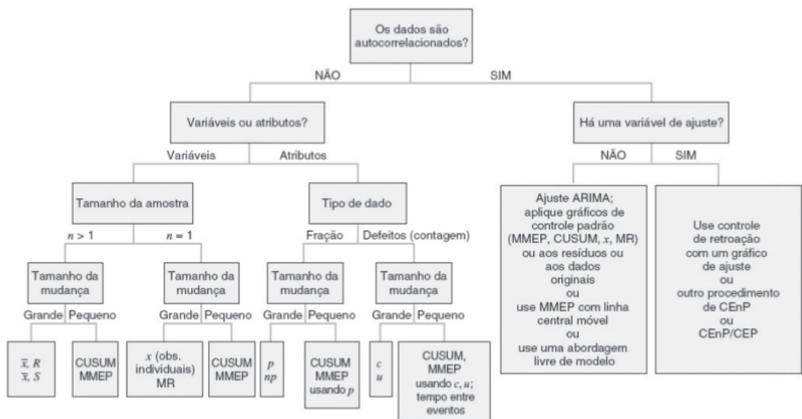
Figura 2.3 | Regras sensibilizantes para gráficos de controle

Sinal de Ação-Padrão:	Regra
	1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle
	2. Dois ou três pontos consecutivos fora dos limites de alerta dois sigmas, mas ainda dentro dos limites de controle.
	3. Quatro ou cinco pontos consecutivos além dos limites de um sigma.
	4. Uma sequência de oito pontos consecutivos de um mesmo lado da linha central.
	5. Seis pontos em uma sequência sempre crescente ou decrescente.
	6. Quinze pontos em sequência na zona C (tanto acima quanto abaixo da linha central).
	7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo.
	8. Oito pontos em sequência de ambos os lados da linha central com nenhum na zona C.
	9. Um padrão não usual ou não aleatório nos dados.
	10. Um ou mais pontos perto de um limite de alerta ou de controle

Fonte: Montgomery (2016, p. 141).

A escolha do tipo de gráfico a ser utilizado depende da característica a ser analisada e controlada.

Figura 2.4 | Guia para controle e monitoramento de processo univariado



Fonte: Montgomery (2016, p. 544).



Assimile

O CEP também provê os mecanismos necessários para determinar a capacidade do processo, monitorá-lo e identificar se está funcionando como esperado, ou se o processo mudou e são necessárias ações corretivas. As informações dos gráficos de controle podem ser usadas para determinar a amplitude natural do processo e para compará-lo com o intervalo de tolerância especificado. Se a amplitude natural for maior, então o intervalo de especificações deve ser expandido, ou serão necessárias melhorias para reduzir a amplitude natural.

Podemos esperar as seguintes informações-chave dos gráficos de controle, que servirão como linha de base para a tomada de ações:

- ✓ Nível médio de qualidade da característica de controle.
- ✓ Variabilidade básica da característica de controle.
- ✓ Consistência do desempenho do processo.

Gráficos de Controle para Variáveis

De acordo com Montgomery (2016) os Gráficos de Controle para Variáveis são utilizados quando as amostras podem ser representadas por unidades quantitativas de medida, massa, altura, comprimento, velocidade, distância etc.

Nesta seção, serão apresentados os principais gráficos de controle para variáveis, a saber:

Gráfico da Média e Amplitude (\bar{X}, R). São os mais usados. Os gráficos de \bar{X} e de R se complementam, devendo ser implementados simultaneamente. O gráfico \bar{X}

objetiva controlar a variabilidade no nível médio do processo e qualquer mudança que nele ocorra. É muito importante também verificar a dispersão de um processo que pode sofrer alterações devido às causas especiais. Esse aumento da variabilidade será detectado pelo gráfico R das amplitudes.

Gráfico da Média e do Desvio-Padrão (\bar{X}, s)

O gráfico (\bar{X}, s) é muito semelhante ao gráfico (\bar{X}, R). A principal diferença é que o desvio-padrão do subgrupo é plotado, enquanto no gráfico (\bar{X}, R), a amplitude do subgrupo é plotada. Uma vantagem de usar o desvio-padrão ao invés da amplitude é que o desvio-padrão leva em consideração todos os dados, não apenas o máximo e o mínimo. As constantes usadas para calcular os limites de controle e para estimar o desvio-padrão do processo são diferentes para o gráfico (\bar{X}, s) em comparação com as utilizadas no gráfico (\bar{X}, R). O gráfico (\bar{X}, s) deve ser utilizado quando o tamanho do subgrupo é igual ou maior que 10, porque o desvio-padrão oferece uma melhor estimativa da variação em subgrupos grandes do que a amplitude.

Gráfico da Mediana e da Amplitude (\tilde{X}, R). É uma variação especial do gráfico (\bar{X}, R). Este usa a mediana ao invés da média do subgrupo para mostrar a localização central do processo. A mediana é o ponto médio quando os pontos de dados são organizados em ordem crescente

(rol). O gráfico mostra todas as leituras individuais. É utilizado quando se deseja plotar todos os valores medidos, e não apenas as médias e amplitudes dos subgrupos. Esse pode ser o caso quando os intervalos de subgrupos variam muito, porque plotar todos os pontos enfatizará a propagação. Mostra aos usuários que os pontos de dados individuais podem ficar fora dos limites de controle, enquanto a localização central está dentro dos limites. Por sua facilidade de aplicação, pode ser usado para amostras pequenas ($n = 5$), mas não recomendado para amostras grandes ($n = 7$), para as quais é ineficiente, apresentando risco de erro no cálculo das medianas amostrais.

Gráficos de Controle da Média e da Amplitude (\bar{X}, R)

Um gráfico (\bar{X}, R) plota a média do processo (\bar{X}) e a amplitude do processo (R) ao longo do tempo para dados de variáveis em subgrupos. Este gráfico de controle, combinando média e amplitude é amplamente utilizado para examinar a estabilidade de processos nos mais variados segmentos.

Por exemplo, você pode usar gráficos (\bar{X}, R) para monitorar ao longo do tempo a média e variação de processos como: tempo de espera na fila de um banco, diâmetro de um eixo, nível de glicose no sangue, etc.

O gráfico (\bar{X}) e o gráfico (R) são exibidos em conjunto porque é necessário interpretar os dois gráficos para determinar se o processo é estável. Avalie primeiro o gráfico (R), porque a variação do processo deve estar sob controle para interpretar corretamente o gráfico (\bar{X}). Os limites de controle do gráfico (\bar{X}) são calculados considerando tanto a dispersão do processo quanto a centralização. Se o gráfico (R) estiver fora de controle, os limites de controle no gráfico (\bar{X}) podem ser imprecisos e podem indicar falsamente uma condição fora de controle ou deixar de detectar uma.

O gráfico (\bar{X}, R) deve ser utilizado quando o tamanho de subgrupo for menor ou igual a 8, em casos em que o subgrupo for maior do que 8, deve ser utilizado o Gráfico da Média e do Desvio-Padrão (\bar{X}, s).

Vamos estudar a aplicação do gráfico (\bar{X}, R) por meio do seguinte exemplo. Nos exemplos apresentados a seguir, cabe uma observação: foram utilizados os "Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis" que é uma tabela que você encontrará no link indicado abaixo. Disponível em: <[http:// www.portalaction.com.br/controle-estatistico-do-processo/10-apendice](http://www.portalaction.com.br/controle-estatistico-do-processo/10-apendice)>. Acesso em: 15 out. 2017



Você já pensou quais as razões da incompreensão do propósito fundamental e do valor do CEP pelas organizações? Quais são as consequências em não se adotar um método preventivo como o CEP? Como algumas organizações aplicam o CEP por imposição do cliente ou para atender uma auditoria da qualidade, fazendo "só para inglês ver"?

Um fabricante de painéis de pressão quer determinar se o processo de produção de um novo tipo de painel com capacidade para 4,5 litros está sob controle, verificando a pressão de resistência hidrostática. Vinte e cinco amostras, cada uma formada por cinco painéis, foram coletadas desse processo partindo do pressuposto de que o processo estava sob controle. O intervalo de tempo entre as amostras é de uma hora. Os resultados dos ensaios de pressão de resistência hidrostática para essas amostras são exibidos na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 | Ensaio pressão de resistência hidrostática – Pressão [atm]

SUBGRUPO	PANELAS					\bar{x}_i	s_i
	1	2	3	4	5		
1	5,94218	5,93580	7,22610	6,40067	6,62077	6,43	0,54
2	6,55977	7,12554	5,54261	6,77503	6,73517	6,55	0,60
3	6,69434	7,34781	7,92117	6,74155	7,03581	7,15	0,51
4	7,08724	7,15010	6,41993	7,24104	6,31451	6,84	0,44
5	6,47934	5,95034	5,38046	6,86643	5,83813	6,10	0,58
6	6,81212	6,31218	6,92171	6,42572	5,89835	6,47	0,41
7	7,17369	6,58579	7,26995	6,84613	6,51465	6,88	0,34
8	6,61069	7,60889	6,70531	6,44834	6,59956	6,79	0,46
9	6,20414	6,99195	6,58318	5,37519	6,70882	6,37	0,63
10	5,86252	6,79258	6,95383	6,44040	6,36054	6,48	0,42
11	6,34615	6,45315	6,95081	7,05878	5,92862	6,55	0,46
12	6,48394	6,78092	6,66713	6,55029	7,08577	6,71	0,24
13	6,32498	6,94718	6,20739	6,49995	6,73637	6,54	0,30
14	6,68778	6,43370	6,52893	5,92497	6,99393	6,51	0,39
15	6,01953	7,23350	6,15944	7,11280	6,27728	6,56	0,57
16	6,71511	6,30352	6,73095	6,99508	6,76099	6,70	0,25
17	6,82458	6,90558	5,87060	6,66956	6,24364	6,50	0,44
18	4,90424	7,06933	6,79468	6,56194	5,70222	6,21	0,89
19	5,53439	6,90561	6,12311	6,84776	5,97331	6,28	0,59
20	6,99573	6,68775	6,80399	6,59620	6,78837	6,77	0,15
21	6,65606	6,85901	6,57509	6,34030	5,01776	6,29	0,73
22	5,79647	6,30791	6,79663	6,38635	5,73803	6,21	0,44
23	6,53340	6,79591	6,53675	6,82303	5,70470	6,48	0,45
24	6,68055	6,20936	6,47396	7,52599	6,45866	6,67	0,51
25	7,14729	6,60106	6,08127	6,80531	6,73763	6,67	0,39

Fonte: elaborada pelo autor.

Inicia-se a construção do gráfico de controle pelo gráfico (R), porque os limites de controle do gráfico (\bar{X}) dependem da variabilidade do processo, e, se a variabilidade não estiver sob controle, os limites do gráfico (\bar{X}) não serão significativos.

O primeiro passo é determinar a linha central (LC) para o gráfico (R):

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{25} R_i}{25} = \frac{28,975}{25} = 1,159$$

A seguir, calculam-se os limites de controle:

$$LIC = \bar{R}D_3$$

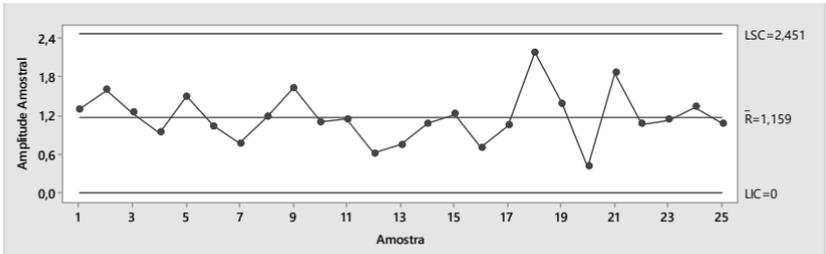
$$LSC = \bar{R}D_4$$

Para amostras com tamanho 5 ($n = 5$), encontramos na tabela Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis, $D_3 = 0$ e $D_4 = 2,114$, portanto:

$$LIC = \bar{R}D_3 = 1,159 \times 0 = 0$$

$$LSC = \bar{R}D_4 = 1,159 \times 2,114 = 2,451$$

Figura 2.5 | Resistência de pressão hidrostática – gráfico da amplitude



Fonte: elaborada pelo autor

Aplicando as regras sensibilizantes para gráficos de controle conclui-se que o gráfico (R) indica que a variabilidade do processo está sob controle, e, portanto, pode-se calcular a Linha Central média (LC) ou (\bar{X}), o Limite Inferior de Controle (LIC) e o Limite Superior de Controle (LSC) para o gráfico (\bar{X}):

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{X}_i}{25}$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$$

Para amostras com tamanho 5 ($n = 5$), encontramos na tabela Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis, $A_2 = 0,577$:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{163,725}{25} = 6,549$$

$$LIC = 6,549 - 0,577 \times 1,159 = 5,880$$

$$LSC = 6,549 + 0,577 \times 1,159 = 7,218$$

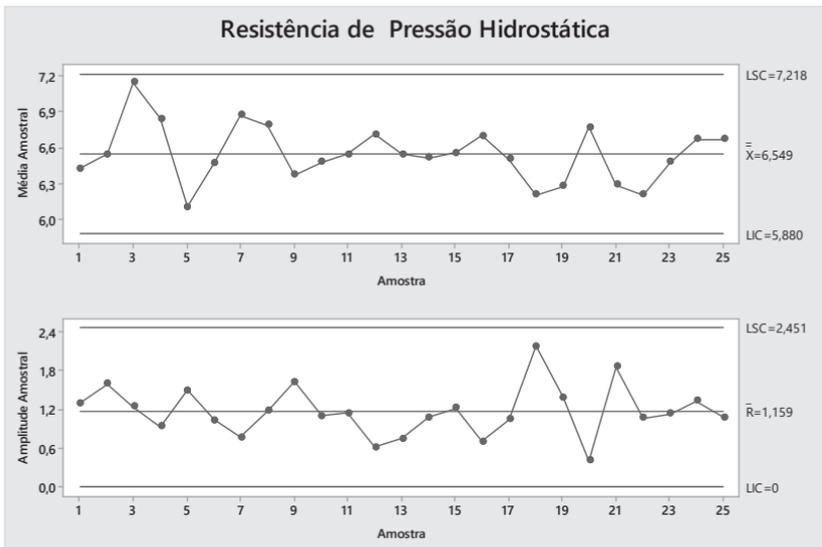
Figura 2.6 | Resistência de pressão hidrostática – gráfico da média



Fonte: elaborada pelo autor.

Plotando-se as médias e amplitudes dos subgrupos utilizados para a avaliação do novo processo, observa-se que todas as regras sensibilizantes para gráficos de controle foram atendidas. Assim como ambos os gráficos (\bar{X}, R) demonstram estar sob controle. Conclui-se que o processo está sob controle nos níveis naturais, e os limites calculados podem ser utilizados para monitorar o processo.

Figura 2.7 | Resistência de pressão hidrostática – gráfico da média e da amplitude combinados



Fonte: elaborada pelo autor.

A elaboração do Gráfico da Média e do Desvio-Padrão (\bar{X}, s) segue aproximadamente a mesma seqüência de etapas que a dos gráficos (\bar{X}, R), exceto que, para cada subgrupo, calcula-se a média amostral (\bar{X}) e o desvio-padrão amostral (s). Na Tabela 2.3 apresenta-se um exemplo da aplicação do gráfico (\bar{X}, R). A tabela representa a avaliação da qualidade da espessura de anéis de desgaste utilizados em bombas centrífugas. Cada subgrupo é composto de nove anéis de desgaste.

Tabela 2.3 | Espessura do anel de desgaste

SUBGRUPO	ESPESSURA DO ANEL DE DESGASTE [mm]									\bar{x}_i	s_i
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1	79,60	64,38	69,99	73,36	72,92	84,66	67,66	79,24	82,44	74,92	6,95
2	74,40	77,29	66,68	76,51	76,46	71,58	72,30	70,55	79,86	73,96	4,06
3	69,74	79,32	79,85	69,15	87,27	83,15	79,67	63,26	71,14	75,84	7,82
4	70,92	64,62	65,62	72,30	75,67	68,54	67,47	83,41	83,52	72,45	7,10
5	64,08	67,48	68,14	67,56	73,43	71,56	86,97	73,31	82,72	72,81	7,54
6	75,88	74,87	64,01	66,06	77,31	75,43	67,48	82,21	72,24	72,83	5,93
7	71,19	91,23	91,30	73,51	63,67	60,98	68,65	73,02	63,81	73,04	11,21
8	70,55	65,52	77,07	77,83	80,77	73,85	81,62	77,24	81,25	76,19	5,38
9	84,58	80,42	68,26	70,12	74,82	80,35	81,99	86,16	64,33	76,78	7,73
10	69,68	70,14	68,80	86,18	74,72	88,02	73,41	92,17	70,54	77,07	9,11

11	72,13	78,23	77,52	81,49	78,56	72,28	77,27	76,67	80,68	77,20	3,24
12	74,00	78,30	88,35	77,11	85,53	78,16	76,29	73,42	83,02	79,35	5,17
13	93,18	90,12	70,13	80,97	76,04	75,39	74,44	72,16	66,77	77,69	8,88
14	75,14	72,00	74,69	81,23	68,76	71,80	63,40	69,15	70,68	71,87	4,96
15	54,69	74,90	73,12	66,61	81,28	70,23	77,25	77,32	66,03	71,27	8,02
16	73,69	60,27	77,85	84,28	82,94	89,11	75,92	70,14	74,72	76,54	8,50
17	83,26	69,20	66,15	68,27	65,25	83,61	70,82	62,22	88,37	73,02	9,48
18	74,17	81,21	68,53	73,72	69,10	68,88	80,89	66,26	77,54	73,37	5,58
19	73,48	74,97	62,99	71,06	64,09	74,78	74,69	65,12	62,56	69,31	5,50
20	77,04	66,15	65,32	83,61	73,04	76,32	77,93	84,19	82,74	76,26	7,02
21	80,98	63,08	76,92	75,80	92,30	83,61	68,80	77,20	62,20	75,65	9,74
22	71,97	75,43	86,90	66,11	66,22	76,88	76,46	75,82	83,18	75,44	6,88
23	66,51	88,02	67,64	83,62	78,91	80,36	55,94	76,56	66,27	73,76	10,26
24	74,40	67,31	74,38	65,82	65,52	70,89	70,79	59,61	56,36	67,23	6,22
25	77,48	86,55	74,94	84,45	70,01	69,41	80,74	79,56	81,09	78,25	5,93

Fonte: elaborada pelo autor.

$$\sum \bar{x}_i = 1.862,10$$

$$\sum s_i = 178,18$$

Inicia-se o gráfico calculando o desvio-padrão médio:

$$\bar{s} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i$$

$$\bar{s} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} s_i = \frac{178,18}{25} = 7,13 \text{ mm, a seguir, calcula-se a linha central}$$

e os limites inferior e superior.

$$LIC = B_3 \bar{s}$$

$$LC = \bar{s}$$

$$LSC = B_4 \bar{s}$$

Onde B_3 e B_4 são valores tabulados encontrados na tabela Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis:

$$LIC = B_3 \bar{s} = 0,239 \times 7,13 = 1,70 \text{ mm}$$

$$LC = \bar{s} = 7,13 \text{ mm}$$

$$LSC = B_4 \bar{s} = 1,761 \times 7,13 = 12,55 \text{ mm}$$

Uma vez determinados os parâmetros para o Gráfico do Desvio Padrão calculam-se os parâmetros para o gráfico da média:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{25} \sum_1^{25} \bar{X}_i = \frac{1.862,10}{25} = 74,48mm$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{s}$$

$$LC = \bar{\bar{X}}$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{s}$$

Onde A_3 são valores encontrados na tabela Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis:

$$LIC = 74,48 - 1,032 \times 7,13 = 67,13mm$$

$$LC = \bar{\bar{X}} = 74,48mm$$

$$LSC = 74,48 + 1,032 \times 7,13 = 81,84mm$$

Aplicando as regras sensibilizantes para gráficos de controle, conclui-se que:

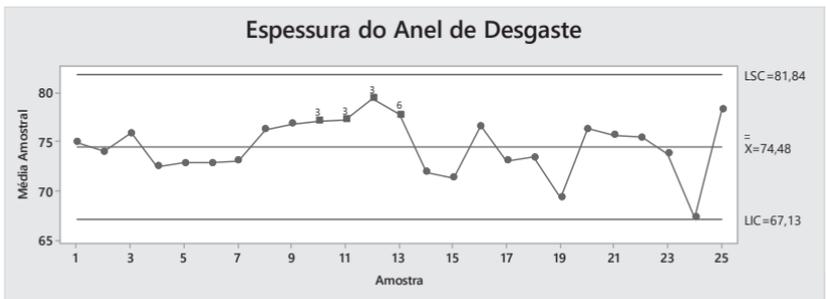
- ✓ 6 pontos consecutivos, todos crescentes ou todos decrescentes, iniciando no subgrupo 7 e terminando no subgrupo 12,
- ✓ 4 de 5 pontos com mais de 1 desvio padrão da linha central (em um mesmo lado da LC), na sequência que se inicia-se no subgrupo 09 a termina no subgrupo 13. Como os limites de controle se encontram a três desvios-padrão da LC, calculamos o intervalo +/- um desvio padrão:

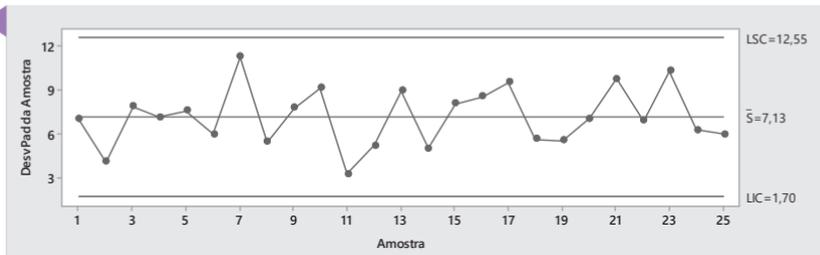
$$LC + \sigma = 74,48 + \left(\frac{81,84 - 74,48}{3} \right) = 76,93$$

$$LC - \sigma = 74,48 - \left(\frac{74,48 - 67,13}{3} \right) = 72,03$$

No intervalo do subgrupo 09 ao 13, os subgrupos 10 ao 13 apresentam valores acima de 76,93, portanto não atende à regra sensibilizante

Figura 2.8 | Espessura do anel de desgaste





Fonte: elaborada pelo autor.

Gráfico da Mediana e da Amplitude (\tilde{X}, R)

Em determinadas condições, monitorar a mediana (\tilde{X}) ao invés da média pode ser vantajoso, primeiramente porque o cálculo da mediana é mais fácil do que o cálculo da média, e, em segundo lugar, porque a mediana apresenta robustez em relação à presença de dados atípicos. Veja o seguinte exemplo, uma amostragem, composta de dois subgrupos S1 e S2, foi realizada visando determinar o tempo de processamento de pedidos de compra de um determinado produto:

Tabela 2.4 | Tempo médio de processamento do pedido de compras

	X1	X2	X3	X4	X5	Média	Mediana
S1	30	32	34	36	38	34	34
S2	30	32	34	36	88	44	35

Fonte: elaborada pelo autor.

Percebe-se que a média foi influenciada pelo dado atípico 88 no subgrupo S2, e, por outro lado, a mediana não foi, visto que considera apenas o ponto central.

A mediana é o valor central de uma amostra, e o procedimento para identificação da mediana é colocar os dados em ordem crescente e identificar o valor central.

Em função disso, muitas vezes, o monitoramento da mediana é feito plotando em uma carta de controle todos os valores individuais, pois, dessa forma, eles ficam automaticamente em ordem crescente, e assinalando o valor mediano. Para esse procedimento ser prático, o subgrupo deve ser pequeno e com tamanho ímpar, por exemplo, 3, 5 ou 7 (RIBEIRO; CATEN, 2012).

A construção e interpretação do Gráfico da Mediana e da Amplitude (\bar{X}, R) é bastante similar à construção do gráfico (\bar{X}, R), e os seus parâmetros são calculados da seguinte forma:

Linha central

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$LC_{\bar{R}} = \bar{\bar{R}}$$

Limites de controle

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \tilde{A}_2 \bar{\bar{R}}$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \tilde{A}_2 \bar{\bar{R}}$$

$$LIC_R = D_3 \bar{\bar{R}}$$

$$LSC_R = D_4 \bar{\bar{R}}$$

Tabela 2.5 | Valores da constante \tilde{A}_2

Tamanho do Subgrupo	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\tilde{A}_2	1,880	1,187	0,796	0,691	0,548	0,508	0,433	0,412	0,362

Fonte: adaptado de AIAG (2005, p. 182).



Exemplificando

Imagine que um dos objetivos de um plano de saúde é melhorar o controle da pressão arterial (PA) de um grupo de risco de seus clientes. Primeiro, os dados sobre pacientes com hipertensão que estão e não estão no controle seriam retirados retrospectivamente de seus registros médicos e de outras fontes disponíveis, por exemplo, a medição da PA em casa pelo paciente. Para estabelecer uma variação normal, o avaliador planejará a proporção de pacientes com hipertensão no controle a cada semana durante 24 semanas antes do início da intervenção usando o Gráfico da Média e Amplitude (\bar{X}, R).

Depois que os profissionais envolvidos começam as intervenções para melhorar o controle da PA, o gráfico será examinado de forma contínua buscando variação de causa especial, definida pelas regras sensibilizantes para gráficos de controle.

Se as intervenções forem bem-sucedidas, o gráfico mostrará uma variação de causa especial, como um aumento na média de pacientes

com PA controlada. Se a melhoria for sustentada ao longo do tempo, espera-se ver um novo nível de sucesso médio maior (uma nova linha média) e estabilidade, ou apenas variação normal em torno desta nova linha média. Os limites de controle também podem tornar-se mais fechados, indicando uma variação aleatória reduzida na proporção com PA controlada devido à intervenção mais padronizada para controle da PA. Reduzir a variação na entrega de serviços é um princípio básico de fornecer cuidados altamente confiáveis.



Pesquise mais

Leia o interessante artigo "Aplicação do controle estatístico de processo em uma empresa do setor avícola" (p. 46-59), no qual os autores tratam sobre o controle do processo relativo à preparação das carcaças de frango.

GIRON, Elizabeth et al. Aplicação do controle estatístico de processo em uma empresa do setor avícola. **RAI – Revista de Administração e Inovação**, São Paulo, USP, v. 10, n. 4, dez. 2013. Trimestral. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/rai/article/view/79343/83414>>. Acesso em: 15 out. 2017.

Sem medo de errar

Considerando o tamanho dos subgrupos e que os subgrupos são de tamanhos variados, a melhor opção é o Gráfico da Média e do Desvio-Padrão (\bar{X}, s)

$$\bar{s} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} s_i = \frac{1,7375}{25} = 0,0695$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} \bar{X}_i = \frac{174,93}{25} = 6,9972$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{s} \Rightarrow LIC = 6,9972 - 1,427 \times 0,0695 = 6,8981$$

$$LC = \bar{\bar{X}} = 6,9972$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{s} \Rightarrow LSC = 6,9972 + 1,427 \times 0,0695 = 7,0964$$

$$LIC = B_3\bar{s}$$

$$LC = \bar{s}$$

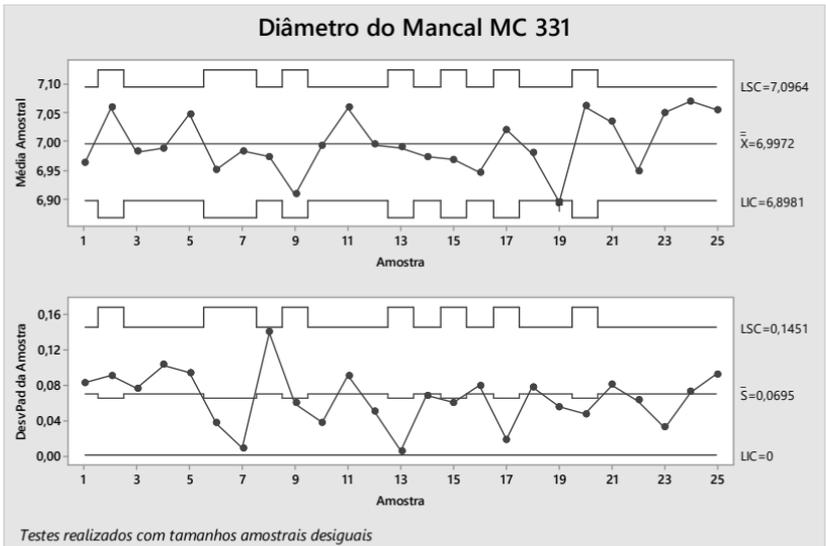
$$LSC = B_4\bar{s}$$

$$LIC = B_3\bar{s} = 0 \times 0,0695 = 0$$

$$LC = \bar{s} = 0,0695$$

$$LSC = B_4\bar{s} = 2,089 \times 0,0695 = 0,1451$$

Figura 2.9 | Diâmetro do Mancal MC 331



Fonte: elaborada pelo autor.

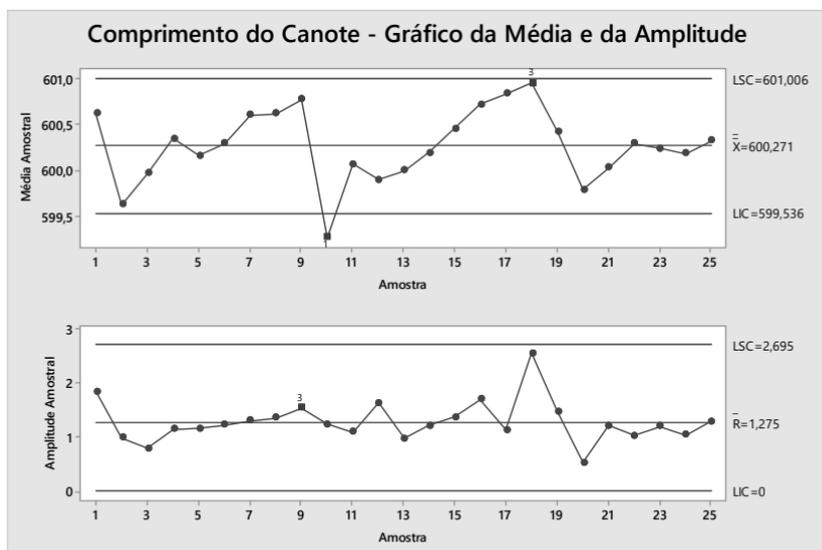
Um ponto mais que 3,00 desvios-padrão da linha central. O teste falhou no ponto: 19. Isso é uma indicação de que nessa amostra houve uma variação atípica em relação à medida de posição, nesse caso, é necessário iniciar um processo de investigação para identificar a causa dessa variação.

Controlando o canote

Descrição da situação-problema

Um fabricante de bicicleta implementou o CEP em uma de suas unidades fabris. Uma das características de controle selecionada foi o comprimento do canote do selim. Os operadores das células, onde é fabricado o canote, retiram amostras de 5 unidades (subgrupos) 5 vezes ao dia. Os gráficos a seguir apresentam os resultados das últimas 25 amostras.

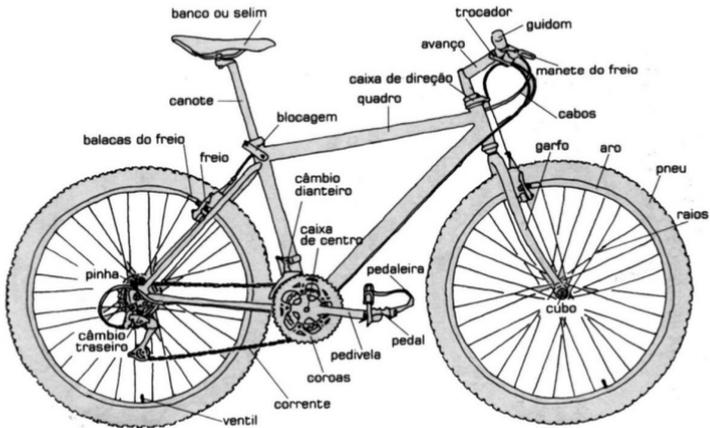
Figura 2.10 | Comprimento do canote - Gráfico de Média e da Amplitude



Fonte: elaborada pelo autor.

Considerando os gráficos da média e da amplitude apresentados, quais conclusões você pode tirar?

Figura 2.11 | Componentes de uma bicicleta



Fonte: Seligalink (2017, p. 1).

Resolução da situação-problema

Resultados do teste para o Gráfico \bar{X}

TESTE 1: um ponto mais que 3,00 desvios-padrão da linha central. O teste falhou nos pontos: 10.

TESTE 3: seis pontos consecutivos, todos crescentes ou todos decrescentes. O teste falhou nos pontos: 18.

TESTE 5: dois de três pontos com mais de 2 desvios padrão da linha central (em um lado da LC). O teste falhou nos pontos: 18.

Resultados do teste para a o Gráfico R

TESTE 3: seis pontos consecutivos, todos crescentes ou todos decrescentes. O teste falhou nos pontos: 9.

Considerando os resultados, pode-se afirmar que o processo está fora de controle, apresentando causas especiais. É necessária a tomada de ações corretivas visando eliminação das causas especiais.

Faça valer a pena

1. Controle Estatístico de Processos (CEP) é uma técnica bastante difundida no Brasil, principalmente no meio industrial.

A respeito disso, observe as seguintes afirmações:

I. Causas comuns acarretam mudanças na qualidade, as quais podem ser reduzidas, mas nunca inteiramente eliminadas.

II. Causas assinaláveis são inerentes ao processo produtivo, e, portanto, não podem ser reduzidas.

III. Um gráfico de controle apresentará as causas comuns localizadas fora dos limites superior e inferior de controle, indicando um processo fora de controle.

Considerando as assertivas acima, assinale a alternativa correta.

- a) Somente a afirmação II está correta.
- b) Somente a afirmação I está correta.
- c) Somente a afirmação III está correta.
- d) I e II estão corretas.
- e) I e III estão corretas.

2. Um fabricante de produtos de limpeza utiliza o CEP. Para a linha de desinfetantes, foram calculados os limites de controle superior e inferior, respectivamente, 975 e 1025. Na última amostra de 200 observações, 26 foram detectados como não conforme.

Como os limites são calculamos representando $\pm 3\sigma$, temos _____ de certeza de que o processo está _____.

- a) 99,74%; sob controle.
- b) 99,74%; fora de controle.
- c) 0,26%; fora de controle.
- d) 0,26%; capaz.
- e) 99,74%; capaz.

3. Uma organização controla o tempo de respostas a emergência por meio de um Gráfico da Média e Amplitude (\bar{X}, R), os gráficos são compostos por 25 subgrupos, com 5 amostras cada subgrupo. Os seguintes parâmetros foram calculados. $\bar{\bar{X}} = 33,6$ e $\bar{R} = 6,20$. O último subgrupo amostrado apresentou os seguintes valores, 36, 43, 37, 25 e 38.

Constantes: $D_3 = 0; D_4 = 2,114; A_2 = 0,577$

Considerando os valores do último subgrupo, pode-se afirmar que:

- a) Tanto a média como a amplitude estão dentro dos limites de controle.
- b) Tanto a média como a amplitude estão fora dos limites de controle.
- c) Apenas a média está dentro dos limites de controle.
- d) Apenas a amplitude está dentro dos limites de controle.
- e) Com as informações fornecidas não é possível determinar se a média e amplitude estão dentro ou fora dos limites de controle.

Seção 2.2

Gráficos de controle para atributos - parte I

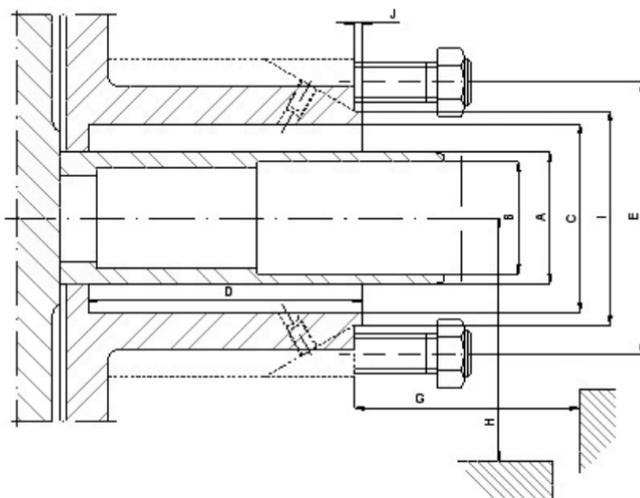
Diálogo aberto

Olá, estimado aluno!

Na seção anterior, estudamos os Gráficos de Controle para Variáveis, porém, muitas vezes, devido à impossibilidade de controlar uma variável do processo ou sendo mais prático controlar a variável como atributo, temos a necessidade de utilizar Gráficos de Controle específicos para esse fim. Nesta seção, vamos explorar os Gráficos de Controle para atributos: Gráfico de Proporção de Não Conforme (Gráfico p), Gráfico de Unidades Não Conforme (Gráfico np), Gráfico da Taxa de Não Conformidade por Unidade (Gráfico u) e Gráfico do Número de Não Conformidade por Unidade (Gráfico c). Quando se controla a característica da qualidade de um produto ou processo por meio de atributos, perdemos informações se comparado ao controle da qualidade por variáveis. Porém nem sempre temos uma variável para controlar, e a facilidade do controle por atributos compensa essa perda de informação.

Logo depois de avaliar a implementação do CEP na fabricação e controle do Mancal MC331, você e sua equipe se deslocaram para a unidade onde é fabricada a Luva do Eixo LV061. Toda a preparação para o início de coleta de dados já foi realizada, porém ainda não foram definidos os gráficos de controle. Nessa célula, são fabricados diversos tipos de luvas, dada a criticidade da aplicação, as luvas são controladas em diversas características dimensionais representadas na Figura 2.11. Os resultados do número de não conformidades, encontrados por meio de autocontrole em cada amostra, é apresentado na tabela a seguir:

Figura 2.12 | Luva LV061 – características de controle dimensional



Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 2.6 | Número de luvas não conformes

Amostra	Número NC								
1	2	6	3	11	2	16	1	21	2
2	2	7	8	12	2	17	2	22	2
3	5	8	2	13	1	18	1	23	2
4	3	9	1	14	0	19	9	24	2
5	0	10	3	15	1	20	4	25	1

Meio de Medição: Conforme Plano de Controle PCLV061

Fonte: elaborada pelo autor.

De posse dos dados, você e sua equipe devem:

- 1) Definir o gráfico que será utilizado.
- 2) Construir o Gráfico de Controle.
- 3) Interpretar os resultados.

Para resolver essa situação-problema você deve utilizar o conhecimento adquirido de como selecionar um Gráfico de Controles para Atributos, construí-lo e interpretá-lo.

Os Gráficos de Controle para Atributos são muito utilizados na prática, e dominar sua seleção, construção e interpretação é bastante importante para o profissional que atua na área da qualidade. Agora, é com você, vamos lá?

Como já vimos na seção anterior, foram apresentados os principais Gráficos de Controle para Variáveis, e, como foi visto, esses gráficos têm uma vasta gama de possibilidades de aplicação. Na prática, nem todas as características da qualidade de um produto ou processo podem ser expressas como variáveis. Tomemos como exemplo um fabricante de medicamentos que controla a característica da qualidade “presença da bula na caixa”, neste caso, a característica de controle é classificada como atributo.

O controle da qualidade por atributos, de modo geral, não fornece tantas informações como o controle da qualidade por variáveis, porque o conjunto de informações que podem ser obtidas na análise de variáveis é maior do que a simples classificação de conforme ou não conforme.

O CEP tem um conjunto de Gráficos de Controle utilizados para o controle da qualidade por atributos, nesta seção, serão apresentados os principais.

O **Gráfico de Proporção de Não Conforme (Gráfico p)** exibe a relação entre o número de itens não conformes em uma população e o total de itens que compõem a população. O Gráfico p tem sua base estatística na distribuição binomial. A fração não conforme pode ser expressa na forma decimal ou em porcentagem, sendo que este último tem uma aceitação mais intuitiva para quem o lê.

Muitas vezes, são estabelecidas especificações que determinam qual deve ser a probabilidade p de que um item seja não conforme, visando controlar a viabilidade financeira do processo e evitar a produção de um alto número de itens não conforme.

Caso a verdadeira fração não conforme, p , no processo, seja conhecida, ou seja, determinado um valor-padrão especificado, temos:

$$LIC = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$LC = p$$

$$LSC = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Em função dos valores de p e n , poderá acontecer que $LIC < 0$. Quando isso ocorre assume-se $LIC = 0$ e considera-se que o Gráfico p terá apenas um limite, nesse caso LSC.

O Gráfico p é construído coletando amostra subsequentes de tamanho n , determinando o número de itens não conformes na amostra, dividindo pelo tamanho da amostra e plotando no gráfico a fração não conforme.

A interpretação do Gráfico p é obtida aplicando as seguintes regras:

Regra 1: um ponto a mais do que 3σ da linha central.

Regra 2: nove pontos em uma linha no mesmo lado da linha central.

Regra 3: seis pontos em uma linha, todos crescentes ou todos decrescentes.

Regra 4: quatorze pontos em uma linha, alternando para cima e para baixo.

(KARATSU; IKEDA, 1987).



Refleta

Para gráficos de controle de atributos, como foi visto, quatro testes podem ser realizados para avaliar a estabilidade do processo.

O uso desses testes aumenta simultaneamente a sensibilidade do gráfico de controle. No entanto, é importante determinar o propósito e o valor agregado de cada teste porque a taxa de alarme falso – considerar uma causa comum como especial e vice-versa – aumenta à medida que mais testes são adicionados ao gráfico de controle.

Devemos sempre utilizar os quatro testes? Se não, quando utilizar um subconjunto deles?

Quando a fração não conforme do processo, p , não é conhecida, estima-se a partir dos dados observados. O procedimento usual é a seleção de m amostras preliminares, cada uma de tamanho n . Como regra geral, m deve ser, de, 20 a 25. Os parâmetros são calculados da seguinte forma:

$$LIC = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$
$$LC = \bar{p}$$

$$LSC = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Se o tamanho dos subgrupos for variável, o desvio-padrão é variável e, por consequência, os limites de controle também, gerando uma carta com limites de controle que serão apresentados em formas de degraus.

Caso a diferença nos tamanhos de amostras for pequena (< 25%), pode-se usar a média dos tamanhos de amostras. Assim sendo, o desvio-padrão será calculado usando-se: (RIBEIRO; CATEN, 2001).

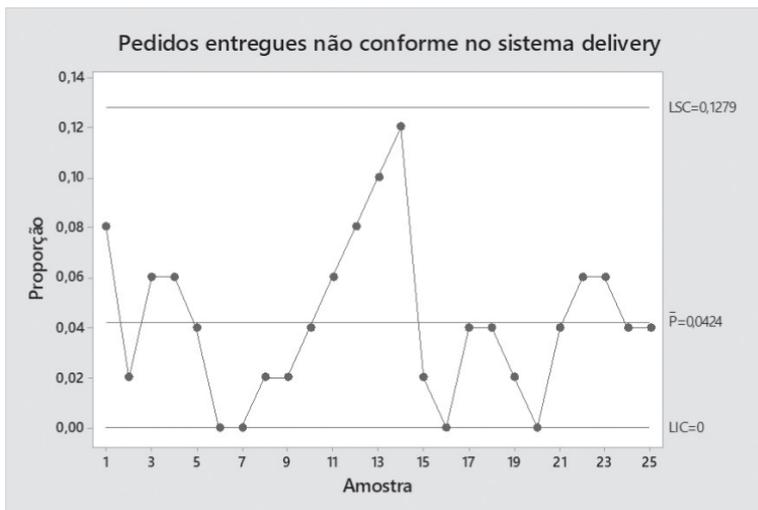
$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$



Exemplificando

Um gerente de restaurante decide controlar o número de pedidos não conforme, aqueles que não estão de acordo com as especificações, entregues no sistema delivery. Para isso coleta amostra de tamanho de 50 pedidos relativos à quantidade entregue por hora nos horários de pico. Após coletar 50 amostras o gerente cria um gráfico p para analisar o processo.

Figura 2.13 | Gráfico p – pedidos entregues não conformes no sistema delivery



Fonte: elaborada pelo autor.

Ao analisar o gráfico, o gerente identifica um padrão não aleatório, seis pontos em uma linha, todos crescentes, amostras 09 a 14 (TESTE 3), o que representa a presença de causas especiais.

Após aplicar um método de análise de problemas, ele identifica que a reclamação mais recorrente era a falta do envio da sobremesa que o cliente tem direito ao comprar um determinado combo. Essa não conformidade tinha como causa primária uma falha aleatória no sistema de pedidos que não associava a sobremesa ao combo. Após a intervenção do departamento de Tecnologia da Informação, o problema é sanado e o processo volta ao estado sob controle, como pode ser visto a partir da amostra 16.

○ **Gráfico de Unidades de Não Conforme (Gráfico np)** tem a fundamentação equivalente ao Gráfico p, porém, ao invés de controlar a proporção de não conformes, é controlado o número de não conformes. Muitas vezes, os usuários consideram o Gráfico np de mais fácil interpretação do que o Gráfico p, porque não há necessidade de calcular a porcentagem de defeitos. Os parâmetros do Gráfico np são calculados da seguinte forma:

$$LSC = np + 3\sqrt{np(1-p)}$$

$$LC = np;$$

$$LIC = np - 3\sqrt{np(1-p)}$$

○ **Gráfico do Número de Não Conformidades (Gráfico c)** monitora o número de não conformidades (defeitos) verificados em uma unidade de inspeção. Sua construção supõe que o número de defeitos por unidade inspecionada tem a distribuição de Poisson, a qual foi estudada na Unidade 1, com parâmetro c. Os termos **não conforme** e **não conformidade**, não são sinônimos e, portanto, é muito importante conhecer a diferença entre eles. O termo **não conforme** refere-se ao produto defeituoso e o termo **não conformidade** refere-se aos defeitos apresentados em um produto.

○ Gráfico c é indicado quando se deseja controlar os defeitos que estão presentes ao longo de um meio contínuo, ressaltando que um produto pode apresentar mais de um tipo de defeito. Alguns exemplos da aplicação do Gráfico c são: número de falhas por área de uma placa de madeira, número de imperfeições por metro linear de um condutor elétrico etc. (RIBEIRO; CATEN, 2001).

Os parâmetros do Gráfico c são calculados da seguinte forma:
Inicialmente, calcula-se o número médio de não conformidades:

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{k} = LC$$

$$\sigma_c = \sqrt{\bar{c}}$$

Onde:

c_i é o número de não conformidades na amostra i .

K é o número de subgrupos.

LC: Linha Central

Em seguida, calcula-se o limite inferior e superior de controle:

$$LIC = \bar{c} - 3\sigma_c$$

$$LSC = \bar{c} + 3\sigma_c$$



Exemplificando

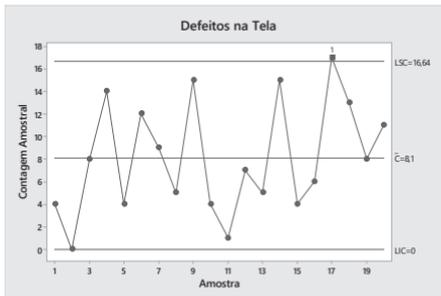
Um fabricante de smartphone controla o número de defeitos na tela dos smartphone ao longo do processo de fabricação. A tabela a seguir apresenta o resultado de 20 amostras ao longo de um turno de produção.

Tabela 2.7 | Número de defeitos por tela

Amostra	c	Amostra	c	Amostra	c	Amostra	c
1	4	6	12	11	1	16	6
2	0	7	9	12	7	17	17
3	8	8	5	13	5	18	13
4	14	9	15	14	15	19	8
5	4	10	4	15	4	20	11

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 2.14 | Gráfico c – defeitos na tela



Fonte: elaborado pelo autor.

Analisando o gráfico, percebe-se que a amostra 17 falhou no teste 1, apresentando um ponto a mais do que 3σ da linha central.

○ **Gráfico do Número de Não Conformidades por Unidade (Gráfico u)** monitora o número de não conformidades por unidade produzida. É similar ao Gráfico c , exceto que o número de não conformidade é expresso em relação a cada unidade e as amostras não precisam ter o mesmo tamanho.

Inicialmente, calcula-se o número médio de não conformidades por unidade:

$$\bar{\mu} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

$$\sigma_{\mu i} = \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{n_i}}$$

Onde:

c_i é o número de não conformidades na amostra i .

n_i é o tamanho da amostra i e k é o número de subgrupos.

Em seguida, calcula-se o limite inferior e superior de controle:

$$LIC = \bar{\mu} - 3\sigma_{\mu i}$$

$$LSC = \bar{\mu} + 3\sigma_{\mu i}$$

Caso haja tamanhos de subgrupos diferentes, consequentemente haverá diferenças nos limites de controle, que serão apresentados em formas de degraus.

Caso a diferença nos tamanhos de amostras for pequena ($< 25\%$), pode-se usar a média dos tamanhos de amostras. Assim sendo, o desvio-padrão será calculado, usando-se:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\bar{n}}}$$

Onde:

$\bar{\mu}$ número médio de não conformidades por unidade.

\bar{n} tamanho médio das amostras.



Exemplificando

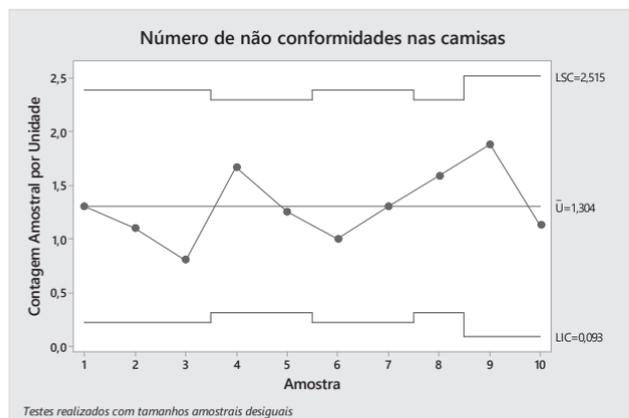
Um fabricante de camisas controla a qualidade das camisas, antes da expedição para o cliente final, coletando amostras aleatórias. As camisas são inspecionadas e o número de não conformidades encontradas são registradas e controladas por meio de um Gráfico u apresentado na figura a seguir:

Tabela 2.8 | Número de não conformidades nas camisas

Lote	n ^o de unidades amostradas	n ^o de não conformidades	n ^o de não conformidades por unidade
1	10	13	1,30
2	10	11	1,10
3	10	8	0,80
4	12	20	1,67
5	12	15	1,25
6	10	10	1,00
7	10	13	1,30
8	12	19	1,58
9	8	15	1,88
10	8	9	1,13

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 2.15 | Número de não conformidade nas camisas



Fonte: elaborado pelo autor.

Como pode-se observar no gráfico, os limites de controle são calculados para cada tamanho de amostra. Uma opção, menos precisa, porém, mais fácil, seria calcular os limites de controle fixos da seguinte forma:

$$\sigma_{\mu} = \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\bar{n}}} = \sqrt{\frac{1,304}{10,2}} = 0,357$$



Assimile

Existem quatro condições que devem ser atendidas para utilizar um gráfico de controle **c** ou **u**:

- ✓ As contagens devem ser contagens discretas. Por exemplo: cada bolha que ocorre em um para-brisa.
- ✓ As contagens devem ocorrer em uma região bem definida de espaço ou tempo. Por exemplo: um para-brisa é uma região bem definida do espaço onde as bolhas podem ocorrer.
- ✓ As contagens são independentes umas das outras e a probabilidade de uma contagem é proporcional ao tamanho da área de oportunidade. Por exemplo: a probabilidade de encontrar uma bolha em um para-brisa não está relacionada com qual parte do para-brisa é selecionado.
- ✓ As contagens são raras em comparação com a oportunidade. Por exemplo: a oportunidade para que as bolhas ocorram no para-brisa é grande, mas o número real que ocorre é pequeno.

Se essas condições forem atendidas, a distribuição de Poisson pode ser usada para modelar o processo. Essa distribuição é usada para exemplificar o número de ocorrências de um evento raro quando o número de oportunidades é grande, mas a probabilidade de um evento raro é pequena.

Organize os boxes seguintes no local do texto em que você considerar mais adequado, inclusive alterando a ordem se preferir (MONTGOMERY, 2016).



Pesquise mais

A literatura sobre gráficos de controle possui seu foco voltado principalmente para a aplicação em processos produtivos discretos, sendo raros os estudos que focam em processos de produção em rede.

Desta forma, visando contribuir para o esclarecimento da aplicação de gráficos de controle em processos em rede, o artigo aqui indicado realiza um estudo sobre sua aplicação em um processo de saturação de papel. Como resultado, este trabalho traça algumas considerações principalmente com relação à coleta de dados, ao cálculo dos limites e à construção dos gráficos de controle.

Leia o artigo indicado no link a seguir sobre a aplicação de gráficos de controle em processos de saturação de papel.

REBELATO, M. G. et al. Estudo sobre a aplicação de gráficos de controle em processos de saturação de papel. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 13, nov. 2006, Bauru. Anais eletrônicos... Bauru, Unesp: 2006. Disponível em: <http://www.simpep.feb.unesp.br/anais/anais_13/artigos/820.pdf>. Acesso em: 28 out. 2017.

Sem medo de errar

Vamos resolver a situação-problema?

Você e sua equipe se deslocaram para a unidade onde é fabricada a Luva do Eixo LV061. Toda a preparação para o início de coleta de dados já foi realizada, porém ainda não foram definidos os gráficos de controle. Nessa célula, são fabricados diversos tipos de luvas, e dada a criticidade da aplicação, as luvas são controladas em diversas características dimensionais.

Os resultados do número de não conformidades, encontrados por meio de autocontrole em cada amostra, é apresentado na tabela a seguir:

Tabela 2.9 | Números de não conformidades apresentadas nas amostras das luvas

Amostra	Número NC								
1	2	6	3	11	2	16	1	21	2
2	2	7	8	12	2	17	2	22	2
3	5	8	2	13	1	18	1	23	2
4	3	9	1	14	0	19	9	24	2
5	0	10	3	15	1	20	4	25	1

Fonte: elaborada pelo autor.

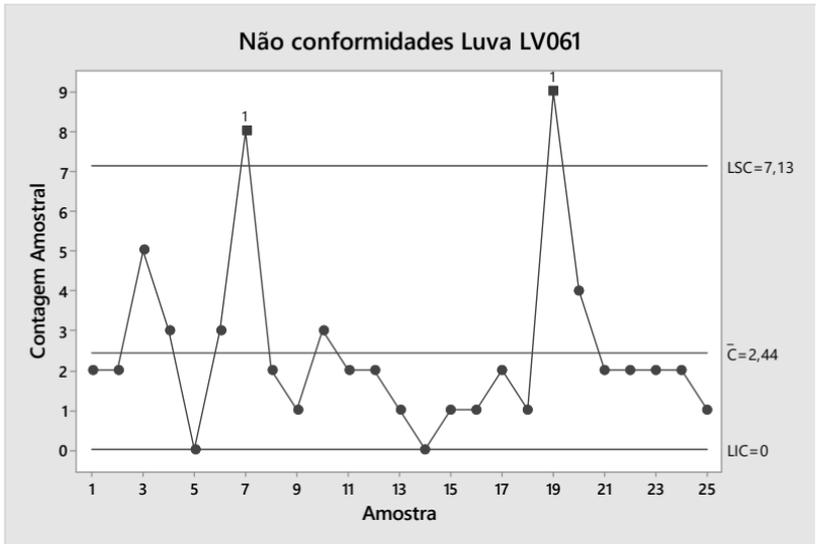
a) Definir o gráfico ser utilizado.

Como temos a informação do número de não conformidades podemos utilizar o Gráfico do Número de Não Conformidades (Gráfico c).

b) Construir o Gráfico de Controle.

Gráfico: Não conformidade Luva

Figura 2.16 | Não conformidades Luva LV061



Fonte: elaborada pelo autor.

c) Interpretar os resultados.

TESTE 1: um ponto mais que 3,00 desvios-padrão da linha central.
O teste falhou nos pontos: 7; 19

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{k} = \frac{2 + 2 + 5 + \dots + 1}{25} = 2,44 = LC$$

$$\sigma_c = \sqrt{\bar{c}} = \sqrt{2,44} = 1,562$$

$$LIC = \bar{c} - 3\sigma_c = 2,44 - 3 \times 1,562 = 0$$

$$LSC = \bar{c} + 3\sigma_c = 2,44 + 3 \times 1,562 = 7,13$$

Kits produtos de higiene pessoal

Descrição da situação-problema

Um fabricante de produtos de higiene pessoal inspeciona o kit após o processo de montagem (amostras com $n = 25$), e os resultados são apresentados na tabela a seguir. Construa um Gráfico p para estes dados e interprete-o:

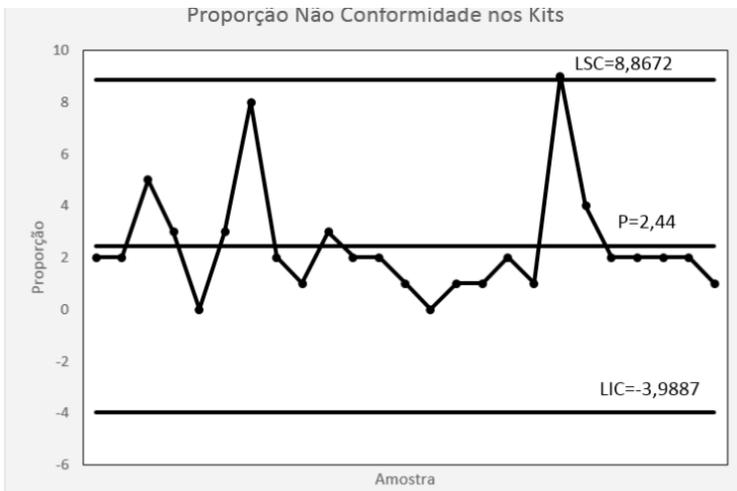
Tabela 2.10 | Números de não conformidades apresentadas nas amostras dos produtos

Amostra	Número NC								
1	2	6	3	11	2	16	1	21	2
2	2	7	8	12	2	17	2	22	2
3	5	8	2	13	1	18	1	23	2
4	3	9	1	14	0	19	9	24	2
5	0	10	3	15	1	20	4	25	1

Fonte: elaborada pelo autor.

Resolução da situação-problema

Gráfico 2.1 | Proporção não conformidade nos kits



Fonte: elaborada pelo autor.

Processo sob controle, nenhum ponto infringindo nenhum dos 4 testes.

$$LC = \bar{p} = \frac{2+2+5+\dots+1}{25} = 2,44$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 2,1424$$

$$LIC = p - 3\sigma = 2,44 - 3 \times 2,1424 = -3,9887$$

$$LSC = p + 3\sigma = 2,44 + 3 \times 2,1424 = 8,8672$$

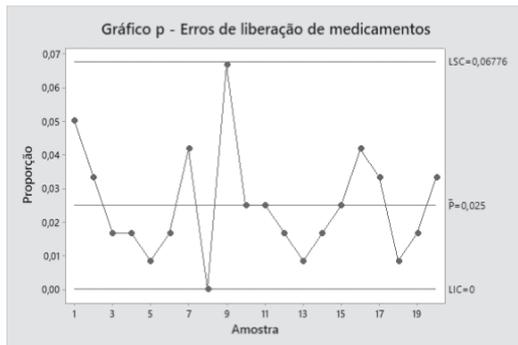
Faça valer a pena

1. Um processo de fundição possui várias características da qualidade que devem ser controladas, sendo impraticável controlar todas. Após analisar a melhor forma de controlar a qualidade, um fabricante resolve então controlar a proporção de não conformidades por lote no final do processo.

Considerando a característica da qualidade controlada, qual o Gráfico de Controle que deve ser utilizado?

- a) Gráfico p .
- b) Gráfico c .
- c) Gráfico u .
- d) Gráfico do farol.
- e) Gráfico CUSUM.

2. Um hospital controla o número de erro referente à liberação de medicamentos pela farmácia por meio de um Gráfico p . Os resultados são apresentados no gráfico a seguir:



Fonte: elaborada pelo autor.

Considerando o gráfico apresentado, é correto afirmar que:

- a) O processo infringiu o Teste 1.
- b) O processo infringiu o Teste 2.
- c) O processo infringiu o Teste 1 e 2.
- d) O processo infringiu o Teste 3.
- e) O processo está sob controle.

3. Um subsistema é inspecionado e o número de defeitos registrado. Um novo grupo de montadoras começou a trabalhar na manhã de segunda-feira. O número de defeitos por subsistema para os 10 primeiros produzidos foi: 3, 2, 0, 5, 4, 6, 0, 7, 7 e 6.

Quais são os limites superior e inferior para o Gráfico *c*?

- a) 5 e 0.
- b) 10 e 0.
- c) 1,12 e 0.
- d) 7 e 3.
- e) 8 e 2.

Seção 2.3

Gráficos de controle para atributos – parte II

Diálogo aberto

Olá, estimado aluno!

Nesta seção, vamos explorar os Gráficos de Controle para aplicações específicas: Gráfico dos Deméritos, Gráfico de Controle de Semáforo, Gráficos de Controle para Pequenos Lotes, Gráfico CUSUM (Soma Cumulativa).

Os Gráficos de Controle para Variáveis e para Atributos vistos anteriormente têm uma ampla gama de aplicação, porém, em algumas situações específicas, busca-se controlar as características da qualidade de forma mais simples ou de forma mais específica. Nesta seção, serão apresentados alguns Gráficos de Controle que servem a esse propósito.

O próximo processo que você e sua equipe avaliaram foi o recebimento das carcaças das bombas, as quais estão fundidas em aço inoxidável. No recebimento da carcaça, o fornecedor envia apenas um corpo de prova para realização de ensaios mecânicos. Uma das características importantes no controle da qualidade no tocante aos ensaios mecânicos é a “resistência ao escoamento”. Os lotes recebidos são em média de 5 carcaças, porém, devido ao custo, somente uma unidade é submetida aos ensaios mecânicos e são controlados por meio do CEP.

Os resultados levantados nos últimos 25 ensaios são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 2.11 | Resultados do ensaio de escoamento para as carcaças CAR117

Amostra	Resistência ao Escoamento [Mpa]								
1	676	6	687	11	678	16	678	21	681
2	682	7	690	12	681	17	680	22	680
3	683	8	680	13	680	18	683	23	675
4	685	9	682	14	680	19	675	24	677
5	686	10	677	15	681	20	692	25	674

Fonte: elaborada pelo autor.

De posse dos dados, você e sua equipe devem:

- 1) Definir o gráfico ser utilizado.
- 2) Construir o Gráfico de Controle.
- 3) Interpretar os resultados.

Para resolver essa situação-problema, você deverá ter conhecimento de como escolher o gráfico de controle apropriado, como construí-lo e interpretá-lo.

Agora é com você! Vamos lá?

Não pode faltar

Vamos considerar o caso de um produto que pode apresentar vários tipos de não conformidades de diferente importância. Pode ser interessante nesta situação usar um método que leve em consideração um peso diferente que é atribuído às diferentes classes de não conformidade. Um número de demérito é atribuído a cada classe, e o número de deméritos de uma amostra é a soma dos produtos do número de não conformidades de cada classe pelo número de deméritos correspondentes a essa classe. Você pode controlar o número de deméritos por amostra em um gráfico de controle, que é chamado de **Gráfico Controle dos Deméritos – Gráfico (d)**.

Considere, para simplificar, que um produto pode apresentar quatro tipos de não conformidades. Atribui-se a cada classe um número de deméritos w , que geralmente será um número inteiro positivo. Se uma amostra apresenta c_1 , c_2 , c_3 e c_4 não conformidades de cada classe, respectivamente, o número de deméritos dessa amostra será:

$$d = w_1c_1 + w_2c_2 + w_3c_3 + w_4c_4$$

O parâmetro d não segue uma distribuição de Poisson, como no Gráfico e não podemos usar o mesmo valor estimado para a média e variância. A média de d é estimada pela média do número de defeitos das amostras sucessivas:

$$\bar{d} = w_1\bar{c}_1 + w_2\bar{c}_2 + w_3\bar{c}_3 + w_4\bar{c}_4 \quad \text{ou} \quad \bar{d} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_k}{k}$$

Se é possível assumir que a ocorrência de um tipo de não conformidade é independente da ocorrência de outros tipos, o desvio-padrão de d pode ser estimado por:

$$\sigma = \sqrt{w_1^2 \bar{c}_1 + w_2^2 \bar{c}_2 + w_3^2 \bar{c}_3 + w_4^2 \bar{c}_4} \quad \text{ou} \quad \sigma_d = \sqrt{\bar{d}}$$

A linha central está localizada em \bar{d} e os limites de controle são obtidos:

$$\bar{d} \pm 3\sigma$$

Tudo o que se aplica ao Gráfico (d) se aplica a um Gráfico do Número de Não Conformidades (Gráfico c) (PONSATI; CAMPOS, 2002).



Refleta

Considere que um fabricante de motocicletas controla o resultado de auditoria do produto por meio de um Gráfico (d). Os resultados são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 2.12 | Defeitos ponderados por moto

Moto	Defeitos leves			Deméritos	Moto	Defeitos leves			Deméritos	Moto	Defeitos leves			Deméritos		
	peso	peso	Peso			peso	peso	peso			peso	peso	peso		peso	peso
1	0	0	0	0	11	1	1	1	10	21	1	1	1	10		
2	1	1	1	10	12	0	0	0	0	22	0	0	0	0		
3	1	0	0	1	13	1	1	1	10	23	1	0	0	1		
4	0	0	0	0	14	0	0	0	0	24	1	1	0	4		
5	0	0	0	0	15	0	0	0	0	25	1	1	0	4		
6	0	0	0	0	16	0	0	0	0							
7	0	0	0	0	17	1	0	0	1							
8	0	0	0	0	18	1	0	0	1							
9	0	0	0	0	19	0	0	0	0							
10	1	0	0	1	20	0	0	0	0							

Fonte: elaborada pelo autor.

Construa o Gráfico (d), interprete-o e compare com um Gráfico (c). Quais as suas conclusões?

O **Gráfico de Controle de Semáforo** é um Gráfico de Pré-controle dividido em zonas que refletem o comportamento do processo. As zonas são associadas às cores do semáforo: verde, amarelo e vermelho.

O Gráfico do Semáforo é frequentemente utilizado para o monitoramento de novos processos, devido à simplicidade da sua construção e interpretação. As zonas são estabelecidas em relação às tolerâncias, o que possibilita um estudo preliminar, antes da definição e implantação dos Gráficos de Controles apropriados (STAPENHURST, 2005).

O Gráfico de Semáforo está baseado na hipótese de que a tolerância do produto ou processo segue uma distribuição normal, portanto, de acordo com as probabilidades associadas à distribuição normal, pode-se determinar se o processo está sob controle estatístico ou não (AIAG, 2005).

As seguintes regras devem ser utilizadas em um sistema de pré-controle:

Dois pontos de dados na zona verde: continue executando o processo.

Um ponto de dados na zona verde e um ponto de dados na zona amarela: continue executando o processo.

Dois pontos amarelos consecutivos (mesma zona): ajuste o processo.

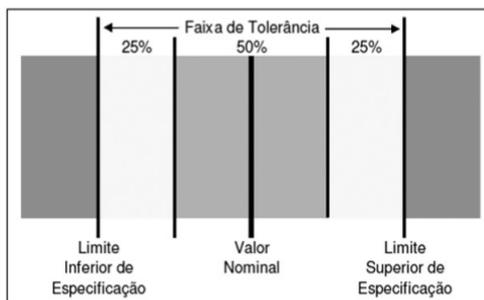
Dois pontos amarelos consecutivos (zona oposta): pare o processo e investigue.

Um ponto de dados vermelho: pare o processo e investigue.

A utilização do Gráfico de Semáforo deve obedecer às seguintes hipóteses:

- ✓ O processo está sob controle estatístico.
- ✓ O desempenho do processo – incluindo a variabilidade de medição – é aceitável.
- ✓ O processo está no alvo.

Figura 2.17 | Gráfico de farol para tolerância bilateral



Fonte: Adaptado de AIAG (2005, p. 105).

O Gráfico de Semáforo não é um Gráfico de Controle do Processo, mas um Gráfico de Controle de não conformidade, portanto, é preciso muito cuidado em sua utilização e interpretação.



Refleta

A utilização do Gráfico de Semáforo com a finalidade de controle de não conformidade, em vez de controle do processo chama-se **Pré-controle**. Essa utilização está baseada em duas hipóteses:

- 1) O processo tem uma função de perda plana.
- 2) O desempenho do processo, incluindo a variabilidade do sistema de medição, é menor ou igual à tolerância.

Como você interpretaria essas duas hipóteses?

O **Gráfico de Controle para pequenos lotes** plota observações de variáveis ou atributos para vários produtos no mesmo gráfico. Os gráficos de controle para pequenos lotes foram desenvolvidos para atender à exigência de que dezenas de medidas de um processo devem ser coletadas antes que os limites de controle sejam calculados. Conhecer este requisito é muitas vezes difícil para as operações que produzem um número limitado de um produto específico durante uma produção.

Por exemplo, uma fábrica de papel pode produzir apenas três ou quatro (grandes) rolos de um determinado tipo de papel (ou seja, produto), e, em seguida, mudar a produção para outro tipo de papel. Por outro lado, se as variáveis, como a espessura do papel ou os

atributos, tais como manchas, são monitoradas para várias dezenas de rolos de papel, digamos, duas dezenas de tipos diferentes, os limites de controle de espessura e defeitos podem ser calculados transformando para uma base comum as variáveis de interesse.

Especificamente, essas transformações irão redimensionar os valores das variáveis de interesse, de modo que sejam de magnitudes compatíveis entre as diferentes pequenas corridas de produção. Os limites de controle calculados para esses valores transformados podem então ser aplicados no monitoramento da espessura ou das manchas, independentemente dos tipos de papel (produtos) que estão sendo produzidos. Os procedimentos de controle de processo estatístico podem ser usados para determinar se o processo de produção está sob controle, monitorar a produção contínua e estabelecer procedimentos para a melhoria contínua da qualidade.

A seguir são apresentados alguns dos principais gráficos de controle para pequenos lotes: Gráfico de Controle Desvio do Nominal (DNOM), Gráfico Padronizado, Gráfico de Controle para Atributos Padronizados, Gráfico de Controles para Valores Individuais - Gráfico (I-AM).

○ **Gráfico de Controle Desvio do Nominal (DNOM) \bar{X} & R.** Os processos de fabricação que são caracterizados por pequenos lotes podem ser controlados em um gráfico plotando-se a diferença existente entre a medição do produto e seu valor-alvo. Esse Gráfico pode ser aplicado tanto a medições individuais quanto a dados agrupados.

○ **Gráfico Padronizado \bar{X} & R.** O Gráfico de Controle Desvio do Nominal assume uma variação comum e constante entre os produtos controlados em um único gráfico. Caso haja diferenças significativas nas variações desses produtos, a utilização do desvio do valor nominal torna-se ineficiente. Quando isso ocorre, os dados devem ser padronizados para compensar as diferentes médias do produto e a variabilidade. A transformação se dá por:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

○ **Gráfico de Controle para Atributos Padronizados.** As amostras para atributos, incluindo os de tamanho variável, podem ser padronizados para que vários tipos de produtos sejam controlados em um único gráfico. A estatística padronizada é:

$$Z_i = \frac{\text{Diferença da Média}}{\text{Desvio - padrão}}$$

Por exemplo, para o Gráfico (u) a padronização será:

$$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}}$$

Esse método também se aplica aos gráficos np , p , c e u (AIAG, 2005).

○ **Gráfico de Controle para Valores Individuais – Gráfico (I-AM)** não se beneficia do teorema central do limite que garante que as médias sigam à distribuição normal, logo deve-se ter alguns cuidados com a sua aplicação: a) se a distribuição não for simétrica, a interpretação dos gráficos deve levar isso em conta; b) os gráficos de valores individuais não são tão sensíveis a mudanças no processo como os gráficos de médias; c) os pontos do gráfico da amplitude móvel são correlacionados, e essa correlação pode induzir um padrão ou ciclos no gráfico de amplitude; e d) os gráficos de valores individuais não permitem avaliar diretamente a dispersão do processo. Para contornar esse último aspecto, em geral, se usa uma amplitude móvel calculada como a diferença entre cada par de leituras sucessivas. Dessa forma, o tamanho de amostra é considerado $n = 2$.

A amplitude móvel é calculada da seguinte forma:

$$AM_i = |x_i - x_{i-1}|$$

A linha central e os limites de controle para a Amplitude Móvel são calculados da seguinte forma:

$$\bar{AM} = \frac{AM_1 + AM_2 + \dots + AM_n}{n}$$

$$LIC = D_3 \bar{R}$$

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

onde D_3 e D_4 são constantes encontradas em Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis na Seção 2.1

A linha central e os limites de controle para os valores individuais são calculados da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$LIC = \bar{X} - \frac{\bar{AM}}{d_2}$$

$$LSC = \bar{X} + \frac{\bar{AM}}{d_2}$$

onde d_2 e D_4 é uma constante encontrada em Fatores para Construção de Gráficos de Controle para Variáveis na Seção 2.1

○ **Gráfico de Controle da Soma Cumulativa (CUSUM)** controla a soma cumulativa dos desvios das amostras a partir de uma especificação-alvo, para que mesmo as pequenas mudanças permanentes ($\pm 0,5\sigma$) na média do processo sinalizem eventualmente a ocorrência de uma mudança. O gráfico de controle desenvolvido por Shewhart para médias é muito eficaz se a magnitude da mudança for de $1,5\sigma$ a 2σ , ou mais. Para mudanças menores, ele não é eficaz. O CUSUM é uma boa alternativa quando pequenas mudanças são importantes.

O CUSUM é utilizado frequentemente no controle de processos contínuos, por exemplo, na indústria química, na qual pequenas mudanças podem ter grandes efeitos (MONTGOMERY, 2016).

Então, se μ_0 for o alvo para a média do processo, o CUSUM é construído plotando-se a quantidade versus o número i da amostra. C_i é a soma cumulativa até, e incluindo, a i -ésima amostra.

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0)$$

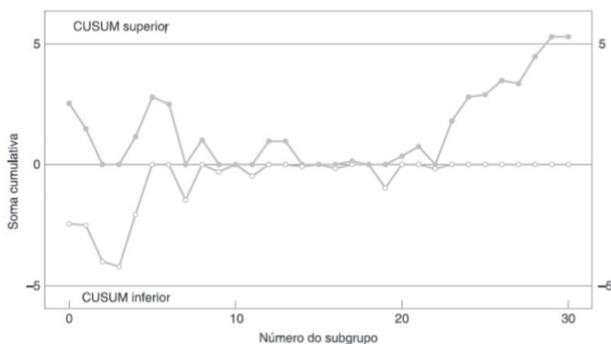
Naturalmente, o CUSUM não é um gráfico de controle, como proposto por Shewhart, porque faltam limites de controle. Há duas maneiras de se representar o CUSUM: o CUSUM tabular (ou algorítmico) e a forma máscara V do CUSUM. Montgomery (2016) é determinantemente contra o uso do procedimento da máscara V devido a uma série de limitações decorrentes de seu uso.

O CUSUM tabular trabalha acumulando desvios que estão acima do alvo, com uma estatística C^+ , e acumulando desvios de μ_0 que estão abaixo do alvo, com outra estatística C^- . As estatísticas C^+ e C^- são chamadas de CUSUMs unilaterais superior e inferior, respectivamente. Elas são calculadas como se segue:

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-]$$

Figura 2.18 | Exemplo de gráfico CUSUM



Fonte: Montgomery (2016, p. 301).



Assimile

Embora o gráfico CUSUM e os gráficos de controle desenvolvidos por Shewhart sejam utilizados para detectar mudanças na média do processo, existem diferenças importantes nos dois métodos:

- ✓ Cada ponto em um gráfico de Shewhart é baseado em informações para uma única amostra de subgrupo ou medição. Cada ponto em um gráfico CUSUM é baseado em informações de todas as amostras (medições) até incluindo a amostra atual (medição).
- ✓ Em um gráfico de Shewhart, limites de controle superiores e inferiores são usados para decidir se um ponto sinaliza uma condição fora de controle. Em um gráfico CUSUM, os limites assumem a forma de um intervalo de decisão ou uma máscara V.
- ✓ Em um gráfico Shewhart, os limites de controle são geralmente calculados como 3σ . Em um gráfico CUSUM, os limites são determinados a partir das especificações médias do tamanho de lote, probabilidades de erro especificadas ou na viabilidade econômica da coleta de amostras.

Um gráfico CUSUM oferece algumas vantagens sobre um gráfico Shewhart.

- ✓ Um gráfico CUSUM é mais eficiente para detectar pequenas mudanças na média do processo.

✓ As alterações no processo são visualmente fáceis de detectar em um gráfico CUSUM, pois produzem uma alteração na inclinação dos pontos plotados. O ponto em que a inclinação muda é o ponto em que a mudança ocorreu.

✓ A construção do CUSUM é mais complicada.

Por outro lado:

✓ Um gráfico CUSUM pode ser mais lento para detectar grandes mudanças na média do processo.

✓ Pode ser difícil interpretar padrões de pontos em um gráfico CUSUM, uma vez que as somas cumulativas estão correlacionadas.

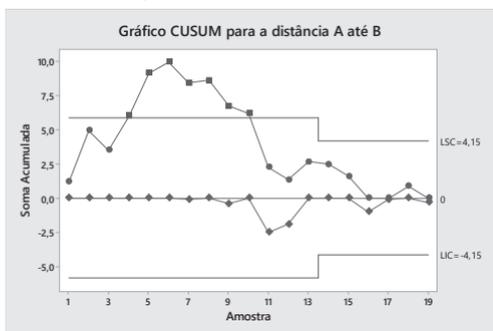


Exemplificando

Um engenheiro de qualidade que trabalha em uma fábrica que produz motores automotivos monitora o movimento dos virabrequins nos motores. Em um motor em funcionamento, as peças do virabrequim sobem e descem a uma certa distância da posição inicial. O engenheiro tomou 5 medidas por dia, de 13 de agosto a 15 de setembro, e depois 10 medidas do dia 25 a 22 de novembro.

O engenheiro de qualidade cria um gráfico de CUSUM para monitorar pequenas mudanças rápidas no movimento de virabrequim.

Figura 2.19 | Gráfico CUSUM para a distância A até B



Fonte: elaborado pelo autor.

Esse exemplo mostra um gráfico CUSUM tabular: o gráfico CUSUM acima detecta mudanças rápidas no nível de processo, e o gráfico CUSUM abaixo detecta mudanças rápidas para baixo. A linha do gráfico CUSUM acima mostra que os subgrupos 4 a 10 estão localizados fora do limite de

controle superior, sugerindo pequenas mudanças rápidas acima do alvo.
TESTE: um ponto além dos limites de controle. O teste falhou nos pontos: 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10.



Pesquise mais

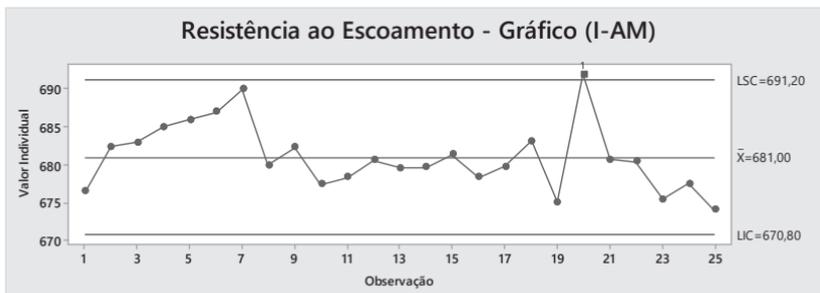
Para conhecer mais sobre o Gráfico de Controle de Semáforo leia o artigo indicado no link a seguir.

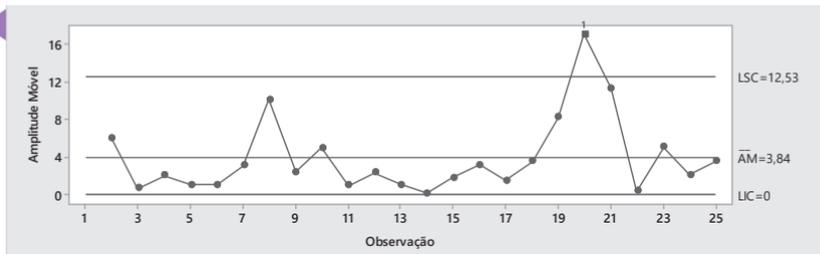
MATHIAS, D. B.; REBELATO, M. G. Aplicação da Carta de Farol no monitoramento de torque de parafusos numa linha de montagem: estudo de caso. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 24, nov. 2004, Florianópolis. Anais Eletrônicos... Florianópolis: ABEPRO, 2004. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2004_Enegep0201_0042.pdf>. Acesso em: 1 nov. 2017.

Sem medo de errar

A situação-problema coloca você frente a uma situação na qual terá que selecionar um Gráfico de Controle para controlar o recebimento de carcaças de bombas centrífugas em aço inoxidável. A característica de controle é a “resistência de escoamento” obtida a partir de ensaios individuais de corpos de prova. Nesse caso, o Gráfico de Controle apropriado é o Gráfico dos Valores Individuais e Amplitude Móvel – Gráfico (I-AM).

Figura 2.20 | Gráfico dos valores individuais e amplitude móvel (I-AM) para a resistência ao escoamento





Fonte: elaborada pelo autor.

Resultados do Teste para o gráfico I de resistência ao escoamento:

TESTE 1: um ponto mais que 3,00 desvios-padrão da linha central.

O teste falhou nos pontos: 20.

TESTE 3: seis pontos consecutivos, todos crescentes ou todos decrescentes.

O teste falhou nos pontos: 7.

TESTE 6: quatro de cinco pontos com mais de 1 desvio-padrão da linha central (em um lado da LC).

O teste falhou nos pontos: 7.

Resultados do teste para resistência ao escoamento:

TESTE 1: um ponto mais que 3,00 desvios-padrão da linha central.

O teste falhou nos pontos: 20.

Avançando na prática

Controlando a qualidade de notebooks

Descrição da situação-problema

Um fabricante de equipamentos para informática controla a qualidade de seus notebooks utilizando um Gráfico Controle dos Deméritos – Gráfico (d). As amostras na inspeção final são coletadas diariamente. Os resultados dos últimos 25 lotes amostrados são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 2.13 | Controle da qualidade – inspeção final – notebooks

Lote	Defeitos leves	Defeitos médios	Defeitos severos	Deméritos	Lote	Defeitos leves	Defeitos médios	Defeitos severos	Deméritos	Lote	Defeitos leves	Defeitos médios	Defeitos severos	Deméritos
	peso	peso	Peso			peso	peso	peso						
	1	3	9			1	3	9						
1	1	0	0	1	11	0	1	1	12	21	1	0	1	10
2	1	1	1	13	12	0	0	0	0	22	0	0	0	0
3	1	0	0	1	13	1	1	0	4	23	1	2	0	7
4	0	0	0	0	14	0	0	0	0	24	1	1	0	4
5	0	0	0	0	15	1	2	0	7	25	2	1	0	5
6	0	0	0	0	16	0	0	0	0					
7	0	0	0	0	17	1	0	0	1					
8	0	0	0	0	18	1	0	0	1					
9	0	0	0	0	19	0	0	0	0					
10	1	0	0	1	20	2	0	0	2					

Fonte: elaborada pelo autor.

Você foi incumbido de construir o Gráfico de Controle e interpretar os resultados.

Para resolver essa situação-problema, você deverá ter o conhecimento de como construir e interpretar um Gráfico de Controle.

Agora é com você! Vamos lá?

Resolução da situação-problema

Primeiro calcula-se o os deméritos ponderados:

Tabela 2.14 | Controle da qualidade – inspeção final – notebooks – deméritos

Lote	Defeitos leves	Defeitos médios	Defeitos severos	Deméritos	Lote	Defeitos leves	Defeitos médios	Defeitos severos	Deméritos	Lote	Defeitos leves	Defeitos médios	Defeitos severos	Deméritos
	peso	peso	peso			peso	peso	peso						
	1	3	9			1	3	9						
1	0	0	0		11	2	1	1		21	1	0	1	
2	1	1	1		12	0	0	0		22	0	0	0	
3	1	0	0		13	1	1	0		23	1	2	0	
4	0	0	0		14	0	0	0		24	1	1	0	
5	0	0	0		15	1	2	0		25	2	1	0	
6	0	0	0		16	0	0	0						
7	0	0	0		17	1	0	0						
8	0	0	0		18	1	0	0						
9	0	0	0		19	0	0	0						
10	1	0	0		20	2	0	0						

Fonte: elaborada pelo autor.

Tomemos como exemplo o lote 2 para determinarmos como são calculados os deméritos:

$$d = w_1c_1 + w_2c_2 + w_3c_3 = 1x1 + 1x3 + 1x9 = 12$$

Em seguida, calcula-se as estatísticas do Gráfico de Controle dos Deméritos:

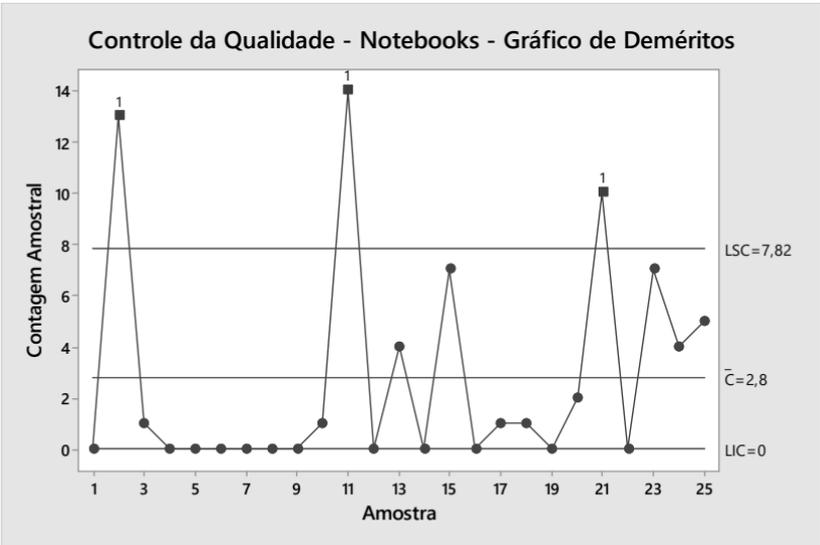
$$\bar{d} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_k}{k} \Rightarrow \bar{d} = \frac{70}{25} = 2,8 \therefore LC = 2,8$$

$$\sigma_d = \sqrt{\bar{d}} \Rightarrow \sigma_d = \sqrt{2,8} = 1,673$$

$$LIC = \bar{d} - 3\sigma_d \Rightarrow LIC = 2,8 - 3x1,673 \Rightarrow LIC = 0$$

$$LSC = \bar{d} + 3\sigma_d \Rightarrow LSC = 2,8 + 3x1,673 \Rightarrow LSC = 7,82$$

Figura 2.21 | Gráfico de deméritos – controle da qualidade de notebooks



Fonte: elaborada pelo autor.

Resultados do teste para a Gráfico de Deméritos:

Teste 1: um ponto mais que 3,00 desvios-padrão da linha central.

O teste falhou nos pontos: 2; 11; 21. Conforme apontado na teoria já discutida, o teste falhou porque os pontos extrapolam $\pm 3\sigma$.

Faça valer a pena

1. Um fabricante produz itens complexos e, de alto valor agregado e que são direcionais para um mercado de consumo de varejo com elevado grau de exigência. Cada item pode apresentar mais de uma não conformidade, e as não conformidades não têm o mesmo impacto nas especificações e na avaliação do cliente final.

Considerando as características do produto e do mercado para o qual é destinado, qual seria o Gráfico de Controle que deve ser adotado para controlar o produto e o processo?

- a) Gráfico (np).
- b) Gráfico de Semáforo.
- c) Gráfico CUSUM.
- d) Gráfico dos Deméritos.
- e) Gráfico DNOM.

2. Um fabricante de compressores produz um tipo de compressor especial e de alto custo. A fabricação desse compressor é sob encomenda, e nos últimos 12 meses foram encomendados 20 compressores. Uma das características-chave de controle da qualidade é o nível de ruído que o fabricante controla por meio de um Gráfico (I-AM). Os 20 compressores produzidos resultaram em uma amplitude móvel média de 4 dB e média de 72,8 dB.

Considerando os valores da amplitude móvel e da média, e sabendo-se que $d_2 = 1,128$, qual é o limite superior de controle (LSC) para o Gráfico da Média?

- a) 76,35.
- b) 72,81.
- c) 75,16.
- d) 77,13.
- e) 74,79.

3. Gráfico de Semáforo se divide em três áreas de análise que são definidas como verde, amarela e vermelha. Para analisar o Gráfico de Semáforo aplicam-se as seguintes regras:

Disposição dos pontos:

Dois pontos de dados na zona verde ()

- Um ponto de dados na zona verde e um ponto de dados na zona amarela ()
- Dois pontos amarelos consecutivos (mesma zona) ()
- Dois pontos amarelos consecutivos (zona oposta) ()
- Um ponto de dados vermelho ()

Ação requerida:

- (I) Continue executando o processo.
- (II) Ajuste o processo.
- (III) Pare o processo e investigue.

Considerando as áreas do Gráfico de Semáforo, associe a disposição dos pontos nas áreas com as ações requeridas:

- a) I, II, II, III, III
- b) I, I, II, III, III
- c) I, I, II, II, III
- d) III, I, II, III, III
- e) II, I, II, III, III

Referências

- AIAG - AUTOMOTIVE INDUSTRY ACTION GROUP. **Statistical Process Control - SPC**. 2. ed. Southfield, MI: AIAG, 2005. 221 p.
- DEMING, Willian Edwards. **Qualidade: A Revolução da Administração**. Rio de Janeiro: Marques Saraiva, 1990, 367 p.:
- KARATSU, Hajime; IKEDA, Toyoki. **Mastering the tools of QC: learning through diagrams and illustrations**. Singapore: PHP, 1987. p. 243. Marques Saraiva, 1990.
- MONTGOMERY, Douglas C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- PONSATI, Eulàlia Griful; CAMPOS, Miguel Àngel Canela. **Gestión de la calidad**. Barcelona: Edicions de La Universitat Politècnica de Catalunya, SI, 2002. 226 p.
- RIBEIRO, José Luis Duarte; CATEN, Carla Schwengber Ten. **Controle estatístico do processo**. Porto Alegre: FEENG/UFRGS, 2001. 147 p. (Série monográfica Qualidade).
- RIBEIRO, José Luís Duarte; CATEN, Carla Shwengber Ten. **Controle Estatístico do Processo: Série monográfica Qualidade**. Porto Alegre: , 2012. 172 p.
- SELIGALINKS. **Guia MTB – parte II: componente de bicicleta**. 2017. Disponível em: <<http://www.seligalinks.com.br/guia-mtb-parte-ii-componente-de-bicicleta/>>. Acesso em: 15 out. 2017.
- SHEWHART, Walter A. **Statistical method from the viewpoint of quality control**. Washington, D.C.: Graduate School of the Department of Agriculture, 1986.
- STAPENHURST, Tim. **Mastering Statistical Process Control: A Handbook for Performance Improvement Using Cases**. Oxford: Elsevier Butterworth-heinemann, 2005. 497 p.
- STAPENHURST, Tim. **Mastering statistical process control: a handbook for performance improvement using cases**. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. 497 p.

Técnicas de inspeção por amostragem

Convite ao estudo

A inspeção é o procedimento pelo qual se verifica a conformidade com as especificações técnicas de matérias-primas, produtos em processo de fabricação e produtos acabados, além do regime operacional e dos parâmetros relacionados ao processo.

Portanto, as características do produto podem ser inspecionadas, para fins de aceitação, nas fases de recebimento, durante o processo de fabricação e no final de produção. A inspeção da qualidade no processo objetiva o controle da regulamentação – parâmetros do processo – ou tem fins preventivos.

Nos estágios iniciais de desenvolvimento, o controle de qualidade baseou-se na inspeção do produto acabado, separando os produtos bons dos defeituosos. Hoje em dia, devido à produção em massa e à complexidade dos processos de fabricação, separar os itens conformes dos não conformes geraria custos impraticáveis, por isso a inspeção passou a ser organizada com base no princípio de prevenir os defeitos.

A inspeção de recebimento tende a se tornar cada vez mais reduzida à medida que os acordos e os compromissos de qualidade com os fornecedores são consolidados, desde que haja garantia da qualidade dos materiais recebidos. A inspeção de recebimento evoluiu a partir da inspeção 100% até a garantia da qualidade na fonte, eliminando a necessidade de inspeção.

Na inspeção do processo, a ênfase é colocada no controle de parâmetros do processo de fabricação usando métodos estatísticos. O funcionário é treinado nas habilidades de controle técnico e estatístico, para manter o processo dentro dos padrões preestabelecidos. A equipe de inspeção é reduzida para realizar atividades de verificação e auditorias e busca-se desenvolver meios de controle mais automatizados e de baixo custo.

Quanto à inspeção final, são realizadas auditorias no produto acabado antes da entrega. A inspeção final passa a ser reduzida à medida que um bom controle é alcançado durante o processo. Portanto, a tendência é a redução da inspeção, conforme o nível de automação aumenta e que se estabeleçam acordos, relacionamentos estáveis e reconhecimento mútuo entre fabricantes e fornecedores.

A empresa Torricelli se encontra em um estágio de migração da inspeção para o controle estatístico de processos (CEP), porém ainda há uma dependência considerável da inspeção da qualidade. Essa dependência da inspeção se reduzirá à medida que ela se tornar capaz de neutralizar as limitações e evoluir nos fundamentos do sistema de gestão integrado ou em um patamar superior, um sistema de qualidade total.

Algumas questões para você refletir: qual é a necessidade da inspeção da qualidade? O papel do inspetor da qualidade é fundamental? Quais são os benefícios da inspeção por amostragem? Será possível eliminar totalmente a inspeção?

Nesta unidade você estudará os fundamentos da inspeção por amostragem, a inspeção por amostragem para atributos e para variáveis e os planos de amostragem e procedimentos para inspeção por atributos e por variáveis. Sua missão será determinar os planos de amostragem mais apropriados a serem utilizados em cada uma das situações apresentadas e entregar como produto desse aprendizado um relatório de inspeção por amostragem.

Seção 3.1

Técnicas de inspeção por amostragem - parte I

Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção serão apresentados: os conceitos relativos a amostragem de aceitação lote a lote para atributos, a construção da curva característica de operação (CCO), o conceito de risco do produtor e do consumidor e como determinar o plano de amostragem a ser utilizado. Vamos analisar como a empresa Torricelli aplica as técnicas de inspeção em seus processos.

Nos processos de fabricação da Torricelli várias técnicas de controle estatístico da qualidade (CEQ) são utilizadas, preferencialmente o controle estatístico de processos (CEP). Como alguns processos ainda não alcançaram o nível de controle estatístico, ainda é necessária a inspeção da qualidade. Essa situação se aplica à célula de fabricação de eixos, onde é realizada inspeção final para aceitação dos lotes que serão agregados nos próximos processos. Ultimamente há uma incidência relativamente alta de reprovação dos eixos pelos clientes internos, visando confirmar a adequação do plano de inspeção por amostragem atualmente utilizado. O tamanho da amostra é $n = 89$ e o número de aceitação é $c = 2$. A gerência do departamento de usinagem solicitou à gerência do departamento de gestão da qualidade que realizasse um estudo para determinar o poder discriminatório do plano amostral que está sendo utilizado. A gestora da seção de controle da qualidade, Daniela Fonseca, designou você e o inspetor da qualidade, Tauny Robertson, para essa tarefa.

Para resolver esta situação-problema você deverá utilizar seu conhecimento adquirido sobre planos de amostragem única para atributos e curva característica de operação.

Vamos lá?

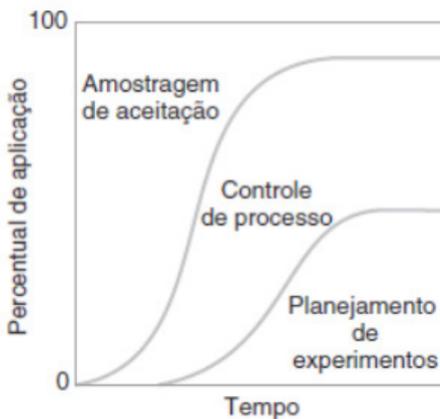
Não pode faltar

A amostragem de aceitação é uma das técnicas utilizadas na inspeção e no ensaio do produto, sendo estes o primeiro passo no controle da qualidade. A inspeção pode ocorrer em diversos pontos do processo. A amostragem de aceitação é definida como inspeção e classificação de uma amostra de unidades selecionadas aleatoriamente de uma remessa ou lote maior, e a decisão final sobre o destino do lote ocorre, em geral, no recebimento de matérias-primas, durante o processo de fabricação ou no produto final.

Os sistemas modernos de garantia da qualidade usualmente dão menos ênfase na amostragem de aceitação e dão mais ênfase no controle estatístico do processo e outras técnicas de engenharia da qualidade, como projeto de experimentos. A amostragem de aceitação tende a reforçar o conceito de qualidade como conformidade às especificações e, por outro lado, não provê informação adicional que subsidie ações de melhoria da qualidade.

Na Figura 3.1 pode-se observar a evolução do uso de métodos de engenharia da qualidade.

Figura 3.1 | Fase do uso de métodos de engenharia da qualidade



Fonte: Montgomery (2016, p. 3).

Conforme afirmam Juran e Gryna (1998), a amostragem de aceitação é um campo importante do controle estatístico da qualidade que foi popularizado por Dodge e Romig e originalmente aplicado pelas forças armadas norte-americanas para testar a munição durante a Segunda Guerra Mundial. Se cada munição fosse testada previamente, não haveria nenhuma munição para enviar para o campo de batalha. Se, por outro lado, nenhuma delas fosse testada, poderiam ocorrer falhas no campo de batalha, com resultados potencialmente desastrosos.

Dodge e Romig propuseram que uma amostra deveria ser colhida aleatoriamente do lote e, com base na informação que foi fornecida pela amostra, deveria ser tomada uma decisão sobre a disposição do lote. Em geral, a decisão é aceitar ou rejeitar o lote. Esse processo é chamado de amostragem de aceitação de lote ou apenas amostragem de aceitação.

A amostragem de aceitação é a abordagem do tipo "meio do caminho" entre nenhuma inspeção e 100% de inspeção. Existem duas principais classificações de planos de aceitação: por atributos (passa – não passa) e por variáveis. O caso do atributo é o mais comum para amostragem de aceitação, e sua apresentação será enfatizada nesta unidade.

Um ponto importante a ser lembrado é que o objetivo principal da amostragem de aceitação não é estimar a qualidade do lote, mas decidir se o lote provavelmente será aceitável.

A amostragem de aceitação é usada quando há uma ou várias das seguintes retenções:

- O ensaio é destrutivo.
- O custo da inspeção 100% é muito alto.
- A inspeção 100% leva muito tempo.

Segundo Juran e Gryna (1998), Dodge e Romig esclareceram que o controle da qualidade de aceitação não é o mesmo que a amostragem de aceitação. O último depende de planos de amostragem específicos, que quando implementados indicam as condições para a aceitação ou rejeição imediata do lote que está sendo inspecionado. O primeiro pode ser implementado sob a forma de um gráfico de controle de aceitação. Os limites de controle para esse gráfico são computados usando os limites de especificação e o desvio padrão do que está sendo monitorado.

Um plano de amostragem de aceitação é um esquema de amostragem e um conjunto de regras para a tomada de decisões. A decisão, com base na contagem do número de defeitos em uma amostra, pode ser aceitar o lote, rejeitar o lote ou mesmo, para esquemas de amostragem múltiplos ou sequenciais, tomar outra amostra e depois repetir o processo de decisão.

Os planos de amostragem de aceitação se enquadram nas seguintes categorias, conforme apresentados na Figura 3.2.

Figura 3.2 | Categorias de planos de amostragem de aceitação

Planos de amostragem simples

- Uma amostra de itens é selecionada aleatoriamente de um lote e a disposição do lote é determinada a partir da informação resultante. Esses planos são normalmente denotados como (n, c) , ou seja, planos para um tamanho de amostra n , onde o lote é rejeitado se houver mais do que c defeituosos. Estes são os planos mais comuns (e mais fáceis) para usar, embora não sejam os mais eficientes em termos de quantidade média de amostras necessárias.

Planos de amostragem dupla

- Após a primeira amostra ser testada, existem três possibilidades: 1) aceitar o lote; 2) rejeitar o lote e; 3) sem decisão.
- Se o resultado for (3) e uma segunda amostra for tomada, o procedimento é combinar os resultados de ambas as amostras e tomar uma decisão final com base nessa informação.

Planos de amostragem múltipla

- Esta é uma extensão dos planos de amostragem dupla, onde são necessárias mais de duas amostras para chegar a uma conclusão. A vantagem da amostragem múltipla é o tamanho de amostra menor.

Planos de amostragem sequencial

- Esta é a extensão final da amostragem múltipla, em que os itens são selecionados de um lote de cada vez e, após a inspeção de cada item, uma decisão é tomada para aceitar ou rejeitar o lote ou selecionar outra unidade.

Planos de amostragem de lote

- A amostragem do lote deve significar que apenas uma fração dos lotes enviados são inspecionados.

Fonte: elaborada pelo autor.



As normas da ABNT estão disponíveis para você em nossa Biblioteca Virtual. Entre com o seu login e senha. Acesse <<https://biblioteca-virtual.com/detalhes/parceiros/10>>, clique em Acessar o Portal, insira o número da norma no campo de busca e selecione Normas Brasileiras/Mercosul. Seguindo esses passos você conseguirá acessar a Norma 5426.

A escolha de um plano de amostragem depende das propriedades que se deseja que o plano tenha. Os seguintes termos se aplicam aos planos de amostragem:

Nível de qualidade aceitável (NQA): "Máxima porcentagem defeituosa [...] que para fins de inspeção por amostragem, pode ser considerada satisfatória com média de um processo" (ABNT, 1985 - p.2).

Porcentagem no lote de tolerância a defeituosos (LTPD): o LTPD é um alto nível de defeito, que seria inaceitável para o consumidor. O consumidor gostaria que o plano de amostragem tivesse uma baixa probabilidade de aceitar um nível de defeito tão alto quanto o LTPD.

Erro de tipo I (risco de produtor): é a probabilidade, para um determinado plano de amostragem (n , c), de rejeitar um lote que tenha um nível de defeito igual ao NQA. O produtor sofre quando isso ocorre, porque um lote com qualidade aceitável foi rejeitado. O símbolo é α (Alfa) é comumente utilizado para representar o erro de tipo I. Os valores típicos para α recaem no intervalo de 0,2 a 0,01.

Erro de tipo II (risco do consumidor): é a probabilidade, para um determinado plano de amostragem (n , c), de aceitar um nível de defeito igual ao LTPD. O consumidor sofre quando isso acontece, porque muito lote com qualidade inaceitável foi aceito. O símbolo β é comumente utilizado para o erro de tipo II, e os valores típicos variam de 0,2 a 0,01.

Curva característica de operação (CCO): esta curva traça a probabilidade de aceitar o lote (eixo Y) em relação à fração do lote ou à porcentagem defeituosa (eixo X). A CCO é a principal ferramenta para exibir e investigar as propriedades de um plano de amostragem de aceitação.

Qualidade de saída média (QSM): um procedimento comum, quando a amostragem e o teste não são destrutivos, é inspecionar

100% dos lotes rejeitados e substituir todos os produtos não conforme por produtos conforme. A qualidade de saída média é a qualidade no lote resultante da aplicação da inspeção de retificação. Ela é o valor médio da qualidade do lote que seria obtido de uma longa sequência de lotes de um processo com fração de defeituosos p .

Segundo Montgomery (2016, p. 480):



Assim, lotes no estágio de saída da inspeção têm um número esperado de unidades defeituosas igual a $P_a p(N - n)$, que podemos expressar como uma fração média de defeituosos, chamada de qualidade de saída média ou

$$QSM = \frac{P_a p(N - n)}{N} \text{ Onde:}$$

n itens na amostra a qual, após inspeção, não contém defeituosos, porque todos os defeituosos descobertos foram substituídos.

$N - n$ itens que, se o lote for rejeitado, também não contém defeituosos.

$N - n$ itens que, se o lote for aceito, contém $p(N - n)$ defeituosos.

Limite da qualidade de saída média (LQSM): a qualidade máxima ou aceitável de todos os lotes passados por um sistema de inspeção, usando métodos de amostragem. Pode ser expresso em termos de porcentagem ou itens defeituosos. É um nível médio de qualidade, ao longo de uma grande sequência de lotes. Ele não garante que um lote isolado não tenha qualidade inferior a uma determinada fração de defeituosa.

Inspeção total média (ITM): se os lotes não contém itens defeituosos, nenhum lote será rejeitado, e a quantidade de inspeção por lote será o tamanho da amostra n . Se os itens forem todos defeituosos, todo o lote será submetido a uma inspeção 100%, e a quantidade de inspeção por lote será o tamanho do lote N . Se a qualidade do lote for $0 < p < 1$, a quantidade média de inspeção por lote variará entre o tamanho da amostra n e o tamanho do lote N . Se o lote tiver qualidade p e a probabilidade de aceitação do lote for P_a , então a inspeção total média por lote será: $ITM = n + (1 - P_a)(N - n)$. (MONTGOMERY, 2016, p. 480)

A **curva característica de operação (CCO)** retrata o poder discriminatório de um plano de amostragem de aceitação. A CCO representa graficamente as probabilidades de aceitar um lote confrontando com a fração de defeituosos.

Quando a CCO é representada graficamente, os riscos da amostragem ficam claros. Você deve sempre examinar a CCO antes de usar um plano de amostragem.



Exemplificando

Analisando a figura a seguir, uma organização faz amostragens de 52 coletes à prova de bala de um lote recebido do fornecedor com 5.000 unidades, e o lote será aceito se o número de defeituosos observados for menor ou igual a 2. Se a porcentagem de defeituosos real presente no lote de 5.000 unidades for 1,5%, você tem uma probabilidade de 0,957 de aceitar este lote com base na amostra e uma probabilidade de 0,043 de rejeitá-la. Se a porcentagem de defeituosos real for de 10%, você tem uma probabilidade de 0,097 de aceitar este lote e uma probabilidade de 0,903 de rejeitá-la.

Para porcentagem de defeituosos igual 1,5%:

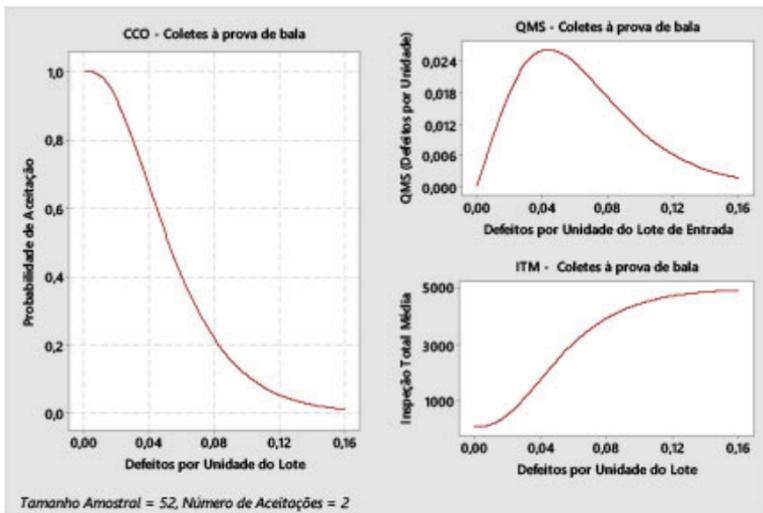
$$\begin{aligned}
 P_a &= P\{d \leq c\} = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d} \\
 &= \sum_{d=0}^2 \frac{52!}{d!(52-d)!} (0,015)^d (1-0,015)^{52-d} \\
 &= \frac{52!}{0!52!} (0,015)^0 (0,985)^{52} + \frac{52!}{1!51!} (0,015)^1 (0,985)^{51} \\
 &\quad + \frac{52!}{2!50!} (0,015)^2 (0,985)^{50} = 0,957 \\
 P_r &= 1 - P_a = 1 - 0,957 = 0,043
 \end{aligned}$$

Para porcentagem de defeituosos igual 10%:

$$\begin{aligned}
 P_a &= P\{d \leq c\} = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d} \\
 &= \sum_{d=0}^2 \frac{52!}{d!(52-d)!} (0,1)^d (1-0,1)^{52-d} \\
 &= \frac{52!}{0!52!} (0,1)^0 (0,9)^{52} + \frac{52!}{1!51!} (0,1)^1 (0,9)^{51} \\
 &\quad + \frac{52!}{2!50!} (0,1)^2 (0,9)^{50} = 0,097 \\
 P_r &= 1 - P_a = 1 - 0,097 = 0,903
 \end{aligned}$$

Você deve examinar na Figura 3.3 a CCO, as curvas QMS e as curvas ITM juntas ao avaliar os planos de amostragem:

Figura 3.3 | CCO, QMS e ITM: coletes à prova de bala



Fonte: elaborada pelo autor.

É fácil demonstrar como foram obtidos os pontos sobre essa curva. Suponha que o tamanho do lote N seja grande, teoricamente infinito. Partindo desse pressuposto, a distribuição do número de defeituosos d em uma amostra aleatória de n itens é regida por uma distribuição

binomial, com parâmetros n e p , em que p é a fração de itens defeituosos no lote. Uma outra abordagem para ilustrar esse conceito é por meio da coleta aleatória de lotes de N itens de um processo teoricamente infinito e, então, a coleta de amostras aleatórias de tamanho n desses lotes. A amostragem a partir do lote dessa maneira é equivalente à amostragem direta do processo. A probabilidade de se observarem exatamente d defeituosos é:

$$P\{\text{d defeituosos}\} = f(d) = \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$

Por outro lado, segundo Guerra e Donaire (1991) a probabilidade de aceitação é a probabilidade de que d seja menor do que ou igual a c :

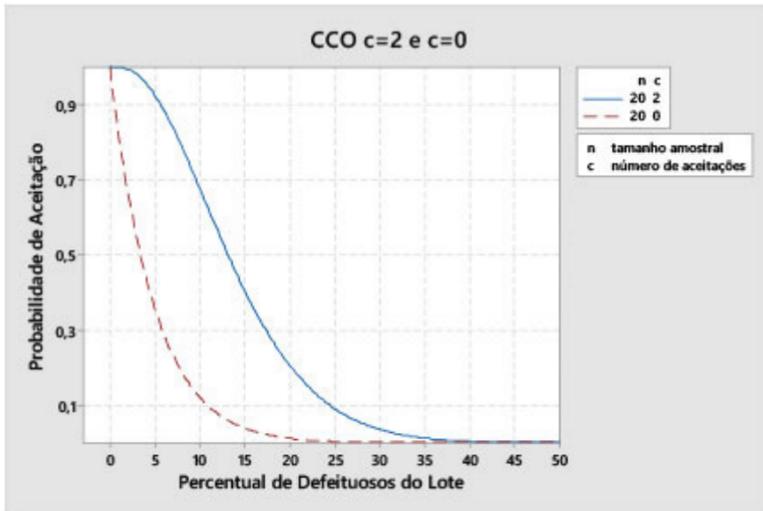
$$P_a = P\{d \leq c\} = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$



Assimile

Muitos profissionais estão preocupados com que os planos de amostragem de aceitação tradicionais permitam itens não conformes na amostra. Por exemplo, o plano de amostragem simples $n = 20$, $c = 2$, permite dois itens não conformes na amostra. Uma solução para esse dilema – aceitar um número de produtos não conformes na amostra – é o uso de planos que não permitam itens não conformes. Um exemplo de um plano desse tipo seria $n = 20$, $c = 0$. O consumidor rejeitaria o lote se surgissem itens não conformes na amostra. A CCO de planos de amostragem por atributos com $c = 0$ não tem o mesmo formato das CCOs discutidas anteriormente, que apresentam a forma clássica “S” e que começam a aproximar a curva ideal. A CCO para os planos de amostragem com $c = 0$ caem bruscamente sem a inclinação que dá o formato de “S”. A Figura 3.4 mostra as CCOs para esses dois planos. Observe com que rapidez a CCO do plano $c = 0$ cai. É fácil ver que o plano $c = 0$ aceitará muito menos lotes do que o plano $c = 2$ correspondente. Se o seu processo não pode tolerar algumas unidades não conformes, o plano $c = 0$ pode ser uma boa abordagem. No entanto, tenha em mente que a rejeição do lote incorre em um custo de transação, que pode ser alto. A seleção de um plano $c = 0$ é certamente uma decisão econômica.

Figura 3.4 | Comparação entre CCO para plano com $c=2$ e $c=0$



Fonte: elaborada pelo autor.

Depois de analisar os fatores a serem considerados no controle da qualidade de um determinado produto, agora é possível elaborar ou escolher um plano de amostragem. O plano de amostragem tem um objetivo específico de garantir que o desempenho da amostra obtida seja refletido na qualidade que se busca estabelecer sobre o lote. O plano indicará claramente o tamanho da amostra e todas as características importantes para a avaliação de cada lote.

Algumas características comuns do plano de amostragem incluem:

a) **Tamanho da amostra**

Determinado por:

- Variações nas populações.
- Severidade das consequências caso não seja detectada uma amostra não conforme.
- Custo das inspeções e ensaios.
- Variações das populações.

b) **Local da amostra**

Não há problema quando se trata de uma população homogênea;

no entanto, a população heterogênea requer a consideração dos planos de amostragem, por exemplo:

- Amostragem aleatória: coleta aleatória das amostras da população.
- Amostragem sistemática: você escolhe as amostras de acordo com uma determinada ordem.
- Amostragem por julgamento: você escolhe amostras após a experiência passada.

c) Coleta das amostras

Indique claramente se a amostragem será manual ou por dispositivos mecânicos especializados.



Pesquise mais

Leia mais sobre a aplicação de planos de amostragem de aceitação em:

GOMIDE, Flávio Viana; RIBEIRO JÚNIOR, José Ivo. Aplicação da amostragem de aceitação no varejo supermercadista. **Revista Eletrônica Produção & Engenharia**, v. 3, n. 2, p. 272-280, jul./dez. 2010. Disponível em: <https://www.academia.edu/11235690/Aplica%C3%A7%C3%A3o_da_amostragem_de_aceita%C3%A7%C3%A3o_no_varejo_supermercadista>. Acesso em: 28 fev. 2018.



Reflita

A amostragem é a seleção de um conjunto de elementos que fazem parte de uma população ou de um lote de produto, denominada como amostra. A amostragem é frequentemente usada porque coletar os dados em cada membro de uma população é muitas vezes impossível, impraticável ou muito oneroso. A amostragem permite que você tire conclusões ou faça inferências sobre a população da qual a amostra é coletada.

Quando utilizadas em conjunto com aleatorização, as amostras fornecem características praticamente idênticas em relação àquela da população da qual a amostra foi desenhada.

No entanto, deve-se ter cuidado com alguns possíveis erros que são categorizados como erro de amostragem. Você já pensou quais seriam essas categorias?

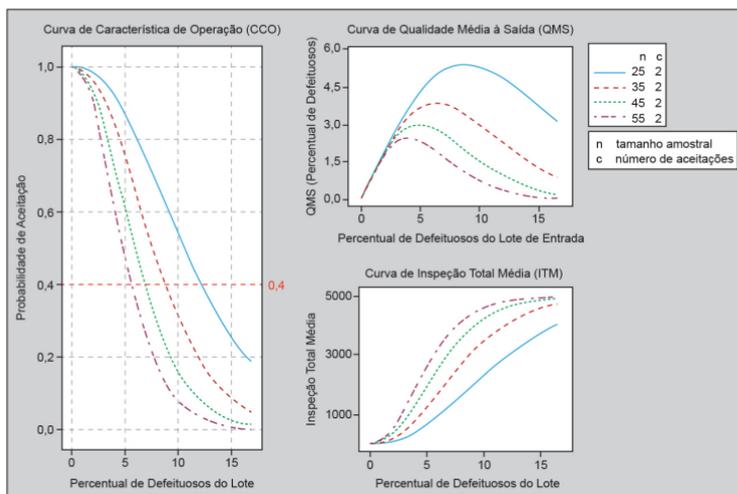
As determinações de tamanhos de amostra para situações específicas são facilmente obtidas por meio da seleção e da aplicação da equação matemática apropriada. O que é necessário especificar para determinar o tamanho mínimo da amostra?



Exemplificando

Retomando o caso da organização que recebeu 5.000 coletes à prova de bala e faz amostragens de 52 coletes à prova de bala, vamos supor que o gerente de manufatura questione a necessidade de uma amostra tão grande e peça para você calcular o impacto de diminuir o tamanho da amostra. Para atender essa solicitação você pode desenvolver curvas para diversos tamanhos amostrais e números de aceitação para ilustrar o risco aumentado.

Figura 3.5 | CCO, QMS e ITM versus tamanhos amostrais



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 3.5, analisando a CCO pode-se observar que, para uma probabilidade de aceitação de 0,4, o percentual de defeituosos do lote

é de aproximadamente 6% para $n = 52$ e de aproximadamente 13% para $n = 25$, ou seja, diminuindo a amostra a organização incorrerá em um risco maior de aceitação e lotes não conforme.



Pesquise mais

Para saber mais sobre projeto de experimentos leia o artigo:

SILVA, Hedder Antônio da; SILVA, Messias Borges da. Aplicação de um projeto de experimentos (DOE) na soldagem de tubos de zircaloy-4. **Revista Eletrônica Produção & Engenharia**, v. 1, n. 1, p. 41-52, set./dez. 2008. Disponível em: <http://www.revistaproducaoengenharia.org/arearestrita/arquivos_internos/artigos/168_21.pdf>. Acesso em: 28 fev. 2018.

Sem medo de errar

Ultimamente há uma incidência relativamente alta de reprovação dos eixos pelos clientes internos, visando confirmar a adequação do plano de inspeção por amostragem atualmente utilizado. O tamanho da amostra é $n=89$ e o número de aceitação é $c=2$. A gerência do departamento de usinagem solicitou à gerência do departamento de gestão da qualidade que realizasse um estudo para determinar o poder discriminatório do plano amostral que está sendo utilizado.

Vamos lá?

A probabilidade de aceitação é a probabilidade de que d seja menor do que ou igual a c :

$$P_a = P\{d \leq c\} = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$

$$P_a = P\{d \leq 2\} = \sum_{d=0}^2 \frac{89!}{d!(89-d)!} (0,01)^d (0,99)^{89-d}$$

$$P_a = P\{d \leq 2\} = \frac{89!}{0!89!} (0,01)^0 (0,99)^{89} + \frac{89!}{1!88!} (0,01)^1 (0,99)^{88} + \frac{89!}{2!87!} (0,01)^2 (0,99)^{87} = 0,9397$$

A CCO mostra o poder discriminatório do plano amostral. Por exemplo, no plano amostral $n = 89$, $c = 2$, se os lotes forem 2% defeituosos, a probabilidade de aceitação é de aproximadamente 0,74. Isso significa que, se 100 lotes de um processo que fabrica 2% de produtos defeituosos forem submetidos ao plano de amostragem, esperamos aceitar 74 dos lotes e rejeitar 26 deles.

Avançando na prática

Determinando a qualidade de saída média

Descrição da situação-problema

Uma organização tem enfrentado problemas relativos a qualidade dos componentes eletrônicos que são importados de um fornecedor exclusivo. Os componentes são inspecionados por amostragem no recebimento, de acordo com um plano de inspeção.

Quando são reprovados, devido à necessidade, são inspecionados 100% e selecionados os que estão em conformidade.

Preparando-se para uma reunião com o fornecedor, o gerente da garantia da qualidade pede ao tecnólogo em qualidade que calcule a qualidade de saída média resultante da aplicação da inspeção de retificação nos lotes recebidos nos últimos 12 meses, baseando-se nos seguintes dados:

Onde:

$$N = 15.000$$

$$n = 133$$

$$c = 3$$

Os lotes que entraram são de qualidade

$$p = 0,01.$$

$$p = 0,01, \text{ tem-se } P_a = 0,9397$$

N = tamanho do lote

n = tamanho da amostra

c = limite de não conformes na amostra

p = a fração de itens defeituosos no lote

P_a = probabilidade de aceitação

Para resolver esta situação-problema você deverá utilizar seus conhecimentos adquiridos sobre qualidade de saída média (QSM).

Vamos lá?

Resolução da situação-problema

$$QSM = \frac{P_a p(N - n)}{N}$$

$$QSM = \frac{(0,9397)(0,01)(15000 - 133)}{15000} = 0,0093$$

Isto é, a qualidade de saída média é de 0,93% de defeituosos.

Faça valer a pena

1. Quando se coleta uma amostra, sempre há o risco de que esta parte não seja representativa do todo, mesmo que sejam tomados cuidados para que se colete uma amostra representativa. Isso acarreta em riscos, quando se trata de inspeção por amostragem. A tabela a seguir representa os riscos associados com suas consequências.

	Lote realmente bom	Lote realmente ruim
Lote aprovado com base na amostragem	I	II
Lote reprovado com base na amostragem	III	IV

Com base na tabela é correto afirmar que:

- I – Decisão correta, confiança = $(1 - \alpha)$ e III – decisão incorreta, erro Tipo II (β).
- III – Decisão incorreta, erro tipo II (β) e IV – decisão correta, confiança = $(1 - \alpha)$.
- III – Decisão incorreta, erro tipo II (β) e IV – decisão correta, confiança = $(1 - \beta)$.
- II – Decisão incorreta, erro tipo II (β) e III – decisão incorreta, erro tipo I (α).
- I – Decisão correta, confiança = $(1 - \beta)$ e II – decisão incorreta, erro tipo II (β).

2. Um fabricante recebe grandes lotes de componentes diariamente e decide instituir um esquema de amostragem de aceitação. O plano de aceitação por amostragem utilizado exige uma amostra de 30 componentes a serem testados e o lote é aceito se não houver componentes não conformes encontrados, caso contrário o lote é rejeitado.

Baseado nas informações do plano de aceitação por amostragem, qual é a probabilidade de aceitar um lote contendo 2% de fração defeituosa?

- a) 0,980.
- b) 0,020.
- c) 0,879.
- d) 0,978.
- e) 0,545.

3. Uma organização estabeleceu um plano de aceitação por amostragem para controlar a qualidade de lotes de camisas. A amostra é coletada antes da expedição para o cliente e consiste em inspecionar 25 camisas e rejeitar o lote se forem encontradas duas ou mais camisas não conformes.

Encontre a probabilidade de aceitar um lote que contenha 15% de não conformidade.

- a) 0,1500.
- b) 0,0931.
- c) 0,9310.
- d) 0,0800.
- e) 0,0500.

Seção 3.2

Técnicas de inspeção por amostragem - parte II

Diálogo aberto

Já aprendemos que a inspeção da qualidade é o processo de medir, ensaiar e examinar uma unidade de produto ou comparar suas características com suas especificações técnicas. A inspeção por atributos é aquela que verifica a ocorrência de defeitos de forma qualitativa, ou seja, sem medir ou determinar o grau de defeito de uma determinada peça. A unidade de produto é classificada simplesmente como defeituosa (rejeitada) ou não (aprovada).

Na seção anterior falamos sobre a inspeção por aceitação e agora vamos aprender um pouco sobre inspeção retificadora e planos de amostragem.

Serão apresentados os conceitos relativos a: inspeção retificadora, nível de qualidade aceitável, amostragem simples, dupla e múltipla; NBR 5426 – Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos; e os tipos de planos de amostragem disponíveis.

A empresa Torricelli vem monitorando a qualidade de fornecimento das gaxetas produzidas pelo fornecedor Estanques. Nos últimos tempos, os lotes fornecidos pela Estanques têm apresentado problemas de qualidade, resultando na reprovação de alguns deles. Os lotes reprovados são submetidos a inspeção ou varredura 100%, em que todos os itens defeituosos descobertos ou são removidos para reparo subsequente, ou são devolvidos ao fornecedor, ou ainda são substituídos por itens de um estoque reconhecidamente de itens bons. Apesar das ações corretivas tomadas pelo fornecedor, a Torricelli se preocupa em garantir a qualidade de saída média das gaxetas utilizadas na produção das bombas centrífugas.

A Torricelli recebeu um lote com $N = 10.000$, sendo o tamanho da amostra $n = 89$ e o número de aceitação $c = 2$. Espera-se que os lotes que entram sejam de qualidade $p = 0,01$, sendo $P_a = 0,9397$. A Torricelli deseja saber qual é a qualidade de saída média, e você foi incumbido de calculá-la.

Para resolver esta situação-problema você deverá utilizar seu conhecimento adquirido sobre inspeção de retificação. Lembre-se de que as normas da ABNT já estão disponíveis para você em nossa Biblioteca Virtual.

Vamos lá?

Não pode faltar

Inspeção de retificação

Vamos começar definindo o que é um plano de amostragem para inspeção de retificação e em seguida compreenderemos a relevância teórica e prática da estimativa da **qualidade de saída média (QSM)** e do **limite da qualidade de saída média (LQSM)**.

Os planos de amostragem para inspeção de retificação são aqueles em que os lotes rejeitados são completamente inspecionados, de modo que as unidades não conformes são substituídas por unidades conformes. Desta forma, considera-se que um lote rejeitado, após a retificação, terá unidades 100% de unidades conformes. É implicitamente assumido que não há erros de inspeção em situações, por exemplo, em que uma unidade não conforme é erroneamente classificada como uma unidade conforme. A retificação permite melhorar significativamente a qualidade dos lotes que foram rejeitados em primeira instância, no entanto os lotes aceitos manterão uma determinada proporção de unidades não conformes que não foram substituídas, uma vez que não foi necessário inspecionar todo o lote, porque ele foi aprovado.

Neste contexto, a qualidade de saída média consiste em estimar a qualidade que terão, em média, os lotes inspecionados que possuem uma proporção de unidades (p) que não está em conformidade com as especificações. Em termos de valor esperado, ele é obtido pela seguinte fórmula:

$$QSM = \frac{P_a p (N - n)}{N}$$

Além do indicador QSM, geralmente é necessário estimar o **limite da qualidade de saída média (LQSM)**, que é definido como o nível de qualidade na entrada (como uma fração de unidades defeituosas " p ") associada ao "pior" nível de qualidade logo após a retificação (saída).

Nível de qualidade aceitável (NQA) e nível de qualidade rejeitável (NQR) ou LTPD (Lot Tolerance Percent Defective – porcentagem de tolerância do lote com defeito)

O NQA é a taxa de defeitos mais alta ou taxa de defeitos de um processo do fornecedor que seja considerada aceitável. O NQA estipula qual nível de qualidade o plano de amostragem aceitará, e o NQR estipula o que o plano de amostragem rejeitará. Usualmente estipula-se um plano de amostragem que aceite um determinado lote em relação ao NQA.

Uma organização recebe um lote de bobinas térmicas para ser utilizado em seus terminais de atendimento no varejo e realiza a inspeção de aceitação por amostragem com NQA de 1,5%. É sabido que nem sempre se tomará a decisão correta, devido ao risco de amostragem, e o risco do produtor é definido como $(\alpha) = 0,05$. Isto significa que em aproximadamente 95% do tempo, a organização aceitará corretamente um lote com uma taxa de não conformes de 1,5% ou menos, e em 5% do tempo, rejeitará o lote de forma incorreta com uma taxa de não conformes de 1,5% ou menos.

O **nível de qualidade rejeitável (NQR)** é a maior taxa de não conformes que o consumidor está disposto a tolerar em um lote individual. O NQR estipula o que o plano de amostragem rejeitará, por outro lado o NQA descreve o que o plano de amostragem aceitará.

Uma organização recebe um lote de bobinas térmicas para serem utilizados em seus terminais de atendimento no varejo e realiza a inspeção de aceitação por amostragem com NQR de 6,5%. É sabido que nem sempre se tomará a decisão correta, devido ao risco de amostragem, e o risco do consumidor é definido como $(\beta) = 0,10$. Isso significa que, em aproximadamente 90% do tempo, a organização rejeitará um lote com uma taxa de não conformes com 6,5% ou mais, e em 5% do tempo, rejeitará o lote com uma taxa de defeito de 6,5% ou mais.

O consumidor e o fornecedor devem concordar com o nível de defeitos mais elevado ou que a taxa de defeitos seja aceitável (NQA). Devem concordar também com a taxa mais elevada ou com a taxa de defeito que o consumidor vai tolerar em um lote individual (NQR).

A probabilidade de aceitação em NQA (1,5% defeituosos) é de 0,95 e a probabilidade de rejeição é de 0,05. A probabilidade de

aceitação em NQR (10% defeituosos) é de 0,10 e a probabilidade de rejeição é de 0,90 (MONTGOMERY, 2016).



Exemplificando

Uma organização recebe 10.000 bobinas térmicas para serem utilizadas em seus terminais de atendimento no varejo e realiza a inspeção de aceitação por amostragem com os seguintes parâmetros: NQA 1,5%; (α) = 0,05; NQR 10%; (β) = 0,10. Baseado nesses parâmetros cria-se o plano de amostragem para aceitação, conforme mostrado no Tabela 3.1.

Tabela 3.1 | Plano de amostragem para aceitação de bobinas térmicas

Amostragem de Aceitação por Atributos

Tipo de medição: Ir/não ir
 Qualidade do lote em percentual de defeituosos
 Tamanho do lote: 10000
 Usar a distribuição Binomial para calcular a probabilidade de aceitação

Método

Nível de Qualidade Aceitável (NQA) 1,5
 Risco do Produtor (α) 0,05

Nível de Qualidade Rejeitável (NQR ou PDTL) 10
 Risco do Cliente (β) 0,1

Plano(s) Gerado(s)

Tamanho Amostral 52
 Número de Aceitações 2

Aceitar lote se os itens defeituosos na amostra de 52 forem ≤ 2 ; caso contrário, rejeitar.

Percentual de Defeituosos	Probabilidade de Aceitar	Probabilidade de Rejeitar	QMS	ITM
1,5	0,957	0,043	1,428	482,7
10,0	0,097	0,903	0,961	9038,7

Limites de qualidade média à saída (LQMS)

A Percentual	
LQMS	de Defeituosos
2,617	4,300

Gráficos - Amostragem de Aceitação para Atributos

Fonte: elaborada pelo autor.

Tamanho amostral (n) e número de aceitação (c).

$$\beta = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p_2^d (1-p_2)^{n-d}$$

$$1-\alpha = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

Onde:

A = risco do produtor

β = risco do consumidor

p1 = nível de qualidade aceitável (NQA)

p2 = nível de qualidade rejeitável (NQR)

Probabilidade de aceitação (P_a)

$$P_a = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$

Onde:

c = número de aceitações

n = tamanho amostral

p = fração de defeituosos

Probabilidade de rejeição

A probabilidade de rejeição (P_r)

$$P_r = 1 - P_a$$

Onde:

P_a = probabilidade de aceitação

Qualidade média à saída (AOQ)

$$AOQ = \frac{P_a p (N - n)}{N}$$

Onde:

P_a = probabilidade de aceitação

p = fração de defeituosos de entrada

N = tamanho do lote

n = tamanho amostral

Inspeção total média (ITM)

$$ITM = n + (1 - P_a)(N - m)$$

Onde:

P_a = probabilidade de aceitação

N = tamanho do lote

n = tamanho amostral

Falaremos agora sobre planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos, baseados na Norma 5426 (ABNT, 1985a).



Lembre-se

Você pode acessar as normas da ABNT em nossa **Biblioteca Virtual**. Acesse <<https://biblioteca-virtual.com/detalhes/parceiros/10>> e entre com o seu login e senha. Clique em **GedWeb / Normas da ABNT** e depois em **Acessar o Portal**, insira o número da norma no campo de busca e selecione a opção Normas Brasileiras / Mercosul. Seguindo esses passos você conseguirá acessar as Normas 5426 e 5429 citadas como referência nesta unidade.

A NBR 5426 estabelece planos de amostragem e procedimentos para inspeção por atributos, e suas determinações devem ser obedecidas. Caso ela seja especificada pelo responsável, deve ser citada nos contratos, instruções ou em outros documentos (ABNT, 1985a, p. 1).

A aplicação da NBR 5426 é necessária para estabelecer alguns conceitos básicos:

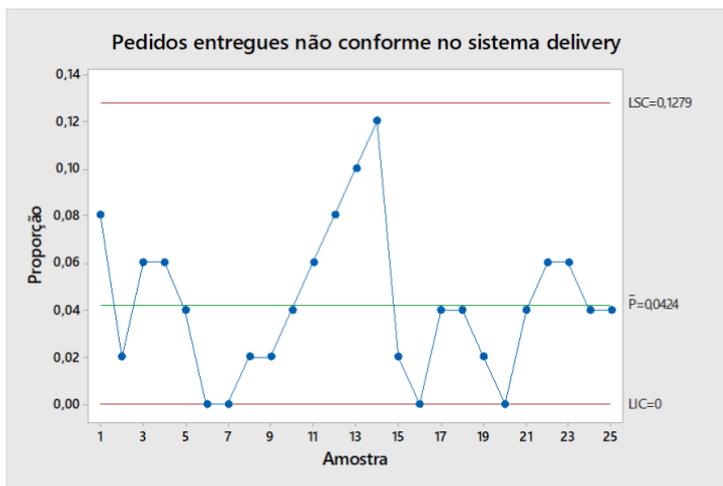
Tamanho da amostra (n) é a parcela representativa do lote. Quanto maior a amostra, maior a representatividade, porém maior é o custo da inspeção.

Nível da qualidade (NQ) é a fração defeituosa do lote:

$$p = \frac{d}{n}$$

Quanto maior o NQ, pior o processo. A linha média do gráfico de controle da fração defeituosa "p" é uma boa estimativa do nível da qualidade. Para que você relembre, a seguir é reexibido o exemplo do gráfico p apresentado na Seção 2.2:

Figura 3.6 | Exemplo gráfico p



Fonte: elaborada pelo autor.

Nível de Qualidade Aceitável (NQA) corresponde ao nível da qualidade considerado satisfatório.

Na utilização da NBR 5426 obtemos nas tabelas os seguintes parâmetros:

n → tamanho da amostra a ser inspecionada.

Ac → número de aceitação – corresponde ao número máximo de unidades defeituosas admitido na amostra.

Re → número de rejeição – em geral $Re = Ac + 1$.

Ao realizar a inspeção obtém-se:

d → número de unidades não conformes encontradas na amostra.

A NBR 5426 possui três tipos de amostragem e três níveis de inspeção, representados no Quadro 3.1.

Quadro 3.1 | NBR 5426 – Tipos de amostragem e níveis de inspeção

NBR 5426	Tipos de amostragem		Regime de inspeção	
	Simples		Normal	
			Severa	
			Atenuada	
	Dupla		Normal	
			Severa	
			Atenuada	
	Múltipla		Normal	
			Severa	
Atenuada				

Fonte: elaborado pelo autor.

De acordo com a ABNT (1985a), nos **planos de amostragem simples** a quantidade de itens inspecionados deve ser igual ao tamanho da amostra. A amostra (**n**) deve ser inspecionada para verificar o número de produtos não conformes. Se na amostra o número de itens não conformes (**d**) for igual ou menor (**a**), o lote deve ser aprovado; caso seja maior, o lote deve ser provado.

O procedimento para aplicação do plano de amostragem simples é coletar uma amostra de tamanho **n** do lote **N** e inspecionar as **n** unidades, anotando o número de não conformidades ou de itens não conformes **d**.

Parâmetros → **n, Ac, Re**

Se:

$d \leq Ac$, aceitar o lote **N**.

$d \geq Re$, rejeitar o lote **N**.

Nos **planos de amostragem dupla**, é coletada uma primeira amostra de tamanho **n1** do lote **N** e são inspecionadas as **n1** unidades, anotando o número de não conformes **d1**.

Se:

$d1 \leq Ac1$, aceitar o lote **N**;

$d1 \geq Re1$, rejeitar o lote **N**.

Se:

$Ac1 < d1 < Re1$, situação de indecisão, inspecionar uma segunda amostra **n2**. Coletar a segunda amostra de tamanho **n2** do lote **N** e inspecionar as **n2** unidades, anotando o número de unidades não conformes **d2**. Somar os números de unidades não conformes **d1** e **d2** das duas fases.

Se:

$d1 + d2 \leq Ac2$, aceitar o lote **N**.

$d1 + d2 \geq Re2$, rejeitar o lote **N**.

Os **planos de amostragem múltipla** são os mesmos estipulados para os planos de amostragem dupla. A única diferença é que o número de amostras sucessivas para a decisão deve ser maior do que dois (ABNT, 1985a).

Para maior compreensão, consulte a NBR 5426, anexos A, B e C, onde se encontram os fluxogramas com os esquemas de aplicação de um plano de amostragem simples, dupla e múltipla.

Os **níveis de inspeção** determinam a relação entre o tamanho do lote e da amostra.

a) De uso geral: I, II e III

Nível II: deverá ser usado a menos que se especifique outro nível.

Nível I: usado quando se quer menor discriminação.

Nível III: usado para maior discriminação.

b) De uso especial:

S-1, S-2, S-3 e S-4, usados quando amostras pequenas forem necessárias e riscos de amostragem grandes possam ou devam ser tolerados.

O regime de inspeção normal ou comum será empregado no início da inspeção, a menos que o responsável pelo controle da qualidade determine o contrário.

A alteração de **inspeção normal** para **inspeção severa** ocorre se:

- 2 de 5 lotes consecutivos forem rejeitados.

Inspeção severa para inspeção normal:

- Se 5 lotes consecutivos forem aceitos.

A alteração de **inspeção normal** para **inspeção atenuada** somente poderá ocorrer se todas as seguintes condições forem aceitas:

- a) A inspeção atenuada for de interesse.
- b) Se a produção estiver ocorrendo regularmente.
- c) Se 10 ou mais lotes foram aceitos.

d) Se o número total de defeituosos nesses 10 lotes for menor ou igual a um valor limite estabelecido na Tabela 17 – valores limites para a introdução de inspeção atenuada, da NBR 5426 (BRASIL, 1985a).

A alteração de **inspeção atenuada** para **inspeção normal** ocorrerá se qualquer uma das seguintes situações ocorrer:

- a) Se um lote for rejeitado.
- b) Quando um lote ficar indefinido.
- c) Quando a produção se torna irregular ou atrasada.
- d) Caso alguma condição particular justifique.

A NBR 5426 apresenta diversas tabelas. De fato são 67, que entre outras informações permitem determinar os parâmetros **n**, **Ac**, **Re**, combinando tipos do plano de amostragem (simples, dupla, múltipla), níveis de inspeção (I, II, III, S1, S2, S3, S4) e regime de inspeção (normal, severa, atenuada).



Assimile

Os planos de amostragem e procedimentos para inspeção por atributos geralmente são realizados por meio de três métodos: amostragem única, amostragem dupla ou amostragem múltipla. Quando a proporção defeituosa do lote é muito baixa ou muito alta, os dois métodos mencionados anteriormente têm uma vantagem sobre o de amostragem única, porque a quantidade de inspeção total média (ITM) necessária para tomar uma decisão é menor.

Quando uma inspeção de retificação é utilizada para substituir itens não conformes por itens conformes, os itens que saem da área de inspeção (a saída) terão um nível de qualidade muito alto. A qualidade

de saída média dependerá da qualidade original do lote e do plano de amostragem utilizado para identificar e corrigir os defeitos. Os parâmetros do plano de amostragem podem ser ajustados para fornecer um limite aceitável da qualidade de saída média.



Refleta

Como afirma Deming (1990, p. 22) em seu princípio número 3:

Cesse a dependência da inspeção em massa. [...] a) A inspeção não melhora a qualidade, nem a garante. A inspeção é demasiadamente tardia. A qualidade, boa ou má, já se encontra no produto. Como disse Harold. F. Dodge: "A inspeção não incorpora qualidade ao produto".



Considerando esse princípio de Deming, por que ainda hoje as organizações são amplamente dependentes da inspeção e da utilização de planos de amostragem?



Pesquise mais

Leia o artigo:

SOUZA, Shamon Henrique Feitosa de; WRUCK, Emerson. **Avaliação dos processos de amostragem de inspeção para atributos no setor de matéria prima na indústria farmacêutica local.** Disponível em: <<http://www.prp2.ueg.br/06v1/conteudo/pesquisa/inic-cien/eventos/sic2008/fronteira/flashsic/animacao/VISIC/arquivos/resumos/resumo92.pdf>>. Acesso em: 1 mar. 2018.

Sem medo de errar

A empresa Torricelli vem monitorando a qualidade de fornecimento das gaxetas produzidas pelo fornecedor Estanques. Nos últimos tempos, os lotes fornecidos pela Estanques têm apresentado problemas de qualidade, resultando na reprovação de

alguns deles. Os lotes reprovados são submetidos a inspeção ou varredura 100%, em que todos os itens defeituosos descobertos ou são removidos para reparo subsequente, ou são devolvidos ao fornecedor, ou são substituídos por itens de um estoque reconhecidamente de itens bons. Apesar das ações corretivas tomadas pelo fornecedor, a Torricelli se preocupa em garantir a qualidade de saída média das gaxetas utilizadas na produção das bombas centrífugas.

A Torricelli recebeu um lote com $N = 10.000$, sendo o tamanho da amostra $n = 89$ e o número de aceitação $c = 2$. Espera-se que os lotes que entram sejam de qualidade $p = 0,01$, sendo $P_a = 0,9397$. A Torricelli deseja saber qual é a **qualidade de saída média**, e você foi incumbido de calculá-la.

Para resolver esta situação-problema, você deverá utilizar seu conhecimento adquirido sobre inspeção de retificação. Vamos lá?

Para calcular a QSM, aplicamos a fórmula:

$$QSM = \frac{P_a p (N - n)}{N} = \frac{(0,9397)(0,01)(10000 - 89)}{10000} = 0,0093$$

Portanto a qualidade de saída média é de 0,93%.

Avançando na prática

A inspeção por amostragem no processo e a variação da qualidade lote a lote

Descrição da situação-problema

Uma organização controla uma das etapas de um processo de fabricação por meio de inspeção por amostragem. A qualidade desse processo tem variado, e conseqüentemente alguns lotes são reprovados e submetidos à inspeção de retificação, enquanto outros são aprovados na amostragem. A organização está preocupada com o custo da inspeção e com a capacidade da inspeção de detectar produtos não conformes no lote.

Os lotes têm tamanho igual a 30.000 unidades, a qualidade do lote é de 0,01, o tamanho da amostra é igual a 52 e são admitidos

até 3 não conformes na amostra. A partir da curva característica de operação do plano de amostragem, obteve-se a probabilidade de aceitação $P_a = 0,998$.

De posse dessa informação, a organização pede que você determine a inspeção total média por lote.

Para resolver esta situação-problema, você deverá utilizar seu conhecimento adquirido sobre inspeção de retificação. Vamos lá?

Resolução da situação-problema

Para resolver esta situação-problema, você deve calcular a inspeção total média:

$$N = 30.000$$

$$n = 52$$

$$p = 0,01$$

$$P_a = 0,998$$

$$ITM = n(1 - P_a)(N - m)$$

$$ITM = 52 + (1 - 0,998)(30.000 - 52) \Rightarrow ITM \simeq 112$$

Faça valer a pena

1. Uma organização visando controlar a qualidade no recebimento de materiais adota um regime de inspeção por amostragem para fornecedores que ainda não atingiram o estado de "garantia da qualidade na fonte (GQF)". Quando o fornecedor atinge o estado de GQF, os lotes recebidos não são inspecionados. Um determinado fornecedor de abrasivos ainda não atingiu o estado de GQF e, portanto, seus lotes, com tamanho de 500 unidades, são inspecionados.

Determine o tamanho da amostra (n) e o número de aceitação (Ac), de acordo com a Norma NBR 5426, para plano de amostragem simples, inspeção normal nível II e nível de qualidade aceitável (NQA) de 4%.

a) $n = 32$, $Ac = 5$.

b) $n = 80$, $AC = 10$.

- c) $n = 50, Ac = 7$.
- d) $n = 50, Ac = 5$.
- e) $n = 80, Ac = 8$.

2. Uma organização controla a qualidade de motores fabricados por uma de suas unidades fabris e fornecidos para outra unidade, onde são fabricados os automóveis, por meio de inspeção por amostragem por atributos, plano de amostragem simples, inspeção reduzida, com $AC = 3$ e $Re = 6$.

Ao realizar a inspeção de um lote de motores, o inspetor encontra 4 motores não conformes. Determine a ação apropriada:

- a) Aceitar o lote e retornar à inspeção normal.
- b) Aceitar o lote, porque o número de não conformes é inferior ao número de rejeição.
- c) Rejeitar o lote, porque o número de não conformes é superior ao número de aceitação.
- d) Retirar tantas amostras quantas sejam necessárias para aprovar o lote.
- e) Usar um plano de amostragem múltipla.

3. Uma organização utiliza a inspeção por amostragem na inspeção final de seus produtos manufaturados para o mercado asiático. O resultado da aplicação da técnica de amostragem em 4 lotes avaliados, que após a inspeção, passaram por uma verificação 100% visando certificar a eficácia da inspeção, é apresentado no quadro a seguir:

Quadro 3.2 | Avaliação da eficácia da inspeção por amostragem

Resultado da inspeção	Resultado após a inspeção 100%	
	Aprovado	Reprovado
Reprovado	Lote 1	Lote 2
Aprovado	Lote 3	Lote 4

Fonte: adaptado de Slack, Chambers e Johnston (2002, p. 577).

Considerando os resultados apresentados no quadro apresentado, qual conclusão pode ser tirada sobre a técnica de amostragem?

- a) Não é adequada para tomar decisões de aceitação de lotes de produtos manufaturados.
- b) Indica uma decisão correta apenas no lote 3.
- c) Indica decisões corretas nos lotes 2 e 3; e, no lote 1, por questões de segurança.

- d) Indica decisões corretas em todas as situações, porque o objetivo da inspeção é garantir a satisfação do cliente.
- e) Indica decisões corretas apenas nos lotes 2 e 3.

Seção 3.3

Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis

Diálogo aberto

Nesta seção serão apresentados os conceitos sobre planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis e outros procedimentos de amostragem por variáveis. A empresa Torricelli inspeciona regularmente as diversas carcaças das bombas por meio de testes hidrostáticos para verificação de resistências e vazamentos. O teste hidrostático é um teste com critério de aceitação unilateral, e para uma determina família de bombas a resistência mínima à pressão é de 700 psi. As carcaças são selecionadas por amostragem, os ensaios realizados são registrados e, em caso de ocorrência de algum produto não conforme, as demais carcaças do lote são submetidas ao teste hidrostático. Com base nos dados históricos, o desvio-padrão para os lotes amostrados foi calculado e o valor resultante foi de $\sigma=30$. O gerente do departamento de montagem pediu ao gerente do departamento de gestão da qualidade que determinasse um plano de inspeção por variáveis que aceitasse 95% dos lotes que apresentassem até 1% de carcaças não conformes e rejeitasse 90% dos lotes com 4% ou mais de carcaças não conformes. Você foi incumbido de determinar o plano, o tamanho da amostra e o valor crítico da média do teste, além de elaborar um relatório de inspeção por amostragem.

Para resolver essa situação-problema, você deverá utilizar seu conhecimento adquirido sobre planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis para atributos e curva característica de operação (CCO).

Vamos lá?

Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis

A inspeção consiste em medir a variável que caracteriza o produto objeto de inspeção em relação a cada um dos **n elementos que formam a amostra** bem como, em seguida, calcular a média **\bar{x}** desses **n** elementos da amostra.

A decisão sobre a aceitação ou rejeição do lote será adotada comparando o conteúdo médio **\bar{x}** com o valor numérico de uma expressão algébrica que inclui vários fatores:

- A especificação máxima ou mínima.
- O desvio-padrão dos valores da variável inspecionada do lote, que pode ser conhecido ou desconhecido.
- As tabelas dos planos de amostragem que fornecem a constante de aceitação **K** , que depende do NQA da variável medida.

A decisão de escolher o tipo de plano de amostragem depende das características que estão sendo avaliadas. Se a característica de controle é um atributo, do tipo passa/não passa – tal como o extintor de incêndio funciona ou não funciona –, a única alternativa é aplicar o plano de amostragem para atributos. Por outro lado, se a característica de controle é uma variável – por exemplo, o tempo de disparo de um disjuntor –, tem-se a opção de aplicar um plano de amostragem por variável. A aplicação do plano de amostragem por variável depende também da viabilidade técnica e econômica. Às vezes, opta-se por aplicar um plano de amostragem por atributos ao invés do plano de amostragem por variável, considerando esses fatores.

Os planos de amostragem para atributos exigem que as características a serem inspecionadas sejam distribuídas de acordo com uma distribuição normal e trata de estimar a média da população pela média da amostra.

Podem ocorrer os seguintes casos:

- σ conhecido e um único limite de tolerância (tolerância unilateral).
- σ conhecido e dois limites de tolerância (tolerâncias bilaterais).
- σ desconhecido e apenas um limite de tolerância.
- σ desconhecido e dois limites de tolerância (tolerâncias bilaterais).

O fato de o σ ser conhecido, ou não, determina a distribuição estatística a ser utilizada na estimativa da média, o que pode ser visto no Quadro 3.3.

Por outro lado, se os produtos tiverem tolerâncias bilaterais, isso implica que eles devam considerar as duas extremidades (caudas) da distribuição, enquanto que, se houver apenas um limite, deve ser considerada uma única extremidade.

Quadro 3.3 | Planos de amostragem para aceitação (PAA) por variáveis estatísticas

Parâmetro	Estatística	Distribuição
μ (σ conhecido)	$\frac{(\bar{x} - \mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$N(0,1)$
μ (σ desconhecido)	$\frac{(\bar{x} - \mu)}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, \text{ onde } s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n - 1}}$	T_{N-1} T Student com n - 1 graus de liberdade

Fonte : adaptado de Montgomery (2016).



Pesquise mais

Para saber mais sobre a distribuição T de Student, acesse o material 4.5, página 93, disponível em nossa Biblioteca Virtual:

FONSECA, J. S.; MARTINS, G. A. Distribuição T de Student. In: _____. **Curso de estatística**. 6. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2012. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522477937/cfi/4!/4/4@0.00:26.8>>. Acesso em: 15 jan. 2018

Considere um PAA para variáveis para controlar a fração não conforme do lote ou processo. Uma vez que a característica da qualidade é uma variável, haverá um limite inferior de especificação (LIE), um limite superior de especificação (LSE), ou ambos, que definem os parâmetros aceitáveis desse parâmetro. Supondo que se conhece o desvio-padrão do processo, um PAA para variáveis pode ser organizado de duas maneiras:

Procedimento 1

Coleta-se uma amostra aleatória de n produtos do lote e calcula-se a estatística:

$$Z_{LIE} = \frac{\bar{x} - LIE}{\sigma} \quad (3.1), \text{ onde, se } Z_{LIE} \geq k \text{ e } k \text{ é um valor}$$

crítico, o lote será aceito.

Procedimento 2

Selecione uma amostra aleatória de n itens do lote e calcule

$$Z_{LIE} = \frac{\bar{x} - LIE}{\sigma}. \text{ Use } Z_{LIE} \text{ para estimar a fração de defeituosos do}$$

lote ou do processo como a área sob a curva normal padrão abaixo de Z_{LIE} .

Seja \hat{p} a estimativa de p assim obtida. Se a estimativa exceder um valor máximo especificado M , o lote deve ser rejeitado; caso contrário, deve ser aceito.

Quando temos apenas um único limite de especificação (LIE ou LSE), qualquer um dos procedimentos pode ser usado. No caso do limite superior de especificação, devemos calcular:

$$Z_{LSE} = \frac{LSE - \bar{x}}{\sigma} \quad (3.2)$$

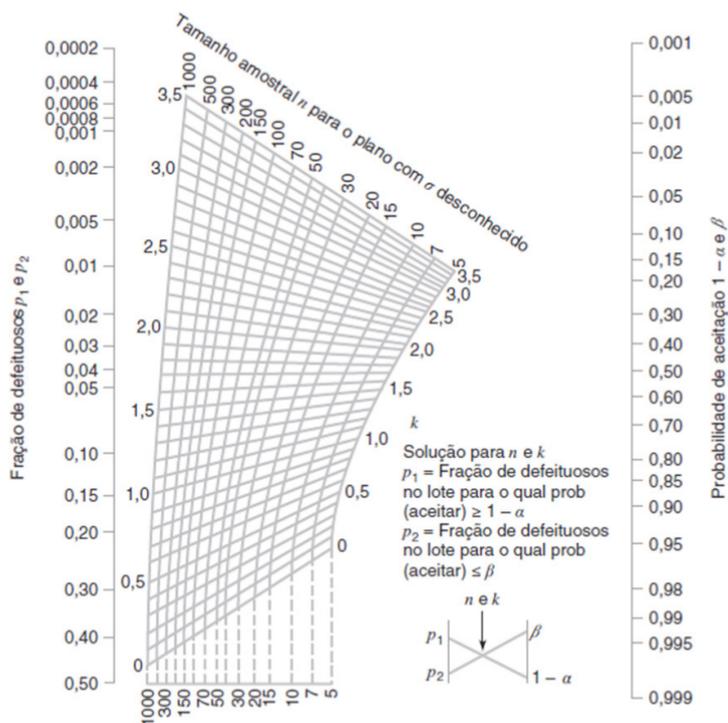
Quando temos as duas especificações, superior e inferior, o método M , Procedimento 2, deve ser utilizado. Quando o desvio-padrão σ é desconhecido, ele é estimado pelo desvio-padrão amostral s , e σ , nas equações 1 e 2, é substituído por s . Os planos baseados na amplitude R foram utilizados amplamente no passado devido à facilidade de se calcular o R . Hoje em dia a facilidade de se calcular o desvio-padrão fez com que os planos baseados na amplitude fossem colocados em desuso. A principal vantagem da utilização de planos baseados no desvio-padrão, se comparados com s baseados na amplitude, é que o tamanho da amostra é menor (MONTGOMERY, 2016).

É possível elaborar um plano de amostragem por variáveis que tenha uma curva característica de operação (CCO) específica, usando o Procedimento 1, o método k . Sejam $(p_1, 1 - \alpha)$ e (p_2, β) dois pontos sobre a CCO de interesse. Observe que p_1 e p_2 podem ser níveis da fração de não conformes do lote ou do processo correspondentes a níveis aceitável e rejeitável de qualidade, respectivamente.

O ábaco exibido na Figura 3.7 permite que se encontre o tamanho de amostra n exigido e o valor crítico k que satisfaçam as condições dadas $p_1, 1 - \alpha; p_2, \beta$ para ambos os casos, σ conhecido ou não. O ábaco contém escalas separadas para o tamanho de amostra para os dois casos. A maior incerteza no caso em que o σ é desconhecido requer um tamanho de amostra maior do que no caso em que σ é conhecido, mas o mesmo valor de k é usado. Adicionalmente, para um dado plano de amostragem, a probabilidade de aceitação para qualquer valor da fração de defeituosos pode ser encontrada a partir do ábaco. Plotando vários desses pontos, é possível construir uma CCO do plano de amostragem.

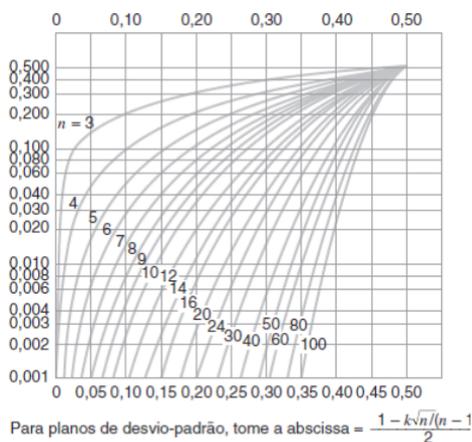
De acordo com Montgomery (2016), é possível também elaborar planos de amostragem de aceitação de variáveis a partir do ábaco, usando o Procedimento 2 (o método M). Para fazer isso, é necessário um passo adicional. A Figura 3.8 apresenta um gráfico para determinar a fração de defeituosos máxima permissível, M . Uma vez que os valores de n e k tenham sido determinados para o plano de amostragem apropriado com base na Figura 3.7, o valor de M pode ser lido diretamente da Figura 3.8. Para usar o Procedimento 2, é necessário converter os valores de Z_{LIE} ou Z_{LSE} em uma fração de defeituosos estimada. A Figura 3.9 pode ser usada para esse propósito.

Figura 3.7 | Ábaco para elaboração de planos de amostragem de variáveis



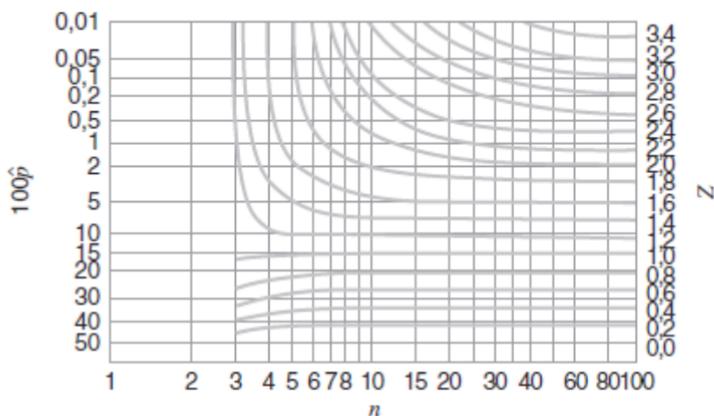
Fonte: Montgomery (2016, p. 498).

Figura 3.8 | Gráfico para determinar a fração de defeituosos máxima permissível



Fonte: Montgomery (2016, p.498).

Figura 3.9 | Gráfico para determinar \hat{p} a partir de Z



Fonte: Montgomery (2016, p.498).



Exemplificando

Um fabricante de cabos controla a resistência de ruptura de um cabo de aço com bitola de 3/32" e alma de fibra de, sendo a resistência mínima especificada 331 N/mm². Vamos estabelecer um plano de amostragem usando o Procedimento 2.

Dado que $n = 40$ e $k = 1,9$, na Figura 3.7 entramos com $n = 40$ e valor da abscissa:

$$\frac{1 - \frac{k\sqrt{n}}{(n-1)}}{2} = \frac{1 - \frac{1,9\sqrt{40}}{(39)}}{2} = 0,35$$

Isso indica que $M = 0,030$. Suponha, agora, que uma amostra de $n = 40$ seja selecionada e que observemos $\bar{x} = 361$ e $s = 15$. O valor de Z_{LIE} é:

$$Z_{LIE} = \frac{\bar{x} - LIE}{s} = \frac{361 - 331}{15} = 2$$

Na Figura 3.8 lemos que $\hat{p} = 0,020$. Como $\hat{p} = 0,020$ é menor que $M = 0,030$, o lote deve ser aceito.

Quando há dois limites de especificação, o Procedimento 2 pode ser usado diretamente. Começamos obtendo o tamanho da amostra n e o valor crítico k para um plano de limite único que tenha os mesmos valores desejados de $p1$, $p2$, α e β que o plano com dois limites de especificação. Em seguida, o valor de M é obtido diretamente da Figura 3.7. Agora, na operação do PAA, calculamos Z_{LIE} e Z_{LSE} e, a partir da Figura 3.8, achamos as correspondentes estimativas das frações de defeituosos – digamos, \hat{p}_{LIE} e \hat{p}_{LSE} . Então, se $\hat{p}_{LIE} + \hat{p}_{LSE} \leq M$, o lote será aceito; caso contrário, o lote será rejeitado (MONTGOMERY, 2016).

A NBR 5429 – Planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis (ABNT, 1985b) é a norma brasileira equivalente à família das normas ISO 3951 – *Sampling procedures for inspection by variables* (Procedimentos de amostragem para inspeção por variáveis), que por sua vez são derivadas da MIL-STD-414:1957 – *Sampling procedures and tables for inspection by variables for percent defective* (Procedimentos de amostragem e tabelas para inspeção por variáveis por fração defeituosa), esta última emitida pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América.



Lembre-se

Você pode acessar as normas da ABNT em nossa **Biblioteca Virtual**. Acesse <<https://biblioteca-virtual.com/detalhes/parceiros/10>>. Entre com o seu login e senha. Clique em **GedWeb / Normas da ABNT** e, depois, em **Acessar o Portal**, insira o número da norma no campo de busca e selecione Normas Brasileiras / Mercosul. Seguindo esses passos, você conseguirá acessar a Norma 5429, citada como referência nesta unidade.

A NBR 5429 (ABNT, 1985b) estabelece planos de amostragem e procedimentos para inspeção por variáveis e é amplamente utilizada nas relações contratuais entre clientes e fornecedores. Os planos são destinados, em princípio, para inspeção de lotes isolados e é observado que o plano escolhido ofereça a proteção desejada em função de sua CCO.

Os planos são classificados quanto à variabilidade do processo, podendo essa variabilidade ser desconhecida ou conhecida. Os

métodos utilizados para estimar a variabilidade desconhecida são o do desvio-padrão estimativo do lote e o da amplitude média da amostra. Usualmente usa-se o plano de amostragem que tem como base a variabilidade desconhecida, no método do desvio-padrão.

Os planos baseados na variabilidade desconhecida necessitam de amostras menores que aqueles que se baseiam no método da amplitude média da amostra. Os planos com base na variabilidade conhecida exigem amostras com tamanho menor que aqueles baseados em variabilidade conhecida.

No quadro a seguir é apresentado um modelo sumarizado da sequência de aplicação da NBR 5429.

Quadro 3.4 | Modelo sumarizado da sequência de aplicação da NBR 5429

Passos	Considerações
1) Determinar o tamanho do lote	Tamanho do lote estabelecido pelos critérios de formação do lote, contidos nos documentos de aquisição ou conforme acordo entre produtor e consumidor.
2) Selecionar o nível de inspeção	No início do contrato ou da produção, é aconselhável usar nível II. Podem ser usados outros níveis de inspeção, se o histórico da qualidade ou se as dificuldades e os custos de controle indicarem tal necessidade.
3) Determinar o tamanho da amostra por meio do código literal	É encontrado na Tabela 1 da NBR 5429 e baseado no tamanho do lote e no nível de inspeção.
4) Selecionar o plano de amostragem	Geralmente usa-se o plano de amostragem para variabilidade desconhecida, método do desvio-padrão. São encontrados nas Tabelas 2 a 7 da NBR 5429 o valor do NQA especificado, o código literal do tamanho da amostra e o tamanho da amostra e da porcentagem defeituosa máxima admissível (M).
5) Estabelecer a severidade de inspeção	No início do contrato ou da produção, utiliza-se inspeção em regime normal.

6) Determinar o tamanho da amostra e a porcentagem defeituosa máxima admissível (M)	Baseados nos requisitos para inspeção normal – variabilidade desconhecida, método do desvio-padrão –, são encontrados nas Tabelas 2 a 7 da NBR 5429 o valor do NQA especificados e o código literal do tamanho da amostra, o tamanho da amostra e da porcentagem defeituosa máxima admissível (M).
7) Coleta da amostra	A amostra é retirada do lote ao acaso, na quantidade da unidade de produto, conforme determinado nas Tabelas 2 a 7 da NBR 5429.
8) Inspeção da amostra	A porcentagem defeituosa (p) é obtida por meio do índice de qualidade (Q) nas Tabelas 27 a 34 da NBR 5429 e comparada com a porcentagem defeituosa máxima admissível (ver apêndice da NBR 5429).
<p>A variabilidade conhecida só deve ser utilizada quando houver certeza do conhecimento da variabilidade do processo do fornecedor, devendo antes ser consultado o departamento técnico competente sobre a possibilidade de sua utilização.</p>	

Fonte: adaptado de ABNT (1985b).

Para compreender a utilização da NBR 5429, veja os exemplos apresentados nos apêndices 1 e 2, nas folhas 39 e 40, da referida norma.

Outros procedimentos de amostragem de variáveis

Amostragem por variáveis para garantir o lote ou a média do processo

Os planos de amostragem de variáveis também podem ser usados para dar garantia sobre a qualidade média de um material, em vez da fração defeituosa. Planos de amostragem como este são mais prováveis de serem usados na amostragem de materiais a granel que vêm em sacos, tambores ou outros recipientes. No



Para saber mais sobre o teste de hipóteses, veja o material disponível no link indicado a seguir:

DAVILA, V. H. L. **Teste de hipóteses**. Unicamp, [s.d.]. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~hlauchos/Inferencia_Hipo1.pdf>. Acesso em: 1 mar. 2018.

entanto, eles também podem ser aplicados a partes discretas e a outras variáveis, como o nível de ruído de um motor. A abordagem geral empregada neste tipo de amostragem variável é o teste de hipóteses estatísticas.

Amostragem em cadeia

Dodge (1955 apud JURAN & GRZYNA, 1998) sugeriu um procedimento alternativo, conhecido como amostragem em cadeia, que pode ser um substituto de planos comuns de amostragem única com zero números de aceitação em certas circunstâncias. Os planos de amostragem em cadeia utilizam os resultados acumulados de vários lotes anteriores. O procedimento geral é como segue:

1) Para cada lote, selecione a amostra de tamanho n e observe o número de defeitos.

2) Se a amostra tiver zero defeitos, aceite o lote; se a amostra tiver dois ou mais defeitos, rejeite o lote; e se a amostra tiver um defeito, aceite o lote desde que não haja defeitos nos lotes anteriores.

Dessa forma, para um plano de amostragem em cadeia dado por $n = 5$, $i = 3$, um lote seria aceito se não houvesse defeitos na amostra de cinco ou se houvesse um defeito na amostra de cinco e nenhum defeito tivesse sido observado nas amostras dos três lotes anteriores. Esse tipo de plano é conhecido como um plano de ChSP-1 (*Chain Sampling Plan*, traduzido por plano de amostragem em cadeia).

Amostragem contínua

Todos os planos de amostragem discutidos anteriormente são planos de amostragem lote a lote. Com esses planos, pressupõe-se que o produto é formado em lotes, e o objetivo do plano de amostragem é decidir sobre a aceitação ou não de lotes individuais.

No entanto, muitas operações de fabricação, particularmente processos complexos de montagem, não resultam na formação de lotes. Por exemplo, a fabricação de automóveis, que é realizada em uma linha de montagem contínua.

Quando a produção é contínua, duas abordagens podem ser usadas para formar lotes. O primeiro procedimento permite a acumulação da produção em determinados pontos no processo de montagem. Esse procedimento tem a desvantagem de criar inventário em processo em vários pontos, o que requer espaço adicional, pode constituir um risco para a segurança e é uma abordagem geralmente ineficiente para gerenciar uma linha de montagem. O segundo procedimento estipula aleatoriamente um determinado ponto da produção como um "lote". A desvantagem dessa abordagem é que se um lote é rejeitado e é necessária a realização 100% de inspeção subsequentemente, pode ser necessário estender a avaliação para produtos que já estão em pontos posteriores ou mesmo produtos que já foram finalizados. Isso pode exigir a desmontagem ou, pelo menos, a destruição parcial de itens semiacabados.

Por essas razões, foram desenvolvidos planos de amostragem especiais para produção contínua. Os planos de amostragem contínua consistem em sequências alternadas de inspeção e triagem de amostragem (100% de inspeção). Os planos geralmente começam com uma inspeção de 100%, e, quando um número declarado de unidades está livre de defeitos (o número de unidades i é geralmente chamado de número de liberação), a inspeção por amostragem é instituída. A inspeção por amostragem continua até encontrar um número específico de unidades defeituosas, momento em que a inspeção de 100% é retomada. Conforme afirma Montgomery (2016, p. 498), "Planos de amostragem contínua são planos de inspeção de retificação, no sentido de que a qualidade do produto é melhorada pela varredura parcial".

Planos de amostragem com omissão de lotes

É um sistema de planos de inspeção de lotes por lote, no qual uma provisão é feita para inspecionar apenas uma fração dos lotes submetidos. De um modo geral, os planos de amostragem com omissão de lotes devem ser usados somente quando a qualidade do produto submetido

é boa, considerando o histórico de qualidade do fornecedor.

Planos de amostragem com omissão de lotes é a aplicação da amostragem contínua a lotes ao invés da aplicação a unidades de produção em uma linha de montagem.

Segundo Perry (1973 apud MUTHULAKSHMI & LAKSHMI, 2012), os planos de amostragem com omissão de lotes designados SkSP-2 – *skip-lot sampling plans* (planos de amostragem com omissão de lotes) –, que são uma evolução dos planos de amostragem com omissão de lotes designados SkSP-1 desenvolvidos por Dodge (1955), determinam que cada lote a ser inspecionado é amostrado de acordo com um plano particular de inspeção denominado “**plano de amostragem de referência**”.

Um plano de amostragem com omissão de lotes do tipo SkSP-2 usa um plano de inspeção especificado, chamado de o “plano de amostragem de referência”, junto com as seguintes regras:

1) Inicie com inspeção normal, usando o plano de referência. Neste estágio da operação, todo o lote é inspecionado.

2) Quando i lotes consecutivos são aceitos na inspeção normal, mude para inspeção com omissão, em que uma fração f dos lotes é inspecionada.

3) Quando um lote é rejeitado na inspeção com omissão, retorne à inspeção normal.

Os parâmetros f e i são os parâmetros do plano de amostragem com omissão de lotes tipo SkSP-2. Em geral, o número de liberação i é um inteiro positivo, e a fração amostral f está no intervalo $0 < f < 1$. Quando a fração amostral $f = 1$, o plano de amostragem com omissão de lotes se reduz ao plano de amostragem de referência original (MONTGOMERY, 2016).



Pesquise mais

Leia mais sobre o assunto em Montgomery (2016), na Parte 6, *Amostragem de aceitação*, Capítulo 16, Outras técnicas de amostragem de aceitação, item 16.7, *Planos de amostragem com omissão de lotes*, página 509. Livro disponível em nossa Biblioteca Virtual:

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. Disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/detalhes/parceiros/5>>. Acesso em: 2 mar. 2018.

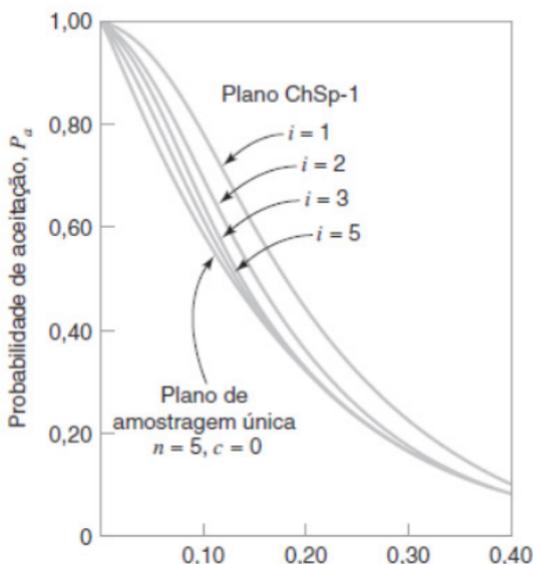
O efeito da amostragem em cadeia é alterar a forma da CCO, de modo que seja mais difícil rejeitar lotes com fração de defeituosos muito pequena com um plano ChSP-1 do que com amostragem única simples. Na Figura 3.10 são mostradas as CCOs para planos ChSP-1 com $n = 5$, $c = 0$ e $i = 1, 2, 3$ e 5.

Na prática, valores de i variam, em geral, entre três e cinco, uma vez que as CCOs de tais planos se aproximam da CCO do plano de amostragem única. Os pontos sobre a CCO de um plano ChSP-1 são dados pela equação:

$$Pa = P(0, n) + P(1, n)[P(0, n)]^i$$

Onde $P(0, n)$ e $P(1, n)$ são as probabilidades de obtermos 0 e 1 defeituosos, respectivamente, em uma amostra aleatória de tamanho n (MONTGOMERY, 2016).

Figura 3.10 | CCOs para planos ChSP-1 com $n = 5$, $c = 0$ e $i = 1, 2, 3$ e 5



Fonte: Montgomery (2016, p.507).



Para utilizar um plano de amostragem para variáveis devemos conhecer a forma da distribuição da característica inspecionada. Via de regra, assumimos que a característica segue a distribuição normal. Essa premissa é importantíssima, porque todos os planos de amostragem utilizam a média e o desvio-padrão para converter em uma fração defeituosa do lote ou do processo. Caso a característica inspecionada não seja normalmente distribuída, não será possível utilizar a média e o desvio-padrão para estimar a fração defeituosa.

Na prática, várias características da qualidade não são normalmente distribuídas, assim sendo pergunta-se: será possível aplicar um plano de amostragem para variáveis? Se sim, que informações são necessárias e o que se deve fazer?

Sem medo de errar

A empresa Torricelli aplica um plano de amostragem para variáveis no controle das carcaças. O teste hidrostático aplicado tem como LIE 700 psi, e a partir dos dados históricos o desvio-padrão para os lotes amostrados foi calculado e o valor resultante foi de $\sigma=30$. Você foi incumbido de determinar um plano de inspeção por variáveis que aceitasse 95% dos lotes que apresentassem até 1% de carcaças não conformes e rejeitasse 90% dos lotes com 4% ou mais de carcaças não conformes. Vamos lá?

Para determinar o plano de amostragem, trace uma linha conectando o ponto 0,01 na escala de fração de defeituosos, na Figura 3.7, ao ponto 0,95 na escala de probabilidade de aceitação 0,95 ($p_1=0,01$ e $1 - \alpha=0,95$). Em seguida, trace uma linha análoga conectando os pontos $p_2=0,04$ e $Pa=0,10$ ($p_2=0,04$ e $\beta=0,10$). Na intersecção dessas linhas temos $k=1,8$. Agora desça verticalmente a partir do ponto de intersecção até a escala de σ conhecido, obtendo assim o tamanho da amostra $n=15$.

Assim sendo, o procedimento consiste em tomar uma amostra $n=15$ carcaças, submetê-las ao teste hidrostático, \bar{x} e s , para em seguida calcular $Z_{LIE} = \frac{\bar{x} - LIE}{S}$ e aceitar o lote se $Z_{LIE} \geq k = 1,8$.

Existem três maneiras de se chegar a esse resultado: utilizando o ábaco, como demonstrado anteriormente, utilizando uma planilha eletrônica ou um aplicativo de estatística e, a maneira mais trabalhosa, manualmente.

Avançando na prática

Resistência mecânica à ruptura

Descrição da situação-problema

Uma concessionária de energia elétrica compra fios e cabos elétricos de um determinado fabricante e, entre outros ensaios, os submete ao ensaio de resistência mecânica à ruptura. O limite inferior de especificação para um determinado cabo é de 1073 daN (decanewton), o NQA utilizado para esse limite de especificação é de 0,65% e o nível de inspeção utilizado é o nível geral de inspeção II. A concessionária recebe 157 carretéis, e o desvio-padrão do lote é desconhecido. O supervisor do controle da qualidade pede que você determine um plano de amostragem utilizando o Procedimento 1 e a NBR 5429 (ABNT, 1985b).

Resolução da situação-problema

Primeiramente deve-se determinar o tamanho da amostra: na NBR 5429 (ABNT, 1985b, p. 7), Tabela 1, *Codificação de amostragem*, na coluna "Tamanho do lote", encontra-se o intervalo 151 a 280; nessa linha horizontal, procura-se a intersecção com o nível geral de inspeção II, encontrando a **letra G**.

Em seguida, na Tabela 2 (ABNT, 1985b, p. 8), *Plano de amostragem – Variabilidade desconhecida – Normal*, é possível localizar o tamanho da amostra. Procure pela coluna "Método do desvio-padrão", "Tamanho da amostra", vá até a linha correspondente ao "Código literal" G, obtendo o **tamanho da amostra 18**.

Finalmente, na linha do tamanho da amostra 18, procura-se a intersecção com o nível de qualidade aceitável (NQA),  , 0,65%, encontrando o símbolo que determina que seja utilizado o primeiro plano acima (K), ou seja, **1,84**.

Portanto o plano de inspeção é:

Nível II

NQA 0,65%

$n=200$

$K=1,85$

Utilizando o Procedimento I

Coleta-se uma amostra aleatória de 15 carretéis do lote de 157 e calcula-se a estatística:

$$Z_{LIE} = \frac{\bar{x} - LIE}{\sigma} \text{ Se } Z_{LIE} \geq k, \text{ onde } k \text{ é um valor crítico, o}$$

lote será aceito.

Faça valer a pena

1. A inspeção por variáveis consiste em medir a variável que caracteriza o produto objeto de inspeção em relação a cada um dos n elementos que formam a amostra, bem como, em seguida, calcular a média \bar{x} desses n elementos da amostra.

A decisão sobre a aceitação ou rejeição do lote será adotada comparando o conteúdo médio \bar{x} com o valor numérico de uma expressão algébrica.

Quais dos fatores a seguir devem estar presentes nessa expressão algébrica?

- A especificação máxima ou mínima; o desvio-padrão dos valores da variável inspecionada do lote, que deve ser conhecido; as tabelas dos planos de amostragem que fornecem a constante de aceitação K que depende do NQA da variável medida.
- A especificação máxima ou mínima; o desvio-padrão dos valores da variável inspecionada do lote, que pode ser conhecido ou desconhecido; as tabelas dos planos de amostragem que fornecem a constante de aceitação K que depende da ITM da variável medida.
- A especificação máxima ou mínima; o desvio-padrão dos valores da variável inspecionada do lote, que pode ser conhecido ou desconhecido; as tabelas dos planos de amostragem que fornecem a constante de aceitação K que depende do NQA da variável medida.
- Os LS, a LC e a LI de controle; o desvio-padrão dos valores da variável inspecionada do lote, que pode ser conhecido ou desconhecido; as tabelas

dos planos de amostragem que fornecem a constante de aceitação K que depende do NQA da variável medida.

e) A especificação máxima ou mínima; o desvio-padrão dos valores da variável inspecionada do lote, que pode ser conhecido ou desconhecido; o tamanho amostral médio; as tabelas dos planos de amostragem que fornecem a constante de aceitação K que depende do NQA da variável medida.

2. Uma fundição de ligas especiais comercializa corpos de válvulas para indústria de óleo e gás. Na inspeção final os corpos de prova, que estão apenas aos corpos das válvulas, são submetidos ao ensaio de resiliência, e a especificação é: $R \geq 331 \text{ MJ/m}^3$. Se 0,5% ou menos dos corpos de prova estão abaixo desse limite, a fundição deseja aceitar o lote com probabilidade 0,98 ($p_1 = 0,02$ e $1 - \alpha = 0,98$), enquanto que se 3% ou mais estão abaixo desse limite, a fundição deseja rejeitar o lote com probabilidade 0,90 ($p_2 = 0,03$ e $\beta = 0,10$).

Determine o plano de amostragem supondo que σ é desconhecido.

- a) $n = 50$; $K = 1,8$.
- b) $n = 70$; $K = 2,0$.
- c) NQA = 0,5%; $n = 18$.
- d) $Z\alpha = 0,5$; $Z\beta = 10$.
- e) LIE = 331; $K = 1,66$.

3. Considere uma organização que produz sistemas de proteção e especifica o tempo máximo de resposta às anomalias de um determinado sistema em 180 segundos. Se 0,1%, ou menos, dos sistemas acionam o módulo de resposta abaixo desse limite, a organização deseja aceitar o lote com probabilidade 0,90 ($p_1 = 0,001$ e $1 - \alpha = 0,90$), enquanto que se 2%, ou mais, dos sistemas acionam o módulo de resposta acima de 180 segundos, a organização deseja rejeitar o lote com probabilidade 0,98 ($p_2 = 0,02$ e $\beta = 0,02$).

Dado que $n = 50$, $k = 2,7$, $M = 0,004$, $\bar{x} = 176,64$ e $s = 2,1$, determine o valor de ZLSE, \hat{p} e o resultado da inspeção.

- a) $Z_{LSE} = 2,0$; $\hat{p} = 0,02$; aprovado.
- b) $Z_{LSE} = 1,6$; $\hat{p} = 0,05$; aprovado.
- c) $Z_{LSE} = 2,0$; $\hat{p} = 0,02$; reprovado.
- d) $Z_{LSE} = 1,4$; $\hat{p} = 0,075$; aprovado.
- e) $Z_{LSE} = 1,6$; $\hat{p} = 0,05$; reprovado.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 5426**: planos de amostragem e procedimentos na inspeção por atributos. Rio de Janeiro, 1985a.

_____. **NBR 5429**: planos de amostragem e procedimentos na inspeção por variáveis. Rio de Janeiro: ABNT, 1985b. 41 p.

DAVILA, V. H. L. **Teste de hipóteses**. Unicamp, [s.d.]. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~hlachos/Inferencia_Hipo1.pdf>. Acesso em: 1 mar. 2018.

DEMING, W. E. **Qualidade**: a revolução da administração. Rio de Janeiro: Marques Saraiva S.A., 1990. 367p.

DUNCAN, A. J. **Quality Control and Industrial Statistics**. 5. ed. Homewood: Irwin, 1986.

GOMIDE, F.; RIBEIRO JÚNIOR, J. I. Aplicação da amostragem de aceitação no varejo supermercadista. **Revista Eletrônica Produção & Engenharia**, Juiz de Fora, v. 2, n. 3, p. 272-280, jul. 2010. Disponível em: <https://www.academia.edu/11235690/Aplicação_da_amostragem_de_aceitação_no_varejo_supermercadista>. Acesso em: 28 fev. 2018.

GUERRA, M. J.; DONAIRE, D. **Estatística indutiva**: teoria e aplicações. 5. ed. São Paulo: Livraria Ciência e Tecnologia, 1991. 311 p.

FONSECA, J. S.; MARTINS, G. A. **Curso de estatística**. 6. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2012.

JURAN, J. M.; GRZYNA, F. M. (Ed.). **Juran's Quality Control Handbook**. 4. ed. New York: Mcgraw-hill Book Company, 1998.

LIBERAL, T. **Distribuição T de Student**. Material didático de aula de Probabilidade II. Departamento de Estatística da Universidade Federal da Paraíba. Disponível em: <<http://www.de.ufpb.br/~tarciana/Probabilidade2/Aula15.pdf>>. Acesso em: 1 mar. 2018.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

MUTHULAKSHMI, S.; LAKSHMI, B. Analysis of Skip Lot Sampling Plans. **International Journal of Microsystems Technology and its Applications (IJMTA)**, Tamil Nadu, v. 1, n. 1, p. 63-68, jul. 2012. Disponível em: <<http://tejaashakthi.edu.in/journal/for print 9.pdf>>. Acesso em: 1 mar. 2018.

PERRY, R. L. Skip-Lot Sampling Plans. **Journal of Quality Technology**, v. 5, n. 3, p. 123-130, 1973.

RAMOS, E. M. L. S.; ALMEIDA, S. S.; ARAÚJO, A. R. **Controle estatístico da qualidade**. 1. ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2013. Disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/detalhes/parceiros/5/>>. Acesso em: 15 jan. 2018.

SILVA, H. A.; SILVA, M. B. Aplicação de um projeto de experimentos (DOE) na soldagem de tubos de zircaloy-4. **Revista Eletrônica Produção & Engenharia**, v. 1, n. 1, p. 41-52, set./dez. 2008. Disponível em: <http://www.revistaproducaoengenharia.org/arearestrita/arquivos_internos/artigos/168_21.pdf>. Acesso em: 28 fev. 2018.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da produção**. Revisão técnica de Henrique Luiz Corrêa. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 747 p.

SOUZA, S. H. F.; WRUCK, E. **Avaliação dos processos de amostragem de inspeção para atributos no setor de matéria prima na indústria farmacêutica local**. 2008. Disponível em: <<http://www.prp2.ueg.br/06v1/conteudo/pesquisa/inic-cien/eventos/sic2008/fronreira/flashsic/animacao/VISIC/arquivos/resumos/resumo92.pdf>>. Acesso em: 1 mar. 2018.

Avaliação da capacidade do processo e análise dos sistemas de medição

Convite ao estudo

A produção de alta qualidade oferece algumas vantagens, como redução da sucata ou retrabalho e, conseqüentemente, aumento da participação no mercado. Para isso, existem alguns requisitos a serem atendidos. Em primeiro lugar, a organização deve ser cooperativa e a qualidade deve prevalecer. Por outro lado, para satisfazer os requisitos da qualidade do produto final, a qualidade deve ser alcançada em todas as fases da produção.

Uma forma de obter a excelência em qualidade durante a produção é a utilização de técnicas estatísticas em todas as fases do processo. Se o processo estiver estatisticamente controlado, ele irá realizar o produto sem necessidade de intervenções. No entanto, se não estiver estatisticamente sob controle, as causas especiais devem ser descobertas e removidas do processo.

O Controle Estatístico da Qualidade (CEQ) aplica princípios e técnicas estatísticas em todas as etapas do projeto, fabricação e manutenção. O CEQ é bastante diferente dos métodos tradicionais e contribuíram de forma significativa para melhorias nas organizações que trabalham com a produção em massa.

O processo precisa estar sob controle antes de avaliar sua capacidade; se não estiver, então serão obtidas estimativas incorretas da capacidade do processo. Um processo é uma combinação única de máquinas, ferramentas, métodos e pessoal envolvido no fornecimento de um produto ou serviço. A saída de um processo pode ser uma característica do produto ou parâmetro de saída do processo. Os índices

de capacidade do processo fornecem uma métrica comum para avaliar e prever o desempenho destes e possibilitam avaliar a capacidade do processo graficamente, através de histogramas e gráficos de capacidade. Esses gráficos nos ajudam a avaliar a distribuição dos dados e verificarmos se o processo está sob controle.

Os índices de capacidade podem ser calculados. Eles são as proporções da tolerância de especificação em comparação com a variação natural do processo. Índices de capacidade, ou estatísticas, são uma maneira simples de avaliar a capacidade do processo. Como eles são sem unidade – adimensionais –, pode-se usar estatísticas de capacidade para comparar a capacidade de um processo com outro.

A capacidade do processo tenta responder à pergunta que pode atender consistentemente aos requisitos do cliente. A principal limitação dos índices de capacidade do processo é que eles não têm sentido se os dados não forem oriundos de um processo sob controle. A razão é simples: a capacidade do processo é uma previsão, e você só pode prever algo estável. Os índices de capacidade do processo, como uma medida de desempenho do processo, tornaram-se muito populares na avaliação da capacidade dos processos de fabricação nos últimos anos. Mais e mais esforços foram dedicados a estudos e aplicações de índices de capacidade de processo. Os índices C_p e C_{pk} foram usados no Japão e na indústria automotiva dos EUA, como a Ford Motor Company (REZATE; OSTADI; TAGHIZADEH, 2006).

Nesta seção você estudará: avaliação da capacidade do processo: limites naturais; a avaliação da capacidade do processo: limites de especificação e de controle; índices de capacidade do processo: C_p e C_{pk} .

Seção 4.1

Estudo da capacidade do processo

Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção estudaremos os conceitos relativos aos estudos de capacidade do processo, abordaremos os conceitos referentes aos limites naturais do processo, limites de especificação e de controle e, por último, estudaremos os cálculos e a interpretação dos índices de capacidade do processo C_p e C_{pk} . Trataremos aqui capacidade e capacidade como sinônimos.

Em suas duas unidades fabris, a Torricelli possui uma grande quantidade de produtos e processos e, conseqüentemente, características da qualidade que são controladas visando o atendimento às especificações. Alguns processos já têm o Controle Estatístico do Processo (CEP) implementado, e outros ainda estão em fase de implantação. Atualmente há uma força-tarefa responsável por analisar a capacidade dos processos em relação a algumas características da qualidade que foram identificadas como críticas.

Considerando a diversidade de processos, a Torricelli tem um grande número de equipamentos de medição e ensaio e, sabendo da importância de analisar os sistemas de mediação, a mesma força-tarefa que estuda a capacidade dos processos foi incumbida de determinar a capacidade de alguns sistemas de medição.

No processo de pintura de uma determinada família de bombas centrífugas, a Torricelli especifica a quantidade de um anticorrosivo que deve ser adicionado no preparo de uma tinta. Foi determinado que o monitoramento da quantidade de anticorrosivo deve ser controlado por meio de um gráfico de controle. Definiram o tamanho da amostra $n=5$, e os 20 primeiros dados foram registrados numa tabela, medindo a quantidade de corrosivo por amostra, 20 vezes.

Você ficou responsável pela força-tarefa de determinar se o processo é capaz ou não. Para resolver essa situação-problema você deverá usar seu conhecimento sobre gráficos de controle

e sobre capacidade do processo. Preparado para solucionar esse problema?

Vamos em frente !

Não pode faltar

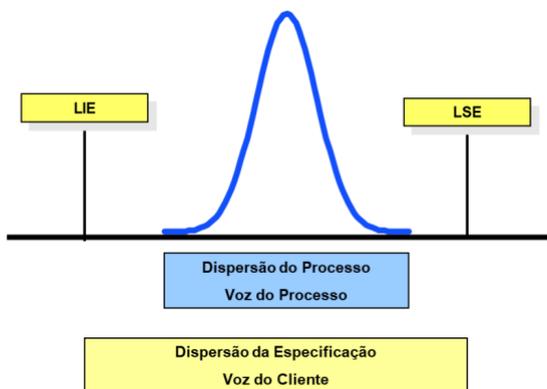
O que é capacidade de processo?

A capacidade do processo compara a saída de um processo sob controle com os limites de especificação usando índices de capacidade. A comparação é feita por meio da comparação da proporção da dispersão entre as especificações do processo ("largura") e os valores do processo ("largura"), medido por seis unidades de desvio-padrão.

Muitas vezes, é necessário comparar a saída de um processo estável com as especificações do processo e fazer uma declaração sobre o quão bem o processo atende às especificações. Para fazer isso, comparamos a variabilidade natural de um processo estável com os limites da especificação do processo.

Um processo em que quase todas as medidas se enquadram nos limites da especificação é um processo capaz. Isso pode ser representado graficamente como ilustrado na Figura 4.1.

Figura 4.1 | Índice de capacidade do processo



Fonte: adaptada de Pyzdek e Keller (2003).

O índice de capacidade do processo usa a variabilidade e as especificações do processo para determinar se o processo é capaz.

Existem várias estatísticas que podem ser usadas para medir a capacidade de um processo: C_p , C_{pk} e C_{pm} .

A maioria das estimativas dos índices de capacidade é válida somente se o tamanho da amostra usado for grande o suficiente. O tamanho aceitável é geralmente considerado como cerca de 50 valores de dados independentes.

As estatísticas C_p , C_{pk} e C_{pm} supõem que a população de valores de dados é normalmente distribuída. Assumindo uma especificação de bilateral, se μ e σ são a média e o desvio-padrão, respectivamente, de dados proveniente de uma distribuição normal e LIE , LSE e T são os limites de especificação inferior e superior e o valor-alvo, respectivamente, os índices de capacidade populacional são definidos da seguinte forma:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}$$

$$C_{pk} = \min \left[\frac{LSE - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \right]$$

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

Os índices de capacidade estimados para as amostras são calculados como a seguir:

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6s}$$

$$\hat{C}_{pk} = \min \left[\frac{LSE - \bar{x}}{3s}, \frac{\bar{x} - LIE}{3s} \right]$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{s^2 + (\bar{x} - T)^2}}$$

O sinal “^” sobre um símbolo do parâmetro é geralmente utilizado para representar uma estimativa daquele parâmetro. O sinal “^” é chamado de circunflexo e com frequência é lido como chapéu. Por exemplo, $\hat{\mu}$ é lido



com mi-chapéu. Portanto, $\hat{\mu}$ representa uma estimativa da média da população μ . (AGRESTI; FINLAY, 2012, p. 138)

O estimador para o C_{pk} também pode ser expresso como $C_{pk} = C_p(1 - k)$, onde k é uma distância em escala entre o ponto médio da faixa de especificação, m , e a média do processo, μ .

$$m = \frac{(LSE - LIE)}{2}$$

A distância entre a média do processo, μ , e o ótimo, que é m , é $\mu - m$, onde $m \leq \mu \leq LIE$. A distância em escala é:

$$k = \frac{|m - \mu|}{\frac{LSE - LIE}{2}}; 0 \leq k \leq 1.$$

Usa-se o módulo, representado por $|m - \mu|$, ou seja, duas barras paralelas ao lado da expressão, porque o módulo representa a distância de $m - \mu$ em relação a uma referência. O módulo de um número real surgiu da necessidade de medir a distância de um número negativo ao zero. No cálculo de k , se $LIE \leq \mu \leq m$, teríamos um resultado negativo e, como não é usual dizer que uma distância é negativa, usa-se o módulo de $m - \mu$.

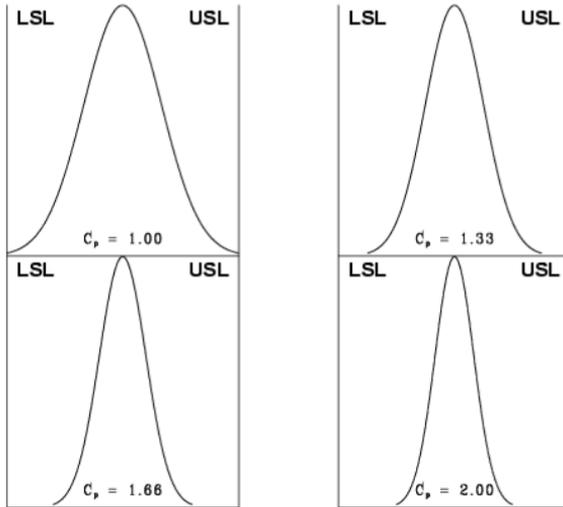
O estimador para o índice C_p ajustado pelo fator k é:

$$\hat{C}_{pk} = \hat{C}_p - (1 - k).$$

Como $0 \leq k \leq 1$, temos $\hat{C}_{pk} \leq \hat{C}_p$.

Para que se tenha uma ideia do valor da estatística C_p para diferentes "larguras" de uma variável oriunda de um processo de fabricação, vejamos a Figura 4.2.

Figura 4.2 | Diferentes valores de C_p e sua posição em relação às especificações



Nota: LSL – *Lower Specification Limit* (limite inferior de especificação), USL (*Upper Specification Limit* (limite superior de especificação)).

Fonte: adaptada de Pyzdek e Keller (2003).

No Quadro 4.1 são apresentados os índices C_p e o resultado em termos de produtos não conforme.

Quadro 4.1 | Traduzindo o índice de capacidade do processo em termos de não conforme

LSE – LIE	6 σ	8 σ	10 σ	12 σ
C_p	1,00	1,33	1,66	2,00
Não conforme	0,27%	64 ppm	0,6 ppm	2 ppb
% da faixa de especificação utilizada	100	75	60	50

Nota: ppm – parte por milhão; ppb – partes por bilhão. Os valores de não conformes apresentados no quadro são baseados na premissa de que a distribuição está centrada em μ .

Fonte: elaborado pelo autor.

Discutimos a situação com duas especificações, o limite superior de controle (LSC) e limite inferior de controle (LIC). Isso é conhecido como o caso bilateral. Existem muitos casos em que apenas as especificações inferiores ou superiores são usadas. O uso de um limite de especificação é chamado unilateral. Os índices de capacidade correspondentes são:

$$C_{ps} = \frac{\text{dispersão superior admissível}}{\text{dispersão superior atual}} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma}$$

$$C_{pi} = \frac{\text{dispersão inferior admissível}}{\text{dispersão inferior atual}} = \frac{\mu - LIE}{3\sigma}$$

Onde μ e σ são a média do processo e o desvio padrão, respectivamente.

Os estimadores de C_{ps} e C_{pi} são obtidos substituindo μ e σ por \bar{x} e s , respectivamente. O índice de capacidade C_p é calculado da seguinte forma:

$$C_p = \frac{C_{ps} + C_{pi}}{2}$$



Pesquise mais

Para aprofundar o estudo sobre os índices de capacidade do processo, leia o capítulo 7, páginas 113 a 120, do livro *Controle Estatístico da Qualidade*, de Ramos, Almeida e Araújo (2013), disponível em nossa Biblioteca Virtual.

Utilizando gráficos de controle para analisar a capacidade do processo

Podemos utilizar histogramas, os gráficos de probabilidade e os índices de capacidade para analisar se o processo é capaz ou não, todavia essas técnicas não exibem necessariamente a capacidade potencial do processo porque não levam em consideração a questão de o processo estar ou não sob controle estatístico. Os gráficos de controle são muito eficientes nesse aspecto e devem

ser considerados como a técnica principal da análise da capacidade de um processo.

Podemos utilizar tanto os gráficos de controle de atributos quanto os gráficos de controle de variáveis. Preferencialmente devemos utilizar o gráfico de controle \bar{X},R , porque fornecem mais informações em comparação aos gráficos de atributos. A construção e a interpretação dos gráficos de controle foram estudadas na Unidade 2 deste livro.

Os gráficos de controle \bar{X},R permitem a análise tanto da variabilidade instantânea (capacidade do processo em curto prazo) como da variabilidade ao longo do tempo (capacidade do processo em longo prazo). São de grande auxílio, especialmente se os dados para um estudo sobre a capacidade de um processo forem coletados em dois ou mais períodos diferentes de tempo, considerando, por exemplo, turnos diferentes.

Os valores dos índices de capacidade do processo recomendados são apresentados no Quadro 4.2.

Quadro 4.2 | Índices de capacidade do processo recomendados

	Especificações bilaterais	Especificações unilaterais
Processos existentes	1,33	1,25
Novos processos	1,50	1,45
Parâmetro crítico ou segurança, processo existente	1,50	1,45
Parâmetro crítico ou segurança, processo novo	1,67	1,60

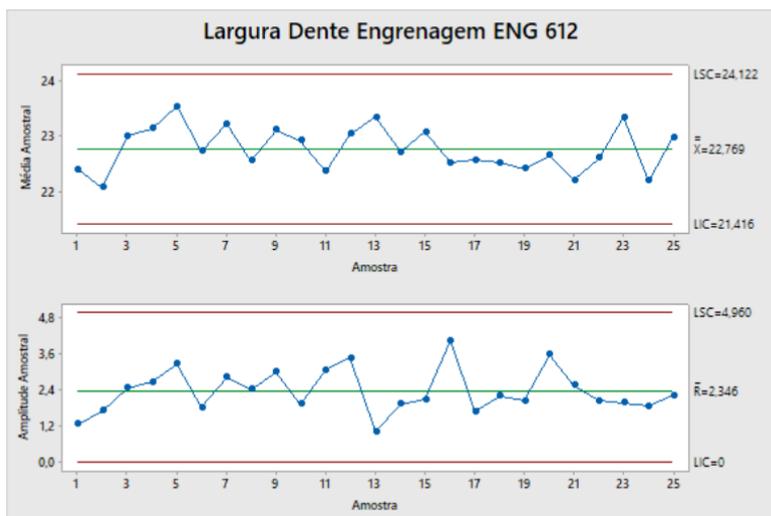
Fonte: adaptado de Montgomery (2016).

Muitos setores, por exemplo a indústria automotiva, têm recomendações próprias para os valores dos índices de capacidade. Sempre é necessário verificar os requisitos específicos do cliente para classificar o processo como capaz ou não.



A Torricelli fabrica engrenagens cilíndricas de dente reto e uma característica da qualidade que é controlada é a largura do dente. O gráfico de controle \bar{X}, R a seguir representa o controle realizado dos últimos dois lotes produzidos.

Figura 4.3 | Gráfico \bar{X}, R : largura dente engrenagem



Fonte: elaborada pelo autor.

Como podemos observar, os dois gráficos demonstram estar sob controle estatístico, assim sendo os parâmetros do processo podem ser estimados a partir dos gráficos.

$$\hat{\mu} = \bar{x} = 22,769$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{2,346}{2,326} = 1,00$$

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} = \frac{22,81 - 22,59}{6 \times 1} = 0,037$$

Conclui-se que o processo está sob controle, porém com um índice de capacidade baixo, também chamado de processo incapaz. Nesse caso a administração da organização deve iniciar um plano de ação de melhoria para tornar o processo capaz.

Utilizando dados de atributo para analisar a capacidade do processo

Quando o desempenho do processo é medido utilizando dados de atributos, como produto não conforme ou número de não conformidades por produto, usualmente o resultado é expresso em partes por milhão (ppm) como a medida de capacidade do processo ou desvio-padrão.

Ao medir o desempenho do processo controlando produtos não conformes, usualmente utiliza-se a estatística defeitos por unidade (DPU) como a medida de capacidade, sendo:

$$DPU = \frac{\text{Número total de defeitos}}{\text{Número total de unidades}}$$

Nesse caso a unidade é o que se entrega ao cliente e que pode ser avaliado quanto ao atendimento às especificações, tal como o recebimento de um item comprado pela internet no prazo prometido ou o funcionamento adequado de um smartphone.

Essas quantidades são estimadas a partir de dados amostrais, e consequentemente grandes amostras devem ser avaliadas para a obtenção de estimativas confiáveis.

A medida DPU considera a complexidade do item, e a forma encontrada para resolver essa limitação é o uso da medida de defeitos por milhão de oportunidades (DPMO):

$$DPMO = \frac{\text{Número total de defeitos}}{\text{Número total de unidades x número de oportunidades}}$$

Oportunidades são o número de chances potenciais em uma unidade para a ocorrência de um defeito. Por exemplo, em um smartphone há um grande número de modos de falha, desde os mais simples, como a falta de uma película protetora, até os mais complexos, como a total inoperância. É importante a consistência em relação a como as oportunidades são definidas, uma vez que um processo pode ser artificialmente melhorado pelo simples aumento no número de oportunidades ao longo do tempo (MONTGOMERY, 2016).



Exemplificando

Para um determinado tipo de engrenagem temos $LSE = 20$ e o $LIE = 8$, a média observada do processo, $\bar{x} \geq 16$, e o desvio-padrão, $s = 2$. A partir dessas informações, calculamos:

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6s} = \frac{20 - 8}{6 \times 2} = 1,0$$

Um valor de $\hat{C}_p = 1,0$ significa que o processo é capaz desde que ele esteja centralizado: $m = \frac{LSE + LIE}{2} = \frac{20 + 8}{2} = 14$.

Mas como temos $\bar{x} \geq 16$, temos que calcular o fator \hat{k} :

$$\hat{k} = \frac{|m - \bar{x}|}{\frac{LSE - LIE}{2}} = \frac{2}{6} = 0,3333 \quad \text{e} \quad \hat{C}_{pk} = \hat{C}_p(1 - \hat{k}) = 0,6667$$

O objetivo para um processo existente é um $\hat{C}_{pk} \geq 1,33$, portanto esse processo não é considerado capaz. A administração deve iniciar um processo de melhoria visando reduzir a variabilidade e buscar a centralização do processo. Podemos calcular \hat{C}_{ps} e \hat{C}_{pi} da seguinte maneira:

$$\hat{C}_{ps} = \frac{LSE - \bar{x}}{3s} = \frac{20 - 16}{3 \times 2} = 0,6667$$

$$\text{e } \hat{C}_{pi} = \frac{\bar{x} - LIE}{3s} = \frac{16 - 8}{3 \times 2} = 1,3333$$

Podemos observar em \hat{C}_{pi} que o menor dos índices acima é 0,6667. Vale ressaltar que a fórmula $\hat{C}_{pk} = \hat{C}_p(1 - \hat{k})$ é a equivalência algébrica da definição $\min(\hat{C}_{ps}, \hat{C}_{pi})$.



Assimile

Usualmente dizemos que C_p mede a capacidade potencial no processo, enquanto C_{pk} mede a capacidade efetiva. O índice C_{pk} foi

criado inicialmente porque C_p não aborda de maneira adequada o caso de um processo com média que não esteja centrada entre os limites de especificação. Entretanto, C_{pk} por si só ainda é uma medida inadequada de centralização de um processo. Para se contornar essa limitação, foi criada uma razão para melhor expressar a centralização

do processo: $\hat{C}_{pm} = \frac{\hat{C}_p}{\sqrt{1+v^2}}$, onde $v = \frac{\bar{x} - T}{s}$.

A principal diferença entre o C_{pm} e os outros índices de capacidade é que o desvio do valor-alvo é diretamente levado em consideração no C_{pm} . O desvio é a diferença entre a média do processo e o valor-alvo.

Para se obter um bom C_{pm} , um processo precisa estar coincidindo com o valor-alvo, enquanto que, para obter um valor C_{pk} satisfatório, um processo simplesmente precisa ficar bem dentro das especificações. Isso pode parecer levar à mesma conclusão; no entanto, há uma diferença clara e importante: com o C_{pm} , qualquer desvio do valor-alvo é penalizado.



Refleta

Lembre-se de que nem todos os dados são normalmente distribuídos. Existem muitas distribuições que ocorrem naturalmente. Por exemplo, a distribuição exponencial é frequentemente usada para descrever o tempo necessário para atender um cliente em um serviço de atendimento por telefone, como um SAC (Serviço de Atendimento ao Cliente), ou quanto tempo um cliente precisa esperar na fila para ser servido, ou o tempo até a falha para um componente com uma taxa de falha constante. Estes tipos de dados têm muitos períodos de tempo curtos com ocasionais períodos de tempo longos. Esses dados não são descritos por uma distribuição normal.

Então, como você pode lidar com esses tipos de dados quando se trata de capacidade de processo?

Sem medo de errar

No processo de pintura de uma determina família de bombas centrífugas, a Torricelli especifica em $16,2 \pm 0,5$ g a quantidade de um anticorrosivo que deve ser adicionado no preparo da tinta. O monitoramento da quantidade de anticorrosivo deve ser controlado por meio de um gráfico de controle, com tamanho de amostra $n=5$. Os 20 primeiros dados são apresentados no Quadro 4.3:

Quadro 4.3 | Quantidade de anticorrosivo [g]

Subgrupo	X1	X2	X3	X4	X5
1	15,8	16,3	16,2	16,1	16,6
2	16,3	15,9	15,9	16,2	16,4
3	16,1	16,2	16,5	16,4	16,3
4	16,3	16,2	15,9	16,4	16,2
5	16,1	16,1	16,4	16,5	16,0
6	16,1	15,8	16,7	16,6	16,4
7	16,1	16,3	16,5	16,1	16,5
8	16,2	16,1	16,2	16,1	16,3
9	16,3	16,2	16,4	16,3	16,5
10	16,6	16,3	16,4	16,1	16,5
11	16,2	16,4	15,9	16,3	16,4
12	15,9	16,6	16,7	16,2	16,5
13	16,4	16,1	16,6	16,4	16,1
14	16,5	16,3	16,2	16,2	16,4
15	16,4	16,1	16,3	16,2	16,2
16	16,0	16,2	16,3	16,3	16,2
17	16,4	16,2	16,4	16,3	16,2
18	16,0	16,2	16,4	16,5	16,1
19	16,4	16,0	16,3	16,4	16,4
20	16,4	16,4	16,5	16,0	15,8

Nota: meio de medição: balança capacidade 100g, incerteza 0,01g.

Fonte: elaborado pelo autor.

Você foi encarregado de determinar se o processo é capaz ou não. Para resolver essa situação-problema, você precisará usar seu conhecimento sobre gráficos de controle e sobre capacidade do processo. Vamos lá!

Resolução

Primeiramente você deve identificar se o processo segue uma distribuição normal. Para isso você deve construir o histograma de frequências e interpretá-lo, usando os dados apresentados no Quadro 4.4.

Quadro 4.4 | Tabela de distribuição de frequência

Tabela de distribuição de frequência			
Classe	LIC	LSC	Frequência
1	15,75	15,86	3
2	15,86	15,97	5
3	15,97	16,08	5
4	16,08	16,19	14
5	16,19	16,31	35
6	16,31	16,42	21
7	16,42	16,53	10
8	16,53	16,64	5
9	16,64	16,75	2
10	16,75	16,86	0

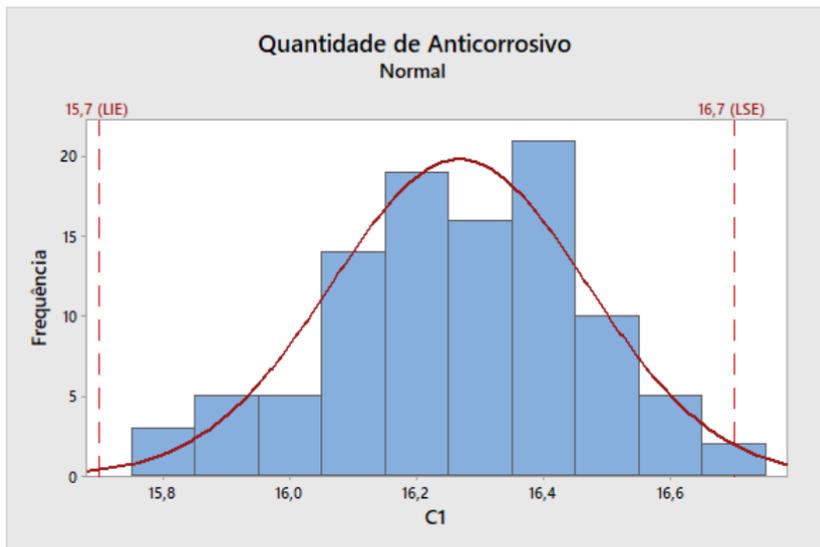
LIC: Limite inferior da classe

LSC: Limite superior da classe

Fonte: elaborado pelo autor.

Os dados foram plotados em um gráfico, montando um histograma, como mostrado na Figura 4.4.

Figura 4.4 | Histograma de frequência com ajuste para normal - anticorrosivo



Fonte: elaborada pelo autor.

Como pode ser visto na Figura 4.4, os dados apresentados denotam uma distribuição normal. O próximo passo é o cálculo do índice de capacidade:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d2} = 0,204$$

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} = \frac{(16,2 + 0,5) - (16,2 - 0,5)}{6 \times 0,204} = 0,817$$

Como temos $\hat{C}_p < 1,33$, concluímos que o processo não é capaz.

Avançando na prática

Controlando a qualidade da engrenagem

Descrição da situação-problema

Um fabricante de engrenagens controla uma determinada característica da qualidade que tem como especificação $14,5 \pm 0,5$. O processo está sob controle estatístico e são coletadas 25

amostras de tamanho 5 desse processo, em intervalos de uma hora. Os dados obtidos são os seguintes:

$$\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i = 362,75 \text{ e } \sum_{i=1}^{25} R_i = 8,60$$

Você foi encarregado de calcular e interpretar os índices de capacidade do processo.

Vamos lá?

Resolução da situação-problema

Primeiramente estimamos o desvio-padrão a partir da amplitude média:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{8,60}{2,326} = 0,1479$$

Em seguida, calculamos \hat{C}_p :

$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} = \frac{(14,5 + 0,5) - (14,5 - 0,5)}{6 \times 0,1479} = 1,13$$

Para calcularmos o \hat{C}_{pk} , precisamos primeiramente calcular a média das médias, porque temos apenas a média de cada subgrupo \bar{x}_i :

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}}{25} = \frac{362,75}{25} = 14,51$$

E finalmente calculamos \hat{C}_{pk} :

$$\hat{C}_{pk} = \min \left[\frac{LSE - \bar{\bar{x}}}{3s}, \frac{\bar{\bar{x}} - LIE}{3s} \right] = \min \left[\frac{15 - 14,51}{3 \times 0,1479}, \frac{14,51 - 14,00}{3 \times 0,1479} \right] = \min [1,10; 1,15] \therefore \hat{C}_{pk} = 1,10$$

Como $\hat{C}_p = 1,13$ e $\hat{C}_{pk} = 1,10$, de acordo com os valores no Quadro 4.3, concluímos que o processo não é capaz.

Faça valer a pena

1. Um estudo da capacidade de um processo, em geral, avalia parâmetros funcionais ou características críticas para a qualidade do produto, e não o processo em si. A análise da capacidade de um processo é uma parte vital de um programa global de melhoria da qualidade.

Entre as principais utilizações de dados de uma análise da capacidade de um processo destacam-se os apresentados, **exceto**:

- a) Predizer até que ponto o processo manterá as tolerâncias.
- b) Auxiliar no estabelecimento de um intervalo entre amostras para monitoramento de um processo.
- c) Reduzir a variabilidade em um processo.
- d) Analisar a capacidade do processo em atender às especificações.
- e) Definir os meios de mediação adequados.

2. Uma metalúrgica produz hastes de conexão com um diâmetro externo que possui uma especificação de $1 \pm 0,01$ milímetros.

Um operador de máquina coleta várias amostras ao longo do tempo e calcula a média das amostras do diâmetro externo, chegando ao resultado de 1,002 milímetros com um desvio-padrão de 0,003 milímetros.

Considerando os dados obtidos pelo operador, os índices C_p e C_{pk} são respectivamente:

- a) 0,99 e 1,23.
- b) 1,11 e 0,89.
- c) 0,89 e 1,11.
- d) 1,23 e 0,89.
- e) 0,89 e 1,33.

3. Uma metalúrgica produz hastes de conexão com um diâmetro externo que possui uma especificação de $1 \pm 0,01$ milímetros.

Um operador de máquina coleta várias amostras ao longo do tempo e calcula a média das amostras do diâmetro externo, chegando ao resultado de 1,002 milímetros com um desvio-padrão de 0,003 milímetros. Considerando a utilização das hastes, o processo deve ser ajustado para um valor abaixo do nominal, assim sendo o valor-alvo para o diâmetro externo das hastes foi especificado em 0,988 milímetros.

Considerando os dados apresentados, qual é o índice \hat{C}_{pm} do processo?

- a) 0,23.
- b) 1,33.
- c) 1,11.
- d) 0,89.
- e) 1,00.

Seção 4.2

Análise dos sistemas de medição - parte I

Diálogo aberto

A análise dos sistemas de medição avalia a adequação de um sistema de medição para uma determinada aplicação. Ao medir a saída de um processo, considere duas fontes de variação:

- Variação peça a peça.
- Variação do sistema de medição.

Se a variação do sistema de medição for grande em comparação com a variação peça a peça, as medidas podem não fornecer informações úteis.

Antes de coletar dados do processo, por exemplo, para analisar o controle ou capacidade do processo, deve-se utilizar a análise do sistema de medição a fim de confirmar que o sistema de medição mede com consistência e precisão e tem discriminação adequada.

A Torricelli controla a característica crítica do diâmetro do mancal MC175 utilizando um comparador de diâmetro interno (súbito) com incerteza 0,01 mm. Você foi designado juntamente com o técnico em Metrologia Gustavo Pettit para conduzir um estudo do sistema de medição por variáveis, e para isso foram selecionados três avaliadores, que avaliaram os mesmos 3 subgrupos, compostos de 3 mancais cada. Os resultados são apresentados no Quadro 4.5.

Quadro 4.5 | Estudo de sistema de medição – mancal MC175

Avaliador	Medição	Mancal 1	Mancal 2	Mancal 3	Mancal 4	Mancal 5
A	1	3,29	2,44	4,34	3,47	2,20
A	2	3,41	2,32	4,17	3,50	2,08
A	3	3,64	2,42	4,27	3,64	2,16
B	1	3,08	2,53	4,19	3,01	2,44
B	2	3,25	1,78	3,94	4,03	1,80
B	3	3,07	2,32	4,34	3,20	1,72
C	1	3,04	1,62	3,88	3,14	1,54
C	2	2,89	1,87	4,09	3,20	1,93
C	3	2,85	2,04	3,67	3,11	1,55

Fonte: elaborado pelo autor.

Nesse estudo vocês devem determinar a variação do equipamento, a variação entre avaliadores, a repetitividade e reprodutibilidade, a variação da peça e a variação total. Após determinar esses parâmetros, vocês devem interpretar os resultados.

Para resolver essa situação-problema, você deverá utilizar seus conhecimentos sobre estudo do sistema de medição por variáveis.

Vamos aprender um pouco mais?

Não pode faltar

Todos os dias, nossas vidas são influenciadas por mais e mais dados. Nós nos tornamos uma sociedade orientada a dados. Na indústria, nos serviços, em todos os tipos de negócios, usamos dados de uma maneira jamais vista. Atualmente, as organizações coletam enormes quantidades de informações por meio de vários mecanismos, entre eles as inspeções e os ensaios. Quando os dados de medição são usados para tomar decisões sobre o processo e o negócio em geral, é vital que eles sejam precisos. Se houver erros em no sistema de medição, decisões que sejam tomadas com base em dados incorretos, o que poderá acarretar em um produto não conforme. A análise de sistema de medição (MSA) – do inglês *Measurement Systems Analysis* – devidamente planejada e executada pode ajudar a construir uma base sólida para qualquer processo de tomada de decisão baseado em dados.

A MSA é definida como um método experimental e matemático para determinar a quantidade de variação que existe dentro de um processo de medição. A variação no processo de medição pode contribuir diretamente para a variabilidade geral do processo. A MSA é utilizada para certificar o sistema de medição para uso avaliando a sua capacidade e o impacto a medição.

Um sistema de medição pode ser definido como um sistema de medidas relacionadas que permite a quantificação de características particulares. Também pode incluir uma coleção de equipamentos, acessórios, aplicativos e pessoal necessários para validar uma determinada unidade de medida ou fazer uma avaliação da característica que está sendo medida. As fontes de variação em um processo de medição podem incluir as seguintes:

- Processo – método de teste, especificação.

- Pessoal – os operadores, seu nível de habilidade, treinamento, etc.
- Equipamentos e dispositivos – medidores, acessórios, equipamentos de teste utilizados e seus sistemas de calibração associados.
- Itens a serem medidos – as amostras de peças ou materiais medidas, o plano de amostragem, etc.
- Fatores ambientais – temperatura, umidade, etc.

Todas essas possíveis fontes de variação devem ser consideradas durante a análise do sistema de medição. A avaliação de um sistema de medição deve incluir o uso de ferramentas da qualidade específicas para identificar a fonte de variação mais provável. A maioria das atividades da MSA examina duas fontes primárias de variação: variação peça a peça e variação do sistema de medição. A soma desses dois fatores representa a variação total em um sistema de medição.

Um processo efetivo de MSA pode ajudar a garantir que os dados coletados são precisos e o sistema de coleta de dados é apropriado para o processo. Os dados bons e confiáveis podem evitar o desperdício de tempo, trabalho e sucata em um processo de fabricação.



Exemplificando

Uma grande organização do setor de autopeças começou a receber reclamações de diversos clientes relatando materiais não conformes recebidos em suas fábricas. As peças não estavam encaixando adequadamente para formar uma superfície igual ou não travavam no lugar. O processo foi auditado e foi descoberto que as peças estavam sendo produzidas a partir de especificações. O operador estava seguindo o plano de controle e usando os padrões atribuídos para a inspeção. O problema era que o dispositivo de medição não tinha resolução adequada para detectar as peças não conformes.

Um sistema de medição ineficaz pode permitir que peças não conformes sejam aceitas e peças boas sejam rejeitadas, resultando em clientes insatisfeitos, retrabalho e sucata.

A MSA é uma coleção de experimentos e análises realizadas para avaliar a capacidade, o desempenho e o nível de incerteza de um sistema de medição em relação aos valores medidos.

Devem-se rever os dados de medição que estão sendo coletados, os métodos e equipamentos usados para coletar e registrar os dados. O objetivo é quantificar a eficácia do sistema de medição, analisar a variação nos dados e determinar sua fonte provável. É preciso avaliar a qualidade dos dados coletados em relação à variação de posição e dispersão. Durante uma atividade de MSA, a quantidade de incerteza de medição deve ser avaliada para cada tipo de calibração ou dispositivo de medição definida nos planos de controle do processo. Cada dispositivo deve ter o nível correto de discriminação e resolução para obter dados úteis. O processo, as ferramentas que estão sendo usadas (instrumentos, dispositivos elétricos ou mecânicos, equipamentos, etc.) e os operadores são avaliados. O erro do sistema de medição pode ser classificado em cinco categorias: tendência, repetitividade, reprodutibilidade, estabilidade e linearidade.



Pesquise mais

Um plano de controle é um método para documentar os elementos funcionais do controle da qualidade que devem ser implementados para garantir que os padrões de qualidade sejam atendidos para um determinado produto ou serviço. A intenção do plano de controle é formalizar e documentar o sistema de controle que será utilizado. Para saber mais sobre o plano de controle, leia o artigo de Costa e Oliveira (2009), *Efetividade dos planos de controle para auto-gestão das operações de montagem: o caso de uma indústria calçadista*. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2009_TN_STO_092_626_13835.pdf> Acesso em: 11 abr. 2018.

Avaliação de sistemas de medição por variáveis

Para dar sequência ao estudo da MSA é necessário a definição dos seguintes conceitos (AIAG, 2010):

Medição – Atribuição de números ou valores às coisas materiais para representar as relações existentes entre elas, no que concerne às suas particulares propriedades.

Dispositivo de medição – qualquer aparato utilizado para obter medições, incluindo aparatos do tipo passa/não passa.

Sistema de medição – é a coleção de instrumentos ou dispositivos de medição, padrões, operações, métodos, dispositivos de fixação, aplicativos, pessoal, ambiente e premissas usadas para quantificar a unidade de medição ou corrigir a avaliação da característica sendo medida, ou seja, o processo completo utilizado para obter medições.

Padrão – Valor conhecido, contido entre limites de incerteza declarados e aceitos como valor verdadeiro.

Discriminação, legibilidade, resolução – É a menor unidade da escala de medição ou do resultado dado por determinado instrumento, sempre relatada como uma unidade de medição.

Resolução efetiva – É a sensibilidade de um sistema de medição para processar a variação de uma particular aplicação, sempre relatada como uma unidade de medição.

Valor de referência – Valor aceito de um artefato.

Valor verdadeiro – Valor real de um artefato, desconhecido e impossível de ser conhecido.

Exatidão – “Proximidade” ao valor verdadeiro ou a um valor de referência aceito.

Tendência – Diferença entre a média observada das medições e o valor de referência, erro sistemático que faz parte do sistema de medição.

Estabilidade – A mudança da tendência no decorrer do tempo, também conhecida como deslocamento lento e gradual.

Linearidade – Mudança de tendência ao longo do campo de operação normal, erro sistemático que faz parte do sistema de medição.

Precisão – “Proximidade” das leituras repetidas, uma das outras; um erro aleatório que faz parte do sistema de medição.

Repetitividade – Variação entre medições obtidas com um mesmo instrumento quando usado várias vezes por um mesmo avaliador, enquanto medindo idêntica característica de uma peça. Comumente descrita como Variação do Equipamento (VE).

Reprodutibilidade – Variação entre médias das medições feitas por diferentes avaliadores, utilizando o mesmo dispositivo de medição, enquanto medindo uma característica da peça. Comumente descrita como Variação do Avaliador (AV).

GRR ou R&R do dispositivo de medição – Repetitividade e reprodutibilidade do dispositivo de medição; estimativa combinada da repetitividade e da reprodutibilidade do sistema de medição, também conhecido como capacidade do sistema de medição.

Desempenho do sistema de medição – Estima no longo prazo da variação do sistema de medição, como utilização do Método da Carta de Controle no longo prazo.

A variação do sistema de medição pode ser caracterizada por:

Capacidade – Variabilidade das leituras tomadas no decorrer de um curto período de tempo.

Desempenho – Variabilidade das leituras tomadas no decorrer de um longo período de tempo; tem como base a variação total.

Incerteza – Estima de um intervalo de valores em relação ao valor medido dentro do qual acredita-se estar contido o valor verdadeiro.

Estudo do sistema de medição por variáveis

Estabilidade

Obtenha uma amostra e estabeleça seu(s) valor(es) de referência em relação a um padrão rastreável. Se não estiver disponível um padrão rastreável, selecione uma peça da produção que esteja no intervalo médio das medidas de produção e designe-a como a peça-padrão para análise de estabilidade. O valor de referência conhecido não é necessário para monitorar a estabilidade do sistema de medição.

É desejável ter peças-padrão para a extremidade baixa, a extremidade alta e a média das medições esperadas. Medições separadas e gráficos de controle são recomendados para cada uma dessas situações.

Em uma base de tempo periódica, meça a peça-padrão três a cinco vezes. O tamanho e a frequência da amostra devem basear-se no conhecimento do sistema de medição. Os fatores podem incluir a frequência com que a recalibração ou o reparo foram necessários, a frequência com que o sistema de medição é usado, e as condições intensas de uso. As leituras precisam ser tomadas em diferentes momentos para representar quando o sistema de medição está realmente sendo usado. Isso dará conta do aquecimento, do ambiente ou de outros fatores que podem mudar durante o dia.

Por último, plotar os dados em um gráfico (\bar{X}, R) ou (\bar{X}, s) , respeitando a ordem cronológica da medição. Analise e interprete o gráfico de controle aplicando as regras sensibilizantes. Para o estudo de estabilidade, não há análise numérica.

Tendência – método da amostra independente

O método da amostra independente para determinar se a

tendência é aceitável utiliza o teste de hipótese:

$$H_0 T = 0$$
$$H_1 T \neq 0$$


Pesquise mais

Para saber mais sobre o teste de hipóteses, leia as páginas 453 a 455 do livro *Probabilidade e estatística para engenharia e ciências* (DEVORE, 2015). Disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/detalhes/eds/edsmib/edsmib.000008977>>. Acesso em: 11 abr. 2018.

A tendência média calculada é avaliada para determinar se é consequência de variação aleatória (amostragem).

1) As diretrizes para obtenção da amostra são as mesmas utilizadas no estudo de estabilidade. Medir a peça-padrão ≥ 10 vezes no laboratório de medição ou com o melhor instrumento possível, calcular a média das n leituras. Use essa média como o "valor de referência".

2) Peça a um único avaliador que meça a amostra $n \geq 10$ vezes da maneira como ele usualmente mede.

3) Calcule a tendência de cada medição: $T_i = x_i - VR$, onde VR é o valor de referência.

4) Plote os dados de tendência em um histograma e marque o valor de referência. Interprete o histograma, usando o conhecimento adquirido sobre a matéria, para determinar se existem causas especiais ou anomalias presentes. Caso não haja a presença de causas especiais, continue com a análise. Ao analisar o histograma, tenha cuidado na interpretação ou análise quando $n < 30$.

5) Calcule a tendência média $\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n}$.

6) Calcule o desvio-padrão da repetitividade $\sigma_r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$.

7) Determine se a repetitividade é aceitável.

8) $\%VE = 100 \left(\frac{VE}{VT} \right) = 100 \left(\frac{\sigma_r}{VT} \right)$, onde VE = Variação do

Equipamento, VT = Variação Total. "A variação total (VT) é baseada na variação esperada do processo (preferida) ou no intervalo de especificações dividido por 6" (AIAG, 2010, p. 88).

9) Determine o valor estatístico t para a tendência.

$$\sigma_b = \frac{\sigma_r}{\sqrt{n}}$$

$$t_{estatística} = t_{tendência} = \frac{\bar{T}}{\sigma_b}$$

A tendência é aceitável no nível α se o valor zero se situar dentro dos limites de confiança $1 - \alpha$, em torno do valor da tendência:

$$T - \left[\sigma_b (t_{\nu, 1-\alpha/2}) \right] \leq \text{zero} \leq T + \left[\sigma_b (t_{\nu, 1-\alpha/2}) \right], \text{ onde } \nu = n - 1 \text{ e } t_{\nu, 1-\alpha/2} \text{ é obtido por meio das tabelas t padrão.}$$



Lembre-se

As Tabelas t padrão estão disponíveis em nossa Biblioteca Virtual em Montgomery (2016, p. 518). Acesse este livro, disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/parceiro/minha-biblioteca/9788521631873>>. Acesso em: 11 abr. 2018.

O nível α que é usado depende do nível de sensibilidade que é necessário para avaliar/controlar o processo e está associado à função perda (curva de sensibilidade) do produto/processo. O acordo do cliente deve ser obtido se for utilizado um nível α diferente do valor usual de 0,05 (95% de confiança).

Linearidade

A Torricelli executou um estudo de linearidade para avaliar um dispositivo de medição utilizado para o controle dimensional de rotores. Cinco peças padrão, que se distribuem por toda a faixa de variação do processo, foram medidas 15 vezes no laboratório de metrologia. Para se determinar o valor de referência, foi utilizada uma máquina de medição por coordenadas bem mais precisa do que o dispositivo de medição avaliado. Após determinar o valor de referência, um avaliador realizou 12 medições de cada peça-padrão nas condições reais de utilização do sistema de medição. Os valores são apresentados no Quadro 4.6. Nesse caso, $g = 5$ (número de peças) e $m = 12$ (leituras em cada peça).

Quadro 4.6 | Tendência do dispositivo de medição de rotores

M	2,0	T	4,0	T	6,0	T	8,0	T	10,0	T
1	2,7	0,7	5,1	1,1	5,8	-0,2	7,6	-0,4	9,1	-0,9
2	2,5	0,5	3,9	-0,1	5,7	-0,3	7,7	-0,3	9,3	-0,7
3	2,4	0,4	4,2	0,2	5,9	-0,1	7,8	-0,2	9,5	-0,5
4	2,5	0,5	5,0	1,0	5,9	-0,1	7,7	-0,3	9,3	-0,7
5	2,7	0,7	3,8	-0,2	6,0	0,0	7,8	-0,2	9,4	-0,6
6	2,3	0,3	3,9	-0,1	6,1	0,1	7,8	-0,2	9,5	-0,5
7	2,5	0,5	3,9	-0,1	6,0	0,0	7,8	-0,2	9,5	-0,5
8	2,5	0,5	3,9	-0,1	6,1	0,1	7,7	-0,3	9,5	-0,5
9	2,4	0,4	3,9	-0,1	6,4	0,4	7,8	-0,2	9,6	-0,4
10	2,4	0,4	4,0	0,0	6,3	0,3	7,5	-0,5	9,2	-0,8
11	2,6	0,6	4,1	0,1	6,0	0,0	7,6	-0,4	9,3	-0,7
12	2,4	0,4	3,8	-0,2	6,1	0,1	7,7	-0,3	9,4	-0,6

M- Medição / T - Tendência

Fonte: adaptado de AIAG (2010).

Iniciamos pela determinação das médias das variáveis T (tendência) e VR (valor de referência).

Para auxiliar os cálculos, utilizamos o Quadro 4.7:

Quadro 4.7 | Cálculo da média das variáveis VR e T

P	M	VR	T	VR ²	T ²	VR*T
1	2,7	2	0,7	4	0,49	1,40
2	2,5	2	0,5	4	0,25	1,00
3	2,4	2	0,4	4	0,16	0,80
4	2,5	2	0,5	4	0,25	1,00
5	2,7	2	0,7	4	0,49	1,40
6	2,3	2	0,3	4	0,09	0,60
7	2,5	2	0,5	4	0,25	1,00
8	2,5	2	0,5	4	0,25	1,00
9	2,4	2	0,4	4	0,16	0,80
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
12	9,4	10	-0,6	100	0,36	-6
Soma	360	-3,2	2640	11,82	-82,4	
Média	6	-0,05333				

Nota: P – Peça / M – Média / T – Tendência / ⋮ – Valores omitidos

Fonte: adaptado de AIAG (2010).

$$\overline{VR} = \frac{1}{gm} \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m VR_i = \frac{360}{5 \times 12} = 6$$

$$\bar{T} = \frac{1}{gm} \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m T_{ij} = \frac{-3,2}{5 \times 12} = -0,05333$$

Calculamos a soma de quadrados:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m VR_i^2 - gm\overline{VR}^2 = 2640 - 60(6)^2 = 480$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m T_{ij}^2 - gm\bar{T}^2 = 11,82 - 60(-0,533)^2 = 11,64955$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m VR_i T_{ij} - \overline{VR} \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m T_{ij} = -82,4 - (6)(-3,2) = -63,2$$

A somas de quadrados é utilizada para calcular os parâmetros da reta de regressão:

$$\hat{b} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{-63,2}{480} = -0,13167$$

$$\hat{a} = \bar{T} - \hat{b}\overline{VR} = -0,053333 - (-0,13167) = 0,736687$$

Calculamos o coeficiente de correlação:

$$R^2 = \frac{(S_{xy})^2}{S_{xx}S_{yy}} = \frac{(-63,2)^2}{480 \times 11,6495} = 0,714308$$

Para estimar a reta temos:

$$\hat{T}_{ij} = \hat{a} + \hat{b}VR_i \Rightarrow \hat{T} = 0,7366 - 0,131467VR_i$$

Isso significa uma variação de 13,1% em relação à faixa estudada (10-2=8).

Para analisarmos a linearidade há dois métodos: teste de hipóteses e método gráfico.

Método 1 – Teste de hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : b = 0 \\ H_1 : b \neq 0 \end{cases}$$

Iniciamos calculando o quadrado médio do erro (QME):

$$SQ_E = S_{yy} - \hat{b}S_{xy} = 11,6495 - (-0,13167)(-63,2) = 3,3279$$

$$QME = \frac{SQ_E}{gm - 2} = \frac{3,3279}{58} = 0,057377$$

A estatística do teste é:

$$t^* = \frac{\hat{b}}{s(\hat{b})} \sim t(gm - 2) \text{ (sob } H_0) \text{ O erro padrão associado à}$$

estimativa do coeficiente angular é:

$$s^2(\hat{b}) = \frac{QME}{S_{xx}} = \frac{0,057377}{480} = 0,00011953 \therefore t^* = \frac{|\hat{b}|}{s\hat{b}} = \frac{|-0,13167|}{0,010933} = 12,044$$

Para uma distribuição *t-Student* com 58 graus de liberdade, encontramos:

$$t(gm - 2; 1 - \alpha / 2) = 2,0017$$

Como $t^* = 12,044 > 2,0017$, rejeitamos a hipótese de que a linearidade não seja significativa. Portanto, concluímos que a linearidade é significativa ao nível de confiança de 5%.

Método 2 – Método gráfico

Calculamos o intervalo de confiança para a reta de regressão:

$$LI = \hat{a} + \hat{b}VR - \left[t_{(58;0,975)} \sqrt{\frac{1}{gm} + \frac{(VR - \overline{VR})^2}{S_{xx}} QME} \right]$$

$$LS = \hat{a} + \hat{b}VR + \left[t_{(58;0,975)} \sqrt{\frac{1}{gm} + \frac{(VR - \overline{VR})^2}{S_{xx}} QME} \right]$$

Substituímos os valores e deixamos apenas o VR:

$$LI = 0,7367 - 0,13177VR - \left[2,0017 \sqrt{\frac{1}{5 \times 12} + \frac{(VR - 6)^2}{480}} \times 0,5738 \right]$$

$$LS = 0,7367 - 0,13177VR + \left[2,0017 \sqrt{\frac{1}{5 \times 12} + \frac{(VR - 6)^2}{480}} \times 0,5738 \right]$$

Calculamos os limites para cada VR:

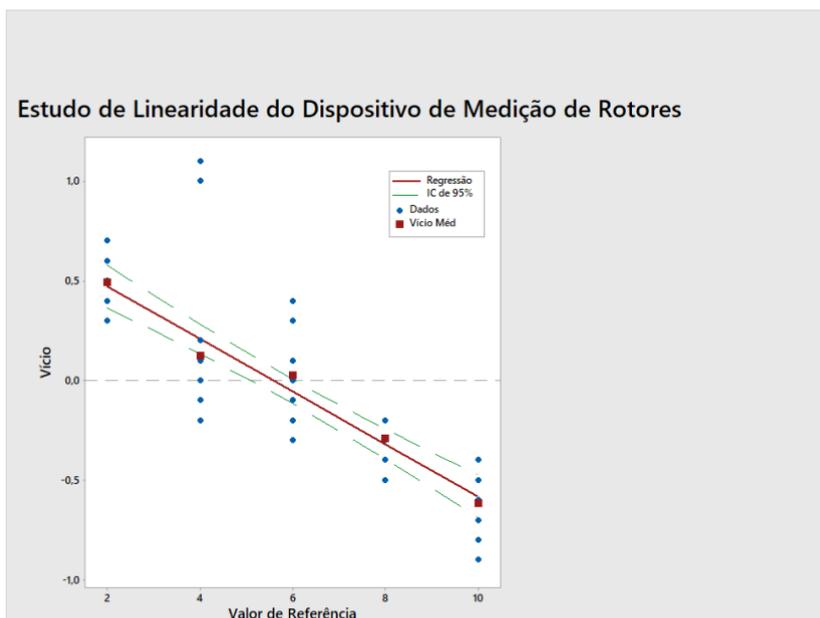
$$LI_{VR=2} = 0,7367 - 0,13177 \times 2 - \left[2,0017 \sqrt{\frac{1}{5 \times 12} + \frac{(2-6)^2}{480}} \times 0,5738 \right] = 0,36611$$

$$LS_{VR=2} = 0,7367 - 0,13177 \times 2 + \left[2,0017 \sqrt{\frac{1}{5 \times 12} + \frac{(2-6)^2}{480}} \times 0,5738 \right] = 0,58055$$

Os demais VR são calculados da mesma forma, apenas substituindo o VR pelo valor que se deseja calcular.

Por último gera-se o gráfico (Figura 4.5) e faz-se sua interpretação.

Figura 4.5 | Estudo de linearidade do dispositivo de medição de rotores



Fonte: elaborada pelo autor.

A análise gráfica indica que causas especiais podem estar influenciando o sistema de medição. A linha "tendência = 0" cruza com os limites do intervalo de confiança ao invés de se manter contida nele. A Torricelli deve iniciar um plano de ação de melhoria para identificar as causas que afetam a linearidade do sistema de medição.

Dada a complexidade e o trabalho para desenvolver estudos de tendência e linearidade manualmente, na prática utilizamos aplicativos específicos ou planilhas eletrônicas.



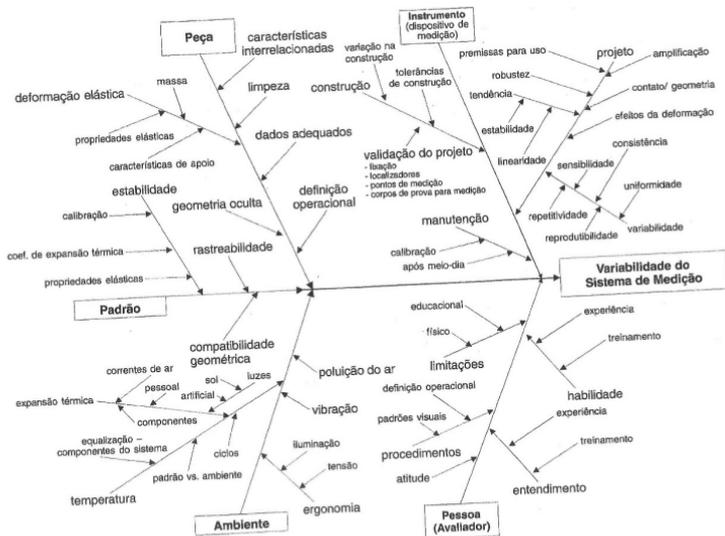
Assimile

Como qualquer processo, o sistema de medição é influenciado por fontes de variação aleatória e sistemática, consequência de causas comuns e causas especiais, respectivamente. Para controlar a variação do sistema de medição, deve-se:

- Identificar as fontes de variação potenciais.

- Eliminar – sempre que possível – ou monitorar estas fontes de variação.

Figura 4.6 | Diagrama causa e efeito – variabilidade do sistema de medição



Fonte: AIAG (2010, p.170).



Refleta

O teste de nevoa salina (*salt spray*) é uma simulação dos efeitos de uma atmosfera marítima em diferentes metais com ou sem camadas protetoras.

O teste de névoa salina é amplamente aceito como uma ferramenta para avaliação da uniformidade na espessura e porosidade de revestimentos metálicos ou não metálicos, sendo um dos ensaios mais aplicados para determinar a resistência a corrosão.

Pode-se utilizar o teste de névoa salina para fazer uma triagem em materiais revestidos revelando pontos onde a camada é particularmente menos espessa ou para comparar diferentes lotes de um mesmo produto.

Por ser um sistema de medição destrutiva, não pode ser replicável. Nesse caso como avaliar esse tipo de sistema de medição?

Sem medo de errar

A Torricelli controla a característica crítica do diâmetro do mancal MC175 utilizando um comparador de diâmetro interno (súbito) com incerteza 0,01 mm recentemente adquirido. Você foi designado juntamente com técnico em Metrologia Gustavo Pettit para conduzir um estudo do sistema de estabilidade. Para a realização do estudo foi selecionado um mancal próximo ao meio dos resultados do processo de produção. Esse mancal foi enviado ao laboratório de metrologia que determinou seu valor de referência como 6,01 mm. Os operadores das células de fabricação dos mancais mediram 5 mancais em cada turno de trabalho, até completarem 25 subgrupos. Os resultados destas medições são apresentados no Quadro 4.8. Vocês devem determinar se o sistema de medição é estável ou não.

Para resolver essa situação-problema, você deverá utilizar seus conhecimentos sobre estudo do sistema de medição por variáveis. Vamos em frente, você é capaz!

Quadro 4.8 | Estudo de estabilidade – Mancal MC175

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
5,84	4,62	5,85	5,34	5,88	5,68	6,49	6,10	6,59	5,80
5,70	6,55	5,99	4,21	4,55	5,23	6,12	6,00	6,25	6,81
5,55	6,27	5,46	6,85	5,27	4,08	6,79	5,83	5,69	5,12
6,96	7,07	6,56	6,83	6,55	6,35	3,12	5,78	5,10	3,15
4,36	5,13	5,76	4,93	4,65	5,53	5,94	5,20	4,05	6,39
S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
6,22	6,61	6,46	5,51	5,43	6,18	6,25	5,68	6,71	4,84
6,60	6,78	5,82	6,19	5,81	6,01	5,17	6,70	6,04	5,33
5,94	5,66	6,58	6,65	5,82	6,05	6,94	4,77	6,67	6,43
5,98	5,40	4,63	5,90	5,57	6,39	6,24	7,51	6,98	5,77
5,27	6,07	6,05	6,84	6,15	5,55	5,60	6,59	5,45	6,78
S21	S22	S23	S24	S25					
6,11	6,06	6,03	5,42	6,42					
6,15	6,26	5,94	5,62	7,04					

6,68	6,41	5,65	4,43	6,36
6,30	6,33	6,33	4,21	5,64
5,81	6,30	6,23	5,98	5,57

Fonte: elaborado pelo autor.

Resolução

O estudo de estabilidade é conduzido por meio de um gráfico de controle, normalmente (\bar{X}, R) ou (\bar{X}, s) . Neste caso, vamos construir um gráfico de controle (\bar{X}, R) .

O primeiro passo é determinar a linha central (LC) para o gráfico

$$(R): \quad \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{25} R_i}{25} = \frac{29,45}{25} = 1,780$$

A seguir calculam-se os limites de controle:

$$LIC = \bar{R}D_3 = 1,780 \times 0 = 0 \quad \text{e} \quad LSC = \bar{R}D_4 = 1,780 \times 2,114 = 3,763$$

Em seguida deve-se calcular a linha central média (LC) ou $(\bar{\bar{X}})$, o limite inferior de controle (LIC) e o limite superior de controle (LSC) para o gráfico (\bar{X}) :

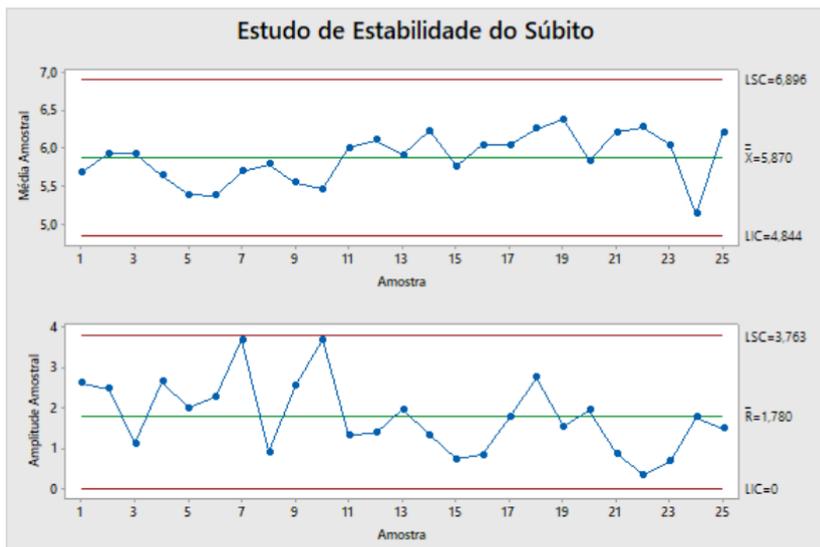
$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i}{25} = \frac{146,75}{25} = 5,87$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 5,87 - 0,577 \times 1,780 = 4,844$$

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 5,87 + 0,577 \times 1,780 = 6,896$$

Em seguida plotamos os gráficos apresentados na Figura 4.7.

Figura 4.7 | Gráfico para estudo de estabilidade do súbito



Fonte: elaborada pelo autor.

Aplicando as regras sensibilizantes, chegamos à conclusão de que o sistema de medição não apresenta causas especiais, portanto está sob controle estatístico. Assim sendo, concluímos que o sistema de medição é estável.

Avançando na prática

Estudo de tendência

Descrição da situação-problema

Uma organização inicia um estudo para avaliar um novo sistema de medição para monitorar um processo. Uma análise do sistema de medição indicou que não deveria haver preocupações sobre a linearidade, de modo que o estudo deveria ser apenas sobre a tendência do sistema de medição avaliado. Uma única peça foi escolhida dentro da faixa de operação do sistema de medição com base na variação documentada do processo. A peça foi medida no laboratório de metrologia para determinar seu valor de referência. Essa medição foi realizada quinze vezes pelo operador com maior

nível de habilitação para essa operação. Os dados resultantes da medição são apresentados no Quadro 4.9:

Quadro 4.9 | Tendência

MR	V	VR	MR	V	VR	MR	V	VR
1	5,8	6,0	6	6,1	6,0	11	6,0	6,0
2	5,7	6,0	7	6,0	6,0	12	6,1	6,0
3	5,9	6,0	8	6,1	6,0	13	6,2	6,0
4	5,9	6,0	9	6,4	6,0	14	5,6	6,0
5	6,0	6,0	10	6,3	6,0	15	6,0	6,0

Nota: MR – Medições Repetidas / VR – Valor de Referência

Fonte: elaborado pelo autor.

Você foi incumbido de realizar o estudo de tendência.

Para resolver esta situação-problema, você deverá utilizar seus conhecimentos sobre estudo do sistema de medição por variáveis.

Vamos lá! É fazendo que se aprende!

Resolução da situação-problema

Inicia-se calculando a tendência de cada medição conforme apresentado no Quadro 4.10:

Quadro 4.10 | Tendência de cada medição

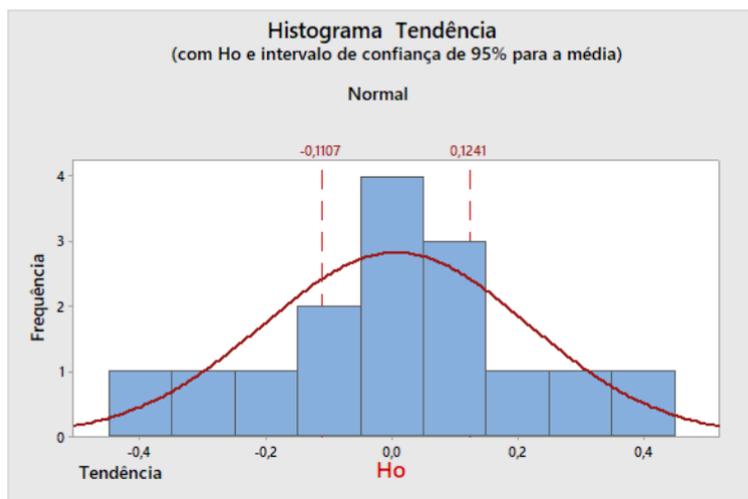
MR	V	VR	T	MR	V	VR	T	MR	V	VR	T
1	5,8	6,0	-0,2	6	6,1	6,0	0,1	11	6,0	6,0	0,0
2	5,7	6,0	-0,3	7	6,0	6,0	0,0	12	6,1	6,0	0,1
3	5,9	6,0	-0,1	8	6,1	6,0	0,1	13	6,2	6,0	0,2
4	5,9	6,0	-0,1	9	6,4	6,0	0,4	14	5,6	6,0	-0,4
5	6,0	6,0	0,0	10	6,3	6,0	0,3	15	6,0	6,0	0,0

Nota: MR – Medições Repetidas / VR – Valor de Referência / T- Tendência

Fonte: elaborado pelo autor.

Depois plotamos o histograma como mostrado na Figura 4.8 para analisar a tendência.

Figura 4.8 | Histograma da tendência



Fonte: elaborada pelo autor.

No histograma não foram mostradas anomalias ou pontos discrepantes que exigem análises e análises adicionais. Nele estão plotados os valores do intervalo de confiança que será calculado adiante.

Calcular a tendência média:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} = \frac{0,1}{15} = 0,0067$$

Calcular o desvio-padrão da repetitividade:

$$\sigma_r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{3,15196}{14} = 0,22514$$

Determine o valor estatístico t para a tendência:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_r}{\sqrt{n}} = \frac{0,22514}{\sqrt{15}} = 0,05813$$

$$t_{estatística} = t_{tendência} = \frac{\bar{T}}{\sigma_b} = \frac{0,0067}{0,05813} = 0,1153$$

Determinar se a repetitividade é aceitável:

$$\%VE = 100 \left(\frac{VE}{VT} \right) = 100 \left(\frac{\sigma_r}{VT} \right)$$

A repetitividade de 0,2120 deve ser comparada com a variação esperada do processo (desvio-padrão) de 2,5. Portanto:

$$\%VE = 100 \left(\frac{VE}{VT} \right) = 100 \left(\frac{\sigma_r}{VT} \right) = 100 \left(\frac{0,2120}{2,5} \right) = 8,5$$

Conclui-se que a repetitividade é aceitável, e podemos continuar com o estudo de tendência.

A tendência é aceitável no nível α se o valor zero se situar dentro dos limites de confiança, em torno do valor da tendência:

$$T - \left[\sigma_b (t_{\nu, 1-\alpha/2}) \right] \leq \text{zero} \leq T + \left[\sigma_b (t_{\nu, 1-\alpha/2}) \right]$$

Onde $\nu = n - 1$ e $t_{\nu, 1-\alpha/2}$ é obtido por meio das tabelas t padrão:

$$T - \left[\sigma_b (t_{\nu, 1-\alpha/2}) \right] \leq \text{zero} \leq T + \left[\sigma_b (t_{\nu, 1-\alpha/2}) \right] = \\ 0,0067 - [0,05813 \times 2,11479] \leq \text{zero} \leq 0,0067 + [0,05813 \times 2,11479] = \\ -0,1162 \leq \text{zero} \leq 0,1296$$

Uma vez que zero cai dentro do intervalo de confiança da tendência (-0,1107; 0,1241), a organização pode assumir que a tendência do sistema de medição é aceitável, supondo que o uso real não introduza fontes adicionais de variação. No Quadro 4.11 são apresentados os resultados desta análise.

Parâmetros analisados	Valor medido
n (m)	15
Média - \bar{X}	6,0067
Desvio-padrão σ_r	0,22514
Erro padrão da média σ_b	0,05813
Estatística t	0,1153
Graus de liberdade gl	14
Valor significativo t (bi-caudal)	2,11479
Tendência	0,0067
Intervalo de confiança da tendência (95%) - inferior	-0,1162
Intervalo de confiança da tendência (95%) - superior	0,1296

Fonte: elaborada pelo autor.

Faça valer a pena

1. Quando os dados de medição são usados para tomar decisões sobre o processo e o negócio em geral, é vital que eles sejam precisos. A análise dos sistemas de medição avalia a adequação de um sistema de medição para uma determinada aplicação.

Ao medir a saída de um processo, quais fontes de variação devem ser consideradas?

- Variações específicas e genéricas.
- Variação peça a peça, variação do sistema de medição.
- Variações de linearidade e tendência.
- Variações de precisão e exatidão.
- Variação de adequação e variação de conformidade.

2. Uma organização visando determinar a adequação de um sistema de medição solicita que seja determinada a diferença entre a média observada das medições e o valor de referência, ou seja, o erro sistemático que faz parte do sistema de medição.

Essa organização deseja determinar qual dos seguintes parâmetros?

- a) Discriminação.
- b) Exatidão.
- c) Tendência.
- d) Estabilidade.
- e) Linearidade.

3. Uma organização realiza um estudo de tendência e obtém os seguintes resultados, apresentados no quadro a seguir:

Quadro | Resumo do estudo de linearidade da questão 3

Parâmetros analisados	Valor medido
n (m)	15
Média - \bar{X}	16,62
Desvio-padrão σ_r	0,95284
Erro padrão da média σ_b	0,2402
Estatística t	
Graus de liberdade gl	14
Valor significativo t (bicaudal)	2,11479
Tendência	-0,37551
Intervalo de confiança da tendência (95%) - inferior	
Intervalo de confiança da tendência (95%) - superior	

Fonte: elaborado pelo autor.

No quadro apresentado, temos 3 campos em branco que precisam ser calculados. Os valores da estatística t e os limites inferior e superior do intervalo de confiança são respectivamente:

- a) $t = 2,11479$; LI = -0,89579; LS = 0,14477.
- b) $t = 2,11479$; LI = -0,89579; LS = -0,14477.
- c) $t = 1,52634$; LI = 0,14477; LS = 0,89579.
- d) $t = -1,52634$; LI = -0,89579; LS = 0,14477.
- e) $t = -1,52634$; LI = -0,89579; LS = -0,14477.

Seção 4.3

Análise dos sistemas de medição - parte II

Diálogo aberto

Devido à complexidade de medição da característica da qualidade retilineidade e considerando que o processo de fabricação do eixo EX00385 tem se apresentado sob controle e capaz por um longo período de tempo, a empresa Torricelli desenvolveu um dispositivo de medição de retilineidade do tipo passa/não passa. Para avaliar o sistema de medição foram selecionados dois avaliadores, que avaliaram os mesmos 30 eixos de 3 vezes cada. Cada eixo foi previamente medido em uma máquina de medição de forma cuja incerteza é de 0,1 μm . Os resultados foram apresentados em uma tabela.

Você foi designado para realizar um estudo de medição por atributos para esse dispositivo. Para resolver essa situação-problema você deverá utilizar o conhecimento adquirido sobre o estudo dos sistemas de medição por atributos.

Preparado para ampliar seu aprendizado sobre este tema?

Não pode faltar

Estudo do sistema de medição por variáveis – repetitividade e reprodutibilidade – método da média e amplitude – (\bar{X} & R)

O método de média e amplitude (\bar{X} & R) é uma abordagem que proporcionará uma estimativa de repetibilidade e reprodutibilidade para um sistema de medição. Essa abordagem permitirá que a variação do sistema de medição seja decomposta em dois componentes: repetibilidade e reprodutibilidade (R&R).

No entanto, a variação devido à interação entre o avaliador e o dispositivo de medição não é considerada nessa análise. Para determinação da interação entre o dispositivo de medição e os avaliadores, deve ser utilizado o método de análise de variância (ANOVA). Esse método não será abordado neste livro – para saber

mais, consulte Montgomery (2016) e Devore (2014), disponíveis em nossa Biblioteca Virtual.

Condução do estudo

Conforme estabelece AIAG (2010), embora o número de avaliadores, medições repetidas e peças possam variar, o desenvolvimento a seguir representa as melhores condições para a realização do estudo. Considere a folha para coleta de dados apresentada no Quadro 4.12. O procedimento detalhado é o seguinte:

1) Obtenha uma amostra de $n > 10$ peças que representem a amplitude real ou esperada da variação do processo.

2) Identifique os avaliadores como A, B, C, etc. e numere as peças numeradas de 1 até n , de forma que os números não sejam visíveis para os avaliadores.

3) Calibre o dispositivo de medição, se isso fizer parte dos procedimentos normais do sistema de medição. Deixe o avaliador A medir n peças em uma ordem aleatória e registre os resultados na linha 1.

4) Os avaliadores B e C medem as mesmas n peças sem ver as medições dos outros; registre os resultados nas linhas 6 e 11, respectivamente.

5) Repita o ciclo usando uma ordem aleatória de medição diferente. Registre os dados nas linhas 2, 7 e 12. Registre os dados nas colunas apropriadas. Por exemplo, se a primeira peça medida for a peça 7, então registre o resultado na coluna identificada como 7. Se forem necessários três ensaios, repita o ciclo e insira os dados nas linhas 3, 8 e 13.

6) Em caso de peças de tamanho grande ou em caso de ser impossível dispor de todas as peças simultaneamente, os passos 4 e 5 podem ser substituídos por:

- Deixe o avaliador A medir a primeira peça e registre a leitura na linha 1. Deixe o avaliador B medir a primeira peça e registre a leitura na linha 6. Deixe o avaliador C medir a primeira peça e registre a leitura na linha 11.

- Deixe o avaliador A repetir a leitura da primeira peça e registre a leitura na linha 2. Deixe o avaliador B repetir a leitura da primeira

peça e registre a leitura na linha 7. Deixe o avaliador C repetir a leitura da primeira peça e registre a leitura na linha 12. Repita este ciclo e registre os resultados nas linhas 3, 8 e 13, em caso de serem três as leituras repetidas em cada peça.

7) Um método alternativo pode ser usado se os avaliadores estiverem em turnos diferentes. Deixe o avaliador A medir todas as 10 peças e registre a leitura na linha 1. Depois, avalie a leitura em uma ordem diferente e insira os resultados nas linhas 2 e 3. Faça o mesmo com os avaliadores B e C.

Quadro 4.12 | Folha de coleta de dados para a repetitividade e reprodutibilidade

	Avaliador/ Medição nº	PEÇAS										Média		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	A	1	0,2900	-0,5600	1,3400	0,4700	-0,8000	0,0200	0,5900	-0,3100	2,2600	-1,3600		0,194
2		2	0,4100	-0,6900	1,1700	0,5000	-0,9200	-0,1100	0,7500	-0,2000	1,9900	-1,2500		0,166
3		3	0,6400	-0,5800	1,2700	0,6400	-0,8400	-0,2100	0,6600	-0,1700	2,0100	-1,3100		0,211
4	Médias		0,447	-0,607	1,260	0,537	-0,853	-0,100	0,667	-0,227	2,087	-1,307	$\bar{x}_a =$	0,1903
5	Amplitude		0,350	0,120	0,170	0,170	0,120	0,230	0,160	0,140	0,270	0,110	$\bar{R}_a =$	0,184
6	B	1	0,0800	-0,4700	1,1900	0,0100	-0,5600	-0,2000	0,4700	-0,6300	1,8000	-1,6800		0,001
7		2	0,2500	-1,2200	0,9400	1,0300	-1,2000	0,2200	0,5500	0,0800	2,1200	-1,6200		0,115
8		3	0,0700	-0,6800	1,3400	0,2000	-1,2800	0,0600	0,8300	-0,3400	2,1900	-1,5000		0,089
9	Médias		0,133	-0,790	1,157	0,413	-1,013	0,027	0,617	-0,297	2,037	-1,600	$\bar{x}_b =$	0,0683
10	Amplitude		0,180	0,750	0,400	1,020	0,720	0,420	0,360	0,710	0,390	0,180	$\bar{R}_b =$	0,513
11	C	1	0,0400	-1,3800	0,8800	0,1400	-1,4600	-0,2900	0,0200	-0,4600	1,7700	-1,4900		-0,223
12		2	-0,1100	-1,1300	1,0900	0,2000	-1,0700	-0,6700	0,0100	-0,5600	1,4500	-1,7700		-0,256
13		3	-0,1500	-0,9600	0,6700	0,1100	-1,4500	-0,4900	0,2100	-0,4900	1,8700	-2,1600		-0,284
14	Médias		-0,073	-1,157	0,880	0,150	-1,327	-0,483	0,080	-0,503	1,697	-1,807	$\bar{x}_c =$	-0,2543
15	Amplitude		0,190	0,420	0,420	0,090	0,390	0,380	0,200	0,100	0,420	0,670	$\bar{R}_c =$	0,328
16	Média por Peça		0,1689	-0,8511	1,0989	0,3667	-1,0644	-0,1856	0,4544	-0,3422	1,9400	-1,5711	$\bar{\bar{x}}$	0,0014
												$R_{\bar{w}}$	3,511	
												\bar{R}	0,3417	
17	Amplitude Média	R(barras)A =	0,184	R(barras)B =	0,513	R(barras)C =	0,328	Nº de Avaliadores=		3				
18	Diferença X(barras)	[Máx X(barras)]=	0,1903	[Min X(barras)]=	-0,2543			Xdiff=	0,4446					
19	Limite de controle	[R(2barras)]=	0,3417	x [D4]=	2,58	=LSCR=	0,8816							

* D4 = 3,27 para 2 medições repetidas e 2,58 para 3 medições repetidas. LSCR representa o limite de controle para os R's, individualmente considerados. Circular aqueles que se situam além desse limite. Identificar a causa e corrigi-la. O mesmo avaliador deve repetir estas leituras sobre as mesmas peças originalmente usadas, ou descartar tais leituras. Refazer então todos os cálculos de médias, do R(2barras) e do LSCR com as leituras restantes.

Fonte: adaptado de AIAG (2010, p. 114).

Os cálculos de R&R do dispositivo de medição são apresentados no Quadro 4.12. A seguir é apresentado o procedimento de cálculo:

1) Calcular a amplitude da medição de cada peça para o Avaliador A e registrar o resultado na linha 5. Repetir esse mesmo cálculo para os Avaliadores B e C e registrar os resultados nas linhas 10 e 15 respectivamente.

2) Somar a linha 5 e dividir o resultado pela quantidade de peças que constituem a amostra; obtendo a amplitude média das medições repetidas feitas pelo primeiro dos Avaliadores \bar{R}_a . Repetir

o cálculo nas linhas 10 e 15 obtendo \bar{R}_b e \bar{R}_c .

3) Transferir as médias das linhas 5, 10 e 15 ($\bar{R}_a, \bar{R}_b, \bar{R}_c$) para linha 17. Somar esses valores e dividir o resultado pelo número de avaliadores; registrar esse resultado com $\bar{\bar{R}}$.

4) Registrar o valor $\bar{\bar{R}}$ na linha 19 e multiplicá-lo por D_4 , obtendo assim o valor do limite superior de controle (LSC_R). O valor do limite inferior de controle (LIC_R) para menos do que sete medições é igual a zero.

5) Caso alguma medição, com o mesmo avaliador e a mesma peça, tenha gerado uma amplitude maior do que o limite calculado (LSC_R), repetir todas as leituras ou descartar esses valores e recalcular $\bar{\bar{R}}$ e (LSC_R) com base no tamanho da amostra modificado.

6) Somar as linhas 1, 2, 3, 6, 7, 8, 11, 12 e 13. Dividir a soma de cada uma dessas linhas pelo número de peças que constituem a amostra e registrar estes valores na última coluna da direita "MÉDIA".

7) Somar as médias nas linhas 1, 2 e 3 e dividir este total pelo número de medições repetidas e registrar o valor na linha 4 no campo \bar{X}_a . Repetir isto para as linhas 6, 7 e 8 e para as linhas 11, 12 e 13, registrando os resultados nos campos \bar{X}_b e \bar{X}_c nas linhas 9 e 14 respectivamente.

8) Registrar as médias máxima e mínima das linhas 4, 9 e 14 nos espaços apropriados existentes na linha 18 e calcular a diferença \bar{X}_{DIF} .

9) Somar as medições repetidas feitas por cada avaliador sobre cada uma das peças e dividir esse total pelo número de medições realizadas (quantidade de medidas repetidas multiplicado pela quantidade de avaliadores). Registrar os resultados na linha 16 "média por peça".

10) Subtrair a menor média por peça da maior média por peça e registrar o resultado na linha 16, no campo R_p (amplitude das médias por peça).

Passos referentes ao Quadro 4.13:

11) Transferir os valores calculados de $\bar{\bar{R}}, \bar{X}_{DIF}$ e R_p para os campos apropriados.

12) Realizar os cálculos indicados na coluna "Análise na Unidade de Medição".

13) Realizar os cálculos indicados na coluna “% sobre a Variação Total”.

14) Verificar os resultados para garantir que o estudo esteja correto.

Quadro 4.13 | Relatório de R&R

Sistema de Medição:				Operadores:		
Inspetor:				Data:		
Dimensão:				Resolução:	Tolerância:	
Da folha de Registro de Dados: $R(2\text{barras})=$				0,3417		
$X(\text{barra})\text{Diff}=\mathbf{}$				0,4446		
$Rp=\mathbf{}$				3,511		
Análise na Unidade de Medição				Método Média X Amplitude		
				% sobre a Variação Total (VT)		
Repetitividade - Variação do DMM (VE)						
$VE = \bar{R} \times K_1$				% VE = $100 \times [VE / VT]$		
VE = 0,3417 \times 0,5908						
VE = 0,20188				% VE = 17,62%		
				Nº medições repetidas	K1	
				2	0,8862	
				3	0,5908	
Reprodutibilidade - Variação entre Avaliadores (VA)						
$VA = \sqrt{((\bar{X}_{DIF} \times K_2)^2 - (VE^2 / nr))}$				% VA = $100 \times [VA / VT]$		
VA = 0,22963				% VA = 20,04%		
n = nº de peças		Nº de Aval.		2	3	
r = nº de medições repetidas		K2		0,7071	0,5231	
Repetitividade e Reprodutibilidade (R & R)						
$R \& R = \sqrt{VE^2 + VA^2}$				% R & R = $100 \times [R\&R / VT]$		
R & R = 0,30575				% R & R = 26,68%		
Variação da Peça (VP)						
				Peças	K3	
				2	0,7071	
				3	0,5231	
$VP = Rp \times K3$				4	0,4467	
				5	0,4030	
VP = 1,10456				6	0,3742	
				7	0,3534	
				8	0,3375	
				9	0,3249	
				10	0,3146	
				ndc = $1,41 \times (VP / R\&R)$		
				ndc = 5,094		

Variação Total (VT)		ndc = Número de Categorias Distintas que deve ser maior ou igual a 5
$VT = \sqrt{R\&R^2 + VP^2}$		Conclusão do Estudo: ACEITÁVEL
VT =	1,14610	
% P/T =	0,987	
Para informações sobre a teoria e valores das constantes utilizadas neste formulário, veja o Manual de Referência Análise dos Sistemas de Medição (MSA), Quarta Edição.		

Fonte: elaborado pelo autor.

Estudo do sistema de medição por atributos – método da tabulação cruzada

Um processo sob controle estatístico tem uma característica da qualidade – circularidade – controlada por meio de um dispositivo do tipo passa/não passa. Esse dispositivo compara cada peça com um conjunto específico de limites, aceitando as peças cuja circularidade esteja dentro dos limites.

Visando estudar o dispositivo de medição, a organização seleciona aleatoriamente 25 peças que representam toda a extensão do intervalo do processo. São selecionados três avaliadores, A, B e C, cada um deles fazendo três possíveis decisões sobre cada uma das peças. Os dados resultantes do estudo são apresentados no Quadro 4.14.

Quadro 4.14 | Dados para o estudo do dispositivo passa/não passa - atributo

Peça	A1	A2	A3	B1	B2	B3	C1	C2	C3	Ref.
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1
7	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
22	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Nota: 1 = Aprovado / 0 = Reprovado

Fonte: elaborado pelo autor.



Assimile

Um estudo do sistema de medição por atributos é aquele que examina a tendência e a repetibilidade de um sistema de medição de atributos. Por exemplo: um sistema de medição de inspeção automática que é usado para uma inspeção de 100% no final da linha. É importante que este sistema de medição seja exato e possa ser repetido. Para avaliar o sistema de medição uma organização seleciona 10 peças representativas da faixa de operação normal. Cada peça incluída no estudo possui um valor de referência correspondente, que foi determinado por meio de um sistema de medição por variável no laboratório de metrologia. Cada peça foi medida 3 vezes por três avaliadores, e foi registrado o número de aceitações ou rejeições para avaliar a tendência e a repetibilidade.

O estudo do sistema de medição por atributos (método analítico) é diferente da análise de concordância de atributos, que é um método para examinar o acordo entre os avaliadores.

Inicia-se com uma tabela de tabulação cruzada para comparar os avaliadores entre si. Há uma tabela de tabulação cruzada para cada par de avaliadores. Haveria três neste caso: "A" comparado com "B", "B" comparado com "C" e "A" comparado com "C". Os cálculos serão demonstrados usando A e B. O primeiro passo é examinar como A e B avaliaram as peças. Isso é mostrado no Quadro 4.15.

Como pode ser visto no Quadro 4.16, A e B concordaram na maioria das vezes. Havia 7 vezes de 75 amostras em que discordavam. Estes são mostrados em amarelo e negrito no Quadro 4.15

Quadro 4.15 | Dados para o estudo do dispositivo passa/não passa – atributo – discordância entre avaliadores A x B

<i>Peça</i>	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>	<i>B1</i>	<i>B2</i>	<i>B3</i>	<i>Ref.</i>
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	1	0	1	0	1
7	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1
9	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1	1
12	0	0	0	0	0	0	0
13	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	0	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	0	1	0	1	1
22	0	0	1	0	1	0	0
23	1	1	1	1	1	1	1
24	1	1	1	1	1	1	1
25	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: elaborado pelo autor.

Quadro 4.16 | Tabulação cruzada A x B

		B		Total
		0 (REP)	1 (APR)	
A	0	19 Concordam	3 Discordam	22
	1	4 Discordam	49 Concordam	
Total		23	52	75

Fonte: elaborado pelo autor.

Quadro 4.17 | Tabulação cruzada B x C

		C		Total
		0 (REP)	1 (APR)	
B	0	18 Concordam	5 Discordam	23
	1	5 Discordam	47 Concordam	
Total		23	52	75

Fonte: elaborado pelo autor.

Quadro 4.18 | Tabulação cruzada A x C

		C		Total
		0 (REP)	1 (APR)	
A	0	18 Concordam	5 Discordam	23
	1	5 Discordam	47 Concordam	
Total		23	52	75

Fonte: elaborado pelo autor.

O segundo passo é estimar a distribuição de dados esperada. Qual é a probabilidade de um par de avaliadores concordar ou discordar em uma observação puramente por acaso? Em 75 observações, o Avaliador A rejeitou a peça 22 vezes e o Avaliador B rejeitou a peça 23 vezes:

$$p_{A0} = \frac{22}{75} = 0,2933$$

$$p_{B0} = \frac{23}{75} = 0,3067$$

Como os dois avaliadores são independentes, a probabilidade de concordarem que a peça esteja reprovada é dada por:

$$p(A0 \cap B0) = p_{A0} \times p_{B0} = 0,090$$

O número esperado de vezes para o Avaliador A e o Avaliador B concordarem que a peça está reprovada é estimada pela multiplicação da probabilidade combinada pelo número de observações:

$$75 \times (p_{A0} \times p_{B0}) = 75 \times \left(\frac{22}{75}\right) \times \left(\frac{23}{75}\right) = 6,75$$

Estimativas similares de cada par de categoria para cada par de avaliadores são calculadas e geram os Quadros 4.22 e 4.23.

Quadro 4.19 | Tabulação cruzada A x B – contagem esperada

			B		Total
			0 (REP)	1 (APR)	
A	0	Contagem	19	3	22
		Contagem esperada	6,75	15,25	22
	1	Contagem	4	49	53
		Contagem esperada	16,25	36,75	53
Total		Contagem	23	52	75
		Contagem esperada	23	52	75

Fonte: elaborado pelo autor.

Quadro 4.20 | Tabulação cruzada B x C

			C		Total
			0 (REP)	1 (APR)	
B	0	Contagem	18	5	23
		Contagem esperada	6,75	15,25	22
	1	Contagem	5	47	52
		Contagem esperada	16,25	36,75	53
Total		Contagem	23	52	75
		Contagem esperada	23	52	75

Fonte: elaborado pelo autor.

Quadro 4.21 | Tabulação cruzada A x C

		C		Total	
		0 (REP)	1 (APR)		
A	0	Contagem	18	5	23
		Contagem esperada	6,75	15,25	22
	1	Contagem	5	47	52
		Contagem esperada	16,25	36,75	53
Total		Contagem	23	52	75
		Contagem esperada	23	52	75

Fonte: elaborado pelo autor.

O propósito desses três quadros, 4.19, 4.20 e 4.21, é determinar o grau de concordância entre os três avaliadores, para isso utiliza-se o teste de concordância *Kappa*, que mede o acordo entre as avaliações de dois avaliadores quando ambos classificam o mesmo objeto. Um valor de 1 indica um acordo perfeito. Um valor de 0 indica que o acordo não é melhor do que o acaso.



Pesquise mais

Para saber mais sobre o teste de concordância *Kappa*, leia o artigo de Silva e Paes (2012). Disponível em: <<http://apps.einstein.br/revista/arquivos/PDF/2715-165-166.pdf>>. Acesso em: 12 abr. 2018.

Sejam:

P_o = a soma das proporções **observadas** nas células em diagonal

P_e = a soma das proporções **esperadas** nas células em diagonal

Então:

$$Kappa = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e}$$

O valor 1 significa perfeita concordância, e o valor 0 significa que a concordância não é melhor do que o acaso. Uma regra geral prática é que valores de ***Kappa* > 0,75** indicam concordância de boa para excelente.

Os valores *Kappa* são calculados para determinar a concordância entre os avaliadores.

Concordância A x B (Quadro 4.22)

$$P_o = \frac{19 + 49}{75} = 0,91$$

$$P_e = \frac{6,75 + 36,75}{75} = 0,58$$

$$Kappa = \frac{0,91 - 0,58}{1 - 0,58} = 0,78$$

Efetua-se o cálculo de *Kappa* nas demais combinações de avaliadores. Após os cálculos, obtém-se o Quadro 4.22:

Quadro 4.22 | Valores de Kappa para os avaliadores

	A	B	C
A	-----	0,78	0,68
B	0,78	-----	0,68
C	0,68	0,68	-----

Fonte: elaborado pelo autor.

Analisando o Quadro 4.23, conclui-se que a concordância entre os Avaliadores A x C e B x C tem um valor *Kappa* < 0,75, o que indica um nível de concordância **inaceitável**.

Quadro 4.23 | Tabulação cruzada avaliadores versus referência

		AxRef.					B x Ref.						C x Ref.						
		Ref					Ref						Ref						
		0	1	Total			0	1	Total			0	1	Total			0	1	Total
A	0	Contagem	20	1	21	B	0	Contagem	20	1	21,0	C	0	Contagem	20	1	21,0		
		Contagem Esperada	6,2	14,8	21			Contagem Esperada	6,4	14,6	21,0			Contagem Esperada	6,4	14,6	21,0		
	1	Contagem	2	52	54		1	Contagem	3	51	54,0		1	Contagem	3	51	54,0		
		Contagem Esperada	15,8	38,2	54			Contagem Esperada	16,6	37,4	54,0			Contagem Esperada	16,6	37,4	54,0		
		Contagem	22	53	75			Contagem	23	52	75,0			Contagem	23	52	75,0		
		Contagem Esperada	22	53	75			Contagem Esperada	23	52	75,0			Contagem Esperada	23	52	75,0		

Fonte: elaborado pelo autor.

Por último calcula-se o valor de *Kappa* para determinar a concordância dos avaliadores com a referência.

Valor de *Kappa* para a concordância do Avaliador A com a referência



Exemplificando

$$P_o = \frac{20 + 52}{75} = 0,96 \quad ; \quad P_e = \frac{6,2 + 38,2}{75} = 0,59$$

$$Kappa = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e} = \frac{0,96 - 0,59}{1 - 0,59} = 0,90$$

Repete-se o cálculo para os Avaliadores B e C e obtém-se o seguinte quadro:

Quadro 4.24 | Valor de *Kappa* para cada avaliador comparado com a referência

		Avaliador		
		A	B	C
<i>Kappa</i>	0,90	0,87	0,87	

Fonte: elaborado pelo autor.

Estes valores mostram que cada um dos avaliadores tem uma muito boa concordância com a referência.

Como há relação de concordância baixa entre os Avaliadores B e C, a conclusão é a de que o sistema de medição não é aceitável e são necessárias ações de melhoria visando aumentar a concordância entre os Avaliadores B e C.

Em seguida é possível calcular a eficácia do sistema de medição, porém esse conteúdo não será abordado neste livro. Para mais informações, consulte AIAG (2010).



Abordagem da detecção do sinal

Este método analisa o quão eficaz um sistema de medição de atributos é ao aceitar boas peças e rejeitar peças ruins.

Ele também analisa a probabilidade de uma peça ruim ser aprovada e uma boa peça ser rejeitada (um falso alarme).

Para usar este método, algumas peças ou amostras ruins devem ser incluídas na análise. Essas peças ruins devem ser identificáveis para a equipe que conduz o estudo, mas não para os avaliadores avaliados como parte do estudo do sistema de medição.

Cada uma das peças deve ser avaliada várias vezes pelos avaliadores.

Como você aplicaria o método da abordagem da detecção do sinal?

Sem medo de errar

Para controlar a característica da qualidade do eixo, a Torricelli desenvolveu um dispositivo de medição. No Quadro 4.25 são apresentados os resultados da avaliação do sistema de medição realizada por dois operadores.

Você foi designado para realizar um estudo de medição por atributos para esse dispositivo.

Para resolver esta situação-problema, você deverá utilizar o conhecimento adquirido sobre o estudo dos sistemas de medição por atributos.

Quadro 4.25 | Estudo de medição por atributos – sistema de medição retilinearidade do eixo

Referência	Avaliador	Magno			Thayná		
	Eixos	Eixos			Eixos		
		1	2	3	1	2	3
Ap	1	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	2	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Re	3	Re	Re	Re	Re	Re	Re
Re	4	Re	Re	Re	Re	Re	Re
Re	5	Re	Re	Re	Re	Re	Re
Ap	6	Ap	Ap	Re	Ap	Ap	Re
Ap	7	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	8	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Re	9	Re	Re	Re	Re	Re	Re
Ap	10	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	11	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Re	12	Re	Re	Re	Re	Re	Re
Ap	13	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	14	Ap	Ap	Re	Ap	Ap	Ap
Ap	15	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	16	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	17	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	18	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	19	Ap	Ap	Ap	ap	Ap	Ap
Ap	20	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	21	Ap	Ap	Re	Ap	Re	Ap
Re	22	Re	Re	Ap	Re	Ap	Re
Ap	23	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	24	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Re	25	Re	Re	Re	Re	Re	Re
Re	26	Re	Ap	Re	Re	Re	Re
Ap	27	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Ap	28	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap

Ap	29	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap	Ap
Re	30	Re	Re	Re	Re	Re	Ap

Nota: Ap – Aprovado, Re – Reprovado

Fonte: elaborado pelo autor.

Resolução

Para resolver esta situação-problema você deverá empregar o método da tabulação cruzada a fim de avaliar a concordância entre cada avaliador e entre os avaliadores com a referência.

O Quadro 4.26 mostra células em que os avaliadores discordam:

Quadro 4.26 | Discordância entre avaliadores

	Avaliador	Magno			Thayná		
Referência	Eixos	Eixos			Eixos		
		1	2	3	1	2	3
Ap	14	Ap	Ap	Re	Ap	Ap	Ap
Ap	21	Ap	Ap	Re	Ap	Re	Ap
Re	22	Re	Re	Ap	Re	Ap	Re
Re	26	Re	Ap	Re	Re	Re	Re
Re	30	Re	Re	Re	Re	Re	Ap

Fonte: elaborado pelo autor.

Em seguida você deverá determinar a contagem e a contagem esperada dos avaliadores Magno e Thayná. Com base no Quadro 4.26 temos:

- Com que frequência Magno e Thayná aprovaram a mesma peça? R.: 59
- Quantas vezes Magno e Thayná falharam na mesma parte? R.: 24
- Como Magno passou a parte e Thayná falhou na parte? R.: 3
- Com que frequência Magno falhou na parte e Thayná passou a parte? R.: 4
- Determine a contagem esperada:

$$P_{Magno0} \cap P_{Thayná0} = 90 \times \left(\frac{28}{90}\right) \times \left(\frac{27}{90}\right) = 8,4 \text{ e assim sucessivamente}$$

para cada célula da tabela

Quadro 4.27 | Tabulação cruzada Magno x Thayná – contagem e contagem esperada

		Thayná		Total	
		0 (REP)	1 (APR)		
Magno	0	Contagem	24	4	28
		Contagem esperada	8,4	19,6	28
	1	Contagem	3	59	62
		Contagem esperada	18,6	43,4	62
Total		Contagem	27	63	90
		Contagem esperada	27	63	90

Fonte: elaborado pelo autor.

Em seguida você deverá determinar o valor *Kappa* para a concordância entre os avaliadores Magno e Thayná:

$$P_o = \frac{24 + 59}{90} = 0,922; P_e = \frac{8,4 + 43,4}{90} = 0,576$$

$$Kappa = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e} = \frac{0,922 - 0,576}{1 - 0,576} = 0,82$$

Posteriormente você deverá determinar o valor de *Kappa* para a concordância dos avaliadores com a referência.

Quadro 4.28 | Contagem para o avaliador Magno

		Magno x Ref.				
		Referência				
		0	1	Total		
Magno	0	Contagem	25	2	27,0	
		Contagem esperada	8,1	18,9	27,0	
	1	Contagem	2	61	63,0	
		Contagem esperada	18,9	44,1	63,0	
	Total		Contagem	27	63	90,0
			Contagem esperada	27	63	90,0

Fonte: elaborado pelo autor.

Valor de *Kappa* para Magno

$$P_o = \frac{25 + 61}{90} = 0,96; P_e = \frac{8,1 + 44,1}{90} = 0,58;$$

$$Kappa = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e} = \frac{0,96 - 0,58}{1 - 0,58} = 0,90$$

Quadro 4.29 | Contagem para a avaliadora Thayná

		Thayná x Ref.				
		Referência				
		0	1	Total		
Thayná	0	Contagem	25	2	27,0	
		Contagem esperada	8,1	18,9	27,0	
	1	Contagem	1	62	63,0	
		Contagem esperada	18,9	44,1	63,0	
	Total		Contagem	26	64	90,0
			Contagem esperada	27	63	90,0

Fonte: elaborado pelo autor.

Valor de Kappa para Thayná

$$P_o = \frac{25 + 62}{90} = 0,97 ; P_e = \frac{8,1 + 44,1}{90} = 0,58 ;$$

$$Kappa = \frac{P_o - P_e}{1 - P_e} = \frac{0,97 - 0,58}{1 - 0,58} = 0,93$$

Com a valor de *Kappa* para concordância entre os avaliadores e para a concordância dos avaliadores com a referência é maior do que 0,75. Podemos concluir que o sistema de medição é **aceitável**.

Avançando na prática

Estudando o sistema de medição – micrômetro interno

Descrição da situação-problema

Uma organização, buscando estudar o comportamento de um sistema de medição utilizado no controle do diâmetro interno, seleciona do processo de fabricação 10 peças que representam a amplitude da variabilidade do processo de fabricação. Essas 10 peças são submetidas a três operadores dos postos de trabalho que, em condições normais de fabricação, as controlam por meio de autocontrole utilizando um micrômetro interno. Cada operador mede a peça três vezes e, depois de calculadas as médias e as amplitudes, chega-se ao seguinte resultado mostrado no Quadro 4.30.

Quadro 4.30 | Dados do sistema de medição - micrômetro

Sistema de Medição:	<i>Micrômetro</i>		Operadores:	<i>Vera</i>	
				<i>Isaque</i>	
Inspetor:	<i>Moisés</i>		Data:	<i>Daniel</i>	
				<i>15/12/2017</i>	
Dimensão:	<i>30,00</i>	<i>30,02</i>	Resolução:	<i>0,001</i>	Tolerância: <i>0,02</i>

Fonte: elaborado pelo autor.

$$\bar{\bar{R}} = 0,3417; \bar{\bar{X}}_{DIF} = 0,446, R_p = 3,511$$

De posse desses dados, você foi incumbido de analisar o sistema de medição e gerar o relatório de R&R.

Para resolver esta situação-problema, você deverá utilizar seus conhecimentos adquiridos relativos à análise do sistema de medição por variáveis.

Vamos lá?

Resolução da situação-problema

Quadro 4.31 | Análise do sistema de medição

Sistema de Medição:	Imicro - 1		Operadores:	Vera
				Isaque
				Daniel
Inspetor:	Moisés		Data:	15/12/2017
Dimensão:	30,00	30,02	Resolução:	0,001
			Tolerância:	0,02

Da folha de Registro de Dados:	R(2barras)=	0,3417	
	X(barra)Diff=	0,4446	
	Rp=	3,517	
Análise na Unidade de Medição			Método Média X Amplitude
			% sobre a Variação Total (VT)
Repetitividade - Variação do DMM (VE)			$\% VE = 100 \times [VE / VT]$ $\% VE = 17,62\%$
$VE = \bar{R} \times K_1$ $VE = 0,3417 \times 0,5908$ $VE = 0,20188$			
Nº medições repetidas		K1	
2		0,8862	
3		0,5908	
Reprodutibilidade - Variação entre Avaliadores (VA)			$\% VA = 100 \times [VA / VT]$ $\% VA = 20,04\%$
$VA = \sqrt{((\bar{X}_{DIF} \times K_2)^2 - (VE^2 / (nr)))}$ $VA = 0,22963$			
Nº de Aval.		2	
3		0,5231	
n = nº de peças			
r = nº de medições repetidas		K2	0,7071
0,5231			
Repetitividade e Reprodutibilidade (R & R)			$\% R \& R = 100 \times [R\&R / VT]$ $\% R \& R = 26,68\%$
$R \& R = \sqrt{VE^2 + VA^2}$ $R \& R = 0,30575$			
Variação da Peça (VP)		Peças	K3
		2	0,7071
		3	0,5231
		4	0,4467
		5	0,4030
		6	0,3742
		7	0,3534
		8	0,3375
		9	0,3249
		10	0,3146
VP = Rp x K3			
VP = 1,10456			
ndc = 1,41 x (VP / R&R)			$ndc = 5,094$
ndc = 5,094			
Variação Total (VT)			ndc = Número de Categorias Distintas que deve ser maior ou igual a 5
$VT = \sqrt{R\&R^2 + VP^2}$ $VT = 1,14610$			Conclusão do Estudo: ACEITÁVEL

Fonte: elaborado pelo autor.

Faça valer a pena

1. Uma organização realiza uma análise de um sistema de medição por variáveis utilizado no controle dimensional de pistões para aplicação em motores de combustão. Foram selecionadas do processo de produção 10 peças que representam a amplitude da variabilidade do processo. Essas peças são medidas três vezes cada uma pelos operadores A, B e C. Depois do cálculo das médias e amplitudes dos subgrupos, foram obtidos os seguintes parâmetros:

$$\bar{\bar{R}} = 0,4681; \bar{X}_{DIF} = 0,611; R_p = 4,810$$

Considerando-se os valores dos parâmetros obtidos, qual é o valor da repetitividade sistema de medição – variação do equipamento (VE)?

- a) 0,2296.
- b) 0,2765.
- c) 0,3058.
- d) 0,4610.
- e) 0,5908.

2. Uma organização realiza uma análise de um sistema de medição por variáveis utilizado no controle dimensional de pistões para aplicação em motores de combustão. Foram selecionadas do processo de produção 10 peças que representam a amplitude da variabilidade do processo. Essas peças são medidas três vezes cada uma pelos operadores A, B e C. Depois dos cálculos, chegou-se aos valores de repetitividade – variação do equipamento (VE) e reprodutibilidade – variação entre avaliadores (VA):

$$VE = 0,20188; VA = 0,22963$$

Considerando-se os valores dos parâmetros obtidos, qual é o a repetitividade e reprodutibilidade (R&R) do sistema de medição?

- a) 0,22963.
- b) 0,30575.
- c) 0,31873.
- d) 0,23258.
- e) 0,21580.

3. Uma organização realiza uma análise de um sistema de medição por atributos utilizado no controle dimensional de engrenagens para aplicação de máquinas agrícolas. Foram selecionadas do processo de produção 30 peças que representam a amplitude da variabilidade do processo. Essas

peças são medidas três vezes cada uma pelos operadores A, B. Os dados de concordância entre o operador A e a referência foram tabulados e são apresentados a seguir no Quadro 4.32:

Quadro | Concordância entre operadores

		A x Ref.			
		Ref			
		0	1	Total	
A	0	Contagem	45	5	50,0
		Contagem esperada	16,0	34,0	50,0
	1	Contagem	3	97	100,0
		Contagem esperada	32,0	68,0	100,0
		Contagem	48	102	150,0
		Contagem esperada	48,0	102,0	150,0

Fonte: elaborado pelo autor.

Considerando os dados tabulados da concordância entre o operador A e a referência, qual é o valor de *Kappa*?

- a) 0,90.
- b) 0,87.
- c) 0,91.
- d) 0,89.
- e) 0,92.

Referências

- AGRESTI, A.; FINLAY, B. **Métodos estatísticos para as ciências sociais**. 4. ed. Porto Alegre: Penso, 2012. 664 p.
- AUTOMOTIVE INDUSTRY ACTION GROUP (AIAG). **Análise do sistema de medição (MSA)**. 4. ed. São Paulo: IQA, 2010.
- COSTA, A. H.; OLIVEIRA, J. R. Efetividade dos planos de controle para auto-gestão das operações de montagem: o caso de uma indústria calçadista. In: **ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção**, n. 24, 2009. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2009_TN_STO_092_626_13835.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2018.
- DEVORE, J. L. **Probabilidade e estatística para engenharia e ciências**. Revisão técnica Marcos Tadeu Andrade Cordeiro. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015. Disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/detalhes/eds/edsmib/edsmib.000008977>>. Acesso em: 12 abr. 2018.
- MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 7. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2016. Disponível em: <<https://biblioteca-virtual.com/parceiro/minha-biblioteca/9788521631873>>. Acesso em: 12 abr. 2018.
- PYZDEK, T.; KELLER, P. A. (Ed.). **Quality Engineering Handbook**. 3. ed. New York: Marcel Dekker, Inc., 2003.
- RAMOS, E. M. L. S.; ALMEIDA, S. dos S.; ARAÚJO, A. R. **Controle estatístico da qualidade**. Porto Alegre: Bookman, 2013. 155 p.
- REZATE, K.; OSTADI, B.; TAGHIZADEH, M. R. Applications of Process Capability and Process Performance Indices. **Journal Of Applied Sciences**, Faisalabad, v. 5, n. 6, p. 1189-1191, out. 2006. Disponível em: <<http://docsdrive.com/pdfs/ansinet/jas/2006/1186-1191.pdf>>. Acesso em: 11 abr. 2018.
- SILVA, R. S.; PAES, A. T. Teste de concordância *Kappa*. **Einstein**, São Paulo, v. 10, n. 4, p. 165-166, out. 2012. Trimestral. Disponível em: <<http://apps.einstein.br/revista/arquivos/PDF/2715-165-166.pdf>>. Acesso em: 12 abr. 2018.
- STURM, C. H. **Análise dos sistemas de medição no setor de usinagem de uma empresa metal mecânica**. 2015. 36 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia de Produção, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/engproducao/images/Carla_H_Sturm_-_92.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2018.
- ZEFERINO, D. A.; PIERRE, F. C.; CAMPOS, L. P. Avaliação de um sistema de medição via índice R&R pelo método da análise da variância. **5ª Jornada Científica e Tecnológica da FATEC de Botucatu**, 2016. Disponível em: <<http://www.fatecbt.edu.br/ocs/index.php/VJTC/VJTC/paper/viewFile/729/1058>>. Acesso em: 12 abr. 2018.



ISBN 978-85-522-0585-2



9 788552 205852 >