

Física moderna e contemporânea

Física moderna e contemporânea

Ulisses Ferreira Kaneko

© 2017 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Presidente

Rodrigo Galindo

Vice-Presidente Acadêmico de Graduação

Mário Ghio Júnior

Conselho Acadêmico

Alberto S. Santana

Ana Lucia Jankovic Barduchi

Camila Cardoso Rotella

Cristiane Lisandra Danna

Danielly Nunes Andrade Noé

Emanuel Santana

Grasiele Aparecida Lourenço

Lidiane Cristina Vivaldini Olo

Paulo Heraldo Costa do Valle

Thatiane Cristina dos Santos de Carvalho Ribeiro

Revisão Técnica

André Luis Delvas Fróes

Valeria Aparecida Mattar Vilas Boas

Editorial

Adilson Braga Fontes

André Augusto de Andrade Ramos

Cristiane Lisandra Danna

Diogo Ribeiro Garcia

Emanuel Santana

Erick Silva Griep

Lidiane Cristina Vivaldini Olo

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

K16f Kaneko, Ulisses Ferreira
Física moderna e contemporânea / Ulisses Ferreira
Kaneko. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A.,
2017.
216 p.

ISBN 978-85-522-0173-1

1. Física. 2. Teoria quântica. I. Título.

CDD 539

2017

Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza
CEP: 86041-100 – Londrina – PR
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br
Homepage: <http://www.kroton.com.br/>

Sumário

Unidade 1 Relatividade Restrita _____	7
Seção 1.1 - Einstein e a Relatividade _____	9
Seção 1.2 - O espaço-tempo: dilatação do tempo e contração das distâncias _____	27
Seção 1.3 - Algumas consequências da Relatividade Restrita _____	44
Unidade 2 Índícios experimentais da mecânica quântica _____	61
Seção 2.1 - O efeito fotoelétrico _____	63
Seção 2.2 - Linhas espectrais emitidas pelos átomos _____	78
Seção 2.3 - Experimentos de dupla fenda _____	94
Unidade 3 Fundamentos da mecânica quântica _____	113
Seção 3.1 - Fundamentos matemáticos da mecânica quântica _____	115
Seção 3.2 - O átomo de hidrogênio _____	129
Seção 3.3 - Propriedades dos átomos segundo a mecânica quântica _____	144
Unidade 4 Física nuclear, física das partículas e física da matéria condensada _____	161
Seção 4.1 - Física nuclear _____	163
Seção 4.2 - Partículas elementares e o modelo padrão _____	179
Seção 4.3 - Outros tópicos de Física moderna _____	194

Palavras do autor

Olá, estudante! Você está prestes a iniciar o estudo de vários assuntos, que provavelmente serão completamente novos para você, que compõem o que chamamos de Física Moderna e Contemporânea. No início do século XX, os físicos já tinham um amplo conhecimento a respeito dos movimentos dos corpos, dos fenômenos elétricos e magnéticos, da óptica e também da termodinâmica. Existiam poucos experimentos que não poderiam ser explicados por todas essas teorias, que compõem o que chamamos de Física Clássica.

Foi tentando responder a essas poucas questões, ainda em aberto, que surgiram nessa época as teorias da Relatividade Restrita e da Mecânica Quântica, dois pilares da Física Moderna. Em linhas gerais, a Relatividade Restrita descreve o movimento dos corpos em velocidades muito altas enquanto a Mecânica Quântica descreve sistemas de corpos muito pequenos.

Como veremos ao longo do nosso estudo, todo esse novo conhecimento tem gerado tecnologias que provocam profunda mudança no modo como nós vivemos. Por exemplo, a teoria da Relatividade Restrita deve ser utilizada nos cálculos que gerenciam o sistema de geoposicionamento global (GPS), e a Mecânica Quântica foi fundamental para o desenvolvimento dos computadores e smartphones, que utilizamos hoje.

Através desses poucos exemplos, você já deve ter percebido a importância dessas teorias no nosso dia a dia, sendo esse conhecimento indispensável e um diferencial para um professor de Ciências e de Física do Ensino Médio. Esse tema sempre motiva e desperta o interesse dos estudantes pela ciência e, por isso, é extremamente importante que você o domine.

Este livro está dividido da seguinte maneira: na Unidade 1 estudaremos a teoria da Relatividade Restrita proposta por Albert Einstein; na Unidade 2 apresentaremos alguns experimentos chaves, que deram origem à Mecânica Quântica; na Unidade 3, continuaremos explorando a Mecânica Quântica a partir dos seus

fundamentos matemáticos; finalmente, na Unidade 4, abordaremos alguns tópicos de Física Nuclear, da Física das Partículas e da Física da Matéria Condensada.

Ao estudar este livro, você encontrará novas e interessantes descobertas a cada unidade. Portanto, lhe convidamos a participar desta caminhada, na qual você certamente sairá recompensado com o conhecimento adquirido, e poderá tornar-se um educador mais completo.

Relatividade restrita

Convite ao estudo

Começaremos nosso estudo sobre Física Moderna e Contemporânea a partir da Relatividade Restrita, que foi descrita pelo famoso cientista Albert Einstein em 1905. Estamos falando de uma teoria que possui mais de 100 anos de idade e que é utilizada tanto na ciência quanto na vida cotidiana.

Você, provavelmente, já deve ter ouvido falar dos grandes aceleradores de partículas. O LHC (do inglês Large Hadron Collider), por exemplo, é um grande colisor de prótons. Esses prótons são acelerados a altas energias em um túnel que possui cerca de 27 km de circunferência, instalado entre a França e a Suíça. A ideia de se colidir prótons é para o estudo das inúmeras partículas que resultam dessa colisão. Sem o conhecimento da teoria da Relatividade Restrita não seria possível construir esses aceleradores (muito menos entender os fenômenos observados).

Atualmente, temos um acelerador de elétrons localizado na cidade de Campinas – SP, instalado no Laboratório Nacional de Luz Síncrotron. Esse acelerador será substituído, em breve, por um acelerador maior e mais moderno, que se chamará Sirius. Você pode obter mais informações sobre essa grande realização científica no Brasil acessando o seguinte link: <<http://g1.globo.com/sp/campinas-regiao/noticia/2016/05/superlaboratorio-sirius-esta-no-limite-do-que-fisica-permite-afirma-diretor.html>> (acesso em: 29 maio 2017).

Não é só na ciência que a teoria da Relatividade Restrita é essencial. Certamente, você já ouviu falar na sigla “GPS”, que representa Global Positioning System, ou Sistema de Posicionamento Global, em português. Esse é um sistema utilizado por aplicativos para descobrir, com precisão, a sua posição sobre

a Terra, graças a um conjunto de satélites que orbitam a Terra em velocidades relativamente altas. Eles se comunicam entre si e também com o dispositivo receptor GPS na Terra, para que a sua posição seja calculada com precisão. Para isso, é necessário utilizar a Relatividade Restrita (e também a Relatividade Geral: um avanço posterior da teoria, formulado por Einstein em conjunto com outros grandes cientistas).

Como motivação para esse estudo, durante esta unidade, nos colocaremos no lugar de um profissional que foi contratado para trabalhar com divulgação científica, em um projeto de extensão de uma Universidade que possui um acelerador de partículas. Nesse projeto, a Universidade espera receber pessoas que gostam de temas relacionados à ciência, professores e seus alunos do Ensino Médio das escolas da cidade, além da comunidade que mora nas proximidades. Você foi encarregado de ministrar aulas sobre os diversos aspectos do funcionamento do acelerador de partículas.

Para começar, você precisa explicar como a Relatividade Restrita é importante no acelerador de partículas e, a partir de sua iniciativa, preparar três aulas abordando o tema. Nesse projeto, você precisará ter iniciativa, mostrando para o seu orientador (um renomado cientista da Universidade) que você está apto para a tarefa. Inicialmente, você precisaria realizar a introdução de alguns conceitos básicos, então, decidiu começar explicando os referenciais inerciais, como Einstein introduziu os conceitos principais da teoria e a questão de simultaneidade. Em seguida, você explicará duas consequências da teoria da Relatividade Restrita: a dilatação do tempo e a contração das distâncias. Na última aula, você apresentará as transformações de Lorentz, o momento e as energias relativísticas de uma partícula que se move com velocidade muito alta, como em um acelerador. E tudo isso em linguagem simples, para que todos possam compreender.

Você precisa aprender esses conceitos para preparar bem a sua aula.

Seção 1.1

Einstein e a relatividade

Diálogo aberto

Nessa seção, começaremos nossos estudos da Relatividade Restrita. Ela descreve as grandezas físicas a partir do ponto de vista de um observador parado e também a partir do ponto de vista de um observador que se move em velocidades muito altas. Aprofundaremos alguns conceitos da Mecânica Clássica e mostraremos como Einstein modificou nosso entendimento do espaço-tempo a partir de dois postulados.

O currículo de Física no Ensino Médio tem incorporado cada vez mais conceitos de Física Moderna e Contemporânea. Assim, é importante que um educador possa compartilhar esses tópicos com seus futuros alunos, usando terminologia simples, mas correta e precisa.

Nesse contexto, nos colocaremos no lugar de um profissional que foi selecionado para trabalhar em um projeto de divulgação científica na Universidade. O Instituto de Física está desenvolvendo um acelerador de partículas. Para realizá-lo, é necessário empregar conceitos da teoria da Relatividade Restrita, então, seu novo desafio será explicar para a comunidade que vive ao redor da universidade o que é o acelerador de partículas, além de como as teorias da Física Moderna são utilizadas para projetá-lo.

Você iniciará preparando a primeira palestra: uma apresentação descrevendo alguns conceitos da Relatividade Restrita. Após alguma reflexão, você sugeriu ao seu orientador que, na sua primeira palestra, seria interessante explicar como registrar um evento e como lidar com a questão da simultaneidade. Após uma conversa, vocês concordaram que uma maneira interessante de iniciar seria analisando um diagrama de espaço-tempo, contendo o cone de luz de um certo evento.

Para realizar essa tarefa, você precisa conhecer novos conceitos. Vamos começar?

Não pode faltar

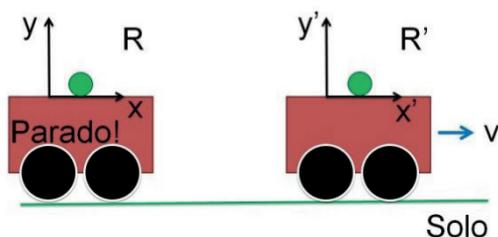
A teoria da Relatividade Restrita tem por objetivo descrever as relações de coordenadas espaciais e do tempo entre dois referenciais inerciais que se movem em relação ao outro.

Aprofundaremos agora o conceito de sistema de referência, ou referencial, conhecido da Mecânica Clássica.

Na Figura 1.1, temos dois carrinhos sobre os quais são colocados dois sistemas cartesianos, xy e $x'y'$, que representam os referenciais R e R' , respectivamente. O referencial R está parado em relação ao solo, enquanto que o carrinho R' se move com velocidade constante v para a direita, em relação ao solo (e também em relação ao carrinho R).

Agora, suponha que você está observando os carrinhos de um ponto sobre o solo. Após análise da situação, você pode dizer que a bolinha sobre R está com velocidade nula, e a bolinha sobre R' possui uma velocidade de módulo v , para a direita.

Figura 1.1 | Referenciais inerciais



Fonte: elaborada pelo autor.

A primeira Lei de Newton (Lei da Inércia) diz que um corpo tende a manter-se em repouso ou em movimento com velocidade retilínea e uniforme, a menos que uma força resultante externa altere seu estado de repouso ou de movimento.

A partir dessa Lei, podemos prever que a bolinha sobre R deve continuar no repouso e a bolinha sobre o carrinho R' deve continuar com a mesma velocidade do referencial R' , ou seja, v para a direita.

Tanto R quanto R' são exemplos de referenciais inerciais, pois, em ambos os referenciais, vale a Lei da Inércia. Se você decide embarcar no carrinho R' , você notará que está parado em relação a esse carrinho e que agora é o carrinho R que se move com velocidade v para a esquerda.

Caso o carrinho R comece a acelerar em relação ao solo ou o carrinho R' comece a frear, ambas as bolinhas se moverão sobre os carrinhos, e esses já não podem mais ser chamados de referenciais inerciais, pois estão acelerando ou desacelerando. Esses exemplos sugerem que a ideia de um referencial absoluto não é muito adequada, pois seu estado de repouso ou de movimento é sempre em relação a um segundo referencial.

Na Mecânica Clássica, existe o princípio de Relatividade Newtoniana, que diz que: "todas as leis da Mecânica observadas a partir de um referencial inercial também devem valer quando observadas a partir de um segundo referencial inercial". Além disso, não é possível, por meios de um experimento de Mecânica, descobrir se o referencial está parado ou em movimento. Por exemplo, se você está dentro de um vagão de trem sem janelas, completamente isolado de barulhos externos e vibrações, e lança uma bola para cima, ela retornará para a sua mão. Você não saberia responder se o trem está parado ou em movimento retilíneo e uniforme, pois o resultado do seu experimento (lançar a bola para o alto) é o mesmo em ambos os casos.

Como vimos, já existia um princípio de relatividade na época de Newton e já se sabia que o espaço de um evento podia ser relativo, dependendo do referencial de observação. No entanto, o tempo desse evento deveria ser absoluto, ou seja, o mesmo em todos os referenciais. A relatividade é experimentada no dia a dia, por exemplo, no movimento de dois veículos que se cruzam em uma estrada. Essa relatividade não deve ser estranha para você, que já presenciou uma ultrapassagem em alguma rodovia.

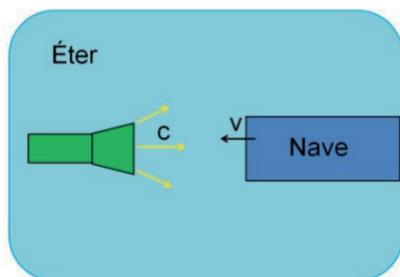
Supondo que você esteja a 110 km/h com um veículo na frente indo a 90 km/h, então, a velocidade relativa, na ultrapassagem, seria de apenas 20 km/h. De dentro do carro, você não notaria a diferença de uma situação similar, na qual o carro da frente estivesse parado com relação ao solo e você o ultrapassasse a uma velocidade de 20 km/h.

Postulados de Einstein, da Relatividade Restrita

As Leis da Mecânica Newtoniana devem ser válidas em todos os referenciais inerciais pelo princípio da Relatividade Newtoniana. Podemos nos perguntar, esse princípio seria aplicável em outras leis da Física? Alguns resultados da Eletrodinâmica contradizem esse pressuposto.

Por exemplo, a velocidade da luz é derivada a partir das equações de Maxwell com um valor fixo de $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, em relação ao vácuo (a luz avança, portanto, aproximadamente trezentos mil quilômetros a cada segundo de propagação). Maxwell chamou esse vácuo de éter, que seria um referencial no repouso absoluto. Na Figura 1.2, representamos o referencial éter, uma lanterna emitindo luz com velocidade c para a direita e uma nave com velocidade v para a esquerda.

Figura 1.2 | Representação do referencial éter



Fonte: elaborada pelo autor.

Agora, suponha que você esteja embarcado na nave: através da Mecânica Clássica, você diria que a velocidade da luz se propagando no éter, a partir do seu referencial nave, poderia ser escrita como $c' = c - v$, e o princípio da Relatividade Newtoniana não valeria para a Eletrodinâmica, pois você acabou de encontrar uma velocidade da luz se propagando pelo éter diferente da velocidade derivada a partir das leis da Eletrodinâmica.

Com base nas ideias expressas na Figura 1.2 e com o intuito de estudar a existência do éter, A. A. Milchelson realizou um experimento em 1881, depois o melhorou e o repetiu em 1887 com E. W. Morley. Apesar de todo o cuidado, o experimento de Milchelson-Morley não detectou nenhuma mudança na velocidade da luz.



Pesquise mais

Você pode conferir detalhes do experimento de Milchelson-Morley no livro NUSSENZVEIG, H Moyses. **Curso de Física Básica:** ótica, relatividade e física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. p. 437.

Um experimento mais moderno do que o de Milchelson e Morley foi realizado em 1964, num acelerador de partículas CERN, localizado na Suíça. Nesse experimento, os pesquisadores utilizaram o fato de que

uma partícula decai em raios gama (um tipo de onda eletromagnética como a luz visível). A velocidade da radiação emitida foi medida em dois casos: com a partícula em repouso com relação ao laboratório; e também com a partícula com uma velocidade de aproximadamente $0,99 \cdot c$, ou seja, muito próxima à da velocidade da luz.

Nas duas situações, a velocidade da radiação resultou no valor da velocidade da luz c , ou seja, a velocidade da radiação era independente do movimento da fonte. Esses experimentos mostram que a Eletrodinâmica não segue a Relatividade Newtoniana. O princípio de relatividade de Newton não deveria ser válido para todas as leis da Física, a Mecânica Newtoniana ou a Eletrodinâmica?

No início do século XX, essa questão ainda não estava resolvida e muitos pesquisadores realizaram trabalhos referentes a esse assunto, mas foi o importante físico alemão **Albert Einstein** que formulou as ideias da Relatividade Restrita.

Einstein tinha apenas 26 anos de idade em 1905 e era recém-formado em Física e Matemática. Nesse ano, ele trabalhava em um escritório de patentes em Berna, na Suíça, e conseguiu tempo para se dedicar a uma tese, que ele publicou em um artigo intitulado "*Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento*". A partir desse trabalho, podemos responder às questões levantadas acima, dizendo que o princípio da relatividade é válido para todas as leis da Física, não apenas para as Leis da Mecânica Clássica, e que a Eletrodinâmica está correta. Para isso, a Mecânica e as transformações de Galileu precisam ser modificadas.

Podemos adiantar que os efeitos da teoria da Relatividade Restrita só são observáveis para referenciais que se movem com velocidades muito altas, próximas da velocidade da luz c . Não observamos efeitos relativísticos no nosso dia a dia, pois os automóveis, as pessoas caminhando na rua etc. possuem velocidades muito inferiores a c . As partículas utilizadas em aceleradores, por outro lado, viajam a uma velocidade próxima à da luz, e os efeitos da Relatividade Restrita são notáveis.

A teoria da Relatividade Restrita proposta por Einstein está baseada em dois princípios ou postulados, ou seja, são hipóteses que não são provadas de antemão.



Assimile

1. Postulado da Relatividade Restrita – todas as leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

2. Postulado da Constância da velocidade da luz – a velocidade da luz no vácuo deve ter o mesmo valor c em todas as direções, em todos os referenciais e não depende do movimento da fonte.

HALLIDAY, David. RESNICK, Robert. KRANE, Kenneth. Física 4. Rio de Janeiro, LTC, 2010. p. 384.

NUSSENZVEIG, H Moyses. Curso de Física Básica: ótica, relatividade e física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. p. 437.

Como discutido anteriormente, o princípio de relatividade newtoniano está relacionado com as Leis da Mecânica. O postulado da relatividade de Einstein entende esse princípio para todas as Leis da Física. Dessa forma, não é possível dizer se um referencial inercial está parado, ou em movimento, a partir de qualquer experimento da Física, o máximo que podemos estabelecer é o movimento relativo entre dois sistemas inerciais. Vimos que o segundo postulado contradiz a transformação da velocidade de Galileu e, portanto, um novo conjunto de transformações do espaço e do tempo, bem como as equações da Mecânica Clássica, precisam ser construídos.

Certamente você já deve ter ouvido falar da genialidade de Einstein. Em 1905, além da teoria da Relatividade Restrita, Einstein publicou mais quatro artigos fundamentais, em que ele descreveu o efeito fotoelétrico (estudaremos esse fenômeno na próxima unidade), tratou do movimento browniano (que explica como as partículas se deslocam aleatoriamente no interior de um fluido) e fez um anexo à teoria da Relatividade, mostrando a sua famosa equação $E = mc^2$, que relaciona massa com energia e é fundamental para a Física Nuclear.

Talvez, a grande inspiração de Einstein no desenvolvimento da Relatividade Restrita tenha sido o fato dele ter pensado muito a respeito da natureza do tempo, pois ele não aceitava a ideia de tempo absoluto de Galileu/Newton, bem como a ideia de simultaneidade dos eventos.

Evento e simultaneidade

Um evento pode ser pensado como qualquer acontecimento no nosso espaço tridimensional, em um determinado tempo, ou, melhor dizendo, qualquer acontecimento no espaço-tempo. Um

evento pode ser, por exemplo, você lendo esse texto em uma mesa específica da biblioteca de sua universidade.

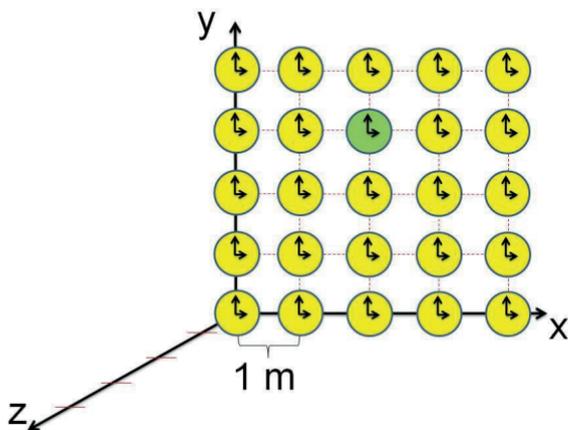
Você pode definir sua posição na biblioteca com três coordenadas espaciais, uma para cada eixo (x , y e z). Além disso, se você olhar para um relógio, pode registrar um tempo t para esse evento. Outros exemplos de eventos podem ser: o abrir de uma torneira, a criação de uma partícula elementar a partir de uma reação nuclear, o recebimento ou o envio de um sinal luminoso, e você pode, agora mesmo, pensar outros exemplos de eventos.

Podemos descrever matematicamente um evento atribuindo-lhe quatro números, três deles representando suas coordenadas espaciais e um representando o tempo, da seguinte forma: (x,y,z,t) . Uma maneira de representar o espaço-tempo de um certo referencial inercial seria utilizando um sistema cartesiano tridimensional, onde cada eixo é devidamente marcado com separações de 1 m, por exemplo, como mostrado na Figura 1.3. Além disso, em cada intersecção entre as coordenadas espaciais é anexado um relógio que deve ser devidamente sincronizado, ou seja, nesse referencial, todos os relógios devem marcar o mesmo tempo.

Você acha que seria fácil construir um referencial assim? Acontece que não se pode simplesmente alinhar os ponteiros de todos os relógios e depois movê-los para suas respectivas posições. Como veremos na próxima seção, o movimento do relógio pode alterar o que ele indica.

Uma maneira de realizar o sincronismo dos relógios consiste em primeiramente colocar cada relógio em sua respectiva posição. Em seguida, você pode se posicionar na origem dos eixos cartesianos e, quando o seu relógio marcar um determinado instante de tempo, que indicaremos por $t = 0$, você acionaria um "controle remoto", que envia um sinal eletromagnético com velocidade c para todas as direções. Dessa forma, quando o sinal chegar ao sensor de um determinado relógio que está a uma distância r da origem, ele deve calibrar seu marcador para um tempo $t = r/c$, que é exatamente o tempo que o sinal demora para ir da origem até sua posição nesse referencial, caminhando à velocidade da luz c . Assim, todos os relógios estarão sincronizados, cada um deles levando em consideração sua própria distância r com relação à origem.

Figura 1.3 | Coordenadas do espaço-tempo



Fonte: elaborada pelo autor.



Exemplificando

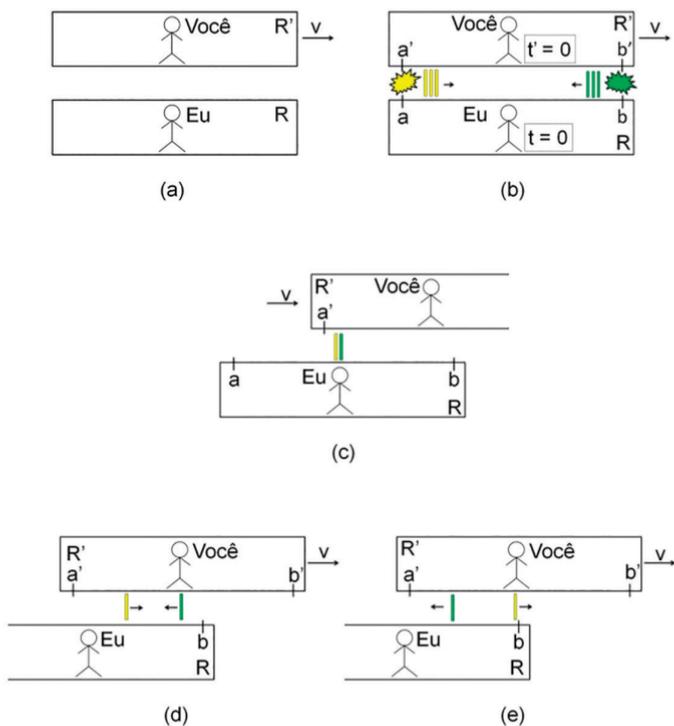
Determine as coordenadas do espaço-tempo para o evento que ocorre junto do relógio que se destaca dos outros na Figura 1.3.

Resolução:

Os eixos estão subdivididos em metros, portanto, a leitura das coordenadas espaciais é: $x = 3 \text{ m}$, $y = 4 \text{ m}$ e $z = 0$; como o relógio é de ponteiros, podemos ler o tempo como $t = 3 \text{ h}$. Uma maneira de representar esse resultado seria: $(x, y, z, t) = (3, 4, 0, 3)$.

Nós precisamos de um conjunto de relógios sincronizados, um em cada ponto no espaço de um referencial, para poder estabelecer uma ordem no tempo dos eventos. Se dois eventos acontecem no mesmo lugar, o mesmo relógio pode ser utilizado para ler sua coordenada temporal, no entanto, se acontecem em pontos distintos do espaço, o tempo deve ser lido nos relógios localizados nesses pontos, ou seja, de fato estamos falando de um espaço-tempo com quatro dimensões. Dois eventos são simultâneos quando observados em um referencial inercial, se ambos ocorrem no mesmo tempo. Agora, se um segundo referencial, que se move com velocidade v em relação ao primeiro, observa-se esses mesmos dois eventos, eles podem não ser simultâneos.

Figura 1.4 | Ilustração do conceito de simultaneidade



Fonte: elaborada pelo autor.

Para entender essa ideia, suponha que você e eu estamos a bordo de dois trens. O seu trem é o referencial R' e se move para a direita, com velocidade v em relação ao meu trem, que é o referencial R , como mostra a Figura 1.4(a). Nós combinamos, antes de embarcar, de nos posicionarmos no meio da composição. Em um certo momento, nossos trens estarão emparelhados, assim, podemos utilizar esse evento para ajustar nossos relógios para $t' = t = 0$, como mostra a Figura 1.4(b). No exato momento do emparelhamento, duas bombas explodem nas extremidades dos nossos trens, deixando as marcas a e b no meu trem e as marcas a' e b' no seu trem. Nós dois conferimos essas marcas e chegamos à conclusão de que estamos no ponto médio entre elas, além disso, as explosões emitem sinais luminosos, que são mostrados como algumas frentes de onda na Figura 1.4(b).

Após um certo tempo, eu noto, a partir do meu referencial, que os sinais luminosos vindos de a e b chegam ao mesmo tempo na

minha posição central do trem (veja Figura 1.4(c)). Minha conclusão é que as bombas explodiram ao mesmo tempo, pois ambos os sinais demoram o mesmo tempo para chegar até a minha posição e, nesse caso, eu digo que os eventos são simultâneos.

O que você diria a respeito dos eventos a partir do seu referencial? Como o seu trem está indo para a direita, você percebe que o sinal luminoso vindo de b' chega primeiro até sua posição central (veja Figura 1.4(d)) e, após um certo tempo, você nota o sinal luminoso emitido da explosão em a' (veja Figura 1.4(e)). Assim, você conclui que a bomba em b' deve ter explodido antes da bomba em a' e, portanto, para você, no seu referencial, esses eventos não são simultâneos.

A partir desse exemplo prático, vemos que a **simultaneidade** não é um conceito absoluto como entendido na Mecânica Newtoniana, mas sim um conceito relativo.



Assimile

Dois eventos que são simultâneos em um referencial inercial podem não ser simultâneos em um outro referencial inercial, que se move em relação ao primeiro referencial. Portanto, simultaneidade não é um conceito absoluto, mas sim relativo.



Refleta

Você consegue pensar em uma maneira de modificar a direção do movimento do seu trem, no exemplo acima, de modo que as duas explosões pudessem ser simultâneas tanto para mim quanto para você?

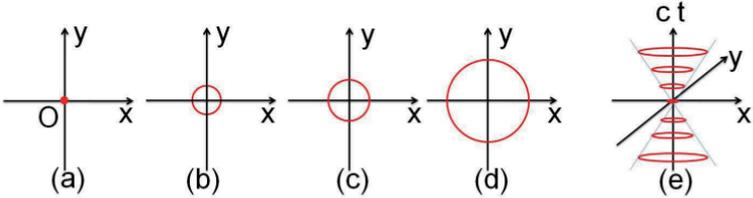
Diagrama do espaço-tempo e o cone de luz

O espaço-tempo possui quatro coordenadas e desenhar quatro dimensões não é uma tarefa possível. No entanto, podemos utilizar o diagrama do espaço-tempo como proposto por Minkowski, que nos fornece uma visão geométrica dos eventos no espaço tempo. Primeiramente, imagine um evento O como sendo uma emissão de luz a partir de um ponto. A luz é emitida em todas as direções e possui uma forma esférica, mas, se desenharmos a propagação em duas dimensões, teremos um formato circular. Na Figura 1.5(a), observamos o ponto luminoso sendo criado (*evento* O), as figuras 1.5(b), 1.5(c) e 1.5(d) mostram a evolução da emissão em intervalos de tempo igualmente espaçados.

Para adicionar o tempo ao diagrama, precisamos ao menos de uma grandeza que tenha unidades de espaço. Por isso, adicionaremos a coordenada ct (uma velocidade multiplicada por um tempo resulta em uma grandeza com unidades de comprimento), desenhada perpendicularmente ao plano xy . Os círculos formam uma figura geométrica bem conhecida, o **cone**, que representa o lugar geométrico da emissão de luz a partir do evento O .

Qualquer sinal de luz que se inicie em O , no espaço-tempo, necessariamente está em algum ponto desse cone. Além disso, também representamos um cone na parte de baixo do plano xy , que pode ser pensado como todos os possíveis sinais luminosos emitidos no passado, que podem ser observados no evento O .

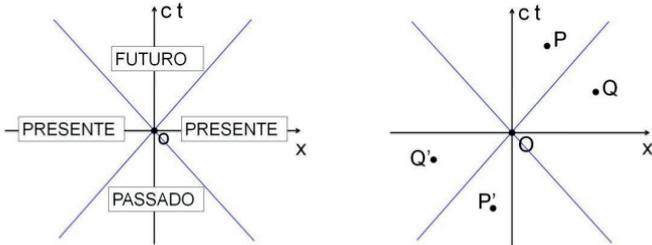
Figura 1.5 | Ilustração 2D de um cone de luz do evento O



Fonte: elaborada pelo autor.

Uma maneira simplificada de representar o cone de luz é utilizando apenas duas dimensões, como na Figura 1.6(a), na qual utilizamos um eixo para o tempo ct na vertical e um eixo para o espaço x na horizontal. Com relação ao evento O , que está na origem do espaço-tempo, a região interna do cone de luz acima do eixo x é chamada de Futuro, enquanto que a região interna ao cone de luz abaixo do eixo x é chamada de Passado. As regiões fora do cone de luz são denominadas de Presente.

Figura 1.6 | Diagramas 2D do espaço-tempo em relação ao evento O



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 1.6(b), representamos o cone de luz do evento O e alguns pontos no diagrama do espaço-tempo, representando os eventos P , P' , Q e Q' . Sempre podemos encontrar um referencial no qual O e P acontecem no mesmo espaço e estão separados no tempo, e, ainda mais, o evento P ocorre em um tempo posterior a O . Similarmente, é possível encontrar um referencial no qual O e P' ocorrem no mesmo lugar e estão separados no tempo, e o evento P' precede O . Nesses casos, há uma ordem no tempo, de maneira que eventos nas regiões Futuro e Passado não podem ser simultâneos ao evento O . Com relação ao evento Q , sempre podemos encontrar um referencial no qual os eventos O e Q ocorrem no mesmo tempo e ficam separados no espaço; o mesmo vale para o evento Q' : sempre podemos encontrar um referencial no qual O e Q' ocorrem no mesmo tempo, mas ficam separados no espaço. Portanto, pontos na região do Presente podem ser simultâneos ao evento O . Eventos na região do presente estão absolutamente separados do evento O no espaço. Já os eventos no futuro ou no passado não têm uma ordem espacial definida com respeito a O . Devido a esse conjunto de informações, podemos dizer que, com relação ao evento O , os eventos na região do Presente são chamados tipo-espaço, e os eventos nas regiões Futuro e Passado são chamados tipo-tempo. Uma linha que liga OP ou OP' é chamada de linha de mundo tipo-tempo, e uma linha que liga OQ ou OQ' é chamada linha de mundo tipo-espaço.



Pesquise mais

Não deixe de realizar uma interessante leitura sobre o espaço-tempo e a simultaneidade no livro HEWITT, Paul G. **Física Conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. p. 790. Você pode acessá-lo na sua biblioteca virtual. Leia as páginas 662-663 acessando sua biblioteca virtual no link. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603413/cfi/688!/4/4@0.00:0.00>>. Acesso em: 31 maio 2017.

Sem medo de errar

Muitas pessoas da comunidade ao redor da sua universidade já se inscreveram para as palestras sobre o acelerador de partículas. Lembre-se de que faremos o papel de um profissional trabalhando em um projeto de extensão, que tem por objetivo explicar alguns conceitos da Relatividade Restrita, essenciais no desenvolvimento de um acelerador de partículas, para um público leigo.

O primeiro passo é ir até o acelerador que está sendo construído na sua Universidade e conversar com os pesquisadores e técnicos responsáveis pelo projeto, para poder construir sua explicação sobre o acelerador. Depois dessa conversa e de ler algumas referências indicadas, você descobre que o que está sendo construído é um acelerador **síncrotron**.

Em um síncrotron, um feixe de elétrons ‘viaja’ em altas velocidades por tubulações em um formato de anel, com circunferência na ordem de centenas de metros. Além disso, o propósito de acelerar os elétrons é gerar feixes de raios-X, raios UV e raios infravermelhos, radiação eletromagnética com elevadas frequências (e bastante energia), usada para realizar pesquisa científica e estudar materiais de interesse da indústria, observando seus processos físicos, químicos e até biológicos.

Como os elétrons estão a velocidades muito altas no síncrotron, é preciso utilizar a teoria da Relatividade Restrita para projetá-lo e fazê-lo funcionar adequadamente. Assim, você decidiu apresentar, em suas palestras, alguns conceitos dessa teoria.

Sua apresentação deve ser cuidadosamente planejada, e você precisa reportar antecipadamente a seu orientador os temas que pretende tratar. Por isso, você precisa compilar essas informações. É hora de trabalhar! Escreva um pouco sobre a descoberta da Relatividade Restrita por Einstein. Descreva também os dois postulados da Relatividade Restrita e os conceitos de evento e simultaneidade, com linguagem simples, acessível para leigos (mas com cuidado para transmitir os conceitos de maneira correta).

Para ilustrar alguns conceitos da teoria da Relatividade Restrita, uma boa ideia seria apresentar um cone de luz, como na Figura 1.7. Você poderia explicar o diagrama do espaço-tempo, o cone de luz do evento O , identificando suas regiões. Marcando quatro eventos representados por pontos sobre o diagrama, é possível avaliar quais desses eventos são simultâneos ao evento O . No final, você ainda pode traçar linhas conectando o evento O aos outros eventos, além de também nomeá-las.

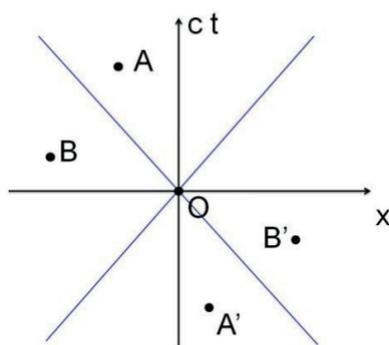
Você apresentou isso tudo para seu orientador, que gostou muito da suas ideias e iniciativa, aprovando prontamente a apresentação.

Com isso, é hora de preparar alguns “slides” em um ambiente de apresentação eletrônico, evitando textos longos. A apresentação deve

estimular as pessoas a prestarem atenção no que você fala, com o suporte da apresentação para listar "pontos chave" e figuras interessantes. Inicialmente, sua apresentação mostra uma foto do acelerador que está sendo construído e explica, para seu público, que esse acelerador, em formato de anel, mantém feixes de elétrons em altas energias, com o objetivo de produzir radiações conhecidas como os raios-X, os raios-UV e os raios infravermelhos. A partir dessas radiações, é possível 'enxergar' processos nos materiais que os microscópios convencionais não são capazes de fazer, portanto, é fundamental para o nosso conhecimento da matéria na escala subatômica.

Você deve ressaltar que sem o conhecimento da Relatividade Restrita não é possível obter essa máquina. A Figura 1.7 contém um diagrama cartesiano no qual a direção vertical representa o tempo e a direção horizontal o componente x do espaço, e então você explica para seu público que esse é um diagrama do espaço-tempo.

Figura 1.7 | Cone de luz do evento O



Fonte: elaborada pelo autor.

Em seguida, você mostra que na origem do diagrama você representou o piscar de uma lâmpada na sua sala, identificando esse acontecimento como o evento O . Você chama a atenção da audiência dizendo que existem outros eventos indicados do diagrama do espaço-tempo, identificados como A , A' , B e B' .

Alguém lhe pergunta no auditório: "o que são aquelas retas inclinadas?" E você responde que elas representam o cone de luz do evento O . Você explica que essas retas representam todos os pontos no diagrama do espaço-tempo e, portanto, todos os eventos, que podem ser conectados ao evento O através de um sinal de luz. Você

diz que observando a figura é possível notar uma forma em V dessas retas, tanto acima quanto abaixo do eixo horizontal e que, se girarmos essa figura em torno do eixo ct , veremos um formato de cone.

Com sua ponteira "laser", você mostra que a região interna do cone acima do eixo x é chamada de Futuro de O , enquanto a região interna ao cone é chamada de Passado de O , e as regiões fora do cone são denominadas de Presente de O . Você explica que apenas os eventos na Região do Presente podem ser simultâneos com O ; nesse caso, temos apenas eventos OB e OB' . Você diz que existe uma ordem temporal nas regiões internas ao cone e que, nesse caso, o evento A ocorre após o evento O e o evento A' ocorre anteriormente ao evento O e, portanto, não podem ser simultâneos. Você aproveita essa explicação para encerrar dizendo que, devido à ordem no tempo dentro do cone de luz, uma linha que liga OA ou OA' é chamada de linha de mundo tipo-tempo. E que as linhas que ligam OB e OB' podem ser chamadas de linhas de mundo tipo-espaço. Você encerra sua primeira apresentação e todos aplaudem. Inclusive, algumas pessoas lhe procuram após a apresentação, mostrando interesse pelo assunto, lhe fazendo algumas questões. Seu orientador também ficou muito satisfeito com sua primeira apresentação e lhe disse que ela foi um sucesso.

Avançando na prática

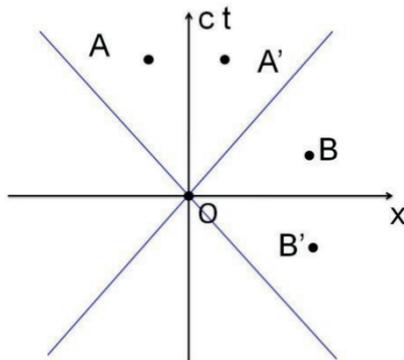
Professor de Relatividade

Descrição da situação-problema

Suponhamos que você seja um professor do Ensino Médio e precisa abordar assuntos de Física Moderna e Contemporânea, inicialmente tratando com os alunos o tema da Relatividade Restrita. Após algumas aulas sobre o assunto, você decidiu avaliar os alunos a partir de uma atividade em classe. Assim, você decidiu cobrar dos alunos a interpretação de um diagrama de espaço-tempo contendo um cone de luz de um evento O . Você então abriu seu computador e elaborou um gráfico, contendo o diagrama do espaço-tempo com o cone de luz de um evento O , que está posicionado na origem desse sistema de coordenadas, como mostrado na Figura 1.8. Esse evento pode ser o início de uma reação química entre dois reagentes, e os outros pontos no gráfico também são eventos que representam o início de outras reações químicas.

Ao chegar na sala de aula, você pediu que os alunos se reunissem em grupos de quatro pessoas e entregou uma folha contendo o gráfico da Figura 1.8, além da explicação de que os eventos tratam de reações químicas. Você faz as seguintes solicitações: "de acordo com o gráfico e seus conhecimentos de Relatividade Restrita, desenhe as linhas de mundo que ligam duas reações químicas simultâneas e duas não simultâneas". Você permitiu que os alunos discutissem entre si em cada grupo, antes de devolver a folha com a resposta.

Figura 1.8 | Diagrama do espaço-tempo do cone de luz do evento O



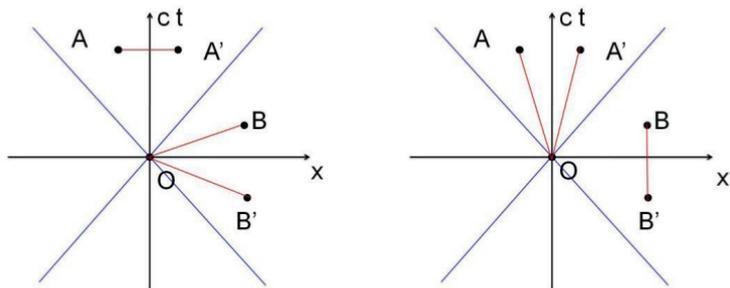
Fonte: elaborada pelo autor.

Desenhe a(s) linha(s) de mundo que liga(m) dois eventos simultâneos e dois não simultâneos. Justifique sua resposta.

Resolução da situação-problema

Além da questão, você preparou o seguinte gabarito para ajudá-lo na avaliação das folhas: de acordo com a Figura 1.9(a), é possível encontrar um referencial no qual as linhas de mundo (linhas vermelhas) OB e OB' conectam eventos simultâneos e, nesse diagrama, a linha de mundo que conecta AA' passa pelo mesmo tempo $c \cdot t$. Portanto, as reações químicas OB e OB' podem ser simultâneas e as reações químicas AA' são simultâneas nesse diagrama do espaço-tempo. Como o cone de luz define uma direção (ordem) no tempo, as linhas de mundo que conectam os eventos OA e OA' não conectam eventos simultâneos, enquanto a linha que conecta os pontos B e B' passa por vários valores de $c \cdot t$, portanto, as reações químicas OA e OA' não são simultâneas, bem como as reações BB' também não são simultâneas.

Figura 1.9 | Linhas de mundo dos eventos relacionados ao cone de luz do evento O



Fonte: elaborada pelo autor.

A partir desse exercício é possível estabelecer algumas regras a partir de um gráfico bidimensional, para definir se dois eventos são ou não simultâneos. Apesar de alguns erros, seus estudantes responderam muito bem a questão, de modo que você acredita que o seu objetivo de discutir a questão da simultaneidade foi atingido.

Faça valer a pena

1. A descrição de fenômenos físicos é geralmente realizada através do auxílio de um sistema de eixos coordenados (xy , por exemplo) e esse referencial pode estar parado ou movendo-se em relação ao observador. Para que este referencial seja considerado um referencial inercial, nele deve valer a:

- a) Primeira Lei de Einstein.
- b) Primeira Lei de Kepler.
- c) Primeira Lei de Newton.
- d) Primeira Lei de Kirchhoff.
- e) Primeira Lei da Termodinâmica.

2. Considere as três afirmações a seguir:

- I. Todas as leis da Física são as mesmas em qualquer referencial inercial.
 - II. Um referencial inercial é aquele em que vale a Lei da Inércia.
 - III. A velocidade da luz no vácuo deve ter o mesmo valor c em todas as direções e em todos os referenciais, não dependendo do movimento da fonte.
- São postulados da Relatividade Restrita:

- a) I e II.
- b) II e III.
- c) I.
- d) I e III.
- e) I, II e III.

3. Dois _____ que são _____ em um referencial inercial podem não ser _____ em um outro referencial inercial que se move em relação ao primeiro referencial. Portanto, simultaneidade não é um conceito absoluto, mas sim _____.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas da afirmação acima:

- a) Casos, simultâneos, iguais, impossível.
- b) Eventos, iguais, simultâneos, relativo.
- c) Eventos, simultâneos, simultâneos, relativo.
- d) Eventos, simultâneos, simultâneos, impossível.
- e) Casos, iguais, iguais, relativo.

Seção 1.2

O espaço-tempo: dilatação do tempo e contração das distâncias

Diálogo aberto

Olá, estudante! Na seção anterior, aprendemos que, a partir de dois postulados, Einstein desenvolveu a teoria da Relatividade Restrita, vimos também que a simultaneidade é um conceito relativo, ou seja, dois eventos simultâneos para um referencial inercial podem não ser simultâneos quando observados de outro referencial inercial. No fim da seção, apresentamos a ideia do cone de luz de um evento representado em um diagrama.

Nesta seção, avançaremos com o nosso estudo sobre a Relatividade Restrita, mostrando algumas de suas consequências, como, a existência de uma velocidade finita na natureza e os conceitos de dilatação do tempo e contração das distâncias.

Não podemos esquecer que nesta unidade você está trabalhando em um projeto de extensão em uma Universidade, que construirá um acelerador de partículas síncrotron. O seu trabalho é explicar para a comunidade que mora ao redor da Universidade qual é o papel desse acelerador, além de alguns aspectos da teoria da Relatividade Restrita, que é essencial no seu funcionamento.

Lembre-se de que você já explicou, em sua última palestra, os conceitos de simultaneidade através do cone de luz de um evento. Para a próxima palestra, você pensou que seria interessante falar a respeito da geometria do anel do acelerador síncrotron, mostrando como é possível projetá-lo, sabendo que por esse túnel passarão elétrons com velocidades muito altas.

Em uma de suas conversas com um responsável pela construção do anel, ele lhe informou que as tubulações retas do anel possuem 10,00 m de comprimento e que os elétrons circularão no anel com uma velocidade de $v = 0,98c$. Diante dessa informação, você suspeitou que o tempo e a distância percebidos pelo elétron, para

atravessar esse túnel, são diferentes do tempo e a distância medidas por um observador no solo do acelerador.

Que tal utilizar esses fatos para preparar sua apresentação? Como explicar as consequências da Relatividade Restrita de maneira simples e intuitiva, aproveitando o contexto do acelerador de partículas? Você certamente precisará calcular os valores de tempo e distância para os dois referenciais. Para isso, você precisa aprender sobre a dilatação do tempo e a contração das distâncias. Vamos começar?

Não pode faltar

A velocidade da luz no vácuo é exatamente definida como $c = 299.792.458 \text{ m/s}$, ou aproximadamente $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Uma interessante observação da natureza é que os corpos com massa, por exemplo, um carro, uma pessoa, partículas como o elétron e o próton, todos esses, só podem ter velocidades menores que a velocidade da luz. Nos aceleradores de partículas, elétrons podem ser acelerados até atingirem uma velocidade de $v = 0,99c$.

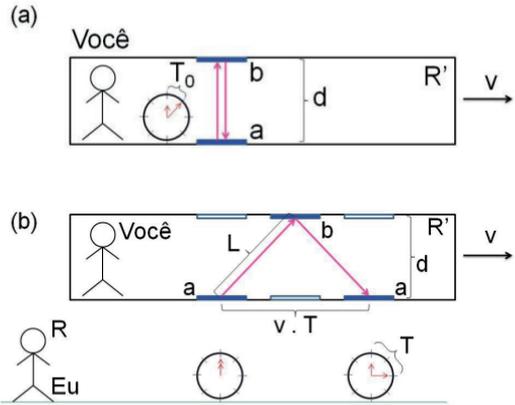
Apesar da velocidade dos elétrons, nos aceleradores, ser muito próxima da velocidade da luz, ela não é igual à velocidade da luz. Esse é fato inesperado, já que, em princípio, poderíamos aumentar a velocidade dessas partículas fornecendo mais e mais energia para elas, até que elas pudessem atingir velocidades, inclusive, maiores que c . No entanto, vários experimentos foram realizados para tentar obter uma velocidade maior que a velocidade da luz, mas até hoje ninguém obteve esse resultado. **Um corpo com massa não pode atingir velocidade igual ou superior à velocidade da luz.** Na verdade, essa é uma consequência natural da teoria da Relatividade Restrita e iremos mostrá-la mais adiante, na Seção 1.3.

Além disso, a natureza do tempo era uma das maiores questões que motivavam o estudo de Einstein. Para Newton, o tempo era absoluto, ou seja, existia um único relógio para todo o espaço e, nesse caso, a simultaneidade seria também um conceito absoluto.

Começamos a modificar essa ideia na seção anterior, onde atribuímos um relógio para cada ponto no espaço, e, depois, esse conjunto de relógios deveria ser devidamente sincronizado. Um outro conceito que aprendemos é o que dois eventos, que são simultâneos quando observados a partir de um determinado referencial inercial, podem não ser simultâneos quando observados a partir de um outro referencial inercial.

Podemos avançar a nossa compreensão a respeito do tempo investigando o que acontece com o período de um relógio quando ele está viajando a uma velocidade muito alta. Para discutir esse problema, vamos voltar aos trens da seção anterior; lembra-se deles? Você ainda continua no seu trem, o referencial R' , que viaja com velocidade v (muito alta) para a direita. Eu, no entanto, resolvi desembarcar e estou parado no solo, no referencial R , como mostra a Figura 1.10.

Figura 1.10 | Ilustração da dilatação do tempo



Fonte: elaborada pelo autor.

Nesta situação, decidimos realizar um experimento utilizando um feixe de luz (um laser) e dois espelhos, um colocado no chão do seu trem relativístico (que chamaremos de espelho a) e um outro espelho no teto do trem (denominado espelho b).

O experimento ocorrerá da seguinte maneira: você liga o laser na base do espelho a e, ao mesmo tempo, aciona o relógio. Depois, você observa que o feixe viaja até o teto, incidindo no espelho b. Por fim, ele é refletido e volta para o espelho a. Isso tudo ocorre em um tempo T_0 , que chamaremos de **tempo próprio**. Esse é o tempo que a luz do laser demora para **sair** de a e **voltar** para o mesmo lugar no espelho a, portanto, como esses dois eventos ocorrem no mesmo lugar, precisamos apenas de um relógio para marcar o intervalo de tempo entre eles.

Na Figura 1.10(a), observamos que a distância entre os espelhos é d , portanto, podemos calcular o tempo T_0 utilizando a fórmula da velocidade média:

$$v' = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow c = \frac{2d}{T_0} \rightarrow T_0 = \frac{2d}{c}$$

na qual utilizamos a velocidade da luz c no lugar de v' , o espaço $2d$ no lugar de Δs (já que o laser percorre a distância d duas vezes, uma na ida e outra na volta) e T_0 no lugar de Δt . Portanto, o tempo que você mediu é $T_0 = 2d/c$.

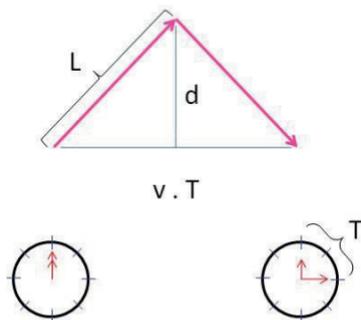
Agora, eu decido medir o tempo entre a **saída** e a **chegada** do sinal laser a partir do meu referencial parado R . Primeiramente, como o seu trem está em movimento, eu não observo o laser apenas subir e descer, como você observou. Do meu ponto de vista, observo o que está ilustrado na Figura 1.10(b).

O feixe sobe em diagonal graças ao movimento do trem para a direita, dessa forma, eu observo que distância percorrida por esse feixe, do espelho a até atingir o espelho b no teto, é L , e essa também é a distância percorrida pelo feixe na volta, ou seja, do espelho b para o espelho a. Como no meu referencial os eventos saída e chegada do laser ocorrem em lugares diferentes, preciso de dois relógios para aferir esse intervalo de tempo, portanto, não é um tempo próprio.

O experimento, do meu ponto de vista, ocorre do seguinte modo: eu faço a leitura do relógio 1 assim que eu vejo você disparar o laser e, depois, quando o feixe chega no espelho b, eu anoto o valor do tempo no relógio 2; a diferença entre as duas anotações é o tempo T . Como a velocidade do trem é v , a distância entre os relógios 1 e 2 é dada por $v \cdot T$ (o produto da velocidade do trem pelo tempo T), e podemos observar que os lados L e a distância $v \cdot T$ formam os lados de um triângulo isósceles (triângulo com dois lados iguais).

Vamos agora detalhar esse triângulo para podermos observar mais claramente os valores envolvidos no cálculo do tempo T , como mostra a Figura 1.11.

Figura 1.11 | Detalhes do triângulo formado pelo deslocamento da luz, observado do solo



Fonte: elaborada pelo autor.

O tempo de viagem do laser pode ser dado por: $T = 2 \cdot L / c$, onde utilizamos a equação da velocidade média e substituímos o espaço por $2L$ e a velocidade pela velocidade da luz c . O ponto fundamental aqui é que estamos **forçando** a velocidade da luz c a ser a mesma em todos os referenciais e, a partir daí, tiraremos nossas conclusões.

A partir da Figura 1.11, e utilizando a relação de Pitágoras no triângulo retângulo formado pela altura do triângulo d , um lado L e metade da base $(v \cdot T / 2)$, obtemos a seguinte relação:

$$d^2 + \left(\frac{v \cdot T}{2} \right)^2 = L^2$$

Podemos modificar a equação do tempo de viagem do laser isolando o termo L como:

$$T = 2 \cdot L / c \rightarrow L = T \cdot c / 2.$$

Também, podemos isolar d na equação do deslocamento do laser da Fig. 1.10(a) e ficamos com:

$$d = \frac{c \cdot T_0}{2}.$$

Substituindo essas duas últimas equações na relação de Pitágoras que encontramos para metade do triângulo isósceles, temos:

$$\left(\frac{c \cdot T_0}{2} \right)^2 + \left(\frac{v \cdot T}{2} \right)^2 = \left(\frac{T \cdot c}{2} \right)^2.$$

Agora, podemos eliminar o denominador de todos os termos da equação acima, pois é um fator comum, e, em seguida, isolamos o tempo que queremos, T :

$$(c \cdot T_0)^2 = (T \cdot c)^2 - (v \cdot T)^2 \rightarrow (c \cdot T_0)^2 = T^2 (c^2 - v^2)$$

$$T^2 = \frac{c^2 \cdot T_0^2}{c^2 - v^2} \rightarrow T^2 = \frac{T_0^2}{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}}$$

Essa última equação nos mostra que o tempo entre a saída e a chegada do laser no espelho a , medido por mim no meu referencial parado, é diferente do tempo próprio que você mediu dentro do trem. Se a velocidade do trem é muito alta, o denominador sempre é um

número menor que 1; isso faz com que a fração $\frac{T_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$ seja maior

que T_0 , portanto, o tempo T que eu meço no meu referencial é maior que o tempo que você mediu no seu referencial: essa consequência da relatividade é chamada de **dilatação do tempo**.



Assimile

O tempo próprio T_0 de um relógio é aumentado quando ele é observado, a partir de um referencial parado, se movendo em alta velocidade. Para encontrar

esse valor, utilizamos a **equação da dilatação do tempo**: $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$.



Exemplificando

Suponhamos que você mede o tempo de uma reação química no seu laboratório. Como você precisa de apenas um relógio para fazer tal medida, você determinou o tempo próprio dessa reação de $T_0 = 2 \text{ ns}$. Agora, esse mesmo experimento se realizará dentro de um trem imaginário que se move a uma velocidade muito alta $v = 0,98c$, onde c é a velocidade da luz. Você está parado no seu laboratório e precisa determinar agora qual é o tempo de duração dessa reação T , que ocorre dentro do vagão. Como você pode determinar esse tempo?

Resolução:

A ideia principal é: como a reação está ocorrendo dentro de um trem em alta velocidade, o tempo deve ser determinado utilizando a equação de dilatação temporal da Relatividade Restrita. Substituindo $T_0 = 2 \text{ ns}$ e $v = 0,98c$ na equação da dilatação do tempo (Eq. 1.7), obtemos:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{2 \times 10^{-9}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,98c}{c}\right)^2}}$$

Note que o valor da velocidade da luz (c) aparece no numerador e no denominador da fração entre parênteses; e pode ser eliminado, sem a necessidade de substituição do valor. Portanto:

$$T = \frac{2 \times 10^{-9}}{\sqrt{1 - (0,98)^2}} \approx 10,05 \times 10^{-9} \text{ s} = 10,05 \text{ ns}$$

Assim, o tempo da reação que ocorre agora dentro do trem em alta velocidade, medido por você que está parado no solo do laboratório, é $T = 10,05 \text{ ns}$, o que é cerca de cinco vezes maior do que o tempo próprio T_0 da partícula. Claramente vemos que ocorreu a dilatação do tempo para a reação que está em alta velocidade, com o trem.

Na literatura, a equação $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ costuma ser simplificada e reescrita:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma T_0$$

O parâmetro β é chamado de parâmetro de velocidade e o parâmetro γ é chamado de fator de Lorentz, que são números adimensionais. Como a velocidade v é sempre menor que c , o parâmetro de velocidade $\beta = v/c$ é sempre menor que 1. O fator de Lorentz, que pode ser escrito como $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ será sempre maior que a unidade. Você deve sempre calcular o fator de Lorentz antes de realizar outros cálculos, pois isso ajuda a diminuir a chance de erros.



Assimile

Parâmetro de velocidade $\beta = \frac{v}{c} < 1$.

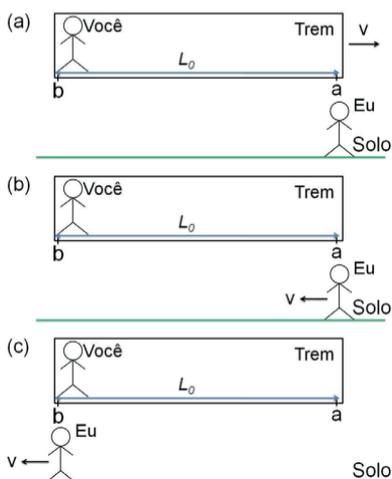
Fator de Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} > 1$.

Descobrimos que quando se mede, a partir de um referencial parado, o tempo de um relógio que está em alta velocidade, ele fica maior que o tempo que observamos quando esse relógio está parado no nosso referencial; isso é devido à dilatação do tempo. É como se os ponteiros do relógio no interior do referencial em alta velocidade se movessem mais lentamente do que os de um relógio idêntico, no referencial em repouso.

Vamos agora investigar o que acontece com o comprimento de um objeto que se move em altas velocidades, quando observamos de um referencial parado.

Como já estamos habituados, vamos utilizar um trem que se move com uma velocidade alta v para a direita, em relação ao solo parado. Novamente, você está dentro do trem e eu, que estou parado no solo, observo a passagem do trem. Como o trem está se movendo em relação ao meu referencial, não consigo utilizar uma única régua para medir o seu comprimento. No entanto, você, que está dentro do trem, consegue utilizar uma única régua e, como mostra a Figura 1.12(a), você obteve o comprimento próprio do trem, que é L_0 .

Figura 1.12 | Ilustração da contração das distâncias



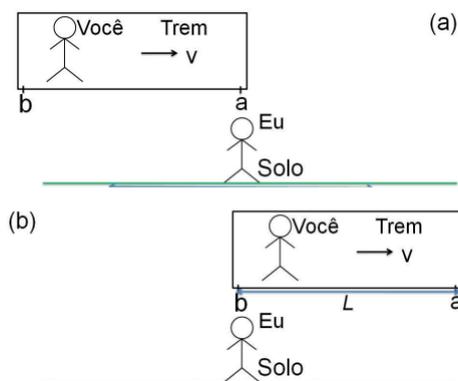
Fonte: elaborada pelo autor.

Mudando o referencial de observação, de dentro do trem, você é quem me observa com velocidade v , porém, nesse caso, indo para a esquerda, como mostra a Figura 1.12(b). Além disso, você observa que eu demoro um certo tempo T para passar através da distância L_0 entre os pontos a e b do trem, como sugerem as Figuras 1.12(b) e 1.12(c). Como

os pontos são diferentes, você precisa de dois relógios para marcar o tempo em que eu passo por esses pontos e, por isso, o T que você mede não é um tempo próprio. Utilizando a fórmula da velocidade média com grandezas obtidas no seu referencial, temos: $L_0 = v \cdot T$.

Agora, vamos inverter a situação: o meu objetivo é encontrar o comprimento do trem a partir do meu referencial parado, mas como ele está se movendo, não posso utilizar uma única régua, então, preciso encontrar outra maneira de encontrar o comprimento do trem. Como sugerido na Figura 1.13(a), eu fico parado e utilizo um único relógio para aferir o tempo que leva para os pontos a e b passarem por mim, ou seja, uma distância L . Como eu utilizo um único relógio, esse é um tempo próprio T_0 .

Figura 1.13 | Ilustração da contração das distâncias II



Fonte: elaborada pelo autor.

Através da relação da velocidade média com as grandezas que foram medidas no meu referencial, posso determinar o comprimento L para o trem da seguinte forma: $L = v \cdot T_0$.

Dividindo a equação $L = v \cdot T_0$ pela equação $L_0 = v \cdot T$, temos:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v \cdot T_0}{v \cdot T} = \frac{T_0}{T}$$

Da equação da dilatação temporal, podemos ver que:

$$\frac{T_0}{T} = \frac{T_0}{\gamma \cdot T_0} = \frac{1}{\gamma}$$

o que nos fornece a seguinte relação:

$$\frac{L}{L_0} = \frac{T_0}{T} = \frac{1}{\gamma} \rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}.$$

Essa equação é conhecida como a equação da **contração das distâncias**. Como γ é sempre maior que a unidade, L sempre fica menor que L_0 , ou seja, o comprimento de um objeto se contrai quando esse objeto está em alta velocidade. Esse efeito é conhecido como contração das distâncias ou contração do espaço. Perceba que quando eu observo o trem em alta velocidade, ele se contrai em relação ao valor que você mediu com sua régua dentro do trem.



Assimile

O comprimento próprio L_0 de um objeto é contraído quando se observa, a partir de um referencial parado, o mesmo objeto se movendo em alta velocidade. Para encontrar esse valor, utilizamos a equação da contração das distâncias: $L = \frac{L_0}{\gamma}$.



Exemplificando

Sua régua tem 30 cm de comprimento. Qual será o comprimento da régua quando ela está dentro de uma nave que se move com velocidade muito alta ($v = 0,8c$)?

Resolução:

Toda vez que você olha para sua régua, você observa um valor de 30 cm marcado sobre ela. Como você está parado em relação à régua, o valor que você vê é o comprimento próprio dela $L_0 = 30 \text{ cm}$. Para encontrar o valor da régua dentro da nave em alta velocidade, basta utilizarmos a Equação

da contração das distâncias: $L = \frac{L_0}{\gamma}$, mas, inicialmente, vamos calcular o parâmetro da velocidade $\beta = \frac{v}{c}$ e o fator de Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$.

Substituindo $v = 0,8c$ no parâmetro da velocidade, temos:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0,8c}{c} = 0,8, \text{ substituindo } \beta = 0,8 \text{ no fator de Lorentz, temos:}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} \approx 1,67$$

Agora, podemos substituir o fator de Lorentz $\gamma = 1,67$ e o comprimento próprio $L_0 = 30 \text{ cm}$ na equação da contração das distâncias:

$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{30}{1,67} \approx 18 \text{ cm}$, ou seja, sua régua, a essa velocidade, diminuirá quase que pela metade.



Refleta

Suponhamos que você tenha um irmão gêmeo e que ele partirá em uma viagem espacial, em uma nave que viaja a uma velocidade muito próxima à da luz. Após a viagem, seu irmão retorna à Terra. Você poderia dizer qual de vocês estará mais velho?



Pesquise mais

Você pode conferir uma vídeoaula a respeito da dilatação do tempo em: <https://www.youtube.com/watch?v=HQfN0Qjxt8>. Acesso em: 26 mar. 2017.

Sem medo de errar

Lembre-se, na presente unidade nos colocamos no papel de um profissional contratado para trabalhar em um projeto de divulgação científica. Seu novo desafio é a segunda apresentação: você precisa definir o tema em conjunto com seu orientador. Você se lembrou que os efeitos da dilatação do tempo e da contração das distâncias devem ser incluídos no projeto do anel síncrotron, decidindo abordar essas questões.

Um responsável pelo projeto do anel informou que um trecho da tubulação do anel foi medido, com uma única trena, tendo-se o valor aferido de 10,00 m. Ele também informou que os elétrons percorrem o anel com uma velocidade de $v = 0,98 c$. Você decidiu então que seria interessante calcular esses valores do ponto de vista do elétron.

Como a tubulação reta foi aferida com 10,00 m de comprimento, com uma única trena, você logo define que esse é um comprimento

próprio $L_0 = 10,00 \text{ m}$. Do ponto de vista do elétron, essa distância deve diminuir, pois, sob o ponto de vista dele, é o tubo que passa no sentido contrário, em alta velocidade.

Você se lembrou que sempre é bom calcular o fator de Lorentz no início, para se evitar erros:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,98^2}} \approx 5,03.$$

Você fica confiante com suas contas, pois o fator de Lorentz sempre deve ser maior que a unidade, então, o caminho está certo. Agora, é só aplicar a equação da contração da distância:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \rightarrow L = \frac{10,00}{5,03} \approx 1,99 \text{ m}.$$

Como esperado, no referencial do elétron, observa-se uma contração das distâncias (o comprimento do tubo é menor).

Para o cálculo do tempo de trânsito do elétron, você se lembrou que pode utilizar a equação da velocidade média ($v = \Delta s / \Delta t$), **desde que tome o cuidado de utilizar as grandezas obtidas no mesmo referencial**. Assim, você substitui L_0 no lugar do Δs e T no lugar do Δt , já que esse não é o tempo próprio do elétron, e fica com:

$$v = \frac{L_0}{T} \rightarrow T = \frac{L_0}{v} = \frac{10,00}{0,98 \times (3 \times 10^8)} \approx 3,4 \times 10^{-8} \text{ s} = 34 \text{ ns}.$$

Esse não é o tempo próprio, pois são necessários dois relógios, um no começo e outro no fim da tubulação para aferir esse tempo corretamente.

Agora, só falta calcular o tempo de trânsito a partir do referencial do elétron. Nesse caso, o elétron utiliza apenas um relógio para calcular o tempo que a tubulação leva para passar por ele, portanto, esse é um tempo próprio T_0 . Utilizamos a equação da dilatação do tempo:

$$T = \gamma T_0 \rightarrow T_0 = \frac{T}{\gamma} = \frac{34 \text{ ns}}{5,03} \approx 7 \text{ ns}.$$

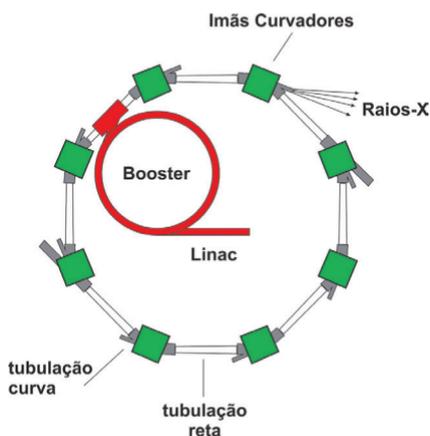
ou seja, o tempo medido pelo elétron é menor que o tempo aferido por uma pessoa no chão do anel. Seu orientador avaliou os

cálculos e concordou com os resultados e seus métodos para obtê-los, além de dizer que estava tudo certo para a apresentação.

É importante começar sua apresentação mostrando, no primeiro slide, a Figura 1.14, que apresenta as principais partes que compõem um acelerador de elétrons síncrotron, explicando como ele funciona. Nele, os elétrons adquirem velocidades próximas à da luz, viajando inicialmente em um acelerador linear (LINAC) e depois em um pequeno anel, conhecido como booster. Quando os elétrons estão na velocidade adequada, passam para uma tubulação que é o anel de armazenamento, composto por algumas tubulações retas conectadas por tubulações curvadas, formando um polígono. Nas curvas, são colocados dipolos magnéticos que geram campos magnéticos altos e que são responsáveis por curvarem a trajetória dos elétrons.

Todo elétron que é curvado sofre uma desaceleração e emite raios-X, ou outras radiações eletromagnéticas, como os raios ultravioleta (UV) e os raios infravermelhos. Essa radiação é utilizada para pesquisa científica, industrial e de materiais.

Figura 1.14 | Anel síncrotron



Fonte: adaptada de Kaneko (2017, p. 61).

Agora, está na hora de falar sobre a Relatividade Restrita, exemplificando com o referencial do elétron, utilizando os valores que acabamos de calcular.

Uma das tubulações retas foi aferida com 10,00 m de comprimento. Você diz que a partícula não vê esses mesmos 10,00 m do seu referencial devido à contração das distâncias; o comprimento observado pela

partícula é: $L = 1,99 \text{ m}$. Você explica que no referencial da partícula quem se move é a tubulação, na direção contrária ao dos elétrons. Portanto, essa tubulação deve se contrair quando observada pelo referencial do elétron.

Agora, que você explicou a contração da tubulação, você precisa explicar que o tempo de trânsito medido por um observador no chão do anel é de $T = 34 \text{ ns}$ e que, utilizando a equação da dilatação do tempo, é possível encontrar o tempo próprio do elétron, que é $T_0 \approx 7 \text{ ns}$. Você explica que, do ponto de vista do elétron, leva-se menos tempo para atravessar a tubulação.

Novamente, os expectadores ficaram bastante surpresos, mas satisfeitos. Seu orientador lhe parabenizou e, ao saírem do auditório, já começaram a discutir a próxima aula.

Avançando na prática

Canal no Youtube

Descrição da situação-problema

Imagine que você tem facilidade em explicar conceitos de Matemática, Química e Física. Então, decide criar um canal no Youtube, para ver se consegue uma boa visualização e, quem sabe, ganhar algum dinheiro, dependendo do tamanho da sua audiência.

Você decidiu que suas aulas deverão ser curtas, para que as pessoas possam ver até o fim, e que precisa encontrar maneiras eficientes e rápidas de explicar algum conceito. Para essa videoaula, você decidiu explicar dois conceitos: a dilatação temporal e a contração das distâncias. Como você faria esse vídeo?

Resolução da situação-problema

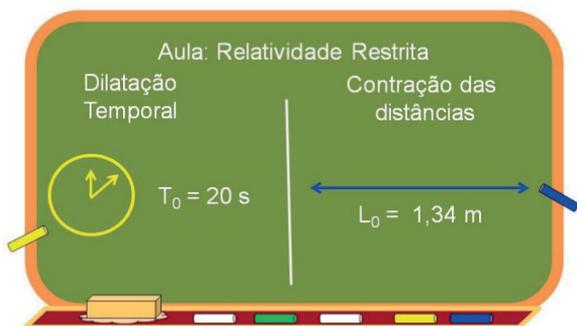
Primeiro, você conversa com seus expectadores e diz que “na aula de hoje” você explicará os conceitos de dilatação do tempo e contração das distâncias. Você utiliza um recurso de uma lousa interativa, na qual você pode ir apresentando sua aula como se estivesse em uma sala de aula convencional.

Suas anotações ficaram como mostra a Figura 1.15, e durante a explicação, você desenhou um relógio ilustrativo no quadro, anotando com o seu relógio de pulso o tempo que você demorou para desenhá-lo, que foi de $T_0 = 20 \text{ s}$. Você explica que esse é

um tempo próprio, pois você precisou de apenas um relógio para anotá-lo e o desenho foi feito no mesmo lugar no espaço.

Em seguida, você desenhou de azul uma certa semirreta com dupla seta no quadro e, com uma única régua, você mediu seu comprimento próprio, de $L_0 = 1,34 \text{ m}$. Agora, você faz a seguinte pergunta para seus ouvintes: se um professor estivesse dando essa mesma aula em uma nave espacial que se move com 70% da velocidade da luz, como nós aqui da Terra observaríamos o tempo e o comprimento que ele rabisca na lousa?

Figura 1.15 | Aula de relatividade restrita



Fonte: elaborada pelo autor.

A resposta está na teoria da Relatividade Restrita, e você mostra para seus fãs que a primeira tarefa a ser feita é calcular o parâmetro da velocidade e o fator de Lorentz, pois isso evita confusão na hora das contas. Assim, como a velocidade da nave é $v = 0,7c$, temos:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0,7c}{c} = 0,7$$
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,7^2}} \approx 1,40.$$

Como temos tanto o tempo próprio quanto o comprimento próprio, podemos utilizá-los diretamente nas equações da dilatação do tempo e da contração das distâncias.

$$T = \gamma T_0 = 1,40 \cdot 20 = 28 \text{ s} \qquad L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{1,34}{1,40} = 0,96 \text{ m}$$

Você encerra sua curta apresentação dizendo: como acabamos

de ver, pelos cálculos acima, o tempo que o professor leva para desenhar um relógio na sala espacial é de 28 s, portanto, o relógio do professor está passando mais devagar devido à velocidade da nave. No caso da semirreta, o professor, na nave, anota um valor menor de $L = 0,96$ m, o que significa que ocorreu a contração das distâncias ou espaços para ele, que está em alta velocidade.

Essa aula lhe rendeu muitos elogios e você está cogitando alimentar seu canal com mais aulas nesse estilo, para aprender mais sobre outros assuntos e quem sabe ganhar algum dinheiro com o seu conhecimento, apesar de que ganhar dinheiro em canais do Youtube não é uma tarefa fácil, mas não custa tentar e sonhar, não é mesmo?

Faça valer a pena

1. Quando medimos o tempo de duração de um evento que ocorre em um único lugar no nosso referencial, utilizamos um único relógio. Quando realizamos a medida de um certo comprimento em nosso referencial, precisamos de uma única régua.

Podemos afirmar que, na situação descrita anteriormente, o tempo e a distância aferidos são:

- a) Tempo relativístico e distância própria.
- b) Tempo e distância próprios.
- c) Tempo próprio e distância relativística.
- d) Tempo e distância no referencial parado.
- e) Tempo e distância relativísticos.

2. Texto-base: Numa situação imaginária, um carro foi projetado para atingir 87% da velocidade da luz e seu motorista pretende realizar uma viagem que dure 10 min no seu relógio.

Qual seria a distância percorrida por esse carro, a partir do referencial do motorista, e qual seria o tempo e a distância, para um observador que fica parado em relação à rodovia que o carro vai realizar a viagem?

$$d_{\text{motorista}} = 1,566 \times 10^{11} \text{ m}$$

a) $T_{\text{rodovia}} = 1218 \text{ s}$

$$d_{\text{rodovia}} = 3,179 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$d_{\text{motorista}} = 3,179 \times 10^{11} \text{ m}$$

b) $T_{\text{rodovia}} = 1218 \text{ s}$

$$d_{\text{rodovia}} = 1,566 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$d_{\text{motorista}} = 1,566 \times 10^{12} \text{ m}$$

c) $T_{\text{rodovia}} = 12180 \text{ s}$

$$d_{\text{rodovia}} = 3,179 \times 10^{12} \text{ m}$$

$$d_{\text{motorista}} = 1,566 \times 10^{12} \text{ m}$$

d) $T_{\text{rodovia}} = 1218 \text{ s}$

$$d_{\text{rodovia}} = 3,179 \times 10^{12} \text{ m}$$

$$d_{\text{motorista}} = 3,179 \times 10^{11} \text{ m}$$

e) $T_{\text{rodovia}} = 12180 \text{ s}$

$$d_{\text{rodovia}} = 1,566 \times 10^{11} \text{ m}$$

3. Uma partícula tem um tempo de vida de $6 \mu\text{s}$ e esse tempo é medido com um único relógio, em um único lugar no espaço. Caso essa partícula alcance uma velocidade $v = 0,83c$, podemos então afirmar que:

- I. O tempo de vida anotado em $6 \mu\text{s}$ é o tempo próprio da partícula.
- II. O tempo $T = 10,74 \text{ ms}$ é anotado por um observador parado em relação ao movimento da partícula.
- III. Para o observador parado, a partícula percorre $2.674,26 \text{ m}$ antes de desaparecer.

Enunciado: Marque a alternativa correta. É(são) verdadeira(s):

- a) Somente a afirmação I.
- b) Somente a afirmação II.
- c) Somente as afirmações I e II.
- d) Somente as afirmações II e III.
- e) As afirmações I, II e III.

Seção 1.3

Algumas consequências da Relatividade Restrita

Diálogo aberto

Olá, estudante! Chegamos na última parte do nosso estudo sobre Relatividade Restrita. Na sessão anterior, vimos como o tempo pode dilatar e o espaço pode contrair, para relógios e objetos que estão viajando a uma velocidade muito alta. Nesta seção, estudaremos as transformações de Lorentz e como os conceitos de momento e energia devem ser modificados, a partir do ponto de vista da teoria da Relatividade Restrita.

Discutiremos aqui a famosa equação de Einstein: $E = mc^2$, que une dois teoremas de conservação da natureza, o da energia e o da massa. Utilizamos frequentemente essa equação quando lidamos com reações nucleares, pois, quando um reator de uma usina nuclear é projetado, é preciso conhecer com exatidão a massa de repouso dos núcleos do material combustível, e também dos produtos da reação nuclear, pois a diferença de massa observada é transformada em energia, posteriormente aproveitada na geração de energia elétrica.

Na presente unidade, você é um profissional contratado para um projeto de extensão. Seu trabalho é apresentar o acelerador de elétrons e também os conceitos de Relatividade Restrita relacionados, para a comunidade que mora ao redor da Universidade.

Na última palestra, você falou da geometria do anel síncrotron e mostrou como a dilatação do tempo e a contração da distância são conceitos relevantes na construção do anel.

Agora, você deseja mostrar mais alguns conceitos da teoria da relatividade restrita, como as transformações de Lorentz e a famosa equação de energia de Einstein ($E = mc^2$). O que você tem em mente para a sua aula?

Suponhamos que, ao estudar os aceleradores do tipo Síncrotron, como o que está sendo construído em sua universidade, você leu

sobre os aceleradores de partículas que são utilizados para outros tipos de pesquisa, que envolvem colisões de partículas, como no famoso LHC (Large Hadron Collider – Grande Colisor de Hádrons).

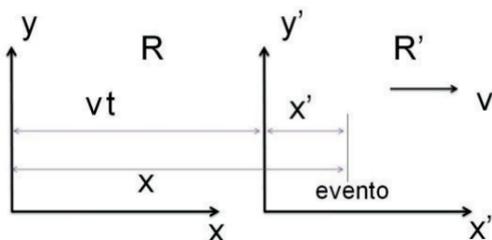
Então, você se decidiu por mostrar as transformações de Lorentz em ação para um próton em movimento no interior de um acelerador de partículas desse tipo, que caminha com velocidade $v = 0,99c$ para colidir com um átomo de chumbo em repouso, na posição $(x'; y'; z'; t') = (10 \text{ m}; 2 \text{ m}; 3 \text{ m}; 10^{-7} \text{ s})$ no referencial do próton. Você ainda poderia indicar qual a energia de repouso presente em um próton e em um átomo de chumbo, utilizando a famosa fórmula de Einstein. Vamos começar?

Não pode faltar

Durante os séculos XV e XVI, Galileu Galilei e Isaac Newton refletiram sobre conceitos relativísticos. No entanto, esses conceitos foram derivados para objetos com velocidades não muito altas. A Relatividade Restrita de Einstein descreve o tempo e o comprimento de relógios, objetos e referenciais que se movem com velocidades altas, em comparação com a velocidade da luz.

Para que possamos compreender a relatividade de Einstein, precisamos aprofundar um pouco nossa compreensão sobre as equações de relatividade propostas por Galileu e Newton.

Figura 1.16 | Referenciais inerciais em movimento relativo



Fonte: elaborada pelo autor.

A Figura 1.16 nos mostra um referencial R' movendo-se com velocidade v para a direita em relação ao referencial R . Vamos definir, já levando em conta o conceito de espaço-tempo e os cuidados apresentados na Seção 1.1, que no tempo $t = t' = 0$ as origens coincidem e que um evento é marcado no gráfico com uma linha vertical.

Para o referencial R , esse evento ocorre no espaço x e no tempo t , enquanto que no referencial R' esse evento ocorre no espaço x' e no tempo t' .

Após um tempo t , o referencial R' andou um espaço $v \cdot t$ e isso nos permite escrever o valor de x' , a partir das coordenadas do referencial R , como:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

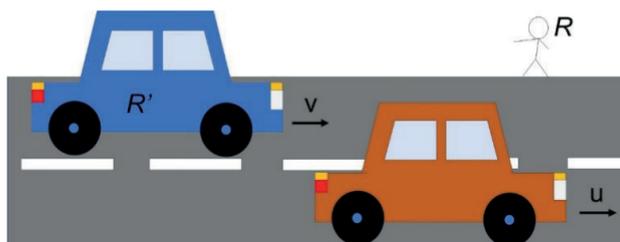
$$z' = z$$

$$t' = t$$

Essas equações são conhecidas como transformações de coordenadas de Galileu. Apenas a primeira equação se altera, pois o referencial R' se move ao longo do eixo x . Podemos observar que a segunda e a terceira equações não se alteram, pois o movimento do referencial R' é perpendicular aos eixos y e z . A última equação nos mostra que o tempo é absoluto na relatividade de Galileu/Newton, ou seja, o tempo é o mesmo para todos os observadores. Essas equações estão corretas para corpos que se movem com velocidades baixas, onde podemos aproximar o tempo como sendo absoluto.

Agora, imagine que um carro que se move para a direita com velocidade u em relação ao referencial R , que pode ser aquele de uma pessoa parada no acostamento. Qual seria a velocidade u' desse carro como observado por uma pessoa em um segundo carro (referencial R') que se move com velocidade v para a direita, como mostra a Figura 1.17?

Figura 1.17 | Dois carros viajando para a direita



Fonte: elaborada pelo autor.

Se o carro vermelho vai com uma velocidade $u = 120 \text{ km/h}$ e o carro azul vem logo atrás, com $v = 100 \text{ km/h}$, para um observador dentro do carro azul o carro vermelho parece estar a apenas $u' = 20 \text{ km/h}$. Esse é um exemplo de como aplicar a transformação de velocidade de

Galileu, que pode ser equacionada da seguinte forma: $u' = u - v$. Caso a partícula estivesse viajando com velocidade u para a esquerda, basta colocar um sinal de "mais" na equação.

As transformações de Galileu, das coordenadas e da velocidade, funcionam muito bem quando a velocidade do corpo em questão é baixa, como, a de um homem correndo, uma mulher andando, um carro de corrida e até mesmo um avião. Se a velocidade começa a ser comparável à velocidade da luz, então a teoria da Relatividade Restrita precisa ser levada em conta. Nesse caso, precisamos agora reescrever as transformações de Galileu, incluindo o caso onde os corpos podem ter velocidade próxima da velocidade da luz.

Suponhamos que a velocidade do referencial R' da Figura 1.16 seja comparável com a velocidade da luz. Nesse caso, lembrando que a origem dos referenciais coincide em $t = t' = 0$, as coordenadas (x', y', z', t') de um evento no referencial R' podem ser escritas a partir das coordenadas do espaço-tempo do mesmo evento no referencial R (x, y, z, t) , da seguinte forma:

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - vx / c^2).$$

Essas equações são conhecidas como transformações das coordenadas do espaço-tempo de Lorentz, ou simplesmente transformações de Lorentz. Caso o referencial R' esteja se movendo para a esquerda com velocidade alta, basta colocar um sinal de "mais" no lugar do sinal de "menos", nas transformações acima. Lembre-se de que o símbolo γ representa o fator de Lorentz e pode ser escrito como $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2}$.

No caso das transformações de Lorentz, tanto o espaço quanto o tempo se alteram entre referenciais que se movem com velocidades muito altas. No entanto, apenas a coordenada paralela à direção da velocidade se altera, nesse caso, apenas a coordenada x . A última equação de Lorentz mostra que o tempo se altera, ou seja, o tempo não é absoluto.

Podemos conectar as equações de Lorentz com aquilo que já foi discutido sobre dilatação temporal, na Seção 1.2. Note que substituindo $t = T_0$, $t' = T$ e $x = 0$ na última equação das transformações de Lorentz,

obtemos: $T = \gamma T_0$, que é exatamente a equação da dilatação do tempo que derivamos na Seção 1.2.



Exemplificando

Um observador parado dispara, no instante $t=0$, um elétron altamente relativístico com $\beta = 0,9$, viajando para a direita. Um segundo depois, o observador no referencial parado anota a ocorrência de um evento nas seguintes coordenadas do espaço-tempo, com espaço em metros e tempo em segundos, (1;1;1;1). Quais seriam os valores das coordenadas do espaço-tempo no referencial do elétron?

Resolução:

Primeiro, identificamos os valores das coordenadas do espaço-tempo no referencial parado como sendo:

$$x = 1 \text{ m} ; y = 1 \text{ m} ; z = 1 \text{ m} ; t = 1 \text{ s}$$

Utilizando as transformações de Lorentz, podemos encontrar $(x';y';z';t')$, ou seja, as coordenadas do espaço-tempo no referencial relativístico. Para facilitar, vamos calcular primeiramente o fator de Lorentz e a velocidade do elétron:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} = 2,29$$

$$\beta = v/c = 0,9 \rightarrow v = 0,9 \cdot c = 0,9 \cdot 3 \times 10^8 = 2,7 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Substituindo esses valores nas equações de Lorentz, temos:

$$x' = \gamma(x - vt) = 2,29(1 - 2,7 \times 10^9) = 2,29(-2,6999999 \times 10^8) = -6,18 \times 10^8 \text{ m}$$

$$y' = 1 \text{ m}$$

$$z' = 1 \text{ m}$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2) = 2,29(1 - 0,9c \cdot 1/c^2) = 2,29(1 - 0,9/(3 \times 10^8)) = 2,289 \text{ s}$$

Portanto, as coordenadas no referencial do elétron são:

$$x' = -6,18 \times 10^8 \text{ m}$$

$$y' = 1 \text{ m}$$

$$z' = 1 \text{ m}$$

$$t' = 2,289 \text{ s}$$

Assim, apenas x' e t' ficaram alterados devido aos efeitos da Relatividade Restrita. O valor elevado de x' nos lembra que o elétron está se movendo em altíssima velocidade, de modo que após 1s de deslocamento ele já se encontra muito distante do referencial parado.

Para o observador em movimento, junto com o referencial R' , é o referencial R que se move para a esquerda. Caso seja necessário obter as coordenadas do referencial R em função das coordenadas anotadas pelo observador no referencial R' , da Figura 1.16, as transformações de Lorentz ficam:

$$x = \gamma(x' + vt')$$

$$y = y'$$

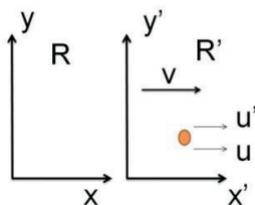
$$z = z'$$

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2)$$

Ou seja, basta trocar o sinal de "menos" por um sinal de "mais" e trocar a variável linha pela variável não linha.

Assim como as transformações das coordenadas de Galileu foram modificadas pela teoria da Relatividade Restrita, a equação da velocidade relativa de Galileu também precisa ser revisitada.

Figura 1.18 | Transformações das velocidades



Fonte: elaborada pelo autor.

Observe atentamente a Figura 1.18, que apresenta um referencial R' que se move com velocidade constante v para a direita em relação ao referencial R . Uma partícula move-se em relação ao referencial R com velocidade u e em relação a R' com velocidade u' . Podemos escrever a relação entre essas velocidades da seguinte forma:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \left(\frac{u \cdot v}{c^2}\right)}$$

Se fizermos o produto $u \cdot v$ muito menor que c^2 , ou seja, um limite não-relativístico na equação acima, voltamos a equação de transformação de velocidade de Galileu $u' = u - v$, assim como ocorre nas equações da dilatação do tempo e da contração da distância, discutido na seção anterior.



Cada equação obtida através da teoria da Relatividade Restrita resulta em uma equação correspondente da Mecânica Clássica, quando velocidades muito baixas comparadas à velocidade da luz são levadas em conta. Isso evidencia a compatibilidade entre ambas as teorias.

Você deve se lembrar, de seus estudos da Mecânica Clássica, que existe uma grandeza vetorial relacionada com a velocidade \vec{v} e a massa m de uma partícula, chamada de momento \vec{p} . Essa grandeza pode ser escrita como: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$.

Através da teoria da Relatividade podemos derivar um momento relativístico, caso a velocidade da partícula seja comparável à c , da seguinte forma:

$$\vec{p} = \gamma m \cdot \vec{v} ,$$

ou seja, basta apenas multiplicar o lado direito da equação do momento clássico pelo fator de Lorentz γ . Novamente, a equação do momento relativístico tende à equação do momento clássico, fazendo a velocidade muito menor que c . Se fizermos $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{c}$, no fator de Lorentz teremos:

$$\gamma_{\beta \rightarrow 1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Bigg|_{\beta \rightarrow 1} \rightarrow \infty ,$$

como $\gamma_{\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{c}}$ tende ao infinito, o momento $\mathbf{p}_{\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{c}}$ também tenderá para o infinito nesse limite. Isso é diferente da Mecânica Clássica, onde o momento tende ao infinito quando $\mathbf{v} \rightarrow \infty$.

Certamente, você já deve ter visto a equação de energia-massa $E = m \cdot c^2$ em algum livro de Física ou Ciências, ou em alguma lousa de algum filme de Hollywood; esse é o momento de discutirmos um pouco o seu significado.

O grande gênio Lavoisier (1743 - 1794), em seus estudos, mostrou que em uma reação química fechada (onde não se permite que reagentes ou produtos escapem dos frascos, mesmo aqueles na forma gasosa) a massa inicial dos reagentes é igual à massa final dos produtos. Assim, estabeleceu-se o importante conceito da **conservação de massa**.

O conceito de energia ainda não era bem estabelecido na época de Lavoisier, onde os físicos esforçavam-se por compreender o conceito de calor, utilizando experimentos engenhosos. Posteriormente, o conceito de conservação foi estendido também para a energia, formando-se na

ideia de que na natureza nada se cria ou se perde, tudo se transforma.

Nos artigos de 1905, Einstein contribuiu muito com o progresso da ciência, introduzindo a ideia de que energia e massa, na verdade, estão relacionadas e seguem uma única lei de conservação, a da energia-massa. Isso está elegantemente representado na equação de energia-massa de Einstein: $E_0 = m \cdot c^2$.

O interessante dessa equação é que ela nos diz que, em princípio, podemos converter a massa de um certo corpo em energia e vice-versa. Através dessa equação, é possível calcular, por exemplo, a quantidade de energia de uma certa massa de núcleos de urânio antes e após a reação de fissão nuclear, com conseqüente liberação de energia; esse cálculo é realizado no projeto de reatores nucleares.

Vamos definir que E_0 , na equação $E_0 = m \cdot c^2$, é a energia de repouso de uma partícula de massa m que está parada em um certo referencial. Podemos substituir a massa de uma pessoa de 80 kg que está parada em seu referencial na equação da energia-massa, para estimar a sua energia de repouso:

$$E_0 = m \cdot c^2 = (80 \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 7,2 \times 10^{18} \text{ J} = 2 \times 10^6 \text{ GW} \cdot \text{h}$$

Para termos uma ideia, a produção anual de energia da usina de Itaipu, no ano de 2016, foi de **103.098 GW · h**, que é aproximadamente uma ordem de grandeza menor que a energia de uma pessoa com massa de 80 kg.

Os valores de energia são muito altos nas unidades do SI, como visto no exemplo acima. Por outro lado, os valores das massas das partículas envolvidas em reações químicas são muito pequenos. Por isso, é muito comum não utilizarmos essas unidades SI quando estamos tratando de questões envolvendo reações químicas ou nucleares, utilizando equação energia-massa. Portanto, vamos utilizar outras unidades para trabalhar com as equações de conservação de massa-energia.

A primeira unidade que discutiremos é a **u** , conhecida como unidade de massa atômica; sua conversão para quilogramas fica:

$$1u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

No sistema internacional, a unidade de energia é o joule J . Nesta seção, deveremos utilizar a unidade elétron-volt eV e sua conversão para o joule, que fica: **$1eV = 1,60 \times 10^{-19} J$** .

Na equação da energia de repouso, temos um c^2 ; para que as unidades fiquem em termos de energia, precisamos fazer a seguinte

mudança, para essa quantidade: $c^2 = 931,5 \text{ MeV}$.

Em uma reação química ou nuclear, devemos utilizar a energia de repouso para escrever a seguinte equação de conservação da energia: $E_{0i} = E_{0f} + Q$.

Lembre-se de que a energia de repouso é o equivalente, em unidades de energia, para uma certa massa. No caso da equação acima, a energia de repouso inicial E_{0i} se transforma em energia de repouso final E_{0f} , mais uma energia Q . Essa energia Q pode representar qualquer outra forma de energia diferente da energia de repouso. Quando a energia é liberada, Q é positivo e a reação é exotérmica, enquanto que para uma reação que absorve energia, Q é negativo e a reação é endotérmica.

Podemos também avançar e escrever a equação anterior da seguinte maneira:

$$E_{0i} = E_{0f} + Q$$
$$M_i \cdot c^2 = M_f \cdot c^2 + Q$$



Refleta

No núcleo do Sol, ocorre a fusão de dois átomos de hidrogênio com uma consequente liberação de partículas de energia, portando, a massa dos dois hidrogênios após a fusão é menor que antes da reação. Qual é o resultado dessa reação e qual é sua importância para nós aqui na Terra?



Exemplificando

As massas inicial e final em uma reação química são de $300u$ e $200u$, respectivamente. Calcule a energia Q em MeV e diga se essa equação libera ou absorve energia, classificando-a em exotérmica ou endotérmica. **Resolução:**

Vamos inicialmente definir as massas inicial e final

$M_i = 300 u$ e $M_f = 200 u$. Perceba que estamos usando a unidade de massa atômica u . Agora, escrevendo a equação de conservação:

$$E_{0i} = E_{0f} + Q$$

$$M_i \cdot c^2 = M_f \cdot c^2 + Q$$

$$300 \cdot c^2 = 200 \cdot c^2 + Q$$

$$Q = 100 \cdot c^2$$

$$Q = (100u) \cdot (931,5 \text{ MeV} / u) = 93150 \text{ MeV}$$

Como o valor de Q é positivo, a reação libera energia e é exotérmica.

Finalmente, podemos escrever a energia total de uma partícula relativística relacionada com sua massa e seu momento linear, através da expressão: $E_{tot}^2 = (\rho c)^2 + (mc^2)^2$.



Pesquise mais

Você pode aprender um pouco mais sobre as transformações de Lorentz, acessando sua biblioteca virtual com o seu login e senha, a partir do seguinte link disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521632115/cfi/6/32!/4/324/78@0:21.3>>. Acesso em: 23 jun . 2017.

HALLIDAY, D. RESNICK, R. WALKER, J. **Fundamentos da Física 4**. Trad. Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016, p. 384.

Sem medo de errar

Para sua última apresentação, você precisa preparar uma aula que englobe os conceitos das transformações de Lorentz e da energia relativística. Ao estudar os aceleradores de partículas, você leu a respeito dos aceleradores que são utilizados para colisões de partículas, como no LHC (*Large Hadron Collider* – Grande Colisor de Hádrons), por exemplo.

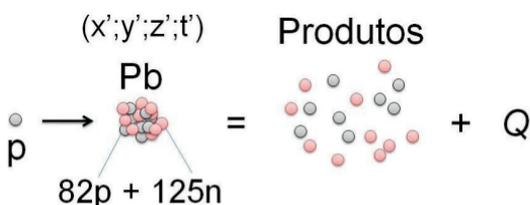
Sabendo disso, você teve a ideia de realizar uma apresentação explicando como ocorrem as colisões de partículas, no caso um próton acelerado que incide em um alvo de algum material pesado, chumbo por exemplo. Após a colisão, o alvo é literalmente desmembrado em vários de seus elementos, tais como prótons e nêutrons, adicionado de outros produtos e formas de energia, como energia cinética e calor.

O que você abordaria na apresentação? Uma boa ideia seria iniciar

discutindo efeitos relativísticos no movimento do próton até seu local de colisão. A colisão ocorre em um certo evento no espaço-tempo, no referencial do próton, que denotaremos por $(x';y';z';t')$, ou $(x;y;z;t)$ para um referencial em repouso (átomo de chumbo ou observador no laboratório). É possível ligar os dois referenciais por meio da aplicação da transformação de Lorentz.

Você começa a preparar sua apresentação fazendo um esboço de uma possível colisão entre um próton e um átomo de chumbo, como apresentado na Figura 1.19, na qual, após a colisão, temos os produtos e a liberação de uma energia Q . Em seguida, você colhe alguns dados sobre a colisão, anotando que o próton é acelerado até atingir uma velocidade de $0,99c$ e colidirá com um átomo de chumbo em repouso.

Figura 1.19 | Ilustração de uma colisão entre um próton e um átomo de chumbo



Fonte: elaborada pelo autor.

Supondo que a colisão ocorra com coordenadas do espaço-tempo no referencial do próton em movimento, dadas por $(x';y';z';t') = (10\text{ m}; 2\text{ m}; 3\text{ m}; 10^{-7}\text{ s})$.

Para encontrar as coordenadas do espaço-tempo da colisão no referencial do laboratório, primeiro você calcula o fator de Lorentz, sabendo que $v = 0,99c$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,99c}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,99^2}} = 7,09$$

Utilizando os valores das coordenadas do espaço-tempo $(x';y';z';t')$ nas equações das transformações de Lorentz, lembrando apenas de colocar um sinal de "mais" no lugar do sinal de "menos" e inverter as variáveis linha com as variáveis não linha, temos as coordenadas do espaço-tempo, com espaço em metros e tempo em segundos:

$$x = \gamma(x' + vt') = 7,09(10 + 0,99c \cdot 10^{-7}) = 7,09(10 + 0,99 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-7}) \approx 281,47 \text{ m}$$

$$y = y' = 2 \text{ m}$$

$$z = z' = 3 \text{ m}$$

$$t = \gamma(t' + vx'/c^2) = 7,09(10^{-7} + 0,99 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10 / (3 \cdot 10^8)^2) = 7,09(10^{-7} + 0,33 \cdot 10^{-7}) \approx 9,43 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

Essas são as coordenadas do espaço-tempo no referencial no solo do laboratório, ou seja, parado em relação ao feixe de prótons.

Sabendo que a massa do próton é de $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, podemos calcular sua massa em unidades atômicas:

$$M_p = (1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}) \left(\frac{1u}{1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}} \right) = 1,006 u$$

Agora, podemos calcular a energia de repouso do próton:

$$E_{0,p} = M_p c^2 = (1,006 u)(931,5 \text{ MeV} / u) = 937,089 \text{ MeV} \approx 0,0009 \text{ TeV}.$$

Da mesma forma, podemos obter a massa e energia de repouso do chumbo, cujo núcleo tem massa $3,4395 \times 10^{-25} \text{ kg}$:

$$M_{Pb} = (3,4395 \times 10^{-25} \text{ kg}) \left(\frac{1u}{1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}} \right) = 207,2 u$$

$$E_{0,Pb} = M_{Pb} c^2 = (207,2u)(931,5 \text{ MeV} / u) = 0,2 \text{ TeV}.$$

Assim, você confere os resultados com seu orientador, que concorda e os valida. Com essas informações, você está pronto para preparar a apresentação. Não se esqueça que nem todos os detalhes dos cálculos apresentados acima serão do interesse do público. Eles foram importantes para que você obtivesse os números e os resultados surpreendentes. Produza slides simples, com pouco texto e poucas fórmulas, mas bem ilustrados.

Finalmente, você expõe sua última aula para a comunidade em torno da sua Universidade. Ao fim da palestra, você agradece a todos pela participação nesse programa de extensão. Todos lhe aplaudem e você fica bastante orgulhoso do seu feito.

Avançando na prática

Químico-Farmacêutico

Descrição da situação-problema

Vamos supor que você trabalhe em uma empresa farmacêutica e sua responsabilidade seja assegurar que todas as reações químicas realizadas estejam dentro do alto padrão de qualidade

exigido. A empresa está investindo muito no desenvolvimento de um novo medicamento e muitos testes precisam ser realizados antes que os testes com seres humanos possam ser feitos. Você está comandando o time e realizará um teste no reator em um centro de pesquisas brasileiro.

O teste consiste em bombardear um isótopo do elemento químico molibdênio (Mo^{99}) com um nêutron, para a produção do elemento conhecido como tecnécio metaestável (Tc^{99m}). Com esse resultado em mãos, você poderá consultar uma tabela para escolher a cápsula que conterá esse radiofármaco durante a colisão. O tecnécio metaestável é utilizado em medicamentos para o tratamento do câncer.

Resolução da situação-problema

Primeiramente, você precisa pesquisar em seus livros e anotações as massas do nêutron, do molibdênio 99 e do tecnécio 99; você encontra os seguintes valores:

$$n = 1,009 \text{ u}$$

$$M_{\text{Mo}^{99}} = 98,9077 \text{ u}$$

$$M_{\text{Tc}^{99m}} = 98,9063 \text{ u}$$

O nêutron térmico selecionado tem energia cinética $E_{c,n} = 100 \text{ meV}$ e é preciso utilizar $c^2 = 931,5 \text{ MeV} / \text{u}$. Portanto, podemos utilizar a equação de conservação de energia-massa para encontrar o valor da energia liberada:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{inicial}} &= E_{\text{final}} \\
 E_{c,n} + E_{0,n} + E_{0,\text{Mo}^{99}} &= E_{0,\text{Tc}^{99m}} + Q \\
 E_{c,n} + M_n c^2 + M_{\text{Mo}^{99}} c^2 &= M_{\text{Tc}^{99m}} c^2 + Q \\
 100 \text{ meV} + (1,009 \text{ u})(931,5 \text{ MeV} / \text{u}) + (98,9077 \text{ u})(931,5 \text{ MeV} / \text{u}) &= (98,9063 \text{ u})(931,5 \text{ MeV} / \text{u}) + Q \\
 0,0000001 \text{ MeV} + 939,884 \text{ MeV} + 92132,523 \text{ MeV} &= 92131,218 \text{ MeV} + Q \\
 (93072,406 - 92131,218) \text{ MeV} &= Q \\
 Q &= 941,188 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

Assim, você conclui que a energia liberada nessa colisão é de **941,188 MeV**. Você anota o valor e procura em uma tabela qual seria a cápsula adequada, que é tabelada de acordo com a energia Q liberada na colisão. Assim, a cápsula apropriada pode ser solicitada à equipe de suprimentos.

Faça valer a pena

1. Uma pessoa está parada em um referencial R com as seguintes coordenadas do espaço-tempo $(2c, 1, 1, 1)$, com as grandezas espaciais dadas em metros e o tempo em segundos. Um observador em um avião relativístico R' passa com velocidade $v = 0,8c$ para a direita, em relação à pessoa parada em R.

Encontre as coordenadas do espaço-tempo da pessoa para o referencial R', com o espaço em metros e o tempo em segundos:

- a) $(-1; -1; -1; -1)$.
- b) $(-2,004c; 1; 1; 1,002)$.
- c) $(2,004c; -1; -1; 1,002)$.
- d) $(2,004c; 1; 1; -1,002)$.
- e) $(-1; 1; 1; -1)$.

2. Sabendo que a massa de um elétron é $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ e a massa de um átomo de urânio é $m_U = 3,95 \times 10^{-25} \text{ kg}$. Dados: $1 u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $c^2 = 931,5 \text{ MeV} / u$.

Calcule as energias de repouso dessas partículas e marque a alternativa correta:

- a) $E_{0,e} = 0,511 \text{ MeV}$ e $E_{0,U} = 221652 \text{ MeV}$.
- b) $E_{0,e} = 5,11 \text{ MeV}$ e $E_{0,U} = 22165,2 \text{ MeV}$.
- c) $E_{0,e} = 0,0511 \text{ MeV}$ e $E_{0,U} = 2216522 \text{ MeV}$.
- d) $E_{0,e} = 511 \text{ MeV}$ e $E_{0,U} = 221,652 \text{ MeV}$.
- e) $E_{0,e} = 221652 \text{ MeV}$ e $E_{0,U} = 0,511 \text{ MeV}$.

3. Um motociclista está realizando uma corrida em velocidade muito alta em relação ao solo, de $v = 0,9c$, e, em um determinado instante, ele atira um projétil para frente, com velocidade $0,8c$ em relação à sua moto. Enunciado: Calcule a velocidade do projétil para um observador parado no solo:

- a) $u = 1,72c$.
- b) $u = 0,98c$.
- c) $u = 0,72c$.
- d) $u = 0,89c$.
- e) $u = c$.

Referências

CAMPINAS e região. **Superlaboratório**: "Sirius está no limite do que a física permite", afirma diretor. 2016. Disponível em: <http://g1.globo.com/sp/campinasregiao/noticia/2016/05/superlaboratorio-sirius-esta-no-limite-do-que-fisica-permiteafirma_diretor.html>. Acesso em: 2 jun. 2017.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física 4**. Trad. Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K. **Física 4**. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

KANEKO, U. F. Phase Transition and Electronic Fluctuation. In: Iron-Based **Pnictides**. 23 fev. 2017. 209 f. Tese de Doutorado em Ciências. Instituto de Física "Gleb Wataghin". Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2017.

NUSSENZVEIG, M. H. **Curso de Física Básica**: ótica, relatividade e física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998.

SCIENTIA tv. Aula 12.3. **Teoria da relatividade**: dilatação do tempo [HD]. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=HQfN0Qjxt8>>. Acesso em: 26 mar. 2017.

Indícios experimentais da mecânica quântica

Convite ao estudo

Olá, estudante. Continuaremos, nesta seção, o nosso estudo a respeito da Física Moderna, que começou a ser desenvolvida no início do século XX. Na unidade anterior, discutimos um dos pilares da Física Moderna, que é a teoria da Relatividade Restrita, que, como vimos, engloba a Física Clássica e deve ser utilizada para descrever o movimento de corpos que se movem a velocidades muito altas. Aqui, falaremos sobre outro pilar, a Mecânica Quântica.

A Física Clássica descreve satisfatoriamente o movimento de corpos com dimensões de um pequeno projétil até as de grandes planetas em órbita. Entretanto, quando as dimensões dos corpos são muito pequenas, subatômicas por exemplo, a Física Clássica falha em descrever os fenômenos.

A Mecânica Quântica é outro mundo, novo, para o qual nosso senso, nossa visão e nossa intuição não estão treinados. Dessa forma, traremos aqui alguns indícios experimentais e conceitos que embasaram e deram origem à teoria da Mecânica Quântica, que trouxe um enorme progresso científico e tecnológico para nossa sociedade. Se você está lendo este livro em algum dispositivo eletrônico, um celular ou um tablet, por exemplo, saiba que isso é possível devido ao conhecimento da Mecânica Quântica.

Conceitos de Mecânica Quântica estão presentes na grade curricular do Ensino Médio e, portanto, como plano de fundo desta unidade, você estará no papel de um professor de Física do Ensino Médio, em uma escola que realizará uma feira de ciências com o tema “Conceitos de Mecânica Quântica no Ensino Médio”.

Sua ideia é utilizar os materiais e os equipamentos disponíveis na escola, que possui um laboratório muito bem equipado, e você tem a autorização de utilizar alguns recursos para produzir novos equipamentos, que serão depois mantidos no acervo. Cada equipe deve montar e apresentar um experimento que aborde e explique algum conceito da Mecânica Quântica. Quais experimentos você acha que serão mais interessantes para seus alunos? Você conseguiria imaginar maneiras de apresentar o efeito fotoelétrico, os níveis de energia quantizados de um átomo ou a dualidade onda-partícula com experimentos suficientemente simples para serem realizados no laboratório de sua escola?

Para que você consiga orientar bem seus alunos, você precisará aprender os conceitos desta unidade. Começaremos na Seção 2.1, com as ideias de quantização da energia de Planck e Einstein, além de falarmos sobre o efeito fotoelétrico. Na Seção 2.2, discutiremos a descoberta do núcleo e dos espectros atômicos, com destaque ao modelo atômico de Bohr. Finalmente, na Seção 2.3, discutiremos sobre as ondas de luz e de matéria, a dualidade onda-partícula, os experimentos de dupla fenda e o Princípio de Incerteza de Heisenberg.

Vamos lá.

Seção 2.1

O efeito fotoelétrico

Diálogo aberto

Para iniciar esta seção, devemos ter em mente que a Mecânica Quântica descreve fenômenos que ocorrem para sistemas de corpos e/ou espaços muito pequenos, por exemplo: em um átomo e seus constituintes, a descrição das energias dos elétrons em um material semicondutor e assim por diante.

Nesta seção, mostraremos como Planck e Einstein chegaram a ideias similares de quantização, que podemos dizer que é a pedra fundamental da Mecânica Quântica. Você já deve ter visto um objeto muito quente emitir luz em cores diferentes; aqui, discutiremos a emissão de radiação por objetos escuros. Discutiremos também um fenômeno que é observado quando se incide luz em uma superfície metálica, conhecido como efeito fotoelétrico.

Você deve se lembrar de que nesta unidade você será um professor de Física do Ensino Médio, de uma escola que conta com boa estrutura de laboratórios, e que organizará uma feira de ciências com o tema: "Conceitos de Mecânica Quântica no Ensino Médio". Você é o responsável pela disciplina e, portanto, tem papel de destaque no evento.

Sua primeira tarefa será orientar uma equipe que deseja estudar o efeito fotoelétrico. Você precisará ter um raciocínio crítico para ajudar seus alunos a resolverem os problemas que surgirão ao longo da preparação do experimento. Você sugeriu que eles montassem um sensor de luz. Para tal, você sugeriu que os alunos visitassem o laboratório da escola, a fim de encontrar uma fonte de luz e materiais disponíveis para a montagem experimental. Eles encontraram um laser verde, de comprimento de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$.

Que metal você escolheria para ser irradiado por esse laser? Quais são as características principais do metal irradiado e o que ocorre com ele no processo? Para responder a essas perguntas e ajudar seus alunos, você precisará aprender novos conceitos. Vamos começar?

Não pode faltar

No final do século XIX, havia um certo conjunto de teorias bem-

sucedidas, incluindo a Mecânica, a Termodinâmica, a Óptica e o Eletromagnetismo. Esse conjunto, conhecido como Física Clássica, conseguia explicar quase todos os fenômenos observados. Segundo Lord Kelvin (1824-1907), o mesmo da escala termométrica kelvin, a Física estava em um estágio tão avançado que faltavam apenas dois pequenos problemas serem resolvidos.

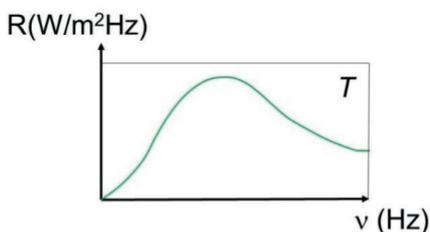
Um dos problemas estava relacionado com o experimento de Michelson e Morley, que não conseguiu verificar a existência de um possível éter. O outro problema era a respeito da emissão do espectro de um corpo negro. Como você pode lembrar da Unidade 1, a resolução do primeiro problema levou à formulação da teoria da Relatividade Restrita. A solução do segundo problema inaugurou aquilo que conhecemos como Mecânica Quântica, da maneira que vamos discuti-la agora.

A luz é composta por ondas eletromagnéticas. Como todas as ondas, elas são caracterizadas por sua frequência ou seu comprimento de onda. Nossos olhos captam a luz e são capazes de distinguir as diferentes frequências, que são interpretadas por nosso cérebro pelos conceitos "vermelho", "verde" etc. Um espectro eletromagnético corresponde a um conjunto de ondas eletromagnéticas de diferentes frequências que viajam juntas pelo espaço.

Em geral, as cores que observamos nos objetos são, na verdade, as cores que esses objetos refletem. O espectro de luz do Sol contém todas as cores visíveis, ou seja, uma folha verde absorve todas as cores do espectro eletromagnético, menos uma pequena faixa de cor verde. Além de refletir radiação, um objeto em uma certa temperatura T emite radiação própria em várias frequências, formando um espectro.

A Figura 2.1 apresenta um espectro de emissão de radiação, na forma de um gráfico da radiância espectral R em função da frequência ν . A radiância espectral é a potência emitida por unidade de área, por unidade de frequência.

Figura 2.1 | Espectro emitido por um corpo a uma temperatura T



Fonte: elaborada pelo autor.

Em linhas gerais, o espectro emitido por um objeto está relacionado com sua composição, estado físico e temperatura. Dependendo da temperatura do objeto, é possível observar cores diferentes das observadas em temperatura ambiente. Um pedaço de carvão, por exemplo, é preto em temperatura ambiente, pois ele absorve todas as cores. Na medida em que a temperatura do pedaço de carvão aumenta, você sentiria um calor emanando desse pedaço, mas sem observar nenhuma mudança na sua cor. Provavelmente, você estaria experimentando ondas eletromagnéticas no infravermelho. Quando o carvão está bem quente, é visível uma cor avermelhada.



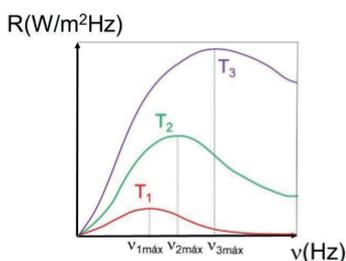
Refleta

Como você explicaria as mudanças de cor de um pedaço de ferro quando submetido a altas temperaturas, como em um processo de forja?

Em geral, quando um objeto é capaz de absorver todas as cores, ele é preto e nós chamamos esse objeto de corpo-negro. Um fenômeno bem conhecido da Física é o de que existem corpos-negros que emitem o mesmo espectro de radiação em uma certa temperatura, independentemente dos materiais que constituem esses objetos.

A Figura 2.2 mostra, ilustrativamente, o espectro de um mesmo corpo-negro para três temperaturas distintas: T_1 , T_2 e T_3 .

Figura 2.2 | Espectros emitidos por um corpo-negro



Fonte: elaborada pelo autor.

Observe que, à medida que a temperatura aumenta, a intensidade máxima de cada espectro se desloca para a direita, fato conhecido como Lei do deslocamento de Wien, que pode ser escrito como:

$$\nu_{máx} = kT$$

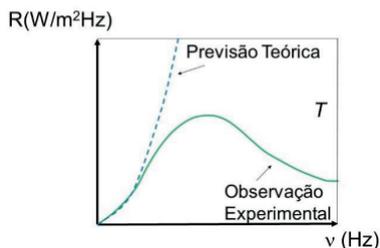
onde k é uma constante e $\nu_{máx}$ é a frequência onde a intensidade é máxima, que é proporcional à temperatura T . Outro fato interessante é que a área debaixo de cada espectro, que é a integral da radiância espectral, tem um resultado simples, proporcional à quarta potência da temperatura. É a conhecida Lei de Stefan-Boltzmann:

$$I = \int_0^{\infty} R(\nu) d\nu = \sigma T^4,$$

onde $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2\text{K}^4$ é conhecida como constante de Stefan-Boltzmann. Dois físicos, Rayleigh e Jeans, descreveram classicamente o espectro de corpo-negro através das relações do eletromagnetismo e da termodinâmica. Obtiveram uma relação para radiância espectral proporcional ao quadrado da frequência, resultando em um formato parabólico, como o mostrado pela curva tracejada na Figura 2.3.

Podemos observar, ainda na Figura 2.3, que, para frequências baixas, a curva calculada por Rayleigh e Jeans coincide com a curva do espectro de corpo-negro observada experimentalmente. À medida que a frequência aumenta, as curvas se desviam, invalidando a aproximação clássica. O interessante é que a área sobre a curva obtida por Rayleigh e Jeans é infinita, e isso fica evidente devido ao grande aumento previsto para a radiância próximo às frequências dos raios ultravioleta, e esse fato ficou conhecido como "catástrofe do violeta" (NUSSENZVEIG, 1998, p. 247).

Figura 2.3 | Comparação entre o espectro de corpo-negro teórico e observado



Fonte: elaborada pelo autor.

Um importante pressuposto de Rayleigh e Jeans foi o de assumir que o corpo-negro poderia emitir energia de forma contínua, ou seja, a diferença entre dois valores de energia adjacentes deveria ser considerada infinitesimalmente pequena.

Em 1900, Max Planck surpreendeu a comunidade científica ao mostrar que um corpo-negro só poderia emitir ou absorver energia em múltiplos inteiros de uma quantidade mínima de energia chamada "quantum de energia". Segundo Planck, para uma certa frequência ν , um corpo-negro poderia emitir ou absorver energia da seguinte forma:

$$E = 1h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots, nh\nu,$$

onde h é a constante de Planck, que possui unidades de energia vezes o tempo e que tem os seguintes valores numéricos em duas notações:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$h = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}.$$

Independentemente da unidade de energia utilizada, Joule (J) ou elétron-volt (eV), a constante de Planck é um número muito pequeno, de maneira que as trocas de energias para fenômenos que ocorrem em escalas macroscópicas não aparentam a quantização.



Exemplificando

Quais seriam os efeitos da Mecânica Quântica sobre um sistema macroscópico simples e que conhecemos bem, como, um oscilador harmônico simples? Um exemplo de oscilador harmônico simples é um sistema massa-mola. Sabendo disso, calcule o quantum de energia para um sistema com massa $m = 10 \text{ kg}$ e constante elástica $k = 10 \text{ N/m}$.

Resolução:

Lembre-se, o oscilador harmônico simples é descrito da seguinte maneira:

$$F = -kx \rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \rightarrow x(t) = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \phi\right).$$

Assim, a frequência de oscilação pode ser obtida:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{10}} = 0,16 \text{ Hz}$$

Agora, podemos aplicar a equação de Planck para calcular o quantum de energia deste sistema:

$$E = h\nu \rightarrow E = (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(0,16 \text{ Hz}) = 1,06 \times 10^{-34} \text{ J}.$$

Essa energia é muito pequena para que os níveis de energia possam ser

detectados por instrumentos macroscópicos, porém, esse cálculo não invalida a hipótese de Planck. Para que a energia de Planck tenha um valor significativo, a frequência do oscilador envolvido precisa ser alta, da ordem das frequências das ondas eletromagnéticas, por exemplo.

O processo de quantização da energia adotado por Planck foi, segundo o próprio, “um ato de desespero” (NUSSENZVEIG, 1998, p. 247) na tentativa de encontrar uma explicação teórica para o espectro de corpo-negro. Partindo desse pressuposto, Planck descreveu o espectro de corpo-negro com exatidão impressionante e, mesmo a seu contragosto, a Física Clássica teve de ser abandonada. Essa quebra de paradigma fundou a Mecânica Quântica.



Pesquise mais

Para verificar com mais detalhes um espectro de emissão de corpo-negro, você pode utilizar o simulador PhET (UNIVERSIDADE, 2002) no seguinte link.

Disponível em: <https://phet.colorado.edu/sims/blackbody-spectrum/blackbody-spectrum_pt_BR.html>. Acesso em: 25 maio 2017.

Efeito fotoelétrico

Um outro fenômeno conhecido no início do século XX era o fato de elétrons serem ejetados de superfícies metálicas, por exemplo, quando iluminadas por um feixe de luz. Essa simples observação é a base do funcionamento de diversos dispositivos eletrônicos atuais, mas, na época, não havia uma explicação satisfatória para o fenômeno, pois a Física Clássica conduzia a conclusões absurdas.

A luz é uma onda eletromagnética, e, classicamente, a intensidade de uma onda eletromagnética é proporcional à sua amplitude, portanto, para uma certa frequência, quanto maior a intensidade da luz incidente, maior deveria ser a energia dos elétrons ejetados, mas isso não era observado na prática.

Uma outra previsão da Física Clássica era a de que os elétrons de um material deveriam ser ejetados quando esse fosse iluminado por uma luz de qualquer frequência (ou cor), desde que a intensidade fosse grande o suficiente, mas a observação contradizia essa explicação.

Em 1905, Einstein propôs um modelo que contradizia a ideia ondulatória da radiação eletromagnética. Assim como Planck, e

provavelmente inspirado nas ideias de Planck, Einstein lançou a seguinte hipótese: a energia total da radiação depende apenas do número total de fótons n e pode ser reescrita como $E = nh\nu$, onde n é um número inteiro.



Assimile

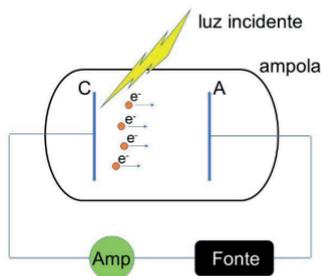
Hipótese de Einstein sobre a luz: a luz é composta por unidades mínimas de luz, que podemos definir como quantum de luz ou simplesmente fóton. A energia de cada fóton pode ser definida utilizando a equação de Planck:

$$E = h\nu$$

Dependendo da constante de Planck h e da frequência da radiação ν .

Para explicarmos quanticamente esse efeito, chamado **efeito fotoelétrico**, vamos utilizar a Figura 2.4, na qual é mostrada uma ampola evacuada contendo um cátodo (C) e um anodo (A), que são mantidos a uma certa tensão V , por uma fonte que é instalada em série com um amperímetro (Amp) para medir qualquer indicação de corrente elétrica.

Figura 2.4 | Ilustração do efeito fotoelétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

Uma luz monocromática de frequência ν incide em C e, devido ao efeito fotoelétrico, elétrons são ejetados. Esses elétrons, que são comumente chamados de fotoelétrons, possuem energia cinética (K) suficiente para chegar até A e, dessa forma, um sinal de corrente é anotado no amperímetro.

Numa primeira situação, podemos iluminar a ampola com uma luz de intensidade I_0 e frequência ν , e nossa observação é que os elétrons são emitidos com uma energia cinética K. Em seguida, aumentamos a intensidade da luz incidente para $I_0' > I_0$. Nesse caso,

a energia cinética dos fotoelétrons ejetados é a mesma, e o que aumenta é o número de fotoelétrons.

Para entender essa situação, podemos admitir que cada elétron pode absorver um único fóton de energia definida, e, quando aumentamos o número de fótons incidente (I_0'), o número de fotoelétrons também aumenta, porém, a energia cinética de cada fóton é a mesma.

Se o anodo está negativo em relação ao cátodo, o campo elétrico gerado por esses eletrodos tenderá a frear os fotoelétrons. Podemos aumentar essa tensão até uma tensão V_{corte} , que gera um campo elétrico capaz de frear completamente os fotoelétrons, de maneira que os elétrons que chegam até o anodo em uma tensão ligeiramente menor que V_{corte} são os de maior energia cinética, $K_{\text{máx}}$, ou seja:

$$K_{\text{máx}} = |e|V_{\text{corte}},$$

onde $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ é a carga do elétron e o lado direito da equação acima tem unidades de energia (obs: para efeito de cálculo, usaremos apenas o valor numérico da carga do elétron).

Partindo dessa ideia, Einstein propôs que um fóton com energia $h\nu$ transfere toda sua energia para um elétron do cátodo. Parte dessa energia é utilizada pelo elétron para se desligar do material e é conhecida como função trabalho W , enquanto o restante da energia absorvida pelo elétron é convertida em energia cinética do fotoelétron, e, na condição de energia cinética máxima, isso pode ser matematicamente traduzido como:

$$E = K_{\text{máx}} + W.$$

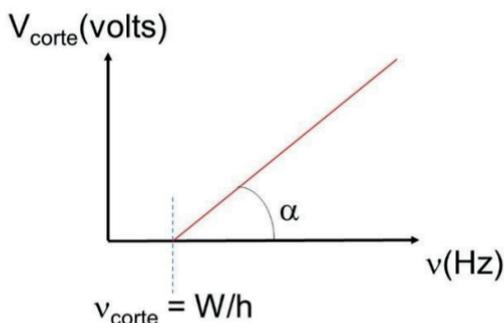
A equação acima é conhecida como equação do fotoelétrico de Einstein, substituindo $E = h\nu$ e $K_{\text{máx}} = eV_{\text{corte}}$, temos: $h\nu = eV_{\text{corte}} + W$.

Podemos identificar a equação anterior como uma equação de reta, da seguinte forma:

$$V_{\text{corte}} = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}.$$

A Figura 2.5 apresenta o gráfico da tensão de corte V_{corte} em função da frequência da onda incidente ν .

Figura 2.5 | Gráfico da equação do efeito fotoelétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

O gráfico acima nos mostra a reta da equação do efeito fotoelétrico para um certo material, que mostra a tensão de corte em função da frequência incidente. Para cada frequência do fóton incidente ν , é possível encontrar uma tensão de corte V_{corte} desde que essa frequência esteja acima de uma frequência de corte $\nu_{\text{corte}} = W/h$. Essa frequência de corte depende da função trabalho que, por sua vez, depende das características do material. A inclinação dessa equação $\tan \alpha = h/e$ depende de duas constantes fundamentais da Física, a constante de Planck e a carga do elétron.

A Tabela 2.1 mostra a função trabalho, em elétron-volts (eV), de alguns elementos da tabela periódica.

Tabela 2.1 | Função trabalho de alguns elementos

Material	Função trabalho - W(eV)	Material	Função trabalho - W(eV)
Na	2,28	Al	4,08
Ni	5,01	Ag	4,73
Cd	4,07	Pt	6,35

Fonte: adaptada de Tipler (2014).



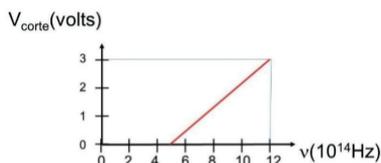
Assimile

O efeito fotoelétrico é a ejeção de elétron de um material quando este é iluminado por uma fonte de luz. A energia cinética dos fotoelétrons não depende da intensidade da luz incidente, mas, sim, da sua frequência. Cada material possui uma frequência mínima conhecida como frequência de corte, abaixo da qual nenhum elétron é ejetado.



A partir do gráfico que representa a equação do efeito fotoelétrico de um certo material, indicado na Figura 2.6, encontre a frequência de corte ν_{corte} e a função trabalho W . Em seguida, escreva a equação do efeito fotoelétrico em termos da constante de Planck h e da carga do elétron e .

Figura 2.6 | Gráfico da equação do efeito fotoelétrico



Fonte: elaborada pelo autor.

Resolução:

A frequência de corte ν_{corte} é obtida através do valor no qual a reta cruza o eixo horizontal, portanto: $\nu_{\text{corte}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

Sabemos que a frequência de corte pode ser escrita como:

$$\nu_{\text{corte}} = \frac{W}{h} \rightarrow W = \nu_{\text{corte}} \cdot h$$

$$W = (5 \times 10^{14} \text{ Hz})(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) = 3,32 \times 10^{-19} \text{ J}$$

E a equação do efeito fotoelétrico fica da seguinte forma:

$$V_{\text{corte}} = \frac{h}{e} \nu - \frac{3,32 \times 10^{-19}}{e}$$

Sem medo de errar

Você está no papel de um professor do Ensino Médio, em uma escola que fará uma feira de ciências, e sua responsabilidade é orientar os alunos a projetar, construir e demonstrar pequenos experimentos, que ilustrem de forma didática alguns conceitos da Mecânica Quântica.

A primeira equipe abordará o conceito do efeito fotoelétrico e você preparou o seguinte roteiro de tarefas para os alunos: primeiro, descobrir qual laser está disponível no laboratório e qual seu comprimento de onda; em seguida, utilizando a Tabela 2.1, da função trabalho de alguns elementos, os alunos precisam descobrir qual é o material mais adequado para realizar o experimento, de acordo com

a energia do laser; finalmente, determinar a função de corte para que se possa ter uma referência de tensão a ser aplicada entre os eletrodos.

Você e os alunos foram até o laboratório. Com a ajuda do técnico do laboratório, os alunos descobriram que existe um laser de gás argônio com emissão na cor verde. Vocês transmitem aos alunos as orientações sobre o modo correto de manusear o equipamento, sobre os possíveis danos para a visão e as medidas de segurança que devem ser tomadas. O equipamento é ligado e apresentado, e eles, então, procuram o comprimento de onda do laser no manual, encontrando o valor $\lambda = 514 \text{ nm}$. Em seguida, seus alunos calcularam a energia do laser utilizando a relação de Planck, o comprimento de onda anotado e o valor da velocidade da luz:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

$$E = \left(4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}\right) \left(\frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{514 \times 10^{-9} \text{ m}}\right) = 2,41 \text{ eV}$$

O técnico informou que seria possível construir uma ampola evacuada com dois eletrodos no laboratório e que ele conseguiria montar plaquinhas com os metais prata, níquel ou sódio. Seus alunos olharam a Tabela 2.1 e identificaram que o sódio tem uma função trabalho $W_{\text{Na}} = 2,28 \text{ eV}$, além de ser o único elemento dentre os três disponíveis com função trabalho menor que a energia do fóton incidente. Então, a equipe pediu para o técnico montar a ampola com cátodo de sódio.

Para que o circuito seja corretamente dimensionado, é necessário calcular a tensão de corte para esse material utilizando o laser verde. Os alunos, então, decidiram utilizar a equação do efeito fotoelétrico de Einstein da seguinte forma:

$$E = K_{\text{máx}} + W_{\text{Cs}}$$

$$K_{\text{máx}} = E - W_{\text{Cs}} = 2,41 \text{ eV} - 1,95 \text{ eV} = 0,46 \text{ eV}$$

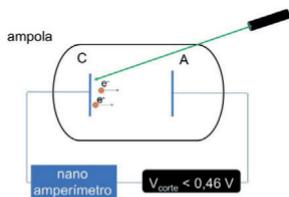
A tensão de corte pode então ser obtida a partir da seguinte relação, utilizando $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ e $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$:

$$K_{\text{máx}} = eV_{\text{corte}} \rightarrow V_{\text{corte}} = \frac{K_{\text{máx}}}{e}$$

$$V_{\text{corte}} = \frac{0,46 \text{ eV}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = \frac{(0,46 \text{ eV})(1,6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})}{1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 0,46 \text{ J/C} = 0,46 \text{ V}$$

Para que o amperímetro mostre algum valor, deve-se aplicar uma tensão um pouco menor do que 0,46 V entre os eletrodos. Durante a feira de ciências, os alunos montaram o seguinte experimento, apresentado na Figura 2.7.

Figura 2.7 | Projeto efeito fotoelétrico da feira de ciências



Fonte: elaborada pelo autor.

O experimento consta de uma ampola evacuada com um cátodo revestido por sódio metálico, construído pelo técnico de laboratório, um laser verde no comprimento de onda 514 nm, um nanoamperímetro e uma fonte de tensão.

Como os alunos já sabem a tensão de corte do material para o comprimento de onda utilizado, esse valor foi aplicado entre os eletrodos como um ponto de partida. Os alunos explicam para os visitantes do experimento que eles montaram um modelo didático para explicar o efeito fotoelétrico, que consiste de elétrons ejetados de uma superfície quando iluminados com uma fonte de luz.

O primeiro teste é deixar a tensão da fonte mais alta que a tensão de corte e, em seguida, iluminar o cátodo. Nessa tensão, todos os elétrons são frenados, portanto, nenhuma corrente passa pelo nanoamperímetro. Em seguida, a tensão da fonte é colocada ligeiramente abaixo da tensão de corte; novamente, o cátodo de sódio é iluminado pelo laser, uma nanocorrente é medida pelo nanoamperímetro, que indica que houve a emissão dos fotoelétrons.

Você avalia o projeto, a construção e a apresentação dos alunos como um sucesso. Todos os alunos desse grupo estão aprovados na feira de ciências.

Avançando na prática

Técnico de laboratório

Descrição da situação-problema

Neste problema, você fará o papel do funcionário de

um laboratório industrial, no qual utiliza regularmente seus conhecimentos de Física. Seu chefe lhe pediu para determinar qual é a frequência mínima adequada para se observar o efeito fotoelétrico em um certo material com potencial aplicação tecnológica, definindo, assim, qual dos três lasers da Tabela 2.2 deveria ser utilizado.

Tabela 2.2 | Especificação dos lasers disponíveis

Lasers	
Cor	ν (Hz) $\times 10^{14}$
vermelho	4,7
verde	5,8
azul	6,1

Fonte: elaborada pelo autor.

Sabendo que a função trabalho do material é $W = 2,50 \text{ eV}$, o técnico precisará determinar apenas a frequência de corte para esse material, para determinar qual laser é o mais adequado para se observar o efeito fotoelétrico.

Resolução da situação-problema

Primeiramente, o técnico substitui a relação de Planck $E = h\nu$ e a fórmula da energia cinética máxima $K_{\text{máx}} = eV_{\text{corte}}$ na equação do efeito fotoelétrico de Einstein:

$$E = K_{\text{máx}} + W,$$

$$h\nu = eV_{\text{corte}} + W.$$

Em seguida, ele identifica que, para encontrar a frequência de corte ν_{corte} , ele precisa fazer $V_{\text{corte}} = 0$ na equação do efeito fotoelétrico:

$$h\nu_{\text{corte}} = e \cdot 0 + W \rightarrow \nu_{\text{corte}} = \frac{W}{h}.$$

Agora, ele utiliza a função trabalho do material $W = 2,50 \text{ eV}$ e a constante de Planck $h = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ na equação acima, o que fornece:

$$\nu_{\text{corte}} = \frac{2,50 \text{ eV}}{4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}} = 6,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

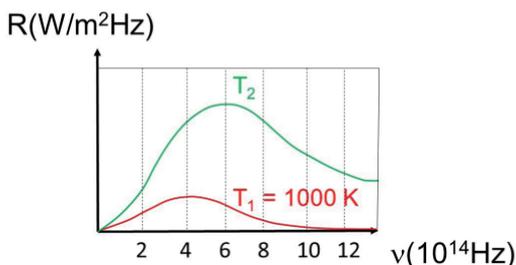
Você enviou, então, o seguinte parecer para o seu chefe: apenas fontes de luz com frequências maiores que $\nu_{\text{corte}} = 6,0 \times 10^{14} \text{ Hz}$

e, portanto, apenas o laser de cor azul, com uma frequência de $6,1 \times 10^{14} \text{ Hz}$, pode ser utilizado.

Faça valer a pena

1. A Figura 2.8 mostra dois espectros de um corpo-negro. A curva, cuja radiância espectral é menor, está em uma temperatura de $T_1 = 1000 \text{ K}$, enquanto que a temperatura da outra curva não foi determinada.

Figura 2.8 | Dois espectros de corpo-negro



A partir da Lei de Wien, determine a temperatura da curva com maior radiância espectral:

- a) $T_2 = 2000 \text{ K}$.
- b) $T_2 = 1500 \text{ K}$.
- c) $T_2 = 3000 \text{ K}$.
- d) $T_2 = 4500 \text{ K}$.
- e) $T_2 = 6000 \text{ K}$.

2. Os raios-x, igual a todas as ondas eletromagnéticas, podem ser descritos através de sua frequência ν , seu comprimento de onda λ ou através de sua energia E . Em um experimento científico, foi utilizado um feixe de raios-x de 10 keV . A partir dessa informação, sabemos que:

- I. Não é possível utilizar a equação de Planck, pois o feixe tem uma energia muito alta.
- II. A frequência desses raios-x é da ordem de 10^{18} Hz .
- III. O comprimento de onda desses raios-x tem dimensões interatômicas de alguns sólidos, que é da ordem do 1 \AA .

Marque a alternativa que apresenta corretamente a sequência de falso (F) e verdadeiro (V), a respeito das afirmações acima:

- a) V – V – F.
- b) V – F – V.
- c) F – V – V.
- d) F – F – V.
- e) F – V – F.

3. Sabemos que um material ejeta elétrons quando iluminado por um laser na cor laranja, de frequência $\nu = 5,1 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

Calcule a energia E dos fótons desse laser utilizando a equação de Planck $E = h\nu$, onde $h = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ é a constante de Planck:

- a) $E = 1,3 \text{ eV}$.
- b) $E = 3,1 \text{ eV}$.
- c) $E = 1,2 \text{ eV}$.
- d) $E = 2,1 \text{ eV}$.
- e) $E = 4,2 \text{ eV}$.

Seção 2.2

Linhas espectrais emitidas pelos átomos

Diálogo aberto

Olá, estudante! Na seção anterior, vimos que Max Planck introduziu o conceito de quantum de energia, definido como a unidade mínima de energia, e que a emissão de radiação de um corpo-negro devia ocorrer somente em múltiplos inteiros do quantum de energia. Vimos, também, que Albert Einstein recorreu às ideias de quantização de Planck para explicar o efeito fotoelétrico, postulando que a luz era, na verdade, formada por um múltiplo inteiro de um pacote de energia mínimo, que conhecemos como fóton. Essas abordagens contradiziam a Física Clássica, no entanto, explicavam muito bem os experimentos, o que levou os cientistas a aceitar o ponto de vista quântico.

Nesta seção, nos ocuparemos com mais um assunto que a Física Clássica não conseguia explicar, que era basicamente a existência de um átomo carregado eletricamente. O conceito de átomo é muito antigo, mas foi apenas com a Mecânica Quântica que se chegou a uma descrição aceitável. Com esse conhecimento, seremos capazes de explicar as cores dos fogos de artifício, que iluminam o céu em noite de festa, em termos de uma absorção ou uma emissão de fótons.

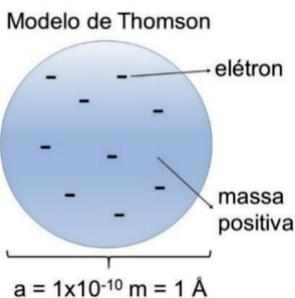
Como motivação, você está no papel de um professor de Física de uma escola do Ensino Médio, que está realizando uma feira de ciências sobre conceitos de Mecânica Quântica. Você orientará os alunos a construir um pequeno experimento, que ilustre um conceito dessa teoria. A primeira turma realizou um experimento sobre o efeito fotoelétrico, e o segundo grupo terá de preparar um experimento chamado luminária quântica. Nesse experimento, três elementos distintos são colocados em recipientes separados. Em seguida, uma pequena porção de cada elemento é aquecida através de um bico de Bunsen, emitindo as cores vermelho, amarelo e verde. Os alunos terão de mostrar para seus colegas qual é o mecanismo que explica essa emissão e o fato das cores serem distintas, identificando assim os possíveis elementos.

Os seus alunos terão muito trabalho e você deverá estar preparado para ajudá-los. Vamos começar?

Não pode faltar

No início do século XX, a compreensão sobre o átomo evoluiu rapidamente. J. J. Thomson (1856-1940), que já tinha descoberto o elétron, elaborou um modelo de átomo no qual os elétrons estariam espalhados em uma massa contínua de carga positiva. O modelo de Thomson também é conhecido como modelo de pudim com passas, pelo fato dos pequenos elétrons estarem espalhados na estrutura positivamente carregada, como as passas em um pudim. Esse modelo levava em consideração que a massa do elétron era muito menor que a massa do átomo e que a quantidade de carga negativa total dos elétrons deveria ser igual à carga positiva, ou seja, o átomo devia ser eletricamente neutro e seu tamanho devia ser aproximadamente $10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$. Esse modelo é ilustrado na Figura 2.9.

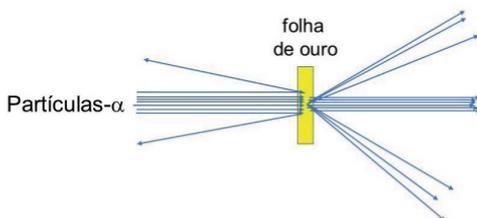
Figura 2.9 | Modelo atômico de Thomson



Fonte: elaborada pelo autor.

Por volta de 1911, o cientista Ernest Rutherford e seus colaboradores realizaram um experimento, no qual eles incidiam partículas α em uma folha fina de ouro, observando o resultado, ilustrado na Figura 2.10.

Figura 2.10 | Esquema do experimento de Ernest Rutherford



Fonte: elaborada pelo autor.

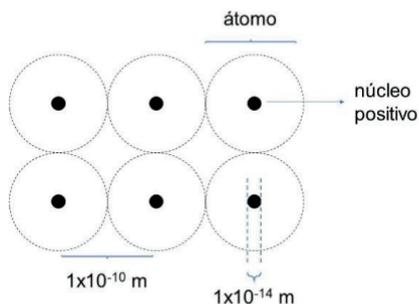
As partículas α são compostas por dois prótons e dois nêutrons, portanto positivamente carregadas. Admitindo-se o modelo de Thomson (pudim com passas), não deveriam ocorrer desvios muito grandes das partículas α em relação ao feixe incidente. No entanto, o experimento revelou que a maioria das partículas passava pela folha de ouro praticamente sem desviar de sua trajetória inicial. Um número menor de partículas era observado em um ângulo não muito alto em relação ao feixe incidente. O fato mais marcante foi eles terem observado um número muito pequeno de partículas quase retro espalhadas.

Pouco tempo após o experimento, Rutherford entendeu que as observações experimentais não eram consistentes com o modelo de Thomson. No entanto, se toda a carga positiva estivesse concentrada em um pequeno núcleo, com os elétrons ocupando todo o restante do tamanho do átomo, seria possível explicar as observações do espalhamento.

A Figura 2.11 mostra alguns átomos lado a lado, em uma rede bidimensional modelada por Rutherford. Ele calculou que o tamanho do núcleo deveria ser da ordem de $1 \times 10^{-14} \text{ m}$, ou seja, 10 mil vezes menor que o tamanho do átomo, para explicar adequadamente o resultado de seu experimento.

Uma maneira simples de ilustrar esse fato é realizando a seguinte analogia: se o átomo fosse um estádio de futebol com uma circunferência de aproximadamente 200 m de diâmetro, o núcleo seria como uma bolinha de gude no centro do gramado, com cerca de 2 cm de diâmetro. Considerando que a massa dos elétrons é muito pequena, observamos que existe muito espaço “vazio” entre os núcleos, onde se concentra praticamente toda a massa, como ilustra a Figura 2.11.

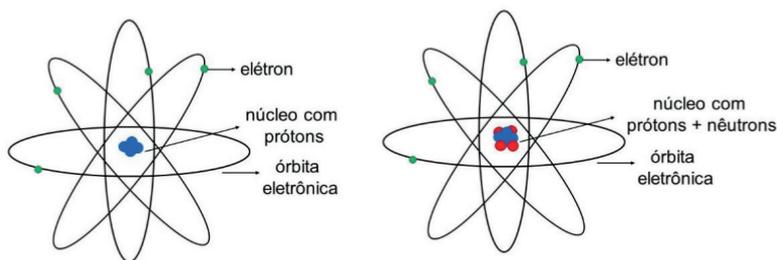
Figura 2.11 | Rede bidimensional de átomos



Fonte: elaborada pelo autor.

Pouco tempo depois de formular um modelo atômico, Rutherford estabeleceu que o núcleo deveria se dividir em partículas fundamentais com a menor quantidade de carga positiva encontrada na natureza, chamando essa partícula de próton. Para que o átomo fosse eletricamente neutro, o átomo deveria possuir o mesmo número de elétrons e prótons. Por fim, Rutherford fez uma analogia com o modelo planetário de Kepler, afirmando que os elétrons orbitavam ao redor do núcleo atômico. Esse é o famoso modelo atômico planetário de Rutherford, ilustrado pela Figura 2.12(a).

Figura 2.12 | Modelo atômico planetário de Rutherford



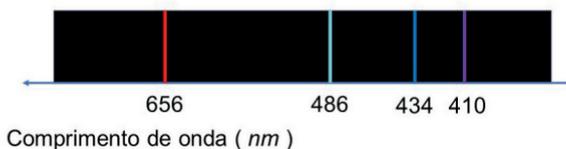
Fonte: elaborada pelo autor.

Um modelo um pouco mais completo surgiu apenas em 1932, com a descoberta dos nêutrons por James Chadwick. Os nêutrons são partículas eletricamente neutras e, com os prótons, constituem o núcleo atômico, como mostra a Figura 2.12(b).

Apesar do grande sucesso do modelo atômico de Rutherford, em pouco tempo algumas limitações foram evidenciadas. Se o elétron deve orbitar em torno do núcleo, ele estará sujeito a uma aceleração centrípeta. Segundo o Eletromagnetismo, qualquer partícula carregada emite radiação ao sofrer aceleração. Assim, ao emitir radiação, o elétron perderia energia cinética e o tamanho da órbita deveria diminuir, levando a uma colisão com o núcleo. Isso não é observado experimentalmente.

O modelo de Rutherford também não explicava os espectros de linha emitidos pelos elementos químicos. O arco-íris apresenta um espectro contínuo, contendo todas as cores visíveis, do vermelho até o violeta, sem "interrupções" entre as cores. No caso dos átomos, as emissões são espectros de linha, finas faixas de cores bem definidas, como na Figura 2.13, que apresenta uma ilustração das linhas visíveis do espectro de hidrogênio.

Figura 2.13 | Espectro de linhas do átomo de hidrogênio



Fonte: elaborada pelo autor.

Além das linhas visíveis, o espectro do elemento hidrogênio apresenta linhas no infravermelho (comprimentos de onda maiores que o vermelho) e também no ultravioleta (comprimentos de onda menores que o violeta). Um aspecto interessante das linhas emitidas é que o espaço entre elas diminuía à medida que o comprimento de onda da emissão ficava menor. Cerca de 25 anos antes do modelo de Rutherford ser reportado, um professor suíço chamado Johann Balmer encontrou uma relação que explicava como se relacionavam certas linhas, essa relação ficou conhecida como série de Balmer e pode ser escrita como:

$$\frac{1}{\lambda_n} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

onde λ_n seria o comprimento de onda para linha com o número inteiro n , no qual a primeira linha começa com $n = 3$. Sendo $R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ conhecida como a constante de Rydberg.



Exemplificando

O átomo de hidrogênio emite luz em determinadas frequências, ou comprimentos de onda, o que gera um espectro de linhas de emissão. Esse era um dos fenômenos não explicados pela Física Clássica. Utilize a fórmula de Balmer para determinar os comprimentos de onda das três primeiras linhas do espectro e suas respectivas energias.

Resolução:

Para resolver essa questão, precisamos encontrar a relação de Balmer:

$$\frac{1}{\lambda_n} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

onde n é um número inteiro, que vai de 3 até 5 para as três primeiras linhas, $R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ é a constante de Rydberg e λ_n é o comprimento de onda. Substituindo os valores na equação de Balmer, temos:

$$\frac{1}{\lambda_3} = (1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = (1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = 1523611 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_4} = (1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = (1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = 2056875 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_5} = (1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = (1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) = 2303700 \text{ m}^{-1}$$

Invertendo as três equações acima, temos:

$$\lambda_3 = \frac{1}{1523611 \text{ m}^{-1}} = 6,563 \times 10^{-7} \text{ m} = 656,3 \text{ nm}$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{2056875 \text{ m}^{-1}} = 4,862 \times 10^{-7} \text{ m} = 486,2 \text{ nm}$$

$$\lambda_5 = \frac{1}{2303700 \text{ m}^{-1}} = 4,341 \times 10^{-7} \text{ m} = 434,1 \text{ nm}$$

Para encontrar as energias, basta utilizar a equação de Planck $E = \frac{hc}{\lambda}$:

$$E_3 = \frac{hc}{\lambda_3} = \frac{(4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{656,3 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1,89 \text{ eV}$$

$$E_4 = \frac{hc}{\lambda_4} = \frac{(4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{486,2 \times 10^{-9} \text{ m}} = 2,55 \text{ eV}$$

$$E_5 = \frac{hc}{\lambda_5} = \frac{(4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{434,1 \times 10^{-9} \text{ m}} = 2,86 \text{ eV}$$

Não era só Balmer que se dedicava ao assunto das linhas de emissão do hidrogênio, outros dois cientistas também formularam equações para explicar certos conjuntos de linhas emitidas por esse elemento, que ficaram conhecidas como série de Lyman e série de Paschen; e podem ser conferidas nas equações a seguir:

$$\text{Série de Lyman: } \frac{1}{\lambda_n} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

$$\text{Série de Paschen: } \frac{1}{\lambda_n} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$$

Após a formulação do modelo atômico planetário, Niels Bohr se transferiu para o laboratório de Rutherford, onde começou a desenvolver um modelo atômico reunindo as ideias de Planck, Einstein e Rutherford, para explicar o espectro de emissão do átomo de hidrogênio.

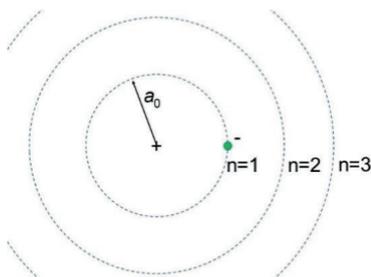
Partindo do modelo planetário, Bohr simplesmente postulou que:

I) O átomo só pode estar em certos estados estacionários descritos por um conjunto discreto de órbitas permitidas com correspondentes energias permitidas.

II) Nesses estados estacionários permitidos, o elétron não irradiará e, portanto, não colapsará com o núcleo.

III) O átomo só pode mudar de estado quando o elétron muda de uma órbita permitida para outra órbita permitida, emitindo ou absorvendo um fóton.

Figura 2.14 | Modelo atômico de Bohr



Fonte: elaborada pelo autor.



Assimile

Absorção: um átomo pode absorver um fóton, então, como consequência, um elétron salta para um nível de energia mais alto. A diferença de energia entre os níveis da transição é a energia absorvida do fóton.

Emissão: quando o elétron sofre uma transição para um nível de energia mais baixo, um fóton é emitido com a mesma energia que separa os níveis envolvidos na transição.

A partir da Figura 2.14, podemos discutir os aspectos dos postulados de Bohr. Segundo o primeiro postulado, o elétron deve ter órbitas bem definidas com raios dados pela seguinte equação: $r_n = n^2 a_0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), onde a_0 é uma constante conhecida como o raio de Bohr, podendo ser escrita como:

$$a_0 = \frac{q^2}{2hcR_H}$$

O raio de Bohr é uma constante da natureza que é escrita em termos de outras constantes universais, como a constante de Planck

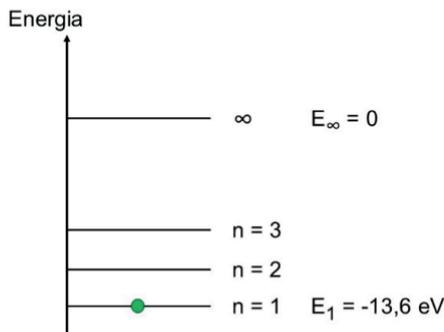
h, a velocidade da luz no vácuo c , a constante de Rydberg R_H e de uma constante $q^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$, sendo $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ a carga do elétron e $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ a permissividade do vácuo.

Para cada órbita, o átomo assume um número inteiro positivo n , que aumenta conforme o raio da órbita aumenta. Além disso, cada órbita está associada a um nível de energia que é escrito da seguinte forma:

$$E_n = -\frac{q^2}{2n^2 a_0} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

O nível $n = 1$ é conhecido como nível ou estado fundamental, ou seja, o estado de menor energia do átomo e, utilizando a equação acima, seu valor é $E_1 = -13,6 \text{ eV}$. Esse é praticamente o valor encontrado experimentalmente, e esse é um fator que explica a popularidade do modelo de Bohr. A Figura 2.15 mostra os três primeiros níveis de energia, bem como o nível escolhido com energia igual a zero, que está no infinito em relação ao núcleo atômico, ou seja, são necessários $13,6 \text{ eV}$ de energia para arrancar o elétron do átomo de hidrogênio.

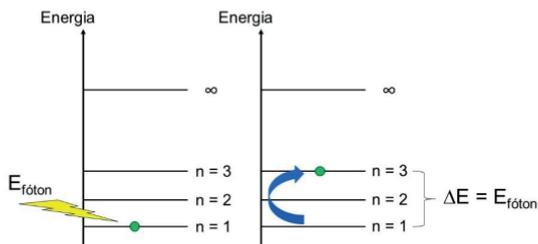
Figura 2.15 | Níveis de energia do átomo de hidrogênio



Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com o modelo de Bohr, um elétron pode ser promovido para outro nível, com energia maior, se ele absorve um fóton que tenha a mesma energia que a diferença entre os dois níveis envolvidos na transição. A Figura 2.16 mostra que um elétron, no estado fundamental do átomo de hidrogênio, absorve um fóton de energia $E_{\text{fóton}}$ e é promovido para o nível com $n = 3$. Essa transição só é possível, pois a diferença de energia entre os níveis $n = 1$ e $n = 3$ é exatamente a energia do fóton, ou seja, $\Delta E = E_{\text{fóton}}$.

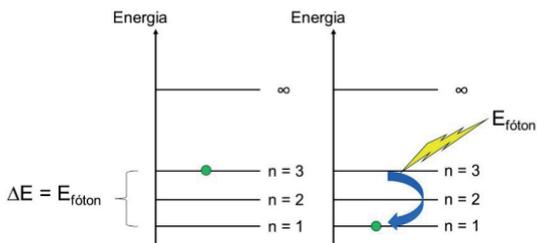
Figura 2.16 | Absorção de um fóton



Fonte: elaborada pelo autor.

Um elétron, em geral, não permanece por muito tempo em um nível excitado, isso significa que após um certo intervalo, ele deve retornar ao nível fundamental. Nesse processo, o átomo deve emitir um fóton com uma energia exatamente igual à diferença de energia entre os níveis da transição, como mostra a Figura 2.17.

Figura 2.17 | Emissão de um fóton



Fonte: elaborada pelo autor.

O modelo de Bohr consegue explicar de maneira satisfatória o átomo de hidrogênio. Entretanto, uma teoria ainda mais completa é necessária para explicar os outros átomos. Nele, é postulada a estabilidade do átomo e não se leva em conta a característica ondulatória da matéria. Independentemente das falhas de seu modelo, muitos termos e ideias de Bohr foram utilizados em modelos atômicos mais refinados.



Exemplificando

Na relação $r_n = n^2 a_0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), o menor raio é aquele com $n = 1$, o que corresponde ao raio de Bohr $r_1 = 1^2 a_0 \rightarrow r_1 = a_0$. Bohr conseguiu obter uma relação que expressa o raio de Bohr em termos de

outras constantes universais da Física. Encontre o raio de Bohr e calcule a energia de ionização do átomo de hidrogênio. Dados: $a_0 = \frac{q^2}{2hcR_H}$,

$$E_n = -\frac{q^2}{2n^2 a_0}$$

Resolução:

Vamos primeiramente calcular a constante $q^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$; sendo

$e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ a carga do elétron e $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$ a permissividade do vácuo, temos:

$$q^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{(-1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{4\pi(8,8510^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2)} = 2,30 \times 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

Agora, substituímos esse valor na relação do raio de Bohr; utilizando a constante de Rydberg $R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, a constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ e a velocidade da luz $c = 2,99 \times 10^8 \text{ m/s}$, temos:

$$a_0 = \frac{q^2}{2hcR_H} = \frac{(2,30 \times 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m}^2)}{2 \cdot (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \cdot (2,99 \times 10^8 \text{ m/s}) (1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1})}$$

$$a_0 \approx 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Utilizando o raio de Bohr encontrado, podemos encontrar o nível com a menor energia (mais negativo) do átomo de hidrogênio. Inspeccionando a equação $E_n = -\frac{q^2}{2n^2 a_0}$, verificamos que, quanto maior o valor de n , menos negativa fica a energia, portanto, o nível com a menor energia é o nível fundamental, com $n = 1$. Vamos calcular essa energia:

$$E_n = -\frac{q^2}{2n^2 a_0} = -\frac{(2,30 \times 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m}^2)}{2 \cdot 1^2 \cdot (5,29 \times 10^{-11} \text{ m})} = -2,17 \times 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_1 = (-2,17 \times 10^{-18} \text{ J}) \left(\frac{1}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \right) = -13,6 \text{ eV}$$

Para ionizar o átomo de hidrogênio, é preciso fornecer 13,6 eV.

Os níveis de energia mais externos em um átomo são conhecidos como camada de valência, e sua ocupação depende do número atômico do átomo. Existe um teste conhecido como “teste de chama”, que consiste em colocar uma pequena quantidade de um elemento

sobre a chama de um bico de Bunsen. Diferentes cores são emitidas por diferentes elementos, como pode ser conferido na tabela a seguir:

Tabela 2.3 | Teste de chamas

Nome	Símbolo	Cor
Potássio	K	Lilás
Sódio	Na	Amarelo
Fósforo	P	Verde
Magnésio	Mg	Branco
Estrôncio	Sr	Vermelho
Ferro	Fe	Dourada

Fonte: elaborada pelo autor.

As cores indicadas dependem do espectro de emissão dos metais. Essa é a base da cor emitida pelos fogos de artifício, de modo que esse fenômeno quântico faz parte de nossos dias de festa.



Refleta

Imagine um átomo com Z elétrons. O que é mais fácil? Arrancar um elétron em uma camada mais interna ou elétrons de uma camada mais externa, chamada “camada de valência”?



Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos, leia o capítulo 30: (Mais ondas de matéria) do livro de HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física 4**. Trad. Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

Sem medo de errar

Você deve se lembrar que fará o papel de um professor de Física do Ensino Médio, que está orientando equipes em uma feira de ciências. A segunda equipe sob sua orientação preparará um experimento para ilustrar a estrutura de níveis eletrônicos dos átomos.

Como experimento de apoio, você sugeriu a luminária quântica, onde os alunos utilizam o bico de Bunsen, sob a supervisão do técnico do laboratório, sobre três ampolas não identificadas com elementos

distintos, que devem ser testados e os elementos identificados. Afinal, a aprendizagem dos estudantes fica mais significativa quando você abre espaço para que eles investiguem o fenômeno e superem desafios por conta própria.

A equipe foi para o laboratório e realizou o teste de chama com o bico de Bunsen, que consiste em pegar uma pequena fração do elemento com a ponta de um arame fino e colocá-lo na chama do bico de Bunsen. Os próprios alunos filmaram a realização do experimento com seus celulares, para apresentar no dia da feira de ciências. Eles anotaram a cor que é emitida por cada elemento ao ser aquecido; foram realizados esses procedimentos duas vezes para cada elemento, e a Tabela 2.4 foi montada:

Tabela 2.4 | Resultado do teste de chamas

Elemento	Cor
A	Vermelho
B	Amarelo
C	Verde

Fonte: elaborada pelo autor.

A Tabela 2.4 foi comparada com a Tabela 2.3, e os alunos concluíram que os elementos podem ser: Elemento A, Estrôncio; Elemento B, Sódio; Elemento C, Fósforo.

Depois do experimento, os alunos se reuniram na biblioteca. Depois, voltaram a procurá-lo, durante a semana. Eles estudaram sobre o modelo atômico de Bohr no livro-texto de Física e entenderam que, em um modelo semelhante ao modelo de Bohr, os elétrons podem ocupar camadas com energias bem definidas e que existe uma regra para preencher os elétrons nessas camadas. A última camada preenchida por elétrons é chamada de camada de valência, e existem outros níveis (ou camadas) de energia acima da camada de valência.

A energia do bico de Bunsen é suficiente para excitar os elétrons de valência até certo nível. Quando os elétrons de valência voltam para o seu nível de origem, ou para o estado fundamental do átomo, ocorre a emissão de um fóton, com comprimentos de onda que estão na faixa visível para os olhos humanos, sendo, portanto, possível identificar os elementos visualmente. Para uma identificação inequívoca, podemos utilizar um espectrômetro, por exemplo, pois cada linha emitida é como uma impressão digital do elemento.

Você parabenizou os estudantes por sua pesquisa e lançou um último

desafio: qual é, aproximadamente, a energia dos fótons de cada cor observada? Eles podem associar a cor observada a um comprimento de onda λ e, dessa forma, encontrar a energia do fóton emitido, utilizando a relação de Planck $E = \frac{hc}{\lambda}$.

Eles encontraram os comprimentos de onda 685 nm, 580 nm e 566 nm para as cores vermelha, amarela e verde, respectivamente. Assim:

$$E_{\text{vermelho}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{vermelho}}} = \frac{4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{685 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1,8 \text{ eV}$$

$$E_{\text{amarelo}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{amarelo}}} = \frac{(4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{580 \times 10^{-9} \text{ m}} = 2,1 \text{ eV}$$

$$E_{\text{verde}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{verde}}} = \frac{4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{566 \times 10^{-9} \text{ m}} = 2,2 \text{ eV}$$

Agora, a equipe está pronta para apresentar a seus colegas o vídeo, seus novos conhecimentos e os resultados obtidos. O que mais você sugeriria para a organização da apresentação? Que sugestões daria para a equipe? Por exemplo, você pode escrever um pequeno roteiro para a apresentação: que pode iniciar com o experimento, seguido da identificação dos elementos e terminando com a explicação do fenômeno.

Avançando na prática

Teste da lâmpada de hidrogênio

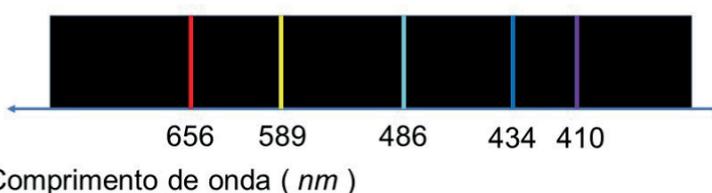
Descrição da situação-problema

Você foi contratado em uma empresa que fabrica lâmpadas de hidrogênio, e seu trabalho é coletar espectros de amostras de um lote de lâmpadas, a fim de verificar se elas atendem aos padrões de qualidade da empresa.

Uma lâmpada de hidrogênio é construída colocando-se o elemento em um tubo evacuado, cujas extremidades são equipadas com eletrodos. Uma tensão elétrica é aplicada aos eletrodos, o que faz surgir uma corrente elétrica no interior do tubo, que excita os átomos de hidrogênio que, por sua vez, começam a emitir luz com um espectro bem característico.

Seu trabalho é coletar o espectro da lâmpada com um espectrômetro e analisá-lo em um gráfico. Um dos lotes apresentou o seguinte espectro, mostrado na Figura 2.18:

Figura 2.18 | Espectro de uma lâmpada de hidrogênio



Fonte: elaborada pelo autor.

Imediatamente, você observa que existe uma linha que não parece ser do espectro de hidrogênio. Você deseja não somente reportar o problema, mas, se possível, já identificar sua causa e uma possível solução.

Resolução da situação-problema

Primeiramente, você compara o espectro sob suspeita com um espectro padrão, como o da Figura 2.13, e identifica que a linha de cor amarelo, e comprimento de onda 589 nm , não pode vir do átomo de hidrogênio.

Você consulta a literatura e verifica que o sódio emite uma cor amarela bem intensa. Você, então, vai até o almoxarifado da empresa e solicita uma amostra de sódio, realiza então o teste de chama e obtém um espectro com o espectrômetro. Você confirma que o comprimento de onda estranho, que aparece no espectro da lâmpada, parece ser do sódio.

Antes de entregar um relatório sobre o caso, você vai até a seção de montagem e descobre que eles estão utilizando sódio como um dos eletrodos. Você conclui, de alguma maneira, que o sódio deve estar contaminando o hidrogênio no interior da lâmpada.

Você faz, então, o relatório, sugerindo a troca do eletrodo por um menos contaminante. Assim, seu gestor se surpreende ao ler seu relatório e lhe parabeniza pelo ótimo trabalho realizado.

Faça valer a pena

1. Balmer foi um professor secundarista suíço, que descobriu uma formulação que descrevia matematicamente uma série de linhas na emissão do átomo de hidrogênio. Outras séries que ficaram famosas são conhecidas como série de Lyman e série de Paschen, dadas pelas seguintes relações:

$$\text{Série de Lyman: } \frac{1}{\lambda_n} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

Série de Paschen: $\frac{1}{\lambda_n} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$

Dados: $R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Se $n = 4$ e uma linha emitida tem 1875,24 nm, qual série descreve esse comprimento de onda e qual é o comprimento de onda encontrado pela outra série?

- a) Série de Lyman, $\lambda_4 = 972,3 \text{ nm}$.
- b) Série de Paschen, $\lambda_4 = 97,23 \text{ nm}$.
- c) Série de Lyman, $\lambda_4 = 97,23 \text{ nm}$.
- d) Série de Paschen, $\lambda_4 = 972,3 \text{ nm}$.
- e) Série de Lyman, $\lambda_4 = 9723 \text{ nm}$.

2. Um elétron passa de um nível de energia do átomo de hidrogênio com $n = 6$ para o estado fundamental. Dado: energia do átomo $E_n = -\frac{q^2}{2n^2 a_0}$.

I. Após a transição do elétron, o átomo emite um fóton de energia $E_{\text{fóton}} = 2,12 \times 10^{-18} \text{ J}$.

POIS

II. O elétron vai de um nível mais baixo para um nível mais alto de energia. Marque a alternativa que responde corretamente às afirmações acima, bem como relação entre elas:

- a) Ambas as afirmativas estão corretas e a afirmativa II justifica a I.
- b) Ambas as afirmativas estão corretas, mas a afirmativa II não justifica a I.
- c) Ambas as afirmativas estão incorretas.
- d) Apenas a afirmativa I está correta.
- e) Apenas a afirmativa II está correta.

3. Um fóton, com energia de aproximadamente $2,14 \times 10^{-18} \text{ J}$, é totalmente absorvido por um átomo de hidrogênio que está inicialmente no estado fundamental.

- I. O estado fundamental para o átomo de hidrogênio é aquele com $n = \infty$.
- II. Ao absorver o fóton, o átomo vai para um estado de energia com $n = 8$.
- III. O estado fundamental para o átomo de hidrogênio é aquele com $n = 1$.

Marque a alternativa que indica corretamente a sequência de verdadeiro (V) ou falso (F), acerca das afirmativas anteriores:

- a) V – V – F.
- b) V – F – F.
- c) F – F – F.
- d) F – F – V.
- e) F – V – V.

Seção 2.3

Experimentos de dupla fenda

Diálogo aberto

Olá, estudante! Nas últimas duas seções, vimos que a quantização da energia de Planck levou Einstein a explicar o efeito fotoelétrico e Bohr a desenvolver o modelo de níveis de energia quantizada para o átomo de hidrogênio.

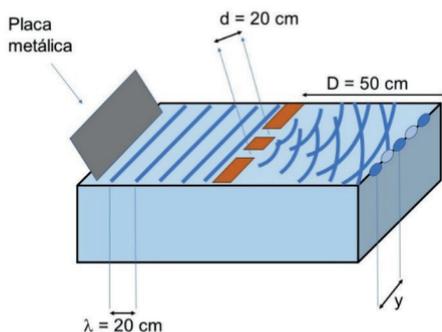
Aqui, apresentaremos e detalharemos o experimento de dupla fenda, que nos ajuda a descrever a propagação de partículas muito pequenas, comportando-se como uma onda. Esse conhecimento levou ao desenvolvimento do microscópio eletrônico, no qual um feixe de elétrons é utilizado no lugar da luz do microscópio óptico.

Como você já sabe, sua tarefa nesta unidade é desempenhar o papel de um professor de Física do Ensino Médio de uma escola, que está realizando uma feira de ciências, abordando a Mecânica Quântica. Para os alunos, essa é uma ótima oportunidade de aprender uma teoria que fez nossa sociedade avançar muito, em termos de tecnologia. Para você, como professor, essa é uma oportunidade de se desenvolver profissionalmente, ao procurar maneiras eficientes de explicar conceitos quânticos, que não são triviais.

A última equipe que você orientará deve abordar os conceitos da dualidade onda-partícula. Para esse fim, você sugeriu, inicialmente, a construção de um experimento de dupla fenda com luz. No entanto, a direção da escola não conseguiu liberar recursos suficientes para tal experimento. Dessa forma, você se lembrou que é possível realizar um experimento com uma cuba com água, que ilustra o comportamento da luz no experimento de dupla fenda de maneira satisfatória, ainda que trabalhando com ondas sobre a água.

Após um certo tempo pesquisando sobre como montar a cuba sugerida, o grupo se reuniu e fez uma montagem, como está ilustrada na Figura 2.19.

Figura 2.19 | Cuba com água para o experimento de dupla fenda



Fonte: elaborada pelo autor.

A cuba é feita de vidro e é preenchida com água, duas fendas com distância $d = 20 \text{ cm}$ uma da outra são montadas, de modo que elas ficam a uma distância $D = 50 \text{ cm}$ do fim da cuba. Com uma placa metálica, um dos alunos bate na superfície da água periodicamente, de modo a criar frentes de onda.

Ao passar pelas fendas, a onda difrata e duas novas ondas são formadas; essas ondas se interferem e, no final da cuba, é possível observar pontos de máxima densidade de água e pontos de mínima densidade. Os alunos conseguiram ajustar as batidas na água de modo que a distância entre dois máximos adjacentes, no final da cuba, sempre chegue a um mesmo valor $y = 12,5 \text{ cm}$. Dessa maneira, você precisa ajudá-los a descobrir o comprimento de onda.

Você também sugere aos estudantes apresentarem, em um pôster, o resultado de um experimento de dupla fenda quântico real. Para fazer isso, eles precisam estimar qual é a distância d das fendas para o experimento de dupla fenda quântico. Nesse caso, utilizando luz com comprimento de onda $\lambda = 600 \text{ nm}$, observa-se padrões no anteparo com $y = 1 \text{ mm}$, que estão a uma distância $D = 50 \text{ cm}$ das fendas. Eles também precisam calcular o momento "p" carregado pela onda eletromagnética.

Para ajudar esses alunos a encontrar os valores solicitados, você precisa compreender os fundamentos dos experimentos de dupla fenda. Vamos começar?

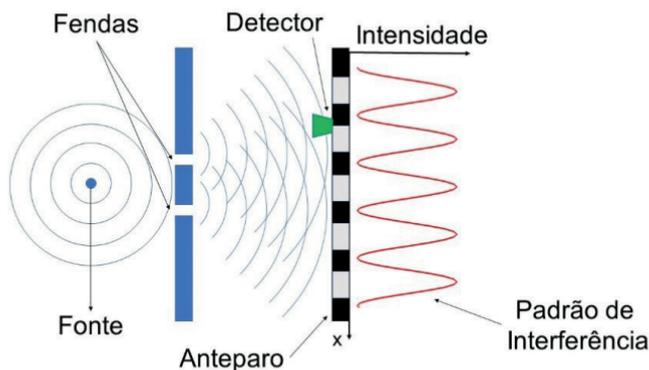
Não pode faltar

A luz é um tema que sempre intrigou as pessoas que estudam a natureza. Na época de Newton, havia duas correntes de pensamento que explicavam a luz. Newton apoiava a ideia de que a luz era composta por corpúsculos de matéria que eram emitidos em todas as direções a partir da fonte. Por outro lado, havia, por exemplo, a teoria ondulatória da luz de Christiaan Huygens, que assumia que a luz era uma série de ondas emitidas pela fonte, e a propagação dessas ondas deveria acontecer no chamado éter luminoso.

Por volta de 1801, Thomas Young realizou um experimento que observava o fenômeno de interferência para a luz, semelhante ao que era conhecido para ondas de matéria, como ondas em um lago e ondas sonoras. Posteriormente, o trabalho de Maxwell reforçou a hipótese ondulatória, estabelecendo que a luz é uma onda eletromagnética. Até os dias de hoje, caracterizamos a luz como uma onda quando falamos em comprimento de onda, frequência ou amplitude da radiação eletromagnética.

Você deve estar se perguntando: se a luz é uma onda eletromagnética, como fica a hipótese de Einstein de que a luz é composta pelas partículas de luz, os fótons? Para esclarecer essa dualidade onda-partícula da luz, vamos descrever primeiramente uma versão do experimento de Young.

Figura 2.20 | Esquema do experimento de dupla fenda de Young



Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 2.20, está esquematizado o conhecido experimento de dupla fenda de Young, visto por cima e em corte. O experimento consiste em passar luz por duas fendas e observar o que acontece em um anteparo.

Do lado esquerdo da figura, temos uma onda puntiforme de luz monocromática, que emite ondas de luz em todas as direções. Os círculos podem ser definidos como as frentes de onda, onde a amplitude do campo elétrico é máxima, por exemplo, enquanto a distância entre as frentes de onda define o comprimento de onda.

Ao passar pelas fendas, a luz sofre o fenômeno de difração, isto é, ela espalha, como se cada fenda produzisse uma nova onda com as mesmas características da onda incidente. Para que ocorra o fenômeno da difração, a largura da fenda tem de ser da ordem do comprimento de onda da luz incidente.

Como temos duas ondas se propagando, após a passagem pelas fendas, ocorrerão efeitos comuns da ondulatória, conhecidos como "interferência". O efeito da interferência pode ser visualizado com o auxílio de um anteparo colocado após as fendas. O anteparo pode ser feito de uma placa escura, que vai ficando branca à medida que recebe uma maior quantidade de luz. Do lado direito da Figura 2.20, mostramos um gráfico de intensidade em função da distância x do anteparo. O gráfico nos mostra pontos de intensidade máxima, intercalados por pontos de intensidade mínima. Esse é um padrão conhecido como padrão de interferência, que foi observado por Young e que demonstrou a característica ondulatória da luz.

Utilizando argumentos geométricos, o padrão de interferência do experimento é bem descrito pela relação

$$y = \frac{\lambda D}{d},$$

onde y é a distância entre dois máximos adjacentes no anteparo, d é a distância entre as duas fendas, D é a distância entre as fendas e o anteparo, e λ é o comprimento de onda. Para dedução completa dessa expressão, consulte a página 85 do capítulo 35 (Interferência) do livro de Halliday, Resnick e Walker (2016).

Para interpretarmos esse experimento em termos de fótons, primeiro precisamos detectá-los e, por isso, colocamos um detector de fótons no eixo x do anteparo da Figura 2.20. O detector é capaz de

perceber um único fóton e produz um pequeno estalo quando o faz.

A fonte de luz monocromática emite muitos fótons ao ser ligada. Desse modo, os fótons passam pelas fendas e, ao chegarem no anteparo, começamos a ouvir os estalos produzidos no detector (isso ocorre quase que instantaneamente). Os estalos são aleatórios e não é possível prever o momento em que acontecerão, no entanto, ao mover o detector no eixo-x, percebemos que existem pontos onde mais estalos ocorrem e pontos onde os estalos são raros, correspondendo aos máximos e mínimos do padrão de interferência.

A partir do experimento com o detector, podemos dizer que existe uma probabilidade de detectar um fóton em torno de um certo ponto no eixo-x. Quanto maior a intensidade, maior será a probabilidade de encontrar um fóton no detector, ao passo que, se a intensidade diminui, também diminui a probabilidade de detecção. Como a intensidade da luz em um certo ponto está associada ao quadrado da amplitude do campo elétrico, podemos definir que a probabilidade de detecção é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico da luz associado a esse ponto.



Assimile

A probabilidade de detecção de um fóton em torno de um ponto x é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico no ponto x .

O exemplo de experimento de dupla fenda acima foi realizado utilizando muitos fótons, de tal modo que é até compreensível o fato de que muitas partículas passando por duas fendas ao mesmo tempo possam ter algum tipo de interação, com as fendas e entre si, formando algum padrão de interferência. Vamos modificar um pouco essa situação, utilizando uma fonte que emita um fóton por vez a intervalos relativamente grandes. Desse modo, passa apenas um fóton por vez pelas fendas. Esse experimento foi realizado pelo cientista Geoffrey I. Taylor, pouco tempo após Einstein ter resolvido o problema do efeito fotoelétrico.

Não sabemos por qual das duas fendas o fóton passará, nem em que ponto do eixo-x do anteparo ele será detectado. Inicialmente, os fótons são detectados em pontos aleatórios do anteparo, mas, passado um tempo suficientemente grande, podemos observar a formação de

um padrão de interferência no anteparo.

As informações que temos são: um fóton é gerado na fonte monocromática e é detectado em algum ponto no anteparo. Existem fendas no meio do caminho desse fóton e que, após muito tempo, depois de muitos fótons fazerem esse percurso, um padrão de interferência é gravado no anteparo.

Não temos informação sobre a propagação do fóton, mas, com as informações acima, podemos levantar a hipótese de que o fóton se propaga como uma onda de probabilidade de luz, que preenche todo o espaço entre sua emissão e sua detecção. As fendas introduzem um termo de interferência, que faz com que a probabilidade de detecção no eixo-x tenha pontos de probabilidade máxima e pontos de probabilidade mínima, no anteparo. Ao ser detectado, o fóton transfere energia e momento linear.

Portanto, podemos dizer que o fóton é nosso primeiro exemplo de dualidade onda-partícula. Como acabamos de discutir, durante sua propagação, podemos entender o fóton como uma onda de probabilidade que preenche todo o espaço. No entanto, na emissão ou na sua detecção, o fóton se comporta como uma partícula, com energia e momento.

A partir de Planck e Einstein, aprendemos que um fóton possui energia E , que pode ser escrita em termos da frequência ν ou do comprimento de onda λ , da radiação associada, da seguinte maneira:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

onde $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ é a constante de Planck e c é a velocidade da luz.

Considere, agora, o momento linear de uma partícula. Do ponto de vista clássico, como em uma tacada de bilhar, por exemplo, a bola branca transfere energia e momento, $\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v}$, para a bola alvo escolhida. No SI (Sistema Internacional, referente a unidades de medida), a unidade de energia é o joule [J], enquanto que para o momento temos [$\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$]. A partir de suas equações relativísticas para energia, Einstein chegou à seguinte equação geral, que relaciona energia, momento e massa:

$$E^2 = (\mathbf{pc})^2 + (mc^2)^2.$$

Vamos definir que fóton é uma partícula de luz que não possui

massa. Na equação acima, fazemos $m = 0$ e, portanto, temos: $p = \frac{E}{c}$.

Substituindo o termo de energia pela relação de Planck na equação, ficamos com:

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Essa equação é conhecida como a equação de momento do fóton. Por exemplo, o momento de um fóton de um comprimento de onda $\lambda = 488 \text{ nm}$ é:

$$p = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{488 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1,36 \times 10^{-27} \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{m}}.$$



Refleta

As unidades $\left[\frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{m}} \right]$ e $\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right]$ são iguais?

Em 1924, houve um grande avanço na Mecânica Quântica devido a uma ideia brilhante do Físico Louis de Broglie. Segundo seu raciocínio, um feixe de partículas massivas com tamanhos da ordem do átomo pode se comportar como um feixe de fótons, ou seja, deve se propagar como uma onda de probabilidade de matéria que ocupa todo o espaço entre sua emissão e detecção.

Nesse caso, a equação de momento do fóton deve ser escrita da seguinte forma:

$$\lambda_{\text{de Broglie}} = \frac{h}{p}.$$

Essa equação associa um comprimento de onda $\lambda_{\text{de Broglie}}$, conhecido como comprimento de onda de "de Broglie", a uma partícula com massa, como os elétrons, prótons etc.

Sabemos que um átomo tem dimensões da ordem de $1 \times 10^{-10} \text{ m}$ e, se lembrarmos do modelo atômico de Bohr, podemos pensar que essa é a ordem de um raio atômico.



Exemplificando

Vamos calcular o comprimento de onda de "de Broglie" para um elétron com $K = 100 \text{ eV}$ de energia cinética.

Resolução:

Para isso, podemos calcular o momento a partir da seguinte relação:

$$p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2 \cdot (9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}) \cdot (100 \text{ eV}) \cdot (1,6 \times 10^{-19} \text{ J / eV})}$$
$$p = 5,40 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m / s}$$

Utilizando a relação de "de Broglie", temos:

$$\lambda_{\text{de Broglie}} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{5,40 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m / s}} = 1,23 \times 10^{-10} \text{ m}$$

O resultado da equação acima nos mostra que o comprimento de onda de "de Broglie" para um elétron com energia cinética de **100 eV** é **$1,23 \times 10^{-10} \text{ m}$** , que é da mesma ordem do raio atômico.

Utilizando o mesmo raciocínio do "Exemplificando", qual seria o comprimento de onda de uma pessoa com massa **$m = 80 \text{ kg}$** e velocidade, bem alta, **$v = 10 \text{ m / s}$** ? O momento dessa pessoa veloz pela relação do momento clássico fica:

$$p = m \cdot v = (80 \text{ kg}) \cdot (10 \text{ m / s})$$
$$p = 800 \text{ kg} \cdot \text{m / s}$$

Utilizando a equação de "de Broglie" temos:

$$\lambda_{\text{de Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{800 \text{ kg} \cdot \text{m / s}}$$
$$\lambda_{\text{de Broglie}} = 8,3 \times 10^{-37} \text{ m}$$

O comprimento de onda de "de Broglie" para um indivíduo corredor é muito pequeno, de modo que os efeitos quânticos sobre ele, nessa sua escala macroscópica, são desprezíveis. A equação "de Broglie", com a constante de Planck, estabelece uma escala das coisas pequenas, de modo que ela é válida desde elétrons até moléculas mais complexas, contendo muitos átomos.

Para provar que de Broglie estava certo, alguns físicos experimentais realizaram o experimento de dupla fenda de Young, o mesmo da Figura 2.20, utilizando uma fonte que emitia um elétron por vez, com a exigência de que cada elétron emitido deveria "iluminar" um ponto no anteparo.

Após ligar a fonte de elétrons, percebe-se que pontos vão aparecendo no anteparo sem uma ordem definida. No entanto, quando se observa a tela do anteparo após um tempo suficientemente longo, verifica-se que partes da tela estão iluminadas, intercaladas por partes não iluminadas, ou seja, estamos diante de um padrão de interferência, o que confirma a hipótese de de Broglie.

Como os pontos no anteparo são iluminados aleatoriamente, e, após um certo tempo, observamos um padrão de interferência, podemos dizer que o feixe de elétron, ao se propagar, se comporta como uma onda de probabilidade de matéria. Portanto, partículas com dimensões atômicas também podem ser pensadas como ondas de matéria, e essa é a segunda dualidade onda-partícula que discutimos nesta seção.



Assimile

Partículas quânticas são duais, no sentido de que elas se comportam como corpúsculos, quando são emitidas/absorvidas, e como onda de probabilidade, durante sua propagação.

Quando um fóton sai de sua fonte e chega até o detector, ele traz informação consigo, pois você consegue medir sua energia e momento. Uma partícula como o elétron também carrega energia, momento e massa.

A partir de agora, vamos descrever uma onda de matéria em termos de sua função de onda $\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, t)$; perceba que esta função depende das coordenadas espaciais e do tempo, além disso, ela é uma função complexa no sentido matemático e pode ser escrita em termos de uma amplitude multiplicada por um termo contendo apenas uma fase, da seguinte forma:

$$\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, t) = \psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})e^{-i\omega t}.$$

Nesse caso, o termo $\psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, que é a amplitude da função de onda, é, em geral, um termo complexo, que contém apenas as coordenadas espaciais, enquanto o outro termo, $e^{-i\omega t}$, contém explicitamente o tempo e a frequência angular da onda $\omega = 2\pi\nu$.

A probabilidade de detectar uma partícula em um certo ponto $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ do espaço, cuja função de onda é descrita pela função acima, é dada pelo quadrado do módulo da amplitude da função de onda, ou seja:

$$|\psi(x, y, z)|^2.$$

Essa quantidade, conhecida como **densidade de probabilidade**, é um número real e possui o significado físico, que quantifica a probabilidade de encontrar a partícula naquele determinado ponto do espaço.



Exemplificando

Sendo a função de onda de uma partícula livre dada por $\psi(x) = \psi_0 e^{ikx}$, calcule sua densidade de probabilidade $|\psi|^2$.

Resolução:

O quadrado do módulo de uma função complexa ψ pode ser obtido multiplicando a função pelo seu complexo conjugado ψ^* (a regra para encontrar o complexo conjugado ψ^* é trocar i por $-i$ em ψ). Portanto, vamos escrever a função e seu complexo conjugado: $\psi = \psi_0 e^{ikx}$; $\psi^* = (\psi_0)^* e^{-ikx}$. Assim,

$$|\psi|^2 = \psi\psi^* = (\psi_0) e^{ikx} \cdot (\psi_0)^* e^{-ikx} = (\psi_0)(\psi_0)^* e^{ikx} e^{-ikx} = (\psi_0)(\psi_0)^*.$$

Aqui, vamos supor duas situações:

I. A primeira é que ψ_0 seja um número complexo que pode ser escrito como $\psi_0 = a + ib$, logo, o seu complexo conjugado fica $\psi_0^* = a - ib$; o produto $\psi_0 \cdot \psi_0^* = (a + ib) \cdot (a - ib) = a^2 + b^2$ é um número real.

II. Se ψ_0 é uma constante real, então ψ_0^* também é real.

Nas duas situações, a densidade de probabilidade de uma partícula livre $|\psi|^2 = (\psi_0)(\psi_0)^*$ é um valor real.

Uma equação bastante famosa em Mecânica Quântica é a equação de Schrödinger, que foi desenvolvida pelo físico Erwin Schrödinger em 1927. Sua versão unidimensional pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} [E - U(x)]\psi(x) = 0$$

Essa equação descreve a dinâmica de um problema de Mecânica Quântica, de modo similar ao que a equação da segunda Lei de Newton realiza para um problema de Física Clássica. As soluções dessa equação, $\psi(x)$, são um conjunto de funções de onda, cada uma com uma energia E associada. Nesse caso particular, $\psi(x)$, é a amplitude da função de

onda da partícula de massa m e energia total E , sujeita a alguma força devido a uma energia potencial $U(x)$. Esse tipo de equação é bastante comum em Física, Matemática, Química e engenharias. Ela é conhecida como equação diferencial, pois envolve derivadas da função Ψ . Existem métodos que nos ensinam a calcular Ψ a partir do formato da equação diferencial ao qual a função está submetida.

A solução da equação acima exige informações acerca dos vínculos aos quais a partícula está inserida, ou seja, qual é a força à qual ela está submetida. Vamos supor que estamos lidando com uma partícula livre e, nesse caso, a energia potencial da partícula é nula, $U(x) = 0$, para qualquer valor no eixo- x , e sua energia total fica igual à energia cinética da partícula, $E = \frac{mv^2}{2}$. Substituindo esses valores na equação de Schrödinger, temos:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} \left(\frac{mv^2}{2} \right) \psi(x) = 0.$$

Definindo o número quântico angular $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, que quando multiplicado por $h/2\pi$ tem unidades de momento, podemos simplificar para a equação da partícula livre de Schrödinger:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0.$$

A solução mais geral dessa equação diferencial é:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx},$$

onde $i = \sqrt{-1}$, A e B são números reais constantes e as exponenciais podem ser escritas de outra forma: $e^{ikx} = \cos(kx) + i\text{sen}(kx)$; $e^{-ikx} = \cos(kx) - i\text{sen}(kx)$.

Para simplificar a solução $\psi(x)$, podemos escolher $B = 0$ e $A = \psi_0$ como uma constante, assim, teremos: $\psi(x) = \psi_0 e^{ikx}$.

A função de onda acima descreve a propagação espacial de uma partícula livre no eixo- x .



Exemplificando

Mostre que a função de onda $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ é uma solução da equação de Schrödinger para a partícula livre. Resolução:

A equação de Schrödinger para uma partícula livre pode ser escrita da

seguinte forma:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0$$

A partir dessa equação, observamos que existe uma derivada segunda da função de onda com respeito a x , somado à própria função de onda multiplicada pelo quadrado do número quântico angular k .

Para resolver a questão, vamos calcular a derivada primeira:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \rightarrow \frac{d\psi}{dx} = A(ik)e^{ikx} + B(-ik)e^{-ikx}$$

agora, a derivada segunda:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\psi}{dx} \right) = A(ik)(ik)e^{ikx} + B(-ik)(-ik)e^{-ikx}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = A(i^2k^2)e^{ikx} + B(i^2k^2)e^{-ikx} = A(-k^2)e^{ikx} + B(-k^2)e^{-ikx}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}) = -k^2\psi$$

onde $i^2 = -1$. Podemos substituir esse resultado na equação de Schrödinger:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi(x) &= 0 \\ -k^2\psi(x) + k^2\psi(x) &= 0 \rightarrow ok \end{aligned}$$

Como a equação de Schrödinger foi satisfeita, podemos dizer que a função de onda $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ é uma solução.

Uma consequência da Equação de Schrödinger é o chamado princípio da incerteza, enunciado por Werner Heisenberg em 1927. Segundo esse princípio, não é possível saber com precisão absoluta o valor de dois observáveis correlacionados. Um exemplo de pares correlacionados é a posição x e o momento p_x de uma partícula. O princípio da incerteza afirma que o produto da indeterminação na posição Δx e da indeterminação no momento Δp_x não pode ser menor que a constante de Planck normalizada:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

onde $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (lê-se “h cortado”).

Podemos entender as indeterminações como a precisão com que se consegue determinar, ao mesmo tempo, a posição e o momento de uma partícula. Por exemplo, uma partícula livre que tenha um momento bem definido (uma velocidade conhecida), terá uma indeterminação nesse observável muito pequena $\Delta p_x \rightarrow 0$, portanto, segundo o princípio de Heisenberg: $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$, então, se $\Delta p_x \rightarrow 0$, teremos $\Delta x \rightarrow \infty$. Isso significa que a indeterminação na posição será muito grande, e nada pode ser dito a respeito da posição dessa partícula. Do mesmo modo, o princípio da incerteza indica que uma partícula confinada em um espaço muito pequeno (posição conhecida) terá uma velocidade desconhecida. Vale ressaltar que o princípio da incerteza não é uma questão de limites técnicos na precisão dos instrumentos de medida, mas, sim, uma consequência natural da Mecânica Quântica.



Pesquise mais

Compreenda melhor os conceitos apresentados! Leia as páginas 610-611 a 611 do livro de HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. Lembre-se de que ele está disponível gratuitamente em sua biblioteca virtual!

Sem medo de errar

Lembre-se de que nesta unidade, você é um professor de Física do Ensino Médio, em um colégio que está realizando uma feira de ciências, abordando temas da Mecânica Quântica. A última turma que você orientará resolveu trabalhar o conceito da dualidade onda-partícula, e você os orientou que um experimento de dupla fenda com uma cuba de água pode ilustrar muito bem a questão.

Você precisa estar bem preparado para poder auxiliá-los, então, é necessário preparar notas e resolver todos os cálculos solicitados a eles com antecedência. Os estudantes precisarão utilizar a relação $y = \frac{\lambda D}{d}$, onde y é a distância entre dois máximos adjacentes no anteparo, d é a distância entre as duas fendas, D é a distância entre as fendas e o anteparo, e λ é o comprimento de onda. Precisarão também substituir pelos valores que estão na Figura 2.21. Portanto, podemos calcular o comprimento de onda λ das ondas de água na cuba:

$$y = \frac{\lambda D}{d} \rightarrow \lambda = \frac{yd}{D}$$

$$\lambda = \frac{(12,5 \text{ cm})(20 \text{ cm})}{(50 \text{ cm})} = 5 \text{ cm}$$

Além da descrição do que ocorre na cuba d'água, você solicitou para seus alunos que realizassem o mesmo raciocínio para o caso quântico, substituindo os dados fornecidos e apenas invertendo a equação, da seguinte forma:

$$y = \frac{\lambda D}{d} \rightarrow d = \frac{\lambda D}{y}$$

$$d = \frac{(600 \times 10^{-9} \text{ m})(50 \times 10^{-2} \text{ m})}{(1 \times 10^{-3} \text{ m})} = 3 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,3 \text{ mm}$$

Portanto, temos um comprimento de onda de água $\lambda = 5 \text{ cm}$ e uma distância entre as fendas para o caso quântico de $d = 0,3 \text{ mm}$.

O fóton em questão deve, portanto, carregar um momento linear igual

a:
$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{600 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 1,1 \times 10^{-27} \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

Com suas notas prontas, você pode ajudar seus alunos. Eles concluem o trabalho e demonstram o experimento na feira, mostrando que as ondas de água se interferem, formando um padrão de interferência no final da cuba. Eles explicam que experimentos similares foram realizados com fótons e com elétrons, lembrando que as partículas são emitidas individualmente e vão marcando aleatoriamente um ponto no detector, após passar pelas fendas. Ao passar um tempo muito grande, um padrão de interferência é observado. O que sugere que essas partículas quânticas têm um comportamento de onda.

Uma das pessoas indaga o grupo, dizendo: como pode algo ser uma onda e uma partícula ao mesmo tempo? Você, como professor, ajuda os alunos dizendo que, na emissão ou na detecção, tanto o fóton quanto o elétron se comportam como uma partícula, no entanto, na sua propagação, o resultado do padrão de interferência sugere que essas partículas sejam, na verdade, uma onda de probabilidade, e isso se chama dualidade onda-partícula da Mecânica Quântica.

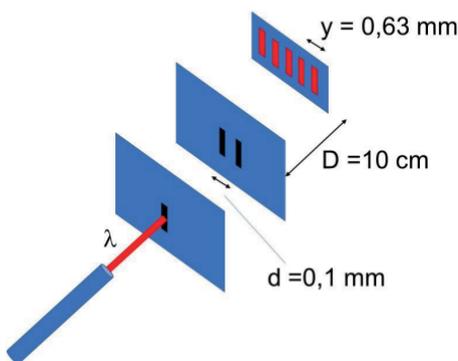
Os estudantes dessa equipe fizeram um ótimo trabalho, e, no geral, a feira de ciências foi muito proveitosa, pois os alunos puderam ter contato com a Mecânica Quântica.

Quântica para a casa no Ensino Médio

Descrição da situação-problema

Você é um professor do terceiro ano do Ensino Médio e resolveu pedir um trabalho para os alunos fazerem em casa, envolvendo um experimento que você mesmo montou na sala de aula, com um kit que a escola forneceu. A tarefa consiste em descobrir o comprimento de onda de um laser, conforme a Figura 2.21.

Figura 2.21 | Esquema de um experimento de dupla fenda com luz



Fonte: elaborada pelo autor.

Como você já havia abordado os experimentos de dupla fenda em classe, ficou mais simples realizar o experimento com a ajuda dos seus alunos. Vocês, então, mediram a distância entre as fendas d com um micrômetro; em seguida, com uma régua, conferem a distância D entre as fendas e o anteparo, no qual um padrão de interferência é observado, cujos máximos adjacentes distam de y , destacado na Figura 2.21. Agora, os alunos devem produzir um relatório detalhando o experimento, bem como fornecendo o cálculo do comprimento de onda, e você precisa corrigi-los. Encontre o comprimento de onda do laser e construa um gabarito resumido, para auxiliar durante a correção.

Resolução da situação-problema

O objetivo desse experimento foi calcular o comprimento de onda de um laser, utilizando um experimento de dupla fenda. Foram utilizados três anteparos: o primeiro com uma fenda, o

segundo com duas fendas, com distância $d = 0,1 \text{ mm}$ uma da outra, e um terceiro anteparo, que está a $D = 10 \text{ cm}$ das fendas, para observação dos padrões de interferência. Ao passar pela primeira fenda, a luz do laser difrata, ela espalha em todas as direções. Essa luz espalhada, ao passar pelas duas fendas seguintes, espalha novamente. As duas fendas atuam como novas fontes de luz, que se interferirão. Como resultado, você observa um padrão de difração no terceiro anteparo, ou seja, regiões de máxima intensidade de luz intercaladas por regiões de mínima intensidade de luz, que foi aferido com $y = 0,63 \text{ mm}$.

Utilizando a relação dos parâmetros do experimento de dupla fenda $y = \frac{\lambda D}{d}$, calcula-se:

$$y = \frac{\lambda D}{d} \rightarrow \lambda = \frac{yd}{D}$$

$$\lambda = \frac{(0,63 \times 10^{-3} \text{ m})(0,1 \times 10^{-3} \text{ m})}{(10 \times 10^{-2} \text{ m})} = 6,30 \times 10^{-7} \text{ m} = 630 \text{ nm}.$$

Portanto, o comprimento de onda do laser é 630 nm .

Os alunos, em geral, descreveram bem o experimento e apresentaram bons relatórios. Alguns erraram no cálculo e você pediu para que eles o refizessem. Você conclui que atingiu o objetivo de ilustrar o conteúdo de aula em um experimento simples, que envolve toda a sala em torno do tema do experimento de dupla fenda.

Faça valer a pena

1. A equação de Schrödinger para uma partícula livre pode ser escrita em termos do número quântico k e da função de onda da partícula ψ :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0.$$

I. A probabilidade de encontrar uma partícula em um certo ponto x é $\psi(x)$.

II. O módulo quadrado da função de onda, $|\psi(x)|^2$, é um número real e fornece a probabilidade de encontrar uma partícula no ponto x .

III. A solução mais geral da equação de Schrödinger da partícula livre é $\psi(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx}$.

Marque a alternativa que indique a sequência correta de verdadeiro (V) ou falso (F), para as afirmações anteriores:

- a) F – V – F.
- b) V – F – V.
- c) F – V – V.
- d) V – V – F.
- e) V – F – F.

2. O experimento de dupla fenda de Young provou que a luz era uma onda. No século XX, esse experimento foi realizado com fótons isolados, o que demonstrou que os fótons se propagam como uma onda de probabilidade de luz. Nessa mesma época, de Broglie postulou que uma onda de matéria poderia ser associada a elétrons, por exemplo. Novamente, um experimento de dupla fenda com elétrons mostrou que essas partículas se propagam como uma onda de probabilidade de matéria.

Calcule a distância entre duas fendas, que estão distantes 50 cm de um anteparo, no qual é observado um padrão de interferência com distância de 1 mm para um comprimento de onda de 740 nm. Quais são as exigências para que o experimento funcione?

- a) $d = 0,37 \text{ mm}$ e $D \ll d$, e d deve ser muito menor que λ .
- b) $d = 0,37 \text{ mm}$ e $D \gg d$, e d não deve ser muito maior que λ .
- c) $d = 3,7 \text{ mm}$ e $D \gg d$, e d deve ser muito maior que λ .
- d) $d = 37 \text{ mm}$ e $D \ll d$, e d não deve ser muito maior que λ .
- e) $d = 37 \text{ mm}$ e $D \gg d$, e d deve ser muito maior que λ .

3. O comprimento de onda de uma partícula quântica pode ser calculado

através da relação $\lambda = \frac{h}{p}$. Sabe-se que o comprimento de onda de um

fóton é 488 nm e que a constante de Planck é $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Calcule a velocidade de um elétron que tenha o mesmo comprimento de onda desse fóton. Dado: massa do elétron $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

- a) $v = 1,5 \text{ m/s}$.
- b) $v = 15 \text{ m/s}$.
- c) $v = 150 \text{ m/s}$.
- d) $v = 1500 \text{ m/s}$.
- e) $v = 15000 \text{ m/s}$.

Referências

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física 4**. Trad. Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

NUSSENZVEIG, M. NUSSENZVEIG, M. H. **Curso de Física Básica**: ótica, relatividade e física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998.

TIPLER, P. A. **Física Moderna**. Trad. Ronaldo Sérgio de Biasi. 6. ed. Rio de Janeiro, LTC, 2014.

UNIVERSIDADE Colorado Boulder. Simulador de espectro de corpos-negros. **PhET**. [S.l.], 2002. Simulador interativo de matemática e ciências on-line. Disponível em: <https://phet.colorado.edu/sims/blackbody-spectrum/blackbody-spectrum_pt_BR.html>. Acesso em: 25 maio 2017.

Fundamentos da mecânica quântica

Convite ao estudo

Olá, estudante! Avançamos muito no conhecimento dos primeiros anos de desenvolvimento da mecânica quântica através das seções da Unidade 2. Vimos que o elétron e o fóton se propagam como ondas de probabilidade, no entanto, ao detectá-los, estamos coletando partículas.

Resultados experimentais do século XX, como o espectro de corpo-negro, as linhas espectrais dos átomos, o efeito fotoelétrico, o espalhamento de Rutherford e os padrões formados por dupla fenda, nortearam nosso estudo, e vimos como cada um colocou uma peça a mais nesse incrível quebra-cabeças que começava a ser montado.

Talvez o ponto mais novo para você tenha sido a equação de Schrödinger, que, como dissemos, tem um papel similar na Mecânica Quântica ao da equação de Newton na Mecânica Clássica. Para compreender o papel da equação de Schrödinger, teremos que desenvolver alguns fundamentos matemáticos básicos, como a descrição de uma onda e o comportamento dessas funções sob confinamento. Além disso, abordaremos algumas propriedades dos números complexos, o que se torna muito útil e necessário em mecânica quântica.

Como contexto motivador para esta unidade, você será um professor de Física recém-contratado em um colégio ligado a uma grande universidade pública. Uma das disciplinas que você está conduzindo neste semestre é Física Moderna e, para a avaliação bimestral, você preparou uma prova com três questões de Mecânica Quântica. Portanto, você terá de preparar um gabarito detalhado que será utilizado como medida na correção. Quais questões você prepararia, pensando não somente em

atribuir uma nota ao estudante, mas também garantindo uma oportunidade de aprendizagem significativa dos principais tópicos apresentados? Após alguma reflexão, você decide que os tópicos das três questões serão: elétron em um poço de potencial infinito unidimensional, o átomo de hidrogênio e algumas propriedades quânticas dos átomos.

Resolver a equação de Schrödinger, para o caso mais geral, não é o objetivo deste livro. Aqui, apresentaremos um aparato didático chamado poço de potencial infinito unidimensional e vamos mostrar qual é a solução da equação de Schrödinger para esse problema específico, ou seja, vamos apresentar as funções de onda quantizadas e suas respectivas energias. Em seguida, entenderemos como as funções de onda e as energias são quantizadas no átomo de hidrogênio. Finalizaremos a unidade mostrando algumas propriedades dos átomos, como o magnetismo e o princípio de exclusão de Pauli, explicadas apenas pela mecânica quântica.

Então, vamos lá. Você precisa aprender esses conceitos para cumprir seu objetivo.

Seção 3.1

Fundamentos matemáticos da mecânica quântica

Diálogo aberto

Vamos mostrar, nesta seção, o que acontece quando confinamos um elétron em um espaço finito, que pode ser uma caixa. Lembre-se de que já discutimos que o elétron pode ser encarado como uma onda. Quando o confinamos em uma caixa, suas propriedades quânticas ficam evidenciadas. Podemos calcular explicitamente um conjunto discreto de funções de onda com as correspondentes energias que o elétron pode assumir, e esse simples exemplo didático nos ajuda a entender um exemplo real, como o elétron confinado no átomo de hidrogênio.

Nesta seção, você será um professor de Física recém-contratado em um colégio ligado a uma grande universidade. Uma das disciplinas que você está ministrando neste semestre é Física Moderna e, para uma avaliação bimestral, você produzirá uma prova com três questões de Mecânica Quântica. Você irá resolvê-la em um gabarito detalhado, que será utilizado como referência para sua correção e também para atividades posteriores, que permitam ao estudante analisar seus próprios erros na prova e aprender com base neles.

A primeira questão escolhida pede para encontrar uma relação para a energia de um elétron confinado em um poço de potencial infinito, em termos do número quântico n e do comprimento do poço L . Em seguida, a questão pede o cálculo da probabilidade de se encontrar o elétron nos últimos dois terços de um poço de potencial com $L = 150 \text{ pm}$.

Para resolver essa questão, você precisa estender um pouco o seu conhecimento matemático. Por isso, a persistência será importantíssima nesta seção, para que você possa resolver esse desafio. Vamos começar?

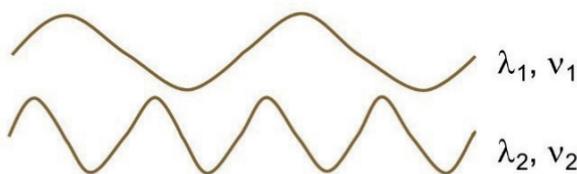
Não pode faltar

Na última unidade, aprendemos que partículas como o próton, o elétron etc. possuem comprimentos de onda dados pela equação de de Broglie, o que caracteriza essas partículas como ondas de matéria. Também vimos que existe uma função de onda associada à partícula que segue a Equação de Schrödinger, que é a equação fundamental da mecânica quântica. Aqui, vamos realizar uma analogia entre ondas em

cordas e as ondas dos elétrons, além de utilizar alguns exemplos que possam nos auxiliar na compreensão dos fundamentos matemáticos da mecânica quântica.

A Figura 3.1 apresenta apenas uma parte de duas cordas infinitas que estão oscilando. Imagine que a corda da parte de cima da figura está oscilando com uma frequência ν_1 e tem um comprimento de onda λ_1 . Uma certa energia teve de ser transferida para a corda, para que ela oscile com essas características. Agora, se a energia fornecida para a corda é aumentada, o número de ondas que são observadas na corda também deve aumentar, formando um padrão como o mostrado na parte de baixo da Figura 3.1, onde a frequência aumenta para ν_2 e o comprimento de onda diminui para λ_2 .

Figura 3.1 | Cordas infinitas



Fonte: elaborada pelo autor.

Em princípio, no caso das cordas infinitas que não estão vinculadas a nenhum ponto fixo, é possível excitar qualquer frequência, ou seja, você poderia fornecer uma energia maior ainda à corda da Figura 3.1. O que aconteceria com a frequência e o comprimento de onda? O caso das cordas infinitas é muito semelhante ao caso do elétron livre, que nós resolvemos na Seção 2.3.

O que caracteriza um elétron livre é o fato de a energia potencial U do elétron ser nula, portanto, a energia total E é apenas sua energia cinética K :

$$E = U + K = 0 + \frac{mv^2}{2}$$

Podemos modificar um pouco a equação acima, escrevendo-a em termos do momento p do elétron livre:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{(mv)^2}{2m} \rightarrow E = \frac{p^2}{2m}$$

Aqui podemos utilizar a equação de de Broglie, $p = h/\lambda$, para escrever a energia em termos do comprimento de onda:

$$E = \frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

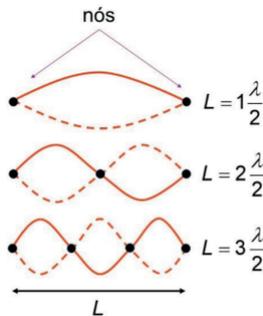
A equação acima mostra que se a energia aumenta, o comprimento de onda do elétron livre diminui, e não há restrição para a magnitude da energia do elétron livre. Apenas devemos lembrar que o elétron só pode ter uma velocidade muito próxima da velocidade da luz, mas nunca igual ou maior que c .

Em geral, elétrons não são encontrados livres na natureza, pois eles são partes constituintes do átomo. Dessa forma, a descrição da corda infinita não é capaz de descrever situações de elétrons que estão presos nos seus átomos. No entanto, ainda podemos emprestar algumas ideias das oscilações em cordas.

Considere a Figura 3.2, na qual temos uma corda de comprimento L presa por dois nós nas extremidades. No topo da figura, verificamos apenas uma meia onda que oscila para cima e para baixo. Nesse caso, não há nós ao longo da corda, e podemos associar o comprimento L da corda com meio comprimento de onda, da seguinte forma:

$$L = 1\frac{\lambda}{2}$$

Figura 3.2 | Ondas estacionárias



Fonte: elaborada pelo autor.

No centro da Figura 3.2, podemos ver que a corda pode acomodar duas meias ondas (ou uma onda inteira), e existe um ponto ao longo da corda que não se mexe, portanto, um nó. Nesse caso, o comprimento da corda L pode oscilar apenas com duas vezes meio comprimento de onda:

$$L = 2 \frac{\lambda}{2}$$

Similarmente, a situação mostrada na base da Figura 3.2 mostra que L também pode assumir três vezes a metade do comprimento de onda λ , apresentando dois nós:

$$L = 3 \frac{\lambda}{2}$$

As situações acima mostram que a corda só pode oscilar em certos valores, que são um número inteiro de meio comprimento de onda, ou seja:

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Como o comprimento de onda de uma corda fixa nas extremidades é quantizado, a frequência e energia também o são. Um elétron é uma onda de matéria, portanto, quando esse elétron está "preso" no interior do átomo, em analogia à corda, podemos dizer que o comprimento de onda, a frequência e a energia desse elétron devem ser quantizadas. Isso é conhecido como o princípio do confinamento de ondas.



Assimile

Princípio de confinamento: se uma onda é confinada, apenas estados discretos são permitidos. A cada estado é associada uma energia, um comprimento de onda e uma frequência.

As cordas representadas na Figura 3.2 são exemplos de ondas estacionárias, e um ponto qualquer x sobre a corda oscila de forma senoidal perpendicularmente à direção do comprimento L dado por:

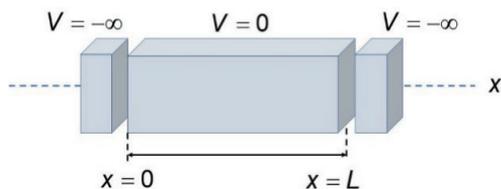
$$y(x) = A \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

A corda pode oscilar apenas em certos estados, que podem ser especificados pelo número quântico n . Na equação acima, o deslocamento vertical é nulo nos nós, ou seja, em $x = 0$ e $x = L$.

Vamos agora utilizar o conhecimento sobre a oscilação de cordas confinadas para discutir a situação de um elétron confinado. A Figura 3.3 mostra um experimento didático, ou seja, que não existe na realidade, mas que é um artifício para podermos entender uma situação real, pois é possível confinar elétrons utilizando-se de experimentos sofisticados.

A armadilha mostrada na Figura 3.3 permite que um elétron se mova apenas na direção x , em uma região de comprimento L . Nessa região, o potencial é nulo, e nas duas extremidades são posicionadas placas com potenciais elétricos $V = -\infty$. Como o elétron possui carga negativa, sempre será repelido ao se aproximar das duas extremidades. Nesse caso, temos um elétron confinado em uma armadilha de potencial infinito, e essa situação é conhecida como poço de potencial infinito.

Figura 3.3 | Armadilha de elétron unidimensional



Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 188).

O elétron pode ser descrito por uma onda unidimensional na armadilha acima. Como esse é um caso de uma onda em confinamento, o elétron pode existir dentro da armadilha em apenas certos estados quantizados, ou seja, os comprimentos de onda que o elétron pode possuir em um comprimento L são dados pela mesma equação das ondas na corda:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

No interior da armadilha, o potencial elétrico também é zero. Dessa forma, a energia total E do elétron é apenas sua energia cinética K . Nesse caso:

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

Substituindo os comprimentos de onda quantizados do elétron confinado na equação acima, temos:

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{h^2}{2m\left(\frac{2L}{n}\right)^2} \rightarrow E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

O que mostra que a energia do elétron dentro da armadilha pode assumir apenas valores discretos definidos pelos valores que o número quântico n pode assumir, ou seja, $n = 1, 2, 3, \dots$ satisfazendo o princípio do confinamento.



Construa o diagrama de níveis para os cinco primeiros níveis de energia, para um elétron confinado em um poço de potencial infinito com $L = 200 \text{ pm}$. Rotule os níveis de energia como estado fundamental e estados excitados. Dado: utilize a equação $E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$. $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

Resolução:

Substituindo os valores fornecidos na equação $E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$ e também a transformação de J para eV $1,6 \times 10^{-19} \text{ J} / \text{eV}$.

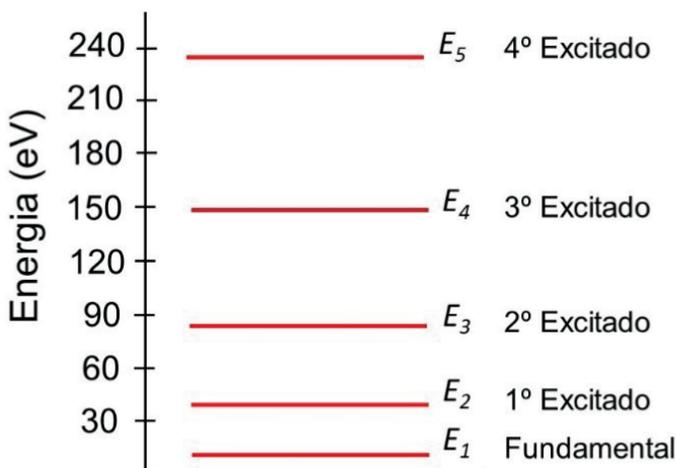
$$E_1 = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{8(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(200 \times 10^{-12} \text{ m})^2} (1)^2 = 9,4 \text{ eV}$$

O cálculo é o mesmo para as outras energias, mudando apenas o número quântico apropriado para cada nível, portanto,

$$E_2 = 37,7 \text{ eV}, E_3 = 84,8 \text{ eV}, E_4 = 150,8 \text{ eV} \text{ e } E_5 = 235,6 \text{ eV}.$$

Com os resultados dos cinco níveis de energia, construímos o diagrama a seguir. O primeiro nível E_1 representa o estado fundamental, o segundo nível de energia E_2 é o primeiro estado excitado, o terceiro nível E_3 é o segundo estado excitado e assim por diante. Perceba que a diferença entre dois níveis de energia adjacentes aumenta conforme o número quântico n aumenta.

Figura 3.4 | Níveis de energia do elétron confinado



Fonte: elaborada pelo autor.

O conceito de transição eletrônica em um átomo, discutido por Bohr, continua válido para um elétron confinado. Se uma energia externa ΔE é fornecida ao elétron confinado, e ele é promovido de um nível de energia mais baixo para um nível de energia mais elevado, essa energia pode ser calculada da seguinte forma:

$$\Delta E = E_{\text{alto}} - E_{\text{baixo}}, \quad E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$

Onde cada termo do lado direito é dado por $E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$, e nós precisamos apenas definir qual número quântico n representa o estado de mais baixa e de mais alta energia. Por exemplo, se o elétron é promovido do primeiro estado excitado ($n = 2$) para o sétimo estado excitado ($n = 8$), então a energia fornecida é $\Delta E = E_8 - E_2$. Tente montar essa equação.

Em geral, o elétron prefere ficar em um estado de mais baixa energia, portanto, o elétron decairá, emitindo um fóton que carrega a energia da diferença entre o estado mais alto e o mais baixo.

Utilizando a técnica de resolução de equações diferenciais ordinárias (EDO), é possível resolver a equação de Schrödinger para o caso do elétron confinado em um poço de potencial infinito. A solução para esse caso unidimensional é a mesma equação do movimento transversal de uma corda.

Chamamos $\psi(x)$ de função de onda do elétron $\psi(x) = A \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L} x\right)$, $n = 1, 2, 3, \dots$ confinado no poço infinito 1D, que descreve a forma das ondas que o elétron pode assumir. O termo A é uma constante de normalização que discutiremos no final da seção.

A função de onda acima representa a onda do elétron espalhada no eixo x . No entanto, não é possível detectar essa onda, pois o processo de detecção do elétron consiste em detectar o elétron ou não detectar, e, nesse caso, é a característica de partícula que se leva em conta. Desse modo, o que se pode fazer é colocar o detector em um ponto ao longo do eixo x e medir quantos elétrons são detectados naquele ponto, em um determinado intervalo de tempo. Se esse processo é repetido para todos os pontos em x , podemos calcular a probabilidade <<Eqn045. eps>> de que um elétron seja detectado em um pequeno intervalo dx , como:

$$p(x) = |\psi(x)|^2 dx$$

Onde $|\psi(x)|^2$ é a densidade de probabilidade, que é a probabilidade de se detectar um elétron no poço de potencial por unidade de comprimento, no ponto x .

A função de onda do elétron confinado no poço infinito é uma função real e, nesse caso, $|\psi(x)|^2 = \psi(x)^2$. E se estamos interessados em saber a probabilidade de encontrá-lo entre dois pontos, x_1 e x_2 , devemos somar todas as probabilidades $p(x_1)$ até $p(x_2)$, ou seja, precisamos integrar $p(x)$ entre x_1 e x_2 da seguinte forma:

$$P_{x_1 \rightarrow x_2} = \int_{x_1}^{x_2} p(x) = \int_{x_1}^{x_2} \psi(x)^2 dx$$

A densidade de probabilidade de um elétron em um poço de potencial infinito pode ser obtida através de sua função de onda como $\psi(x)^2 = A^2 \cdot \text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$; e substituindo-a na integral acima, temos:

$$P_{x_1 \rightarrow x_2} = \int_{x_1}^{x_2} A^2 \cdot \text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx.$$

A probabilidade de um evento pode ser definida por um número entre 0 e 1. Se quisermos calcular $P_{x_1 \rightarrow x_2}$, por exemplo, devemos saber o valor de A. Para isso, é realizado o processo chamado de normalização, que é simplesmente resolver a seguinte integral:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x)^2 dx = 1,$$

pois a soma de todas as probabilidades ao longo de x deve ser 1. Note que, aqui, não precisamos ir de $-\infty$ até $+\infty$, pois o poço tem potencial infinito, no entanto, a integral é ao longo de x, que possui dimensão L, ou seja, podemos integrar de 0 até L.



Exemplificando

Encontre o valor da constante de normalização A da função de onda do poço de potencial infinito unidimensional.

Resolução:

Primeiro devemos utilizar a densidade de probabilidade de um elétron no poço de potencial infinito 1D.

$$\psi(x)^2 = A^2 \cdot \text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right);$$

e substituir na equação de normalização:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x)^2 dx = 1 \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 \cdot \text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx = 1$$

Vamos trocar os limites de integração para 0 e L; e fazer as seguintes substituições:

$$y = \frac{n\pi}{L} x \quad \text{e} \quad dy = \frac{n\pi}{L} dx \rightarrow dx = \frac{L}{n\pi} dy$$

Quando $x=0$, temos $y=0$. Para $x=L$, temos $y=n\pi$, portanto, a integral fica:

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \int_0^{n\pi} \text{sen}^2(y) dy = 1$$

Utilizando a seguinte relação $\int \text{sen}^2(w) dw = \frac{w}{2} - \frac{\text{sen}(2w)}{4}$, temos:

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \int_0^{n\pi} \text{sen}^2(y) dy = A^2 \frac{L}{n\pi} \left[\frac{y}{2} - \frac{\text{sen}(2y)}{4} \right]_0^{n\pi} = 1$$

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \left\{ \left[\frac{n\pi}{2} - \frac{\text{sen}(2n\pi)}{4} \right] - \left[\frac{0}{2} - \frac{\text{sen}(2 \cdot 0)}{4} \right] \right\} = 1$$

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \frac{n\pi}{2} = 1$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$



Refleta

Você já ouviu falar do experimento "Cordas Vibrantes"? Qual a analogia podemos fazer entre esse experimento e o experimento do elétron aprisionado em um poço de potencial infinito?



Pesquise mais

Você aprendeu a diferenciar a função e a onda da densidade de probabilidade? Para uma abordagem interessante desses conceitos, consulte: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física 4**. Trad. Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016, p. 189-191.

Sem medo de errar

Nesta seção, você é um professor de Física recém-contratado por um colégio ligado a uma grande universidade. Nesse bimestre, você aplicará uma prova para avaliar o aprendizado de Mecânica Quântica.

Quais questões você produziria e que tipo de gabarito seria interessante resolver, para ter como apoio na hora da correção? Para a questão proposta sobre o poço de potencial infinito, o gabarito pode ser construído com base no seguinte raciocínio:

Para encontrar a energia de um elétron em um poço de potencial infinito unidimensional de comprimento L , devemos assumir que o elétron é uma onda estacionária com nós no início do poço $x=0$; e também na outra extremidade do poço $x=L$. Essas condições iniciais sugerem que o comprimento de onda do elétron só pode ter certos valores segundo o princípio do confinamento. Em analogia com uma corda de comprimento L , apenas um número inteiro de meio comprimento de onda pode ocupar o espaço L da armadilha, portanto, os comprimentos de onda possíveis são:

$$\lambda = \frac{2L}{n}, \text{ com } n = 1, 2, 3, \dots$$

Substituindo a equação acima na relação de de Broglie $p = \frac{h}{\lambda}$, e o resultado dessa última na equação de energia do elétron $E = \frac{p^2}{2m}$ (aqui, lembre-se de que a energia potencial é nula, pois o potencial elétrico é nulo), temos:

$$p = \frac{hn}{2L} \text{ e } E = \frac{\left(\frac{hn}{2L}\right)^2}{2m}, \text{ com } n = 1, 2, 3, \dots$$

Portanto, a energia do elétron é quantizada através do número inteiro n e fica: $E = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$. Para calcular a energia do primeiro estado excitado, basta substituir $n = 3$, a massa do elétron $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, a constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ e $L = 150 \text{ pm}$ na equação que acabamos de encontrar, portanto:

$$E = \frac{h^2 n^2}{8mL^2} \rightarrow E = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2 (3)^2}{8(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(150 \times 10^{-12} \text{ m})^2} = 2,41 \times 10^{-17} \text{ J}$$

$$\text{ou } E = (2,41 \times 10^{-17} \text{ J}) \left(\frac{1 \text{ eV}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}} \right) = 150,6 \text{ eV} .$$

Para resolver o item da questão sobre probabilidade, você precisa saber a densidade de probabilidade $|\psi(x)|^2$ e, portanto, a função de onda $\psi(x)$. Você utiliza a seguinte função já normalizada:

$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$, $n = 1, 2, 3, \dots$, você substitui $n = 3$ e fica com:

$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \text{sen}\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$. Em seguida, para calcular a probabilidade de encontrar o elétron nesse estado nos últimos dois terços do poço, você deve integrar $\rho(x)$ de $x = L/3$ até $x = L$, onde $\rho(x)$ é igual a $\psi(x)^2 dx$. Assim:

$$P_{L/3 \rightarrow L} = \int_{L/3}^L \left(\frac{2}{L}\right) \cdot \text{sen}^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right) dx.$$

Fazendo as substituições $y = \frac{3\pi}{L}x$ e $dx = \frac{L}{3\pi} dy$, lembrando que, agora, quando $x = L/3 \rightarrow y = \pi$ e para $x = L \rightarrow y = 3\pi$. Assim, temos:

$$\begin{aligned} P_{L/3 \rightarrow L} &= \frac{2}{L} \frac{L}{3\pi} \int_{\pi}^{3\pi} \text{sen}^2(y) dy = \frac{2}{3\pi} \left[\frac{y}{2} - \frac{\text{sen}(2y)}{4} \right]_{\pi}^{3\pi} = \frac{2}{3\pi} \left[\left[\frac{3\pi}{2} - \frac{\text{sen}(2 \cdot 3\pi)}{4} \right] - \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\text{sen}(2 \cdot \pi)}{4} \right] \right] = \\ &= \frac{2}{3\pi} \left[\left[\frac{3\pi}{2} \right] - \left[\frac{\pi}{2} \right] \right] = \frac{2}{3} = 0,67 \end{aligned}$$

Você justifica a resposta lembrando que utilizou a integral resolvida $\int \text{sen}^2(w) dw = \frac{w}{2} - \frac{\text{sen}(2w)}{4}$ e que o seno de um múltiplo inteiro de π é nulo. Você finaliza assim sua primeira questão e fica muito confiante com o seu gabarito, pois você foi capaz de sintetizar todos os itens que a questão pedia.

Avançando na prática

Empresa de materiais didáticos virtuais

Descrição da situação-problema

Você foi contratado em uma empresa que produz materiais didáticos virtuais de diversas disciplinas. Como você possui a licenciatura em Física, você está encarregado da produção dos materiais relacionados a essa disciplina. Para abordar e ilustrar um conceito de mecânica quântica, você decidiu encomendar um aplicativo simples para um programador. Você decidiu que o aplicativo deve mostrar graficamente a função de onda e a densidade de probabilidade relacionadas a um elétron confinado em um poço de potencial infinito 1D. O aluno pode alterar o número quântico n e o comprimento do poço L para verificar

o que acontece. Você precisa apresentar claramente para o programador uma ilustração mostrando as duas funções no mesmo plano cartesiano, para identificar as diferenças entre as quantidades desejadas e para que ele possa ter uma ideia de como começar o programa.

Resolução da situação-problema

Se o elétron está no estado fundamental em uma armadilha 1D com dimensão L , não é observado nenhum nó. À medida que o número quântico aumenta, começam a aparecer nós entre 0 e L . Por exemplo, para $n = 1$ não há nós e observa-se meia onda; para o primeiro estado excitado $n = 2$ há um nó e duas meias ondas; e assim por diante.

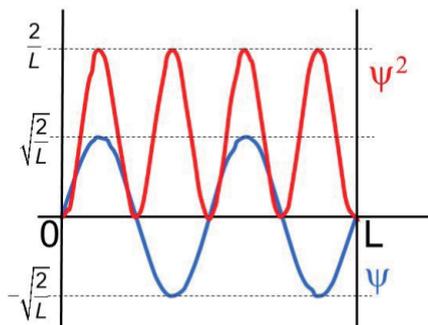
Você decide então que o estado $n = 4$ (terceiro estado excitado) pode ilustrar bem a situação e decide escrever as seguintes relações:

- função de onda: $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \text{sen}\left(\frac{4\pi}{L}x\right)$;
- densidade de probabilidade: $\psi(x)^2 = \frac{2}{L} \cdot \text{sen}^2\left(\frac{4\pi}{L}x\right)$.

Em seguida, você lembra que a função seno tem nós (zeros) quando $x = 0$ e $x = L$, ou seja, nas extremidades do poço. Como você quer analisar o terceiro estado excitado, então a função de onda $\psi(x)$ deve ter mais três nós entre 0 e L , formando 4 meias ondas. A amplitude da função de onda é $\sqrt{\frac{2}{L}}$.

Para $\psi(x)^2$ não há valores negativos e os quatro máximos têm valores iguais a $\frac{2}{L}$, além dos zeros dessa função coincidirem com os zeros de $\psi(x)$. Assim, você faz o seguinte esquema da Figura 3.5, que mostra a função de onda e a densidade de probabilidade para um elétron aprisionado em uma armadilha unidimensional, no terceiro estado excitado.

Figura 3.5 | Função de onda e densidade de probabilidade



Fonte: elaborada pelo autor.

Você enviou o desenho para o programador que entendeu a ideia. Agora, vocês começarão a trabalhar no programa.

Faça valer a pena

1. Uma corda de comprimento L , quando é fixada pelas extremidades, pode oscilar apenas de acordo com a seguinte equação:

$\lambda = \frac{2L}{n}$, onde λ é o comprimento de onda que a corda pode assumir para

um determinado modo de oscilação $n = 1, 2, 3, \dots$. Essa mesma equação vale para um elétron confinado em uma região L do eixo x .

Qual é o comprimento de onda λ_{corda} para o segundo modo de oscilação de uma corda com comprimento $L_{\text{corda}} = 10 \text{ m}$? E qual é o comprimento de onda de de Broglie $\lambda_{\text{elétron}}$ do primeiro estado excitado do elétron confinado em uma região de 1000 pm .

- $\lambda_{\text{corda}} = 1 \text{ m}$ e $\lambda_{\text{elétron}} = 1000 \text{ pm}$.
- $\lambda_{\text{corda}} = 10 \text{ m}$ e $\lambda_{\text{elétron}} = 100 \text{ pm}$.
- $\lambda_{\text{corda}} = 100 \text{ m}$ e $\lambda_{\text{elétron}} = 10000 \text{ pm}$.
- $\lambda_{\text{corda}} = 1 \text{ m}$ e $\lambda_{\text{elétron}} = 100 \text{ pm}$.
- $\lambda_{\text{corda}} = 10 \text{ m}$ e $\lambda_{\text{elétron}} = 1000 \text{ pm}$.

2. Quando um elétron está confinado em um poço de potencial infinito 1D, ele só pode ocupar certos níveis de energia, dado por $E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$, onde n é o número quântico que assume apenas valores inteiros. Esse elétron pode mudar de nível de energia ao absorver ou emitir um fóton. Portanto, um elétron confinado com _____, absorve um fóton de _____ e vai para o estado com _____.

(Dados: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $L = 50 \text{ pm}$ e $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$)

Marque a alternativa que completa corretamente as lacunas do texto acima:

- a) $n = 2$; 904 eV; $n = 8$.
- b) $n = 2$; 9047 eV; $n = 8$.
- c) $n = 4$; 9047 eV; $n = 16$.
- d) $n = 4$; 904 eV; $n = 16$.
- e) $n = 1$; 750 eV; $n = 3$.

3. A densidade de probabilidade de um elétron confinado em um poço de potencial infinito é dada por $\psi(x)^2 = \left(\sqrt{\frac{2}{L}}\right)^2 \cdot \text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$, onde n é um inteiro positivo. Então:

- I. As densidades de probabilidade para $x = 0$ e $x = L$ são não nula.
- II. A densidade de probabilidade no meio do poço é nula.
- III. Podemos utilizar $\psi(x)^2$, pois a função de onda não é complexa.

Marque a alternativa que indica a sequência correta de verdadeiro (V) e falso (F) acerca das afirmações acima:

- a) V – F – F.
- b) V – V – F.
- c) V – F – V.
- d) F – F – V.
- e) F – F – F.

Seção 3.2

O átomo de hidrogênio

Diálogo aberto

Olá, estudante! Sua persistência o trouxe até aqui, pois você já conhece os modelos atômicos de Dalton, Rutherford e Bohr. Chegou a hora de aproximar-se do modelo atômico moderno segundo a mecânica quântica. Ter esse conhecimento proporcionou à ciência descrever cada elemento da tabela periódica. A Química explica as reações entre esses elementos e, como já dissemos nas seções anteriores, a tecnologia atual não seria possível sem o desenvolvimento da mecânica quântica.

Para estudar o modelo atômico moderno, lembre-se de que nesta unidade, você está no papel de um professor de Física, que ingressou como professor em um colégio e está lecionando Física Moderna. Você elaborou algumas questões para avaliar o conhecimento em mecânica quântica dos seus alunos. Agora, está preparando um gabarito completo. Na primeira questão, você abordou o caso didático do poço de potencial infinito. Nesta seção, a questão versará sobre o átomo de hidrogênio: precisamente o conjunto de energias e funções de onda que são obtidas através da resolução da equação de Schrödinger.

A questão ficou da seguinte forma: "a função de onda do primeiro estado excitado de um elétron no átomo de hidrogênio, com os números quânticos $n = 2, l = 0, m_l = 0$, é escrita como

$$\psi(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{3/2}} \left[2 - \frac{r}{a_0} \right] e^{-r/2a_0}$$
. A partir dessa função, calcule a

densidade de probabilidade volumétrica $\psi(r)^2$ e faça um esboço mostrando o núcleo e a nuvem eletrônica. Em seguida, obtenha a densidade de probabilidade radial $P(r)$ e grafique essa função com o auxílio de uma calculadora, ou, até mesmo, de um computador".

Todo esse conteúdo, provavelmente, é novo para você, então, será necessário ler e estudar essa seção, para que você possa fazer um bom gabarito para seus alunos. Vamos lá?

Não pode faltar

Aprendemos, na última seção, que o confinamento de ondas em regiões finitas do espaço leva à quantização dos estados nos quais essas ondas podem oscilar. Esse conceito foi aplicado tanto para uma corda fixada pelas extremidades quanto para um elétron preso em uma armadilha unidimensional, o poço de potencial infinito 1D. A cada modo de oscilação, que chamamos de função de onda para o elétron confinado, existe uma energia associada. Discutimos que o módulo quadrado da função de onda, ou seja, a densidade de probabilidade informa a probabilidade de detecção de um elétron em torno de um determinado ponto no espaço.

Todo esse conhecimento pode agora ser empregado para tentarmos entender as propriedades de um sistema físico real, o átomo de hidrogênio. Esse átomo é formado por um próton localizado no núcleo e por um elétron que deve orbitar esse núcleo. Segundo a teoria do eletromagnetismo, cargas com sinais opostos devem atrair-se através da força de Coulomb, que é muito maior que as forças gravitacionais nesse sistema. Portanto, a energia potencial do sistema tem origem na atração das cargas elétricas e pode ser escrita como:

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r},$$

onde e é a carga do elétron (a carga do próton tem mesmo módulo e sinal oposto), r é a distância que separa as cargas, e a permissividade do vácuo é dada por $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{J} \cdot \text{m}$.

A equação acima fornece a energia potencial armazenada no sistema próton-elétron (átomo de hidrogênio), no qual as cargas estão separadas por uma distância r . Perceba que quando $r \rightarrow \infty$, então $U \rightarrow 0$, ou seja, o átomo foi ionizado. Por outro lado, se $r \rightarrow 0$, então $U \rightarrow -\infty$, e, nesse caso, o elétron deveria estar dentro do núcleo, o que não acontece. Para que o átomo de hidrogênio esteja em uma configuração estável, a distância entre o próton e o elétron nunca é nem muito maior nem muito menor do que o raio de Bohr a_0 .

Como estamos tratando do caso real do átomo de hidrogênio, devemos utilizar o espaço tridimensional, ou seja, o elétron possui três graus de liberdade no espaço quando está aprisionado no átomo de hidrogênio, e a equação de Schrödinger tridimensional fica:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi$$

onde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ é o operador Laplaciano, m é a massa do elétron, V é o potencial ao qual o elétron está submetido e \hbar é a constante de Planck normalizada.

Perceba que a equação de Schrödinger é uma equação diferencial, que apresenta como solução funções de onda ψ , cada uma com uma correspondente energia E . Como o elétron está aprisionado, existe apenas um certo conjunto discreto de funções de onda e energias que ele pode assumir.

Ao resolver a equação de Schrödinger, obtemos as seguintes energias discretas para o elétron:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

onde m é a massa do elétron, e é a carga do elétron, ε_0 é a permissividade do vácuo, h é a constante de Planck e n é o **número quântico principal**.



Exemplificando

Encontre a equação das energias que descrevem os estados do átomo de hidrogênio em função do número quântico principal. Compare com a equação das energias do átomo de hidrogênio de Bohr. Dados: $m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{J} \cdot \text{m}$ e

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Resolução:

Para resolver essa questão, basta substituímos os dados fornecidos na equação das energias do átomo de hidrogênio:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^4}{8(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{J} \cdot \text{m})^2 (6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2} \frac{1}{(n)^2}$$

$$E_n = -(2,168 \times 10^{-18} \text{ J}) \frac{1}{(n)^2}$$

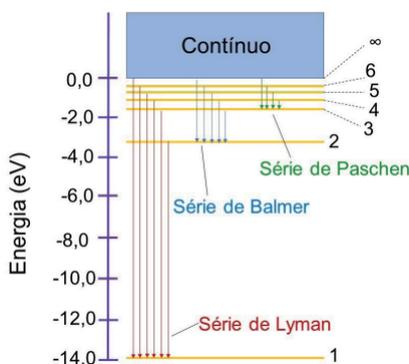
Podemos multiplicar esse resultado por $\frac{1\text{ eV}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}}$ e, assim, obtemos:

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$$

A equação de energia acima depende apenas do número quântico principal n , que pode assumir valores inteiros maiores ou iguais a 1. Repare que essa equação é exatamente a mesma obtida por Bohr. Muitas vezes, nos referimos à energia do elétron no estado n . Embora a energia seja do sistema próton + elétron, como a massa do próton é muito maior que a massa do elétron, podemos dizer que a energia acima descreve estados eletrônicos do átomo de hidrogênio.

A Figura 3.6 apresenta um gráfico de níveis de energia com os seis primeiros níveis de energia do átomo de hidrogênio, partindo do estado fundamental $n = 1$, indo até o quinto estado excitado $n = 6$. Note que a diferença entre os níveis adjacentes diminui à medida que n aumenta. Quando n é muito grande, praticamente não se observa diferença entre os níveis, e, nesse caso, os estados não são mais quantizados, portanto, formando um contínuo de energia. A base do contínuo é marcada com o rótulo $n = \infty$.

Figura 3.6 | Níveis de energia do átomo de hidrogênio



Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 238).

O nível de energia do estado fundamental está em torno de -13,6 eV e é a referência para a série de Lyman. Esta série mostra os cinco saltos quânticos possíveis entre os seis níveis de energia representados, além de um salto entre o nível fundamental e a base do contínuo, ou seja, uma transição $n = \infty \rightarrow n = 1$.

Devemos lembrar que um elétron pode ir de um nível mais baixo para um nível de energia mais alto, absorvendo um fóton com energia $h\nu$, havendo exatamente diferença de energia ΔE entre os níveis. Similarmente, se um elétron salta de um nível mais alto para um nível mais baixo, o fóton emitido terá energia $h\nu$ igual à diferença de energia ΔE entre esses níveis.

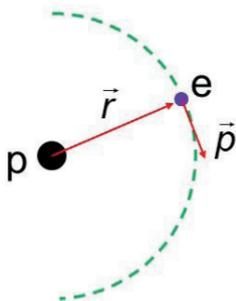
No caso da série de Lyman, os elétrons podem tanto saltar do estado fundamental para estados de maior energia quanto saltar de níveis mais altos para o nível fundamental. Esses saltos envolvem fótons com comprimentos de onda curtos, na região ultravioleta do espectro. A série de Balmer descreve transições eletrônicas que começam ou terminam no primeiro estado excitado $n = 2$. Algumas linhas da série de Balmer possuem comprimentos de onda no visível, como apresentado na Seção 2.2. As transições que começam ou terminam no estado com $n = 3$ são denominadas série de Paschen, e seus comprimentos de onda são maiores que os das outras duas séries: estão no intervalo do infravermelho.

O modelo de Bohr do átomo de hidrogênio prevê que o elétron orbite o próton apenas em certos raios, que podem ser definidos pelo vetor \vec{r} . Como o elétron se move com momento linear \vec{p} , a quantidade chamada de momento angular orbital $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ também é quantizada. A Figura 3.7 mostra um elétron, com vetores \vec{r} e \vec{p} , orbitando um núcleo de próton.

Associado ao momento angular orbital, existe um momento magnético orbital $\vec{\mu}_{orb}$, que é proporcional a \vec{L} :

$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$, onde e e m são a carga e a massa do elétron, respectivamente.

Figura 3.7 | Momento angular do elétron no modelo de Bohr



Fonte: elaborada pelo autor.

Apesar de o modelo de Bohr levar satisfatoriamente à quantização do momento angular orbital e da energia dos estados eletrônicos, ele não explica a estabilidade do átomo. No entanto, como discutimos na Unidade 2, suas ideias foram muito relevantes para o desenvolvimento de um modelo mais completo.

O modelo mais completo do átomo de hidrogênio envolve a descrição de cada estado eletrônico permitido em termos de funções de onda tridimensionais, quantizadas devido ao princípio do confinamento. As funções de onda são analiticamente obtidas através das soluções da equação de Schrödinger em três dimensões. Cada função recebe rótulos que são chamados de bons números quânticos, que a descrevem completamente. Aqui, vamos discutir três bons números quânticos.

O primeiro bom número quântico é o chamado **número quântico principal**, $n = 1, 2, 3, \dots$. Como vimos a pouco, a energia de um estado depende exclusivamente desse número. Para as funções de onda, são necessários outros dois bons números quânticos, sendo eles o **número quântico orbital**, l , e o **número quântico magnético orbital**, m_l . O primeiro está relacionado ao módulo do momento angular orbital, enquanto o segundo está relacionado ao módulo do momento magnético orbital. Ao invés de órbitas, nesse modelo falaremos em orbitais, que serão definidos pelo número quântico l .

Os três números estão relacionados e existe uma regra de seleção que surge de maneira natural durante a resolução da equação de Schrödinger. Vamos analisar o caso onde o elétron encontra-se no estado fundamental:

$$n = 1, l = 0, m_l = 0$$

Assim, no estado fundamental, existe apenas uma função de onda rotulada com os números quânticos $(n = 1, l = 0, m_l = 0)$.

Agora, para o caso do primeiro estado excitado, o número quântico orbital pode ser 0 e 1, assim:

$$n = 2 \begin{cases} l = 0, m_l = 0 \\ l = 1, m_l = -1, 0, 1 \end{cases}$$

Nesse caso, para $l = 0$ temos uma função rotulada pela tripla $(n = 2, l = 0, m_l = 0)$, e para $l = 1$ temos três funções: $(n = 2, l = 1, m_l = -1)$, $(n = 2, l = 1, m_l = 0)$ e $(n = 2, l = 1, m_l = 1)$. Apesar de quatro funções distintas, todas elas possuem o mesmo número quântico principal

$n = 2$ e, portanto, na ausência de campos externos, também possuem a mesma energia, sendo chamadas de funções degeneradas.

Podemos generalizar a construção acima da seguinte forma: para um elétron que se encontra em um estado com número quântico principal n , os números quânticos orbitais possíveis são $l = 1, 2, 3, \dots, n-1$. Para cada um desses orbitais l , são possíveis os seguintes números quânticos magnéticos orbitais: $m_l = -l, -(l-1), -(l-2), \dots, +(l-2), +(l-1), +l$.



Assimile

A energia de estado quântico do átomo de hidrogênio é rotulada apenas pelo número quântico principal n , enquanto que uma função de onda necessita dos seguintes números quânticos: principal n , orbital l e magnético orbital m_l .



Exemplificando

Classifique as configurações em termos dos rótulos quânticos (n, l, m_l) que um elétron pode assumir para o átomo de hidrogênio no segundo estado excitado, ou seja, para $n = 3$.

Resolução:

Para o número quântico principal $n = 3$, o elétron pode assumir valores de l de 0 até $n-1$. Como $3-1=2$, então $l = 0, 1, 2$. Para cada l , o elétron pode assumir valores de m_l de $-l$ até l em passos inteiros unitários. Nesse caso, para $l = 0 \rightarrow m_l = 0$, para $l = 1 \rightarrow m_l = -1, 0, +1$ e para $l = 2 \rightarrow m_l = -2, -1, 0, +1, +2$. Em geral, resumimos esses nove estados da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 n = 3 & \left\{ l = 0 \left\{ m_l = 0 \right. \right. \\
 n = 3 & \left\{ l = 1 \left\{ \begin{array}{l} m_l = -1 \\ m_l = 0 \\ m_l = +1 \end{array} \right. \right. \\
 n = 3 & \left\{ l = 2 \left\{ \begin{array}{l} m_l = -2 \\ m_l = -1 \\ m_l = 0 \\ m_l = +1 \\ m_l = +2 \end{array} \right. \right.
 \end{aligned}$$

Além da energia, a resolução da equação de Schrödinger tridimensional para o átomo de hidrogênio, apresentada no início da seção, fornece a seguinte função de onda, já normalizada e no estado fundamental, onde a_0 é o raio de Bohr:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

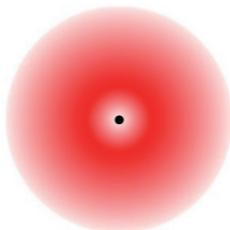
Como $n = 1$, então sabemos pelas regras de seleção que $l = 0$ e $m_l = 0$. Perceba que essa função de onda tem apenas uma dependência radial, ou seja, é dependente apenas da distância r entre o núcleo e um ponto ao seu redor.

É possível extrair um significado físico apenas para o módulo quadrado da função de onda, como discutido nas Seções 2.3 e 3.1. Como a função de onda é real, então basta utilizarmos uma notação mais enxuta $\psi(r)^2$. Essa função é a densidade de probabilidade volumétrica, ou seja, a probabilidade por unidade de volume de encontrar um elétron em um ponto r . Dessa forma, a probabilidade de encontrar um elétron dentro de um volume dV em torno de r é $\psi(r)^2 dV$.

A Figura 3.8 mostra graficamente a densidade de probabilidade volumétrica $\psi(r)^2$ como uma esfera de probabilidades em duas dimensões. Note que o ponto preto no centro é o núcleo do átomo de hidrogênio, e a nuvem com vários tons de vermelho, em volta do núcleo, representa a probabilidade de detecção do elétron. Quanto mais escura a cor vermelha, maior é a probabilidade de encontrar o elétron. Esse é o modelo atômico atual, que é diferente do modelo que contempla órbitas bem definidas.

Figura 3.8 | Densidade de probabilidade do átomo de hidrogênio

$$n = 1, l = 0 \text{ e } m_l = 0$$



Fonte: elaborada pelo autor.

Como a densidade de probabilidade volumétrica apresenta simetria radial, podemos representá-la em uma única dimensão. Nesse caso,

precisamos encontrar a densidade de probabilidade radial $P(r)$, que é a probabilidade por unidade de comprimento de detectar um elétron em r . Assim, a probabilidade de encontrar um elétron dentro de um comprimento dr em torno de r é $P(r)dr$, e podemos relacioná-la com a probabilidade volumétrica através da relação:

$$P(r)dr = \psi(r)^2 dV.$$

A área de uma esfera de raio r é $4\pi r^2$, então, se multiplicarmos essa área por um elemento radial infinitesimal dr , encontramos o volume dV entre duas cascas esféricas, portanto, podemos escrever:

$$dV = 4\pi r^2 dr.$$

Substituindo esse valor e o quadrado da função de onda em $P(r)dr = \psi(r)^2 dV$, temos:

$$P(r)dr = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}a_0^{3/2}} e^{-\frac{r}{a_0}} \right)^2 4\pi r^2 dr.$$

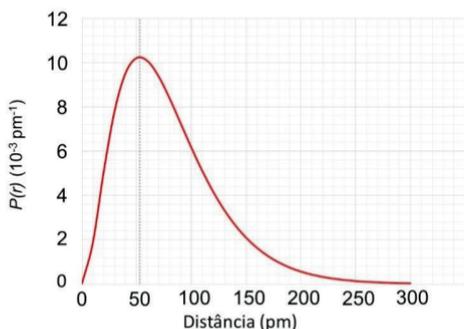
$$P(r)dr = \frac{4}{a_0^3} r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr$$

Assim, identificamos a densidade de probabilidade radial como:

$$P(r) = \frac{4}{a_0^3} r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}}.$$

A Figura 3.9 mostra o gráfico da densidade de probabilidade radial em função de r e do raio de Bohr $a_0 = 52,9 \text{ pm}$. Podemos perceber que a função vale zero para $r = 0$, tem um máximo exatamente para $r = a_0$ mostrado com uma linha tracejada e ela vai para zero quando r aproxima-se de 300 pm. Na verdade, ela só é zero no infinito.

Figura 3.9 | Densidade de probabilidade radial do estado fundamental



Fonte: elaborada pelo autor.

Um fato importante das soluções da equação de Schrödinger é que as funções precisam ir para zero quando $r \rightarrow \infty$. Um outro fator importante sobre o gráfico da Figura 3.9 é que a área sob a curva deve ser igual à unidade, e isso faz sentido já que a soma de todas as probabilidades $P(r)$ deve ser igual a 1. Em termos matemáticos, temos:

$$\int_0^{\infty} P(r) dr = 1.$$

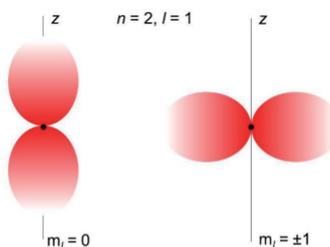


Assimile

As funções de onda do elétron confinado no átomo de hidrogênio devem satisfazer a condição: $\psi(\mathbf{r}) \rightarrow 0$ quando $r \rightarrow \infty$.

A distribuição de probabilidade na Figura 3.9 não apresenta direção preferencial, pois o número quântico orbital é $l=0$ e, portanto, o momento angular também é zero. No caso do estado com $n=2$, o átomo admite $l=0$ e $l=1$. Quando o elétron se encontra em um estado com número quântico orbital $l=1$, seu momento angular também será diferente de 0, e as densidades de probabilidades terão três orientações, pois o número quântico magnético orbital admite três valores, $m_l = -1, 0, 1$. As distribuições ficam como apresentadas na Figura 3.10, a seguir:

Figura 3.10 | Densidade de probabilidade volumétrica para $n=2, l=1, m_l = -1, 0, 1$



Fonte: elaborada pelo autor.

Esses estados possuem um eixo de simetria, ou seja, o estado com $m_l = 0$ está orientado na direção do eixo z , enquanto os estados com $m_l = \pm 1$ orientam-se perpendicularmente ao eixo z . Esses estados possuem a mesma energia, já que todos eles são rotulados por $n=2$, e a energia é determinada apenas por esse número quântico. No entanto, na presença de campos magnéticos ou elétricos externos, cada um desses estados assume uma energia diferente.



O que diferencia o modelo atômico extraído da equação de Schrödinger e o modelo de Bohr?



Você apenas teve um pequeno sabor do que a equação de Schrödinger pode fazer no caso do átomo de hidrogênio. Nossa sugestão é que você, agora, acesse o link: <<http://www.falstad.com/qmatom>>. Acesso em: 15 ago. 2017. Espere o aplicativo carregar e mude os rótulos n, l, m_l . Perceba que o m_l no caso de $l = 1$ assume três valores, que foram nomeados como p_z, p_x, p_y .

Sem medo de errar

Como as questões são dissertativas, você elaborou um gabarito detalhado com as resoluções de cada item que você pediu na questão. Você poderia sugerir alguma modificação para o enunciado do exercício ou item importante a ser cobrado? Como você resolveria a questão e montaria esse gabarito?

Nossa sugestão é que a partir da função de onda do primeiro estado excitado $\psi(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{3/2}} \left[2 - \frac{r}{a_0} \right] e^{-r/2a_0}$ você calcule a densidade de probabilidade volumétrica $\psi(r)^2$ e faça um esboço mostrando o núcleo e nuvem eletrônica. Em seguida, obtenha a densidade probabilidade radial $P(r)$ e coloque essa função em um gráfico, com o auxílio de uma calculadora ou, até mesmo, de um computador.

A partir da função de onda do primeiro estado excitado $\psi(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{3/2}} \left[2 - \frac{r}{a_0} \right] e^{-r/2a_0}$, que possui os números quânticos $n = 2, l = 0, m_l = 0$, podemos escrever a densidade de probabilidade volumétrica da seguinte maneira:

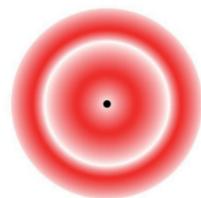
$$\psi(r)^2 = \left(\frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{3/2}} \left[2 - \frac{r}{a_0} \right] e^{-r/2a_0} \right)^2 = \frac{1}{32\pi a_0^3} \left[2 - \frac{r}{a_0} \right]^2 e^{-r/a_0}$$

Essa função possui dois máximos locais e possui apenas dependência radial. Esses máximos representam os locais de maior probabilidade de

se detectar o elétron. Um esboço dessa densidade de probabilidade volumétrica pode ser conferido na Figura 3.11, a seguir:

Figura 3.11 | Densidade de probabilidade volumétrica

$$n = 2, l = 0 \text{ e } m_l = 0$$



Fonte: elaborada pelo autor.

Para encontrar a densidade de probabilidade radial $P(r)$, podemos escrever a probabilidade radial $P(r)dr$ em termos da probabilidade volumétrica $\psi(r)^2 dV$, ou seja, $P(r)dr = \psi(r)^2 dV$. Agora, precisamos escrever dV em função de dr como o volume entre duas cascas esféricas. Assim, $dV = 4\pi r^2 dr$ e, portanto:

$$P(r)dr = \psi(r)^2 4\pi r^2 dr.$$

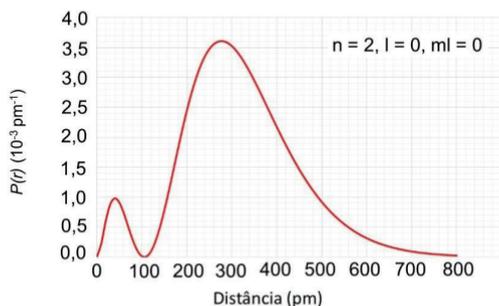
Substituindo $\psi(r)^2$ calculado no item anterior, temos:

$$P(r)dr = \frac{1}{32\pi a_0^3} \left[2 - \frac{r}{a_0} \right]^2 e^{-r/a_0} 4\pi r^2 dr$$

$$P(r) = \frac{1}{8a_0^3} r^2 \left[2 - \frac{r}{a_0} \right]^2 e^{-r/a_0}$$

Com o auxílio de um computador, podemos colocar essa função em um gráfico, que fica como apresentado na Figura 3.12:

Figura 3.12 | Densidade de probabilidade radial



Fonte: elaborada pelo autor.

A partir desse gabarito, você conclui que a questão está adequada para os alunos, que poderão aplicar o conhecimento de Mecânica Quântica para calcular as densidades de probabilidades e utilizar os recursos da escola, como o laboratório de informática, para poder levantar as curvas solicitadas.

Avançando na prática

Integrando a probabilidade

Descrição da situação-problema

Você é professor de Física em uma universidade. Você está elaborando notas de aula que utilizará em um futuro curso de Mecânica Quântica. Você recebeu o convite para lecionar essa disciplina após alguns anos de experiência em disciplinas da Física Clássica. Uma atividade que você está elaborando pede para encontrar a probabilidade de detectar um elétron, que se encontra no estado fundamental, no intervalo entre 0 e ∞ . A função de onda do elétron no átomo de hidrogênio no estado fundamental, já normalizada, é $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^{3/2}}} e^{-\frac{r}{a_0}}$. Agora, você precisa completar suas notas de aula resolvendo essa questão.

Resolução da situação-problema

Você prepara seus apontamentos, indicando que para descobrir a probabilidade de detectar o elétron no intervalo entre 0 e ∞ , basta integrar a densidade de probabilidade volumétrica da seguinte forma:

$$\int \psi(r)^2 dV.$$

Você mostra que essa é uma integral tridimensional, mas que é possível transformá-la em uma integral em uma dimensão, multiplicando a área da esfera por um elemento de raio, ou seja, escrevendo $dV = 4\pi r^2 dr$. Depois, basta integrar:

$\int \psi(r)^2 4\pi r^2 dr$, e, inserindo os limites de integração, temos:

$$\int_0^{\infty} \psi(r)^2 4\pi r^2 dr.$$

Substituindo a função de onda do estado fundamental e elevando-a ao quadrado, temos:

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi a_0^{3/2}}} e^{-\frac{r}{a_0}} \right)^2 4\pi r^2 dr = \int_0^{\infty} \frac{4}{a_0^3} r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr$$

Com o auxílio de uma tabela de integrais, você encontra $\int_0^{\infty} x^n e^{-x/a} dx = n! a^{n+1} e$, por comparação, resolve a integral, identificando $n = 2$ e $a = a_0 / 2$:

$$\frac{4}{a_0^3} \int_0^{\infty} r^2 e^{-\left(\frac{r}{a_0/2}\right)} dr = \frac{4}{a_0^3} \left[2! \left(\frac{a_0}{2} \right)^{2+1} \right] = \frac{4}{a_0^3} \left[2 \cdot 1 \frac{a_0^3}{8} \right] = \frac{8}{a_0^3} \frac{a_0^3}{8} = 1$$

Você conclui que esse resultado está correto e era esperado, já que a probabilidade de detectar o elétron nesse intervalo (todo o espaço) é de 100%.

Faça valer a pena

1. A energia do átomo de hidrogênio pode ser atribuída exclusivamente à energia do elétron, da mesma forma que no sistema bola+Terra atribuímos um valor de energia à bola. Dessa forma, a energia do elétron no átomo de hidrogênio é encontrada através da solução da equação de Schrödinger

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Substituindo os valores da massa e da carga do elétron, da permissividade do vácuo e da constante de Planck,

$$\text{temos: } E_n = -\frac{13,6}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Quantos elétron-volts são necessários para arrancar um elétron do átomo de hidrogênio que se encontra no primeiro estado excitado?

- a) $\Delta E = 3,4 \text{ eV}$.
- b) $\Delta E = 3,2 \text{ eV}$.
- c) $\Delta E = 3,6 \text{ eV}$.
- d) $\Delta E = 4,3 \text{ eV}$.
- e) $\Delta E = 4,4 \text{ eV}$.

2. Os números quânticos principal, orbital e magnético orbital são rótulos obtidos naturalmente durante a resolução da equação de Schrödinger para o átomo de hidrogênio e determinam a função de onda completamente. Dessa forma:

I. Um elétron com $n = 2$ pode estar em cinco estados diferentes.

II. O número quântico magnético orbital $m_l = -2$ pode estar associado aos números quânticos principal e orbital $n = 3$ e $l = 0$, respectivamente.

III. De acordo com as regras de seleção dos números quânticos n , l e m_l , o estado fundamental admite uma única configuração.

Enunciado: Marque a alternativa que apresenta a sequência correta de verdadeiro (V) ou falso (F) acerca das afirmativas do texto acima:

- a) F – V – F.
- b) V – V – V.
- c) F – F – F.
- d) F – F – V.
- e) F – V – V.

3. A função de onda normalizada para elétron rotulado pela tripla

$(n, l, m_l) = (2, 1, 0)$ é dada por: $\psi(r)_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}} \cos\theta$. Sabemos

que a densidade volumétrica é dada por $\psi(r)^2$ e significa a probabilidade por unidade de volume de encontrar um elétron em r .

Utilizando os dados do enunciado, calcule a densidade de probabilidade volumétrica:

a) $\psi(r)_{210}^2 = \frac{r^2}{16\pi a_0^{5/2}} e^{-\frac{2r}{a_0}} \sin^2\theta$.

b) $\psi(r)_{210}^2 = \frac{r}{8\pi a_0^5} e^{-\frac{r}{a_0}} \cos^2\theta$.

c) $\psi(r)_{210}^2 = \frac{r^2}{32\pi a_0^5} e^{-\frac{r}{a_0}} \cos^2\theta$.

d) $\psi(r)_{210}^2 = \frac{r^2}{16\pi a_0^{5/2}} e^{-\frac{r}{a_0}} \cos^2\theta$.

e) $\psi(r)_{210}^2 = \frac{r^2}{32\pi a_0^5} e^{-\frac{r}{a_0}} \sin^2\theta$.

Seção 3.3

Propriedades dos átomos segundo a mecânica quântica

Diálogo aberto

Olá, estudante! Estamos nos encaminhando para o final desta Unidade, onde discutimos a descrição dos estados de um elétron em uma caixa e, em seguida, utilizamos os rótulos chamados números quânticos para entender o átomo de hidrogênio. Nesta seção, utilizaremos o conhecimento de mecânica quântica para compreender a organização dos elementos químicos com muitos elétrons em uma tabela periódica. Também mostraremos as origens microscópicas do magnetismo da matéria, a partir de duas propriedades dos elétrons: uma envolvendo o momento angular orbital e a outra, completamente inédita e sem análogo na Física Clássica, chamada *spin*.

Lembre-se de que você está preparando uma prova para avaliar o aprendizado de Mecânica Quântica de seus alunos, na disciplina Física Moderna, no seu emprego em um colégio ligado a uma grande universidade pública. Além de criar a questão, você resolveu criar um gabarito detalhado, para servir de apoio para suas correções e também para que os alunos possam ter um referencial dos seus próprios erros e acertos.

Para essa questão, você decidiu abordar um tópico importante acerca de duas grandezas que são responsáveis pelo magnetismo na matéria, que são o momento magnético orbital α_{orb} e o momento magnético de *spin* α_s . Além disso, você se lembrou que experimentalmente só é possível medir os componentes dessas grandezas na direção de um eixo z , ou seja, $\alpha_{orb,z}$ e $\alpha_{s,z}$. Assim, você elaborou uma questão que solicita o valor dessas grandezas, que podem ser dadas em função da constante de Planck normalizada \hbar e do magnéton de Bohr α_B .

Uma partícula possui número quântico angular $l = 2$ e número quântico de *spin* $s = 3/2$. Encontre os componentes que são o momento magnético orbital α_{orb} e o momento magnético de *spin* α_s na direção de um eixo z , ou seja, $\alpha_{orb,z}$ e $\alpha_{s,z}$. Forneça o resultado em função da constante de Planck normalizada \hbar e do magnéton de Bohr α_B .

Agora, você precisa resolver essa questão em um formato de gabarito, para utilizar como apoio e modelo durante sua correção. Você encontrará as relações necessárias para resolver essa questão, bem como seus significados, ao longo do texto, então, não vamos mais perder tempo, você precisa aprender esses conceitos para conseguir fazer um bom gabarito. Vamos começar?

Não pode faltar

Aprendemos a rotular um estado quântico de um elétron em um átomo de hidrogênio através de três números quânticos, n , l e m_l . Utilizando as regras de seleção para esses números, um elétron que se encontra em um estado com número quântico principal n pode ter o número quântico orbital indo de $l = 0$ até $l = n - 1$, em passos inteiros. Uma segunda maneira de representar o número quântico orbital, que você já conhece no contexto da química, é associar a cada l uma letra minúscula, da seguinte forma:

$$l = 0 \rightarrow s$$

$$l = 1 \rightarrow p$$

$$l = 2 \rightarrow d$$

$$l = 3 \rightarrow f$$

Podemos chamar os estados s, p, d, f, \dots de subníveis energéticos, já que eles representam subestados de energia dentro de um nível de energia n específico. Por exemplo, um elétron no nível de energia $n = 1$ só pode ter o subnível s , enquanto um elétron que se encontre no nível $n = 3$ pode se encontrar nos subníveis s, p e d .

Através da mecânica quântica, fica determinado que um certo subnível orbital pode conter apenas um certo número máximo de elétrons, da seguinte forma, em ordem crescente de energia n :

$$s \rightarrow 2 \text{ elétrons}$$

$$p \rightarrow 6 \text{ elétrons}$$

$$d \rightarrow 10 \text{ elétrons}$$

$$f \rightarrow 14 \text{ elétrons}$$

Os subníveis orbitais são preenchidos na ordem da menor para a maior energia. Analisando a tabela periódica mostrada na Figura 3.13, podemos compreender a distribuição de elétrons em diferentes elementos.

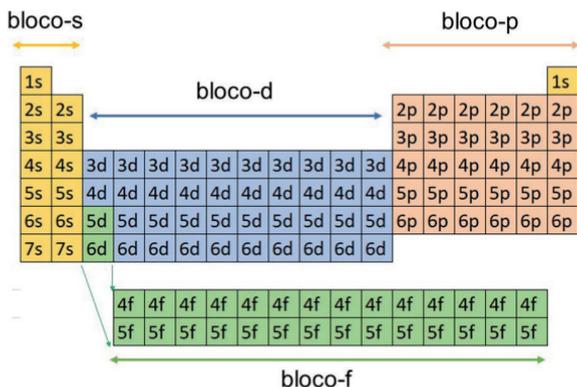
O átomo de hidrogênio possui um único elétron que, no estado fundamental, ocupa o orbital s, e sua configuração eletrônica fica $1s^1$. Aqui, **s** representa o orbital, o número à sua frente é o número quântico principal, enquanto o expoente representa o número de elétrons do elemento. Se adicionarmos um elétron e um próton à configuração do hidrogênio, temos o elemento hélio, com configuração eletrônica $1s^2$.

O segundo período da tabela periódica representa os elementos que possuem número quântico orbital $n=2$, que permite orbitais **s** e **p**. O lítio e o berílio são os elementos que seguem com três e quatro elétrons, respectivamente. Ambos possuem o subnível $1s$ completamente preenchido e preenchem os subníveis $2s$ como $1s^2 2s^1$ e $1s^2 2s^2$, respectivamente. Indo para a direita, o primeiro elemento com orbital $2p$ é o boro, com configuração $1s^2 2s^2 2p^1$. Como o orbital p permite até seis elétrons, temos mais cinco elementos com configuração $2p$ à direita do boro.

No terceiro período ($n=3$), temos duas colunas para os elementos $3s$ e seis colunas para os elementos $3p$. O subnível $4s$ é menos energético que o $3d$, por isso, os elementos com orbitais $3d$ aparecem no quarto período, e são necessárias dez colunas para acomodar os dez elementos $3d$.

Essa configuração com duas colunas ns, dez colunas nd e mais seis colunas np se repete periodicamente. Nos dois últimos períodos da tabela periódica, os orbitais $4f$ e $5f$ são preenchidos antes dos orbitais $5d$ e $6d$, respectivamente.

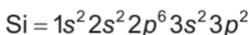
Figura 3.13 | Tabela periódica em blocos dos orbitais



Fonte: elaborada pelo autor.

Podemos dividir a tabela periódica em quatro grandes blocos de elementos. O bloco-s, com orbitais com $l=0$, representa os metais alcalinos e metais alcalinos terrosos. O bloco-d são os metais de transição. Para o bloco-p, temos alguns semimetais, não metais e gases nobres. Finalmente, o bloco-f corresponde aos lantanídeos e actinídeos.

Elementos que estão em um determinado bloco e também em uma determinada coluna pertencem a uma família de elementos, pois compartilham características semelhantes. Por exemplo, o **Si**($Z = 14$) e **Ge**($Z = 32$) possuem números atômicos bem distintos, mas ambos estão na mesma segunda coluna do bloco-p e têm as seguintes distribuições eletrônicas:

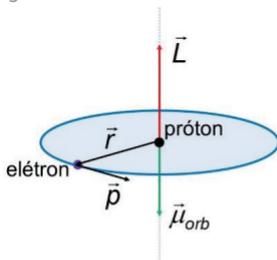


Os subníveis envolvidos em ligações químicas para o Si e Ge são $3s^2 3p^2$ e $4s^2 4p^2$, ou seja, ambos elementos possuem 4 elétrons disponíveis para as ligações covalentes. Ambos elementos são semicondutores e são amplamente utilizados na construção de processadores de computadores e smartphones, por exemplo.

Como a tabela periódica mostra, cada elétron em um átomo possui um momento angular orbital. Classicamente, o momento angular $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ de uma partícula está relacionado com o produto vetorial entre o vetor posição \vec{r} e o vetor momento linear \vec{p} , como mostrado na Figura 3.14. Como a partícula em questão é um elétron, o seu movimento gera uma corrente elétrica, e cargas movendo-se em um circuito fechado, como o da Figura 3.14, geram classicamente um momento magnético orbital $\vec{\mu}_{orb}$. As quantidades momento angular orbital e momento magnético orbital estão relacionadas através da seguinte equação:

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

Figura 3.14 | Momento angular orbital e momento angular magnético



Fonte: elaborada pelo autor.

Na mecânica quântica, os elétrons não são partículas que giram em torno do núcleo. Mesmo assim, cada elétron possui um momento angular orbital, e, conseqüentemente, há um momento magnético orbital. Os módulos do momento angular orbital e momento magnético orbital estão relacionados com o número quântico orbital l através das seguintes relações:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \text{ e } \mu_{orb} = \frac{e}{2m}\sqrt{l(l+1)}\hbar.$$

Para obter informação de L e μ_{orb} experimentalmente, é preciso aplicar um campo magnético em uma direção z , e assim, medem-se as projeções de L_z e $\mu_{orb,z}$:

$$L_z = m_l \hbar \text{ e } \mu_{orb,z} = -m_l \mu_B,$$

onde \hbar é a constante de Planck normalizada, m_l é o número quântico magnético orbital e $\mu_B = 9,274 \times 10^{-24} \text{ J/T}$ é a unidade conhecida como magnéton de Bohr.

O magnetismo está associado ao momento angular orbital através do momento magnético orbital. Uma outra propriedade dos elétrons relacionada com o magnetismo é chamada de momento angular de *spin* \vec{S} . O *spin* é uma propriedade intrínseca do elétron, assim como a sua carga e a sua massa, e não existe nenhum análogo clássico capaz de descrever essa propriedade. É possível encontrar analogias entre o *spin* e a rotação da Terra, no entanto, essa analogia é apenas ilustrativa, já que o modelo mais completo do elétron o descreve como uma onda de probabilidades.

O momento angular de *spin* \vec{S} está relacionado com o momento magnético de *spin* $\vec{\mu}_s$ através da relação:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m} \vec{S}$$

Os módulos do momento angular de *spin* e momento magnético de *spin* estão associados a um quarto número quântico s , que é chamado de número quântico de *spin*. Esse número quântico depende da partícula em questão e pode assumir valores semi-inteiros, como no nêutron, próton e elétron ($s = 1/2$), e valores inteiros, como nos fótons ($s = 1$). Uma partícula com número quântico *spin* de s pode ocupar estados com os números quânticos magnéticos de *spin* $m_s = -s, -s+1, \dots, s-1, s$, com passos inteiros, para o caso do elétron $m_s = -1/2 \text{ e } 1/2$. (Obs.: não confundir o número quântico de *spin* s com o número quântico orbital $l = 0$, que na notação com letras minúsculas também é s . Sempre indicaremos sobre qual quantidade estamos nos referindo, para evitar confusões).

Novamente, podemos escrever os módulos do momento angular de *spin* e momento magnético de *spin*, agora associados ao número quântico de *spin* s da seguinte maneira:

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \text{ e } \mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)}\hbar$$

Também não é possível medir essas quantidades experimentalmente, e o que se faz é aplicar, por exemplo, um campo magnético ao longo de um eixo z e, nesse caso, os componentes z são medidos, fornecendo os seguintes resultados:

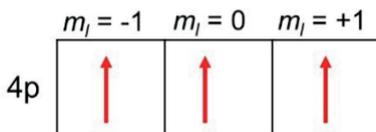
$$S_z = m_s \hbar \text{ e } \mu_{s,z} = -2m_s \mu_B,$$

onde m_s é o número quântico magnético de *spin*.

Como $s = 1/2$, então $m_s = -1/2$ e $m_s = +1/2$, o que fornece dois componentes z do momento angular de *spin*: $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$ e $S_z = +\frac{1}{2}\hbar$, que apontam em direções opostas ao longo do eixo z . Uma notação bastante útil para o *spin* do elétron: utiliza uma seta para cima e uma seta para baixo, para representar o momento magnético de *spin* $m_s = -1/2 = \downarrow$ e $m_s = +1/2 = \uparrow$. Você pode calcular quais são os valores dos componentes no eixo z para os momentos magnéticos de *spin* do elétron?

Em um átomo de mais de um elétron, cada elétron é especificado por seu conjunto de números quânticos n, l, m_l, m_s . Suponha que em um certo átomo existem três elétrons no subnível $4p$, cada um ocupando um número quântico magnético orbital m_l , como mostra a caixa na Figura 3.15:

Figura 3.15 | Possíveis estados do orbital $4p$



Fonte: elaborada pelo autor.

Como temos três *spins* para cima, eles se somam e fornecem os seguintes valores, para o momento angular de *spin* e momento magnético de *spin* projetados no eixo- z :

$$S_z = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \hbar = \frac{3}{2} \hbar$$

$$\mu_{s,z} = -2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \mu_B = -3 \mu_B$$

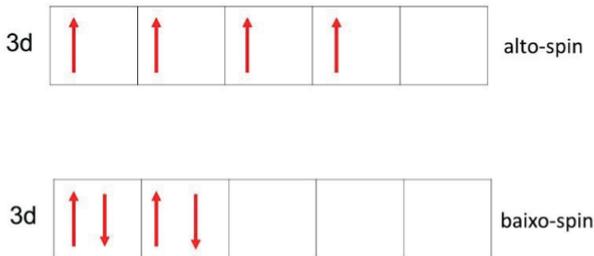


O Fe^{2+} é um íon que perdeu dois elétrons e, portanto, possui quatro elétrons no subnível $3d$. Para cada um dos cinco estados possíveis desse orbital, é possível acomodar dois elétrons com *spins* opostos. Mostre as configurações que resultam no maior valor de *spin* (alto-*spin*) e no menor valor de *spin* (baixo-*spin*). Dica: faça cinco caixas, cada uma representando um número quântico magnético orbital, e coloque setas para cima e para baixo, representando os *spins* do elétron.

Resolução:

O ferro possui uma configuração eletrônica com o subnível mais energético sendo $3d^6$, e no caso do íon Fe^{2+} a configuração fica $3d^4$. Podemos representar o subnível $3d$ através de cinco caixas, como na Figura 3.16:

Figura 3.16 | Caixas representando o subnível $3d$



Fonte: elaborada pelo autor.

Usando a convenção que $m_s = 1/2 = \uparrow$ e $m_s = -1/2 = \downarrow$, podemos utilizar a relação $\mu_{s,z} = -2m_s\mu_B$ que, no primeiro caso, fica:

$$\mu_{s,z} = -2(\uparrow + \uparrow + \uparrow + \uparrow)\mu_B = -4\mu_B$$

Nesse caso, todos os quatro *spins* estão desemparelhados e o estado é chamado de alto-*spin*.

No segundo caso, temos:

$$\mu_{s,z} = -2(\uparrow + \downarrow + \uparrow + \downarrow)\mu_B = 0;$$

todos os quatro *spins* estão emparelhados, não há momento magnético, e, portanto, o estado é chamado de baixo-*spin*.

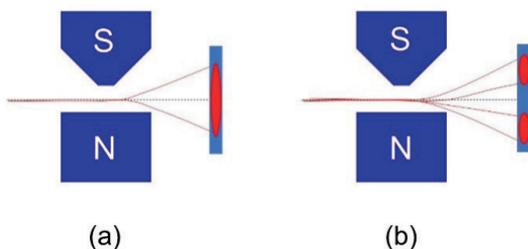
O *spin* do elétron surge naturalmente na teoria quântica relativística descrita por Paul Dirac (1902-1984), em 1929. No entanto, essa propriedade já havia sido verificada experimentalmente pelos cientistas Otto Stern e Walther Gerlach, em 1922, na cidade de Hamburgo, na Alemanha.



O momento angular de *spin*, que podemos chamar apenas de *spin*, é uma propriedade intrínseca de partículas elementares, como elétrons, nêutrons e prótons. A existência do *spin* e do momento angular orbital são as origens microscópicas do magnetismo dos materiais.

A Figura 3.17 mostra uma ilustração do experimento de Stern-Gerlach, contendo um ímã e um anteparo. Para esse experimento, foi preparado um feixe colimado de átomos de prata. Esse feixe deve passar através de uma região entre os polos norte e sul de um ímã que produz um campo magnético com um grande gradiente na direção vertical. O experimento consistia em verificar os resultados das marcas deixadas pelos átomos de prata no detector, com o campo magnético desligado e, em seguida, com o campo ligado.

Figura 3.17 | Ilustração do experimento de Stern-Gerlach



Fonte: elaborada pelo autor.

Ao passar pelo ímã, o feixe sofre uma força magnética ao longo da direção z dada por $F_z = \mu_z \frac{dB}{dz}$, onde μ_z é o momento magnético do átomo e $\frac{dB}{dz}$ é o gradiente do campo magnético criado pelo ímã na direção z . Classicamente, o momento magnético do átomo deveria possuir quaisquer valores entre $-\mu_z$ e $+\mu_z$, o que implicaria forças entre $-\mu_z \frac{dB}{dz}$ e $+\mu_z \frac{dB}{dz}$, resultando em deflexões contínuas, formando uma mancha alongada no anteparo, como na Figura 3.17(a). No entanto, foram observadas duas manchas no anteparo, uma acima e uma abaixo do eixo do feixe de prata preparado inicialmente, como na Figura 3.17(b), mostrando que o que estava sendo medido era uma propriedade magnética quantizada do átomo.

O átomo de prata possui 47 elétrons, o momento angular orbital e o momento angular de *spin* dos dez elétrons 4d, por exemplo, se anulam, pois esse nível está completo. No entanto, o elétron mais energético desse átomo ocupa um estado $5s^1$. Isso significa que o momento angular orbital é nulo ($l=0$), mas o momento angular de *spin* não é, além de poder ter componentes z apontando para cima ou para baixo. Nesse caso, as duas manchas observadas por Stern-Gerlach estão associadas aos dois momentos magnéticos de *spin* do elétron na direção z: $\mu_{s,z} = -2(-1/2)\mu_B = \mu_B$ e $\mu_{s,z} = -2(1/2)\mu_B = -\mu_B$.



Refleta

Se o átomo preparado por Stern-Gerlach tivesse momento angular orbital $l = 0$, mas um estado de momento angular de *spin* com $s = 1$, quantas manchas eles veriam no anteparo?

A introdução do número quântico de *spin* s , com o princípio de exclusão de Pauli, escrito pelo Físico Wolfgang Pauli (1900-1958), possibilita classificar completamente o estado de um elétron em um átomo. O princípio de exclusão de Pauli diz que dois elétrons em um átomo não podem ocupar o mesmo estado quântico, que é rotulado pelos números quânticos $n, l, m_l, s = 1/2, m_s = -1/2$ ou $+1/2$.

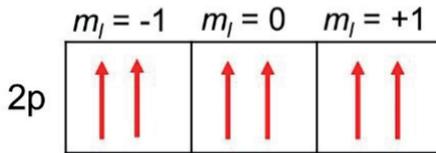
Vimos que os vetores momento angular orbital \vec{L} e momento angular de *spin* \vec{S} são propriedades que explicam a origem microscópica do magnetismo através dos momentos magnéticos orbital e de *spin*. No entanto, é possível que esses vetores estejam acoplados no sistema atômico devido a uma interação entre o momento magnético de *spin* e o momento magnético orbital, chamada interação *spin*-órbita. Essa interação é fraca e pode ser inexistente em certos sistemas, no entanto, caso seja a interação *spin*-órbita relevante para um determinado problema, é necessário a introdução de um vetor \vec{J} , que chamaremos de momento angular total, que pode ser escrito como $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.



Exemplificando

Explique por que o estado $2p^6$ não pode ser configurado como mostra a Figura 3.18:

Figura 3.18



Fonte: elaborada pelo autor.

Resolução:

Segundo o princípio de exclusão de Pauli, dois elétrons não podem ocupar o mesmo estado quântico em um átomo. Na figura, os subníveis 2p, com números quânticos magnéticos orbital -1 e 0, estão preenchidos cada um com dois elétrons com momentos angulares de *spin* diferentes e, portanto, não violam o princípio de exclusão de Pauli. No entanto, o estado com $m_l = +1$ possui dois elétrons com o mesmo estado de *spin*, e isso viola o princípio de exclusão de Pauli.



Assimile

O princípio de exclusão de Pauli estabelece que dois elétrons não podem ocupar o mesmo estado quântico, que no átomo de hidrogênio é completamente rotulado pelos números quânticos n, l, m_l e m_s .



Pesquise mais

Você pode pesquisar um pouco mais sobre o *spin* do elétron e suas consequências para os átomos no capítulo 36 da referência: - TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros 3**. Trad. Márcia Hussman Gallas. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

Sem medo de errar

Lembre-se: você precisa construir o gabarito da questão para guiar sua correção das provas e para, posteriormente, compartilhar com os estudantes, para que eles possam compreender seus erros e acertos. Assim, a prova não será somente um instrumento para associar a cada estudante uma nota, mas uma ferramenta mais significativa em termos de aprendizagem.

Uma boa ideia é iniciar o gabarito classificando os rótulos

quânticos da partícula que foram fornecidos na questão e explicando quais propriedades físicas estão relacionadas.

Número quântico orbital $l = 2$.

Está relacionado ao momento angular orbital da partícula que, por sua vez, gera um momento magnético orbital.

Número quântico de *spin* $s = 3/2$.

Está relacionado com a propriedade intrínseca de partículas elementares, chamada *spin* (no caso do elétron $s = 1/2$). Podemos obter um momento angular de *spin* e também um momento magnético de *spin*.

Como o número quântico orbital é $l = 2$, os possíveis números quânticos "magnético orbital" são $m_l = -2, -1, 0, 1, 2$. Logo, o momento magnético orbital fica:

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)}\hbar = \frac{e}{2m} \sqrt{2(2+1)}\hbar = \sqrt{6} \frac{e\hbar}{2m},$$

enquanto suas projeções ao longo do eixo z podem ser dadas por:

$$\mu_{orb,z} = -m_l \mu_B = 2\mu_B, 1\mu_B, 0, -1\mu_B, -2\mu_B.$$

Assim, existem cinco projeções para o momento magnético orbital para essa partícula.

No caso de $s = 3/2$, os possíveis números quânticos "magnético de *spin*" são $m_s = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$. Assim, o momento magnético de *spin* pode ser escrito como:

$$\mu_s = \frac{e}{m} \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{e}{m} \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \right)}\hbar = \sqrt{\frac{9}{2}} \frac{e\hbar}{m};$$

e as projeções do momento magnético de *spin* ao longo de z ficam:

$$\mu_{s,z} = -2m_l \mu_B = 3\mu_B, 1\mu_B, -1\mu_B, -3\mu_B,$$

configurando um total de quatro configurações para o momento magnético de *spin*.

Importante lembrar que somente é possível medir experimentalmente os componentes z do momento magnético orbital e do momento magnético de *spin*, e que para essa partícula ambos os momentos contribuem para o magnetismo. Você explica que, para explicar completamente a origem quântica do magnetismo, seria preciso descrever o processo de acoplamento *spin*-órbita, que soma vetorialmente o momento angular orbital \vec{L} com o momento angular de *spin* \vec{S} , fornecendo o momento angular total da partícula $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$.

Com esses elementos, você está pronto para construir seu gabarito. O que mais você incluiria nele, além do que foi discutido aqui? Não se esqueça de escrever os três gabaritos, explicando tudo com suas próprias palavras, para que a tarefa seja concluída com sucesso.

Avançando na prática

Revisor de material didático

Descrição da situação-problema

Você foi contratado por uma empresa que produz material didático para uma rede de universidades. Sua função é avaliar se o conteúdo do material está de acordo com a literatura e se os cálculos e as resoluções apresentam erros. Para essa entrega, você teve que corrigir o texto da seguinte questão envolvendo mecânica quântica:

O estado $1s$ de um átomo pode ser ocupado por até três elétrons com *spins* apontando nas mesmas direções, o que satisfaz o princípio de exclusão de Pauli.

Figura 3.19 | Estado $1s$ de um átomo



Fonte: elaborada pelo autor.

A questão está correta? Que correções você sugeriria ao autor, visando à melhoria do material?

Resolução da situação-problema

Você aponta que o estado $1s$ possui número quântico principal $n = 1$ e que s é o número quântico orbital $l = 0$. De acordo com a teoria, esse subnível pode acomodar até dois elétrons, e não três, como escrito no texto da questão. Então, você sugere ao autor alterar esse erro, que provavelmente foi um erro de digitação.

Em seguida, você aponta que a Figura 3.19 apresenta um erro conceitual, pois os spins apresentam o mesmo número quântico magnético de spin, que estão representados por duas setas para cima. Segundo o princípio de exclusão de Pauli, duas partículas não

podem ocupar o mesmo estado, que é descrito pelos números quânticos n, l, m_l, m_s , ou seja, as duas setas para cima indicam que os elétrons ocupam os mesmos quatro números quânticos, o que viola o princípio de exclusão. Como sugestão, você indica para o autor alterar as palavras "mesmas direções" para "direções opostas" e indica para ele inverter um dos spins na Figura 3.19.

Seu editor lhe agradeceu pelas excelentes correções e imediatamente as enviou para que o autor pudesse fazer as alterações.

Faça valer a pena

1. O átomo de hidrogênio, no seu estado fundamental, possui a configuração eletrônica $1s^1$. Sabemos que o momento magnético orbital projetado no eixo z $\mu_{orb,z}$ está relacionado com o momento angular orbital \vec{L} , que, por sua vez, tem seu módulo relacionado com o número quântico orbital l . Como o átomo de hidrogênio possui um único elétron, o momento magnético de spin projetado em z $\mu_{s,z}$ está relacionado com o número quântico de spin $s = 1/2$.

Encontre os momentos magnéticos orbital e de spin do átomo de hidrogênio, sabendo que $\mu_{orb,z} = -m_l \mu_B$ e $\mu_{s,z} = -2m_s \mu_B$.

- $\mu_{orb,z} = 2\mu_B$ e $\mu_{s,z} = \pm\mu_B$
- $\mu_{orb,z} = 0$ e $\mu_{s,z} = \pm\mu_B$
- $\mu_{orb,z} = 2\mu_B$ e $\mu_{s,z} = 0$
- $\mu_{orb,z} = 0$ e $\mu_{s,z} = 0$
- $\mu_{orb,z} = \mu_B$ e $\mu_{s,z} = \pm\mu_B$

2. O experimento de Stern-Gerlach consistiu em preparar um feixe de átomos de prata altamente colimado que deveria passar por um ímã, que produzia um campo magnético com um gradiente na direção vertical e perpendicular ao feixe. Em seguida, esse feixe era gravado em um anteparo. Sobre os resultados, é certo afirmar que:

I. Como o momento magnético do átomo pode apontar para todas as direções, era esperado que os átomos defletissem ao longo da direção vertical, devido à interação entre os momentos magnéticos e o gradiente do campo magnético, formando uma mancha em uma certa região ao longo da direção vertical.

II. Com o campo magnético desligado, apenas uma mancha ao redor do centro do feixe deveria ser visualizada no anteparo.

III. Uma mancha acima da direção do feixe e outra abaixo foram observadas

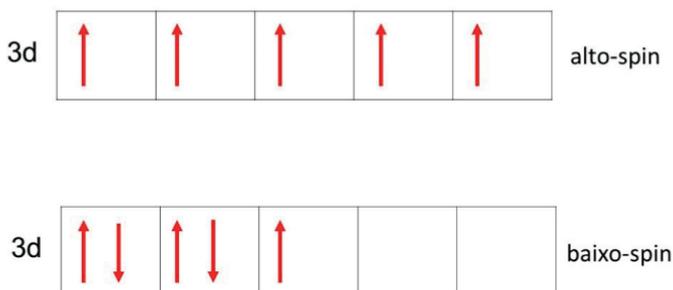
no anteparo. Como o momento angular orbital do átomo era zero, uma outra propriedade magnética quantizada deveria ser responsável pelas duas deflexões. Essa é uma propriedade quântica que ficou conhecida como spin.

Marque a alternativa que responde corretamente à sequência de verdadeiro (V) e falso (F), acerca das afirmativas acima:

- a) V – V – F.
- b) F – F – V.
- c) F – V – V.
- d) V – V – V.
- e) F – F – F.

3. Uma propriedade que contribui para o magnetismo dos materiais é o spin. No entanto, se houver dois spins ocupando o mesmo estado, eles necessariamente estarão emparelhados, e um apontando na direção oposta do outro. Nesse caso, os momentos magnéticos de spin se anulam. Portanto, para que o magnetismo se manifeste, os spins precisam estar desemparelhados, ou seja, apontando na mesma direção e, devido ao princípio de exclusão de Pauli, devem ocupar estados com números quânticos magnéticos orbitais distintos. O íon Co^{2+} perdeu dois elétrons e, portanto, possui uma distribuição eletrônica $3d^5$, podendo ter as duas configurações a seguir:

Figura 3.20 | Configuração de alto-spin e baixo-spin para o Co^{2+}



Fonte: elaborada pelo autor.

As cinco caixas representam as cinco configurações para os orbitais 3d. Calcule o momento magnético de spin projetado em z, para os estados

alto-spin e baixo-spin mostrados anteriormente:

a) $\mu_{s,z}(\text{alto-spin}) = -5\mu_B$ e $\mu_{s,z}(\text{baixo-spin}) = -1\mu_B$.

b) $\mu_{s,z}(\text{alto-spin}) = -4\mu_B$ e $\mu_{s,z}(\text{baixo-spin}) = -2\mu_B$.

c) $\mu_{s,z}(\text{alto-spin}) = -3\mu_B$ e $\mu_{s,z}(\text{baixo-spin}) = -3\mu_B$.

d) $\mu_{s,z}(\text{alto-spin}) = -2\mu_B$ e $\mu_{s,z}(\text{baixo-spin}) = -4\mu_B$.

e) $\mu_{s,z}(\text{baixo-spin}) = -1\mu_B$ e $\mu_{s,z}(\text{baixo-spin}) = -5\mu_B$.

Referências

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física 4**. Tradução de Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. 384 p.

HEWITT, P. G. **Física conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. 790 p.

NUSSENZVEIG, M. H. **Curso de Física básica**: ótica, relatividade e física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998. 437 p.

Física nuclear, física das partículas e física da matéria condensada

Convite ao estudo

Olá, estudante. Fizemos uma grande jornada até aqui, através dos pilares da Física Moderna que são a Relatividade Restrita e a Mecânica Quântica. Na unidade anterior, nos dedicamos a entender as consequências da Mecânica Quântica em um sistema confinado, como no caso do átomo de hidrogênio. Nesta unidade, abordaremos alguns tópicos importantes da Física Moderna e Contemporânea, como a Física Nuclear, a Física das Partículas Elementares e a Física do Estado Sólido, essenciais para o educador que pretende ser capaz de transmitir esses temas fascinantes em sala de aula, não somente para cumprir com as ementas obrigatórias, mas também para estimular o interesse e o engajamento dos alunos.

Na Seção 4.1, estudaremos alguns conceitos da Física Nuclear, que é, sem dúvida, um dos ramos mais importantes da Ciência moderna, que está envolvida em diversos setores estratégicos da sociedade: desde daqueles de defesa, com o desenvolvimento de armas nucleares, passando pelo setor energético com a construção de usinas nucleares, para a produção de energia elétrica, e está, até mesmo, envolvida na área da saúde através de exames clínicos e tratamentos, como a radioterapia.

Muito do avanço tecnológico atual, para não dizer todo, se deve a pesquisas básicas do conhecimento da matéria, particularmente dos blocos fundamentais que a compõem. Nesse aspecto, o investimento que é realizado no maior experimento do mundo, chamado LHC (Grande Colisor de Hádrons), é justificado.

Para construir um acelerador de partículas, como o LHC, os conceitos de Relatividade Restrita devem ser empregados,

mas a Mecânica Quântica também é fundamental nessa área. Através da colisão de prótons altamente energéticos, é criada uma gigantesca coleção de partículas elementares, e conhecer a energia, a massa, a carga etc., nos dá respostas sobre a organização da matéria. Abordaremos como a matéria é organizada em termos das partículas elementares na Seção 4.2.

Além disso, a Física propiciou o desenvolvimento de dispositivos que mudaram nosso modo de viver: dois deles são os transistores e os dispositivos de armazenamento de memória amplamente utilizados em computadores e smartphones. Na Seção 4.3, mostraremos a Física dos semicondutores e os supercondutores.

Como motivação, você estará, nesta unidade, no papel de um professor de Física que decidiu tornar o aprendizado em Física Moderna e Contemporânea mais interessante e efetivo, através da criação de contextos nos quais os alunos terão de assumir o papel de profissionais da sociedade que precisam de conhecimentos de Física em seu dia a dia, além de realizar cálculos e descrever materiais.

Você selecionou três contextos de aprendizagem para a atividade. No primeiro, seus alunos serão médicos responsáveis pela proteção radiológica dos funcionários de uma usina nuclear. No segundo contexto, eles assumirão o papel de cientistas que trabalham em um acelerador de partículas. No último contexto de aprendizagem, os alunos serão os engenheiros responsáveis por uma empresa que fabrica microprocessadores de computadores e celulares.

Você combinou com seus alunos que apresentará desafios profissionais dessas áreas, para que eles solucionem em grupos, iniciando o trabalho em classe e continuando-o em casa. Para isso, você precisa antes escrever as resoluções completas, para facilitar sua mediação na sala de aula.

Então, vamos lá. Você precisa aprender os principais conceitos de Física para desenvolver bem essa atividade.

Seção 4.1

Física Nuclear

Diálogo aberto

Os trabalhos de Bequerel e do casal Curie inauguraram, no começo do século XX, um ramo da Física Moderna conhecido como Física Nuclear. Esse conhecimento proporcionou ao mundo desde o desenvolvimento de usinas nucleares geradoras de energia elétrica até as técnicas necessárias para o tratamento de um tumor pela radioterapia. Esses dois exemplos mostram como a Física Nuclear está conectada com o nosso dia a dia, sendo, portanto, importante matéria a ser abordada em sala de aula.

Lembre-se de que nesta unidade você é um professor de Física que decidiu criar alguns contextos nos quais os alunos estarão no papel de profissionais que precisam dos conhecimentos de Física Moderna para resolver uma situação. No primeiro contexto, os alunos farão o papel de médicos de proteção radiológica que cuidam dos funcionários de uma usina nuclear.

Os relatórios de dosimetria de dois funcionários (A e B) indicam as seguintes doses absorvidas do último ano com o fator de qualidade de cada radiação, apresentados nas Tabelas 4.1 e 4.2 a seguir:

Tabela 4.1 | Relatório Funcionário A

Dose Absorvida (mGy)	Fator de Qualidade (Q)
0,5	$Q_{\alpha} = 20$
0,5	$Q_{n\acute{e}utrons} = 20$
10	$Q_{beta} = 1$

Fonte: adaptada de <<http://www.cnen.gov.br/component/content/article?id=170>>. Acesso em: 25 jul. 2017.

Tabela 4.2 | Relatório Funcionário B

Dose Absorvida (mGy)	Fator de Qualidade (Q)
0,06	$Q_{\alpha} = 20$
0,04	$Q_{n\acute{e}utrons} = 20$
1,2	$Q_{beta} = 1$

Fonte: adaptada de <<http://www.cnen.gov.br/component/content/article?id=170>>. Acesso em: 25 jul. 2017.

Segundo as normas de segurança da empresa, a dose equivalente não pode ultrapassar 20 mSv somados em cinco anos, mas se essa dose equivalente for tomada em um único ano, o funcionário precisará ser afastado.

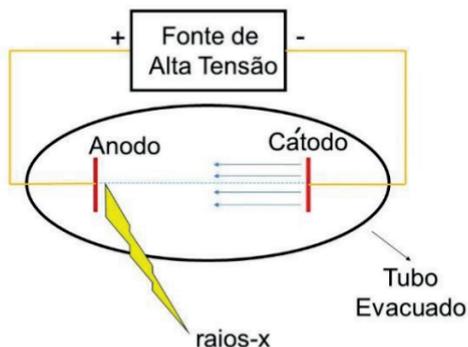
O relatório de um dos funcionários parece apresentar problemas, e, portanto, os estudantes precisam realizar alguns cálculos para verificar a situação. Quais as doses equivalentes em mSv e as energias absorvidas em J que foram aferidas para cada funcionário? De acordo com essa resposta, será necessário tomar uma decisão com relação aos funcionários. Algum deles precisará ser afastado? Que outras atitudes devem ser tomadas?

Para ajudar seus alunos com essas questões do contexto, você precisará entender e aprender esses conceitos que estão no decorrer desta seção. Vamos começar?

Não pode faltar

Em novembro de 1895, na Universidade de Würzburg, na Alemanha, Wilhem Röntgen estudava os raios produzidos por eletrodos em tubos evacuados, como mostrado na Figura 4.1. O experimento consistia em aplicar uma alta tensão entre dois eletrodos, o que produzia um feixe direcionado para o anodo, que era conhecido, na época, como "raios catódicos" (J. J. Thomson mostrou, pouco tempo depois, que esses raios eram compostos por elétrons). Röntgen cobriu o tubo, de modo a não permitir nenhum tipo de luz sair do tubo de vidro evacuado. Com a luz do laboratório apagada e uma tela fluorescente próxima ao tubo, Röntgen observou a tela brilhar.

Figura 4.1 | Experimento de Wilhelm Röntgen



Fonte: elaborada pelo autor.

Röntgen percebeu que o tipo de radiação produzida era bem diferente das conhecidas até então. Por isso, essa radiação ficou conhecida como uma radiação "x" a ser determinada, e hoje a chamamos de raios-X.

Os elétrons produzidos no cátodo são acelerados em direção ao anodo e possuem uma grande quantidade de energia cinética. Ao incidir sobre o material do anodo, esses elétrons têm energia suficiente para arrancar elétrons mais internos do átomo atingido, com número quântico $n = 1$ e, portanto, no orbital 1s. Ao ser ejetado, esse elétron 1s deixa uma vacância que é ocupada por outro elétron de um nível de energia acima, $n = 2$, por exemplo. A diferença de energia entre esses níveis é exatamente a energia de um fóton de raios-X, que é chamada de *radiação característica*.

Além disso, quando o feixe de elétrons encontra os átomos do anodo, ele é continuamente desacelerado pela nuvem eletrônica desses átomos, o que acaba curvando a trajetória original. Sempre que uma carga acelera ou desacelera, como ocorre em uma trajetória curva, ocorre a emissão de radiação eletromagnética. A radiação produzida a partir da desaceleração do feixe de elétrons pelos átomos é conhecida como *radiação bremsstrahlung*, palavra alemã que significa radiação de frenamento.

Imediatamente após a descoberta dos raios-X, Röntgen teve a ideia de utilizar filmes fotográficos para gravar o resultado da interação dos raios desconhecidos com alguns objetos, incluindo sua própria mão e a mão de sua esposa. Como resultado, pôde-se observar claramente a estrutura dos ossos da mão devido aos diferentes graus de absorções pelos diferentes tecidos. A notícia de poder-se observar o interior do corpo humano naquela época espalhou-se rapidamente e não demorou muito para que os raios-X fossem utilizados pela medicina.

Pouco tempo após a descoberta dos raios-X, Henri Becquerel observou que um filme fotográfico, que ele havia deixado próximo a vidros de sais de urânio, tinha sido "revelado". A partir desse fato, Becquerel assumiu estar diante de algum tipo novo de radiação, pois além de ser altamente penetrante como os raios-X, parte dessa nova radiação era desviada por campos magnéticos e elétricos, diferente do que ocorre com ondas eletromagnéticas como os raios-X.

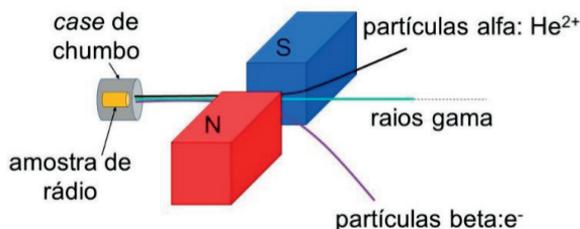
O casal Pierre e Marie Curie, que eram amigos de Becquerel, descobriram radiação similar à emitida pelos sais de urânio, em elementos como tório, actínio, polônio e rádio. Esses dois últimos elementos foram descobertos e nomeados pelo casal Curie. Os raios-X são produzidos através da interação de feixes de elétrons com a nuvem eletrônica dos átomos. Por outro lado, a radiação observada por Becquerel e pelos Curie é

proveniente de processos radioativos que ocorrem no interior do núcleo atômico, ou simplesmente da radioatividade. Por seus trabalhos, os quatro cientistas citados acima ganharam o Prêmio Nobel de Física, e Marie Curie ainda ganhou outro de Química.

A radiação nuclear, que é aquela emitida exclusivamente pelos núcleos atômicos, possui três componentes: a radiação alfa, a radiação beta e a radiação gama, as quais podem ser escritas em termos de seus símbolos gregos, raios- α , raios- β e raios- γ , respectivamente.

A Figura 4.2 mostra um aparato experimental capaz de separar os componentes da radiação nuclear, utilizando uma fonte de radiação, nesse caso uma amostra de rádio devidamente protegida por um case de chumbo (recipiente) de chumbo. O feixe da radiação nuclear atravessa um campo magnético formado por um ímã, por exemplo, que cria um campo magnético com direção do polo norte para o polo sul.

Figura 4.2 | Partículas radioativas



Fonte: elaborada pelo autor.

Sabemos, do eletromagnetismo, que partículas carregadas em movimento têm sua trajetória curvada por um campo magnético. Pela regra da mão esquerda podemos definir a direção da força e pelo módulo da força de Lorentz, utilizando a segunda Lei de Newton, podemos saber a massa da partícula apenas observando o seu raio de curvatura, ou seja, seja, podemos determinar exatamente a partícula curva para cima e qual curva para baixo.

Através desse método, determinou-se que as partículas alfa são átomos de hélio que perderam dois elétrons, ou seja, são íons positivamente carregados He^{2+} cujo feixe curva para cima no aparato da Figura 4.2. O feixe que curva para baixo é formado pelas partículas beta, que consistem em elétrons. O feixe que passa direto é chamado de raios gama. Os raios gama são similares aos raios-X, portanto, são radiações eletromagnéticas que possuem frequência e energia maiores que as dos raios-X.

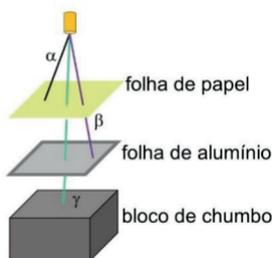
Uma segunda maneira de classificar a radiação nuclear é de acordo com o seu poder de penetração nos objetos. Dessa forma, as partículas alfa são as menos penetrantes, sendo suficiente algumas folhas de papel para barrá-las. As partículas beta penetram mais nos objetos e são bloqueadas por uma folha de alumínio. A radiação gama é uma radiação eletromagnética de alta energia e, portanto, para bloquear essa radiação, é necessário um bloco de alguns centímetros de chumbo.



Assimile

A radiação emitida por um núcleo instável na natureza é composta por partículas alfa, por partículas beta e por raios gama. As partículas alfa são núcleos de hélio com carga positiva, as partículas beta são elétrons, enquanto que os raios gama são radiações eletromagnéticas.

Figura 4.3 | Poder de penetração da radiação nuclear



Fonte: elaborada pelo autor.

O núcleo atômico é formado por prótons e nêutrons, e essas duas partículas são chamadas de núcleons. Como descrito por Rutherford, o núcleo ocupa apenas uma pequena parte do volume atômico que é envolto por uma nuvem eletrônica. A partir dos nossos conhecimentos sobre a força eletromagnética, poderíamos concluir que os prótons deveriam se repelir e, portanto, o núcleo atômico não deveria ser estável. Acontece que existe uma força da natureza que mantém o núcleo coeso: é chamada *força forte*.

A força forte é uma força atrativa entre núcleons e só tem algum valor em distâncias muito pequenas, da ordem do diâmetro dos núcleons, ou seja, as partículas do núcleo precisam estar muito próximas para sentirem a força forte. Nessas distâncias, a força forte equilibra a força de repulsão eletrostática entre dois prótons.

Apenas a força forte entre dois prótons não é capaz de estabilizar um

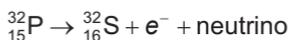
núcleo maior do que o do átomo de hidrogênio. O hélio, por exemplo, possui dois prótons e dois nêutrons, e esses quatro núcleons se atraem através da força forte no interior do núcleo. Assim, os nêutrons auxiliam na coesão do núcleo e por isso recebem o nome de *cimento nuclear*.

À medida que o número atômico Z aumenta (Z = número de prótons), o núcleo fica maior e a repulsão eletrostática torna-se mais relevante que a força forte entre prótons que ocupam extremidades opostas do núcleo. A estabilidade do núcleo é mantida através da adição de mais nêutrons (N = número de nêutrons) do que prótons. O chumbo-207, por exemplo, é estável com 82 prótons e 125 nêutrons, e à medida que o número atômico aumenta o átomo torna-se mais instável, permitindo processos radioativos. A soma do número de prótons com o número de nêutrons é o número de massa (A = número de massa, $A = Z + N$), e o chumbo-207 pode ser representado na forma $^{207}_{82}\text{Pb}$.

Um átomo estável é aquele que mantém sua configuração inalterada, como é o caso da maioria dos elementos da tabela periódica. Os átomos instáveis, por sua vez, mudam a sua configuração através da emissão de radiação nuclear, ou seja, partículas alfa, partículas beta e raios gama.

A Mecânica Quântica também vale para as partículas do núcleo, e a energia deve ser quantizada para um sistema de partículas pequenas e confinadas, como prótons e nêutrons no núcleo. Um núcleo excitado pode retornar ao seu nível de energia fundamental através da emissão de um fóton de raios gama em um mecanismo, de modo similar às transições que o átomo faz de um nível eletrônico mais elevado para um nível eletrônico mais baixo, com uma conseqüente emissão de um fóton de raios-X.

Um núcleo se altera quando emite uma partícula beta, nesse caso, um nêutron se transforma em um próton com a conseqüente emissão de um elétron (partícula beta) mais uma partícula neutra, e quase sem massa, chamada neutrino. A reação a seguir ilustra um decaimento beta, no qual um núcleo de potássio se transforma em um núcleo de enxofre, tendo emitido um elétron e um neutrino:

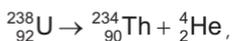


Perceba que o número de núcleons e a carga elétrica se conservam na reação, que poderia também ser escrita da seguinte forma:



Assim, um nêutron n se transforma em um próton p que emite um elétron e^{-} e um neutrino.

Quando um núcleo é instável, como o urânio-238, núcleos de hélio (2 prótons+2 nêutrons) se desprendem, devido ao desbalanço entre as forças forte e eletrostática, e são emitidos como radiação alfa. A reação nuclear a seguir mostra um núcleo de urânio-238 que se transforma em um núcleo de tório-234 com a emissão de uma partícula alfa.



onde o número de núcleons se conserva, e também ocorre a conservação da carga nuclear.

Podemos afirmar que existe radiação em todo o ambiente que nos cerca, desde os raios cósmicos vindos do céu até a radiação emitida pelas rochas terrestres, as paredes de tijolos e concreto de nossas casas, os alimentos que ingerimos e os exames médicos que realizamos periodicamente. Contudo, nosso corpo, além de também emitir radiação, está preparado para receber essas doses de radiação.

Uma forma de monitorar o nível de radiação pode ser através da quantidade de energia absorvida da radiação em joules por um corpo de um quilograma, que é expressa em unidades de rad (acrônimo da palavra em inglês: radiation absorbed dose). No sistema internacional, a unidade utilizada é o gray (Gy), e a conversão entre essas unidades fica:

$$1\text{Gy} = 1\text{J} / \text{kg} = 100\text{ rad}.$$

Diferentes tipos de radiação com a mesma energia podem causar diferentes danos aos tecidos biológicos. Dessa forma, é utilizada uma unidade que é capaz de atribuir uma dose equivalente a uma certa quantidade de radiação absorvida em Gy ou rads. A cada tipo de radiação é atribuído um fator qualidade Q, como descrito na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 | Fator de qualidade para algumas radiações conhecidas

Tipo de Radiação	Fator de Qualidade (Q)
Raios-X, raios gama, elétrons	1
Prótons de alta energia	10
Nêutrons	20
Partículas alfa, produtos de fissão	20

Fonte: adaptada de <<http://www.cnen.gov.br/component/content/article?id=170>>. Acesso em: 12 jul. 2017.

Para os raios-X, os raios gama e as partículas beta, temos o fator de qualidade $Q = 1$, para os nêutrons e as partículas alfa $Q = 20$. A dose equivalente é calculada multiplicando-se a dose absorvida em Gy pelo respectivo fator de qualidade da radiação:

$$\text{dose equivalente(Sv)} = Q \times \text{dose absorvida(Gy)},$$

onde a unidade da dose equivalente é, no SI, o sievert (Sv).



Refleta

Devemos sempre evitar uma radiação que não seja natural. Assim, o que seria mais prejudicial em termos de dose equivalente, receber uma dose de **6 mGy** de partículas alfa ou uma dose de **100 mGy** de partículas beta?

Indivíduos que trabalham em ambientes com radiação ionizante podem receber cerca de **20 mSv** em cinco anos consecutivos, sendo que a dose de **50 mSv** não pode ser alcançada em um ano. Para o resto da população, a dose não pode ultrapassar **1 mSv** em um ano.

O potássio-40 é um isótopo radioativo que pode ser encontrado em pequena quantidade na banana. Esse fato é utilizado por razões didáticas para explicar que estamos continuamente submetidos a pequenas doses de radiação presentes na natureza, e que o fenômeno em si não deve ser temido. Assim, eventos que envolvem radiação podem ter sua intensidade indicada em uma unidade informal chamada dose equivalente de banana (DEB), que seria a dose equivalente de cerca de **0,1 μSv** absorvida de radiação na ingestão de uma banana típica. Nesse caso, comer 5000 bananas por ano chegaria na dose equivalente anual máxima que é recomendada pelos órgãos responsáveis. No entanto, o elemento é eliminado pelo corpo rapidamente; essa dose é apenas ilustrativa.



Exemplificando

Um paciente recebe a quantidade de 1 mSv em um exame clínico no qual foi necessário realizar algumas radiografias. Sabendo que o fator de qualidade dos raios-X é **Q = 0,85** devido a uma calibração do aparelho, qual é o valor da dose absorvida em mrad?

Resolução:

Utilizando a relação **Dose Equivalente = Q × Dose Absorvida** e substituindo os dados do enunciado, temos:

$$1 \text{ mSv} = 0,85 \times \text{Dose Absorvida}; \quad \text{Dose Absorvida} = \frac{1}{0,85} = 1,18 \text{ mGy};$$

utilizando a conversão **1 Gy = 1 J / kg = 100 rad**, temos:

$$\text{Dose Absorvida} = 1,18 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 118 \text{ mrad}.$$

Como discutimos anteriormente, átomos pesados são instáveis e, portanto, são radioativos. Isótopos de átomos leves também podem ser instáveis e emitem radiação. Uma maneira de medir a atividade radioativa de um certo núcleo é através do tempo que demora para uma certa quantidade inicial de material radioativo ser reduzida pela metade: essa medida chamamos de meia-vida. A meia-vida do rádio-226 é $T_{1/2} = 1620 \text{ anos}$, ou seja, a cada 1620 anos a quantidade de rádio na Terra diminui pela metade. Esse tempo pode ser considerado curto se comparado com a meia-vida do urânio-238, que é da ordem da idade da Terra $T_{1/2} = 4,5 \text{ bilhões de anos}$. A Tabela 4.4 apresenta a meia-vida de alguns isótopos na natureza.

Tabela 4.4 | Meia-vida de alguns isótopos

Isótopo	Meia-Vida ($T_{1/2}$)
Urânio – U-238	$4,5 \times 10^9 \text{ anos}$
Tório – Th-234	24 dias
Rádio – Ra-226	1622 anos
Polônio – Po-218	3 minutos
Chumbo – Pb-214	3 minutos

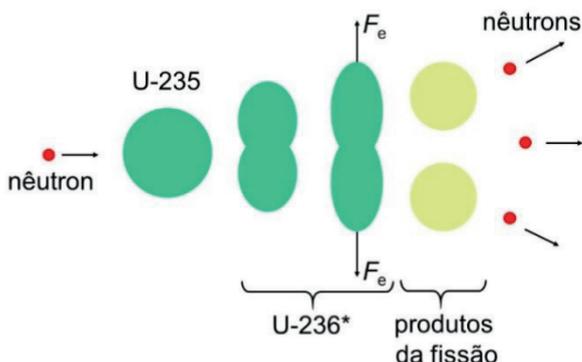
Fonte: adaptada de <<http://www.cnen.gov.br/component/content/article?id=170>>. Acesso em: 13 jul. 2017.

A energia pode ser obtida da matéria através das reações químicas que envolvem alterações dos elétrons de valência. O custo energético para arrancar um elétron de valência de um átomo, que está preso pela força eletrostática, é da ordem do eV, e essa é a ordem de energia que é liberada em uma reação química como uma combustão. A energia armazenada entre dois núcleons é da ordem de milhões de eV devido à força forte. Tal ordem de energia é liberada em reações nucleares.

A fissão nuclear é um processo no qual um núcleo de U-235, por exemplo, quando é bombardeado por nêutrons térmicos que estão em equilíbrio com o ambiente, acaba se dividindo em outros dois núcleos menores e instáveis.

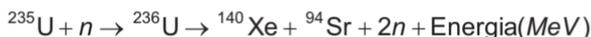
Um modelo de fissão pode ser conferido na Figura 4.4, que mostra um nêutron térmico incidente em um núcleo de urânio-235. Após absorver o nêutron, o núcleo de urânio fica em um estado excitado U-235*, que permite ao núcleo se alongar em uma direção. Quando essa elongação alcança um tamanho crítico, as forças eletrostáticas de módulo F_e , em direções opostas, conseguem vencer a força de atração nuclear e, finalmente, essas duas partes acabam se separando em dois núcleos instáveis que emitem dois ou três nêutrons.

Figura 4.4 | Ilustração do modelo de fissão nuclear

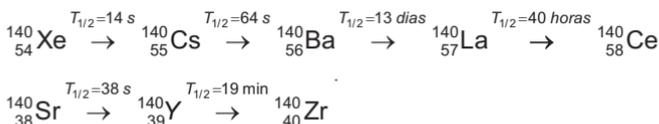


Fonte: elaborada pelo autor.

A reação nuclear a seguir mostra um núcleo de urânio-235 que absorve um nêutron n , e torna-se U-236* excitado, que posteriormente fissiona-se em dois núcleos mais leves de Xe-140 e Sr-194 com a emissão de dois nêutrons:



Assim como o urânio-235, os produtos da fissão acima são instáveis e, portanto, emitem radiação. Tanto o núcleo de xenônio (Xe) quanto o de estrôncio (Sr) transformam-se em outros elementos através da emissão de radiação beta com a transformação de um nêutron em um próton. A seguir, as cadeias de transmutação do xenônio e do estrôncio:



Perceba que a meia-vida entre um núcleo e outro está indicada, bem como o número atômico do núcleo. No final da série do xenônio, está o cério ${}^{140}_{58}\text{Ce}$ que é estável, assim como o ${}^{94}_{40}\text{Zr}$ é isótopo do fim da série do estrôncio.



Exemplificando

Uma quantidade de massa inicial de chumbo-214 de $m_i = 0,03500000 \text{ mg}$ reduz para uma quantidade de massa final $m_f = 0,00109375 \text{ mg}$. Quantas meias-vidas são necessárias para que

ocorra essa redução e qual é o tempo total desse processo?

Resolução:

A quantidade de massa final m_f pode ser relacionada com a quantidade de massa inicial m_i através da seguinte relação:

$$m_f = \frac{m_i}{2^n}$$

onde n representa o número de meias-vidas, portanto, substituindo as massas nessa relação, temos:

$$0,00109375 \text{ mg} = \frac{0,03500000 \text{ mg}}{2^n}$$

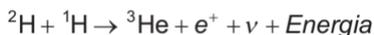
$$2^n = \frac{0,03500000 \text{ mg}}{0,00109375 \text{ mg}}$$

$2^n = 32 \rightarrow 2^n = 2^5 \therefore n = 5$, portanto, são necessárias 5 meias-vidas para que a redução ocorra. Segundo a Tabela 4.2, a meia-vida do chumbo-214 é 3 minutos; multiplicando por cinco esse valor, encontramos que o tempo transcorrido para a redução informada foi de 15 minutos.

A energia gerada no processo de fissão pode ser utilizada tanto em armamentos nucleares quanto em usinas nucleares para conversão em energia elétrica. Ambos os objetivos são alcançados a partir de uma reação de fissão, na qual um nêutron térmico é absorvido por um átomo de U-235, que, por sua vez, fissiona-se emitindo outros dois ou três nêutrons. Esses nêutrons podem gerar entre dois e três processos de fissão que emitem entre quatro e nove outros nêutrons; esse processo cresce exponencialmente e é chamado de reação em cadeia. Em armas nucleares, essa reação não é controlada e causa uma explosão. Em usinas nucleares de geração de energia, a reação em cadeia é, em princípio, moderada e controlada.

Outra forma de se produzir energia é unir dois elementos leves cujo o produto final tem uma massa de repouso menor que os produtos iniciais, com uma consequente liberação de energia da ordem do MeV em um processo chamado de fusão nuclear, que é facilitado se estão em temperaturas elevadas como no Sol.

O Sol é um reservatório de hidrogênio em alta temperatura, o que facilita o processo de fusão. No ciclo de produção de energia do Sol, podemos escrever as seguintes equações:



Inicialmente, dois prótons (núcleos de hidrogênio) se encontram e ocorre a fusão com a formação de um deutério ${}^2\text{H}$, um pósitron e^+ e um neutrino ν e energia (explicaremos essas partículas na próxima seção). Em seguida, pode ocorrer a fusão entre um deutério e um próton com a formação de um núcleo de ${}^3\text{He}$, um pósitron e^+ e um neutrino ν e energia. Finalmente, os núcleos de hélio-3 podem se encontrar e formar um núcleo de hélio-4 mais dois prótons e energia. Esses processos são lentos, e o ciclo apresentado tanto consome quanto gera prótons, e esses fatores evitam que o Sol “queime” rapidamente em uma explosão.



Pesquise mais

Confira mais sobre os processos de fissão e fusão nuclear em: HEWITT, Paul G. **Física Conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Você pode acessar esse conteúdo através do link: disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603413/cfi/662!/662>>. Acesso em: 8 set. 2017

Sem medo de errar

Na preparação da atividade, você precisou anotar alguns pontos importantes e preparar-se para ser capaz de auxiliar os estudantes. Para encontrar a dose equivalente total de cada funcionário da empresa, conforme o contexto apresentado, deve-se utilizar a relação entre a dose absorvida em Gy multiplicada pelo devido fator de qualidade de cada radiação.

Primeiro, multiplica-se a dose absorvida de cada funcionário pelo fator de qualidade apropriado para cada radiação (que pode ser encontrado nas Tabelas 4.1 e 4.2):

Funcionário A:

$$\text{Dose Equivalente}_A = 0,5 \text{ mGy} \times Q_\alpha + 0,5 \text{ mGy} \times Q_{\text{nêutrons}} + 10 \text{ mGy} \times Q_\beta$$

$$\text{Dose Equivalente}_A = 0,5 \text{ mGy} \times 20 + 0,5 \text{ mGy} \times 20 + 10 \text{ mGy} \times 1$$

$$\text{Dose Equivalente}_A = 30 \text{ mSv} .$$

Portanto, o funcionário A recebeu no ano a dose equivalente de **30 mSv**.

Funcionário B:

$$\text{Dose Equivalente}_B = 0,06 \text{ mGy} \times Q_\alpha + 0,04 \text{ mGy} \times Q_{\text{n\u00e9utrons}} + 1,2 \text{ mGy} \times Q_\beta$$

$$\text{Dose Equivalente}_B = 0,06 \text{ mGy} \times 20 + 0,04 \text{ mGy} \times 20 + 1,2 \text{ mGy} \times 1$$

$$\text{Dose Equivalente}_B = 3,2 \text{ mSv}.$$

Portanto, o funcionário B recebeu no ano a dose equivalente de **3,2 mSv**.

A massa do funcionário A \u00e9 100 kg, e a dose absorvida pode ser calculada da seguinte forma:

$$\text{Dose Absorvida}_A = 0,5 \text{ mGy} + 0,5 \text{ mGy} + 10 \text{ mGy}$$

$$\text{Dose Absorvida}_A = 11,0 \text{ mGy}$$

Utilizando a convers\u00e3o $1\text{Gy} = \frac{1\text{J}}{1\text{kg}}$, temos:

$$\text{Energia} = (11,0 \text{ mGy}) \cdot (100 \text{ kg})$$

$$\text{Energia} = \left(11,0 \times 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{Kg}} \right) \cdot (100 \text{ kg}) = 1,1 \text{ J}$$

A massa do funcion\u00e1rio B \u00e9 70 kg, e a dose absorvida pode ser calculada da seguinte forma:

$$\text{Dose Absorvida}_B = 0,06 \text{ mGy} + 0,04 \text{ mGy} + 1,2 \text{ mGy}$$

$$\text{Dose Absorvida}_B = 1,3 \text{ mGy}$$

Utilizando a convers\u00e3o $1\text{Gy} = \frac{1\text{J}}{1\text{kg}}$, temos:

$$\text{Energia} = (1,3 \text{ mGy}) \cdot (70 \text{ kg})$$

$$\text{Energia} = \left(1,3 \times 10^{-3} \frac{\text{J}}{\text{Kg}} \right) \cdot (70 \text{ kg}) = 0,091 \text{ J}$$

Os alunos, portanto, devem concluir que, como o funcion\u00e1rio A obteve uma dose de **30 mSv** que superou a dose equivalente anual permitida pela empresa, ele dever\u00e1 ser afastado.

No dia da atividade, os estudantes ainda foram al\u00e9m, receitando exames m\u00e9dicos para o funcion\u00e1rio A, para acompanhar como os efeitos da radia\u00e7\u00e3o o afetar\u00e3o ou n\u00e3o nas pr\u00f3ximas semanas. Os alunos tamb\u00e9m pedem imediatamente a suspens\u00e3o do trabalho no setor do funcion\u00e1rio A, para que uma investiga\u00e7\u00e3o das causas da alta dose possa

ser realizada. Eles cumpriram muito bem seu papel na atividade e foram muito criativos, não é mesmo?

Você, como professor, parabeniza seus alunos pelo ótimo trabalho de pesquisa e pela apresentação. Que outras atividades você proporia depois da apresentação dos estudantes, para tornar a atividade ainda mais interessante?

Avançando na prática

Laboratório médico

Descrição da situação-problema

Você acabou de ser contratado por um laboratório de pesquisas da medicina nuclear. Sua tarefa será determinar qual é o isótopo que está em um certo recipiente.

Para realizar essa tarefa, você leu no caderno do laboratório que uma quantidade inicial de $m_i = 1\text{ g}$ desse isótopo radioativo reduz para uma quantidade final de $m_f = 0,0625\text{ g}$ em $t = 96\text{ dias}$. De acordo com o conceito de meia-vida, qual é o isótopo em questão? (Consulte a Tabela 4.4 para encontrar o isótopo procurado)

Resolução da situação-problema

Você começa a análise raciocinando da seguinte forma: uma certa quantidade m_i de um elemento reduz para $m_i / 2$ após uma meia-vida $T_{1/2}$. Após mais uma meia-vida, agora é a quantidade $m_i / 2$ que é reduzida pela metade, ou seja, reduz para $m_i / 4$. Ao final de n meias-vidas, a quantidade inicial m_i será reduzida em $\frac{m_i}{2^n}$. Assim, podemos escrever a quantidade final como:

$$m_f = \frac{m_i}{2^n}$$

Substituindo as quantidades fornecidas e manipulando a equação, temos:

$$0,0625\text{ g} = \frac{1\text{ g}}{2^n} \rightarrow 2^n = \frac{1\text{ g}}{0,0625\text{ g}}$$
$$2^n = \frac{1\text{ g}}{0,0625\text{ g}} = 16 \rightarrow 2^n = 2^4 \therefore n = 4$$

Assim, o material reduz para a quantidade final de $m_f = 0,0625\text{ g}$ após quatro meias-vidas. Portanto, a meia-vida desse elemento

pode ser escrita como:

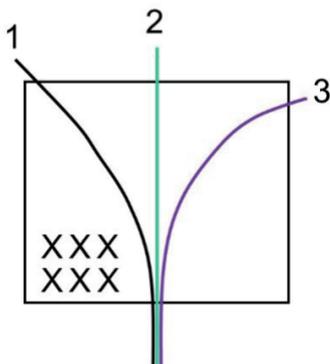
$$T_{1/2} = \frac{t}{4} = \frac{96 \text{ dias}}{4} \rightarrow T_{1/2} = 24 \text{ dias}.$$

Você consulta uma tabela similar à Tabela 4.4 e identifica que o isótopo em questão é o Th-234. Assim, você conclui sua tarefa e o chefe do laboratório fica muito satisfeito pelo seu conhecimento e sua rapidez em resolver os problemas.

Faça valer a pena

1. A Figura a seguir mostra um feixe de radiação de uma fonte radioativa que penetra em uma região onde existe um campo magnético B, este último entra na página e é representado por alguns X no canto esquerdo do quadrado. É possível observar que, ao penetrar na região do campo magnético, o feixe 1 curva para a esquerda, o feixe 2 passa direto e o feixe 3 curva para a direita.

Figura 4.5 | Feixe de radiação submetido a um campo magnético



Fonte: elaborada pelo autor.

Indique a composição de cada feixe na figura de acordo com o tipo de carga que influencia na trajetória dos feixes 1, 2 e 3:

- 1-raios gama; 2-partículas beta; 3-partículas alfa.
- 1-partículas beta; 2-raios gama; 3-partículas alfa.
- 1-partículas beta; 2-partículas alfa; 3-raios gama.
- 1-partículas alfa; 2-raios gama; 3-partículas beta.
- 1-partículas alfa; 2-partículas beta; 3-raios gama.

2. Um isótopo radioativo possui uma massa inicial de $m_i = 68 \text{ mg}$. Após 10 meias-vidas tem sua massa reduzida para uma quantidade de massa final m_f . A relação entre as massas pode ser escrita como $m_f = \frac{m_i}{2^n}$, onde n é o número de meias-vidas.

Utilizando os dados do texto, encontre a massa final m_f do isótopo em miligramas:

- a) $m_f = 0,001 \text{ mg}$.
- b) $m_f = 0,011 \text{ mg}$.
- c) $m_f = 0,022 \text{ mg}$.
- d) $m_f = 0,033 \text{ mg}$.
- e) $m_f = 0,066 \text{ mg}$.

3. Um operador de uma usina nuclear recebeu sua avaliação dosimétrica, que mostrou que ele recebeu durante o ano de trabalho uma dose equivalente de $14 \mu\text{Sv}$. O fator de qualidade utilizado no cálculo da dose equivalente foi $Q = 8$. Uma outra quantidade em dosimetria é a dose absorvida, que possui as unidades $1 \text{ Gy} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ kg}} = 100 \text{ rad}$.

Qual é a quantidade estimada de dose absorvida, em μrad , por esse operador durante um mês de trabalho?

- a) $Dose \text{ Absorvida}_{1\text{mês}} = 175,38 \mu\text{rad}$.
- b) $Dose \text{ Absorvida}_{1\text{mês}} = 17,88 \mu\text{rad}$.
- c) $Dose \text{ Absorvida}_{1\text{mês}} = 14,58 \mu\text{rad}$.
- d) $Dose \text{ Absorvida}_{1\text{mês}} = 145,86 \mu\text{rad}$.
- e) $Dose \text{ Absorvida}_{1\text{mês}} = 1,28 \mu\text{rad}$.

Seção 4.2

Partículas Elementares e o Modelo Padrão

Diálogo aberto

Olá, estudante. Durante o nosso curso aprendemos que os átomos que compõem a matéria são feitos de elétrons e de um núcleo. O núcleo é composto por prótons e nêutrons, e, na seção passada, decidimos investigar um pouco mais a fundo sobre algumas propriedades dos núcleos, como a radioatividade e os eventos de fissão.

Nesta seção, diminuiremos um pouco mais a escala de tamanho investigada e conheceremos quais são as partículas elementares que compõem o Universo. Responder à questão do que é feito o Universo sempre foi um tema sob o qual os físicos se debruçaram, mas podemos seguramente dizer que com o avanço tecnológico alcançado após a Segunda Guerra Mundial conseguimos obter muitas informações, até mesmo sobre o que está dentro de um próton. Além disso, muitas outras partículas exóticas foram observadas ao longo do século XX, e ainda são observadas até hoje.

A Física de Partículas é uma área de ciência básica e, embora aparente não ser muito aplicável, seu desenvolvimento é importante para permitir o surgimento de novas teorias e de tecnologias futuras. Nesse caso, a aplicação tecnológica imediata não é o primeiro objetivo em jogo, mas, sim, avançar nos fundamentos da Ciência.

Lembre-se de que nesta unidade você é um professor de uma instituição de ensino. Você elaborou uma atividade pensando em estimular uma participação mais ativa dos alunos. Dessa forma, você criou alguns contextos nos quais os alunos estarão no papel de profissionais que precisam utilizar conhecimento de Física Moderna para resolver uma situação. No segundo contexto, eles farão o papel de cientistas que trabalham com física das partículas elementares que constituem o Universo. Para avançar em sua pesquisa, esses cientistas precisam descrever todos os bárions com determinadas características.

Um bárion é um hádron formado por três quarks. Assim, é necessário construir uma tabela com três colunas, na primeira delas coloque todos os possíveis bárions que podem ser formados pelos quarks u , d e s .

Sabendo que as cargas elétricas desses quarks são $+2/3$, $-1/3$ e $-1/3$, respectivamente, e que a estranheza do quark estranho vale $S = -1$, enquanto a dos outros quarks é nula. A carga total do bárion pode ser indicada na segunda coluna enquanto a estranheza total do bárion pode ser indicada na terceira.

Então, vamos lá. Você precisa compreender o Modelo Padrão de Física de Partículas para poder resolver essa situação com os seus alunos. Vamos começar?

Não pode faltar

Uma das questões que a Física procura responder é: do que é feito o Universo? Podemos responder essa questão dizendo que, daquilo que conhecemos, existe a **luz** e a **matéria**. Por luz, identificamos todas as radiações eletromagnéticas, como a luz visível e os raios-x, por exemplo. Quanto à matéria, ela é constituída por átomos, que possuem estruturas menores, ou seja, os prótons com os nêutrons ocupando o núcleo, enquanto os elétrons estão confinados ao redor do núcleo como ondas de probabilidades. Podemos colocar uma peça a mais nesse quadro, lembrando que existem interações entre as partículas de matéria. Essas interações são responsáveis pelas quatro forças fundamentais da natureza: **força gravitacional, força eletromagnética, força forte e força fraca**.

Esse era o cenário da Física das Partículas Elementares por volta de 1930, que estava bem fundamentada nas teorias da Relatividade Restrita, Relatividade Geral e da Mecânica Quântica. Acontece que muitas outras partículas foram descobertas e ainda o são até hoje, de modo que essas descobertas fomentaram um ramo particularmente novo para a Física, que deveremos estudar nesta seção.



Pesquise mais

Você sabia que o Brasil teve um grande cientista que contribuiu decisivamente para a Física das partículas elementares? Ele se chamava César Lattes, descobridor do méson pi, e foi um Professor da Unicamp. Saiba mais acessando o seguinte link: disponível em: <http://www.ghtc.usp.br/meson.htm>. Acesso em: 16 ago. 2017.

Existem basicamente três maneiras de se encontrar partículas elementares. A primeira maneira ocorre naturalmente graças aos raios cósmicos, que são uma forma de radiação altamente energética. Ao

colidir com os átomos da atmosfera terrestre, o raio cósmico gera um verdadeiro chuva de partículas secundárias. Algumas dessas partículas chegam até a Terra, e seus rastros podem ser detectados com filmes fotográficos, que eram expostos em altas montanhas. Tais filmes também eram utilizados em reatores nucleares e eram capazes de marcar o rastro de partículas decorrentes de processos de decaimentos radioativos.

Uma outra maneira de se observar as partículas elementares é através da chamada câmara de bolhas. Uma partícula eletricamente carregada deixa um rastro de bolhas em uma câmara, como a mostrada na Figura 4.6. Uma partícula que entra da esquerda para a direita se transforma em outras partículas, como podemos constatar pelos diversos rastros existentes após um certo ponto.

Figura 4.6 | Rastro de uma partícula carregada decaindo em várias partículas carregadas



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2016).

Com o desenvolvimento da tecnologia, não demorou muito para que aceleradores de partículas fossem construídos, com o interesse de se colidir prótons ou elétrons altamente energéticos. Após a colisão, uma infinidade de partículas é gerada, e detectores especializados são utilizados para registrar uma parte dessas partículas, ao invés dos filmes fotográficos. O número de dados gerados também é espetacularmente grande, de modo que, para tratá-los, são utilizados supercomputadores com algoritmos complexos. Finalmente, os dados tratados são enviados para uma equipe com cientistas espalhados pelo mundo todo, a fim de produzir interpretações que podem gerar resultados científicos.

Você deve estar imaginando que interpretar tais dados não deve ser algo fácil, e realmente não é. Um número sempre crescente de partículas exóticas era descoberto, e uma maneira que os físicos encontraram para organizar o trabalho foi desenvolver classificações de partículas com características semelhantes. Durante esse trabalho, surgiram teorias que buscavam abarcar todo o zoológico de partículas elementares que ia sendo observado. A teoria que se mostrou robusta o suficiente se chama Modelo Padrão de Física de Partículas. Antes de discuti-lo, vamos explicar

uma maneira bastante conveniente e simples de classificar uma partícula elementar.

Segundo a Mecânica Quântica, uma partícula elementar possui momento angular de *spin* \vec{S} , cujo módulo projetado em um eixo-z é $S_z = m_s \hbar$, dado em termos do número quântico magnético de *spin* m_s e da constante de Planck normalizada \hbar . Aqui, m_s pode assumir passos inteiros entre $-\mathbf{s}$ e \mathbf{s} , onde \mathbf{s} é o número quântico de *spin*, que pode ser semi-inteiro ou inteiro não negativos.

Os elétrons, os prótons e os nêutrons possuem $\mathbf{s} = 1/2$, enquanto o fóton possui $\mathbf{s} = 1$. As partículas que possuem *spin* semi-inteiro, como os nêutrons, são chamadas de férmions, enquanto as partículas que possuem *spin* nulo ou com um valor inteiro, como o fóton, são chamadas de bósons. Os férmions devem satisfazer o Princípio de Exclusão de Pauli, ou seja, dois férmions não podem ocupar o mesmo estado. Contudo, o mesmo princípio não se aplica aos bósons, assim, não há um limite para o número de bósons ocupando o mesmo estado. As partículas fermiônicas seguem uma descrição estatística de Fermi-Dirac, enquanto as bosônicas seguem uma descrição estatística de Bose-Einstein, nomes em homenagem aos cientistas que desenvolveram o tratamento estatístico adequado para cada um dos dois grupos de partículas.



Assimile

Podemos separar as partículas da natureza em férmions e bósons, sendo que os férmions possuem *spin* semi-inteiro positivo e os bósons *spins* nulo ou inteiro positivo.

Em meados do século XX, novas partículas eram observadas quase que diariamente. Não demorou muito para os cientistas procurarem maneiras de organizar essas partículas em grupos com propriedades similares. Na verdade, o que os cientistas queriam saber é se existiam partículas fundamentais, a partir das quais toda matéria é constituída. A **teoria da eletrodinâmica quântica**, a teoria dos **processos eletrofracos** e a **cromodinâmica quântica** formam as bases do que hoje é conhecido como o Modelo Padrão.

O Modelo Padrão, que surgiu por volta da década de 1970, descreve quais são as partículas fundamentais constituintes da matéria e as forças de interação entre elas. Segundo essa teoria, existem dois grandes grupos de partículas, os léptons e os quarks. Além disso, as forças fundamentais são a força eletromagnética, a força fraca e a força forte. A

força gravitacional não é levada em consideração nesse contexto, pois é menos relevante para a interação entre as partículas, se comparada com as outras três forças.

Existem seis partículas fundamentais conhecidas como léptons, que estão organizadas na Tabela 4.3. Podemos separar os léptons em três gerações. Na primeira geração estão o elétron e^- e o neutrino do elétron ν_e . Na segunda, temos o múon μ^- e seu neutrino ν_μ e, similarmente, na terceira, estão a partícula tau τ e seu neutrino ν_τ . Quanto maior a geração, maior a massa da partícula. A massa de um lépton aumenta conforme aumenta a geração, com exceção dos neutrinos cujas massas são ou muito pequenas, da ordem de 10^{-5} da massa do elétron, podendo ser consideradas nulas. Ainda hoje existe muito debate a respeito das massas dos neutrinos.

Os léptons e^- , μ^- e τ possuem carga -1, enquanto os seus neutrinos são eletricamente neutros, ou seja, não possuem carga elétrica. Esse fato é muito importante, pois, os neutrinos só interagem com as outras partículas através da força fraca. Como os neutrinos possuem massa muito pequena e só interagem através da força fraca, é um tanto quanto difícil detectá-los, por isso tais partículas são as vezes chamadas de partículas fantasmas.

Tabela 4.5 | Léptons

Geração	Sabor	Carga	Massa (MeV / c^2)
Primeira	elétron: e^-	-1	0,511
	neutrino do elétron: ν_e	0	0
Segunda	múon: μ^-	-1	105,7
	neutrino do múon: ν_μ	0	0
Terceira	tau: τ	-1	1777
	neutrino do tau: ν_τ	0	0

Fonte: Halliday, Resnick e Walker (p. 261).

Em 1931, um físico chamado Anderson e sua equipe observaram, nos Estados Unidos, uma partícula que tinha as mesmas características que o elétron, mas que, quando essa partícula atravessava um campo magnético, realizavam uma curva no sentido contrário ao do elétron. Esse fato foi uma evidência de que essa partícula estava positivamente carregada. O pósitron, como a partícula ficou conhecida, possuía as mesmas características do elétron; seu símbolo foi definido como e^+ .

O pósitron é um exemplo de **antipartícula** da partícula elétron, e podemos estender esse fato assim estabelecendo que para cada partícula

existe uma correspondente antipartícula, de **mesma massa e carga de mesmo módulo, mas com sinal contrário**. A união de algumas partículas (prótons, nêutrons e elétrons) forma um átomo. Logo, podemos concluir que a união de um pósitron, um antipróton e um antinêutron forma um antiátomo, ou seja, a união de antipartículas constitui o que chamamos de **antimatéria**.

Com base no conceito de antimatéria, podemos converter a Tabela 4.5 para os antiléptons pósitron e^+ , antimúon μ^+ , antitau τ^+ e seus antineutrinos, $\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$ e $\bar{\nu}_\tau$, nesse caso, os antiléptons carregados possuem carga elétrica $+1$. Perceba que um sinal de positivo foi colocado sobre o símbolo do múon para simbolizar o antimúon, e o mesmo vale para os outros antiléptons. No caso dos antineutrinos, uma barra é utilizada sobre o símbolo do correspondente neutrino e isso vale também para outras antipartículas.

Quando uma partícula encontra sua antipartícula ocorre o fenômeno da aniquilação, ou seja, ambas deixam de existir com uma consequente emissão de fótons, que representaremos pela letra γ . A reação de aniquilação do elétron com o pósitron liberando dois fótons é:



onde as massas do elétron e do pósitron são convertidas integralmente nas energias de dois fótons que devem ser emitidos de modo a assegurar a conservação do momento linear.

Uma outra lei de conservação que ocorre para os léptons é a lei de conservação do **número quântico leptônico**. Devemos considerar esse novo número quântico, assim como a massa, o spin ou a carga elétrica, como uma importante característica da partícula elementar. Primeiro, vamos identificar o número leptônico de cada lépton. Em seguida, mostraremos um exemplo da conservação desse número.

Tabela 4.6 | Conservação do número leptônico

Partícula	L_e	L_μ	L_τ	Antipartícula	L_e	L_μ	L_τ
e^-	+1	0	0	e^+	-1	0	0
ν_e	+1	0	0	$\bar{\nu}_e$	-1	0	0
μ^-	0	+1	0	μ^+	0	-1	0
ν_μ	0	+1	0	$\bar{\nu}_\mu$	0	-1	0
τ^-	0	0	+1	τ^+	0	0	-1
ν_τ	0	0	+1	$\bar{\nu}_\tau$	0	0	-1

Fonte: elaborada pelo autor.

A Tabela 4.6 apresenta os léptons e os antiléptons com o número leptônico associado. Existem três números leptônicos, sendo eles: o do elétron/antilétron L_e ; o do múon/antimúon L_μ ; e o do tau/antitau L_τ . De acordo com a Tabela 4.6, o número leptônico do elétron L_e vale $+1$ para o elétron e seu neutrino, -1 para o pósitron e seu antineutrino e 0 para qualquer outra partícula.

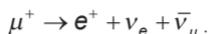


Exemplificando

Qual é o valor do número leptônico L_μ para todos os léptons?

Resolução: de acordo com a Tabela 4.6, o número leptônico será $+1$ para o múon e seu neutrino, -1 para o antimúon e seu antineutrino e 0 para todos os outros léptons.

A lei de conservação do número Leptônico é útil, pois a partir dela podemos identificar reações ou decaimentos dos léptons que devem ou não ocorrer. Analisaremos o seguinte decaimento:



Primeiramente, a soma das massas das partículas e antipartículas do lado direito deve ser menor que a massa do antimúon do lado esquerdo. Em segundo lugar, a soma do número leptônico do lado esquerdo da seta deve ser igual à soma dos números leptônicos à direita da seta. Desse modo, do lado esquerdo temos: $L_e = 0$; $L_\mu = -1$, enquanto que do lado direito temos: $L_e = -1 + 1 = 0$; $L_\mu = -1$.

Assim, podemos concluir que há conservação dos números leptônicos eletrônico e muônico, e esse decaimento pode ocorrer na natureza.



Exemplificando

Por que o decaimento $\tau^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ não pode ocorrer na natureza?

Resolução: a soma das massas do lado direito é menor que a massa da partícula do lado esquerdo, o que é natural, pois parte da massa é convertida em energia cinética para as partículas.

Com relação à conservação do número Leptônico, bastaria um número Leptônico não conservado para que esse decaimento não fosse válido. Do lado esquerdo do decaimento temos: $L_\tau = -1$; $L_e = 0$; $L_\mu = 0$, enquanto que do lado direito temos: $L_\tau = 0$; $L_e = +1$; $L_\mu = -2$.

Vemos que nenhum número se conserva. Portanto, esse decaimento é impossível. De fato, um decaimento assim nunca foi observado.

O segundo grupo de partículas fundamentais, de acordo com o Modelo Padrão, é constituído pelos quarks. Existe uma bela simetria entre os dois grupos de partículas do Modelo Padrão, pois, assim como para os léptons, existem três gerações de quarks, cada qual com duas partículas. Na primeira geração, temos o quark up u e o quark down d . Na segunda geração, encontramos os quarks charme c e estranho s . O Modelo Padrão já havia previsto a existência dos quarks de terceira geração *bottom* b e *top* t , sendo que a existência deste último quark só foi atestada em 1995.

A Tabela 4.7 organiza os quarks em gerações e apresenta o valor da sua massa em ordem crescente com respeito à geração. A carga elétrica dos quarks u , c e t é $+2/3$, enquanto para d , s e b a carga elétrica é $-1/3$. Os quarks são as partículas do modelo padrão que interagem através das três forças fundamentais: a eletromagnética, a fraca e a forte (como já lembramos anteriormente, podemos ignorar a força gravitacional).

Tabela 4.7 | Quarks

Geração	Sabor	Carga	Massa (MeV / c^2)
Primeira	up: u	$+2/3$	5
	down: d	$-1/3$	10
Segunda	charme: c	$+2/3$	1500
	estranho: s	$-1/3$	200
Terceira	top: t	$+2/3$	175000
	bottom: b	$-1/3$	4300

Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 265).

Como você já deve suspeitar, existem também os antiquarks, perfazendo um total de seis antiquarks. A nomenclatura é mais simples, basta colocar o prefixo anti na frente do nome da partícula e você terá a antipartícula, por exemplo: antiup \bar{u} ou antibottom \bar{b} , onde uma barra é colocada sobre o símbolo da partícula para representar a antipartícula. A massa de um antiquark é a mesma do seu quark, no entanto, a carga possui um sinal contrário ao seu respectivo quark. Deste modo, como um exemplo, o anticharme \bar{c} deve possuir carga $-2/3$.

Apesar de o modelo dos quarks ser bem-sucedido, não existe observação dessa partícula elementar livre na natureza, mas é possível observá-la como constituinte de outras partículas. O que sabemos é que a união de três quarks dá origem a um bárion, enquanto a união de um quark e um antiquark gera um méson. Tanto o bárion quanto o méson são exemplos de partículas massivas chamadas hádrons. A seguir, exemplos de dois bárions que você conhece: $p \rightarrow uud$; $n \rightarrow ddu$.

O próton p é a união de dois quarks up u com um quark down d , já o nêutron surge de dois quarks down d com um quark up u . Se somarmos as cargas dos quarks para o próton e para o nêutron, teremos: $p \rightarrow +2/3 + 2/3 - 1/3 = +1$; $n \rightarrow -1/3 - 1/3 + 2/3 = 0$, e essa é uma maneira de mostrar o fato de que o próton é carregado positivamente e que o nêutron possui uma carga total nula.



Assimile

O Modelo Padrão divide as partículas elementares em dois grupos que possuem propriedades distintas. São eles os léptons e os quarks. Os hádrons podem ser bárions compostos por três quarks ou mésons, que são compostos por um quark e um antiquark.

Todos os quarks possuem número Bariônico igual a $+1/3$, enquanto os antiquarks possuem número Bariônico igual a $-1/3$. Esse é um exemplo de número que deve ser conservado em processos de decaimentos envolvendo hádrons. Alguns hádrons apresentam os números $0, \pm 1, \pm 2$, chamados de Estranheza, que devemos representar pela letra **S**. Partículas com estranheza sempre são produzidas aos pares, de modo a conservar o número de estranheza. No entanto, quando ocorre o decaimento de uma partícula estranha, não há a conservação do número de estranheza. Alguns exemplos de hádrons são as partículas Píon π^+ , Káon K^+ e Sigma Σ^+ . Para essas partículas, as composições de quarks/antiquarks ficam:

$$\pi^+ \rightarrow u\bar{d} \rightarrow \text{méson} ; K^+ \rightarrow u\bar{s} \rightarrow \text{méson} ; \Sigma^+ \rightarrow uus \rightarrow \text{báron} .$$

Nesse caso, as duas primeiras partículas são mésons, enquanto a última é um bárion e as três são hádrons. O valor da Estranheza de cada uma dessas três partículas é: $S = 0$, $S = +1$ e $S = -1$. E esse valor está relacionado com o número de quarks (ou antiquarks) estranhos "s" na composição da partícula. Sabendo que a Estranheza do próton também é nula, podemos analisar o seguinte decaimento: $\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$.

Primeiro, a soma das massas do lado direito deve ser menor que a soma das massas do lado esquerdo. O número bariônico do lado esquerdo é 1, enquanto do lado direito esse número também vale 1, basta somarmos o número bariônico de cada quark/antiquark de cada lado da reação. A Estranheza total é nula do lado esquerdo e também vale zero do lado direito. Portanto, tanto o número Bariônico quanto a Estranheza se conservam, e esse decaimento é observável.



Exemplificando

Explique, em termos da conservação da Estranheza e do número Bariônico, por que o seguinte decaimento não pode ocorrer:

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + \Sigma^+$$

Resolução: o número Bariônico dos quarks é sempre $+1/3$, e dos antiquarks, $-1/3$, assim, os números Bariônicos do Píon do próton e da partícula Sigma são $0,1e1$, respectivamente. Desse modo, dos dois lados do decaimento esse número é conservado. Com respeito à Estranheza, esse número é $0,0e-1$ para o Píon, próton e Sigma, respectivamente. Assim, do lado esquerdo a Estranheza é nula, já do lado direito a Estranheza vale -1 , e como a Estranheza não se conserva nesse decaimento, ele é proibido.



Refleta

Os hádrons são as partículas formadas por três quarks ou um quark e um antiquark. Por que não são observadas outras configurações, como dois antiquarks ou quatro quarks?

No Modelo Padrão, a interação entre duas partículas devido a forças fundamentais é mediada por partículas mensageiras. Na situação em que dois elétrons estão próximos, cada um deles emite partículas mensageiras para o outro elétron. Para a **força eletromagnética**, a partícula mensageira é o fóton. Nesse caso, cada elétron recebe a mensagem, através de fótons, que ele deve se afastar, pois está próximo de outro elétron. Como esse fóton é parte de uma interação entre os elétrons e é absorvido por eles, não é possível detectá-los, por isso, nessa situação são chamados de fótons virtuais.

No caso da **interação fraca**, existem três partículas massivas, as quais possuem cerca de cem vezes a massa de um próton, por exemplo, as partículas mensageiras. São elas: W^\pm com cargas $\pm e$ e massa $80,6 \text{ GeV} / c^2$; e Z , com carga nula e massa $91,2 \text{ GeV} / c^2$.

Cada quark pode existir com três **cores** distintas (vermelho, verde e azul), de modo que em um bárion cada quark deve assumir apenas uma dessas cores, para que o bárion fique "branco". Note que isso não tem nada a ver com as cores que estamos acostumados, é apenas um nome dado pelos físicos da época para esse novo número quântico. As partículas que transmitem a força forte entre os quarks são chamadas **glúons**, e existem oito delas. A combinação das cores dos glúons na interação também deve ser "branca".

O Modelo Padrão não inclui a força da gravidade, mas em uma teoria mais completa a partícula mensageira da força gravitacional seria o **gráviton**.

Por fim, em 2012, o Grande Colisor de Hádrons (agora você sabe o que é um hádron), conhecido como LHC, anunciou a observação da partícula bóson de Higgs, com uma massa em torno de $126 \text{ GeV} / c^2$. Essa partícula, assim como o mecanismo que a explica, foi prevista por Peter Higgs e outros cientistas, na década de 1960. O **bóson de Higgs** a partícula mensageira do campo de Higgs que é responsável por explicar por que algumas partículas, que em teoria não deveriam ter massa, possuem muita massa, como as partículas W^\pm e Z . O bóson de Higgs foi a última peça que parecia estar faltando na teoria do Modelo Padrão.



Pesquise mais

Uma leitura muito interessante é o livro da professora Maria Abdala, com a seguinte referência: ABDALLA, Maria Cristina Batoni. **O discreto charme das partículas elementares**. São Paulo: Unesp, 2004. 340 p.

Sem medo de errar

Os alunos que estão representando o contexto são agora cientistas, que trabalham com Física de Partículas e precisam montar uma tabela com todos os possíveis bárions formados com os quarks u , d e s . Seus alunos precisam descobrir todas as maneiras de combinar esses três quarks distinguíveis. Seja trabalhando como em um quebra-cabeças, seja realizando um cálculo de análise combinatória, eles precisam descobrir que há 10 combinações possíveis.

Eles precisarão, com sua ajuda, escrever as combinações com u, d e s . No caso: uuu , uud , udd , ddd , uus , uds , dds , uss , dss e sss .

Depois, é necessário descobrir a carga elétrica e a Estranheza para cada um desses bárions:

uuu – Carga: $+2/3 + 2/3 + 2/3 = +2$; Estranheza: $0 + 0 + 0 = 0$

uud – Carga: $+2/3 + 2/3 - 1/3 = +1$; Estranheza: $0 + 0 + 0 = 0$

udd – Carga: $+2/3 - 1/3 - 1/3 = 0$; Estranheza: $0 + 0 + 0 = 0$

ddd – Carga: $-1/3 - 1/3 - 1/3 = -1$; Estranheza: $0 + 0 + 0 = 0$

uus – Carga: $+2/3 + 2/3 - 1/3 = +1$; Estranheza: $0 + 0 - 1 = -1$

uds – Carga: $+2/3 - 1/3 - 1/3 = 0$; Estranheza: $0 + 0 - 1 = -1$

dds – Carga: $-1/3 - 1/3 - 1/3 = -1$; Estranheza: $0 + 0 - 1 = -1$

uss – Carga: $+2/3 - 1/3 - 1/3 = 0$; Estranheza: $0 - 1 - 1 = -2$

dss – Carga: $-1/3 - 1/3 - 1/3 = -1$; Estranheza: $0 - 1 - 1 = -2$

sss – Carga: $-1/3 - 1/3 - 1/3 = -1$; Estranheza: $-1 - 1 - 1 = -3$.

Após os cálculos, os alunos precisam obter a Tabela 4.8, que apresenta o Decupleto Bariônico contendo a carga e a Estranheza de cada Bárion encontrado.

Tabela 4.8 | Decupleto Bariônico

Bárion	Carga	Estranheza
uuu	2	0
uud	1	0
udd	0	0
ddd	-1	0
uus	1	-1
uds	0	-1
dds	-1	-1
uss	0	-2
dss	-1	-2
sss	-1	-3

Fonte: elaborada pelo autor.

A partícula desse decupleto, que contém três quarks estranhos, foi prevista bem antes de sua descoberta devido à simetria e à observação de que deveria ocorrer a conservação do número de Estranheza para os Bárions.

Essas anotações são centrais para a preparação da atividade. No entanto, além do resultado final, você precisa pensar de que maneira conduzirá os estudantes no dia da aula, permitindo que eles pesquisem, descubram e construam de maneira ativa os resultados, fornecendo somente as informações necessárias no momento correto. Como você conduziria a atividade?

Os estudantes certamente se sentirão motivados, ao trabalhar um tema tão avançado da Física em uma atividade simples.

Produzindo Livros

Descrição da situação-problema

Você foi contratado para escrever alguns exercícios de Física Moderna para uma editora que está preparando livros didáticos para o ensino universitário. Você desenvolveu a seguinte questão sobre partículas elementares:

O tau τ é a partícula mais pesada da família dos léptons. Devido à sua massa, os seguintes decaimentos são permitidos:
 $\tau^- \rightarrow \mu^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu$.

Como a soma das massas das partículas/antipartículas do lado direito é menor que a massa do tau, esse decaimento será possível caso satisfaça a conservação do número leptônico.

Prove que os decaimentos descritos acima são permitidos de acordo com a conservação do número leptônico e do número bariônico, pois agora você precisa preparar o gabarito para poder enviar para seu editor.

Resolução da situação-problema

Os números leptônicos do tau τ^- , do múon μ^- , do neutrino do tau ν_τ e do antineutrino do múon $\bar{\nu}_\mu$ são $L_{\tau^-} = +1$, $L_{\mu^-} = +1$, $L_{\nu_\tau} = +1$ e $L_{\bar{\nu}_\mu} = -1$, respectivamente.

Na equação: $\tau^- \rightarrow \mu^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu$.

O número leptônico do tau do lado esquerdo é: $L_{\tau^-} = +1$. Do lado direito, o número leptônico do neutrino do tau é: $L_{\nu_\tau} = +1$.

Como temos o mesmo número leptônico do tau nos dois lados, essa quantidade se conserva.

Falta verificar o número leptônico do múon. Do lado esquerdo, temos que: $L_{\mu^-} = 0$. Do lado direito, temos: $L_{\mu^-} + L_{\bar{\nu}_\mu} = +1 - 1 = 0$.

Temos o mesmo número leptônico do múon em ambos os lados e, portanto, essa quantidade se conserva.

Você encerra sua resolução mostrando que o decaimento é permitido, pois ele satisfaz a conservação do número leptônico para todas as partículas/antipartículas envolvidas. Mais um desafio vencido!

Faça valer a pena

1. Em Física das partículas elementares, no decaimento de Léptons é possível determinar se uma equação é permitida através da conservação do número Leptônico. A equação a seguir apresenta um canal de decaimento do μ^+ em um pósitron e dois antineutrinos.

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu$$

Esse decaimento é proibido

POIS

O decaimento viola a lei de conservação do número leptônico do elétron. Marque a alternativa que indica a resposta correta acerca da afirmação e da justificativa mostradas no texto acima:

- A afirmativa I está incorreta, enquanto a II está correta.
- A afirmativa I está correta e a II é uma justificativa para I.
- A afirmativa I está correta, mas a II não é uma justificativa para I.
- A afirmativa I está incorreta e a II é uma justificativa para I.
- A afirmativa I está correta, mas a II está incorreta.

2. A partícula Káon é um méson e é observada em três estados: K^+ , K^0 , K^- . Todo méson é um hádron formado por um quark e um antiquark. Um dos canais de decaimento da partícula K^+ é mostrado a seguir:

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-.$$

Qual grandeza não é conservada no decaimento anterior? Escolha uma justificativa que assegura o decaimento. Dados: K^+ ($u\bar{s}$), π^+ ($u\bar{d}$) e π^- ($d\bar{u}$).

- Número Bariônico. O número bariônico não precisa se conservar no decaimento de uma partícula estranha.
- Número Leptônico. O número leptônico não precisa se conservar no decaimento de uma partícula estranha.
- Estranheza. A Estranheza não precisa se conservar no decaimento de uma partícula estranha.
- Massa. A massa não precisa se conservar no decaimento de uma partícula estranha.
- Spin. O spin não precisa se conservar no decaimento de uma partícula estranha.

3. No modelo padrão, a interação entre as partículas se dá através de bósons mensageiros da força. Neste cenário, duas partículas emitem e absorvem os bósons continuamente. Quais são os bósons mensageiros da força eletromagnética, da força fraca e da força forte?

Marque a alternativa que indica a sequência correta dos bósons mensageiros das forças citadas anteriormente:

- a) Fótons, glúons, W^\pm e Z .
- b) Higgs, fótons, glúons.
- c) W^\pm e Z , fótons, Higgs.
- d) Fótons, W^\pm e Z , glúons.
- e) Glúons, W^\pm e Z , fótons.

Seção 4.3

Outros tópicos de Física Moderna

Diálogo aberto

Aprendemos ao longo deste livro que a Física passou por uma grande mudança no início do século XX, com o desenvolvimento da Relatividade Restrita e da Mecânica Quântica. Durante o desenrolar do século passado, o progresso tecnológico alcançado através do conhecimento científico permitiu que mais ciência pudesse ser realizada. Esse processo de retroalimentação é o que permite tanto à ciência quanto à tecnologia avançarem.

Aqui, nesta seção, abordaremos algumas propriedades de átomos e sólidos, como o condensado de Bose-Einstein e o estado semiconductor. Verificaremos como é possível produzir dispositivos tecnológicos como um computador ou um disco rígido a partir do conhecimento do funcionamento desses materiais.

Nesta unidade, você é um professor de Física que, para também abordar alguns tópicos de Física Moderna e Contemporânea, decidiu construir alguns contextos para estimular a aprendizagem. Neles, seus alunos podem trabalhar como se desempenhassem o papel de algum profissional da sociedade. Desta vez, seus alunos imaginarão que são engenheiros que trabalham em uma empresa que desenvolve circuitos elétricos especializados.

Eles precisam desenvolver um circuito que armazena dados, semelhante a um disco rígido de computador. Para tal, serão necessários fios para a transmissão de corrente elétrica, um dispositivo que deixe passar a corrente em uma única direção, um dispositivo que não dissipe energia, e que crie um campo magnético preciso e estável, e, finalmente, um dispositivo que armazene dados e não ocupe muito espaço.

Certamente, seus alunos precisam de sua ajuda, já que esse contexto envolve o conhecimento de vários componentes. Você, como um bom professor de Física, precisa saber quais os dispositivos que seguem as descrições dadas e precisa ter um plano de aula detalhado, para poder guiar seus alunos. Eles precisam descobrir

quais são esses componentes e justificar sua utilização através de suas principais características. Agora, você precisa aprender esses conceitos para poder ajudar seus alunos com os desafios propostos. Vamos começar?

Não pode faltar

Vimos, na seção anterior, que podemos separar as partículas elementares em férmions e bósons. Enquanto os férmions possuem spins semi-inteiros positivos, os bósons carregam spin nulo ou inteiro positivo. Em um sistema de partículas, dois férmions não podem ocupar o mesmo estado quântico. Por outro lado, muitos bósons podem ocupar o mesmo estado quântico.

As partículas que compõem o átomo são férmions (elétrons, prótons e nêutrons). Acontece que, em muitos casos, a soma dos spins de um átomo pode ser nula, como no caso do átomo de hélio, ou um número inteiro positivo, e esses átomos são chamados de bósons.

A distribuição das energias ocupadas pelas partículas de um gás de bósons em uma certa temperatura é dada pela descrição estatística conhecida como **distribuição de Bose-Einstein**. À medida que a temperatura do gás é diminuída, o comportamento quântico ondulatório de cada partícula no gás é realçado, de modo que suas funções de onda começam a se sobrepor. Em uma temperatura muito próxima do zero absoluto (0 K), todas as partículas do gás passam a ocupar o mesmo estado quântico de mesma energia, o nível de energia fundamental.

Podemos considerar essa onda coletiva de muitos átomos como o quinto estado da matéria, conhecido como **condensado de Bose-Einstein**, que pode se estender até a ordem de alguns centímetros. Apesar de Bose e Einstein terem previsto esse comportamento no início da década de 1920, foi apenas em 1995 que os norte-americanos Eric Cornell e Carl Wieman conseguiram produzir experimentalmente um condensado de Bose-Einstein, de vapor de átomos de rubídio, utilizando as técnicas de resfriamento a laser e aprisionamento magnético. Em pouco tempo, Wolfgang Ketterle também produziu condensados de Bose-Einstein em átomos de sódio.

Apesar de ainda não haver nenhuma aplicação do condensado de Bose-Einstein no nosso dia a dia, intensa pesquisa é realizada nos

laboratórios. Uma possível aplicação, que pode ter alguma influência no nosso modo de viver no futuro, é a produção de um laser atômico que deve emitir um feixe intenso de átomos coerentes. O laser óptico também esteve nesse estágio de desenvolvimento básico na década de 1960, e hoje é amplamente utilizado em vários setores da sociedade. Uma outra possível aplicação dos condensados de Bose-Einstein seria na área de sensores de precisão para medir rotação, aceleração e até microgravidade, através da técnica chamada de interferometria de átomos ultrafrios.



Assimile

O condensado de Bose-Einstein é o quinto estado da matéria, no qual um conjunto de bósons ocupa o mesmo estado quântico, de modo que esse conjunto passa a agir como se fosse uma única partícula, de dimensões macroscópicas, que se comporta quanticamente.

Grande parte dos dispositivos tecnológicos que temos à nossa disposição é resultado de um enorme conhecimento que a ciência produziu a respeito dos sólidos. Uma maneira de descrever um átomo é através dos níveis de energia quantizados, como foi discutido nas Unidades 2 e 3. Seria possível utilizarmos esse conhecimento para classificar os sólidos? A resposta é sim. Podemos descrever a ocupação dos níveis de energia pelos três elétrons de apenas um átomo de lítio no seu estado fundamental, como sugere a Figura 4.7, onde dois elétrons ocupam o nível 1s e um elétron ocupa o nível 2s. Repare que o nível 3s também é mostrado, no entanto, não há nenhum elétron nesse nível de energia.

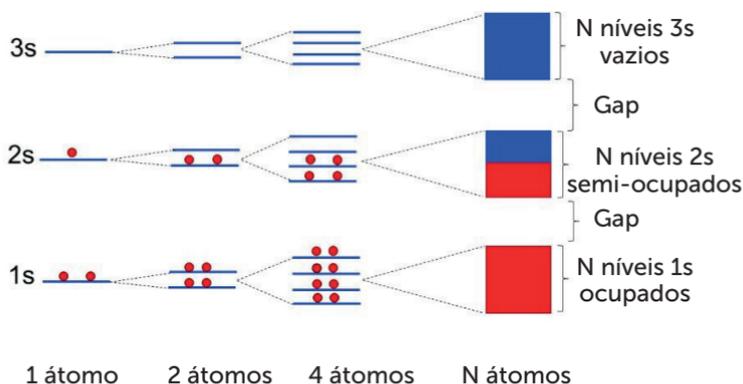
Ao aproximar dois átomos de lítio, suas funções de onda se superpõem, da mesma forma acontece com os níveis de energia. Nessa configuração, cada nível idêntico de cada átomo produz dois novos níveis com energias ligeiramente distintas. Os elétrons tendem a se acomodar nos níveis de mais baixa energia, ocupando, assim, todos os níveis 1s, apenas o primeiro dos níveis 2s e nenhum nível 3s. Quando quatro átomos são aproximados, cada nível idêntico produz agora quatro níveis sobrepostos com energias ligeiramente distintas. O nível 1s é totalmente ocupado, enquanto o nível 2s ocupa metade dos níveis e, novamente, os níveis 3s não possuem elétrons.

Um sólido é formado por muitos átomos, de modo que os níveis de

energia dos átomos individuais se sobrepõem, formando uma banda de energia contínua por estarem muito próximos um do outro. Esse fato é importante para descrevermos os materiais como condutores, semicondutores ou isolantes, como discutiremos a seguir.

Estendendo a situação dos níveis de energia de um átomo de lítio isolado a N átomos de lítio dispostos em uma rede cristalina periódica, temos que cada nível original do átomo isolado contribui para formar N níveis sobrepostos na rede. A situação é como mostrada no lado direito da Figura 4.7. Os níveis $1s$ formam uma banda $1s$ completamente ocupada. A banda $2s$, produzida a partir de N níveis $2s$ dos átomos isolados, está meio cheia, enquanto a banda $3s$ está completamente vazia.

Figura 4.7 | Representação das bandas de energia em um sólido



Fonte: elaborada pelo autor.

Os níveis de energia dentro de uma banda estão muito próximos um dos outros, de modo que podemos considerar uma banda como um conjunto de estados contínuos. É a equação de Schrödinger para N átomos com um potencial periódico que fornece esse tipo de formação de zonas permitidas de energia, chamadas bandas de energia. A mesma equação também prevê regiões de energias proibidas, ou seja, não existe nenhum estado nessas regiões para um elétron ocupar. A diferença de energia entre o topo de uma banda permitida e a base da banda permitida imediatamente acima é a região proibida chamada de *gap* de energia.

Em casos onde a banda está parcialmente ocupada, existe um número grande de estados contínuos disponíveis para os elétrons ocuparem. Um simples aumento na temperatura do material faz com que os elétrons se movam pela banda. Assim, sólidos com bandas parcialmente ocupadas são chamados de **condutores**.

Os elétrons de valência dos átomos isolados originam a banda parcialmente ocupada que permite a condução dos elétrons e, portanto, é chamada de banda de condução. A banda de valência seria a banda mais interna à banda de condução. Assim, podemos determinar a densidade de elétrons n_e na banda de condução através do número de elétrons de valência de cada átomo isolado pela seguinte relação: $n_e = N \times \text{elétrons de valência}$, onde N é a densidade atômica na rede cristalina.



Exemplificando

Qual é o número de elétrons por cm^3 em um pedaço de cobre? A massa e a densidade do cobre são $m_{\text{Cu}} = 63,546 \text{ g/mol}$ e $\rho_{\text{Cu}} = 8,92 \text{ g/cm}^3$. A constante de Avogadro é $6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Resolução:

Primeiro, encontramos a densidade d em mols/cm^3 do cobre:

$$d = \frac{\rho_{\text{Al}}}{m_{\text{Al}}} = \frac{8,920 \text{ g/cm}^3}{63,564 \text{ g/mol}} = 0,1403 \text{ mol/cm}^3$$

Multiplicando d pela constante de Avogadro, temos a densidade N :

$$N = d \times \text{número de Avogadro}$$

$$N = 0,1403 \times 6,022 \times 10^{23} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N = 8,45 \times 10^{22} \text{ átomos/cm}^3$$

O cobre possui 1 elétron na camada de valência, então devemos multiplicar esse valor por N para termos a densidade de elétrons livres na banda de condução n_e : $n_e = N \times \text{elétrons de valência}$

$$n_e = (8,45 \times 10^{22} \text{ átomos/cm}^3) \times (1 \text{ elétron/átomo})$$

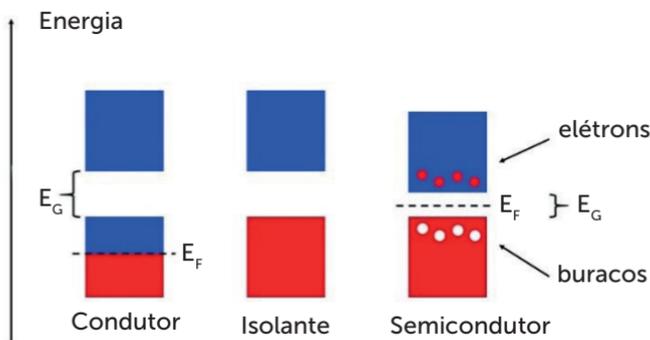
$$n_e = 8,45 \times 10^{22} \text{ elétrons/cm}^3$$

Com respeito às aplicações na eletricidade, os materiais condutores são utilizados como transmissores de corrente elétrica, em pequenos circuitos dentro do nosso celular e também nos robustos fios da rede elétrica que ilumina nossa cidade.

Na situação onde a banda de valência está completamente ocupada e a banda de condução está completamente vazia, e o *gap* de energia é muito maior que a energia da agitação térmica, o sólido é chamado de **isolante elétrico**. Os elétrons não são conduzidos facilmente nesses materiais, pois é preciso fornecer uma energia muito grande para que eles alcancem a banda de condução. A aplicação mais simples que podemos pensar para esses materiais é como o próprio nome diz: isolar componentes para evitar que a corrente elétrica passe de um ponto para o outro.

O condutor possui a banda de condução parcialmente ocupada e, assim como os isolantes, a terceira classe de materiais, chamada de **semicondutores**, também possui a banda de valência completamente ocupada. A diferença é que o *gap* de energia no caso dos semicondutores é bem menor que no dos isolantes. O *gap* do diamante, por exemplo, é $E_G = 5,5 \text{ eV}$, um valor cerca de cinco vezes maior que o *gap* do silício, que é um semicondutor típico com $E_G = 1,1 \text{ eV}$. A Figura 4.8 ilustra a estrutura de bandas dos três tipos de sólidos segundo a mobilidade eletrônica e também mostra o nível de Fermi E_F para um semicondutor que está exatamente na metade da banda proibida.

Figura 4.8 | Comparação entre os tipos de sólidos



Fonte: elaborada pelo autor.

Como o *gap* de energia nos semicondutores não é tão grande como nos isolantes, a própria agitação térmica é capaz de fornecer energia suficiente para que alguns elétrons do topo da banda de valência passem para a banda de condução, ou seja, existe uma pequena movimentação de carga elétrica nesse tipo de material.



Um condutor possui uma banda de condução parcialmente cheia, enquanto os isolantes e os semicondutores possuem a banda de valência completamente cheia. A diferença é que os isolantes possuem um *gap* de energia bem maior que os semicondutores.

Uma maneira experimental de se determinar a qual classe pertence um material é medindo a corrente elétrica que circula através de seu interior, determinando, assim, uma quantidade chamada resistividade ρ , cuja a unidade é o $[\Omega \cdot m]$ (lê-se Ohm vezes metro). A resistividade é uma medida da dificuldade da movimentação ordenada de cargas no interior do material. No caso do isolante, essa dificuldade é muito grande e esses materiais possuem resistividade da ordem de $10^{16} \Omega \cdot m$. No caso dos materiais condutores, a resistividade é bem pequena quando comparada com os isolantes, e está na ordem de $10^{-8} \Omega \cdot m$. A resistividade dos semicondutores pode ser situada em um valor intermediário entre os isolantes e os condutores. O silício, material semicondutor, possui uma resistividade da ordem de $10^2 \Omega \cdot m$.

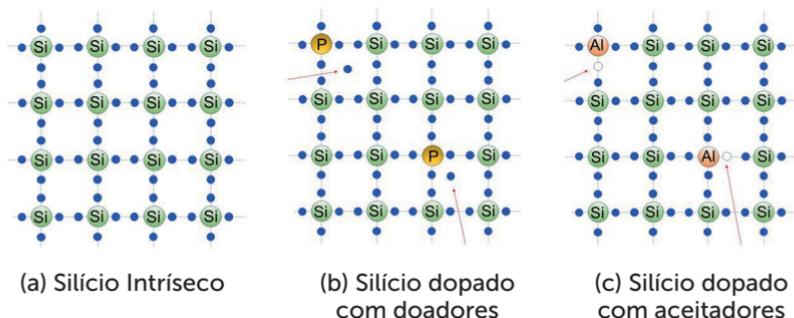
Os semicondutores revolucionaram a indústria da eletrônica no início da década de 1950, com o desenvolvimento de dispositivos cristalinos capazes de controlar uma corrente elétrica. Esse controle era feito anteriormente por válvulas, que eram grandes tubos evacuados que não possuíam uma vida útil muito longa. O advento dos dispositivos semicondutores permitiu a miniaturização dos componentes eletrônicos, o que nos permite escrever esse livro no notebook e, provavelmente, você ler essas linhas no tablet ou até mesmo em um smartphone, ou seja, quase toda a eletrônica moderna é constituída por dispositivos semicondutores.

Para entendermos alguns aspectos básicos dos semicondutores, podemos utilizar como ponto de partida uma rede cristalina e periódica composta exclusivamente de átomos de silício, como a mostrada na Figura 4.9(a). Essa rede pura constitui um semicondutor intrínseco. Cada átomo de silício tem quatro elétrons na camada de valência para a realização de ligações covalentes.

A técnica conhecida como **dopagem** de um semicondutor intrínseco é uma etapa anterior à construção de dispositivos semicondutores que é utilizada em praticamente todo dispositivo eletrônico que utilizamos. Para dopar um semicondutor intrínseco

são adicionadas impurezas na rede. De fato, alguns átomos são inseridos na rede como impurezas, em uma proporção de poucas partes por milhão.

Figura 4.9 | Rede cristalina do silício intrínseco e dopado



Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 280).

Esquemáticamente, na Figura 4.9(b), está apresentada uma rede de silício, no qual dois átomos de fósforo P substituem os lugares de dois átomos de silício. O átomo de fósforo possui cinco elétrons na camada de valência. Quatro deles se ligam covalentemente com outros quatro elétrons de átomos de Si vizinhos, enquanto um deles fica frouxamente ligado ao átomo de origem (indicado por setas). Como um elétron é doado por cada fósforo, esse semiconductor é dopado com doadores. Os elétrons criados pelos doadores podem facilmente passar para a banda de condução, e esses materiais são chamados semicondutores tipo-n (n de negativo, referente à carga do elétron).

Similarmente, a Figura 4.9(c) apresenta a rede de silício na qual dois dos seus átomos foram substituídos por dois átomos de alumínio. Como o átomo de alumínio possui três elétrons na camada de valência, uma ligação na rede do silício fica incompleta: é como se houvesse um buraco em torno do átomo dopante (indicado por setas). Nesse caso, o átomo de alumínio é um aceitador na rede. Acontece que um elétron de um átomo de silício vizinho pode ocupar o buraco, que, por sua vez, se move no sentido contrário ao movimento desse elétron.

Note que podemos visualizar isso em outra perspectiva: podemos imaginar que os buracos (posições onde falta um elétron) estão se

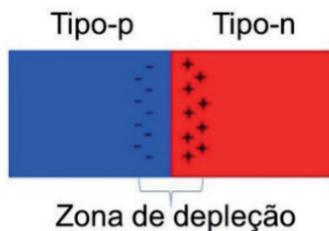
movendo, e que esses buracos se comportam como se fossem uma partícula de carga positiva. Os buracos criados pelos aceitadores podem mover-se livremente pela banda de valência, e, nesse caso, o material é chamado semicondutor tipo-p (p de positivo, referente à "carga do buraco").

Vários dispositivos eletrônicos têm como peça-chave a **união de um semicondutor dopado tipo-n a um semicondutor dopado tipo-p**. Essa união é conhecida como uma **junção-pn**, esquematicamente mostrada na Figura 4.10.

Na interface da junção-pn ocorre a difusão dos portadores de carga. Elétrons passam para o lado do material tipo-p, enquanto os buracos se difundem para o lado do material tipo-n. Esse processo deixa uma região de cargas fixas positivas do lado do tipo-n e de cargas fixas negativas do lado do tipo-p. A região de cargas fixas em torno da interface da junção-pn é chamada de zona de depleção.

Quando os terminais de uma fonte de tensão externa são ligados adequadamente nas extremidades da junção-pn, uma corrente passa pela junção. Ao inverter-se essa polarização, o dispositivo bloqueia a corrente até um certo valor de tensão.

Figura 4.10 | Junção-pn



Fonte: elaborada pelo autor.

Um dispositivo que permite a passagem da corrente elétrica com uma polarização e bloqueia essa corrente quando ligada na polarização inversa é chamado de **diodo**, que é utilizado, por exemplo, em fontes de alimentação de notebooks, para transformar a corrente alternada que chega em nossas casas para o modo contínuo.

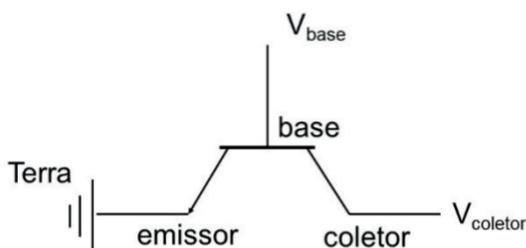
Uma outra aplicação que utiliza o diodo como peça básica é o LED (do inglês: Light-Emitting Diode), que popularmente são aqueles pequenos dispositivos que emitem luz monocromática aos nossos

olhos em praticamente qualquer cor. O dispositivo é construído a partir de uma junção-pn, com altas dopagens tanto do lado n quanto do lado p ligado em polarização direta. Além desses dispositivos voltados para a eletrônica, hoje estão sendo produzidas lâmpadas de LED para iluminar os ambientes das nossas casas. Gradativamente, lâmpadas fluorescentes, que já haviam substituído as incandescentes um certo tempo atrás, estão sendo trocadas por lâmpadas de LED, que entregam a mesma luminosidade com muito mais eficiência.

Assim como um diodo pode emitir fótons, ele também pode absorvê-los, como é o caso dos fotodiodos que são utilizados como sensores de luz. Em televisores, são utilizados para detectar os sinais do controle remoto. Nos postes de eletricidade, são utilizados para detectar a falta de luz ao anoitecer, o que informa o momento certo para acender as lâmpadas que iluminam as ruas. Outro exemplo são os sensores de presença, que detectam a presença de movimento.

Por sua vez, o **transistor** é um dos dispositivos mais importantes da tecnologia moderna. De maneira simplificada, um transistor consiste de uma junção-pn modificada e que, em geral, possui três terminais, chamados de base, coletor e emissor, que podem assumir diferentes potenciais elétricos, como mostrado na Figura 4.11. Uma corrente grande estabelecida entre o coletor e o emissor pode ser controlada por uma pequena corrente entre a base e o emissor, e, nesse caso, o transistor funciona como um amplificador de sinal elétrico. O transistor também pode agir como uma válvula com dois estados, um aberto, quando passa a corrente e outro fechado, quando bloqueia a corrente, configurando o dispositivo físico que armazena o bit, ou seja, a informação 0 ou 1 que é utilizada na linguagem dos computadores.

Figura 4.11 | Esquema elétrico de um transistor



Fonte: elaborada pelo autor.

Um processador precisa analisar muitos bits de informação. Para tal tarefa, muitos transistores são requeridos. O processador Core-i5 da Intel possui cerca de 1300 milhões de transistores que são empacotados simultaneamente em um chip de cerca de 82 mm^2 de área.

Supercondutividade

Em 1911, Kamerling Onnes já havia conseguido liquefazer o hélio, que fica nesse estado em uma temperatura de 4.2 K . Onnes começou então a investigar diversas propriedades dos materiais quando resfriados com hélio líquido. Uma das propriedades investigadas foi a resistência elétrica de certos materiais metálicos.

Durante sua investigação, para sua surpresa, a resistividade do mercúrio caía abruptamente para valores tão baixos de temperatura. Para um fio de mercúrio de 1 cm de comprimento e 1 mm de diâmetro, isso significa uma resistividade da ordem $10^{-12} \Omega \cdot m$, que é pelo menos quatro ordens de grandeza menor que a resistividade dos outros condutores conhecidos. De fato, a resistência foi considerada nula para todos os efeitos práticos.

Logo, a resistência nula também foi observada em outros metais, como chumbo e estanho ou em ligas metálicas, como as de titânio-nióbio, sempre abaixo de uma certa temperatura crítica T_c muito baixa, que depende de cada elemento ou material.

A energia de uma corrente elétrica nos condutores sempre é dissipada com o tempo, além de ser transformada em calor devido às constantes colisões dos elétrons com os átomos e defeitos da rede cristalina. Nos supercondutores, foi verificado que uma corrente elétrica não se dissipa com o tempo, indicando que a resistência elétrica cai efetivamente para zero.

Nos supercondutores, a corrente elétrica é causada por um estado quântico envolvendo um par de elétrons chamado par de Cooper. O pareamento eletrônico ocorre devido às vibrações coletivas na rede, conhecidas como fônons. No estado supercondutor, ocorre a interação de um par de elétrons através das vibrações da rede cristalina. Pares de elétrons como esse formam uma corrente elétrica que é transmitida sem perdas de energia por efeito Joule.

Quando um material na fase supercondutora é submetido a um campo magnético externo, ele tende a expulsar as linhas de campo no seu interior. Esse fenômeno é chamado de efeito Meissner. A

Figura 4.12 mostra um material no estado supercondutor em contato com uma superfície muito fria. É possível observar a flutuação de um ímã permanente sobre o supercondutor devido ao efeito Meissner.

Figura 4.12 | Um material supercondutor levitando um ímã permanente



Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Stable_Levitation_of_a_magnet_on_a_superconductor.jpg>. Acesso em: 20 ago. 2017.

A partir desses dois efeitos comuns aos supercondutores, é possível pensar em diversas aplicações. A primeira seria transmitir corrente elétrica com mínima dissipação de energia. O problema é que os supercondutores metálicos (que são bons para fazer fios) só estão na fase supercondutora em temperaturas muito baixas, e, nesse caso, o custo energético para se resfriar os fios seria maior do que a economia realizada na transmissão da energia.

Bobinas supercondutoras são construídas para gerar campos magnéticos intensos. Tais bobinas são utilizadas, por exemplo, em aparelhos de ressonância magnética e também na construção dos trens conhecidos como Maglev, que flutuam sobre trilhos magnéticos.

A maior parte da pesquisa atual nessa área dos supercondutores tende a buscar novos materiais que apresentem uma fase supercondutora em temperatura ambiente e que tenham outras boas propriedades, como ser maleável o suficiente para poder se produzir fios. Apesar de ainda não existir nenhum material supercondutor à temperatura ambiente, recentemente foi reportada supercondutividade em 203 K no gás sulfeto de hidrogênio (H_2S).

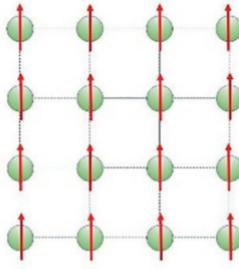


O que seria possível desenvolver se tivéssemos um supercondutor à temperatura ambiente? Que tipo de propriedades adicionais esse material deveria ter para tornar o supercondutor útil?

Magnetorresistência gigante

A Figura 4.13 mostra uma rede de átomos, cada um com um *spin* apontando para cima. Como todos os *spins* apontam na mesma direção, existe uma magnetização resultante do material. Nessa configuração, o material está no estado ferromagnético.

Figura 4.13 | Estado ferromagnético

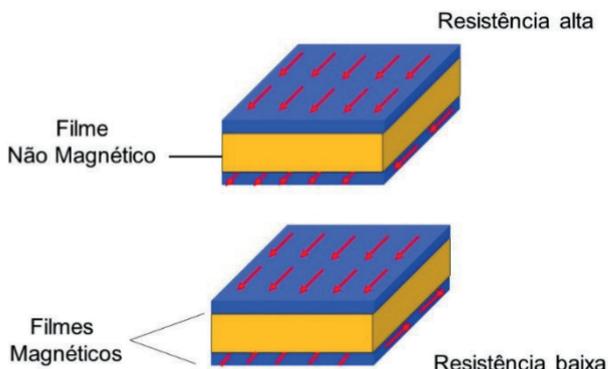


Fonte: elaborada pelo autor.

Alguns dispositivos, como os discos rígidos dos computadores portáteis são feitos de multicamadas de filmes ferromagnéticos alternados com filmes não magnéticos, como mostrados na Figura 4.14. Quando os *spins* das camadas magnéticas estão alinhados na mesma direção, a resistência do dispositivo é baixa. Contrariamente, a resistência é muito alta quando camadas magnéticas adjacentes estão no estado ferromagnético, mas em uma camada os *spins* apontam para a direita, na próxima camada magnética todos os *spins* apontam para a esquerda e vão alternando dessa maneira ao longo das multicamadas. Os estados de *spin* nesse dispositivo são controláveis por pequenos campos magnéticos externos, que resultam em uma enorme alteração na resistência do material, e esse efeito tem o nome de magnetorresistência gigante. Como é possível produzir regiões de magnetização muito pequenas com esse dispositivo, a capacidade de armazenar muitos dados em pouco espaço aumentou muito nos últimos anos, tanto que

qualquer notebook é vendido hoje normalmente equipado com pequenos discos rígidos de 1 *terabyte* de memória. A magnetização dessas regiões pode ser lida, e essa informação é interpretada pelo computador como os nossos arquivos e demais informações que estão armazenadas em nosso disco rígido.

Figura 4.14 | Multicamadas de filmes magnéticos/não magnéticos



Fonte: elaborada pelo autor.



Pesquise mais

Agora você sabe que é possível aproveitar materiais com o efeito de magnetorresistência gigante para uso no desenvolvimento de dispositivos de armazenamento de dados. Saiba mais no seguinte website:

Disponível em: <<http://www.seara.ufc.br/tintim/tecnologia/mrg/mrg02.htm>>. Acesso em: 3 ago. 2017.

Sem medo de errar

Vimos, nesta seção, que certos materiais sólidos podem ser classificados de acordo com suas propriedades, como, a capacidade de conduzir corrente. Isso será importante na elaboração do seu plano de aula, considerando que agora você é um professor de Física e pretende conduzir seus estudantes em um contexto de aprendizagem em que são engenheiros de uma indústria de tecnologia.

Você deve esboçar um protótipo do circuito pretendido, e será necessário especificar cada dispositivo/material de acordo com suas propriedades principais.

O circuito protótipo precisará de alguns fios para transmitir a corrente elétrica. Como não há nenhuma necessidade especial para os fios, eles precisam ser apenas bons **condutores**, como o cobre. Quais outros materiais você conhece que são bons condutores?

Você pode aproveitar para lembrar a classe que, segundo a teoria de bandas, os condutores possuem a banda de condução parcialmente ocupada, de modo que mesmo à temperatura ambiente os elétrons do topo da banda podem se mover livremente.

O segundo dispositivo tem que deixar passar a corrente em apenas um sentido. O componente que possui essa característica é um simples **diodo**, que quando está ligado na polarização direta deixa passar a corrente elétrica. Você pode aproveitar para explicar que, na polarização direta, o polo positivo da fonte é ligado ao do lado p, e o polo negativo da fonte ao lado n da junção-pn. Na polarização inversa, com polo negativo no lado p e polo positivo no lado n, o dispositivo bloqueia a corrente.

O dispositivo que é capaz de gerar um campo magnético é uma bobina de metal, no entanto, você lembra que o projeto pede uma bobina que não dissipe energia. Então, uma boa opção é uma bobina de uma liga supercondutora com temperatura crítica em torno da temperatura do nitrogênio líquido (que é um material relativamente fácil de se obter). Portanto, esse componente precisa ser resfriado, pois abaixo da temperatura crítica, que em geral é bem baixa, os **supercondutores** conduzem corrente elétrica sem resistência e sem dissipação de energia.

Você pode explicar que para que essa temperatura seja mantida com o mínimo desperdício de nitrogênio líquido, seria possível projetar um componente chamado criostato, que é um reservatório capaz de manter o líquido criogênico por um longo tempo, evitando perdas de calor.

Por fim, é necessário um dispositivo que grava dados precisamente e que não ocupa muito espaço físico. Poderia ser utilizado o material de um disco rígido moderno. Esses materiais são feitos de filmes multicamadas, com camadas magnéticas alternadas com camadas não magnéticas. Novamente, você aproveita para explicar que um campo magnético externo, produzido pela bobina, consegue alterar a configuração magnética das camadas, e, quando isso ocorre, a resistência tem uma grande variação. Esse efeito é conhecido como **magnetorresistência gigante**.

Com a aula muito bem preparada, você consegue conduzir

os estudantes para chegarem a todas essas conclusões por conta própria, permitindo que eles realizem pesquisas na internet, trazendo as informações necessárias quando você julgar apropriado, para que eles não se sintam desestimulados. Em pouco tempo, a descrição dos componentes do circuito está concluída. Você parabeniza seus alunos pelo bom trabalho de pesquisa que eles fizeram e conclui que o método da contextualização de situações reais foi bastante importante para o aprendizado.

Avançando na prática

Empresa de dispositivos eletrônicos

Descrição da situação-problema

Você é um funcionário de uma empresa que desenvolve dispositivos eletrônicos. Seu gerente lhe pediu para especificar alguns componentes de projeto, que consiste em construir um circuito de uma placa de som. Uma das especificações iniciais é decidir qual o metal a ser utilizado na placa, sabendo que é necessário escolher o que possua maior densidade de elétrons livres. O seu gerente já lhe passou a informação de que o cobre possui uma densidade eletrônica de $n_e = 8,5 \times 10^{22}$ elétrons / cm^3 . Ele lhe pediu para verificar se o alumínio tem uma densidade de elétrons livres maior ou menor que a do cobre. Você consultou o seu livro de Física e descobriu que o alumínio (Al) possui três elétrons de valência, uma massa atômica $m_{Al} = 26,98 \text{ g / mol}$ e uma densidade $\rho_{Al} = 2,697 \text{ g / cm}^3$. Então, qual seria o número de elétrons na banda de condução desse metal (dado: número de Avogadro = $6,022 \times 10^{23}$)?

Resolução da situação-problema

Primeiro, você precisa encontrar o número de mols que ocupa cada centímetro cúbico de alumínio, que vamos chamar de N , da seguinte forma:

$$d = \frac{\rho_{Al}}{m_{Al}} = \frac{2,697 \text{ g / cm}^3}{26,98 \text{ g / mol}} = 0,09996 \text{ mol / cm}^3$$

Agora, você precisa utilizar a constante de Avogadro para simbolizar que em 1 mol nós temos $6,022 \times 10^{23}$ átomos, ou seja, multiplicamos essa constante por d e temos a densidade de átomos N : $N = d \times \text{número de Avogadro}$,

$$N = 0,09996 \times 6,022 \times 10^{23} \text{ átomos / cm}^3$$

$$N = 6,02 \times 10^{22} \text{ átomos / cm}^3$$

Como o alumínio possui 3 elétrons na camada de valência, devemos multiplicar esse valor por n para termos a densidade de elétrons livres na banda de condução n_e :

$$n_e = N \times \text{elétrons de valência}$$

$$n_e = (6,02 \times 10^{22} \text{ átomos / cm}^3) \times (3 \text{ elétrons / átomo})$$

$$n_e = 18,01 \times 10^{22} \text{ elétrons / cm}^3$$

Após esse cálculo, você descobre que o alumínio possui mais elétrons livres que o cobre e informa o seu gerente, que lhe parabeniza pelo resultado e lhe pede para realizar uma cotação do valor dos fios de alumínio.

Faça valer a pena

1. O condensado de _____ é uma onda coletiva formada por um gás de _____ que ocupam todos o mesmo estado quântico fundamental em uma temperatura próxima do zero absoluto. Uma futura aplicação pode ser o laser _____.

Marque a alternativa que indica a sequência de palavras que preenchem corretamente as lacunas do texto:

- a) Bose-Planck, bósons, eletrônico.
- b) Bose-Einstein, bósons, atômico.
- c) Bose-Einstein, férmions, eletrônico.
- d) Bose-Planck, férmions, atômicos.
- e) Planck-Einstein, quarks, óptico.

2. Os sólidos podem ser descritos através da teoria de bandas, que são formadas pela sobreposição dos níveis de energia dos átomos isolados. Quando há uma infinidade de átomos empacotados em um sólido, os níveis de energia sobrepostos formam bandas contínuas de energias separadas por regiões proibidas. A partir dessa teoria, podemos afirmar que:

- I. Os condutores ocupam parcialmente uma banda, que permite a mobilidade dos elétrons.
- II. Os isolantes e os semicondutores possuem a banda de valência cheia. O que difere um do outro é o tamanho do gap de energia, que é maior nos isolantes em relação aos semicondutores.

III. O nível de Fermi para os condutores está no maior nível de energia ocupada, enquanto o nível de Fermi dos semicondutores se encontra a meio caminho entre o topo da banda de valência e a base da banda de condução.

Marque a alternativa que indica a sequência correta de verdadeiro (V) e falso (F) acerca das afirmativas:

- a) F – F – V.
- b) F – V – F.
- c) V – V – V.
- d) F – F – F.
- e) V – V – F.

3. Quais são as duas propriedades dos materiais supercondutores e qual é o estado magnético no qual todos os *spins* se alinham na mesma direção (estado que precisa ocorrer nos filmes magnéticos dos dispositivos multicamadas que são utilizados para produzir o efeito magnetorresistência gigante)?

Marque a alternativa que responde corretamente à questão:

- a) Corrente nula e Efeito Meissner, estado ferromagnético.
- b) Potência infinita e Efeito Borboleta, estado quântico.
- c) Potência nula e Efeito Borboleta, estado quântico.
- d) Resistência nula e Efeito Meissner, estado ferromagnético.
- e) Resistência infinita e Efeito Meissner, estado antiferromagnético.

Referências

ABDALLA, M. C. B. **O discreto charme das partículas elementares**. São Paulo: Unesp, 2004.

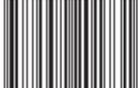
COMISSÃO Nacional de Energia Nuclear (CNEN). **Princípios Básicos da Segurança e Proteção Radiológica**. Porto Alegre, 2014. Disponível em: <<http://www.cnen.gov.br/component/content/article?id=170>>. Acesso em: 25 jul. 2017.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos da Física 4**. Trad. Ronaldo Sérgio de Biasi. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

NUSSENZVEIG, M. H. **Curso de Física Básica**: ótica, relatividade e física quântica. São Paulo: Edgard Blucher, 1998.

ISBN 978-85-522-0173-1



9 788552 201731 >