

# Elementos de máquinas

# Elementos de máquinas

Amauri Olivio

#### © 2017 por Editora e Distribuidora Educacional S.A.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida ou transmitida de qualquer modo ou por qualquer outro meio, eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia, gravação ou qualquer outro tipo de sistema de armazenamento e transmissão de informação, sem prévia autorização, por escrito, da Editora e Distribuidora Educacional S.A.

#### Presidente

Rodrigo Galindo

#### Vice-Presidente Acadêmico de Graduação

Mário Ghio Júnior

## Conselho Acadêmico

Alberto S. Santana
Ana Luccia Jankovic Barduchi
Camila Cardoso Rotella
Cristiane Lisandra Danna
Danielly Nunes Andrade Noé
Emanuel Santana
Grasiele Aparecida Lourenço
Lidiane Cristina Vivaldini Olo
Paulo Heraldo Costa do Valle
Thatiane Cristina o Santos de Carvalho Ribeiro

#### Revisão Técnica

Roberto Mac Intyer Simões Samuel José Casarin

#### Editorial

Adilson Braga Fontes André Augusto de Andrade Ramos Cristiane Lisandra Danna Diogo Ribeiro Garcia Emanuel Santana Erick Silva Griep Lidiane Cristina Vivaldini Olo

#### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Olivio, Amauri

O49e Elementos de máquinas / Amauri Olivio

 Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2017. 208 p.

ISBN 978-85-522-0170-0

1. Peças de máquinas. I. Título.

CDD 621.82

# Sumário

Unidade 1   Molas mecânicas	7
Seção 1.1 - Tensões em molas helicoidais	9
Seção 1.2 - Materiais para molas	25
Seção 1.3 - Molas de extensão, de torção, Belleville	41
Unidade 2   Mancais de contato rolante	59
Seção 2.1 - Tipos de mancais	61
Seção 2.2 - Relacionando carga, vida e confiabilidade	75
Seção 2.3 - Seleção de mancais	91
Unidade 3   Lubrificação e mancais de deslizamento	107
Seção 3.1 - Tipos de lubrificação	109
Seção 3.2 - Teoria hidrodinâmica	126
Seção 3.3 - Tipos de mancais de deslizamento	141
Unidade 4   Elementos mecânicos flexíveis e não flexíveis	157
Seção 4.1 - Correias	159
Seção 4.2 - Correias; cabos de aço; eixos flexíveis	177
Seção 4.3 - Projeto de eixos não flexíveis	193

## Palavras do autor

Olá, seja bem-vindo à disciplina de Elementos de máquinas que contém conhecimentos fundamentais para a formação de um profissional da área de engenharia e indispensáveis na aplicação de soluções de problemas a nível industrial. Este material abordará características de projetos mecânicos que utilizam elementos básicos de engenharia, mas de grande importância. Estudaremos com foco nos tipos principais de elementos de máquinas, nos quais aplicamos conceitos de várias outras disciplinas tais como: Tópicos de resistência dos materiais, Mecânica dos sólidos, Materiais de construção mecânica, Mecânica aplicada, entre outras.

Como temos uma grande quantidade de conceitos utilizados em elementos de máquinas, precisamos nos atualizar e pesquisar sempre que possível! Assim, é muito importante que você procure mais informações nas referências bibliográficas recomendadas e também faça a leitura dos artigos relacionados para cada unidade e seção que vamos estudar.

Assim, iremos adquirir competências fundamentais como: conhecer os elementos de máquinas utilizados em projetos mecânicos, afim de dimensioná-los em relação aos materiais utilizados e suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços. Vamos conhecer as molas mecânicas, os mancais de contato rolante, os mancais de deslizamento e os elementos mecânicos flexíveis e não flexíveis

Na primeira unidade, iremos estudar as molas mecânicas que têm a função de armazenar energia e prover forças de tração, compressão e torque.

Na segunda unidade, estudaremos os mancais de contato rolante, ou simplesmente rolamento, que têm a função de suportar cargas girantes em elementos de contato rolante, com baixa carga de partida.

Na terceira unidade, iremos estudar a lubrificação e os mancais de deslizamento que têm a finalidade também de suportar cargas maiores e alta carga de partida comparados com os rolamentos.

Na quarta unidade, estudaremos os elementos mecânicos flexíveis e não flexíveis, que são compostos de correias, cabos de aço, eixos flexíveis e não flexíveis.

Esta disciplina exige que o aluno aplique uma grande quantidade de informações das diversas disciplinas de engenharia em um maior grau de profundidade. Desta forma, incentivo o aluno a buscar sempre mais conhecimento sobre esta área, independentemente desta disciplina, pois considero que é uma das áreas fundamentais de sua formação e por si só se torna um prazer estudar os elementos de máguinas.

Desejo muito sucesso!

## Molas mecânicas

## Convite ao estudo

Caro aluno, nesta primeira unidade do livro didático, abordaremos os conceitos sobre as molas mecânicas, nos quais estudaremos as tensões em molas helicoidais, os materiais para molas e as molas de extensão, de torção e Belleville.

A competência técnica dessa unidade de ensino é conhecer as molas mecânicas, afim de dimensioná-las em relação aos materiais utilizados e suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços, aplicando o raciocínio crítico e de solução de problemas.

O contexto de aprendizagem utilizado como situação da realidade profissional (SR) proposta nessa é construído em uma empresa fabricante de molas para diversas aplicações, com uma vasta gama de produtos seriados e especiais. Esta empresa tem um trabalho totalmente verticalizado, possuindo todos os departamentos necessários para a produção de molas. Nesta vasta empresa, visamos conhecer as molas mecânicas, afim de dimensioná-las em relação aos materiais utilizados e suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços, como o exigido na solução das três situações-problema propostas nesta unidade.

Assim, em linhas gerais, temos em tensões de molas helicoidais o estudo do efeito da curvatura e deflexão de molas, as molas de compressão e sua estabilidade. Em materiais para molas, estudaremos os materiais, os projetos de molas helicoidais para compressão estática em serviço, frequência crítica de molas helicoidais, e carregamento de fadiga em molas helicoidais de compressão. E, finalmente, os conceitos aplicados a molas de extensão, de torção e Bellevile.

Desta maneira, como aplicar as molas mecânicas em projetos? Devemos sempre aplicar raciocínio crítico e de solução de problemas, pois devemos avaliar um conjunto mais complexo para se aplicar molas mecânicas.

Portanto, vamos aos estudos!

# Seção 1.1

## Tensões em molas helicoidais

## Diálogo aberto

Estimado aluno, o conteúdo sobre molas mecânicas aborda um dos principais elementos de máquinas, pois as molas mecânicas são um dos únicos elementos que têm a característica de armazenar energia e disponibiliza-la quando o sistema projetado o solicitar. Deste modo, vamos estudar as tensões em molas helicoidais, o efeito da curvatura e deflexão, e as molas de compressão e sua estabilidade.

Retomando o contexto de aprendizagem, temos uma empresa fabricante de molas para diversas aplicações, com uma vasta gama de produtos seriados e especiais. Neste contexto de aprendizagem, você será contratado como projetista, para fazer parte de uma equipe para dimensionamento de molas.

Como atividade inicial, você deve saber como se calcula as tensões. Para isto, que método você deve usar? Como calcular as características padrões para o dimensionamento? As curvaturas influenciam nestes dimensionamentos? Como devemos calcular as molas helicoidais para que elas tenham estabilidade? Devemos, portanto, entender o que são molas de compressão e quais as suas utilizações.

A partir da SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações do dimensionamento realizado e considerações feitas para o caso apresentado.

Ao final desta seção, você terá condições de dimensionar molas, em específico, cálculos de tensões, verificação de como os efeitos de curvatura e deflexão influenciam no dimensionamento de molas helicoidais e a obtenção de estabilidade para aplicação de molas de compressão. Assim, fica evidente a importância desta seção, pois o dimensionamento correto evita falhas ocorridas pela má utilização da mola mecânica. Mãos à obra!

## Não pode faltar

#### Tensões em molas helicoidais

Iniciando o estudo das molas mecânicas, tem-se que elas são classificadas a partir da característica de sua construção, por exemplo, com fio, planas ou formatos especiais. As molas helicoidais são feitas de fios, que podem ser redondos ou quadrados, produzidas de forma a resistir tensões de tração, compressão e torção. Nosso foco, nesta seção, será as tensões em molas helicoidais com fio redondo, pois são as mais utilizadas na indústria. A Figura 1.1 nos apresenta este tipo de molas.

Figura 1.1 | Molas helicoidais



Fonte: <a href="http://www.rcmolas.com.br/imagens/informacoes/fabricante-molas-helicoidais-01.jpg">http://www.rcmolas.com.br/imagens/informacoes/fabricante-molas-helicoidais-01.jpg</a>. Acesso em: 2 mar. 2017.

Utilizando uma mola helicoidal de compressão (Figura 1.2), é possível realizar uma análise de esforços com base na geometria da mola. Considerando que a mola está em condição de equilíbrio estático, sob a ação de uma força axial F, que provoca uma tensão de cisalhamento direta e um momento de torção T, em que temos:

$$T = \frac{F \cdot D}{2} \tag{1.1}$$

Considerando ser D o diâmetro (mm) médio da espiral da mola, a tensão de cisalhamento máxima no fio pode ser obtida:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\mathbf{T} \cdot \mathbf{r}}{\mathbf{J}} + \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{A}} \tag{1.2}$$

Em que r é o raio do fio em mm, J é o momento polar em  $mm^4$  e A é área em mm². Sabemos que para um fio circular podemos alterar a equação (1.2) da seguinte forma:

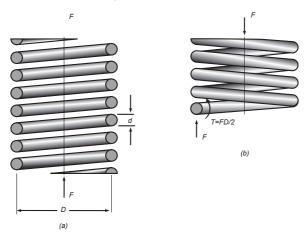
$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} + \frac{F}{A} =$$

$$\tau = \frac{F \cdot \left(\frac{D}{2}\right) \cdot \frac{d}{2}}{\frac{\pi \cdot d^4}{32}} + \frac{F}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}}$$

$$\tau = \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} + \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2}$$
(1.3)

A Figura 1.2 nos mostra as relações entre D e d, F e T.

Figura 1.2 | Mola helicoidal carregada axialmente



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 502).

Nos processos de produção de uma mola, devemos ter em conta que a curvatura da espiral é um fator importante, assim definimos um índice de mola C, e temos, então:

$$C = \frac{D}{d} \tag{1.4}$$

Este índice foi elaborado de forma experimental, pois se temos um índice muito pequeno, os equipamentos não conseguem manufaturar a mola sem provocar deformações indesejadas no perfil do fio e do lado oposto, ou seja, quando o índice é muito grande, a possibilidade de o fio não permanecer na área destinada ao processo de fabricação é elevada, e, assim, pode provocar defeitos ou mesmo a interrupção do processo produtivo. Isto foi comprovado através de vários anos de manufatura de molas.



Podemos também explorar o conceito sobre o índice da mola, observando o vídeo do link a seguir que demonstra um dos tipos de fabricação de molas. Se a relação for muito pequena, as cargas impostas no fio irão modificar o perfil do fio e provocar algum tipo de falha. Quando a relação C for maior do que o recomendado, as deformações necessárias para se formar a mola não ficam completas e o fio tende a ter muita variação dimensional, podendo sair do processo com formatos diferentes do necessário. Disponível em: <a href="https://youtu.be/z80ohfgDG84">https://youtu.be/z80ohfgDG84</a>>. Acesso em: 9 abr. 2017.

Assim, temos uma recomendação prática para se trabalhar em uma faixa de C entre 4 e 12, e desta maneira iremos trabalhar com uma geometria adequada para construção. Assim, vamos modificar a equação (1.3) e incluir a equação (1.4), então:

$$\tau = \frac{8 \cdot F \cdot C}{\pi \cdot d^{2}} + \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^{2}} = \frac{8 \cdot F \cdot C + 4 \cdot F}{\pi \cdot d^{2}}$$

$$\tau = \frac{8 \cdot F \cdot C}{\pi \cdot d^{2}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot C}\right)$$

$$\tau = K_{s} \cdot \frac{8 \cdot F \cdot C}{\pi \cdot d^{2}} \text{ ou } \tau = K_{s} \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^{3}}$$
(1.5)

Em que o fator de correção de cisalhamento é dado por:

$$K_{s} = \left(1 + \frac{1}{2 \cdot C}\right) \tag{1.6}$$

Podemos chamar, então,  $\it K_s$  como fator de correção de cisalhamento para a mola ser fabricada. Adotar como critério de arredondamento da norma ABNT NBR 5891:1977, e utilizar duas casas decimais.



As tensões que envolvem o cálculo de molas helicoidais estão relacionadas com a força (F), o diâmetro médio (D) da espiral da mola e com o diâmetro (d) do fio. O fator de correção  $\mathcal{K}_{s}$  é aplicado para corrigir o real valor da tensão de cisalhamento.

## O efeito da curvatura; deflexão de molas helicoidais

As equações que estudamos até o momento foram baseadas em um fio reto. Quando damos forma à mola, ou seja, a enrolamos para formar a hélice e o diâmetro médio da espiral, temos um efeito de curvatura que precisamos levar em consideração. Quando avaliamos somente em carregamento estático, normalmente desprezamos este efeito, mas na condição de carregamento dinâmico temos que avaliar melhor este efeito da curvatura, pois ele afeta na vida útil da mola, por fadiga.

Desta maneira, foi desenvolvido um novo fator, chamado de fator Bergsträsser, para usarmos quando a mola for projetada para aplicações que envolvam fadiga, apresentado na equação (1.7):

$$\mathsf{K}_{\mathsf{B}} = \frac{4 \cdot \mathsf{C} + 2}{4 \cdot \mathsf{C} - 3} \tag{1.7}$$

Existem outros fatores como o de Wahl ( $K_W$ ), mas o fator  $K_B$  é o mais utilizado. Podemos, ainda utilizar um novo fator de correção combinando as correções  $K_B$  e  $K_S$ , usando a equação [1.6] e a equação [1.7]. Assim, temos um novo fator que vamos chamar de  $K_S$ :

$$K_{c} = \frac{K_{B}}{K_{S}} = \frac{2 \cdot C(4 \cdot C + 2)}{(4 \cdot C - 3) \cdot (2 \cdot C + 1)}$$
 (1.8)

Deste modo, podemos aplicar diretamente o fator  $K_{\rm C}$  na equação (1.5) no lugar do  $K_{\rm S}$ , quando as questões de fadiga forem aplicadas, então:

$$\tau = K_{c} \cdot \frac{8 \cdot F \cdot C}{\pi \cdot d^{2}} \tag{1.9}$$

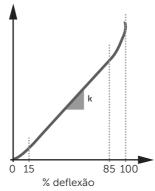
Adotar como critério de arredondamento a norma ABNT NBR 5891:1977, e utilizar duas casas decimais para os fatores  $K_B$  e  $K_C$ .

Para o caso da deflexão da mola helicoidal, aplicamos o teorema de Castigliano. Lembrando que a energia total de deformação de uma mola é composta de um componente torcional e outro de cisalhamento. Com isso, podemos apresentar a equação (1.10) a seguir, que representa a deflexão de uma mola de compressão com fio redondo:

$$y = \frac{8 \cdot F \cdot D^3 \cdot N}{d^4 \cdot G} \tag{1.10}$$

Em que y (mm) é a deflexão da mola; N é o número de espiras ativas; e G (MPa) é o módulo de elasticidade por torção. A Figura 1.3 nos apresenta uma curva força-deflexão característica de uma mola helicoidal.

Figura 1.3 | Curva força-deflexão



Fonte: Norton (2013, p. 797).

Podemos também expressar a constante k da mola, apresentada na figura anterior, sendo:

$$k = \frac{d^4 \cdot G}{8 \cdot D^3 \cdot N} \tag{1.11}$$

## Molas de compressão

Existem diversos tipos de molas de compressão, mas a mais comum é de diâmetro médio efetivo constante, ou seja, o diâmetro ao longo da mola permanece constante, passo da hélice constante, isto é, a distância entre cada espiral, diâmetro do fio constante, como mostrado na Figura 1.4, a seguir.

Figura 1.4 | Mola de compressão



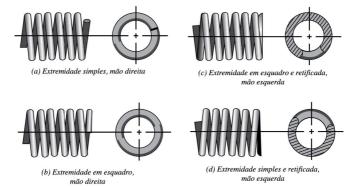
Fonte: <a href="http://www.rcmolas.com.br/imagens/informacoes/mola-helicoidal-compressao-02.jpg">http://www.rcmolas.com.br/imagens/informacoes/mola-helicoidal-compressao-02.jpg</a>. Acesso em: 7 mar. 2017.

## Pesquise mais

Para saber mais sobre como podemos elaborar um procedimento para se estudar a Lei de Hooke, que é a base para o entendimento para o funcionamento de molas helicoidais, recomendo a leitura do artigo: Desenvolvimento de experimento remoto para introdução à iniciação científica no ensino técnico aplicado ao tema Lei de Hooke, Disponível em:<a href="http://docplayer.com.br/8715338-Desenvolvimento-de-experimento-remoto-para-introducao-a-iniciacao-cientifica-no-ensino-tecnico-aplicado-ao-tema-lei-de-hooke.html">http://docplayer.com.br/8715338-Desenvolvimento-de-experimento-remoto-para-introducao-a-iniciacao-cientifica-no-ensino-tecnico-aplicado-ao-tema-lei-de-hooke.html</a>>. Acesso em: 7 mar. 2017.

Para este tipo de mola, devemos nos atentar ao tipo de extremidade. Temos quatro tipos geralmente usados, sendo apresentados na Figura 1.5 a seguir:

Figura 1.5 | Tipos de extremidades para molas de compressão



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 505).

A extremidade simples, caso (a) da Figura 1.5, pode ser definida como o final da mola com o arame terminando sem nenhum acabamento e em qualquer posição angular. Para o caso (b) da Figura 1.5, a extremidade em esquadro significa que o final do arame termina na linha de centro. No caso (c) da Figura 1.5, após a extremidade estar em esquadro acrescentamos uma operação de desbaste (retifica) para deixá-la plana e a 90 ° com a linha de centro. E no caso (d), quando temos a extremidade simples e acrescentamos a operação de desbaste como no caso (c). O significado de mão direita é quando a mola é enrolada para formar a hélice no sentido horário, e para a mão esquerda é quando a mola é enrolada para formar a hélice no

sentido anti-horário.

A condição das extremidades é importante, principalmente quando precisamos de uma melhor transferência de carga, sendo que neste caso preferimos as extremidades retificadas. Também as extremidades influenciam no número de espirais e no comprimento da mola. A Tabela 1.1 apresenta estas influências e as respectivas fórmulas.

Tabela 1.1 | Fórmulas para as características de extremidades de molas de compressão

	Tipo de extremidades de mola				
Termo	Simples	Simples ratificada	Em esquadro ou fechada	Em esquadro ou retificada	
Espirais de extremidade, Ne	0	1	2	2	
Total de espirais, Nt	$N_a$	Na + I	Na +2	Na +2	
Comprimento livre, $L_0$	pNa + d	p(Na + 1)	pNa + 3d	pNa + 2d	
Comprimento sólido, Ls	$d(N_t + 1)$	dNt	$d(N_t + 1)$	dNt	
Passo, p	(Lo - d)/Na	Lo/(Na+1)	(Lo-3d)/Na	(Lo-2d)/Na	

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 505).

Outra característica construtiva para molas helicoidais de compressão é o fato de se realizar o pré-ajuste para se induzir tensões residuais benéficas. O procedimento consiste em fabricar a mola em torno de 20% maior no comprimento, e depois aplicar uma carga axial até a mola ficar com a menor altura permitida, ou seja, o comprimento da mola fechada. Entendemos como mola fechada o momento em que sob a ação de uma força axial a mola fica totalmente comprimida até que os anéis da mola estejam encostados e assim não conseguimos mais o deslocamento axial da mola.



Molas de compressão são aplicadas na indústria para armazenar energia. Esta energia utilizada nas molas helicoidais de compressão é armazenada de que forma? Esta energia é constante?

#### Estabilidade

A estabilidade de uma mola de compressão está relacionada com a possibilidade de ocorrer uma deflexão quando for aplicada uma carga no sentido axial da mola. Esta deflexão, também chamada de flambagem, é semelhante ao que ocorre a um eixo quando colocado em uma posição de coluna e aplicamos uma carga excessiva. Assim, devemos nos preocupar em prevenir isto e, para tal, desenvolvemos a equação (1.12) para o que chamamos de deflexão crítica  $\mathbf{y}_{cr}$ 

$$\mathbf{y}_{cr} = \mathbf{L}_{o} \cdot \mathbf{C}_{1}' \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\mathbf{C}_{2}'}{\lambda_{eff}^{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$
 (1.12)

Em que  $y_{cr}$  é a deflexão crítica, a máxima deflexão admitida para a mola sujeita a um carregamento axial especificado;  $L_{o}$  é o comprimento inicial da mola;  $\lambda_{eff}$  é a razão efetiva de esbeltez dada pela equação (1.13);  $C_{1}$  e  $C_{2}$  são as constantes elásticas dadas pelas equações (1.14) e (1.15), respectivamente.

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\alpha \cdot L_{o}}{D} \tag{1.13}$$

$$C_1' = \frac{E}{2 \cdot (E - G)} \tag{1.14}$$

$$C_2' = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot (\mathsf{E} - \mathsf{G})}{2 \cdot \mathsf{G} + \mathsf{E}} \tag{1.15}$$

Sendo que lpha é a constante de condição de extremidade e E é o módulo de elasticidade. Na Tabela 1.2, encontramos os valores de lpha para cada condição de extremidade.

Tabela 1.2 | Constantes  $\alpha$  de condição de extremidade para molas helicoidais de compressão

Condição de extremidade	Constante $\Omega$
Mola suportada entre superfícies planas paralelas (extremidades fixas)	0,5
Uma extremidade apoiada por duperfície plana perpendicular ao eixo de mola (fixo); outra extremidade pivotada (articulada)	0,707
Ambas as extremidades pivotadas (articuladas)	1
Uma extremidade engastada; outra extremidade livre	2

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 506).

Agora, para termos uma estabilidade absoluta, precisamos estabelecer um critério, conforme a equação (1.16) a sequir:

$$L_{o} < \frac{\pi \cdot D}{\alpha} \cdot \left[ \frac{2 \cdot (E - G)}{2 \cdot G + E} \right]^{\frac{1}{2}}$$
 (1.16)

Podemos simplificar a equação (1.16) quando o material do fio da mola helicoidal de compressão for de aço, sendo:

$$L_o < 2,63 \cdot \frac{D}{\alpha} \tag{1.17}$$



Aplicando o critério na equação (1.17), se o valor de  $L_o$  for menor que o resultado de  $2.63 \cdot \frac{D}{\alpha}$ , então, teremos uma estabilidade nesta mola, ou seja, o comprimento da mola deve ser menor que o valor calculado na expressão (1.17), para que não ocorra o fenômeno da falta de estabilidade.

Devemos sempre avaliar esta questão de estabilidade em molas helicoidais de compressão, pois se a mola flambar, ela perde suas características fundamentais de tensões vistas ao logo deste texto, e a vida útil da mola ou mesmo a sua função será prejudicada.

## Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, devemos efetuar uma análise de uma mola helicoidal de compressão, com foco no cálculo das tensões, nos efeitos da curvatura e na estabilidade.

Como exemplo de solução para esta SP, consideraremos a análise de tensões para carga estática e dinâmica, fio redondo, com material de aço, e extremidades em esquadro e retificada. Também considere uma força de 300N e  $L_o$  = 78mm;  $L_s$  = 43,4mm; d = 2mm; D = 10mm; G = 80GPa; E = 210GPa.

Usamos primeiramente a equação (1.3) e calculamos a tensão máxima:

$$\begin{split} \tau &= \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} + \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} = \frac{8 \cdot 300 \cdot 10}{\pi \cdot 2^3} + \frac{4 \cdot 300}{\pi \cdot 2^2} \\ \tau &= 1050, 42 \frac{N}{mm^2} = 1050, 42 \text{ MPa} \end{split}$$

Agora, definimos o índice C da mola, usando a equação (1.4), então:

$$C = \frac{D}{d} = \frac{10}{2}$$
$$C = 5$$

Assim, podemos calcular o fator de correção Ks, usando a equação (1.6):

$$K_{s} = \left(1 + \frac{1}{2 \cdot C}\right) = \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 5}\right)$$

$$K_{s} = 1,1$$

Com isto nossa tensão máxima deve ser corrigida com a equação (1.5):

$$\tau = K_{s} \cdot \frac{8 \cdot F \cdot C}{\pi \cdot d^{2}} = 1,1 \cdot \frac{8 \cdot 300 \cdot 5}{\pi \cdot 2^{2}}$$
$$\tau = 1050,42 \cdot \frac{N}{mm^{2}} = 1050,42 \text{ MPa}$$

Com este resultado, podemos observar que os valores de tensão máxima exigida encontrados a partir das duas equações (1.3 e 1.5) foram os mesmos. Ou seja, o valor real da tensão de cisalhamento não necessitou de correção. Para o caso de carga dinâmica (fadiga), os efeitos de curvatura são importantes, usamos, então, o fator K<sub>c</sub>, através da equação (1.8), sendo:

$$K_{c} = \frac{2 \cdot C \cdot (4 \cdot C + 2)}{(4 \cdot C - 3) \cdot (2 \cdot C + 1)} = \frac{2 \cdot 5 \cdot (4 \cdot 5 + 2)}{(4 \cdot 5 - 3) \cdot (2 \cdot 5 + 1)}$$

$$K_{c} = 1,176$$

Aplicando na equação (1.9), temos:

$$\tau = K_C \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} = 1,176 \cdot \frac{8 \cdot 300 \cdot 10}{\pi \cdot 2^3}$$
$$\tau = 1123 \text{ MPa}$$

Precisamos agora verificar quanto à estabilidade e usar a equação (1.17):

$$L_o < 2,63 \cdot \frac{D}{\alpha}$$

Da Tabela 1.2,  $\alpha$  é 0,5 (mola suportada entre superfícies planas paralelas:

$$L_o < 2,63 \cdot \frac{10}{0,5}$$
  
 $L_o < 52,6$ 

Nosso  $L_{\rm o}$  é 78mm e maior do que calculamos. Conclusão: a mola vai flambar.

A partir das considerações desta SP, podemos ter em mente que precisamos aumentar o diâmetro médio das espiras para a mola não flambar.

Podemos levantar uma primeira aproximação, sendo:

$$78 < 2,63 \cdot \frac{D}{0,5}$$
  
D > 14,82 mm

Tenha em mente que isto é uma aproximação e devemos avaliar novamente todos os cálculos feitos para tensão, curvatura e estabilidade, com este novo diâmetro.

## Avançando na prática

# Reavaliando as características da mola para atender ao novo diâmetro proposto

## Descrição da situação-problema

Em uma fábrica que utiliza vários equipamentos de produção, temos um equipamento que tem quebra constante de uma mola de compressão. Você como profissional da área de manutenção foi acionado para avaliar se a mola atual atende à aplicação. Como dados iniciais, temos:

Considerar a tensão para carga estática sendo de 3000 MPa, como o mínimo necessário, fio redondo, com material de aço e extremidades em esquadro e retificada. Também considere uma força de 300 N e  $L_o$  = 78 mm;  $L_s$  = 43,4 mm; d = 2,5 mm; D = 14 mm; G = 80 GPa; E = 210 GPa.

## Resolução da situação-problema

Em primeiro lugar vamos definir o índice  ${\sf C}$  da mola, usando a equação (1.4):

$$C = \frac{D}{d} = \frac{14}{2,5}$$
$$C = 5.6$$

Agora, vamos calcular o  $K_s$ , com a equação (1.6), assim:

$$K_{S} = \left(1 + \frac{1}{2 \cdot C}\right) = \left(1 + \frac{1}{2.5,6}\right)$$
 $K_{S} = 1,09$ 

Podemos então calcular a tensão máxima para carga estática, usando a equação (1.5):

$$\tau = K_S \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} = 1,09 \cdot \frac{8 \cdot 300 \cdot 14}{\pi \cdot 2,5^3}$$
  
 $\tau = 746.1 \, MPa$ 

Assim, como temos a necessidade de uma carga de trabalho de  $\tau$  = 3000 MPa e a mola existente tem uma carga máxima de trabalho de  $\tau$  = 746,1 MPa então, esta mola não atende à aplicação e deverá ser redimensionada para a condição de uso.

## Faça valer a pena

**1.** Nos processos de produção de uma mola, devemos ter em conta que a curvatura da espiral é um fator importante, assim definimos um índice de mola C, e temos, então:

$$C = \frac{d}{d}$$

Este índice, foi elaborado de forma experimental, pois se temos um índice muito pequeno, os equipamentos não conseguem manufaturar a mola sem provocar deformações indesejadas no perfil do fio, e do lado oposto, ou seja, quando o índice é muito grande, a possibilidade de o fio não permanecer na área destinada ao processo de fabricação é elevada, e pode provocar defeitos ou mesmo a interrupção do processo produtivo. Isto foi comprovado através de vários anos de manufatura de molas.

O índice de mola C é utilizado para se considerar os aspectos de fabricação de uma mola helicoidal. Assim, escolha a alternativa que esteja de acordo com o objetivo do cálculo do índice de mola.

- a) Calculamos o índice de mola C para obtermos um número comparativo entre os tipos de molas helicoidais.
- b) Calculamos o índice de mola C para obtermos um fator que nos demostre os aspectos de construção da mola.
- c) Usamos a relação para registrar um valor que corresponde à eficiência da mola helicoidal.
- d) Usamos a relação para registrar um valor que corresponde à eficácia da mola helicoidal.
- e) Calculamos o índice de mola C para obtermos uma avaliação da tensão mínima da mola helicoidal.

**2.** Quando damos forma à mola, ou seja, a enrolamos para formar a hélice e o diâmetro médio da espiral, temos um efeito de curvatura, que precisamos levar em consideração. Quando avaliamos somente em carregamento estático, normalmente desprezamos este efeito, mas na condição de carregamento dinâmico temos que avaliar melhor este efeito da curvatura, pois afeta na vida útil da mola, por fadiga.

Considerando uma mola helicoidal, aplicada para carregamento dinâmico, escolha a alternativa que representa uma afirmação correta.

- a) A curvatura de uma mola não afeta nas tensões internas da mola helicoidal quando submetida a um carregamento dinâmico.
- b) A curvatura de uma mola afeta nas tensões internas da mola helicoidal quando submetida a um carregamento estático.
- c) A curvatura de uma mola afeta nas tensões internas da mola helicoidal quando submetida a um carregamento dinâmico.
- d) A curvatura de uma mola não afeta em nada as questões de fadiga.
- e) A curvatura de uma mola não afeta a vida útil da mola helicoidal, pois a fadiga depende somente do material da mola.
- **3.** A questão de estabilidade de uma mola helicoidal de compressão está relacionada com a possibilidade da mola flambar quando o comprimento for muito grande em relação à carga. Então, quando a deflexão for muito grande, teremos o problema de flambagem. Assim, devemos nos preocupar em prevenir este efeito. Para aplicações em que temos fio redondo e o material de construção for o aço, podemos usar a equação a seguir:

$$L_o < 2,63 \cdot \frac{D}{\alpha}$$

Analisando o projeto uma mola helicoidal de compressão, encontramos o comprimento  $L_{\circ}$  com 150mm, e na comparação com a equação mencionada no texto-base, temos o seguinte resultado: 150 < 148. Com este resultado, qual alternativa representa o resultado correto?

- a) Este resultado é conclusivo, mas não está relacionado com a estabilidade da mola helicoidal.
- b) Este resultado não é conclusivo e possivelmente os cálculos estão apresentados de forma incorreta.
- c) Este resultado significa que teremos uma deflexão e a mola terá um regime estável.
- d) Este resultado significa que não teremos uma deformação linear, mas a mola é estável.
- e) Este resultado significa que teremos uma flambagem e a mola não será estável

# Seção 1.2

## Materiais para molas

## Diálogo aberto

Caro aluno, nesta seção aprenderemos a selecionar materiais para molas, afim de conhecer as características dos materiais para molas, projetar molas helicoidais para carregamentos estáticos e dinâmicos, avaliando a influência do material selecionado para a mola e sua resistência a tais carregamentos.

Retomando o contexto de aprendizagem, em uma empresa fabricante de molas para diversas aplicações, com uma vasta gama de produtos seriados e especiais, você irá trabalhar como um profissional da área de manutenção e precisa dimensionar algumas molas para o uso em um sistema de prensagem que utiliza molas de compressão, aplicadas em um ferramental de estampagem, em que as atuais estão com uma frequência muito alta de falhas prematuras e você precisa resolver este problema, partindo para um novo dimensionamento destas molas de compressão.

Assim, como você calcula as molas de compressão? Quais são os parâmetros fundamentais? O que são frequências críticas, como isto influencia no dimensionamento destas molas? O que é fadiga em molas de compressão? Como calculá-las?

A partir da SP, você deverá montar um relatório contendo todas as informações dos dimensionamentos e considerações feitas para o caso apresentado.

Ao final desta seção, você terá condições de selecionar os materiais para molas, efetuar o projeto de molas helicoidais de compressão em serviço estático, avaliar a influência das frequências críticas de molas helicoidais, e também o carregamento de fadiga em molas helicoidais de compressão. Você vai perceber que o projeto de molas levando em consideração a aplicação correta de materiais, é de suma importância, pois devemos aplicar estas molas sem falhas e com baixo custo.

## Não pode faltar

## Materiais para molas

As molas podem ser manufaturadas por processos a quente ou a frio, lembrando que para ser considerado processo a quente, o material deve estar acima da temperatura de recristalização. A escolha do tipo de processo é uma função do tipo de material, do índice da mola (índice C) e das propriedades desejadas. Deste modo, precisamos saber qual será a aplicação da mola, para sabermos qual material e qual processo de fabricação utilizar.

Podemos visualizar alguns tipos de aços mais comumente utilizados, na Tabela 1.3 a seguir.

Uma das características iniciais, quando trabalhamos com materiais para mola, é sua capacidade de resistência à tração  $[S_{ut}]$ , e neste momento precisamos escolher um diâmetro para o fio, sem o qual não conseguimos estipulá-la. Para o cálculo da capacidade de resistência à tração, temos a seguinte equação:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \tag{1.18}$$

Em que A e m são constantes obtidas a partir da Tabela 1.4 e d é o diâmetro do fio.

Tabela 1.3 | Aços de mola de liga e alto carbono

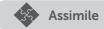
Nome do material	Especificação similar	Descrição
Fio musical (ou polido), 0,80 - 0,95 <i>C</i>	UNSG10850 AIS11085 ASTM A228 - 51	Este é o melhor, mais tenas e mais amplamente usado de todos os materiais de mola para pequenas molas. Ele tem a mais elevada resistência de tração e pode aguentar tensões mais elevadas sob carregamento repetido que quaiquer outro de 0.12mm a 3mm (0.005 a 0.125 in). Não use acima de 120 C (250 °F) ou me temperatudas abaixo de zero.
Fio revenido em óleo, 0,60 - 0,70 <i>C</i>	UNSG10650 AIS1 1065 ASTM 299-41	Este aço de mola de propósito geral é usado para muitos tipos de molas de espirais, em que o custo do fio musical é proibitivo e em tamanhos maiores que os disponíveis em fio musical. Não recomendavel para carregamento de choque ou impacto. Disponível em diâmetros de 3mm a 12mm (0.125 a 0,5000 in), mas diâmetros maiores e menores podem ser obbidos. Não recomendado para uso acima de 180°C (350°F) ou em temperaturas abaixo de 2ero.

Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016).

Tabela 1.4 | Constantes A e m para estimar a resistência mínima de tração de fios comuns de mola

Material	ASTM n°	Expoente m	Diâmetro	A kpsi . in <sup>m</sup>	Diâmetro mm	A MPa . mm™	Custo relativo do fio
Fio musical*	A228	0.145	0,004-0,256	201	0,10-6,5	2211	2,6
Fio temperado e revenido em óleo	A229	0,187	0,020-0,500	147	0,5-12,7	1855	1,3
Mola de fio estirado	A227	0,190	0,028-0,500	140	0,7-12,7	1783	1,0
Fio de cromo-vanálido	A232	0.168	0,032-0,437	169	0,8-11,1	2005	3,1
Fio cromo -silício	A401	0,108	0,063-0,375	202	1,6-9,5	1974	4,0

Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016).



Para definição do material para molas, devemos sempre ter em mente que a escolha do diâmetro do fio tem uma importância fundamental. Após esta definição, em sequência, avalia-se a capacidade de resistência à tração.

Utilizando a Tabela 1.5, podemos, então, obter o valor da resistência à tração [ $S_{ut}$ ], e usar para molas com material de aço, em que o valor da resistência torcional [ $S_{sy}$ ], deve ficar contida entre os seguintes limites:

$$0.35 \cdot S_{ut} \le S_{sv} \le 0.52 \cdot S_{ut}$$
 (1.19)

Tabela 1.5 | Propriedades mecânicas de alguns fios de molas

	Limite e	elástico	Diâmetro	d		E	G	
Material	porcenta <u>c</u> torção e		in	mm	Mpsi	Gpa	Mpsi	Gpa
Fio Musical A228	65-75	45-60	<0,032 <0,033-0,063	<8 0.8-1.61	29,5 29,0	203,4	12,0 11,85	82,7 81,7
			<0,064-0,125	1,61-3	28,5	196,5	11,75	81,0
			>0,125 <0,032	>3 <8	28,0 28,8	193 198,6	11,6 11,7	80,0 80,7
Molas de fio duro	60-70	45-55	<0,033-0,063	0,8-1,61	28,7	197,9	11,6	80,0
estirado A227			<0,064-0,125 >0,125	1-3 >3	28,6 28,5	197,2 196,5	11,5 11,4	79,3 78,6

Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016, p. 510).

Temos que observar também que para molas helicoidais existe uma operação de assentamento, que consiste em aplicar uma carga axial na mola, e esta carga aumenta a porcentagem máxima de resistência de tração, mas a um custo maior de processo, como mostra a Tabela 1.6. Assim, o valor encontrado na coluna "antes da remoção de assentamento" tem um custo menor, e o valor encontrado na coluna "após da remoção de assentamento" tem um custo maior. O valor apresentado na Tabela 1.6 deve ser dividido por 100 (está expresso em porcentagem e.g. 45%) e aplicado na equação (1.20) na variável denominada x, sendo:

$$S_{sy} = \tau_{adm} = X \cdot S_{ut}$$
 (1.20)

Tabela 1.6 | Porcentagem máxima de resistência de tração

Material	Antes da remoção de assentamento (inclui K"ou K <sub>b</sub> )	Após a remoção de assentamento (inclui K <sub>s</sub> )
Fio musical e aço de carbono estirado a frio	45	60-70
Aço carbono endurecido e revenido e açõ de baixa liga	50	65-75

Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016, p. 510).



A Tabela 1.6 nos apresenta a porcentagem máxima de resistência de tração, então precisamos converter o valor que está em percentual para um valor decimal para podermos usar adequadamente a equação (1.20). Então, escolhemos como exemplo o material fio musical, antes da remoção de assentamento, então, a equação (1.20) fica:  $S_{sy} = 0.45 \cdot S_{ut}$ 

Entenda que para encontrarmos a resistência torcional do fio  $\mathbf{S}_{sy}$ , temos que saber que a resistência torcional é proporcional à resistência de tração, em função da aplicação ou não do assentamento. Assim, esta porcentagem que encontramos na Tabela 1.6 é uma forma de encontramos a resistência torcional, apenas conhecendo a resistência à tração do fio.

## Projeto de molas helicoidais para compressão estática em serviço

Na análise da compressão estática de molas, devemos ter em consideração que no momento em que a mola está chegando ao seu final de curso, ou seja, está próxima ao fechamento das espiras, devemos determinar o que chamamos de força de fechamento ( $F_s$ ).

A força operacional máxima deve ser limitada ao valor de 7/8 da força de fechamento. Assim temos a equação (1.21) a seguir: (1.21)

$$F_s = (1 + \xi) \cdot F_{\text{max}}$$

Em que  $\xi$  é o percurso fracionário até o fechamento (este percurso significa que nesta região, até o fechamento, a mola não deve trabalhar, sob risco de quebra do fio). Além das considerações que até o momento realizamos para o material de molas, devemos considerar em um projeto de molas, as seguintes condições:

$$\xi = 0.15$$
 (1.24)

$$n_s = 1,2$$
 (1.25)

Em que C = índice de mola;  $N_a$  = número de espiras ativas;  $n_s$  = fator de segurança no fechamento (altura sólida). Caso tenhamos a necessidade de projetar uma mola em alto volume de produção, existe um termo chamado fom, que é uma figura de mérito, que está associada à obtenção de um menor custo. Assim, uma fom pode ser estabelecida com a equação (1.26):

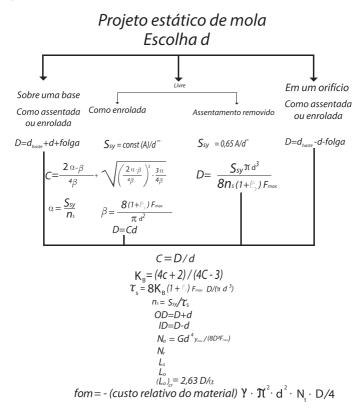
$$fom = -\left(custo \, relativo \, do \, material\right) \frac{\gamma \cdot \pi^2 \cdot d^2 \cdot N_t \cdot D}{4} \tag{1.26}$$

Em que  $\gamma$  = peso específico ( $^{kg}_{mm^3}$ ); d = diâmetro do arame (mm);  $N_t$  = número total de espiras e D = diâmetro das espiras (mm). Quando realizarmos a comparação entre aços, poderemos suprimir o peso específico.

O projeto de uma mola é um processo com muitas possibilidades de soluções, exigindo assim, um grande número de decisões a serem tomadas. Deste modo, temos que estabelecer uma estratégia de projeto, conforme podemos ver na Figura 1.6. A estratégia consiste em elaborarmos uma tabela com as dimensões e os dados principais, alterando os materiais e alguns incrementos do diâmetro do fio. Depois disto, podemos avaliar os resultados e escolher os que se enquadram nas características das equações (1.22 a 1.25). Com esta análise concluída, normalmente temos mais de uma opção de materiais e de diâmetros de fios, então poderemos decidir qual item tem a maior figura de mérito [fom].

Com este procedimento temos um ótimo projeto de mola, associando as características técnicas e de custo.

Figura 1.6 | Diagrama de fluxo de projeto de mola de compressão helicoidal para carregamento estático



Imprima ou mostre; d, D, C, OD, ID,  $N_{a'}$ ,  $N_{v}$ ,  $L_{s'}$ ,  $L_{o'}$  ( $L_{o'}$ ,  $c_{v'}$ ,  $n_{s'}$ , fom Construa uma tabela, consduza a avaliação de projetos por inspeção. Elimine desenhos inesquecíveis mostrando restrições ativas. Escolha entre desenhos satisfatórios usando figura de mérito.

Fonte: adaptado de BUDYNAS e NISBETT (2016, p. 513).

Em que  $N_t$ ; $L_s$ ; $L_o$ , são obtidos da Tabela 1.1, contida na Seção 1.1.

A partir da teoria apresentada, podemos afirmar que o projeto de molas não é uma abordagem exata. Portanto, temos sempre

várias alternativas de cálculo e dimensionamento para uma mesma aplicação. O procedimento apresentado na Figura 1.6 é um exemplo eficaz, mas você pode aprimorá-lo de tal forma a enquadrá-lo nas necessidades específicas de cada empresa ou projeto.

## Frequência crítica de molas helicoidais.

A frequência crítica de molas é um fator de análise importante em aplicações, requerendo um movimento alternativo rápido, por exemplo, em molas para válvulas de motores de ciclo Otto. Nestas condições, a mola helicoidal pode sofrer quebra de forma antecipada e se romper a qualquer momento, em função de ondas de ressonância. Para prevenir isto, durante o projeto precisamos determinar a frequência fundamental da mola [f]. Para casos em que a frequência de trabalho é maior que f, devemos redimensionar a mola até que a frequência de trabalho seja menor que a frequência fundamental. Assim, temos a equação (1.27).

$$f = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}\right)}{20} \tag{1.27}$$

Em que k = razão de mola; g = aceleração da gravidade; W = peso da mola. Para calcularmos k, devemos utilizar a equação (1.11), apresentada na Seção 1.1, e para o cálculo de W, usamos as equações (1.28) a sequir.

$$W = \frac{\pi^2 \cdot d^2 \cdot D \cdot N_a \cdot \gamma}{4} \tag{1.28}$$

Em que: d = diâmetro do fio em mm; D = diâmetro das espiras em mm;  $\gamma$ = peso específico ( $^{kg}_{mm^3}$ );  $N_a$  = número de espiras ativas.



Imagine que você está desenvolvendo uma mola de compressão e ela quebre rapidamente. Alguém pode se machucar? A quebra vai provocar maiores danos no conjunto em que ela é aplicada? Pense a respeito. O projeto de molas deve ser robusto o suficiente para se evitar quebras ou falhas prematuras.

## Carregamento de fadiga em molas helicoidais de compressão

Temos várias situações industriais, em que os ciclos de operação são muito altos, como em compressores alternativos para ar comprimido. Tem-se que a fadiga é algo que queremos evitar a todo custo, para não termos quebras prematuras. Deste modo, buscamos o que chamamos de vida infinita para o projeto de molas helicoidais de compressão. Para isto, não podemos ultrapassar o limite de resistência mecânica do material (por exemplo: resistência à tração, resistência à compressão etc.), utilizando um fator de segurança, embutido neste valor de resistência mecânica. Vale ressaltar que não precisamos nos preocupar com a quantidade de ciclos, mas sim sobre o limite de resistência do material. Temos vários métodos de cálculo para isto, mas vamos usar um método chamado de critério de falha de Sines em fadiga torcional, pois as molas são livres de entalhes e as superfícies de contato são frequentemente bem lisas.

Este método é baseado em um estudo que demonstra que temos os seguintes limites de resistência ( $S_{sa}$  = Limite de resistência à fadiga) em função do tipo de acabamento aplicado no processo de fabricação, sendo: sem jateamento de granalha,  $S_{sa}$  = 241 MPa, e com jateamento de granalha,  $S_{sa}$  = 398 MPa. Podemos observar que no ato de aplicarmos um jato de granalha (um tipo de esfera de metal), temos um aumento deste tipo de resistência mecânica. Para esses valores de  $S_{sa}$ , temos que aplicar o fator de segurança que é determinado pelas equações (1.29; 1.30; e 1.31), sendo que  $K_b$  (fator Bergsträsser) está representado pela equação (1.7).

$$n_{\rm s} = \frac{S_{\rm sa}}{\tau_{\rm a}} \tag{1.29}$$

$$\tau_a = K_b \cdot \frac{8 \cdot F_a \cdot D}{\pi \cdot d_3} \tag{1.30}$$

$$F_{a} = \frac{F_{\text{max}} - F_{\text{min}}}{2} \tag{1.31}$$

Em que:  $F_a$  = Amplitude da força alternante em [N];  $F_{\rm max}$  = força máxima em [N];  $F_{\rm min}$  = força mínima em [N];  $\tau_a$  = tensão de cisalhamento em [MPa];  $n_{\rm s}$  = fator de segurança.



Para saber um pouco mais sobre a influência da fadiga no projeto de uma mola helicoidal, veja a dissertação de mestrado com o título "Fadiga de molas helicoidais de suspensão de automóveis", de Renan Felipe Vieira de Paula, disponível em: <a href="http://repositorio.unesp.br/handle/11449/94379">http://repositorio.unesp.br/handle/11449/94379</a>>. Acesso em: 10 mar. 2017.

## Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, nesta empresa fabricante de molas, devemos agora desenvolver uma mola de compressão e como exemplo de solução para esta SP, utilizaremos os seguintes dados iniciais, sendo: Frequência de uso em 10Hz, Força máxima de 200 N, e Força mínima de 80 N, pode ser comprimida em 45 mm, altura sólida máxima de 30 mm, e comprimento livre de 250 mm, e com processo sem jateamento de granalha de aço, peso específico  $\gamma = 76.5 \times 10^{-6} \text{ N / mm}^3 \text{ e } g = 9.81 \text{m / s}^2$ . Deste modo, devemos projetar a mola com critério de menor custo, para obtermos: as características básicas constantes no diagrama do fluxo de projeto demonstrado na Figura 1.1, o F<sub>c</sub> para o uso pelo critério de fadiga torcional de Sines e estimar a frequência critica desta mola para avaliarmos a sua utilização como previamente calculada ou redesenhar esta mola até atendermos a este critério. Devemos ainda, utilizar uma precisão de duas casas decimais com arredondamento padrão, conforme norma ABNT NBR 5891/1977.

Considerando também: material: mola de fio duro estirado, superfície lisa e brilhante, sem marcas visíveis ASTM A227,  $A=1783\,MPa\cdot mm^m$ ; m =0,190;  $E=196,5\,GPa;G=78,6\,GPa$ , esperando um diâmetro do fio maior que 3 mm. Tem-se que os dados foram obtidos da Tabela 1.5, com a condição de material de menor custo. Extremidade em esquadro e esmerilhada, para atender à característica do material definido. Do enunciado temos: Fmax = 200 N e ymax =45 mm. Consideração de projeto para  $n_s=1,2$ , da equação [1.25] e  $\xi=0,15$ , da equação [1.24]. Usando o critério de mola com menor custo, da Tabela 1.6 (antes da remoção de assentamento), temos:  $S_{sy}=0.45\cdot S_{ut}$ . Precisamos, agora, adotar um diâmetro e avaliar se vai atender aos critérios estabelecidos. Como na Tabela 1.5 escolhemos

dados para diâmetro de arame acima de 3,0 mm, vamos adotar, como exemplo 3,2 mm.

Da Figura 1.6, que nos apresenta o diagrama de fluxo de projeto, podemos calcular.

$$S_{sy} = 0.45 \cdot \frac{A}{d^m} = 0.45 \cdot \frac{1783}{3 \cdot 2^{0.190}} = 643,26 \, MPa$$

$$\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s} = \frac{643,26}{1,2} = 536,05 \, MPa$$

$$\beta = \frac{8 \cdot (1 + \xi) \cdot F_{\text{max}}}{\pi \cdot d^2} = \frac{8 \cdot (1 + 0.15) \cdot 200}{\pi \cdot 3,2^2} = 57,20 \, MPa$$

$$C = \frac{2 \cdot \alpha - \beta}{4 \cdot \beta} + \sqrt{\left(\frac{2 \cdot \alpha - \beta}{4 \cdot \beta}\right)^2 - \frac{3 \cdot \alpha}{4 \cdot \beta}} = \frac{2 \cdot 536,05 - 57,20}{4 \cdot 57,20} + \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 536,05 - 57,20}{4 \cdot 57,20}\right)^2 - \frac{3 \cdot 536,05}{4 \cdot 57,20}} = 8$$

$$D = C \cdot d = 8 \cdot 3,2 = 25,6 \, mm$$

$$K_b = \frac{(4 \cdot C + 2)}{(4 \cdot C - 3)} = \frac{(4 \cdot 8 + 2)}{(4 \cdot 8 - 3)} = 1.17$$

$$\tau_s = \frac{8 \cdot K_b \cdot (1 + \xi) \cdot F_{\text{max}} \cdot D}{\pi \cdot d^3} = \frac{8 \cdot 1.17 \cdot (1 + 0.15) \cdot 200 \cdot 25,6}{\pi \cdot 3,2^3} = 535,36 \, MPa$$

$$\eta_s = \frac{S_{sy}}{\tau_s} = \frac{643,36}{535,36} = 1,20$$

$$OD = D + d = 25,6 + 3,2 = 28,8 \, mm$$

$$N_a = \left(\frac{G \cdot d^4 \cdot y_{\text{max}}}{8 \cdot D^3 \cdot F}\right) = \left(\frac{78,6 \times 10^3 \cdot 3,2^4 \cdot 45}{8 \cdot 25 \cdot B^3 \cdot 200}\right) = 13,82 \, voltas$$

Da Tabela 1.1, apresentada na Seção 1.1, calculamos:

$$N_t = N_a + 2 = 13,82 + 2 = 15,82 \text{ voltas}$$

$$L_s = d \cdot N_t = 3,2 \cdot 15,82 = 50,62 \text{ mm}$$

$$L_o = L_s + (1 + \xi) \cdot y_{\text{max}} = 50,62 + (1 + 0,15) \cdot 45 = 102,37 \text{ mm}$$

$$(L_o)_{cr} = 2,63 \cdot \frac{D}{\alpha} = 2,63 \cdot \frac{25,6}{0,5} = 134,66 \text{ mm}$$

em que este  $\alpha$  é obtido da Tabela 1.2, diferente do  $\alpha$  usado na equação  $\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s}$ .

Utilizando-se, então, os critérios estabelecidos pelas equações (1.17; 1.22 e 1.23), temos:

$$L_o < 2,63 \cdot \frac{D}{\alpha}$$
 $102,37 < 134,66$ 
 $4 \text{ " C" } 12$ 
 $4 \text{ " 8" } 12$ 
 $3 \text{ " } N_a \text{ " } 15$ 
 $3 \text{ " } 13,82 \text{" } 15$ 

Como os critérios estabelecidos pelas equações (1.17; 1.22 e 1.23) são verdadeiros, não existe a necessidade de ajustarmos os parâmetros deste projeto.

Pelo critério de falha de Sines, usando a equação (1.29; 1.30; e 1.31), temos:

$$Fa = \frac{F_{\text{max}} - F_{\text{min}}}{2} = \frac{200 - 80}{2} = 60 \, N$$

$$\tau_a = K_b \cdot \frac{8 \cdot F_a \cdot D}{\pi \cdot d^3} = 1,17 \cdot \frac{8 \cdot 60 \cdot 25,6}{\pi \cdot 3,2^3} = 139,66 \, MPa$$

$$\eta_f = \frac{S_{sa}}{\tau_a} = \frac{241}{139,66} = 1,73$$

Agora, para avaliarmos sobre frequência crítica, primeiro vamos usar a equação da constante da mola k (1.11), sendo

$$k = \frac{d^4 \cdot G}{8 \cdot D^3 \cdot N_a} = \frac{3.2^4 \cdot 78.6 \times 10^3}{8 \cdot 25.6^3 \cdot 13.82} = 4.44 \frac{N}{mm} \text{ ou } 4440 \frac{N}{m}$$

Precisamos, então, encontrar o peso da mola, utilizando a equação (1.28):

$$W = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot D \cdot N_a \cdot \gamma}{4} = \frac{\pi \cdot 3, 2^2 \cdot 25, 6 \cdot 13, 82 \cdot 76, 5x \cdot 10^{-6}}{4} = 0,22N$$

E, finalmente, usamos a equação (1.27) para calcularmos a frequência fundamental:

$$f = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}\right)}{20} = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{4440 \cdot 9,81}{0,22}}\right)}{20} = 11,12 Hz$$

Como a frequência fundamental é maior do que a frequência de trabalho, não vamos precisar alterar ou resenhar a nossa mola de compressão.

## Avançando na prática

# Aplicação de uma mola de compressão em um sistema com alta frequência de trabalho

#### Descrição da situação-problema

Em uma empresa fabricante de molas, você precisa avaliar se uma determinada mola existente em seu estoque atende a uma aplicação solicitada por um cliente. A principal característica solicitada é ter um alto nível de frequência durante a utilização, chegando a 50 Hz. Assim, devemos focar no cálculo da frequência fundamental da mola existente e comparar com a necessidade deste cliente. Então, faça os cálculos e verifique a possibilidade de aplicação desta mola. Vamos utilizar uma mola com os seguintes dados:

d = 2,6 mm; D = 30 mm; Material: fio cromo-vanádio ASTM A232; G = 77,2 x  $10^3$  MPa;  $\gamma$  = 76,5x10<sup>-6</sup>  $\frac{N}{mm^3}$ ; Na = 12 voltas; Frequência atual = 50 Hz; Utilizar constante da gravidade g = 9,81  $\frac{m}{s^2}$ 

#### Resolução da situação-problema

Precisamos somente nos preocupar em obter a frequência fundamental e comparar com a frequência de trabalho que o cliente deseja. Assim, para isto usamos as equações (1.11; 1.28 e 1.27). Em primeiro lugar, vamos calcular o fator k, utilizando a equação (1.11):

$$k = \frac{d^4 \cdot G}{8 \cdot D^3 \cdot N_0} = \frac{2.6^4 \cdot 77,2 \times 10^3}{8 \cdot 30^3 \cdot 12} = 1,36 \frac{N}{mm} \text{ ou } 1361,05 \frac{N}{m}$$

Precisamos encontrar o peso das espiras ativas W, utilizando a equação (1.28):

$$W = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot D \cdot \gamma}{4} = \frac{\pi \cdot 2,6^2 \cdot 30 \cdot 76,5 \times 10^{-6}}{4} = 0,012N$$

Agora, podemos usar a equação (1.27) para calcularmos a frequência fundamental f:

$$f = \frac{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}\right)}{20} = \frac{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1361,05 \cdot 9,81}{0,012}}\right)}{20} = 26,37 \, Hz$$

Como a frequência fundamental é menor do que a frequência de trabalho, concluímos que esta mola não está adequada para esta aplicação. Uma sugestão para o aluno seria a determinação um novo k ou W, afim de atender à frequência de trabalho.

## Faça valer a pena

**1.** As molas podem ser manufaturadas por processos a quente ou a frio, lembrando que, para ser considerado processo a quente o material deve estar acima da temperatura de recristalização. A escolha do tipo de processo é uma função do tipo de material, do índice da mola (índice C) e das propriedades desejadas. Deste modo, precisamos saber qual será a aplicação da mola, para sabermos qual material e qual processo de fabricação utilizar. Podemos visualizar alguns tipos de aços mais comumente utilizados, na Tabela 1.7. Uma das características iniciais, quando trabalhamos com materiais para mola é a sua capacidade de resistência à tração [S<sub>ut</sub>], e neste momento precisamos escolher um diâmetro para o fio, sem o qual não conseguimos estipular a resistência à tração. Para o cálculo da capacidade de resistência à tração, temos a seguinte equação:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \tag{1.18}$$

Em que A e m são constantes obtidas a partir da Tabela 1.8 e d é o diâmetro do fio.

Tabela 1.7 | Constantes A e m para se estimar a resistência mínima de tração de fios comuns de mola

Material	ASTM n°	Expoente	Diâmetro in	A kpsi . in <sup>m</sup>	Diâmetro mm	A MPa.mm™	Custo relativo do fio
Fio musical*	A228	0.145	0,004-0,256	201	0,10-6,5	2211	2,6
Fio temperado e revenido em óleo	A229	0,187	0,020-0,500	147	0,5-12,7	1855	1,3
Mola de fio estirado	A227	0,190	0,028-0,500	140	0,7-12,7	1783	1,0
Fio de cromo-vanálido	A232	0.168	0,032-0,437	169	0,8-11,1	2005	3,1
Fio cromo -silício	A401	0,108	0,063-0,375	202	1,6-9,5	1974	4,0
Fio cromo inoxidavel	A313	0,146	0,013-0,10	169	0,3-2,5	1867	7,6-11

Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 509).

Tabela 1.8 | Propriedades mecânicas de alguns fios de molas

	Limite e	elástico	Diâmetro	d		E	G	
Material	porcentaç torção e	gem de Sut e tração	in	mm	Mpsi	Gpa	Mpsi	GPa
Fio Musical	65-75	45-60	<0,032	<8	29,5	203,4	12,0	82,7
A228			<0,033-0,063	0,8-1,61	29,0	200	11,85	81,7
			<0,064-0,125	1,61-3	28,5	196,5	11,75	81,0
			>0,125	>3	28,0	193	11,6	80,0
			<0,032	<8	28,8	198,6	11,7	80,7
Molas de fio duro	60-70	45-55	<0.033-0.063	0,8-1,61	28,7	197,9	11,6	80,0
estirado A227	00 70		<0,064-0,125	1-3	28,6	197,2	11,5	79,3
			>0,125	>3	28,5	196,5	11,4	78,6

Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 510).

Utilizando a Tabela 1.8 e o texto-bas e, precisamos escolher a alternativa que corresponda ao material que pode ser utilizado em um fio com diâmetro de 1.2mm e G=80 GPa.

- a) Fio musical A228, Sut = 1722,29 MPa.
- b) Mola de fio duro estirado A227,  $S_{tt} = 1722,29$  MPa.
- c) Cromo-vanádio A231, Sut = 1777,82 MPa.
- d) Cromo-silício A401, Sut = 1777,82 MPa.
- e) Mola de válvula A230, Sut = 1722,29 MPa.
- **2.** Na análise da compressão estática de molas, devemos ter em consideração que no momento em que a mola está chegando ao seu final de curso, ou seja, está próxima ao fechamento das espiras, devemos determinar o que chamamos de força de fechamento (F<sub>s</sub>). Assim temos a equação a seguir:

$$F_s = (1 + \xi) \cdot F_{\text{max}}$$

Em que  $\xi$  é o percurso fracionário até o fechamento (este percurso significa que nesta região até o fechamento a mola não deve trabalhar, sob risco de quebra do fio). Além das considerações que até o momento realizamos para o material de molas, devemos considerar em um projeto de molas, as seguintes condições:

4 " C" 12  
3 " 
$$N_a$$
" 15  
 $\xi = 0.15$   
 $n_s = 1.2$ 

Em que C = índice da mola;  $N_a$  = número de espiras ativas;  $n_s$  = fator de segurança no fechamento (altura sólida).

Considerando um projeto de uma mola de compressão, em que temos uma Força máxima de 150 N, determine qual é a única alternativa em que

atende aos fatores  $F_s$  = Força de fechamento; C = índice de mola ;  $N_a$  = número de espiras ativas;  $\xi$  = percurso fracionário até o fechamento ; e  $n_s$  = fator de segurança, mencionados no texto base.

- a) Fs = 172,5 N; C = 11; Na = 14;  $\xi$  = 0,15; ns = 1,2.
- b) Fs = 172,0 N; C = 12; Na = 15;  $\xi$  = 0,12; ns = 1,2. c) Fs = 172,1 N; C = 12; Na = 13;  $\xi$  = 0,15; ns = 1,4.
- d) Fs = 172,2 N; C = 14; Na = 12;  $\xi$  = 0,15; ns = 1,2.
- e) Fs = 172,5 N; C = 11; Na = 16;  $\xi$  = 0,15; ns = 1,2.
- 3. A frequência crítica de molas é um fator de análise importante em aplicações, requerendo um movimento alternativo rápido, por exemplo, em molas para válvulas de motores de ciclo Otto. Nestas condições, a mola helicoidal pode sofrer quebra de forma antecipada e se romper a qualquer momento em função de ondas de ressonância. Para prevenir isto, durante o projeto precisamos determinar a frequência fundamental da mola [f]. Para casos em que a frequência de trabalho é maior que f, devemos redimensionar a mola até que a frequência de trabalho seja menor que a frequência fundamental. Assim, temos a equação:

$$f = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k \cdot g}{W}}\right)}{20}$$

Em que k = razão de mola; g = aceleração da gravidade; W = peso da mola.

Para um projeto de uma mola de compressão, temos uma frequência de trabalho de 15 Hz. Para uma mola com  $k = 3200 \frac{N}{m}$ ; W = 0,25N, e utilizando a constante da gravidade como sendo  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ , qual das alternativas apresenta a frequência fundamental?

- a) 15,00 Hz.
- b) 08,55 Hz.
- c) 09,22 Hz.
- d) 08,82 Hz.
- e) 08,86 Hz.

# Seção 1.3

## Molas de extensão, de torção, Belleville

#### Diálogo aberto

As molas são componentes fabricados, geralmente, com materiais metálicos, apresentando características elásticas, aptas a exercer forças e absorver energias.

As molas têm as mais diversas aplicações industriais, em equipamentos variados, tais como: aeronaves, automóveis, equipamentos de manufatura, na automação de diversos tipos de processos etc., portanto, devemos tratá-las com muita atenção, pois são um importante elemento de máquina. As molas são uma forma simples de se armazenar energia, para disponibilizá-la no momento necessário. Assim, vamos trabalhar nesta seção com molas de extensão, molas helicoidais de torcão e molas Belleville.

Retomando o contexto de aprendizagem, em uma empresa fabricante de molas para diversas aplicações, com uma vasta gama de produtos seriados e especiais, você agora foi convidado a apresentar um seminário para a equipe de manutenção, sobre o seguinte tema: molas de extensão, torção e Belleville. Deste modo, como você dimensiona a mola de extensão? O que é uma mola de torção? O que é uma mola de Belleville? Como aplicá-las em um ambiente industrial? A partir da SP, você deverá elaborar a sua apresentação, contendo as informações sobre o caso apresentado.

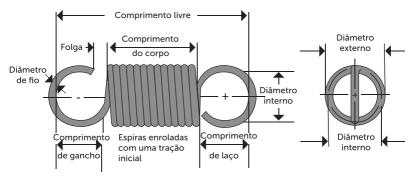
Ao final desta seção, você terá condições de demonstrar as molas de extensão com os respectivos cálculos, efetuar o projeto de molas de torção e aplicar uma mola Belleville, além de apresentar e identificar outros tipos de molas. Você vai concluir que estes tipos de molas são de vital importância em elementos de máquinas. Espero que você trate este tema com entusiasmo, pois são elementos indispensáveis na maioria dos mecanismos, nos quais precisamos armazenar e devolver energia mecânica.

## Não pode faltar

#### Molas de extensão

As molas de extensão também podem ser chamadas de molas de tração. A principal diferença das molas de extensão com relação às molas de compressão é que o seu uso é para armazenarmos energia mecânica. Nas molas de extensão, quando aplicamos uma força de tração em seus laços ou ganchos e, posteriormente, removemos esta força, a mola volta ao seu estado original de repouso. Também temos uma diferença na forma construtiva, pois aplicamos esta força em ganchos e laços, como ilustrado na Figura 1.7.

Figura 1.7 | Mola de extensão: características construtivas principais



Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016, p. 529).

Com relação às extremidades, temos várias possibilidades. As principais são mostradas na Figura 1.8. Temos dois tipos: o gancho, na qual sua principal característica é a de termos uma folga para se poder acoplar no equipamento de uso e os laços que não contêm esta folga.

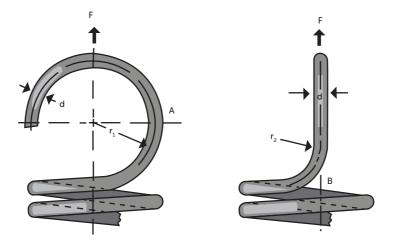
Figura 1.8 – Tipos de extremidades usadas em molas de extensão



Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016, p. 529).

As tensões no corpo da mola de extensão são tratadas da mesma maneira que para as molas de compressão, mas as molas de extensão têm em suas extremidades um gancho, sendo que este gancho tem alta solicitação devido às tensões de flexão e torção. Podemos visualizar os pontos destas tensões na Figura 1.9, sendo que a tensão em A é devida à força axial e ao momento fletor, e a tensão no ponto B é decorrente da torção.

Figura 1.9 | Características dos ganchos – Ponto A e B, e os raios r<sub>1</sub> e r<sub>2</sub>



Fonte: adaptado de Budynas e Nisbett (2016, p. 527).

Os raios denominados  $r_1$  e  $r_2$ , mostrados na Figura 1.9, são dados necessários para utilizarmos as equações (1.32 e 1.33), que determinam os coeficientes de curvatura do gancho  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente. Estes coeficientes são determinados pelas equações a seguir, em que  $r_1$  e  $r_2$  são dados em [mm] e d = diâmetro do fio, dado em [mm].

$$C_1 = \frac{2 \cdot r_1}{d} \tag{1.32}$$

$$C_2 = \frac{2 \cdot r_2}{d} \tag{1.33}$$

Em função dos coeficientes  $C_1$  e  $C_2$ , temos os respectivos fatores de correção  $K_a$  e  $K_b$ , sendo:

$$K_{a} = \frac{4 \cdot C_{1}^{2} - C_{1} - 1}{4 \cdot C_{1} \cdot (C_{1} - 1)}$$
 (1.34)

$$K_b = \frac{4 \cdot C_2 - 1}{4 \cdot C_2 - 4} \tag{1.35}$$

Deste modo, a tensão máxima de tração no ponto A, devido à flexão, em [MPa], é dada por:

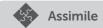
$$\sigma_{A} = F \cdot \left[ K_{a} \cdot \frac{16 \cdot D}{\pi \cdot d^{3}} + \frac{4}{\pi \cdot d^{2}} \right]$$
 (1.36)

Em que F é a força aplicada no gancho em (N), D é o diâmetro médio (D = diâmetro externo – diâmetro do arame) em [mm], e d é o diâmetro do arame em [mm].

Assim, também definimos a tensão máxima torcional no ponto B, em [MPa], sendo:

$$\tau_B = K_b \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \tag{1.37}$$

Podemos observar que nas molas de extensão os ganchos são usualmente a parte frágil, com a flexão geralmente dominando como o ponto mais crítico desta região frágil e a ocorrência de flexão pode predominar nesta região. De qualquer maneira, devemos sempre conhecer a tensão máxima no ponto A e no ponto B, para que nos projetos de molas estes valores não sejam ultrapassados.



Devemos ter em mente que as molas de extensão têm um comportamento semelhante ao das molas de compressão, porém, se diferenciam nas extremidades. Nas molas de extensão temos um gancho ou laço, para aplicarmos as forças de tração.

As molas de extensão são fabricadas normalmente com enrolamento fechado, ou seja, com as espirais em contato, umas com as outras. Veja na Figura 1.10 um exemplo de uma mola de extensão com enrolamento fechado e outra com enrolamento aberto.

Figura 1.10 | Mola de extensão – tipo de enrolamento





Enrolamento fechado – espiras encostadas

Enrolamento aberto – espiras não encostadas

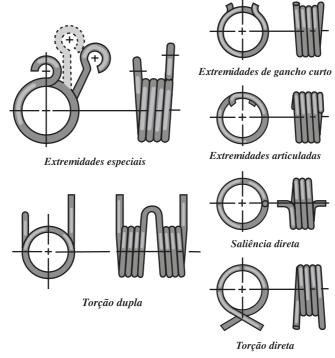
Fonte: adaptado de <a href="http://portuguese.daidosp.com/sale-7401991-heat-resistance-bike-tension-coil-springs-heavy-duty-extension-springs.html">http://portuguese.daidosp.com/sale-7401991-heat-resistance-bike-tension-coil-springs-heavy-duty-extension-springs.html</a>>, Acesso em: 8 maio 2017.

As molas de extensão com enrolamento fechado apresentam uma maior precisão dimensional, comparadas com as molas de enrolamento aberto. Isto porque os fabricantes aplicam uma tensão durante a fabricação, para que as espiras fiquem em contato umas com as outras.

#### Molas helicoidais de torção

Para os casos em que as molas helicoidais estão sujeitas à torção em suas extremidades, podemos chamá-las de molas helicoidais de torção. Usualmente, elas são manufaturadas com enrolamento fechado, como uma mola de extensão, mas com um tensionamento inicial desprezível. A Figura 1.11 apresenta tipos de molas de torção, com corpo simples, ou seja, com apenas um único segmento contendo as espiras, e de corpo duplo, que têm dois segmentos contendo espiras. Tem-se que as extremidades são configuradas para aplicar torção ao corpo da mola, de uma maneira a atender uma determinada situação de utilização.

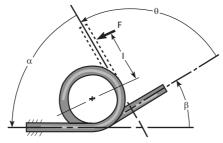
Figura 1.11 | Mola helicoidal de torção



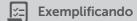
Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 535).

Uma característica das molas helicoidais de torção é a necessidade de se especificar a localização das extremidades, uma em relação à outra, caracterizadas pelos ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\theta$ , mostrados na Figura 1.12.

Figura 1.12 | Mola de extensão - tipo de enrolamento



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 536).



O ângulo de posicionamento  $\theta$ , é o ângulo que define o curso da mola de torção, ou seja, do ponto inicial até o máximo permissível. Pode ser defindo como  $\theta=180-\left(\beta+\alpha\right)$ 

Para as molas helicoidais de torção, temos também um fator de correção de tensão específico, sendo que a equação para o fio redondo, que é o fio de maior utilização, é dada por:

$$K_i = \frac{4 \cdot C^2 - C - 1}{4 \cdot C \cdot (C - 1)} \tag{1.38}$$

Em que C é o índice da mola obtido através da equação (1.4), apresentado na Seção 1.1.

Finalizando, temos a equação (1.24) da tensão de flexão máxima em [MPa] para uma mola helicoidal de torção, como segue:

$$\sigma = K_i \cdot \frac{32 \cdot F \cdot \ell}{\pi \cdot d^3} \tag{1.39}$$

Em que F é força em (N),  $\ell$  é a distância do centro da mola até o local de aplicação da força em [mm], vide Figura 1.10, e o d é o diâmetro do fio em (mm).

## Pesquise mais

Temos a Lei de Hook como principal tema no estudo do comportamento das molas helicoidais. Assim, pesquise um pouco mais sobre esta lei, assistindo ao vídeo: UFJF - Laboratório de Física 1 – Molas, disponível em: <a href="https://youtu.be/i\_dJllEqi\_0">https://youtu.be/i\_dJllEqi\_0</a>. Acesso em: 4 abr. 2017.

As molas Belleville, também conhecidas como mola prato, foram patenteadas na França por J. F. Belleville em 1897, tais molas apresentam, como característica, uma relação não linear entre força aplicada e a sua deflexão. Este tipo de mola é largamente aplicado quando temos uma carga elevada com uma pequena deflexão. A Figura 1.13 nos apresenta alguns tipos de formatos de molas Belleville.

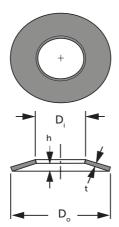
Figura 1.13 | Molas Belleville



Fonte: <a href="http://www.muellesdeplatillo.com/img/cms/aplicaciones-muellesdeplatillo-3.jpg">http://www.muellesdeplatillo.com/img/cms/aplicaciones-muellesdeplatillo-3.jpg</a>. Acesso em: 4 abr. 2017.

Sob o ponto de vista dimensional, a mola Belleville é bastante simples. A Figura 1.14 apresenta o modelo mais usual deste tipo de mola.

Figura 1.14 | Molas Belleville



Fonte: Norton (2013, p. 839).

Observando a característica dimensional desta mola, podemos notar que no momento em que ela fica "plana", ou seja, no instante em que aplicamos uma carga e a mola fica totalmente defletida, temos a força máxima de deflexão, chamada de força plana.



A mola Belleville tem a aparência semelhante a um prato, como mostrado na Figura 1.14. Quando a distância h, for igual a zero, podemos afirmar que ficou plana e a deflexão y também se torna igual a zero. Com este raciocínio, podemos dizer que temos uma força máxima de deflexão quando y = h = 0. Estas molas são peças de precisão, concebidas para trabalhar em aplicações dinâmicas um elevado número de ciclos. As suas propriedades elásticas permitemlhes trabalhar tanto em aplicações dinâmicas como estáticas. Quando aplicadas em rolamentos, as molas funcionam como retenção aos mançais de esferas.

Assim, a força na posição plana (y=h=0), dada em (N), pode ser determinada pela equação (1.40):

$$F_{plana} = \frac{4 \cdot E \cdot t^3}{K_1 \cdot D_0^2 \cdot (1 - v^2)} \tag{1.40}$$

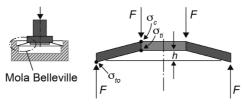
Em que E = módulo de elasticidade em [MPa], t a espessura da mola em [mm],  $D_0$  é o diâmetro externo em [mm], v é o coeficiente de Poisson e  $K_1$  é coeficiente definido pelas equações [1.41] e [1.42] a seguir, em que  $R_d$  é a razão entre os diâmetros  $D_0$  e  $D_i$ .

$$K_1 = \frac{6}{\pi \cdot \ell n \cdot R_d} \cdot \left[ \frac{\left( R_d - 1 \right)^2}{R_d^2} \right] \tag{1.41}$$

$$R_d = \frac{D_0}{D_i} \tag{1.42}$$

Analisando as tensões envolvidas em uma mola Belleville, temse que estas não são uniformemente distribuídas na mola, sendo concentradas nas extremidades dos diâmetros externos e internos, como apresentado na Figura 1.15.

Figura 1.15 | Pontos de tensão máxima em uma mola Belleville



Fonte: Adaptado de: Norton (2013, p. 841).

Após as tensões serem calculadas, devemos escolher a de menor intensidade, adotando-a como a tensão máxima suportada pela mola Belleville. As tensões podem ser calculadas pelas equações (1.43), (1.44) e (1.45), a seguir:

$$\sigma_c = -\frac{4 \cdot E \cdot y}{K_1 \cdot D_0^2 \cdot (1 - v^2)} \cdot \left[ K_2 \cdot \left( h - \frac{y}{2} \right) + K_3 \cdot t \right]$$
 (1.43)

$$\sigma_{ii} = \frac{4 \cdot E \cdot y}{K_1 \cdot D_0^2 \cdot \left(1 - v^2\right)} \cdot \left[ -K_2 \cdot \left(h - \frac{y}{2}\right) + K_3 \cdot t \right]$$
(1.44)

$$\sigma_{to} = \frac{4 \cdot E \cdot y}{K_1 \cdot D_0^2 \cdot \left(1 - v^2\right)} \cdot \left[K_4 \cdot \left(h - \frac{y}{2}\right) + K_5 \cdot t\right]$$
(1.45)

Em que  $\sigma_c$  = tensão de compressão em [MPa];  $\sigma_{ti}$  = tensão de tração interna em [MPa];  $\sigma_{to}$  = tensão de tração externa em [MPa]; E = 0 = módulo de elasticidade em [MPa], E = 0 = coeficiente de Poisson, e os coeficientes  $E_2$ ,  $E_3$ ,  $E_4$ ,  $E_5$ , são calculados pelas equações [1.46], [1.47], [1.48], [1.49], sendo:

$$K_2 = \frac{6}{\pi \cdot \ell n R_d} \cdot \left( \frac{R_d - 1}{\ell n R_d} - 1 \right) \tag{1.46}$$

$$K_3 = \frac{6}{\pi \cdot \ell n R_d} \cdot \left(\frac{R_d - 1}{2}\right) \tag{1.47}$$

$$K_4 = \left[ \frac{R_d \cdot \ln R_d - (R_d - 1)}{\ln R_d} \right] \cdot \left[ \frac{R_d}{(R_d - 1)^2} \right]$$
(1.48)

$$K_5 = \frac{R_d}{2 \cdot (R_d - 1)} \tag{1.49}$$



As molas Belleville são muito utilizadas em situações em que existe a necessidade de armazenar uma alta carga, com deflexões pequenas, por exemplo, em ferramentais de estampagem na situação de extração da

chapa, em que aplicamos uma alta carga e temos um pequeno curso para a extração desta chapa. Tendo isso em vista, a mola Belleville pode substituir uma mola helicoidal de compressão em todas as aplicações?

#### Molas diversas

Após o estudo das molas de compressão, de extensão, de torção e as molas Belleville, podemos notar que todas têm características comuns, principalmente com relação ao fato de armazenarem energia mecânica, manterem as tensões nas fases elásticas, ou seja, após removermos a carga elas retornam à posição original, e serem elaboradas com materiais com altos coeficientes de elasticidade.

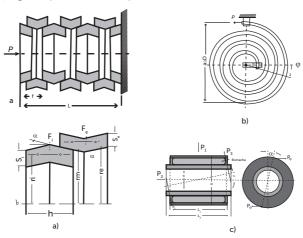
Como exemplo, podemos citar alguns outros tipos de molas, sendo:

Molas de anéis – constituída de anéis internos e externos que entram em contato nas superfícies cônicas e com aplicação de uma força axial estes anéis se deformam na fase elástica. Vide Figura 1.16 a.

Mola espiral plana – tipo corda de relógio, em que as extremidades são engastadas e as espiras não se tocam uma com as outras, vide Figura 1.16 b.

Molas de borracha – aplicadas principalmente com a função de amortecimento, por exemplo, em coxim de amortecedores automotivos, vide Figura 1.16 c.

Figura 1.16 | Alguns tipos de molas especiais



Fonte: adaptado de NIEMANN (1959, p. 192, 197 e 203).

Assim, se encontrarmos outros tipos de elementos de máquinas que se aproximam destas características mencionadas, podemos, de uma forma ou de outra, entender como proceder e buscar mais informações para projetá-las e/ou aplicá-las nos mais diversos tipos de mecanismos e equipamentos.

#### Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, nesta empresa fabricante de molas, devemos elaborar uma apresentação sobre molas extensão, de torção e Belleville para a equipe de manutenção, demonstrando as características construtivas de cada tipo de mola, apresentado com imagens e pequenos resumos. Recomendo a solução de algumas situações de contorno levantadas a seguir:

Vamos começar pelas molas de extensão, apresentando a tensão máxima de tração do ponto A e a tensão máxima da torção no ponto B, para os seguintes dados: diâmetro externo 10 mm, diâmetro do fio 1,4 mm,  $r_1$  =5 mm,  $r_2$  =3 mm, F = 80 N. Apresentar os resultados utilizando duas casas decimais com arredondamento padrão, conforme DIN NBR 5891/1977.

Os coeficientes  $C_1 e C_2$  e o Diâmetro D, são calculados por:

$$D = D_{ext} - d = 10 - 1, 4 = 8,60 mm$$

$$C_1 = \frac{2 \cdot r_1}{d} = \frac{2 \cdot 5}{1,4} = 7,14$$

$$C_2 = \frac{2 \cdot r_2}{d} = \frac{2 \cdot 3}{1,4} = 4,29 mm$$

Após, calculamos o fator  $K_a e K_b$ :

$$K_a = \frac{4 \cdot C_1^2 - C_1}{4 \cdot C_1 \cdot (C_1 - 1)} = \frac{4 \cdot 7,14^2 - 7,14}{4 \cdot 7,14 \cdot (7,14 - 1)} = 1,12$$

$$K_b = \frac{4 \cdot C_2 - 1}{4 \cdot C_2 - 4} = \frac{4 \cdot 4,29 - 1}{4 \cdot 4,29 - 4} = 1,23$$

Agora, podemos calcular a tensão máxima de tração no ponto A:

$$\sigma_a = F \cdot \left[ K_a \cdot \frac{16 \cdot D}{\pi \cdot d^3} + \frac{4}{\pi \cdot d^2} \right] = 80 \cdot \left[ 1,12 \cdot \frac{16 \cdot 8,6}{\pi \cdot 1,4^3} + \frac{4}{\pi \cdot 1,4^2} \right] = 1482,16 \, MPa$$

Finalizando, calculamos a tensão máxima de torção no ponto B:

$$\tau_b = K_b \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} = 1,23 \cdot \frac{8 \cdot 80 \cdot 8,6}{\pi \cdot 1,4^3} = 785,33 \, MPa$$

Para as molas de torção, determinamos a tensão de flexão máxima, para os seguintes dados: diâmetro do fio 1,4 mm, diâmetro médio 12 mm, Força 70 N, comprimento  $\ell$  15 mm.

Calculamos em primeiro lugar o índice de mola:

$$C = \frac{D}{d} = \frac{12}{1.4} = 8,57 \, mm$$

Após, determinamos o fator de correção  $K_i$ :

$$K_i = \frac{4 \cdot C^2 - C - 1}{4 \cdot C \cdot (C - 1)} = \frac{4 \cdot 8,57^2 - 8,57 - 1}{4 \cdot 8,57 \cdot (8,57 - 1)} = 1,10$$

Finalmente, calculamos a tensão máxima de flexão:

$$\sigma = K_i \cdot \frac{32 \cdot F \cdot \ell}{\pi \cdot d^3} = 1,10 \cdot \frac{32 \cdot 70 \cdot 15}{\pi \cdot 1,4^3} = 4287,44 MPa$$

Com relação à mola Belleville, é importante demonstrarmos a sua característica principal, que é a obtenção de uma força elevada, porém com uma pequena deflexão. Vamos utilizar os seguintes dados para calcularmos a força máxima plana: diâmetro  $D_o = 25,00\,mm$ , e  $D_i = 12,2\,mm$ , espessura t = 1,5 mm, módulo de elasticidade  $E = 206000\,MPa$  e o coeficiente e Poisson v = 0,30.

Iniciamos com o cálculo da razão entre o diâmetro  $R_d$  e o coeficiente  $K_1$ :  $R_d = \frac{D_o}{D} = \frac{25,00}{12,20} = 2,05$ 

$$K_1 = \frac{6}{\pi \cdot \ell n R_d} \cdot \left[ \frac{\left( R_d - 1 \right)^2}{R_d^2} \right] = \frac{6}{\pi \cdot \ell n 2,05} \cdot \left[ \frac{\left( 2,05 - 1 \right)^2}{2,05^2} \right] = 0,70$$

Calculamos agora a força máxima plana:

$$F_{plana} = \frac{4 \cdot E \cdot t^3}{K_1 \cdot D_o^2 \cdot (1 - v^2)} = \frac{4 \cdot 206000 \cdot 1,5^3}{0,7 \cdot 25^2 \cdot (1 - 0,3^2)} = 6985,24 \, N$$

Assim, você pode concluir esta apresentação para o setor da manutenção, com comentários sobre os resultados obtidos nos cálculos de cada tipo de mola, que também podem ser aplicados para outros tipos de molas não apresentados, bastando um novo estudo na bibliografia recomendada.

## Avançando na prática

#### Calculando as tensões em molas Belleville

#### Descrição da situação-problema

No departamento de manutenção de uma empresa, você precisa avaliar se uma determinada mola Belleville suporta a tensão de projeto de 300 MPa. A mola que você precisa avaliar tem as seguintes características: módulo de elasticidade E=206000 MPa, diâmetro externo  $D_o=28$  mm, diâmetro interno  $D_i=14,2$  mm, espessura t=1,5 mm, coeficiente de Poisson v=0,30, altura h=2,15 mm, deflexão y=0,49 mm. Com três tipos de tensão envolvidas nas molas Belleville, ao final dos cálculos, você deve escolher a tensão de menor intensidade, sendo que se ultrapassar o menor valor terá a possibilidade de falha da mola. Selecionada a mola de menor tensão, deve, então, comparar com a tensão de projeto, a fim de evitar falhas. Utilize uma precisão de duas casas decimais com arredondamento padrão, conforme DIN NBR 5891/1977.

#### Resolução da situação-problema

Precisamos calcular a razão  $R_d$ , e os coeficientes  $K_1, K_2, K_3, K_4, e K_5$ , substituindo os valores encontramos:

$$R_d = \frac{D_o}{D_i} = \frac{28}{14,2} = 1,97$$

$$K_1 = \frac{6}{\pi \cdot \ell n R_d} \cdot \left[ \frac{(R_d - 1)^2}{R_d^2} \right] = \frac{6}{\pi \cdot \ell n 1,97} \cdot \left[ \frac{(1,97 - 1)^2}{1,97^2} \right] = 0,68$$

De modo análogo, encontramos para  $K_2=0,68;~K_3=1,37;~K_4=1,13;~e~K_5=1,02$ . Substituindo os valores nas equações de tensões:

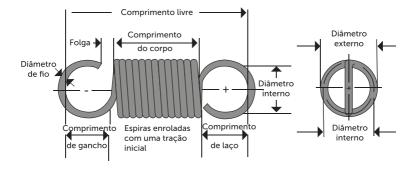
$$\begin{split} &\sigma_{c} = -\frac{4 \cdot 206000 \cdot 0,49}{0,68 \cdot 28^{2} \cdot \left(1-0,3^{2}\right)} \cdot \left[1,21 \cdot \left(2,15 \cdot \frac{0,49}{2}\right) + 1,37 \cdot 1,5\right] = -2240,74 \, MPa \\ &\sigma_{ti} = \frac{4 \cdot 206000 \cdot 0,49}{0,68 \cdot 28^{2} \cdot \left(1-0,3^{2}\right)} \cdot \left[-1,21 \cdot \left(2,15 \cdot \frac{0,49}{2}\right) + 1,37 \cdot 1,5\right] = 1179,83 \, MPa \\ &\sigma_{to} = \frac{4 \cdot 206000 \cdot 0,49}{0,68 \cdot 28^{2} \cdot \left(1-0,3^{2}\right)} \cdot \left[1,13 \cdot \left(2,15 \cdot \frac{0,49}{2}\right) + 1,02 \cdot 1,5\right] = 3064,91 \, MPa \end{split}$$

Concluindo, tem-se que a tensão de menor intensidade em módulo é  $\sigma_{ti}$  = 1179,83 MPa. Essa é a tensão que se for superada, teremos uma falha na mola. Assim, como a tensão de projeto é de 300 MPa e é menor que  $\sigma_{ti}$  = 1179,83 MPa, tem-se que esta mola pode ser utilizada, pois suporta a tensão de projeto.

### Faça valer a pena

**1.** A principal diferença das molas de extensão com relação às molas de compressão é que o seu uso é para armazenarmos energia mecânica. Nas molas de extensão quando aplicamos uma força em seus laços ou ganchos e, posteriormente, removemos esta força, a mola volta ao seu estado original de repouso.

Figura 1.17 | Mola de extensão – características construtivas principais



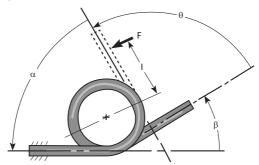
Fonte: adaptada de Budyna e Nisbett (2016, p. 529).

Em uma mola de extensão, precisamos usar os ganchos ou laços para obtermos qual ação da mola? Assinale a alternativa que corresponda à resposta correta.

- a) Ação de torção da mola.
- b) Ação de tração da mola.
- c) Ação de compressão da mola.
- d) Ação de flexão da mola.
- e) Ação de torque da mola.

**2.** Quando as molas helicoidais estão sujeitas à torção em suas extremidades, dizemos que elas são molas helicoidais de torção. Usualmente elas apresentam-se na forma de um enrolamento fechado, como uma mola de extensão, mas com um tensionamento inicial desprezível. Uma característica das molas helicoidais de torção é a necessidade de se especificar a localização das extremidades uma em relação à outra. A figura a seguir nos apresenta os ângulos característicos desse tipo de mola.

Figura 1.18 | Ângulo de posicionamento da extremidade



Fonte: adapatada de Budynas e Nisbett (2016, p. 536).

Observando a figura apresentada, podemos identificar três ângulos que envolvem uma mola de torção. O que representa o ângulo ? Assinale a alternativa correta.

- a) Representa uma posição intermediária da extremidade da mola de torção, independente da carga.
- b) Representa a posição final da extremidade da mola de torção sem carga.
- c) Representa a posição inicial da extremidade da mola de torção sem carga.
- d) Representa a posição inicial da extremidade da mola de torção sob carga.
- e) Representa a posição final da extremidade da mola de torção sob carga.
- **3.** As molas Belleville foram patenteadas na França por J. F. Belleville em 1897, tais molas apresentam como característica uma relação não linear entre força aplicada e a sua deflexão. Este tipo de mola é largamente aplicado quando temos uma carga elevada com uma pequena deflexão. A figura a seguir nos mostra alguns tipos de formas de molas Belleville.

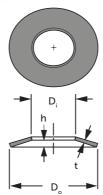
Figura 1.19 | Molas Belleville



Fonte: <a href="http://www.muellesdeplatillo.com/img/cms/aplicaciones-muellesdeplatillo-3.jpg">http://www.muellesdeplatillo.com/img/cms/aplicaciones-muellesdeplatillo-3.jpg</a>>. Acesso em: 4 abr. 2017.

Levando-se em conta o aspecto dimensional, a mola Belleville é bastante simples e a figura a seguir ilustra um modelo mais comum deste tipo de mola.

Figura 1.20 | Dimensões principais de uma mola Belleville



Fonte: Norton (2013, p. 839).

Observando as características dimensionais de uma mola Belleville, podemos notar que o seu formato permite montar mais de uma mola sobre a outra, desde que sejam das mesmas dimensões. Quando realizamos esta montagem, qual a afirmação que está correta?

- a) Quando colocamos uma sobre a outra, diminuímos a capacidade de carga, sem alterar a deflexão.
- b) Quando colocamos uma sobre a outra, diminuímos a capacidade de carga, alterando a deflexão.
- c) Quando colocamos uma sobre a outra, a capacidade de carga e a deflexão não se alteram.
- d) Quando colocamos uma sobre a outra, aumentamos a capacidade de carga, sem alterar a deflexão.
- e) Quando colocamos uma sobre a outra, aumentamos a capacidade de carga, alterando a deflexão.

## Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 5891**: regras de arredondamento na numeração decimal. Rio de Janeiro: ABNT, 1977.

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT J. Keith. **Elementos de máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

NORTON, Robert L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT J. Keith. **Elementos de Máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

NORTON, Robert L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrad**a. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

PAULA, Renan Felipe Vieira de. **Fadiga de molas helicoidais de suspensão de automóveis**. 2013. 145 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2013. Disponível em: <a href="http://hdl.handle.net/11449/94379">http://hdl.handle.net/11449/94379</a>>. Acesso em: 31 maio 2017.

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT J. Keith; **Elementos de máquinas de Shigley**. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

NIEMANN G. Elementos de máquinas. Vol. I. São Paulo: Edgard Blucher Ltda., 1959.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas:** uma abordagem integrada. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

## Mancais de contato rolante

#### Convite ao estudo

Caro aluno, nesta segunda unidade do livro didático, abordaremos os conceitos sobre os mancais de contato rolante (também conhecidos como mancais de rolamento), vamos conhecer os tipos de mancais rolantes, o relacionamento entre carga, vida e confiabilidade e, finalmente, a seleção de mancais de contato rolantes. Estes mancais são utilizados para reduzirmos o nível de atrito e com isto conseguirmos melhorar o nível de eficiência de um projeto mecânico.

A competência técnica desta unidade de ensino é conhecer os mancais de contato rolante, a fim de dimensioná-los em relação aos materiais utilizados e às suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços, aplicando o raciocínio crítico e de solução de problemas.

O contexto de aprendizagem utilizado como situação da realidade profissional (SP) proposta é construído em uma empresa de montagem de máquinas especiais, que trabalha no ramo de embalagens e envase. Esta empresa tem um trabalho totalmente verticalizado, possuindo todos os departamentos necessários para a montagem de máquinas especiais. Neste ambiente industrial, vamos trabalhar com o intuito de correlacionar o conteúdo que será visto nesta unidade e na bibliografía recomendada, visando conhecer os mancais de todos os tipos com contato rolante, a fim de dimensioná-los em relação aos materiais utilizados e suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços, como o exigido na solução das três situações-problema propostas nesta unidade.

Assim, em linhas gerais, estudaremos a definição do conceito de vida do mancal, a vida do mancal sob carga na confiabilidade indicada e a distribuição Weibull. Depois, na Seção 2.2, Relacionando carga, vida e confiabilidade, vamos

estudar como relacionar esses três parâmetros, entender o carregamento combinado radial e axial, o carregamento variável e a lubrificação de mancais de contato rolantes. Finalmente, na Seção 2.3, Seleção de mancais, seleção de mancais, aprenderemos sobre a seleção de mancais de esferas, de rolos cilíndricos, de rolos cônicos, e sobre a montagem e caixas de mancais. Mãos à obra!

# Seção 2.1

## Tipos de mancais

#### Diálogo aberto

Estimado aluno, o conteúdo desta unidade de ensino sobre mancais de contato rolante aborda uma área dos elementos de máquinas de suma importância, pois praticamente em todas as aplicações em que temos algum tipo de movimento que prescinde de um sistema de apoio, precisamos de mancais, visando sempre suportar cargas e reduzir o atrito entre as partes móveis. Deste modo, vamos estudar os tipos de mancais, a vida do mancal sob carga na confiabilidade indicada e a interpretação da distribuição Weibull, que é uma forma de análise com ferramentas estatísticas específicas para um tipo de amostragem de dados.

Retomando o contexto de aprendizagem, temos uma empresa fabricante de máquinas especiais, que trabalha no ramo de embalagens e envase. Neste contexto de aprendizagem, você será contratado para selecionar entre os diversos tipos de mancais que ela utiliza. Como atividade inicial, você deve saber o que são mancais de contatos rolantes ou rolamentos. Quais são os seus tipos? Quais são as características principais para se aplicar estes rolamentos? Como a carga afeta a vida útil do rolamento? Os mancais de contato precisam de qual tipo de lubrificação? Como otimizar a vida útil de um mancal, sob o ponto de vista de confiabilidade? O que é uma distribuição de Weibull e como ela se aplica a rolamentos? Assim, de posse de todas estas informações, você terá condições de aplicá-los da forma correta.

A partir da SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações para a aplicação de rolamentos e considerações feitas para o caso apresentado.

Ao final desta seção, você terá condições de identificar os diversos tipos de mancais de contato rolante ou rolamentos, interpretar os dados sobre a vida do mancal sob carga na confiabilidade indicada e como aplicar a distribuição Weibull em rolamentos.

Deste modo, fica evidente a importância desta seção, pois o entendimento correto dos tipos de mancais e suas respectivas vidas

evitam falhas ocorridas pelo mau uso de rolamentos e aumentam a vida útil do conjunto como um todo, permitindo maior confiabilidade do conjunto e, claro, redução de custos.

Vamos lá! Ao trabalho!

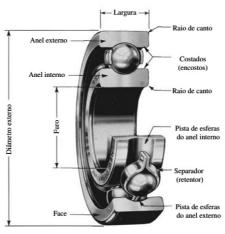
### Não pode faltar

#### Tipos de mancais

Antes de falarmos dos tipos de mancais, vamos realizar uma breve introdução sobre mancais de contato rolante. Também podemos chamá-los de mancais de rolamento, que é o termo mais utilizado nos meios industriais. Eles caracterizam-se na classe de mancal, quando a carga principal é transferida por elementos que estão em contato rolante ao invés de contato deslizante (estes serão tema de outra unidade de ensino desta disciplina).

Os mancais são fabricados para receberem cargas radiais, axiais ou a combinação destes dois tipos. A nomenclatura básica de um mancal de rolamento está indicada na Figura 2.1, em que podemos destacar quatro partes principais: o anel externo, o anel interno, os elementos rolantes e o separador.

Figura 2.1 | Nomenclatura de um rolamento com elementos rolantes tipo esfera



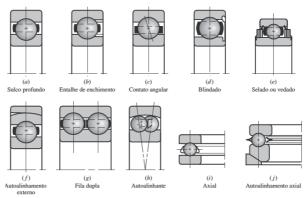
Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 554).

Existe uma infinidade de tipos de rolamentos, portanto, apresentaremos alguns tipos mais usuais, mas se faz necessário que

o leitor busque maiores informações na literatura fornecida pelos principais fabricantes de rolamentos.

Os elementos de contato são geralmente divididos em três grandes grupos, sendo: do tipo esférico (Figura 2.2), do tipo rolos cilíndricos (Figura 2.3), e do tipo de rolos cônicos (Figura 3.3).

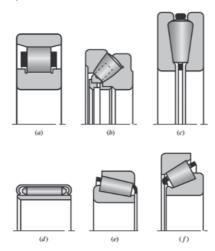
Figura 2.2 | Alguns tipos de rolamentos de esferas



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 554).

Os rolamentos de esfera transmitem a carga através de uma pequena área de contato, definida como um contato puntiforme com a pista. Já os rolamentos de rolos transmitem a carga através de um contato linear.

Figura 2.3 | Alguns tipos de rolamentos de rolos cilíndricos e cônicos



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 555).

Cada tipo de rolamento tem propriedades características que o tornam particularmente apropriado para certas aplicações. Na maioria dos casos, vários fatores devem ser considerados para a escolha do tipo de rolamento, sendo que não temos uma regra geral que possa ser estabelecida. Há alguns pontos importantes a serem considerados para optarmos por um tipo específico de rolamento: o espaço disponível, as cargas, os desalinhamentos, a precisão, a velocidade, o ruído, a rigidez, a montagem e a desmontagem e a vida do mancal.

Existem dez tipos básicos de rolamentos de esferas ou rolos, classificados conforme o tipo de carga aplicada, para carga radial, axial ou a combinação de ambas. Os dez tipos de rolamentos são: rolamentos radiais: rígidos de esferas, de esferas de contato angular, autocompensadores de esferas, de rolos cilíndricos, de agulhas, autocompensadores de rolos, de rolos cônicos; rolamentos axiais: axiais de esferas, axiais de esferas de contato angular, axiais autocompensadores de rolos.

Pesquise mais

Também podemos diferenciar todos estes tipos de rolamentos em planos de dimensões e designações de rolamentos. Isto pode ser mais bem observado consultando as várias normas disponíveis e também os catálogos de fabricantes de rolamentos. Como sugestão, podemos consultar os sites dos seguintes fabricantes:

SKF. Disponível em: <a href="http://www.skf.com/br/products/product-tables/">http://www.skf.com/br/products/product-tables/</a> index.html>. Acesso em: 2 jun. 2017.

NSK. Disponível em: <a href="http://nsk.com.br/upload/file/Cat%C3%A1logo%20">http://nsk.com.br/upload/file/Cat%C3%A1logo%20</a> Geral%20NSK(1).pdf>. Acesso em: 2 jun. 2017.

Timken. Disponível em: <a href="http://www.timkenbearings.com/pt-br/">http://www.timkenbearings.com/pt-br/</a> products/Pages/Catalogs.aspx>. Acesso em: 2 jun. 2017.

#### Vida do mancal

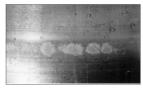
Quando a esfera ou rolo do mancal de contato tem um movimento relativo, então teremos tensões de contato no anel interno, no elemento rolante e no anel externo. Estas tensões de contato irão provocar fadiga nos materiais após um certo número de ciclos. Se o mancal for montado de forma adequada, lubrificado e livre de impurezas, esta fadiga será a única causa de falha no rolamento.

Agora, para ocorrer esta fadiga serão necessárias milhares de tensões aplicadas de forma efetiva, e necessitamos de uma medida quantitativa de vida do mancal. Temos duas medidas comuns de vida: número de rotações do anel interno com o anel externo estacionário, até a primeira evidência perceptível de fadiga; número de horas de uso a uma velocidade angular padrão até a primeira evidência perceptível de fadiga.

Deste modo, o termo mais utilizado para nomear esta fadiga é a vida do mancal. É importante destacar que, como a fadiga do mancal depende de uma série de variáveis, a vida definida do mancal está relacionada a parâmetros estatísticos mensuráveis. A medida de vida de um mancal é definida como o número total de rotações ou horas de uso a uma velocidade constante de operação do mancal até que a falha ocorra, determinando o critério de falha. Podemos determinar como critério de falha por fadiga, o aparecimento de lascas nas superfícies da pista de rolagem que suporta a carga, como exemplificado na Figura 2.4.

Figura 2.4 | Falha tipo lascamento em uma pista de rolamento





Fonte: <a href="http://www.nsk.com.br/upload/file/B08.pdf">http://www.nsk.com.br/upload/file/B08.pdf</a>>. Acesso em: 24 abr. 2017.

Este tipo de critério pode ser considerado como uma definição operacional de falhas por fadiga em mancais de rolamento. Agora, a maioria dos fabricantes, baseados em vários experimentos sobre fadiga, utiliza um termo chamado vida nominal. A vida nominal de rolamentos é definida como o número de rotações ou horas em uma velocidade constante, que 90% de um grupo de mancais irá atingir ou exceder antes que a falha ocorra. Também podemos chamar a vida nominal de vida mínima, ou vida  $\boldsymbol{L}_{10}$ .

O valor da vida nominal é determinado pelo fabricante, em função das suas características particulares de manufatura. A maioria adota a vida  $L_{10}$  com o valor de  $10^6$  rotações. Uma exceção conhecida é a empresa Timken Company que estabelece o fim da vida nominal dos seus rolamentos ao atingirem 3000 horas a 500 rpm.



As falhas determinam o nível de vida dos rolamentos. Como devemos estabelecer critérios para determinar o que é uma falha? Que tipo de falha pode ser considerada como uma influência para a vida do mancal?

#### Vida do mancal sob carga na confiabilidade indicada

Analisando grupos de tipos de rolamentos com dimensões nominais iguais, cada grupo é testado pelo critério vida-falha a diferentes cargas.

Assim, por meio de vários testes e gráficos conseguimos estabelecer uma confiabilidade de 0,90, ou seja, de 90%. Podemos obter destas análises com confiabilidade de 0,90, a seguinte equação:

$$F \cdot L_{10}^{\bar{a}} = \text{Constante}$$
 [2.1]

Em que F é a carga aplicada em [N];  $L_{10}$  é a vida nominal em rpm; a=3 para mancais com elementos tipo esfera;  $a={}^{10}\!/_3$  para mancais de elementos tipo rolos. Observe que a variável a é apenas uma variável da equação utilizada para diferenciarmos o uso de rolamento de esfera ou rolamento de rolos.

Os catálogos dos fabricantes de rolamentos apresentam um valor denominado capacidade de carga de catálogo, que é definida pela carga radial que causa a falha de 10% do conjunto do tipo de rolamento avaliado durante uma vida nominal. Esta capacidade de carga também pode ser representada como  $C_{10}$ . Assim, esta capacidade catalogada é frequentemente referida como capacidade básica de carga, se a vida nominal dada pelo fabricante é de  $10^6$  rotações. Esta capacidade de carga deve ser vista como um valor de referência e não como a carga real a ser suportada pelo rolamento. Ao selecionar um rolamento para uma determinada aplicação, é necessário relacionar a carga desejada e a carga apresentada no catálogo do fabricante. Assim, podemos elaborar uma relação entre o que desejamos no projeto e o que os catálogos de fabricante nos oferecem. A equação [2.2] apresenta uma primeira relação.

 $F_R \cdot L_R^{\frac{1}{a}} = F_D \cdot L_D^{\frac{1}{a}}$  [2.2]

Em que  $F_R$  = carga nominal ou carga do "catálogo" em kN;  $L_R$  = vida nominal em rpm; a = índice de vida (a = 3 para mancais com elementos tipo esfera; a = 10/3 para mancais de elementos tipo rolos);  $F_D$  = carga desejada em kN;  $L_D$  = vida desejada em rotações.

Podemos escrever a equação [2.2] para expressar a vida em horas a uma determinada velocidade, segundo a relação  $L=60 \cdot \ell \cdot n$ , em que  $\ell=$  vida em horas; n= rev/min ou rpm e 60 é o fator de conversão (60 min/h) . Assim, temos a equação [2.3], sendo:

$$F_R \cdot (\ell_R \cdot n_R \cdot 60)^{\frac{1}{a}} = F_D \cdot (\ell_D \cdot n_D \cdot 60)^{\frac{1}{a}}$$
 [2.3]

Lembrando que o índice R é obtido a partir do catálogo, e o índice D é o que desejamos.

Finalmente, podemos ter uma equação que está relacionada à carga  ${\it C}_{10}$ , sendo:

$$C_{10} = F_R = F_D \cdot \left(\frac{L_D}{L_R}\right)^{\frac{1}{a}} = F_D \cdot \left(\frac{\ell_D \cdot n_D \cdot 60}{\ell_R \cdot n_R \cdot 60}\right)^{\frac{1}{a}}$$
 [2.4]



Vamos supor que uma empresa fabricante de rolamentos classifica seus mancais a um milhão de rotações ( $10^6$ ). Desejamos selecionar um rolamento com elementos tipo esfera, com uma vida útil de 6000 horas a 2500 rpm, com uma carga de 5kN com a confiabilidade de 90%. Para isso, precisamos, então, descobrir qual o valor de  $\boldsymbol{C}_{10}$ , para depois procurar no catálogo deste fabricante o rolamento que tem o valor igual ou superior mais próximo. Assim, a partir dos dados apresentados, podemos resolver usando a equação:

$$C_{10} = F_R = F_D \cdot \left(\frac{\ell_D \cdot n_D \cdot 60}{\ell_R \cdot n_R \cdot 60}\right)^{\frac{1}{a}} = 5 \cdot \left(\frac{6000 \cdot 2500 \cdot 60}{10^6}\right)^{\frac{1}{3}} = 48,27 \, kN \qquad [2.4]$$

Observe que usamos para  $\ell_R \cdot n_R \cdot 60$ , o valor de  $L_R = 10^6$ , e a = 3, porque o rolamento tem elementos tipo esfera. Assim, o valor  $C_{10}$  encontrado será o valor mínimo a ser usado e localizado no catálogo do fabricante.

#### Confiabilidade versus vida – a distribuição de Weibull

Utilizando uma confiabilidade indicada de 90%, como vimos no tópico anterior, temos uma forma robusta e segura para selecionar um rolamento, baseado em sua vida nominal. Agora, temos também uma outra forma de estimar a vida do rolamento utilizando uma ferramenta estatística, envolvendo a probabilidade de a falha acontecer por fadiga. O melhor método para isto é por meio da distribuição de Weibull,

pois este método se ajusta às condições dos dados obtidos dos testes realizados em vários experimentos sobre a vida do rolamento. A distribuição de Weibull foi proposta originalmente por W. Weibull (1954) em estudos relacionados ao tempo de falha devido à fadiga de metais. Esta distribuição é frequentemente usada para descrever o tempo de vida de produtos industriais. Deste modo, se conhecemos o comportamento do grupo de rolamentos, teremos os parâmetros para serem aplicados nas equações de distribuição de Weibull, e, assim, conseguimos obter valores para multiplicar a vida  $L_{10}$ . Como exemplo, quando calculamos a vida pela confiabilidade indicada (90%) encontramos o valor de  $L_{10}$  e quando utilizamos a análise estatística da distribuição de Weibull, podemos melhorar o nível de confiabilidade e assim ampliar os valores de vida, ou seja, por meio da estatística, melhoramos a confiabilidade da vida do rolamento.

Podemos apresentar as equações principais que envolvem a distribuição de Weibull já ajustadas para atender a esta aplicação em rolamentos. Então:

$$R = \exp\left[-\left(\frac{x - x_0}{\theta - x_0}\right)^b\right]$$
 [2.5]

Em que R é a confiabilidade pela distribuição Weibull, ou vida adimensional mediana; x é a vida medida (valor encontrado durante os experimentos)  $\mathbf{x} = \frac{L}{L_0}$ ;  $\mathbf{x}_0 = \text{valor garantido}$ , ou "mínimo", da variante x;  $\theta = \text{parâmetro}$  específico (para mancais de rolamento por contato, corresponde ao valor de 63,2121% da amostra de vida medida x); b = parâmetro de forma. Para mancais de contato rolante b = 1,5. Também utilizamos dos dados obtidos um valor médio  $\mathbf{x}_{\mathbf{x}}$ , e um desvio padrão  $\mathbf{\sigma}_{\mathbf{x}}$ , sendo:

$$\mu_{x} = X_{0} + \left(\theta - X_{0}\right) \cdot \Gamma \cdot \left(1 + \frac{1}{b}\right)$$
 [2.6]

$$\sigma_{x} = \left(\theta - x_{0}\right) \cdot \sqrt{\Gamma \cdot \left(1 + \frac{2}{b}\right) - \Gamma^{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{b}\right)}$$
 [2.7]

Em que  $\mu_{\rm X}$  = média;  $\sigma_{\rm X}$  = desvio padrão e  $\Gamma$  = função gama, obtido da Tabela 2.1. Quando temos uma confiabilidade específica exigida, podemos usar:

$$x_{(x)} = x_0 + (\theta - x_0) \cdot \left( \ln \frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{b}}$$
 [2.8]

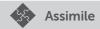
Tabela 2.1 | Função Gama

n	Γ(n)	n	$\Gamma(n)$	n	Γ(n)		$\Gamma(n)$
1,00	1,000 00	1,25	,906 40	1,50	,886 23	1,75	,919 06
1,01	,994 33	1,26	,904 40	1,51	,886 59	1,76	,921 37
1,02	,988 84	1,27	,902 50	1,52	,887 04	1,77	,923 76
1,03	,983 55	1,28	,900 72	1,53	,887 57	1,78	,926 23
1,04	,978 44	1,29	,899 04	1,54	,888 18	1,79	,928 77
1,05	,973 50	1,30	,897 47	1,55	,888 87	1,80	,931 38
1,06	,968 74	1,31	,896 00	1,56	,889 64	1,81	,934 08
1,07	,964 15	1,32	,894 64	1,57	,890 49	1,82	,936 85
1,08	,959 73	1,33	,893 38	1,58	,891 42	1,83	,939 69
1,09	,955 46	1,34	,892 22	1,59	,892 43	1,84	,942 61
Para n >	2, use a fórmu	la recursiv	a.				
			$\Gamma(n) = (n -$	1) Γ(n <b>-</b>	1)		
or exemp	olo, $\Gamma(5,42) =$	4,42(3,42	(2,42) Γ(1,4	(2) = 4,42(3)	3,42) (2,42) (	0,886 36)	= 32,4245

Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 1056).

A função gama é uma integral que intercepta a função fatorial para valores inteiros. Esta função está sendo aplicada nas equações [2.6] e [2.7] como um fator de ajuste.

Com a aplicação destas equações e conhecendo os dados representativos da amostragem de testes de uma família específica de rolamentos, obtemos um valor melhor e confiável do que simplesmente usarmos os valores de confiabilidade indicada (do catálogo). Quando temos valores de vida baseados em uma análise estatística, estamos aumentando os dados de amostragem e com isto também aumentando o grau de confiabilidade.



Em resumo, temos dois tipos de confiabilidade: a mais robusta que é confiabilidade indicada (90%), ou seja, os dados indicados em catálogos dos fabricantes são padronizados e certamente os rolamentos não irão apresentar falhas nestas condições de uso; e a confiabilidade por meio de ferramentas estatísticas aplicando a distribuição de Weibull, que busca melhorar o nível de confiabilidade (acima de 90%) e assim termos rolamentos com uma vida estimada maior

#### Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, devemos efetuar a análise de um rolamento, com foco na vida do mancal e sua confiabilidade. Como exemplo de solução para esta SP, iremos considerar um rolamento de esferas e calcular sua capacidade de carga de catálogo, e a sua vida para uma situação de confiabilidade indicada de 90%, e o quanto a distribuição de Weibull melhora esta confiabilidade. Assim, devemos usar os seguintes parâmetros: mancal para um milhão de rotações ( $10^6$ ); uma vida desejada de 7000 horas a 800 rpm, com uma carga de 10 kN. Temos também os dados de  $x_0 = 0,025$ ; de  $\theta = 4,777$  e de b = 1,799. Na análise pela distribuição de Weibull, devemos encontrar o desvio médio para compararmos com o valor da confiabilidade indicado.

Tem-se que, como o mancal está sendo solicitado para um milhão de rotações de vida na condição de confiabilidade indicada de 90%, a vida é de  $L_{10} = 10^6$  rotações.

Para o cálculo da capacidade de carga, temos:

$$L_{10} = L_R = \ell_R \cdot n_R \cdot 60 = 10^6 \text{ rotações}$$

$$C_{10} = F_D \cdot \left(\frac{\ell_D \cdot n_D \cdot 60}{\ell_R \cdot n_R \cdot 60}\right)^{\frac{1}{a}} = 10 \cdot \left(\frac{7000 \cdot 800 \cdot 60}{10^6}\right)^{\frac{1}{3}} = 69,52053 \text{ kN}$$

Agora, vamos calcular o desvio médio:

$$\mu_{x} = x_{0} + (\theta - x_{0}) \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{b} \right)$$

$$\mu_{x} = 0.025 + (4.777 - 0.025) \cdot \Gamma \left( 1 + \frac{1}{1.799} \right)$$

$$\mu_{x} = 0.025 + (4.7520) \cdot \Gamma \left( 1.55586 \right)$$

Para encontrarmos o valor de  $\Gamma(1,55586)$ , devemos usar a Tabela 2.1 e com interpolação linear, obter o valor, sendo igual a 0,88932. Observe que o valor T 1,55586 está entre o valor de n = 1,55 e 1,56.

Voltando a equação:

$$\mu_x = 0,025 + 4,7520 \cdot 0,88932 = 4,25105$$

Isso quer dizer que a vida média do mancal é de  $4,25105 \cdot L_{10}$ .

Então, nossa confiabilidade pelo método de distribuição de Weibull permite estimar a vida do mancal sem falhas para 4,25105 milhões de rotações. Notamos um aumento considerável da confiabilidade quando comparado com o método da confiabilidade indicada. Isto só foi possível por termos os dados deste tipo de rolamento analisado.

Com os dados da distribuição de Weibull, também podemos obter outros resultados que ampliam o conhecimento desta família de rolamentos, permitindo outras análises, por exemplo, podemos estabelecer uma situação em que desejamos obter o valor da vida entre a vida na condição básica (90%) até a vida na condição máxima (R = 1), sendo a exemplo o valor a 50% ou R = 0,5. Disto, temos:

$$x_{0,5} = x_0 + \left(\theta - x_0\right) \cdot \left(\ln\frac{1}{0,5}\right)^{\frac{1}{b}} = 0,025 + \left(4,777 - 0,025\right) \cdot \left(\ln\frac{1}{0,5}\right)^{\frac{1}{1,799}}$$

$$x_{0,5} = 3,90112$$

Podemos concluir que, para uma estimativa de 50% de vida, temos  $3,90112 \cdot L_{10} = 3,90112 \cdot 10^6 = 3,90112$  milhões de rotações.

#### Avançando na prática

## Avaliando a capacidade de carga entre dois tipos de rolamento Descrição da situação-problema

Em uma fábrica que utiliza vários equipamentos de produção, temos um em particular que tem uma quebra constante do rolamento de esferas, em torno de 1000 horas de uso a 2000 rpm e carga aplicada de 12 kN. Você, como profissional da área de manutenção, foi acionado para avaliar se podemos aplicar algum outro tipo de rolamento que melhore esta situação de quebra constante, sem alterar as dimensões de montagem. A sua sugestão será baseada na capacidade de carga atual, a partir da comparação da capacidade de carga de um outro tipo de rolamento com elementos de rolos. Devemos então considerar como dados deste problema: classificação dos mancais a um milhão de rotações, ou seja, vida  $\mathcal{L}_{10}$ .

#### Resolução da situação-problema

Vamos avaliar as cargas  $C_{10}$ , sendo:

Atual: 
$$C_{10} = 12 \cdot \left(\frac{1000 \cdot 2000 \cdot 60}{10^6}\right)^{\frac{1}{3}} = 59,189 \text{ kN}$$

Desejadoparaorolamento de rolos: 
$$C_{10} = 12 \cdot \left(\frac{1000 \cdot 2000 \cdot 60}{10^6}\right)^{\frac{1}{10}} = 50,459 \text{ kN}$$

Assim, com estes dados de carga calculados, concluímos que a troca de rolamentos de esferas por de rolos não vai resolver o problema, pois, em termos de vida, o rolamento de rolos apresenta um valor menor do que o de esfera, ou seja, o rolamento de rolos tem a probabilidade de falhar antes que o rolamento de esferas. Como não temos condições de alterar o espaço de montagem, não podemos alterar as dimensões de rolamento que tenham uma vida maior de  $\textbf{C}_{10}$ . Uma extensão desta análise seria verificar a possibilidade de alterar a carga para um valor menor.

# Faça valer a pena

**1.** Os catálogos dos fabricantes de rolamentos apresentam um valor denominado capacidade de carga de catálogo que é definida pela carga radial que causa a falha em 10% da família do rolamento avaliado durante uma vida nominal. Esta capacidade de carga é representada por  $C_{10}$ . Assim, esta capacidade catalogada é frequentemente referida como capacidade básica de carga, se a vida nominal dada pelo fabricante é de  $10^6$  rotações. Dessa forma, podemos elaborar uma relação entre o que desejamos no projeto e o que os catálogos de fabricante nos oferecem. A equação, a seguir nos apresenta uma primeira relação.

$$F_R \cdot L_R^{\frac{1}{a}} = F_D \cdot L_D^{\frac{1}{a}}$$

Em que:  $F_R$  = carga nominal ou carga do "catálogo" em kN;  $L_R$  = vida nominal em rotações; a = índice de vida, sendo: a = 3 para mancais com elementos tipo esfera; a = 10/3 para mancais de elementos tipo rolos;  $F_D$  = carga desejada em kN;  $L_D$  = vida desejada em rotações.

É possível reescrever a equação para calcular a vida do rolamento em horas a uma determinada rotação, então podemos expressar a vida como:

$$L = 60 \cdot \ell \cdot n$$

Em que:  $\ell$  = vida em horas; n= rev/min ou rpm e 60 é o fator de conversão. Assim temos a equação, sendo:

$$F_R \cdot (\ell_R \cdot n_R \cdot 60)^{\frac{1}{a}} = F_D \cdot (\ell_D \cdot n_D \cdot 60)^{\frac{1}{a}}$$

Lembrando que o índice R = do catálogo, e o índice D = o que desejamos. Finalmente, chegamos a uma equação que permite calcular a carga  $C_{10}$ , sendo:

$$C_{10} = F_R = F_D \cdot \left(\frac{L_D}{L_R}\right)^{\frac{1}{a}} = F_D \cdot \left(\frac{\ell_D \cdot n_D \cdot 60}{\ell_R \cdot n_R \cdot 60}\right)^{\frac{1}{a}}$$

Se temos um rolamento de rolos cônicos, com  $\ell_D$  = 4000 horas;  $n_D$  = 500rpm;  $L_R$  =10<sup>6</sup> rotações; e uma carga desejada de 25 kN, marque a alternativa correta.

- a)  $C_{10} = 105,77 \text{ kN}$ .
- b)  $C_{10} = 106,12 \text{ kN}$ .
- c)  $C_{10} = 105,55 \text{ kN}$ .
- d)  $C_{10} = 108,12 \text{ kN}$ .
- e)  $C_{10} = 105,12 \text{ kN}$
- **2.** O termo mais utilizado para nomear fadiga é a vida do mancal. É importante destacar que, como toda fadiga, a vida definida possui tanto uma distribuição quanto parâmetros estatísticos associados. A medida de vida de um mancal é definida como o número total de rotações, ou horas de uso a uma velocidade constante de operação do mancal até que a falha ocorra, determinando assim o critério de falha. Entenda falha como um evento não desejado.

Como podemos determinar um critério de falha de fadiga? Assinale a alternativa correta.

- a) Ao determinar um limite de rotação em rpm.
- b) Ao aparecerem lascas nas superfícies que suportam a carga.
- c) Ao avaliar o nível de ruído.
- d) Ao apresentar falta de lubrificação.
- e) Ao estar em rotação variável.
- **3.** Se conhecermos o comportamento de um grupo de rolamentos, teremos os parâmetros para serem aplicados nas equações de distribuição de Weibull, e assim conseguirmos obter valores para multiplicar a vida  $L_{10}$ . Como exemplo, quando calculamos a vida pela confiabilidade indicada (90%), encontramos o valor de  $L_{10}$ , e quando utilizamos a análise estatística da distribuição de Weibull, conseguimos melhorar o valor desta vida em algumas vezes, ou seja, por meio de uma análise estatística podemos ter uma avaliação melhor da vida do rolamento.

Um dos resultados que obtemos ao aplicarmos a distribuição de Weibull é a vida média do mancal. Marque a alternativa a seguir que corresponde à afirmação correta.

- a) A vida média do mancal encontrada como resultado é um fator de multiplicação para a vida  $L_{10}$ .
- b) A vida média do mancal encontrada como resultado é um fator de divisão para a vida  $L_{10}$ .
- c) A vida média do mancal encontrada como resultado é um fator de soma para a vida  $L_{co}$ .
- d) A vida média do mancal encontrada como resultado é um fator de subtração para a vida  $L_{10}$ .
- e) A vida média do mancal encontrada como resultado é um fator de comparação para a vida  $L_{10}$ .

# Seção 2.2

# Relacionando carga, vida e confiabilidade

#### Diálogo aberto

Caro aluno, o conteúdo sobre mancais de rolamento aborda um dos temas principais da disciplina de elementos de máquinas, pois em todo e qualquer equipamento que contém movimentos relativos, faz-se necessário algum tipo de mancal para se diminuir o atrito e também suportar cargas. Deste modo, vamos estudar a relação entre carga, vida e confiabilidade; o carregamento combinado e o carregamento variável; e a lubrificação de mancais de rolamento.

Retomando o contexto de aprendizagem, temos uma empresa fabricante de máquinas especiais, do ramo de embalagens e envase. Neste contexto, você foi transferido para trabalhar em um grande projeto de um novo equipamento, para aplicar rótulos em um tipo específico de embalagem para detergente líquido. Deste modo, precisa selecionar os melhores tipos de mancais de rolamento, relacionando-os com a carga, a vida, a confiabilidade, o carregamento e a lubrificação. Então, como relacionar carga, vida e confiabilidade de rolamentos? O que são carregamentos axiais e radiais? O que é carregamento combinado? O que é carregamento variável? De posse de todas estas informações, você terá condições de selecionar estes rolamentos de forma adequada. A partir da SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações para estabelecer condições reais de carga, vida e confiabilidade e considerações feitas para o caso apresentado.

Ao final desta seção, você terá condições de relacionar os diversos tipos de cargas com a vida e confiabilidade, entender e aplicar os conceitos sobre carregamentos combinados e carregamentos variáveis e sobre os tipos de lubrificação aplicados em rolamentos. A compreensão adequada dos conhecimentos aprendidos nesta seção é de fundamental importância para a sequência desta disciplina.

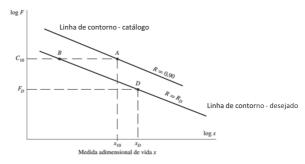
Vamos aos estudos!

## Não pode faltar

#### Relacionando carga, vida e confiabilidade

Em um projeto mecânico no qual se utilizam os mancais de rolamentos, tem-se que a carga desejada não é a mesma da carga em que o rolamento foi testado pelo fabricante ou da carga de entrada do catálogo. Tem-se também que as velocidades desejadas são diferentes das de teste do fabricante e, geralmente, a expectativa de confiabilidade é maior do que os 90% estabelecidos pelos fabricantes de rolamentos. Para podermos visualizar melhor este contexto, veja a Figura 2.5, a seguir, que nos apresenta uma comparação dos dados desejados e dos dados de fabricante.

Figura 2.5 | Linhas de contorno de confiabilidade, comparando o catálogo do fabricante com os dados desejados de projeto



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 561).

Explorando a Figura 2.5, podemos notar que temos uma linha chamada de linha de contorno – catálogo, com confiabilidade R = 0,90 (90%). Veja que o ponto A incluído nesta linha é obtido da informação da carga  $C_{10}$  e vida  $x_{10} = \frac{L}{L_{10}} = 1$ . Agora, para a linha de contorno desejado, temos uma confiabilidade  $R = R_D$ , em que  $R_D$  é a confiabilidade desejada. Nesta linha, temos o ponto D, que é obtido da carga desejada  $F_D$  e da vida desejada  $X_D$ . Como o catálogo nos apresenta a informação de carga  $C_{10}$ , devemos então nos mover do ponto D, na linha de contorno desejado  $R_D$ , até o ponto B apresentado no gráfico. Desta maneira, podemos deduzir as próximas equações, com o objetivo de obtermos uma carga  $C_{10}$  equivalente à carga, vida e confiabilidade desejada de projeto.

$$F_B = F_D \cdot \left(\frac{X_D}{X_R}\right)^{\frac{1}{a}}$$
 [2.9]

Em que  $F_B$  = carga no ponto B, em N;  $F_D$  = carga no ponto D, ou carga desejada, em N;  $F_D$  = vida do rolamento no ponto D, ou vida desejada expressa de forma adimensional;  $F_D$  = vida do rolamento no ponto B, expressa de forma adimensional;  $F_D$  = 3 para mancais com elementos tipo esfera e a = 10/3 para mancais de elementos tipo rolos. Observe que podemos concluir que  $F_D$  e que a vida do rolamento no ponto B é dada por:

$$x_B = x_0 + (\theta - x_0) \cdot \left( \ln \frac{1}{R_D} \right)^{\frac{1}{b}}$$
 [2.10]

Em que  $x_0$  = valor garantido, obtido da distribuição Weibull;  $\theta$  = parâmetro específico, também obtido da distribuição de Weibull; b = parâmetro de forma, fornecido pela distribuição de Weibull.

Assim, podemos então notar que  $F_B = C_{10}$ , e devemos incluir um fator de segurança  $a_f$  para incrementar a carga do projeto e levar em conta uma sobrecarga, a ação dinâmica e as incertezas.

$$C_{10} \approx a_f \cdot F_D \cdot \left[ \frac{x_D}{x_0 + (\theta - x_0) \cdot (1 - R_D)^{\frac{1}{b}}} \right]^{\frac{1}{a}} \text{ para } R \ge 0,90$$
 [2.11]

A equação [2.11] pode ser usada para converter uma situação desejada em projeto com carga, vida e confiabilidade em uma carga listada em catálogo com uma vida nominal baseada em 90% de confiabilidade. Podemos calcular  $\mathbf{X}_{D}$  da seguinte maneira:

$$X_D = \frac{L_D}{L_R} = \frac{60 \cdot \ell_D \cdot n_D}{L_{10}}$$
 [2.12]

Em que  $L_D$  = vida desejada em rotações;  $L_R$  = vida nominal em rotações;  $L_{10}$  = 10<sup>6</sup> (vida de catálogo);  $\ell_D$  = vida em horas; e  $n_D$  = rev/min ou rpm e 60 min/h é o fator de conversão adequado.

Em um projeto de um mancal de rolamento, temos a necessidade de atender a uma carga de 2 N com um fator de segurança de 1,2. A velocidade do eixo deve ser de 500 rev/min, e a vida deve ser de 25.000 horas, com uma confiabilidade de 0,98 (98%). Como no catálogo do fabricante apresenta uma vida  $L_{10}=10^6$ , com 90% de confiabilidade, precisamos então determinar qual carga que deve ser alcançada (ou excedida) para um mancal de rolamento de esferas. Os parâmetros de Weibull são:  $x_0=0,02$ ;  $(\theta-x_0)=4,437$ ; e b=1,477. Então:

$$x_D = \frac{L_D}{L_R} = \frac{60 \cdot \ell_D \cdot n_D}{L_{10}} = \frac{60 \cdot 25000 \cdot 500}{10^6} = 750$$

Este resultado nos mostra que a vida de projeto desejada é de 750 vezes a vida  $L_{10}$ . Como estamos trabalhando com um mancal de rolamento de esferas, temos a = 3, assim:

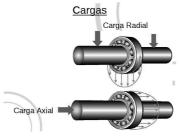
$$C_{10} = 1,2 \cdot 2,0 \cdot \left[ \frac{750}{0,02 + 4,437 \cdot (1 - 0,98)^{\frac{1}{1,477}}} \right]^{\frac{1}{3}} = 31,4 \text{ N}$$

Concluindo, para usarmos no projeto um mancal de rolamento de esferas com uma carga de 2 N, vida de 25000 horas e 500 rev/min, e confiabilidade de 98%, temos que adotar um rolamento do catálogo com uma carga mínima de 31,4 N, pois o catálogo tem como padrão os dados de carga para uma vida  $L_{10}=10^6$  e confiabilidade de 90%. Observe que para um pequeno incremento na confiabilidade, a necessidade de uma carga aumenta e muito, gerando assim um custo maior do projeto. Devemos ter em mente isto ao desejar uma condição melhor de confiabilidade.

#### Carregamento combinado: radial e axial

No carregamento combinado, existente em várias aplicações de mancais, podemos ter simultaneamente uma carga radial e outra axial atuando nos mancais. Veja a Figura 2.6 que nos apresenta a direção destas cargas.

Figura 2.6 | Disposição da carga radial e carga axial



Fonte: <a href="http://irayrolamentos.com.br/wp-content/uploads/2017/03/asasas.jpg">http://irayrolamentos.com.br/wp-content/uploads/2017/03/asasas.jpg</a>. Acesso em: 27 jun. 2017.

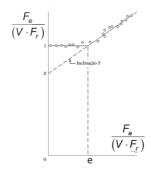
Como exemplo, um mancal de rolamento de esferas é capaz de resistir ao carregamento radial e ao carregamento axial, de forma independente ou de forma simultânea, ou seja, combinado. Vamos adotar  $F_a$  e  $F_r$  para carga axial e radial, respectivamente e  $F_e$  para carga radial equivalente, a qual produz o mesmo efeito que a carga radial e a carga axial combinadas. Também precisamos definir um fator de rotação que chamaremos de V. Este fator de rotação terá um valor igual a um (V = 1), quando o anel interno gira e o anel externo permanece estático, e terá um valor igual a 1,2 (V = 1,2), quando o anel interno está estático e o anel externo gira. Temos uma exceção para mancais autoalinhantes (que são mancais em que se permite pequenas compensações de alinhamento entre dois rolamentos dispostos em um mesmo eixo), em que o valor V = 1 independe do giro ou não dos anéis.

Quando trabalhamos em aplicações de cargas combinadas fixas, ou seja, permanentes, devemos ter em mente que isto vai provocar uma alteração da vida do mancal, diferentemente das aplicações em que temos apenas uma carga no rolamento. Assim, vamos explorar agora como isto afeta a vida dos mancais com cargas combinadas. Podemos formar dois grupos adimensionais, ou seja, cada grupo adimensional está relacionado com carga equivalente, fator de rotação e carga radial e carga axial, sendo:

$$\frac{F_{\rm e}}{(V \cdot F_{\rm r})} e \frac{F_{\rm a}}{(V \cdot F_{\rm r})}$$
 [2.13]

Quando avaliamos estes dois grupos adimensionais, podemos notar que os pontos que aparecem na Figura 2.7 são valores para estudarmos o comportamento de cada grupo adimensional e assim visualizarmos o comportamento das cargas quando são combinadas. Observe que temos um comportamento linear constante (paralelo ao eixo inferior) de inclinação zero até o ponto e, e que a partir do ponto e conseguimos identificar uma mudança de comportamento dos pontos para uma condição linear, mas agora com uma inclinação na reta (em que precisamos ter os coeficientes X e Y para definir esta nova reta que se ajusta à nova condição dos pontos).

Figura 2.7 | Relação de grupos adimensionais de cargas radiais equivalentes, carga radial e carga axial, e o fator de rotação



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 563).

Desta Figura 2.7, podemos obter a seguinte equação [2.14]:

$$F_e = X_i \cdot V \cdot F_r + Y_i \cdot F_a$$
 [2.14]

Em que i = 1 para  $\frac{F_a}{(V \cdot F_r)} \le e$ ; i = 2 para  $\frac{F_a}{(V \cdot F_r)} > e$ , observe que os valores de i são para identificar na Tabela 2.2 qual grupo de valores devemos usar, os valores de X e Y são dependentes da geometria ou construção de um rolamento específico e caracterizam os pontos de uma reta, como visto anteriormente. E, por sua vez, também é função de  $\frac{F_a}{C_0}$ , em que  $C_0$  é a carga estática nominal básica. Essa carga é obtida por meio do catálogo do fabricante. Como exemplo, podemos verificar estes valores na Tabela 2.2, específica para rolamentos de esferas.

Tabela 2.2 | Fatores de carga equivalente para rolamentos de esferas

		$F_a/(VF_a)$	$F_a/(VF_r) \le e$		$F_a/(VF_r) > e$	
0,014*	0,19	1,00	0	0,56	2,30	
0,021	0,21	1,00	0	0,56	2,15	
0,028	0,22	1,00	0	0,56	1,99	
0,042	0,24	1,00	0	0,56	1,85	
0,056	0,26	1,00	0	0,56	1,71	
0,070	0,27	1,00	0	0,56	1,63	
0,084	0,28	1,00	0	0,56	1,55	
0,110	0,30	1,00	0	0,56	1,45	
0,17	0,34	1,00	0	0,56	1,31	
0,28	0,38	1,00	0	0,56	1,15	
0,42	0,42	1,00	0	0,56	1,04	
0,56	0,44	1,00	0	0,56	1,00	

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 564).

Note que na tabela temos uma observação para o valor de  $\frac{F_a}{C_0}$ , destacado com um asterisco. Neste caso use 0,014 se  $\frac{F_a}{C_0}$ <

# Pesquise mais

Temos um bom resumo sobre mancais no vídeo intitulado: Mancais de rolamentos, o qual procura apresentar de forma rápida vários conceitos relacionados a mancais. Disponível em: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=oVEMs3WHzeo&t=638s">https://www.youtube.com/watch?v=oVEMs3WHzeo&t=638s</a>>. Acesso em: 4 jun. 2017.

A Tabela 2.2 é somente uma amostra e devemos sempre procurar informações específicas nos catálogos dos fabricantes do rolamento.

# Exemplificando

Um mancal de esferas possui uma carga axial de 2300 N e uma carga radial de 3100 N, aplicado na situação em que o anel externo gira. A carga básica estática  $C_0$  é de 11000 N e a carga básica  $C_{10}$  é de 20300 N. Calcule a carga radial equivalente. Solução:

Temos para V = 1,2, em função do anel externo girar.

 $\frac{F_a}{C_0}$  = e;  $\frac{2300}{11000}$  = 0,209; com este valor devemos interpolar na Tabela 2.2 para obtermos o valor de e, sendo: e = 0,354. Com isto, temos:

 $\frac{F_a}{(V \cdot F_r)} = \frac{2300}{(1.2 \cdot 3100)} = 0,6182 \cdot \text{Como este valor de } e = 0,6182 \text{ é maior do}$  que o valor de e = 0,354, então, devemos usar i = 2.

Assim, voltamos para a tabela e interpolamos para  $Y_2$ , sendo:  $Y_2 = 1,253$ .

Finalmente temos:

$$F_e = X_2 \cdot V \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a = 0,56 \cdot 1,2 \cdot 3100 + 1,253 \cdot 2300$$
  
 $F_e = 4965,10 \, N$ 

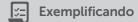
Concluímos que o valor da carga  $F_{\rm e}$  foi obtido pelo carregamento combinado das cargas radiais e axiais e, portanto, temos condições de adotar este valor de carga radial equivalente para escolhermos o novo valor de  $C_{\rm 10}$  no catálogo do fabricante.

#### Carregamento variável

As cargas em rolamentos são geralmente variáveis e ocorrem em algum padrão identificável. Entende-se que carregamento variável significa que temos alteração do nível de carga radial, de carga axial, ou mesmo da carga combinada equivalente. Esta alteração normalmente pode ser estimada ou calculada, conforme a aplicação. Assim, podemos estabelecer a equação [2.15] para obtermos uma carga equivalente ( $F_{eq}$ ), que corresponda a um determinado carregamento variável. Então:

$$F_{eq} = \left[\sum f_i \cdot \left(a_{fi} \cdot F_{ei}\right)^a\right]^{\frac{1}{a}}$$
 [2.15]

Em que  $F_{eq}$  = carga equivalente em N;  $f_i$  = a fração de rotação sustentada sob a carga  $F_{ei}$ ;  $a_{fi}$  = fator de segurança que pode ser especificado para cada  $F_{ei}$ ;  $F_{ei}$  = carga parcial em N; a = 3 para mancais com elementos tipo esfera e a = 10/3 para mancais de elementos tipo rolos.



Um rolamento de esferas é submetido a duas cargas fixas combinadas por partes, sendo 4500 N por 0,4 fração de volta e 3200 N por 0,6 fração de volta. (Entenda fração de volta como o período em que a carga parcial atua em uma rotação do rolamento). Aplicamos também um fator de segurança de 1,2. Determine a carga equivalente  $F_{eq}$ . Solução:

$$F_{eq} = \left[0,4 \cdot \left(1,2 \cdot 4500\right)^3 + 0,6 \cdot \left(1,2 \cdot 3200\right)^3\right]^{\frac{1}{3}} = 4594,06 \,\text{N}$$

No projeto de um mancal de rolamento, em situações em que as aplicações podem ter cargas variáveis por meio de funções mais complexas do que dividirmos em segmentos fixos de cargas parciais, deveremos avaliar e identificar uma outra forma de análise.



Entenda que o aumento da vida e o aumento de confiabilidade alteram as condições de projeto e precisamos levar isto em consideração na escolha do rolamento dentro das opções disponíveis nos catálogos e para isso usamos a equação [2.11].

Nos casos em que ocorre carregamento combinado, a vida do rolamento é influenciada tornando-se necessário determinar uma carga equivalente e, para tanto, usamos a equação [2.14]. De forma análoga, nos casos de carregamento variável atuando no rolamento, é necessário também determinar uma carga equivalente pela equação [2.15]. Todas estas cargas equivalentes podem e devem ser substituídas na equação [2.11], quando o dimensionamento (ou seleção do rolamento) exigir uma vida e uma confiabilidade maiores que a de catálogo.

#### Lubrificação

As superfícies de contato dos rolamentos possuem movimento relativo, em que temos movimento de rolamento e movimento de deslizamento. Quando temos em alguns momentos o movimento de deslizamento, temos uma lubrificação hidrodinâmica, mas o movimento preponderante é o de rolamento, em que temos uma lubrificação elasto-hidrodinâmica. Podemos visualizar a aplicação de um lubrificante permanente em um rolamento de rolos cilíndricos, como mostra a Figura 2.8, a seguir.

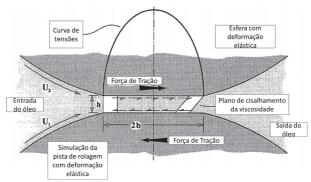




Fonte: <a href="http://www.skf.com/binary/82-36434/Campaign-banner-Grease2.jpg">http://www.skf.com/binary/82-36434/Campaign-banner-Grease2.jpg</a>>. Acesso em: 4 jun. 2017.

Esta condição de lubrificação elasto-hidrodinâmica (EHD) é obtida em superfícies de contato fortemente carregadas (elásticas), isto é, superfícies que mudam sua forma sob uma carga elevada e voltam à sua forma original quando cessa esta carga. Quando uma esfera rola sob ação de uma carga, sobre a pista de rolamento montado, atingem-se pressões muito altas nos pontos de contato. As superfícies são, então, pressionadas e se deformam ligeiramente por um momento (deformação elástica). Quando a esfera rola, as superfícies em contato voltam à sua forma original. Pode-se pensar que o lubrificante é lançado fora do ponto de contato, ficando as superfícies em contato direto uma com a outra. Porém, não é o que acontece: a viscosidade do lubrificante aumenta enormemente. Depois que a esfera passou, a viscosidade do lubrificante é novamente reduzida. Quando temos a carga aplicada em um ponto do rolamento, ocorre uma deformação elástica da esfera e da pista do rolamento. Esta deformação ocorre em apenas uma região do rolamento (em que se suporta a carga) e como temos uma película de lubrificante entre as duas partes, o fluido que é considerado incompressível, recebe toda a tensão destas deformações elásticas do rolamento, e por uma propriedade física do óleo, quanto maior for esta tensão maior será a viscosidade em reação a esta tensão. A Figura 2.9 nos apresenta uma visualização da formação desta película e deformações.

Figura 2.9 | Geometria simplificada da formação da película de óleo em um rolamento de esfera



Fonte: adaptada de Stachowiak (1993, p. 411).

A função do lubrificante em rolamentos é a de formar uma película entre os componentes do rolamento, de modo a evitar o contato metálico. A película deve ser suficientemente espessa para proporcionar uma lubrificação satisfatória, inclusive sob altas cargas, grandes variações de temperatura e vibrações. Assim, com esta película, temos uma redução do atrito, uma proteção contra corrosão. Para o caso de lubrificação com graxa, temos também uma proteção contra impurezas (pó, umidade, água etc.). Como regra básica, devemos usar graxa no rolamento quando: a temperatura de trabalho não exceder 90 °C, quando temos uma velocidade baixa e em aplicações nas quais tem-se longos períodos sem intervenção. Por outro lado, utilizamos óleo no rolamento quando trabalhamos com velocidades altas; quando a temperatura de trabalho excede 90 °C e em aplicações em que o rolamento está imerso em óleo (como exemplo: em transmissões).



Reflita

Em uma aplicação com rolamentos, existe a possibilidade de faltar a lubrificação. O pode acontecer com estes rolamentos? Como evitar que tenhamos falhas por falta de lubrificação em rolamentos? A lubrificação em excesso pode danificar o rolamento?

### Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, devemos efetuar uma análise de um rolamento, com foco em relação à carga, vida e confiabilidade, sob o ponto de vista de carregamento combinado e variável. Como exemplo de solução para esta SP, consideraremos um rolamento de esferas de contato angular e determinaremos a sua capacidade de carga de catálogo considerando uma confiabilidade de 98%, com carga radial, depois com carga combinada e com carga variável. Vamos, então, considerar: mancal de rolamento tipo esfera, fator de segurança em 1,1; vida de 50000 horas, rotação de 1200 rpm; anel interno gira; confiabilidade de 0,98; parâmetros de Weibull:  $x_0 = 0.018$ ,  $(\theta - x_0) = 4.777$ , e b = 1.455. Com relação às cargas, temos os seguintes cenários: carga desejada radial = 2500 N; cargas combinadas:  $F_r = 3750 \,\text{N}$  e  $F_a = 2270 \,\text{N}$ ; e carga variável : 2750 N com 0,4 de fração de giro, 2375 N com 0,4 de fração de giro, e 2777 N com 0,2 de fração de giro. Determinar: a carga básica de catálogo com a carga desejada radial, a carga equivalente combinada e a carga equivalente variável.

Em primeiro lugar, vamos determinar a carga básica de catálogo com a carga desejada radial, então:

$$x_d = \frac{L_D}{L_R} = \frac{60 \cdot \ell_D \cdot n_D}{L_{10}} = \frac{60 \cdot 50000 \cdot 1200}{10^6} = 3600$$

$$C_{10} = 1.1 \cdot 2.5 \cdot \left[ \frac{3600}{0.018 + 4.777 \cdot (1 - 0.98)^{\frac{1}{1.455}}} \right]^{\frac{1}{3}} = 60.23 \, kN$$

Usando  $C_{10}=60230\,N$  e consultando um catálogo de rolamento de esferas com contato angular (com exemplo você pode consultar o catálogo virtual da SKF), o valor de  $C_{10}$  maior mais próximo encontrado é 63700 N, e então  $C_0=41500\,N$ .

Tabela 2.3 | Fatores de carga equivalente para rolamentos de esferas

and the second		$F_a/(VF_r$	$F_a/(VF_r) \le e$		$F_a/(VF_r) > e$	
$F_a/C_0$		$X_1$	$Y_1$	$X_2$	$Y_2$	
0,014*	0,19	1,00	0	0,56	2,30	
0,021	0,21	1,00	0	0,56	2,15	
0,028	0,22	1,00	0	0,56	1,99	
0,042	0,24	1,00	0	0,56	1,85	
0,056	0,26	1,00	0	0,56	1,71	
0,070	0,27	1,00	0	0,56	1,63	
0,084	0,28	1,00	0	0,56	1,55	
0,110	0,30	1,00	0	0,56	1,45	
0,17	0,34	1,00	0	0,56	1,31	
0,28	0,38	1,00	0	0,56	1,15	
0,42	0,42	1,00	0	0,56	1,04	
0,56	0,44	1,00	0	0,56	1,00	

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 564).

Agora, podemos determinar a carga radial equivalente para as cargas combinadas, sendo:

V = 1; anel interno gira.

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{2270}{41500} = 0,055$$
; usando a tabela e interpolando para encontrarmos e, temos:

F <sub>a</sub> /C <sub>o</sub>	E
0,042	0,24
0,055	?
0,056	0,26

Com a interpolação encontramos o valor de e=0,2586Assim:  $\frac{F_a}{(V \cdot F_r)} = \frac{2270}{1 \cdot 3750} = 0,60533$ . Como este valor de 0,60533 é

maior do que o valor de e = 0.2586, então devemos usar i = 2.

Deste modo, podemos determinar o  $Y_2$ :

F <sub>a</sub> /C <sub>0</sub>	Y <sub>2</sub>
0,042	1,85
0,055	?
0,056	1,71

Com a interpolação, encontramos o valor de  $Y_2 = 1,72$ . Então:

$$F_e = X_2 \cdot V \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a = 0,56 \cdot 1 \cdot 3750 + 1,72 \cdot 2270 = 6004,4 N$$

Finalmente, podemos calcular a carga equivalente para as cargas variáveis:

$$F_{eq} = \left[\sum f_i \cdot \left(a_{fi} \cdot F_{ei}\right)^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$F_{eq} = \left[0,4 \cdot (1,1 \cdot 2750)^3 + 0,4 \cdot (1,1 \cdot 2375)^3 + 0,2 \cdot (1,1 \cdot 2777)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$F_{eq} = 2880,70 \,\text{N}$$

#### Avançando na prática

#### Influência das cargas variáveis

#### Descrição da situação-problema

Em uma empresa fabricante de máquinas especiais, você precisa analisar uma máquina recém-construída e coletar os dados de um mancal de rolamento de esferas que está com suspeita de não atender à carga radial de catálogo  $C_{10}$  = 5000,00 N, pois não foi previsto que esta aplicação teria cargas variáveis. Assim, coletou os dados apontados no quadro e com isto deve determinar a carga equivalente para compararmos com a carga radial básica.

Quadro 2.1 | Variáveis coletadas do mancal de rolamento de esferas

Fração de tempo	Velocidade [rpm]	Fração de volta	Fator de segurança	Carga parcial [ N]
0,1	2500	0,1004	1,10	5227
0,2	2200	0,1767	1,25	4997
0,3	2000	0,2410	1,13	3999
0,4	3000	0,4819	1,15	5007

Fonte: elaborado pelo autor.

#### Resolução da situação-problema

Com os dados apresentados na descrição da situaçãoproblema, vamos determinar a carga equivalente:

$$F_{eq} = \left[\sum f_i \cdot (a_{fi} \cdot F_{ei})^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$F_{eq1} = \left[0,1004 \cdot (1,10 \cdot 5227)^3\right] = 19083993878,30 \, N$$

$$F_{eq2} = \left[0,1767 \cdot (1,25 \cdot 4997)^3\right] = 43062043651,80 \, N$$

$$F_{eq3} = \left[0,2410 \cdot (1,13 \cdot 3999)^3\right] = 22238556068,00 \, N$$

$$F_{eq4} = \left[0,4819 \cdot (1,15 \cdot 5007)^3\right] = 91999024325,40 \, N$$

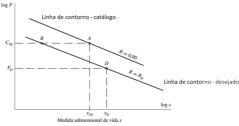
$$F_{eq} = \left[F_{eq1} + F_{eq2} + F_{eq3} + F_{eq4}\right]^{\frac{1}{3}} = 5608,15 \, N$$

Concluímos que a carga equivalente com relação às cargas variáveis é de 5608,15 N e que o rolamento usado inicialmente suporta uma carga de  $C_{10} = 5000,00$  N e, portanto, temos que escolher outro que atenda à carga equivalente determinada.

#### Faça valer a pena

**1.** Normalmente, quando em situação de se projetar a aplicação de mancais de rolamentos, a carga desejada não é a mesma da carga em que o rolamento foi testado pelo fabricante ou da de entrada do catálogo. Temse também que as velocidades desejadas são diferentes das velocidades de teste do fabricante e, geralmente, a expectativa de confiabilidade é maior do que os 90% estabelecidos pelos fabricantes de rolamentos. Para podermos visualizar melhor este contexto, veja a figura a seguir, que nos apresenta um gráfico com a comparação dos dados desejados e dos dados de fabricante.

Figura 2.8 | Linhas de contorno de confiabilidade, comparando o catálogo do fabricante com os dados desejados de projeto



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 561).

Analisando o gráfico que nos apresenta as linhas de contorno de catálogo e a linha de contorno desejado, escolha a alternativa que corresponde ao significado do ponto D.

- a) O ponto D é obtido da carga  $C_{10}$ e da vida desejada  $X_0$ .
- b) O ponto D representa dados do catálogo do fabricante.
- c) O ponto D está na linha de confiabilidade de 90%.
- d) O ponto D é obtido da carga desejada  $F_0$  e da vida desejada  $X_0$ .
- e) O ponto D é obtido da carga desejada  $F_D$  e da vida  $X_{10}$ .
- **2.** Um carregamento combinado significa que em várias aplicações de mancais poderemos ter simultaneamente uma carga radial e outra axial atuando nos mancais. Como exemplo, um mancal de rolamento de esferas é capaz de resistir ao carregamento radial e carregamento axial, de forma independente ou de forma simultânea, ou seja, combinado.

Quando temos a aplicação com carregamento combinado, precisamos encontrar uma forma de avaliar o impacto deste carregamento combinado na vida do mancal. Qual alternativa nos apresenta uma afirmação correta?

a) Com cargas combinadas agindo de forma independente precisamos

- a) Com cargas combinadas agindo de forma independente, precisamos determinar uma carga equivalente.
- b) Com cargas combinadas agindo simultaneamente, precisamos determinar uma carga equivalente.
- c) Com cargas combinadas agindo simultaneamente, não precisamos determinar uma carga equivalente.
- d) Com cargas combinadas, temos a necessidade de avaliar o formato do anel interno
- e) Com cargas combinadas, temos a necessidade de avaliar o formado do anel externo.
- **3.** As cargas em rolamentos são geralmente variáveis e ocorrem em algum padrão identificável. Entende-se que carregamento variável significa que temos alteração do nível de carga radial, de carga axial ou mesmo da carga combinada equivalente. Esta alteração normalmente pode ser estimada

ou calculada, conforme a aplicação. Assim, podemos estabelecer uma equação para obtermos uma carga equivalente ( $F_{eq}$ ) que corresponda a um determinado carregamento variável. Então:

$$F_{eq} = \left[\sum f_i \cdot \left(a_{fi} \cdot F_{ei}\right)^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

Em que:  $F_{eq}$  = carga equivalente em N;  $f_i$  = a fração de rotação sustentada sob a carga  $F_{ei}$ ;  $a_{fi}$  = fator de segurança que pode ser especificado para cada  $F_{ei}$ ;  $F_{ei}$  = carga parcial em N; a = 3 para mancais com elementos tipo esfera e a = 10/3 para mancais de elementos tipo rolos.

Quando temos um rolamento sujeito a cargas variáveis, devemos, então, calcular uma carga equivalente conforme equação mencionada. Notamos que introduzimos um fator de segurança para cada carga parcial. Por que precisamos aplicar este fator de segurança? Escolha a alternativa correta.

- a) Porque o fator de segurança equilibra a equação, deixando o resultado mais completo.
- b) Porque o fator de segurança é necessário em todos os projetos de mançais.
- c) Porque o fator de segurança é uma forma do projetista deixar o projeto mais eficiente.
- d) Porque é normal aplicar o fator de segurança em sistemas.
- e) Porque as cargas variáveis podem sofrer alterações não previstas durante o uso do rolamento.

# Seção 2.3

#### Seleção de mancais

#### Diálogo aberto

Caro aluno, o conteúdo desta unidade de ensino sobre mancais de contato rolante abordará a seleção de mancais e suas aplicações em montagens e em caixas de mancais. Portanto, é fundamental a compreensão dos conteúdos desta seção, pois os mancais são aplicados em praticamente todos os equipamentos que têm algum tipo de movimento relativo. Deste modo, vamos estudar a seleção de mancais de esfera, de rolos cilíndricos, de rolos cônicos, e também avaliar como montá-los e aplicá-los em caixas de mancais.

Retomando o contexto de aprendizagem, temos uma empresa fabricante de máquinas especiais que trabalha no ramo de embalagens e envase. Neste contexto de aprendizagem, você terá a atividade (nesta empresa) de selecionar quais são os melhores tipos de rolamento para a aplicação em uma máquina de envase de refrigerante, que opera em um alto regime de produção. Para isto, você precisa ter conhecimento dos vários tipos de mancais de rolamento, vistos nas seções anteriores. Então, como selecionar mancais de rolamento de esferas? Como selecionar mancais de rolos cilíndricos e cônicos? Como montar e escolher o melhor tipo de alojamento para o mancal? Deste modo, de posse de todas estas informações, você terá condições de selecionar o tipo mais adequado de rolamento para a aplicação em sistemas para envase de bebidas.

A partir da SP, deverá elaborar um relatório contendo todas as informações para a seleção dos rolamentos.

Ao final desta seção, você terá condições de identificar os diversos tipos de mancais e selecioná-los, de forma que a aplicação fique adequada às condições de trabalho, escolhendo entre mancais de esfera, mancais de rolos cilíndricos ou de rolos cônicos.

Assim, destacamos a importância do conteúdo desta seção, pois com a clara compreensão da seleção e aplicação de mancais, evitaremos falhas ocorridas pela má seleção de rolamentos, aprimoraremos a vida útil do equipamento, teremos também uma

maior confiabilidade do equipamento como um todo e, claro, reduziremos custos.

Muito bem! Agora é sua vez!

## Não pode faltar

#### Seleção de mancais de esfera e de rolos cilíndricos

A fim de selecionarmos um mancal de esferas ou de rolos cilíndricos adequado para um determinado tipo de equipamento, torna-se necessário a tomada de decisões de projeto sobre as variáveis, tais como: tamanho, alocação de espaço, método de montagem, sem contar com outros detalhes que possam aparecer em aplicações específicas. A seleção de uma única solução possível não será eventualmente atendida, devido a possibilidades de sobreposição de capacidades de mancais.

A experiência do projetista conta muito neste momento, bem como as consultas a catálogos de fabricantes de rolamento também ajudam a escolher o melhor tipo de mancal para cada aplicação. Podemos nos orientar de forma geral por meio da Tabela 2.4.

Tabela 2.4 | Características de mancais de rolamento de esferas e de rolos cilíndricos

Tipo de Mancal	Capacidade Radial	Capacidade Axial	Velocidade-limite	Rigidez Radial
Esferas de canal profundo Esferas de capacidade	moderada	moderada - ambas as direções	alta	moderada
máxima Esferas de contato	moderada (mais)	moderada - uma direção	alta	moderada (mais)
angular Rolos cilíndricos	moderada	moderada (mais) - uma direção	alta (menos)	moderada
Rolos esféricos	alta alta	nenhuma moderada - ambas as	moderada (mais) moderada	altal alta (menos)
Rolos-agulha	moderada à alta	direções		
Rolos cônicos de uma	alta (menos)	nenhuma	moderada à muito alta	modera à alta
carreira Rolos de cônicos de duas	alta	moderada (mais) - uma direcão	moderada	alta (menos)
carreiras		moderada - ambas as	moderada	alta
Rolos cônicos de quatro carreiras	alta (mais)	direções alta - ambas as direções	moderada (menos)	alta (mais)
Axial de esferas Axial de rolos	nenhuma nenhuma	alta - uma direção alta (mais) - uma direção	moderada (menos)	nenhuma
Axial de rolos cônicos	apenas posicional	alta (mais) - uma direção	baixa baixa	nenhuma nenhuma

Fonte: Collins (2017, p. 366).

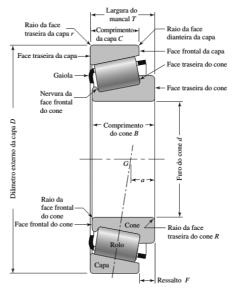
Após uma seleção preliminar do tipo de mancal a ser utilizado, a determinação do tamanho do mancal deve ser realizada com relação à capacidade de carga do rolamento, à vida desejada, à confiabilidade desejada, a partir de qual o tipo de carregamento vamos analisar, sendo radial, axial, combinado e variável, e qual a velocidade de operação, conforme já visto nas seções anteriores.

#### Seleção de mancais de rolos cônicos

Os mancais de rolos cônicos apresentam uma variedade de características diferentes dos mancais de esferas e de rolos cilíndricos, que os tonam um pouco mais complexos. Assim, antes de tudo, vamos apresentar as características construtivas deste tipo de rolamento.

Tem-se que os rolamentos cônicos devem ser considerados como um conjunto composto por quatro elementos principais sendo: cone (anel interno); capa de rolamento (anel externo); rolos cônicos; e gaiola (espaçador-retentor). O mancal de rolos cônicos montado deve ser considerado em duas partes, sendo: (1) a montagem do cone: o cone, os rolos e a gaiola; (2) a capa do rolamento. Esse tipo de rolamento tem outra característica, um local específico chamado ponto G, por meio do qual atuam as cargas radiais e axiais da força. A Figura 2.10 nos apresenta a nomenclatura normalmente utilizada para rolamentos cônicos.

Figura 2.10 | Nomenclatura de um mancal de rolos cônicos

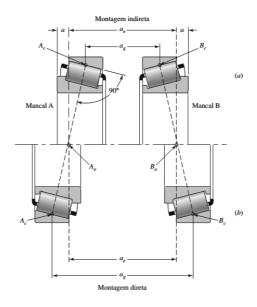


Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 5/5).

Um mancal de rolos cônicos pode suportar cargas radiais e axiais, isoladamente ou de forma combinada. Devido ao formato cônico, mesmo que tenhamos somente carga radial, esse carregamento irá induzir uma carga axial. Deste modo, para evitarmos a separação dos conjuntos (1) e (2) do rolamento, precisamos ter uma força igual e

oposta. Uma maneira de conseguirmos esta força igual e oposta é sempre utilizarmos no mínimo dois rolamentos cônicos em um mesmo eixo. Dois mancais podem ser montados com as costas do cone colocados frente a frente, em que chamamos de montagem direta, ou montados com as frentes dos cones frente a frente, em que podemos chamar de montagem indireta. A Figura 2.11 nos apresenta estas características de montagem direta e indireta.

Figura 2.11 | Montagem direta e indireta de rolamentos cônicos



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 575).

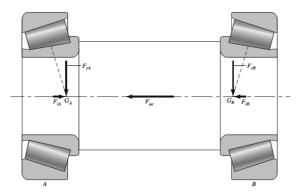
A partir das montagens direta e indireta, teremos o mesmo nível de estabilidade em ambas, pois como podemos notar na Figura 2.11, a distância entre os pontos G do conjunto montado, que chamamos de  $\boldsymbol{a_e}$ , é a mesma para a montagem direta e para montagem indireta. A diferença principal entre estes dois tipos de montagem está na distância ocupada, ou a distância geométrica efetiva, que chamamos de  $\boldsymbol{a_g}$ , em que notamos que  $\boldsymbol{a_g}$  é maior na montagem direta. Como a carga radial induz uma carga axial, adotando  $\boldsymbol{F_i}$  para carga axial, temos:

$$F_i = \frac{0.47 \cdot F_r}{K} \tag{2.16}$$

Em que  $F_r$  é a carga radial em kN, e K é um fator específico da geometria. Na fase inicial da seleção do rolamento, devemos usar uma aproximação de K=1,5, e após a identificação de um possível rolamento, devemos usar um valor do fator K exato, obtido do catálogo do fabricante.

A partir dessa seleção, devemos visualizar as características de cargas que temos em um conjunto montado com um par de rolamento cônicos. A Figura 2.12 apresenta um par de rolamentos cônicos montados de forma direta.

Figura 2.12 | Rolamento de rolos cônicos com montagem direta, mostrando as cargas envolvidas



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 578).

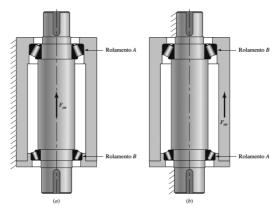
Na Figura 2.12 temos as seguintes cargas:  $F_{rA} e F_{rB} =$  cargas radiais aplicadas na direção radial do mancal A e B, respectivamente, em [N];  $G_A e G_B =$  regiões denominadas de pontos de aplicação das cargas radiais;  $F_{iA} e F_{iB} =$  cargas axiais induzidas, aplicadas na direção axial do mancal A e B, respectivamente, em [N]. Também temos uma carga  $F_{ae} =$  carga axial externa ao conjunto de rolamento, em [N]. Como vimos na Seção 2.2, podemos aplicar uma equação para obtermos uma carga equivalente, que chamamos de  $F_e$ , em [N]. Assim, temos que:

$$F_e = 0.4 \cdot F_r + K \cdot F_a \tag{2.17}$$

Em que  $F_a$  = carga axial líquida suportada pelo rolamento devido à combinação da carga axial induzida pelo outro rolamento e pela carga axial externa (se houver), em [N]. Precisamos, então, determinar como iremos calcular a carga axial líquida. Ela será a soma da carga axial induzida e da carga axial externa, se as duas estiverem no mesmo

sentido, e a carga axial líquida será a diferença se a carga axial induzida e a carga axial externa estiverem em sentidos opostos. A Figura 2.13 nos mostra as duas condições. Vamos definir como rolamento A o que receber a carga axial líquida.

Figura 2.13 | Conjuntos de rolamentos cônicos em duas opções de montagem



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 579).

Podemos observar na Figura 2.13 que a parte (a) apresenta a carga axial externa  $F_{ae}$  aplicada no eixo e assim a carga axial estará atuando no rolamento A. Já para a parte (b), a carga axial externa  $F_{ae}$  está aplicada no conjunto externo girante, e assim também mostramos a carga atuando no rolamento A, sendo que agora o rolamento A está na parte inferior do conjunto pelo motivo de ser este o rolamento com a carga axial externa aplicada. Com isto apresentado, podemos então ajustar nossa equação (2.17)

Se 
$$F_{iA} \le (F_{iB} + F_{ae})$$
, então 
$$\begin{cases} F_{eA} = 0, 4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot (F_{iB} + F_{ae}) \\ F_{eB} = F_{rB} \end{cases}$$
 [2.18]

Se 
$$F_{iA} \leq (F_{iB} + F_{ae})$$
, então  $\begin{cases} F_{eA} = 0.4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot (F_{iB} + F_{ae}) \\ F_{eB} = F_{rB} \end{cases}$  [2.18]  
Se  $F_{iA} > (F_{iB} + F_{ae})$ , então  $\begin{cases} F_{eB} = 0.4 \cdot F_{rB} + K_B \cdot (F_{iA} - F_{ae}) \\ F_{eA} = F_{rA} \end{cases}$ 



Um par de rolamentos cônicos tem condições de trabalhar com cargas radiais e axiais simultaneamente. Essa situação é melhor do que termos rolamentos independentes para cada tipo de carga?

Determinadas as cargas radiais equivalentes, podemos usá-las para encontrar a carga nominal utilizando as equações da Seção 2.2. Um fabricante de rolamentos cônicos (Timken) utiliza o modelo de Weibull com  $x_0 = 0$ ;  $\theta = 4,48$ ;  $e b = \frac{3}{2}$ .

# **Exemplificando**

Vamos realizar uma avaliação para qual a carga induzida devemos considerar e assim escolher uma das equações ([2.18] [2.19]) de cargas induzidas, em que temos um par de rolamentos cônicos, com uma carga radial no mancal A,  $F_{rA} = 2170\,N$  e no mancal B,  $F_{rB} = 2654\,N$ .

$$F_{iA} = \frac{0.47 \cdot F_{rA}}{K_A} = \frac{0.47 \cdot 2170}{1.5} = 680 \, N$$

$$F_{iB} = \frac{0.47 \cdot F_{rB}}{K_B} = \frac{0.47 \cdot 2654}{1.5} = 832 \, N$$

Como  $F_{iA} < (F_{iB} + F_{ae})$ , podemos então usar a equação [2.18]; sendo:

$$\textit{F}_{eA} = 0.4 \cdot \textit{F}_{rA} + \textit{K}_{A} \cdot \left(\textit{F}_{iB} + \textit{F}_{ae}\right)$$

Podemos então concluir que a seleção de rolamentos de rolos cônicos segue a mesma linha de raciocínio da seleção de rolamentos de rolos cilíndricos, mas temos que incluir as questões de cargas axiais.

# Pesquise mais

Os rolamentos cônicos são muito utilizados quando temos aplicações de cargas radiais e axiais combinadas. Recomendo a consulta a catálogos de fabricantes de rolamentos cônicos, para ampliar os conceitos aqui apresentados. Como sugestão, consulte o site do fabricante Timken. Disponível em: <a href="http://www.timkenbearings.com/pt-br/products/Pages/Catalogs.aspx">http://www.timkenbearings.com/pt-br/products/Pages/Catalogs.aspx</a>>. Acesso em: 22 maio 2017.

#### Montagem e caixa de mancal

Existe uma infinidade de soluções possíveis para o projeto de montagem e caixa de mancal, mas podemos nos ater a alguns pontos gerais e importantes. Observe um modelo de caixa de mancal na Figura 2.14.

Figura 2.14 | Caixa de um mancal de rolos cônicos



Fonte: <a href="http://www.timkenbearings.com/pt-br/products/bearings/productlist/HousedUnits/PublishingImages/SNT511\_DOUBLE%20LIP-Exploded.jpq">http://www.timkenbearings.com/pt-br/products/bearings/productlist/HousedUnits/PublishingImages/SNT511\_DOUBLE%20LIP-Exploded.jpq</a>. Acesso em: 5 jun. 2017.

Devemos ter em mente que a experiência do projetista e os catálogos de fabricantes devem ser levados em conta. Um dos pontos centrais na questão de montagem é a folga. Ela se faz necessária para que o conjunto consiga trabalhar em condições definidas em projeto. Assim, todo rolamento tem duas situações sobre a folga: antes da montagem e depois da montagem. Desta maneira, precisamos nos ater durante a montagem com interferência (entenda interferência como uma montagem em que o diâmetro do eixo é maior do que o diâmetro do furo do rolamento) para não afetarmos a folga mínima estabelecida em catálogo, pois, caso contrário, iremos comprometer a vida do rolamento. De forma geral, o projetista deve seguir as recomendações de folgas e tolerâncias determinadas pelo fabricante do rolamento. Podemos estabelecer como regra geral que o anel rotativo deve ter um ajuste por interferência com o seu componente de montagem (eixo ou carcaça), e o anel não rotativo deve ter um ajuste com folga (entenda como folga um ajuste em que o diâmetro externo do rolamento seja menor do que o diâmetro do alojamento), próximo de zero com o seu componente de montagem. Esta regra nos permite garantir que o anel rotativo não terá movimento relativo com o componente de montagem.

Assimile

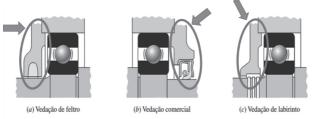
Para selecionar um mancal devemos estabelecer a carga  $C_{10}$ , que depende das cargas, vida e confiabilidade. Para mancais com rolos cônicos, temos que acrescentar as cargas axiais induzidas e a direção da carga axial externa, quando esta existir. Com relação à montagem, devemos focar em não eliminar totalmente as folgas, mas deixá-las

próximas de zero, avaliando as possibilidades de se aplicar algum tipo de pré-carregamento, com o objetivo de ter uma folga mínima.

Os ajustes por interferência normalmente não garantem um posicionamento axial. Por isso, procuramos adicionar formas de encosto, luvas espaçadoras etc. Muitas vezes neste processo de localizar e fixar os rolamentos no sentido axial, usamos um pré-carregamento, com o objetivo de minimizar as folgas internas. Deve-se também prever o alinhamento destes rolamentos, por meio do uso de tolerâncias geométricas adequadas aos rolamentos aplicados.

Quanto à caixa de mancais, podemos definir como o local projetado para se excluir as sujeiras e partículas estranhas e reter o lubrificante. Assim, a montagem de um mancal deve incluir uma vedação. A Figura 2.15 nos apresenta alguns tipos de vedação.

Figura 2.15 | Métodos de vedação típicos



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 591).

#### Sem medo de errar

Voltando ao contexto de aprendizagem, devemos efetuar a análise de um rolamento, com foco na seleção do tipo mais apropriado à aplicação em um equipamento de envase de refrigerante. Como exemplo de solução para esta SP, vamos considerar um rolamento de rolos cônicos e selecioná-lo por meiodo cálculo da capacidade de carga de catálogo ( $C_{10}$ ), baseada nos dados obtidos no projeto de uma máquina de envase de refrigerante de alto regime de produção: rotação em 1200 rpm, vida do projeto em 10000 horas, fator de segurança de 1,1, confiabilidade de 0,98, condições de Weibull:  $x_0 = 0$ ;  $\theta = 4,48$  e  $b = \frac{3}{2}$  Para as cargas radiais de  $F_{rA} = 3550N$  e  $F_{rB} = 2977N$ , temos uma carga axial externa de 4000

N, e vamos também considerar  $L_R = 90x10^6$  (consultar o catálogo do fabricante de rolamentos cônicos Timken, disponível no site: <a href="http://www.timkenbearings.com/pt-br/products/Pages/Catalogs.aspx">http://www.timkenbearings.com/pt-br/products/Pages/Catalogs.aspx</a>. Acesso em: 24 jun. 2017).

Iniciamos a resolução do exercício calculando as cargas axiais:

$$F_{iA} = \frac{0.47 \cdot F_{rA}}{K_{\Delta}} = \frac{0.47 \cdot 3550}{1.5} = 1112,33 \, N$$

$$F_{iB} = \frac{0.47 \cdot F_{rB}}{K_B} = \frac{0.47 \cdot 2977}{1.5} = 932,79 \,\text{N}$$

Como  $F_{iA} < (F_{iB} + F_{ae})$ , podemos, então, usar a equação [2.18]; sendo:

$$F_{eA} = 0.4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot (F_{iB} + F_{ae}) = 0.4 \cdot 3550 + 1.5 \cdot (932,79 + 4000) = 8819,19 N$$
  
 $F_{eB} = F_{rB} = 2977 N$ 

Vida nominal: 
$$x_D = \frac{L_D}{L_R} = \frac{\ell_D \cdot n_D \cdot 60}{L_R} = \frac{10000 \cdot 1200 \cdot 60}{90 \times 10^6} = 8$$

Aplicando a equação [2.11], temos:

$$C_{10} = 1,1 \cdot 8819,19 \cdot \left[ \frac{8}{4,48 - (1 - 0.98)^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{3}{10}} = 11601,81N$$

Com este valor de  $\textbf{\textit{C}}_{10}$ , devemos procurar no catálogo do fabricante, por exemplo Timken, a carga dinâmica igual ou superior. Então, temos uma alternativa, como: Tipo TS – cone 1780 e capa 1730, com  $\textbf{\textit{C}}_{10}$  =11800 N e o fator K = 1,90. Como o fator K é diferente do adotado, temos que calcular novamente, agora com o fator K=1.90. Então:

$$F_{iA} = \frac{0.47 \cdot F_{rA}}{K_A} = \frac{0.47 \cdot 3550}{1,90} = 878,16 \,\text{N}$$

$$F_{iB} = \frac{0.47 \cdot F_{rB}}{K_B} = \frac{0.47 \cdot 2977}{1.9} = 736,42 N$$

Como  $F_{iA} < (F_{iB} + F_{ae})$ , podemos então usar a equação [2.18]; sendo:

$$F_{eA} = 0.4 \cdot F_{rA} + K_A \cdot (F_{iB} + F_{ae}) = 0.4 \cdot 3550 + 1.9 \cdot (736,42 + 4000) = 10419,20 N$$
  
 $F_{eB} = F_{rB} = 2977 N$ 

Vida nominal: 
$$x_D = \frac{L_D}{L_R} = \frac{\ell_D \cdot n_D \cdot 60}{L_R} = \frac{10000 \cdot 1200 \cdot 60}{90 \times 10^6} = 8$$

Aplicando a equação [2.11], temos:

$$C_{10} = 1, 1 \cdot 10419, 20 \cdot \left[ \frac{8}{4,48 - (1 - 0.98)^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{3}{10}} = 13706,65 \, N$$

Como esta carga  $C_{10}$  é maior do que a anterior e o rolamento escolhido não atende, devemos novamente escolher outro rolamento no catálogo do fabricante e continuar este processo interativo até que o valor de  $C_{10}$  seja igual ou maior do que o do rolamento escolhido.

Continuando, vamos encontrar como uma solução possível o seguinte rolamento Tipo TS – cone 15578 e capa 15520, com  $C_{10}$  = 14100 N e fator K = 1,69. Observando que o valor de  $C_{10}$  calculado foi de 12601,59 N, e como o valor mais próximo maior ainda continua sendo o de  $C_{10}$  = 14100 N, então mantemos esta opção.

Concluindo, podemos comprovar que normalmente vamos precisar de algumas interações antes da escolha convergir para um resultado adequado. Poderíamos também trabalhar com outras opções do catálogo, buscando algo mais próximo ainda. O importante é que o critério de seleção que usarmos vai garantir que tenhamos um rolamento que atenda às condições deste exemplo.

#### Avançando na prática

#### Seleção de um rolamento de esfera

#### Descrição da situação-problema

Em uma empresa que utiliza o processo de usinagem para a fabricação de peças automotivas, tem-se que um rolamento aplicado em um torno mecânico está com falhas constantes. Então, foi decidido alterar a capacidade de carga do rolamento atual por um de maior capacidade, mas a restrição será ter as mesmas dimensões de montagem do atual, sendo que existe um

espaço que permite alterar o comprimento do rolamento em até 10mm. As características atuais do rolamento são: rolamento de esfera com uma carreira, diâmetro do eixo de 100 mm, diâmetro externo 150 mm e comprimento de 16mm.

#### Resolução da situação-problema

Em primeiro lugar, devemos procurar no catálogo de um fabricante de rolamentos de esfera e identificar um que se enquadra na descrição. Por exemplo, usamos um catálogo da empresa SKF (<a href="http://www.skf.com/br/products/product-tables/index.html">http://www.skf.com/br/products/product-tables/index.html</a>. Acesso em: 22 maio 2017).

Verificamos, então, que o rolamento que se enquadra na descrição é o de número 16020, com  $C_{10}$  = 46200 N e velocidade máxima de 5600 rpm. Assim, para selecionarmos um de maior capacidade, podemos utilizar outro rolamento de dimensões que se ajusta ao espaço existente e avaliar se a carga e a velocidade são atendidas. Deste modo, encontramos o rolamento de número 6020 que tem as mesmas dimensões de diâmetro interno e externo, comprimento de 24 mm,  $C_{10}$  = 63700 N e velocidade máxima de 5600 rpm. O comprimento maior de 24 mm, atende ao espaço existente, pois tem apenas 8mm a mais que o rolamento atual. Concluindo, podemos manter o mesmo tipo de rolamento de uma carreira de esfera. Com o aumento do comprimento em 8mm, temos uma nova carga maior de  $C_{10}$  =63700 N.

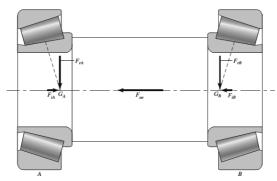
#### Faça valer a pena

**1.** Os mancais de rolos cônicos apresentam uma variedade de características diferentes dos mancais de esferas e de rolos cilíndricos, que os tornam um pouco mais complexos. Os rolamentos cônicos devem ser visualizados como componentes a serem montados e considerados como um conjunto composto por quatro elementos principais sendo: cone (anel interno); capa de rolamento (anel externo); rolos cônicos; e gaiola (espaçador-retentor). O mancal de rolos cônicos montado deve ser considerado em duas partes, sendo: (1) a montagem do cone: o cone, os rolos e a gaiola; (2) a capa do rolamento.

Considerando que os rolamentos cônicos são montados em pares, qual é a carga que devemos neutralizar para que não ocorra uma possibilidade de desmontagem durante o uso? Assinale a alternativa correta.

- a) Carga radial.
- b) Carga axial.
- c) Carga transversal.
- d) Carga radial e carga axial.
- e) Carga radial e transversal.
- **2.** A figura nos apresenta um par de rolamentos cônicos montados de forma direta.

Figura 2.16 | Rolamento de rolos cônicos com montagem direta, mostrando as cargas envolvidas



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 578).

Então, temos as seguintes cargas:  $F_{rA}$  e  $F_{rB}$  = cargas radiais aplicadas na direção radial do mancal A e B, respectivamente, em [N];  $G_A$  e  $G_B$  = a região denominadas de pontos de aplicação das cargas radiais e cargas axiais;  $F_{ia}$  e  $F_{iB}$  = cargas axiais induzidas, aplicadas na direção axial do mancal A e B, respectivamente, em [N]. Também temos uma carga  $F_{ae}$  = carga axial externa ao conjunto de rolamento, em [N].

Avaliando a figura, o que é uma carga axial induzida? Assinale a alternativa correta.

- a) É uma carga axial originada por mecanismos externos.
- b) É uma carga axial originada durante a rotação do conjunto.
- c) É uma decomposição da carga radial externa no sentido axial devido à conicidade apresentada no rolamento.
- d) É uma decomposição da carga axial externa.
- e) É uma decomposição da carga radial em função da carga axial externa.
- **3.** Um dos pontos centrais na questão de montagem é sobre a folga. Ela se faz necessária para que o conjunto consiga trabalhar em condições definidas em projeto. Assim, todo rolamento tem duas situações sobre a

folga, sendo: antes da montagem e depois da montagem. Desta maneira, precisamos nos ater durante a montagem com interferência para não afetarmos a folga mínima estabelecida em catálogo, pois, caso contrário, vamos comprometer a vida do rolamento. De forma geral, o projetista deve seguir as recomendações de folgas e tolerâncias determinadas pelo fabricante do rolamento.

Na montagem de um rolamento de qualquer tipo, precisamos nos ater às folgas. Por que a atenção às folgas de montagem é importante? Assinale a alternativa correta.

- a) Com folga em excesso teremos vibrações e movimentos indesejados, sem folga teremos principalmente desgaste prematuro e superaquecimento.
- b) Com folga em excesso não teremos alteração no rolamento, sem folga teremos principalmente desgaste prematuro e superaquecimento.
- c) Com folga em excesso teremos vibrações e movimentos indesejados, sem folga não teremos alteração no rolamento.
- d) Com folga em excesso não teremos alteração no rolamento, sem folga também não teremos alteração no rolamento.
- e) Com folga em excesso teremos variação na rotação, sem folga teremos falha na lubrificação.

# Referências

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT J. Keith; Elementos de máquinas de Shigley. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

COLLINS, J. A. Projeto mecânico de elementos de máquinas: uma perspectiva de prevenção da falha. Rio de Janeiro, LTC, 2017.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas**: uma abordagem integrada. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

STACHOWIAK, G. W. Engineering tribology. Amsterdam: Elsevier, 1993.

# Lubrificação e mancais de deslizamento

#### Convite ao estudo

Estimado aluno, nesta terceira unidade do livro didático, que tem como foco a lubrificação e os mancais de deslizamento, iremos abordar os tipos de lubrificação em mancais, a teoria hidrodinâmica e os tipos de mancais de deslizamento. Os mancais de deslizamento são geralmente utilizados quando precisamos ter movimentos relativos entre dois componentes com uma grande carga aplicada, reduzindo o grau de atrito e aprimorando o projeto mecânico.

A competência técnica desta unidade de ensino é conhecer os mancais de deslizamento, a fim de dimensioná-los em relação aos materiais utilizados e às suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços, além de compreender a lubrificação dos mancais.

O contexto de aprendizagem utilizado como situação da realidade profissional (SP) proposta consiste em uma indústria fabricante de óleos lubrificantes, que precisa expandir os tipos de clientes e escolheu para essa expansão a área de fornecimento de óleos lubrificantes para mancais de deslizamento. Neste tipo de ambiente industrial, vamos conhecer os mancais de deslizamento, a fim de dimensioná-los em relação aos materiais utilizados e às suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços, além de compreender a lubrificação dos mancais, como o exposto na solução das três situações-problema propostas nesta unidade. Deste modo, como poderemos avaliar o tipo de lubrificação? Qual a influência da folga em mancais? Como a teoria hidrodinâmica se aplica a mancais? Quais são os tipos usuais de mancais de deslizamento?

Assim, em linhas gerais, vamos estudar os tipos de lubrificação, a viscosidade e a equação de Pretroff, a lubrificação estável e lubrificação de película espessa. Depois, na segunda seção, que trata da teoria hidrodinâmica, vamos estudar as considerações de projeto, as relações entre as variáveis e condições de estado estável em mancais autocontidos. Finalmente, na terceira seção, que trata dos tipos de mancais de deslizamento, vamos aprender sobre folga, os mancais de lubrificação forçada, as cargas e materiais, e os mancais de escora e de contorno lubrificado.

Vamos aos estudos!

# Seção 3.1

# Tipos de lubrificação

## Diálogo aberto

Caro aluno, o conteúdo desta unidade de ensino sobre lubrificação e mancais de deslizamento aborda uma área dos elementos de máquinas vital para situações nas quais temos movimentos relativos e grandes cargas atuantes e em que precisamos reduzir o grau de atrito para tornar o projeto mais eficiente e funcional. Assim, vamos estudar os tipos de lubrificação, a viscosidade e a equação de Petroff, a lubrificação estável e a lubrificação de película espessa.

Retomando o contexto de aprendizagem, temos uma indústria fabricante de óleos lubrificantes que precisa ampliar a sua atuação no segmento de óleos para mancais de deslizamento. Neste contexto, você irá atuar como um profissional para se especializar em mancais de deslizamento e prestar suporte aos futuros novos clientes. Como atividade inicial, você deve saber o que é lubrificação. Quais são os seus tipos? O que é viscosidade e equação de Petroff? O que é lubrificação estável? E o que é lubrificação de película espessa? Assim, de posse de todas estas informações, você terá condições de aplicá-los de forma correta.

A partir da SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações sobre os tipos de lubrificação aplicados a mancais de deslizamento e considerações feitas para o caso apresentado.

Ao final desta seção, você terá condições de identificar os principais tipos de lubrificação aplicados em mancais de deslizamento, interpretar os conceitos de viscosidade e a equação de Petroff e aplicar a lubrificação estável e a lubrificação de película espessa.

Fica evidente a importância desta seção, pois o entendimento correto dos tipos e das características de lubrificação e lubrificantes evita grandes problemas de funcionamento e eficiência ocorridos pelo mau uso de lubrificantes, além de colaborar para a redução de custos.

Vamos ao trabalho!

# Não pode faltar

#### Tipos de lubrificação

Incialmente, vamos realizar uma breve introdução sobre mancais de deslizamento. Eles se caracterizam pelo escorregamento de uma superfície móvel sobre outras. Estes escorregamentos podem ser alternativos, em componentes rotativos ou oscilantes de seção transversal cilíndrica em anéis e discos giratórios deslizando sobre outros discos. Iremos estudar os tipos de mancais com maiores detalhes posteriormente. A Figura 3.1 apresenta um mancal de seção circular, que é o mais comum nas aplicações industriais.

Figura 3.1 | Mancal de deslizamento de seção circular



Fonte: <a href="http://new.abb.com/mechanical-power-transmission/mounted-bearings/journal-plain-bearings/bronze-bushing">http://new.abb.com/mechanical-power-transmission/mounted-bearings/journal-plain-bearings/bronze-bushing</a>. Acesso em: 6 jun. 2017.

Nos mancais de deslizamento, a maioria dos usos inclui a aplicação de lubrificantes na interface deslizante, a fim de reduzir o grau de atrito e ajudar na dissipação do calor produzido. Portanto, os mancais de deslizamento podem também ser classificados pelos tipos de lubrificantes usados.

Um lubrificante é uma substância que, quando inserida entre as superfícies que se movem, consegue reduzir o grau de atrito, o desgaste e o aquecimento das partes envolvidas. Para o nosso estudo, vamos utilizar o óleo como meio lubrificante, pois é o mais utilizado na indústria em geral, apesar de termos outros tipos de lubrificação, tais como graxas e lubrificantes sólidos.

Temos como classificar os tipos de lubrificação em três casos básicos: hidrodinâmica, de película mista e limítrofe. Vale ressaltar que

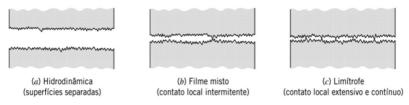
é possível encontrar nas referências bibliográficas outras classificações ou derivações dos tipos apresentados aqui.

A lubrificação hidrodinâmica é encontrada onde as superfícies que contêm cargas do mancal se encontram totalmente separadas por uma película relativamente espessa de lubrificante, com a finalidade de inibir o contato metal-metal. Esta lubrificação hidrodinâmica precisa ter sempre um fornecimento contínuo de óleo para poder manter a sua função hidrodinâmica. A pressão na película é criada pela superfície móvel puxando o lubrificante para a região em forma de cunha, a uma velocidade suficientemente alta para criar a pressão necessária para separar as superfícies entre o mancal e o eixo, com uma carga aplicada. As espessuras típicas da película na região mais fina ( $h_0$ ) estão na faixa de 8  $\mu$ m a 20  $\mu$ m, e os valores típicos do coeficiente de atrito (f) estão na faixa de 2  $\mu$ m a 10  $\mu$ m.

Para a lubrificação de película mista, os picos da superfície ficam em contato de forma intermitente, e ocorre o apoio hidrodinâmico de forma parcial. Esta condição normalmente aparece quando temos um nível de rugosidade alto (aspereza), e existe uma tendência de ser minimizado com o passar do tempo, com o desgaste das regiões de contato, também chamado de amaciamento.

Por fim, temos a lubrificação limítrofe, em que a superfície de contato é contínua e extensiva, porém o lubrificante é continuamente aplicado na superfície. Esta lubrificação também é chamada de lubrificação de película sólida, em que geralmente usamos o grafite ou o dissulfeto de molibdênio. Na Figura 3.2, podemos observar estes diferentes tipos de lubrificação.

Figura 3.2 | Tipos básicos de lubrificação



Fonte: Juvinall e Marshek (2016, p. 331).

Além dos três casos básicos citados, podemos ainda mencionar o caso da lubrificação hidrostática, que é caracterizada quando introduzimos o óleo à alta pressão na região de carga do mancal. Este tipo de lubrificação garante que sempre teremos a separação das superfícies com o óleo, sendo aplicado somente em casos altamente especializados, pois o sistema envolve um alto custo de investimento.

#### Viscosidade e equação de Petroff

A viscosidade é uma das características mais importantes quando falamos de lubrificação utilizando líquidos e, em nosso estudo, o líquido considerado será o óleo. Conceituamos inicialmente a tensão de cisalhamento de um fluido, em que temos uma força  $\vec{F}$  aplicada sobre uma superfície A, que pode ser decomposta segundo a direção normal (vertical) à superfície e segundo a direção tangente (horizontal), dando origem a um componente normal e a outro tangencial. Assim, conseguimos definir a tensão de cisalhamento  $\tau$  média como:

$$\tau = \frac{F_t}{A}$$
 [3.1]

Em que  $\tau$  = tensão de cisalhamento em  $^{N}/_{m^{2}}$ ,  $F_{t}$  = força tangencial em N e A = área em  $m^{2}$ .

A partir deste conceito de tensão de cisalhamento, Newton realizou alguns experimentos com a aplicação de fluidos entre duas placas planas e chegou à conclusão de que vários tipos de fluidos apresentam um comportamento baseado em uma constante de proporcionalidade característico a cada tipo de fluido, apresentando então a seguinte Lei de Newton:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$
 [3.2]

Em que  $\mu$  = viscosidade absoluta em  $^{N^n}/_{m^2}$  e  $\frac{du}{dy}$  = é a razão da mudança da velocidade com a distância e pode ser chamada de razão de cisalhamento ou gradiente de velocidade.

Os fluidos que contêm esta característica são chamados de

fluidos newtonianos, que são os objetos de nossos estudos. Como a espessura da película é considerada muito pequena, podemos então adotar uma simplificação na equação [3.2], sendo:

$$\tau = \frac{F_t}{A} = \mu \frac{U}{h}$$
 [3.3]

Em que U = velocidade em <sup>m</sup>/<sub>s</sub> ,e h = espessura da película em m. Encontramos na prática outras unidades de medida utilizadas para a viscosidade absoluta e, citando algumas, temos a seguinte relação de conversão:

$$1 reyn = \frac{1 \cdot \ell b \cdot s}{in^2} = \frac{6890 \cdot N \cdot s}{m^2} = 6890 \, Pa \cdot s$$
 [3.4]

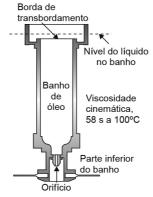
A unidade reyn é em homenagem a Sir Osborne Reynols e  $\frac{\ell b \cdot s}{in^2}$  são unidades do sistema inglês de medidas. As outras duas são do sistema internacional (SI).



Temos então três tipos básicos de lubrificação: hidrodinâmica, de película mista e limítrofe. Existem, porém, outras classificações ou derivações dos tipos básicos. A viscosidade absoluta foi estabelecida por meio do experimento com duas placas paralelas, que pode ser consultado em diversos livros sobre mecânica de fluidos. A equação de Petroff foi baseada nestes conceitos de viscosidade para um fluido considerado newtoniano.

A viscosidade de um fluido pode ser medida de várias maneiras, mas a mais usual para óleos é o viscosímetro Universal Saybolt, apresentado na Figura 3.3. As medições obtidas neste viscosímetro são chamadas de segundos Saybolt, ou por qualquer uma das seguintes abreviações: SUS (Saybolt Universal Seconds), SSU (Saybolt Seconds Universal) e SUV (Saybolt Universal Viscosity).

Figura 3.3 | Viscosímetro Saybolt



Fonte: Juvinall e Marshek (2016, p. 335).

O princípio de funcionamento deste viscosímetro é baseado na ação da gravidade, assim um líquido de massa específica elevada flui através do viscosímetro mais rapidamente que um líquido de massa específica menor de mesma viscosidade absoluta. A viscosidade medida por um viscosímetro de Saybolt é chamada de viscosidade cinemática, e podemos então defini-la por:

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$
 [3.5]

Em que  $\mathbf{v}$  = viscosidade cinemática em  $^{\rm cm^2}/_{\rm s}$  ou em  $S_{\rm t}$  (Stoke), e  $\rho$  = massa específica em  $^{\rm gramas}/_{\rm cm^3}$ .

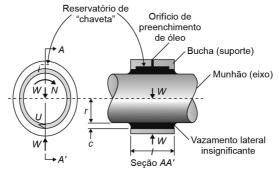
A Sociedade de Engenheiros Automotivos (SAE – *Society of Automotive Engineers*) classifica os óleos de acordo com a sua viscosidade e a sua temperatura de trabalho.



A viscosidade é uma propriedade do fluido que está relacionada com a maior ou menor facilidade de escoamento desse fluido. Para saber mais sobre a viscosidade, assista ao vídeo: O que é viscosidade, viscosidade dinâmica e viscosidade cinemática? Apresentado por Micelli Camargo. Disponível em:<a href="https://youtu.be/YHqI5PKmG-A">https://youtu.be/YHqI5PKmG-A</a>. Acesso em: 7 jun. 2017.

Agora que possuímos um entendimento da viscosidade, podemos avaliar o fenômeno do atrito em mancais, utilizando os conceitos abordados por Petroff que definem grupos de parâmetros adimensionais, nos quais suas equações nos apresentam um valor com uma aproximação muito boa para o coeficiente de atrito. Petroff considerou uma análise em um mancal cilíndrico, conforme a Figura 3.4, que chamamos de mancal-guia e com um eixo girando em seu interior, com uma carga pequena, uma folga completamente preenchida com óleo, considerando-se que o vazamento é desprezível.

Figura 3.4 | Modelo de mancal de Petroff - folga ampliada para visualização



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 604).

Então, considerando a nomenclatura usada na Figura 3.4 e o experimento de Petroff, temos:

$$T = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \iota \cdot \mu \cdot N}{c}$$
 [3.6]

Em que r = raio do eixo em m,  $\iota = comprimento da bucha em m, <math>N = rotações$  por segundo,  $C = folga radial em m, e T = torque de atrito em <math>N \cdot m$ . Finalmente, temos a equação de Petroff:

$$f = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} \cdot \frac{r}{c}$$
 [3.7]

Em que f = coeficiente de atrito, e P = pressão em  $^{N}/_{m^{2}}$  de área projetada, sendo:

$$P = \frac{W}{2 \cdot r \cdot \iota}$$
 [3.8]

Assim, W = carga aplicada no mancal em N.



Observamos que a equação de Petroff é dada em função do perímetro, da viscosidade absoluta, da rotação, da pressão ou da carga, do comprimento do mancal, da folga, e do raio do eixo. Qual a influência da temperatura na aplicação da equação de Petroff? Qual a importância da temperatura no projeto de desenvolvimento de um mancal?

Da equação de Petroff, também podemos deduzir o número característico do mancal, ou número de Sommerfeld. Este número é muito utilizado no projeto do mancal de deslizamento, sendo encontrado em um grande número de tabelas comparativas. Assim, podemos apresentar:

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P}$$
 [3.9]

Em que S = número de Sommerfeld (adimensional).

# **Exemplificando**

Determine o coeficiente de atrito no mancal e o número de Sommerfeld, conforme as seguintes características: temos um eixo de 120 mm de diâmetro suportado por um mancal com 100 mm de comprimento com uma folga diametral de 0,12 mm. O lubrificante é um óleo cuja viscosidade é 60 mPa.s. O eixo tem uma rotação de 700 rpm, e finalmente é aplicada neste mancal uma carga de 4500 N.

Solução:

Utilizando a equação de Petroff:

$$f = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} \cdot \frac{r}{c} = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\left(0,06 \, Pa \cdot s\right) \cdot \left(11,67 \, rps\right)}{\frac{4500}{0,120 \cdot 0,1} \cdot \frac{N}{m^2}} \cdot \frac{60 \, mm}{0,06 \, mm} = 0,03686$$

Observar que 60 mPa · s convertemos para 0,06 Pa · s.

$$\frac{700 \, rpm}{60 \, s} = 11,67 \, rps$$
 , rps = rotações por segundo

$$P = \frac{W}{2 \cdot r \cdot \iota} = \frac{4500}{2 \cdot 0,06 \cdot 0,1} \cdot \frac{N}{m^2}$$

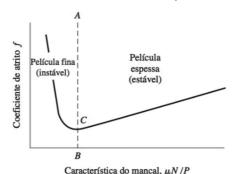
E, finalmente, calculamos o número de Sommerfeld:

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} = \left(\frac{60}{0.06}\right)^2 \cdot \frac{0.06 \cdot 11.67}{375000} = 1.867$$

## Lubrificação estável

O foco do estudo da lubrificação estável é a estabilidade da película de óleo lubrificante durante as condições de trabalho, ou seja, a manutenção da película durante o uso. Assim, vamos primeiramente avaliar a Figura 3.5 a seguir, que apresenta duas regiões bem distintas, sendo a região instável e a região estável, baseadas no coeficiente de atrito f e na característica do mancal  $\frac{\mu \cdot N}{P}$ .

Figura 3.5 | Variação do coeficiente de atrito com  $\frac{\mu \cdot N}{P}$ 



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 606).

Essa relação faz parte da equação de Petroff e trata-se de um parâmetro importante em lubrificação de mancais. Colocamos como restrição de projeto a seguinte condição:

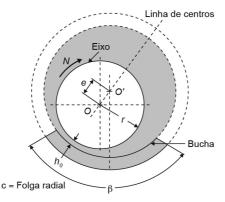
$$\frac{\mu \cdot N}{P} \ge 1.7 \times 10^{-6}$$
 [3.10]

Deste modo, se mantermos a restrição acima e utilizarmos um valor de f adequado, teremos uma condição de película estável do lado direito da linha AB, e uma condição de instabilidade do lado esquerdo, conforme apresentado na Figura 3.5.

### Lubrificação de película espessa

A lubrificação de película espessa é a condição em que temos 100% de película lubrificante entre as superfícies e não temos contato metal-metal durante o funcionamento. Podemos observar que a formação desta película é de espessura variável e depende do sentido de rotação do eixo. Veja a Figura 3.6 a seguir, que apresenta a condição de película espessa a uma certa condição de rotação, sob uma carga W.

Figura 3.6 | Mancal de deslizamento cilíndrico



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 607).

Da figura, temos que e = distância entre os centros, que chamamos de excentricidade, dada em mm; c = folga radial, dada em mm (vide Figura 3.4); e  $h_0$  = a espessura mínima da película. Assim, podemos definir a taxa de excentricidade como:

$$\varepsilon = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{c}} \tag{3.11}$$



Do experimento de Petroff, temos três equações básicas que relacionam torque, coeficiente de atrito e pressão na película. Outra equação muito importante é a adimensional de Sommerfeld (S), que nos ajuda a relacionar as variáveis do projeto de um mancal. Lembre-se de que lubrificação estável significa a manutenção da película de forma constante durante o uso do mancal, e que lubrificação de película espessa é a condição de sempre termos entre o eixo e o mancal uma película de lubrificante, inibindo o contato metal-metal.

Assim, ao final desta seção, podemos registrar que os tipos de lubrificação são classificados em três grandes grupos. Conhecemos o conceito de viscosidade e aplicamos em mancais de contato deslizante, por meio da equação de Petroff, vimos também o que é lubrificação estável e lubrificação de película espessa. Todas estas

características são importantes para o desenvolvimento desta unidade sobre lubrificação e mancais de deslizamento.

#### Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, em uma indústria de óleos lubrificantes, temos que definir os tipos de lubrificantes para os mancais de deslizamento, apresentar os conceitos de viscosidade, entender como a equação de Petroff é aplicada e como podemos obter uma lubrificação estável e de película espessa. Assim, como exemplo de solução para esta SP, vamos analisar um mancal de deslizamento cilíndrico com as seguintes características: espessura mínima de película  $h_0=0.015$  mm; carga W = 6000 N; óleo com viscosidade absoluta de 7,25x10<sup>-6</sup>  $\mu$ reyn; rotação do eixo em 500 rpm; largura do mancal em 50 mm; raio do eixo de 100 mm; folga diametral de 0,2 mm.

Devemos, então, para esta análise, determinar qual é o tipo de lubrificação, qual o torque de atrito envolvido, qual o coeficiente de atrito, se a lubrificação é estável ou não, e finalmente determinar o número característico deste mancal. Também é necessário trabalharmos com as unidades no sistema internacional.

Solução:

Em primeiro lugar, precisamos converter a viscosidade absoluta para a unidade no Sistema Internacional, usando um fator de conversão, sendo:

 $1\mu reyn = 6890 Pa \cdot s$  $7,25x10^{-6} \cdot 6890 = 0,05 Pa \cdot s$ 

Agora, para determinarmos o tipo de lubrificação, podemos avaliar se temos a formação de espessura mínima na faixa de 0,008 a 0,020 mm. Em caso positivo, teremos uma lubrificação do tipo hidrodinâmica.

Para o exemplo proposto, temos uma película com espessura mínima  $h_{\rm o}=0.015~mm$ , portanto, podemos dizer que teremos uma lubrificação hidrodinâmica.

Para calcularmos o torque, usamos:

$$T = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \iota \cdot \mu \cdot N}{c} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,100^3 \cdot 0,050 \cdot 0,05 \cdot \left(\frac{500}{60}\right)}{0,0001} = 8,22N \cdot m$$

É importante observar que usamos as unidades de comprimento em metros e convertemos a rotação de rpm para rps (rotações por segundo).

Para o coeficiente de atrito, precisamos calcular a pressão em primeiro lugar, então:

$$P = \frac{W}{2 \cdot r \cdot t} = \frac{6000}{2 \cdot 0.100 \cdot 0.05} = 600000 \text{ N/m}^2$$

De posse da pressão no mancal, podemos calcular o coeficiente de atrito, sendo:

$$f = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} \cdot \frac{r}{c} = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{0.05 \cdot \left(\frac{500}{60}\right)}{600000} \cdot \frac{0.10}{0.0001} = 0.014$$

Agora, para avaliarmos se temos uma lubrificação estável ou não, usamos a relação:

$$\frac{\mu \cdot N}{P} \ge 1.7 \times 10^{-6}; \frac{0.05 \cdot \left(\frac{500}{60}\right)}{600000} = 0.7 \times 10^{-6}$$

Portanto, teremos uma lubrificação instável, ou seja, poderemos ter em alguns momentos contato metal-metal, com película fina.

Finalmente, para calcularmos o número característico deste mancal (número de Sommerfeld), usamos:

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} = \left(\frac{0.1}{0.0001}\right)^2 \cdot \frac{0.05 \cdot \left(\frac{500}{60}\right)}{600000} = 0,69$$

Podemos concluir que esta condição final encontrada para o tipo de lubrificação não seria ideal, pois temos uma condição de lubrificação instável (0,7x10<sup>-6</sup> < 1,7x10<sup>-6</sup>). Na próxima seção desta unidade, iremos estudar a relação entre as variáveis e poderemos explorar mais esta condição de instabilidade encontrada, com o número de Sommerfeld.

# Avançando na prática

# Avaliando a condição de estabilidade de lubrificação

#### Descrição da situação-problema

Em uma empresa de fabricação de sabão em pó há várias esteiras de transporte, nas quais são utilizados mancais de deslizamento. Notou-se que existe um desgaste alto dos mancais devido ao contato metal-metal, demonstrando uma condição de lubrificação instável. Deste modo, precisamos avaliar se conseguimos implementar um novo tipo de óleo com viscosidade diferente, para conseguir uma lubrificação estável. Esta seria uma saída mais econômica do que projetar e trocar todos os mancais de deslizamento existentes. As condições existentes são: rotação 400 rpm, a pressão é de 500000  $^{N}\!\!/_{m^2}$  e o óleo atual tem uma viscosidade absoluta de 0,05 Pa.s.

# Resolução da situação-problema

Devemos usar a seguinte relação para termos uma condição de lubrificação estável, sendo:  $\frac{\mu \cdot N}{P} \ge 1,7 \times 10^{-6}$ . Deste modo, na condição atual temos:

$$\frac{0,05 \cdot \left(\frac{400}{60}\right)}{500000} = 6,67 \times 10^{-7}$$

Ou seja, não atende à relação mencionada, comprovando que realmente temos uma condição instável de lubrificação. Assim, para determinarmos um novo valor de viscosidade que atenda à condição existente, temos:

$$\mu \ge \frac{1,7x10^{-7} \cdot P}{N}$$
;  $\mu \ge \frac{1,7x10^{-7} \cdot 500000}{\frac{400}{60}} \Rightarrow \mu \ge 0,01275 Pa \cdot s$ 

Assim, podemos concluir que precisamos encontrar um óleo com viscosidade absoluta de 0,01275 Pa.s para podermos ter uma lubrificação estável, evitando assim o contato metal-metal.

# Faça valer a pena

**1.** A lubrificação hidrodinâmica é encontrada onde as superfícies que contêm cargas do mancal se encontram totalmente separadas por uma película relativamente espessa de lubrificante, com a finalidade de inibir o contato metal-metal. Esta lubrificação hidrodinâmica precisa ter sempre um fornecimento contínuo de óleo para poder manter a sua função hidrodinâmica. A pressão de película é criada pela superfície móvel puxando o lubrificante para a região em forma de cunha, a uma velocidade suficientemente alta para criar a pressão necessária para separar as superfícies contra a carga do mancal.

Neste tipo de lubrificação hidrodinâmica, temos a necessidade de separar as superfícies por uma película de lubrificante. Como é formada esta cunha que separa e mantém separadas as duas superfícies? Escolha a alternativa correta.

- a) Quando temos uma situação de ausência de óleo no sistema.
- b) Quando utilizamos um óleo com viscosidade absoluta mais elevada.
- c) Quando temos duas superfícies mais o óleo, sem rotação.
- d) Quando temos características de temperatura do eixo.
- e) Quando temos a rotação do eixo, por efeito da aderência de líquidos a superfícies sólidas, ocorre um arraste e a formação de vários planos de cisalhamento.
- **2.** Newton realizou alguns experimentos com a aplicação de fluidos entre duas placas planas e chegou à conclusão de que vários tipos de fluidos apresentam um comportamento baseado em uma constante de proporcionalidade característicos a cada tipo de fluido, apresentando, então, a seguinte Lei de Newton:

Temos uma simplificação na equação mencionada, sendo:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

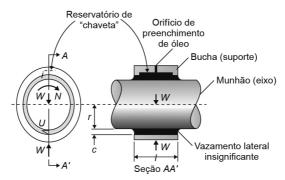
Em que  $\mu$  = viscosidade absoluta em  $^{N.s}/_{m^2}$  e  $\frac{du}{dy}$  = é a razão da mudança da velocidade com a distância e pode ser chamada de razão de cisalhamento ou gradiente de velocidade.Os fluidos que contêm esta característica são chamados de fluido newtonianos, que são objetos de nossos estudos. Temos uma simplificação na equação mencionada, sendo:

$$\tau = \frac{F_t}{A} = \mu \frac{U}{h}$$

Em que:  $U = velocidade em^m/s$ , e h = espessura da película em m. Por que a simplificação mencionada no texto-base foi possível? Assinale a alternativa correta.

- a) Porque a viscosidade não influencia no processo de cisalhamento.
- b) Porque a película é considerada com uma espessura muito pequena.
- c) Porque a temperatura não influencia no processo de cisalhamento.
- d) Porque a película é considerada constante durante a rotação.
- e) Porque a película formada tem características não newtonianas.
- **3.** Petroff considerou uma análise em um mancal cilíndrico, conforme a figura apresentada a seguir, que chamamos de mancal-guia com um eixo girando em seu interior, com uma carga pequena, com uma folga completamente preenchida com óleo e no qual o vazamento será desprezível.

Figura 3.7 | Modelo de mancal de Petroff –folga ampliada para visualização



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 604).

Então, considerando a nomenclatura usada na figura e o experimento de Petroff, temos:

$$T = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \iota \cdot \mu \cdot N}{c}$$

Em que: r = raio do eixo em m,  $\iota = comprimento$  da bucha em m, N = rotações por segundo, c = folga radial em m, e T = Torque em  $N \cdot m$ . E, finalmente, a temos a equação de Petroff:

$$f = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} \cdot \frac{r}{c}$$

Em que f = coeficiente de atrito, e P = pressão em  $^N/_{m^2}$  de área projetada. Analisando as equações e comparando em específico a equação do torque de atrito e a do coeficiente de atrito, em qual destas duas equações a carga está atuando? Escolha a alternativa correta.

- a) Nas duas equações.
- b) Na equação do torque de atrito.
- c) Na equação do coeficiente de atrito.
- d) Em nenhuma das equações.
- e) Influencia parcialmente na equação do torque de atrito.

# Seção 3.2

### Teoria hidrodinâmica

# Diálogo aberto

Caro aluno, o conteúdo sobre a teoria hidrodinâmica aplicada em mancais de deslizamento é fundamental para o projeto destes mancais. Também é importante entender como relacionar as considerações de projeto e suas variáveis e as situações de estado estável em mancais autocontidos, que são os tipos de mancais em que o lubrificante se mantém dentro do compartimento, uma vez que o reservatório de lubrificante fica dentro da carcaça do mancal e o lubrificante é resfriado dentro desta.

Retomando o contexto de aprendizagem, em uma indústria fabricante de óleos lubrificantes, você precisa atender a uma necessidade de um dos clientes, que fabrica uma máquina chamada' retifica cilíndrica externa, e o desejo deste cliente é substituir o mancal de contato rolante, que está provocando falhas de acabamento na superfície da peça retificada, em função de vibrações, por um mancal de deslizamento.

Desta maneira, você deve entender os conceitos de mancais de deslizamento e as características do projeto atual e o desejado. Assim, você precisa saber: o que é a teoria hidrodinâmica? Quais são as considerações de projeto necessárias? Como se relacionam as variáveis? O que são as condições de estado variável em mancais deste tipo? A partir desta SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações para estabelecer um projeto adequado deste mancal de deslizamento, elaborado para o caso apresentado.

Ao final desta seção, você terá condições de entender a teoria hidrodinâmica, como correlacionar as condições de projeto entre as variáveis existentes e o que são condições de estado estável em mancais autocontidos. O entendimento adequado dos tópicos apresentados nesta seção é muito importante para a continuidade desta disciplina.

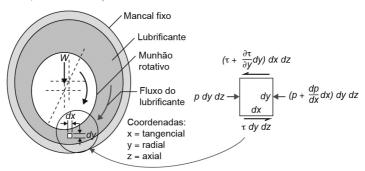
Vamos lá! Aos estudos!

# Não pode faltar

#### Teoria hidrodinâmica

Caro aluno, já vimos alguns tipos de lubrificação de mancais de deslizamento e um deles é chamado lubrificação hidrodinâmica. Relembrando, a lubrificação hidrodinâmica tem as superfícies de carregamento de carga do mancal separadas por uma película de óleo, para que não haja o contato metal-metal. Estudamos também o número característico do mancal, chamado de número de Sommerfeld. Nosso objetivo nesta seção é estabelecermos uma teoria que demonstre essa formação de película e como ela se comporta. A teoria de lubrificação hidrodinâmica originou-se inicialmente no laboratório de Beauchamp Tower, em 1880, na Inglaterra. Os resultados obtidos por Tower continham uma regularidade excelente e, assim, Osborne Reynolds deu continuidade aos estudos de Tower e estabeleceu relações matemáticas usadas até hoje. A base do desenvolvimento destas relações matemáticas é oriunda dos conceitos de pressão e forças viscosas atuantes no mancal, como podemos observar na Figura 3.8, a seguir.

Figura 3.8 | Pressão e forças viscosas atuantes em um elemento de lubrificante



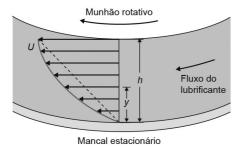
Fonte: Juvinall e Marshek (2016, p. 338).

Uma primeira expressão que podemos apresentar é com relação à velocidade, sendo:

$$u = \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \frac{dp}{dx} \left( y^2 - h \cdot y \right) + \frac{U}{h} \cdot y$$
 [3.12]

Em que u = velocidade em uma altura y, entre as superfícies;  $\mu$  = viscosidade absoluta; y = altura (vide Figura 3.9); h = espessura da película;  $\frac{dp}{dx}$  = variação da pressão pela variação de x (x é direção no sentido tangencial, conforme Figura 3.8) e U = velocidade da superfície. A Figura 3.9 nos apresenta o gradiente de velocidade do lubrificante.

Figura 3.9 | Gradiente de velocidade do lubrificante



Fonte: Juvinall e Marshek (2016, p. 338).

Podemos ainda reduzir a equação [3.12]. Quando a pressão é máxima, temos  $\frac{dp}{dx}$  = 0, então:

$$u = \frac{U}{h} \cdot y \tag{3.13}$$

Agora, podemos avaliar também com relação ao volume de lubrificante fluindo na direção x por unidade de tempo (vazão Q). Lembrar que x é a direção longitudinal, onde seria o local de vazamento lateral do mancal. Em resumo, podemos apresentar a equação a sequir que representa esta vazão, sendo:

$$Q = \frac{d}{dx} \cdot \left(\frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx}\right) = 6 \cdot U \cdot \frac{dh}{dx}$$
 [3.14]

Esta equação [3.14] é chamada de equação clássica de Reynolds para escoamento unidimensional. As seguintes hipóteses foram adotadas nessa formulação: o fluido é newtoniano (óleo), incompressível, com viscosidade constante, sendo que o fluido apresenta escoamento laminar; a película é fina o suficiente para considerarmos que a variação de pressão ao longo da sua espessura seja desprezível. Finalmente, considerando que não temos vazamento lateral, ou seja, consideramos que a relação entre o comprimento L e o diâmetro do mancal D seja maior que 1,5, isto é:  $\frac{L}{D} > 1,5$ .

Há casos em que precisamos projetar mancais com a relação  $\left(\frac{L}{D}\right)$  mais curta (em função de espaço físico disponível no projeto do equipamento), ou seja, considerando que teremos vazamento lateral e, experimentalmente, projetamos a relação  $\left(\frac{L}{D}\right)$  em uma faixa de 0,25 a 0,75  $\left(0,25<\frac{L}{D}<0,75\right)$ . Então, para trabalhar nesta faixa - chamada de mancais curtos -, Ocvirk propôs uma redução em uma outra equação de Reynolds, e temos:

$$Q = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \cdot U \cdot \frac{\partial h}{\partial x}$$
 [3.15]

Devemos notar que não existe uma solução analítica geral para esta equação [3.15]. Várias soluções foram encontradas por aproximações, utilizando analogias, somatórias, métodos numéricos e gráficos.

# Pesquise mais

Podemos visualizar, no link a seguir, um resumo dos tipos de lubrificação utilizados. Vídeo: Fundamentos da lubrificação.Disponível em: <a href="https://youtu.be/Uw14usqN9-l">https://youtu.be/Uw14usqN9-l</a>. Acesso em: 4 jul. 2017.

#### Considerações de projeto

Para considerações de projeto, podemos dividir as variáveis em dois grupos. No primeiro grupo estão aquelas cujos valores são dados ou que estão sob o controle do projetista, sendo: viscosidade  $(\mu)$ , carga por unidade de área projetada de mancal (P), velocidade (N) e variáveis relativas a dimensões do mancal (r, c,  $\beta$ ,  $\iota$ ). No segundo grupo estão as variáveis dependentes. O projetista não pode controlá--las, exceto de forma indireta, pela mudança de uma ou mais variáveis do primeiro grupo. As variáveis do segundo grupo são: coeficiente de atrito (f), aumento de temperatura ( $\Delta T$ ), vazão em volume de óleo (Q), e espessura mínima da película (h<sub>a</sub>). Este segundo grupo pode ser chamado de fatores de desempenho do mancal. O ponto fundamental no dimensionamento de um mancal de deslizamento é a definição satisfatória dos limites para este segundo grupo de variáveis, para depois decidir a respeito dos valores para o primeiro grupo, de tal modo que não venhamos a ultrapassar os limites estabelecidos no segundo grupo.

Podemos apresentar alguns critérios importantes para o dimensionamento de mancais de deslizamento, usando algumas equações definidas por um projetista muito experiente, chamado Paul Robert Trumpler. Temos, então, para espessura mínima da película:

$$h_0 \ge 0.00508 + 0.00004 \cdot d$$
 [3.16]

Em que d = diâmetro do eixo em mm. Para óleos, estabeleceu-se a seguinte restrição para a temperatura da película:

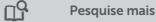
$$T_{\text{max}} \le 121^{\circ}C$$
 [3.17]

Normalmente, um mancal de deslizamento consiste em um eixo de aço retificado, girando contra uma bucha de material mais macio do que o eixo, e geralmente não ferroso (liga de bronze, por exemplo). Quando temos o sistema totalmente parado e vamos iniciar a partida sob carga, temos contato metal-metal. Devido a isso, temos uma carga de partida ( $W_{\rm st}$  em kPa), que será diferente da carga em funcionamento. Trumpler definiu uma limitação para esta carga de partida, em que  $\iota$  = comprimento do mancal em mm, D = diâmetro do mancal em mm.

$$\frac{W_{st}}{\iota \cdot D} \le 2068 \, kPa \tag{3.19}$$

#### As relações entre as variáveis

Para estabelecermos as relações entre as variáveis, antes tudo, precisamos resolver a equação de Reynolds [3.14]. Para isso, faz-se necessário uma técnica de iteração por computador, que excede o objetivo desta seção, mas podemos, então, apontar as variáveis e comentar as relações e simplificações obtidas das iterações já realizadas por Raimondi-Boyd (1958).



Podemos consultar as interações para se resolver a equação de Reynolds [3.14] de forma adaptada em:

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. K. **Elementos de máquinas de Shigley**. Porto Alegre: AMGH, 2016, p. 614-627.

Analisando a variável viscosidade absoluta, tem-se que, nos estudos de Raimondi-Boyd, ela é considerada constante à medida que o lubrificante (óleo) atravessa pelo mancal. Porém, sabemos que durante o trabalho sobre o lubrificante a temperatura aumenta, alterando a viscosidade que, segundo as cartas de viscosidade, indicam uma queda de forma significativa com a temperatura. Para evitarmos isto, se adota uma viscosidade que seja constante. Portanto, temos que estabelecer uma temperatura média ( $T_{av}$ ) e um lubrificante que atenda a esta condição. Utilizamos, então, a equação [3.19], em que  $T_1$  = temperatura de entrada do óleo em °C, e  $T_2$  = temperatura de saída do óleo em °C.

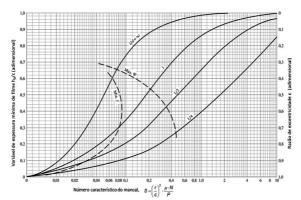
$$T_{av} = T_1 + \frac{T_2}{2}$$
 [3.20]

A temperatura média  $(T_{av})$ , encontrada a partir da equação [3.19], deverá ser aplicada em um gráfico que relaciona esta temperatura com o tipo de óleo a ser usado e com a viscosidade absoluta. Este gráfico pode ser encontrado em diversas fontes de fabricantes de óleo lubrificante ou ser consultado em:

BUDYNAS, Richard G.; NISBETT, J. K.**Elementos de máquinas de Shigley**. Porto Alegre: AMGH, 2016, p. 616-618.

A espessura mínima de película  $\binom{h_0}{c}$  pode ser relacionada graficamente com o número de Sommerfeld, com a taxa de excentricidade  $\varepsilon = {}^e/_c$  e com contornos de diversos valores da razão  $\frac{1}{d}$ . A Figura 3.10 nos apresenta estas relações, segundo Raimondi-Boyd (1958).

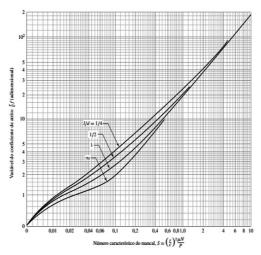
Figura 3.10 | Gráfico para a variável de espessura mínima



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 619).

Para a variável de atrito  $('/_g)$  · f, podemos relacionar em um gráfico com o número de Sommerfeld e com contornos para vários valores a razão  $'/_g$ . A Figura 3.11 nos apresenta estas relações, segundo Raimondi-Boyd (1958).

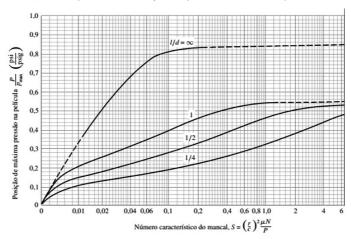
Figura 3.11 | Gráfico para a variável do coeficiente de atrito



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 621).

A pressão máxima da película pode ser estimada pela determinação da taxa de pressão  $^{p}/_{p_{\rm max}}$ , com relação ao número de Sommerfeld e com contornos para vários valores a razão  $^{1}/_{a}$ . A Figura 3.12 nos apresenta estas relações, segundo Raimondi-Boyd (1958).

Figura 3.12 | Gráfico para determinação da pressão máxima de película



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 624).

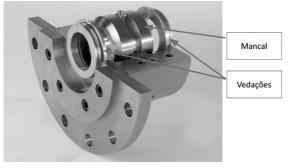


Observando as figuras sobre a relação entre as variáveis, observamos que quase sempre temos o número de Sommerfeld envolvido. Por que este número é importante? Não poderíamos utilizar alguma outra variável?

#### Condições de estado estável em mancais autocontidos

Mancais autocontidos consistem em uma condição na qual os mancais mantêm o lubrificante (óleo) aquecido dentro do compartimento ou caixa do mancal. Esta condição do lubrificante ficar dentro da carcaça do mancal e este mesmo lubrificante ser resfriado no próprio local é uma solução muito utilizada em equipamentos industriais, tais como: ventiladores, motores, bombas etc. A Figura 3.13, nos apresenta um exemplo de mancal autocontido.

Figura 3.13 | Mancal autocontido

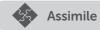


Fonte: adaptado de <a href="http://www.pumpsandsystems.com/sites/default/files/0516/image-4-EM0516.jpg">http://www.pumpsandsystems.com/sites/default/files/0516/image-4-EM0516.jpg</a>. Acesso em: 3 jul. 2017.

Nesta condição de mancal autocontido, nossa maior preocupação é determinar qual será o nível de calor dissipado, para que o sistema não tenha superaquecimento, ou valores de temperaturas acima do calculado para o lubrificante do mancal. Assim, temos a seguinte equação:

$$H_{perda} = h_{CR} \cdot A \cdot (T_b - T_{\infty})$$
 [3.20]

Em que  $H_{perda}$  calor dissipado, em  $^{3}/_{s}$ ;  $\hbar_{CR}$  = coeficiente global combinado de transferência de calor por convecção e radiação, em  $^{W}/_{(m_{2},^{\circ}C)}$ ; A = área superficial do compartimento de mancal em  $m^{2}$ ;  $T_{b}$  = temperatura superficial do compartimento, em  $^{\circ}C$ ; e  $T_{\infty}$  = temperatura ambiente, em  $^{\circ}C$ . Para o coeficiente global  $\hbar_{CR}$ , podemos usar para o ar parado o valor de 11,4  $^{W}/_{(m_{2},^{\circ}C)}$ , e para o ar movimentado por uma hélice no eixo o valor  $^{\hbar}_{CR}$  = 15,3  $^{W}/_{(m_{2},^{\circ}C)}$ .



Para as condições de projeto, temos dois grandes grupos de variáveis: o primeiro é de escolha do projetista e o segundo consiste em variáveis dependentes, as quais consistem em fatores de desempenho do mancal. Ou seja, quanto melhor a determinação dos parâmetros do segundo grupo, maior será a durabilidade do mancal. Por isso, a importância de relacionarmos as variáveis para obtermos essa melhor condição de projeto. Também para a utilização dos gráficos apresentados, devemos calcular o número de Sommerfeld e a relação  $\frac{1}{3}$ .

# Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, em uma indústria de óleos lubrificantes, precisamos elaborar um relatório com as características de projeto, para um mancal deslizante que será aplicado em uma retifica cilíndrica externa. Deste modo, como exemplo de solução para esta SP, vamos aplicar as seguintes considerações de projeto: o eixo existente na retifica tem um diâmetro de 320 mm, portanto um raio de 160 mm, temos 30 rotações por segundo, uma carga de 350.000 N, um espaço para um comprimento do mancal de 160 mm. Vamos adotar como folga c = 0,04 mm, e um óleo com viscosidade de 0,02756 Pa.s. Agora, precisamos avaliar se estas condições iniciais são possíveis de serem aplicadas no projeto, utilizando as equações da seção e os diagramas obtidos por Raimondi-Boyd (1958).

Começamos a resolução da SP pelo cálculo da pressão nominal no mancal, utilizando a equação [3.8]:

$$P = \frac{W}{2 \cdot r \cdot \iota} = \frac{350000}{2 \cdot 0.16 \cdot 0.16} = 6835937,50 Pa$$

Com isto, determinamos o número de Sommerfeld, utilizando a equação [3.9]:

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} = \left(\frac{160}{0,04}\right)^2 \cdot \frac{0,02756 \cdot 30}{6835937,50} = 1,93518$$

Também podemos calcular a relação  $\frac{1}{d}$ . Assim:  $\frac{\iota}{d} = \frac{160}{320} = 0.5$ . Com estes dados, podemos utilizar o gráfico da Figura 3.10, para obtermos  $\frac{h_0}{c} = 0.78$  e a taxa de excentricidade  $\varepsilon = 0.22$ .

Como temos c = 0,04 mm, podemos encontrar a excentricidade do eixo (e) e a espessura mínima da película ( $h_0$ ), sendo:

$$h_0 = 0.78 \cdot 0.04 = 0.0312 \ mm \ \in \ \varepsilon = \frac{e}{c} \Rightarrow e = \varepsilon \cdot c = 0.22 \cdot 0.04 = 0.0088 \ mm$$

Agora, podemos obter o coeficiente de atrito usando o gráfico da Figura 3.11:

$$\left(\frac{r}{c}\right) \cdot f = 36 \Rightarrow f = 36 \cdot \frac{c}{r} = 36 \cdot \frac{0.04}{160} = 0,009$$

Outra variável importante para o dimensionamento do mancal é a pressão máxima da película, calculada a partir do gráfico apresentado na Figura 3.12. Então, temos o resultado:

$$\frac{P}{p_{\text{max}}} = 0.5 \Rightarrow p_{\text{max}} = \frac{P}{0.5} = \frac{6835937,50}{0.5} = 13671875 \ Pa$$

Em resumo, os resultados obtidos dos gráficos de Raimondi-Boyd (1958) são:

Espessura de película mínima  $h_0$  0,0312 mm.

Excentricidade do eixo em funcionamento e = 0,0088 mm.

Coeficiente de atrito f = 0,009.

Pressão máxima na película  $p_{max}$  13371875,0 Pa ou 13,4 MPa.

Analisando estes resultados, podemos concluir que, para a espessura mínima, atendemos ao critério Trumpler, utilizando a equação 3.16

#### $h_0 \ge 0,00508 + 0,00004 \cdot d \ge 0,00508 + 0,00004 \cdot 320 \ge 0,01788 \ mm$

Com relação à excentricidade do eixo em 0,0088 mm, ela é possível, pois temos uma folga radial c maior (0,04 mm). Assim, o eixo tem espaço para se ajustar à excentricidade quando em movimento.

O coeficiente de atrito é relativamente baixo e poderíamos usá-lo para calcular o torque de atrito ou mesmo a perda de potência no sistema, mas de qualquer forma é um valor viável, obtido pelo gráfico.

A pressão máxima na película deve ser usada para o dimensionamento mecânico, para suportar este nível de pressão.

Em resumo, o mancal poderá ser projetado com as considerações de projeto acima.

# Avançando na prática

# Avaliando o calor dissipado em um mancal autocontido

## Descrição da situação-problema

Em uma empresa que utiliza um mancal autocontido, é preciso avaliar qual é o calor dissipado de um mancal de deslizamento existente, pois na condição atual, o óleo está se degradando muito rapidamente e as vedações estão se deformando também em um curto período de tempo. Em um primeiro momento, o mancal em questão está trabalhando em um local sem ventilação, com ar parado e, deste modo, temos que utilizar o coeficiente

 $\hbar_{\text{CR}} = 11.4 \frac{\text{W}_{(\text{m}^2 \cdot \text{C})}}{\text{W}_{(\text{m}^2 \cdot \text{C})}}$ . Sabemos também que a área superficial é de  $0.5 \, \text{m}^2$ , a temperatura na superfície do mancal é de  $110 \, ^{\circ}\text{C}$ , e a temperatura ambiente é de  $35 \, ^{\circ}\text{C}$ . Com o calor calculado, precisamos sugerir alguma alteração que alcance uma melhora no calor dissipado acima de 20%

#### Resolução da situação-problema

Aplicando a equação [3.20], temos que:

$$H_{perda} = \hbar_{CR} \cdot A \cdot (T_b - T_{\infty}) = 11,4 \cdot 0,5 \cdot (110 - 35) = 427,5 W = 427,5 \frac{J}{s}$$

Então, o calor dissipado que precisamos atingir é 427,5  $^{J}/_{s}$  + 20% = 513  $^{J}/_{s}$ .

Podemos sugerir a aplicação de uma hélice fixada no eixo para renovar o ar na região do mancal. Assim, temos novo coeficiente  $\hbar_{CR}=15,3\frac{W}{(m^2\cdot c)}$  (conforme o apresentado no texto) e calculando novamente o calor dissipado com este coeficiente temos:  $H_{perda}=\hbar_{CR}\cdot A\cdot (T_b-T_\infty)=15,3\cdot 0,5\cdot (110-35)=573,75\frac{V}{s}$ .

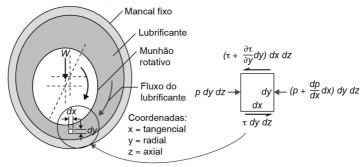
Dessa forma, com esta alteração conseguimos atender ao objetivo.

Ao invés de usamos uma hélice no eixo, poderíamos aplicar um sistema de ventilação forçada, aumentando a taxa de renovação de ar e conseguindo, deste modo, um melhor coeficiente de transferência de calor.

# Faça valer a pena

**1.** A presente teoria de lubrificação hidrodinâmica originou-se inicialmente no laboratório de Beauchamp Tower, em 1880, na Inglaterra. Os resultados obtidos por Tower tinham tal regularidade que Osborne Reuynolds deu continuidade aos estudos e estabeleceu relações matemáticas usadas até hoje. A base do desenvolvimento destas relações matemáticas é oriunda da pressão e forças viscosas atuantes no mancal, como podemos observar na figura, a seguir.

Figura 3.14 | Pressão e forças viscosas atuantes em um elemento de lubrificante



Fonte: Juvinall e Marshek (2016, p. 338).

Uma primeira relação que podemos apresentar é a velocidade, sendo:

$$u = \frac{1}{2 \cdot \mu} \cdot \frac{dp}{dx} (y^2 - h \cdot y) + \frac{U}{h} \cdot y$$

Em que: u = velocidade em uma altura y, entre as superfícies;  $\mu$  = viscosidade absoluta; y = altura; h = espessura da película; e U = velocidade da superfície.

A relação sobre velocidade na equação apresentada nos mostra uma composição da velocidade de duas formas. Quais são elas? Assinale a alternativa correta.

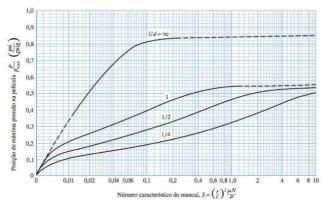
- a) Apresenta uma forma linear + cilíndrica.
- b) Apresenta uma composição de forma parabólica + quadrática.
- c) Apresenta uma composição da forma linear + circular.
- d) Apresenta uma composição da forma linear + parabólica.
- e) Apresenta uma composição da forma circular + parabólica.
- **2.** Podemos dividir as considerações de projeto em dois grupos de variáveis. No primeiro grupo estão aquelas cujos valores são dados ou que estão sob o controle do projetista, sendo: viscosidade ( $\mu$ ),carga por unidade de área projetada de mancal (P), velocidade (N) e variáveis relativas a dimensões do mancal (r, c,  $\beta$ ,  $\iota$ ). No segundo grupo estão as variáveis dependentes. O projetista não pode controlá-las, exceto de forma indireta, pela mudança de uma ou mais variáveis do primeiro grupo.

Podemos notar que o segundo grupo contém as variáveis dependentes, que podemos chamar de fatores de desempenho do mancal. Quais são estes fatores? Assinale a alternativa correta.

a) Coeficiente de atrito, aumento de temperatura, vazão de óleo e espessura mínima da película.

- b) Viscosidade do óleo, aumento de temperatura, vazão de óleo e espessura mínima da película.
- c) Coeficiente de atrito, viscosidade do óleo, vazão de óleo e espessura mínima da película.
- d) Coeficiente de atrito, aumento de temperatura, vazão de óleo e velocidade da película.
- e) Viscosidade do óleo, coeficiente de atrito, vazão de óleo, aumento de temperatura.
- **3.** Para estabelecermos as relações entre as variáveis, precisamos resolver a equação de Reynolds, mas para isso, faz-se necessário uma técnica de iteração por computador, que excede o objetivo desta seção, mas podemos então apontar as variáveis e comentar as relações e simplificações obtidas das iterações já realizadas por Raimondi-Boyd (1958). Entre estas relações temos a figura a seguir:

Figura 3.15 | Gráfico para determinação da pressão máxima de película



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 624).

Observando a figura, temos quatro curvas com linhas contínuas. O que estas curvas representam no dimensionamento do mancal? Assinale a alternativa correta.

- a) Representam uma relação de vazão.
- b) Representam a característica de vazamento do óleo no mancal na direcão x.
- c) Representam uma condição de temperatura e vazão aplicada no
- d) Representam uma situação máxima de atrito e espessura no mancal.
- e) Representam uma condição de Sommerfeld, aplicada no sentido x do mançal

# Seção 3.3

# Tipos de mancais de deslizamento

# Diálogo aberto

Estimado aluno, o conteúdo desta unidade de ensino sobre mancais de deslizamento abordará os efeitos da folga, os mancais com lubrificação forçada, as cargas e os materiais, e os tipos de mancais: mancais de escora e de contorno lubrificado. Portanto, é de suma importância a compreensão do conteúdo desta seção, pois temos uma ampla gama de aplicação para os mancais de deslizamento (por exemplo, mancais para turbinas estacionárias, mancais para rodas de trens, mancais para retíficas de precisão etc.), na indústria em geral. Assim, vamos estudar com detalhes as folgas envolvidas e seus efeitos, a aplicação e o dimensionamento de mancais de lubrificação forçada, as relações entre cargas e materiais e dois tipos de mancais, sendo o de escora e o de contorno lubrificado.

Retomando o nosso contexto de aprendizagem, temos uma indústria fabricante de óleos lubrificantes que precisa expandir os tipos de clientes e escolheu para essa expansão a área de fornecimento de óleos lubrificantes para mancais de deslizamento.

Para a SP desta seção, você, contratado como um profissional especializado, vai precisar atender a necessidade de identificar e classificar os tipos de mancais de deslizamento de um novo cliente. Desta forma, precisa saber: o que é folga neste tipo de mancal? O que é um mancal de deslizamento com lubrificação forçada? O que são cargas? Quais os tipos de materiais utilizados em mancais de deslizamento? O que é um mancal de escora? O que é um mancal de contorno lubrificado? A partir desta SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações para se estabelecer este levantamento dos mancais existentes na indústria deste contexto de aprendizagem, com os dados disponibilizados.

Ao final desta seção, você terá condições de entender os efeitos da folga em mancais de deslizamento, identificar mancais com lubrificação forçada e dimensioná-los, bem como as relações entre carga e materiais aplicados, e identificar e elaborar o dimensionamento

básico para mancais tipo escora e de contorno lubrificado. O entendimento adequado dos tópicos apresentados nesta seção é importante para a sequência desta disciplina.

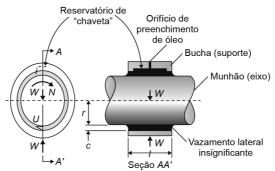
Vamos lá! Ao trabalho!

# Não pode faltar

#### Folga

Ao projetarmos um mancal de deslizamento para lubrificação com película espessa, devemos selecionar o óleo a ser utilizado, em conjunto com os valores adequados de pressão (P), rotação (N), raio do eixo (r), folga (c) e o comprimento do mancal (1). Na Figura 3.16, podemos visualizar algumas destas características.

Figura 3.16 | Modelo de mancal de Petroff, com a folga (c) ampliada para visualização



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 604).

A seleção dos valores destas variáveis deve resultar na formação de uma película com uma espessura mínima, estabelecida no critério de projeto de Trumpler. Devemos também nos ater aos processos de fabricação, tanto do eixo quanto do mancal, e aplicar as tolerâncias de fabricação (dimensionais e geométricas). A análise destas tolerâncias aplicadas conjuntamente deve continuar a garantir a formação da película mínima ( $h_0$ ). Sabemos também que no momento de partida de um mancal de deslizamento, temos um contato metalmetal inicial e assim o mancal sofre desgastes toda vez que ocorre a partida. Este desgaste, certamente, vai aumentar a folga (c) e com o passar do tempo o valor desta vai ficar fora da tolerância estabelecida

e será necessário reparar ou trocar o mancal. A faixa ideal de folga (c) do mancal é estabelecida com análise de máxima excentricidade permissível pelo projeto, pois com o aumento da folga (c), temos o aumento da excentricidade do eixo.



Para visualizarmos a questão da faixa de folga, vamos avaliar a seguinte situação: temos um eixo com diâmetro de 40 mm, um número de Sommerfeld de 0,15 e uma relação  $\mathbf{v}_d$ . Assim, calculando a espessura mínima, pelo critério de Trumpler, temos:  $h_0 \geq 0,00508 + 0,00004.40 \geq 0,0067mm$ 

Da Figura 3.10, apresentada na Seção 3.2, obtemos o valor de  $\frac{h_0}{c} = 0,44$ Assim, temos que  $c = \frac{h_0}{0.44} = \frac{0,0067}{0.44} = 0,015 mm$ 

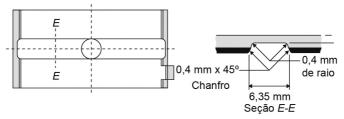
Portanto, durante o projeto dimensional e geométrico do mancal deslizante, devemos considerar uma folga (c) mínima de 0,015mm. Para o valor máximo da folga, devemos avaliar as condições de uso, pois com o aumento da folga teremos aumento do ruído e maior excentricidade do eixo.

### Mancais com lubrificação forçada

Uma grande preocupação na utilização dos mancais de deslizamento autocontidos é com o aumento da temperatura do óleo lubrificante. Muitas vezes, somente a circulação natural não será suficiente para diminuir a temperatura do óleo a um nível desejado. Assim, foi desenvolvido um sistema com circulação forçada, através de bombeamento do óleo. Ao aumentarmos o fluxo de óleo, este sofre maior resistência ao passar pelo mancal e, como consequência, temos um aumento de pressão. Como o lubrificante é fornecido ao mancal sob pressão, tais mancais são chamados de mancais com lubrificação forçada, ou mancais hidrostáticos.

Para conseguirmos ter este fluxo maior de lubrificante através do mancal e obter o efeito de resfriamento maior, é uma prática comum utilizarmos um canal circunferencial no centro do mancal, com um furo de entrada de óleo localizado do lado oposto da zona de suporte da carga. Podemos observar este canal com maiores detalhes na Figura 3.17, apresentada a seguir.

Figura 3.17 | Canal circunferencial completo, localizado na parte central do mancal

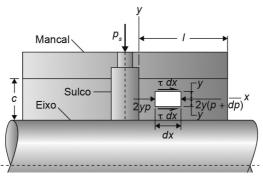


Obs.: Considerar as dimensões do canal como exemplo.

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 634).

Quando aplicamos este canal, devemos observar que o efeito é o de produzirmos dois semimancais, cada um tendo uma razão  $\mathbf{v}_d$  menor que o original, assim, o comprimento agora é denominado comprimento do semimancal ( $\ell$ ), como podemos observar na Figura 3.18.

Figura 3.18 | Fluxo de lubrificante de um mancal com canal para lubrificação forçada



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 634).

Como resultado da análise das Figuras 3.17 e 3.18, chegamos resumidamente na equação [3.21]:

$$Q_s = \frac{\pi \cdot p_s \cdot r \cdot c^3}{3 \cdot \mu \cdot \ell} \cdot (1 + 1.5 \cdot \varepsilon^2)$$
 [3.21]

Em que  $Q_s$  = vazão volumétrica lateral em  $^{mm^3}/_s$ ;  $p_s$  = pressão de suprimento em Pa; r = raio do eixo em mm; c = folga em mm;  $\mu$  = viscosidade absoluta em Pa.s; e  $\ell$  = comprimento do semimancal em mm.

A pressão característica (P) quando temos canais, é definida por:

$$P = \frac{W}{4 \cdot r \cdot \ell} \tag{3.22}$$

Em que P = pressão em Pa; W = carga em N.

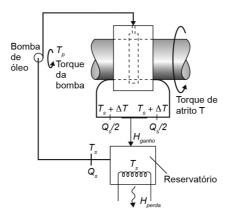
O ganho de calor ( $H_{qanho}$ ) do óleo passando através do mancal é:

$$H_{ganho} = \rho \cdot C_{p} \cdot Q_{s} \cdot \Delta T_{c}$$
 [3.23]

Em que  $H_{ganho}$  = calor que sai do mancal em  $^{J}/_{s}$ ;  $\rho$  = densidade do óleo em  $^{kg}/_{m^3}$ ;  $C_{\rho}$  = calor especifico do óleo em  $^{J}/_{kg}$  · °C ;  $Q_{s}$  = vazão volumétrica lateral em  $^{m^3}/_{s}$ ; e  $\Delta T_{c}$  = variação da temperatura em °C.

Podemos observar na Figura 3.19 um sistema completo de lubrificação forçada, que vamos usar para deduzirmos as equações que envolvem a energia térmica.

Figura 3.19 | Mancal de deslizamento completo, com sistema de lubrificação forçada



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 637).

Esta variação da temperatura é calculada por:

$$\Delta T_c = \frac{978 \times 10^6}{1 + 1.5 \cdot \varepsilon^2} \cdot \frac{\left(\frac{f \cdot r}{c}\right) \cdot S \cdot W^2}{\rho_s \cdot r^4}$$
 [3.24]

Em que  $978x10^6$  = é um fator de conversão de unidades, f = coeficiente de atrito; S = número de Sommerfeld; W a carga em N;  $\epsilon$  = taxa de excentricidade.

### Pesquise mais

A aplicação de mancais hidrostáticos é muito comum em retificas cilíndricas que necessitam de precisão e altas rotações do eixo. Assim, veja no link a seguir uma empresa que fabrica este tipo de equipamento e visualize a aplicação em específico dos mancais de deslizamento. Disponível em: <a href="http://www.zema.com.br/kargo.html">http://www.zema.com.br/kargo.html</a>>. Acesso em: 29 jun. 2017.

Além da característica da lubrificação forçada remover o calor com maior eficiência do que na lubrificação natural, temos um outro benefício: por termos um sistema com pressão atuante, o nível de vibração diminui e também a precisão de localização do eixo melhora. Com isto, uma aplicação muito comum para mancais hidroestáticos é em máquinas retificadoras cilíndricas de precisão.

### Cargas e materiais

Em função de uma grande diversidade de aplicações, de cargas e de materiais envolvidos no projeto de mancais, a correta seleção do mancal torna-se difícil. Também não existe um único tipo de mancal para uma mesma aplicação. Voltamos a utilizar as informações coletadas e registradas de projetos consagrados e em uso nas indústrias. Um dos parâmetros que usamos para relacionar a carga com as dimensões do mancal é a relação  $\frac{1}{d}$ . Um mancal longo (razão  $\frac{1}{d}$  grande) reduz o coeficiente de atrito e o fluxo lateral de óleo. Por outro lado, quando a lubrificação forçada está presente, a razão deve ser relativamente pequena, pois o comprimento curto do mancal resulta em um fluxo maior de óleo nas extremidades,

mantendo assim o mancal com uma temperatura mais baixa. Das experimentações práticas, foram elaboradas tabelas de materiais, que podem ser consultadas nas referências bibliográficas apresentadas.

Os materiais apresentados nestas tabelas de materiais buscam obter um equilibro com relação aos requisitos operacionais de um mancal, como ter resistência à compressão e à fadiga, resistir às cargas aplicadas externamente, ser maleável e ter um baixo ponto de fusão e um baixo módulo de elasticidade.



Reflita

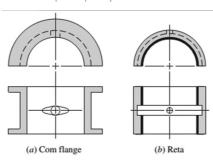
O uso de materiais em mancais é um assunto muito extenso. Por quê? A aplicação de materiais de diversos tipos no mancal tem qual finalidade? Porque não podemos utilizar qualquer tipo de material?

Também podemos citar a necessidade de resistência ao desgaste e o coeficiente de atrito baixo, e não esquecer a importância de elevada resistência à corrosão e finalmente ter baixo custo de produção.

### Tipos de mancais

Os mancais apresentam várias formas possíveis de construção, que dependem da necessidade de projeto. Podem ser desde uma simples bucha usinada, até buchas com formatos bipartidos e com canais especiais. Também é possível que os mancais contenham materiais especiais adicionados em sua superfície. A Figura 3.20 nos apresenta alguns tipos usuais de buchas, e a Figura 3.21 alguns tipos de canais característicos

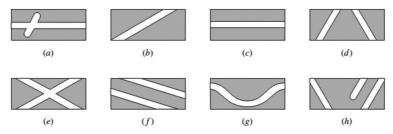
Figura 3.20 | Tipos de buchas para aplicação como mancais



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 642).

Observe que os mancais bipartidos são muito utilizados, pois facilitam a montagem e desmontagem do conjunto.

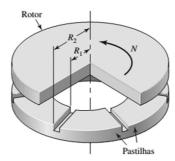
Figura 3.21 | Vistas desenvolvidas de padrões de canais típicos para os mancais



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 642).

Temos um tipo de mancal muito comum que é o mancal de escora ou mancal axial. Os mancais de escora são projetados para suportar cargas axiais sobre uma película de lubrificante entre as superfícies. Normalmente, a superfície inferior contém canais transversais com a função de manter a película lubrificante. A Figura 3.22 nos apresenta um mancal de escora comum.

Figura 3.22 | Mancal de escora

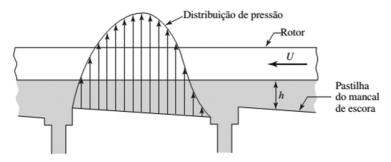


Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 642).

Como podemos observar na Figura 3.22, o mancal de escora consiste basicamente em um rotor (disco) deslizando sobre uma pastilha fixa. O lubrificante é trazido aos canais radiais e arrastado no espaço em forma de cunha pelo movimento do rotor. A lubrificação hidrodinâmica é obtida se a velocidade do rotor for contínua e suficientemente alta, se a viscosidade do lubrificante for adequada

e se tivermos uma quantidade suficiente do lubrificante. Aqui, podemos visualizar uma analogia com a lubrificação hidrodinâmica recentemente estudada. A Figura 3.23 nos apresenta como a distribuição de pressão ocorre em um mancal de escora.

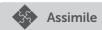
Figura 3.23 | Distribuição de pressão no lubrificante em um mancal de escora



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 643).

Outro ponto importante de mencionarmos são os mancais de contorno lubrificado ou de película fina. Esta situação de mancais de contorno é encontrada quando duas superfícies deslizam uma em relação a outra com apenas um filme parcial de lubrificante entre elas. Isso ocorre em mancais lubrificados hidrodinamicamente quando da partida ou parada do eixo ou rotor, quando a carga se eleva para valores acima da projetada para o mancal hidrodinâmico, ou quando temos falta de lubrificante em quantidade suficiente para manter a película. Assim, temos muitos casos que em mancais de deslizamento ocorre esta situação de película fina ou de contorno lubrificado.

Se um mancal opera parcialmente sob condições hidrodinâmicas e parcialmente sob condições de película fina, existe, então, uma lubrificação de película mista. Podemos mencionar algumas condições principais em que aparece a película mista, sendo: a viscosidade é muito baixa, a velocidade do mancal é muito baixa, o mancal está sobrecarregado, ou seja, com uma carga acima do projetado, a folga é muito pequena, e o eixo e o mancal não estão alinhados de forma correta.



Tem-se que o correto dimensionamento da folga é fundamental para termos uma lubrificação hidrodinâmica ou lubrificação de contorno. Temos também casos que não desejamos a lubrificação de contorno, então precisamos projetar um sistema de mancais em que aplicamos a lubrificação de forma forçada, ou seja, a lubrificação hidrostática. Devemos nos ater aos materiais aplicados em mancais, pois são de suma importância para termos um bom projeto de mancal.

### Sem medo de errar

Em nosso contexto de aprendizagem, temos uma indústria fabricante de óleos lubrificantes, que precisa expandir os tipos de clientes e escolheu para essa expansão a área de fornecimento de óleos lubrificantes para mancais de deslizamento.

Para a SP desta seção, você, contratado como um profissional especializado, vai precisar atender à necessidade de identificar e classificar os tipos de mancais de deslizamento de um novo cliente. Desta forma, você precisa saber: o que é folga neste tipo de mancal? O que é um mancal de deslizamento com lubrificação forçada? O que são cargas? Quais são os tipos de materiais utilizados em mancais de deslizamento? O que é um mancal de escora? O que é um mancal de contorno lubrificado?

Como exemplo de solução para esta SP, vamos considerar um caso específico. Um determinado mancal, que deve ser identificado e avaliado se está sendo aplicado corretamente, tem as seguintes características: mancal com canal, furo de alimentação, sistema de bombeamento com pressão de  $p_s=200~\rm kPa$ , reservatório externo mantido a 55 °C, suporta uma carga de 5 kN, utiliza um óleo de viscosidade de  $\mu=0,01125~\rm Pa.s$ ; um raio do eixo (r) de 22 mm, uma folga (c) de 0,05 mm, um comprimento  $\ell=22~\rm mm$ , e rotação 100 rps. Assim, para determinarmos se a aplicação está correta, precisamos avaliar qual é o tipo de lubrificação deste mancal e se ele está adequado para uma temperatura máxima de saída do óleo lubrificante de 120 °C (este valor de temperatura foi determinado pelo cliente em função do equipamento existente).

Solução:

Para a identificação do tipo, observamos que o sistema contém bombeamento, então a lubrificação será forçada e, portanto, temos pressão de lubrificante e um sistema de lubrificação hidrostática. Outras duas informações também nos conduzem a esta conclusão, sendo que o mancal possui canal e furo de alimentação. Para avaliarmos se ele está adequado à condição de temperatura, devemos, então, determinar a variação de temperatura do mancal, sendo:

$$P = \frac{W}{4 \cdot r \cdot \ell} = \frac{5}{4 \cdot 0,022 \cdot 0,022} = 2582,64 \, \text{kPa}$$

$$S = \left(\frac{r}{c}\right)^2 \cdot \frac{\mu \cdot N}{P} = \left(\frac{22}{0.05}\right)^2 \cdot \frac{0.01125 \cdot 100}{2582,64 \times 10^3} = 0.0843$$

Como  $\frac{\ell}{d}=\frac{22}{44}=0,5\,\text{mm}$ , usamos o gráfico da Figura 3.11, apresentada na Seção 3.2, obtemos o valor de  $\frac{f\cdot r}{c}=3,2$ , e também usamos o gráfico da Figura 3.10 apresentada na Seção 3.2, e obtemos o valor de  $\varepsilon=0,82$ . Agora, podemos determinar a variação da temperatura, sendo:

$$\Delta T_c = \frac{978 \times 10^6}{1 + 1.5 \cdot \varepsilon^2} \cdot \frac{\left(\frac{f \cdot r}{c}\right) \cdot S \cdot W^2}{p_s \cdot r^4} = \frac{978 \times 10^6}{1 + 1.5 \cdot 0.82^2} \cdot \frac{3.2 \cdot 0.0843 \cdot 5^2}{200 \cdot 22^4} = 70.09 \, ^{\circ}C$$

Como o óleo é mantido com a temperatura de 55 °C no reservatório, então:

$$T = T_r + \Delta T_c = 55 + 70,09 = 125,09$$
 °C

Concluindo, temos um mancal tipo lubrificação hidrostática que não atende ao limite de 120 °C solicitado pelo cliente. Uma solução mais simples seria reduzir o nível de temperatura do reservatório o suficiente para atender à temperatura máxima de 120 °C.

### Avançando na prática

#### Vazamento em um mancal hidrostático

### Descrição da situação-problema

Em uma empresa de construção de retificas cilíndricas, é preciso determinar qual será a vazão volumétrica de óleo, para poder dimensionar o sistema de bombeamento e o reservatório de óleo lubrificante para um mancal hidrostático, que contém as seguintes características:  $p_s = 500$  kPa,  $\epsilon = 0.87$ , um eixo com raio r = 25 mm, uma rotação de 50 rps, número característico deste mancal S = 0.122, um comprimento = 25 mm, uma folga c = 0.03 mm, e a viscosidade do óleo é de 0.001127 Pa.s. Também será necessário obter a carga W máxima suportada se a variação da temperatura de entrada e saída do reservatório for de no máximo 80 °C.

### Resolução da situação-problema

Resolvendo a questão sobre a vazão volumétrica:

$$Q_{s} = \frac{\pi \cdot p_{s} \cdot r \cdot c^{3}}{3 \cdot \mu \cdot \ell} \cdot \left(1 + 1.5 \cdot \varepsilon^{2}\right) = \frac{\pi \cdot 500000 \cdot 25 \cdot 0.03^{3}}{3 \cdot 0.001127 \cdot 25} \cdot \left(1 + 1.5 \cdot 0.87^{2}\right) = 26785.98 \frac{mm^{3}}{s}$$

### Resolvendo a questão da carga:

Como  $\frac{\ell}{d}=\frac{25}{50}=0.5\,\text{mm}$ , usamos o gráfico da Figura 3.11, apresentada na Seção 3.2, obtemos o valor de  $\frac{f\cdot r}{c}=4$ , e também usamos o gráfico da Figura 3.10, apresentada na Seção 3.2, obtemos o valor de  $\varepsilon=0.76$ . Agora, podemos determinar a variação da temperatura, sendo:

$$\Delta T_c = \frac{978 \times 10^6}{1 + 1.5 \cdot \varepsilon^2} \cdot \frac{\left(\frac{f \cdot r}{c}\right) \cdot S \cdot W^2}{p_s \cdot r^4}$$
$$80 = \frac{978 \times 10^6}{1 + 1.5 \cdot 0.76^2} \cdot \frac{4 \cdot 0.122 \cdot W^2}{500 \cdot 25^4}$$
$$W = 7.82 \text{ kPa}$$

Assim, precisamos dimensionar uma bomba que nos permita ter uma vazão volumétrica de 26785,98  $\frac{mm^3}{s}$  a uma pressão de 500 kPa, para suportar uma carga máxima W de 7,82 kPa.

### Faça valer a pena

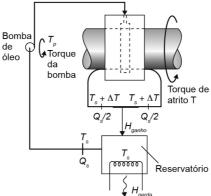
1. Nos mancais de deslizamento autocontidos, uma grande preocupação é com o aumento da temperatura do óleo lubrificante. Muitas vezes, somente a circulação natural não será suficiente para diminuir a temperatura do óleo a um nível desejado. Assim, foi desenvolvido um sistema com circulação forçada, através de bombeamento do óleo, e este fluxo de óleo aumentado sofre resistências ao passar pelo mancal e como consequência temos um aumento de pressão. Como o lubrificante é fornecido ao mancal sob pressão, tais mancais são chamados de mancais com lubrificação forçada, ou mancais hidrostáticos

Para que possamos construir e caracterizar um mancal hidrostático, precisamos obter um fluxo maior de lubrificante. Como isto é possível? Escolha a alternativa correta.

- a) Com a utilização de um canal circunferencial nas bordas do mancal e com um furo de entrada de óleo localizado do lado oposto da zona de suporte da carga.
- b) Com a utilização de um canal circunferencial nas bordas do mancal e com um furo de entrada de óleo localizado do lado da zona de suporte da carga.
- c) Com a utilização de um canal circunferencial no centro do mancal e com um furo de entrada de óleo localizado do lado oposto da zona de suporte da carga.
- d) Com a utilização de um canal circunferencial no centro do mancal e com um furo de entrada de óleo localizado do lado da zona de suporte da carga.
- e) Com a utilização de um canal circunferencial no centro do mancal e com um furo de saída de óleo localizado do lado esquerdo da zona de suporte da carga.

2. Podemos observar, na figura a seguir, um sistema completo de lubrificação forçada, que estamos usando para deduzirmos as equações que envolvem a energia térmica.

Figura 3.24 | Mancal de deslizamento completo, com sistema de lubrificação forçada



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 637).

O ganho de calor ( $H_{ganho}$ ) do óleo passando através do mancal é:

$$H_{ganho} = \rho \cdot \mathbf{C}_p \cdot \mathbf{Q}_s \cdot \Delta T_c$$

Em que  $H_{ganho}$  = calor que sai do mancal em  $^{J}/_{s}$ ;  $\rho$  = densidade do óleo em  $^{kg}/_{m^3}$ ;  $C_{p}$  = calor especifico do óleo em  $^{J}/_{kg} \cdot \mathrm{Q_s}$  = vazão volumétrica lateral em  $^{m^3}/_{\varsigma} \Delta T_c$ ; e = variação da temperatura em °C. Esta variação da temperatura é calculada por:

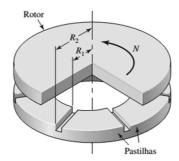
$$\Delta T_c = \frac{978 \times 10^6}{1 + 1.5 \cdot \varepsilon^2} \cdot \frac{\left(\frac{f \cdot r}{c}\right) \cdot S \cdot W^2}{p_s \cdot r^4}$$

Em que 978x10<sup>6</sup> = fator de conversão de unidades, f = coeficiente de atrito; S = número de Sommerfeld; W a carga em N;  $\varepsilon$  = taxa de excentricidade. A variação de temperatura calculada pela equação apresentada tem um valor baseado na carga e nas características do mancal. Qual é a temperatura do óleo lubrificante quando ele entra no reservatório? Escolha a alternativa correta

a) É a soma da temperatura que sai do reservatório com a variação da temperatura calculada na equação.

- b) É a diferença da temperatura que sai do reservatório com a variação da temperatura calculada na equação.
- c) É a mesma temperatura calculada na equação.
- d) É a mesma temperatura do reservatório.
- e) É a mesma temperatura que o ambiente mais a temperatura calculada na equação.
- **3.** Temos um tipo de mancal muito comum que são os mancais de escora ou mancais axiais. Os mancais de escora são projetados para suportar cargas axiais sobre uma película de lubrificante entre as superfícies. Normalmente, a superfície inferior contém canais transversais com a função de manter a película lubrificante. A figura a seguir nos apresenta um mancal de escora comum.

Figura 3.25 | Mancal de escora



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 642).

Como podemos observar na figura, o mancal de escora consiste basicamente em um rotor (disco) deslizando sobre uma pastilha fixa. O lubrificante é trazido aos canais radiais e arrastado no espaço em forma de cunha pelo movimento do rotor.

Como é obtida a lubrificação hidrodinâmica em mancais de escora? Escolha a alternativa correta.

- a) A lubrificação hidrodinâmica é obtida se a velocidade do rotor for alternada e suficientemente alta e a viscosidade for muito baixa.
- b) A lubrificação hidrodinâmica é obtida se a velocidade do rotor for contínua e suficientemente alta e a viscosidade for adequada.
- c) A lubrificação hidrodinâmica é obtida se a velocidade do rotor for contínua e muito baixa e a viscosidade também for muito baixa.
- d) A lubrificação hidrodinâmica é obtida se a velocidade do rotor for contínua e suficientemente baixa e a viscosidade for adequada.
- e) A lubrificação hidrodinâmica não é obtida em mancais de escora.

### Referências

BUDYNAS, R.G.; NISBETT J. K.**Elementos de máquinas de Shigley**, 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

JUVINALL, Robert C.; MARSHEK K. M. Fundamentos do projeto de componentes de máquinas. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

NORTON, R. L. **Projeto de máquinas**: uma abordagem integrada. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

RAIMONDI, A. A.; BOYD, J. A solution for the finite jornal bearing and its application to analysis and design, parts I, II, and III. **Lubrication Science and Technology**, Nova York, v. 1. 1958.

STACHOWIAK, G. W.; BATCHELOR, A. W. Engineering tribology, tribology series. Amstredam: Elsevier, 1993.

# Elementos mecânicos flexíveis e não flexíveis

#### Convite ao estudo

Prezado aluno, nesta quarta unidade do livro didático, que tem como foco os elementos mecânicos flexíveis e não flexíveis, iremos abordar os tipos de correias, as transmissões por correias planas, com correias redondas, por correias em V, por correias de sincronização, por correias de roletes, cabos de aço, eixos flexíveis, além de apresentarmos como elaborar projetos de eixos não flexíveis (por tensão), os materiais e a disposição do eixo e as velocidades críticas de eixos. Os elementos mecânicos flexíveis e não flexíveis são utilizados em situações em que precisamos transmitir movimentos entre um ponto e outro de um equipamento, com torque e rotações determinados nas condições de contorno de um projeto.

A competência técnica desta unidade de ensino é conhecer os elementos mecânicos, flexíveis e não flexíveis, a fim de dimensioná-los em relação aos materiais utilizados e suas propriedades, tipos de carregamento e análise de esforços.

O contexto de aprendizagem utilizado como situação da realidade profissional (SP) proposta é construído em uma indústria de autopeças, fabricante de componentes para transmissão automotiva, com vários tipos de equipamentos em uso há mais de 15 anos, em que estes têm vários tipos diferentes de mecanismos de transmissão de potência. Neste ambiente industrial, vamos conhecer elementos mecânicos, tais como correias, cabos de aço, eixos flexíveis e não flexíveis, como será exposto na solução das três situações-problema propostas nesta unidade. Deste modo, o que são correias? Como podem ser aplicadas? Quais são os tipos principais e suas características? O que é um cabo de aço e como aplicá-lo? Como aplicar um eixo flexível e um não flexível?

Assim, em linhas gerais, vamos estudar na primeira seção sobre correias e como transmitir potência através delas. Depois, na segunda seção, continuaremos a falar sobre correias, estudando as correias de sincronização e de roletes, além de estudarmos os cabos de aço e os eixos flexíveis. Finalmente, na terceira seção, trataremos do projeto de eixos não flexíveis, dos materiais e disposições do eixo e das velocidades críticas de eixos.

Deste modo, vamos ao trabalho!

## Seção 4.1

### **Correias**

### Diálogo aberto

Estimado aluno, o conteúdo desta seção aborda uma área muito interessante dos elementos de máquinas, pois concentra os estudos em uma necessidade muito comum em equipamentos que é a transmissão de potência, com a respectiva rotação necessária ao equipamento aplicado. Assim, vamos estudar as correias com foco em transmissões de potência por correias planas, correias redondas e correias em V.

Retomando o contexto de aprendizagem, temos uma indústria de autopeças, fabricante de componentes de transmissão automotiva, que utiliza elementos de máquinas com a função de transmissão de potência.

Neste contexto, a SP desta seção envolve a aplicação dos conceitos sobre correias e você atuará como um profissional que irá coletar e avaliar dados, com a finalidade de verificar se o dimensionamento sobre os sistemas com correias e seus tipos estão corretos. Existem muitos sistemas com a aplicação de correias que são mal dimensionados e você terá a oportunidade de identificar e aprimorar estes conjuntos de correias, visando a uma otimização de custos e eficiência do conjunto. Assim, quais são os tipos de correias? O que é transmissão por correias planas e redondas? O que são correias tipo V? Como dimensionar estes tipos de correias? De posse de todas estas informações, você terá condições de aplicá-las de forma correta. A partir desta SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações sobre o sistema de transmissão por correia avaliado, feitas para o caso apresentado. Deste modo, você precisa efetuar um levantamento adequado destes tipos de transmissão, a fim de dimensioná-los de forma correta.

Ao final desta seção, você terá condições de identificar os principais tipos de correias, aplicando em sistemas mecânicos de transmissão de potência e rotação as correias planas, redondas e em V.

Note que esta seção é muito importante, sendo que o entendimento correto sobre a utilização de correias evita problemas

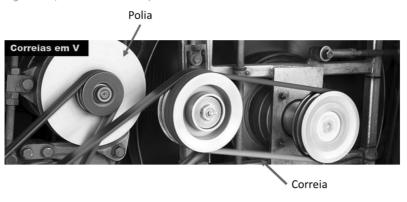
em seu funcionamento e aumenta a vida útil do material, conforme o tipo de transmissão escolhido. Além disso, um sistema de transmissão por correia bem dimensionado otimiza o funcionamento do sistema e, consequentemente, reduz custos

Vamos ao trabalho!

### Não pode faltar

As correias são elementos elásticos ou flexíveis utilizados em sistemas de transporte e na transmissão de potência sobre distâncias comparativamente grandes. Em muitos casos, o uso de correias simplifica o projeto de uma máquina e reduz muito o custo. Nesta seção, iremos estudar três tipos de correias: a plana, a redonda e a em V. Estes tipos exigem polias específicas, sendo que, para correias planas usamos polias com superfícies abauladas, e polias com ranhuras para as correias tipo redondo e tipo em V. Em todos os casos, os eixos das polias devem ser separados por uma distância mínima, dependendo do tipo de correia e tamanho, para trabalhar de forma correta. A Figura 4.1 nos apresenta um conjunto de polias e correias tipo V, em um equipamento.

Figura 4.1 | Polias e correias tipo V

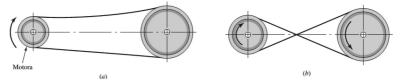


 $Fonte: adaptada \ de \ shttp://static.wixstatic.com/media/c6def3_ec8f96dad1f24ea6bd8174a5d13971c4.jpg\_srz_786\_248\_85\_22\_0.50\_1.20\_0.00\_jpg\_srz>. Acesso \ em: 15 jul. 2017.$ 

Podemos ainda destacar três características para as correias planas, redondas e em V: elas podem ser utilizadas em grandes distâncias; pode ocorrer algum escorregamento e fluência (propriedade de certos corpos se deformarem em função de uma tensão constante), de modo que a velocidade angular não permaneça constante entre os eixos motor e movido, e, em alguns casos, é necessária a utilização de polias intermediárias para se evitar ajustes de distância entre centros.

Também podemos destacar que para correias planas e redondas, podemos ter uma característica de montagem das correias que permita uma configuração com ou sem reversão do sentido de giro das polias. A Figura 4.2 (a) nos mostra uma montagem convencional, em que a polia motora determina o sentido de giro da polia movida, e a (b) nos apresenta uma montagem com reversão no sentido de giro, ou seja, a polia movida tem sentido contrário ao da polia motora.

Figura 4.2 | Transmissão por correia plana ou redonda com e sem reversão



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 864).

As correias planas atualmente são manufaturadas com um núcleo elástico forte circundado por elastômeros e têm vantagens significativas sobre as transmissões por engrenagens ou por correias em V. Uma transmissão com correia plana tem eficiência de cerca de 98% e, comparativamente, as correias em V têm de 70% a 96%. Além disso, as transmissões por correias planas produzem muito pouco ruído e absorvem mais vibrações do sistema do que as correias em V.

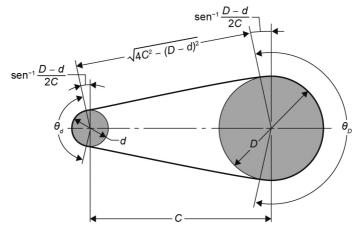
Considerando uma transmissão por correia aberta, em que a polia movida tem o mesmo sentido de rotação que a polia motora (Figura 4.2 (a)), os ângulos de contato resultam em:

$$\theta_{d} = \pi - 2sen^{-1} \left( \frac{D - d}{2 \cdot C} \right)$$

$$\theta_{D} = \pi + 2sen^{-1} \left( \frac{D - d}{2 \cdot C} \right)$$
[4.1]

Em que  $\theta_d$  = ângulo de contato da polia menor em (rad);  $\theta_D$  = ângulo de contato da polia maior em (rad); D = diâmetro da polia maior em (mm); d = diâmetro da polia menor em (mm); e C = distância entre centros em (mm). A Figura 4.3 nos apresenta os ângulos de contato, os diâmetros e a distância entre centros, para correia aberta.

Figura 4.3 | Correia na disposição de montagem aberta



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 864).

O comprimento da correia é determinado pela equação:

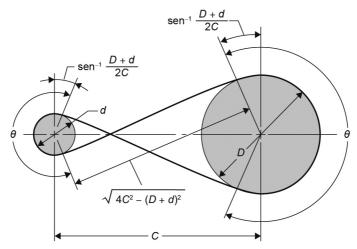
$$L = \sqrt{4 \cdot C^2 - (D - d)^2} + \frac{1}{2} \cdot (D \cdot \theta_D + d \cdot \theta_d)$$
 [4.2]

E o comprimento da correia com montagem cruzada é dado por:

$$L = \sqrt{4 \cdot C^2 - (D+d)^2} + \frac{1}{2} \cdot (D+d) \cdot \theta$$
 [4.3]

A Figura 4.4 nos apresenta os ângulos de contato, os diâmetros e a distância entre centros para correia cruzada.

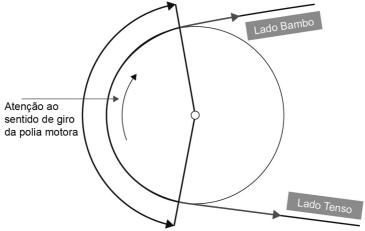
Figura 4.4 | Correia na disposição de montagem cruzada



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 864).

Existem várias teorias sobre o acionamento por correia plana. Iremos utilizar a explicação de Firbank (1970 apud BUDYNAS, 2016). Assim, para obtermos as equações seguintes, estabeleceremos um modelo que admitirá que a força de atrito na correia é proporcional à pressão normal ao longo do arco de contato. Antes de apresentarmos as equações, temos que ter em mente que para uma transmissão por correia plana ou redonda, temos um lado em que a correia tem tração, chamado de lado tenso, e o outro lado chamamos de bambo, em que temos uma tensão menor do que a do lado tenso. A Figura 4.5 nos apresenta uma maneira de visualizar o lado tenso e o lado bambo. Note que o sentido de giro da polia motora define estes lados.

Figura 4.5 | Lado tenso e lado bambo de uma correia plana ou redonda



Fonte: elaborada pelo autor.



Observando um conjunto de polias e correias planas, sempre vamos ter um lado bambo e outro tenso? Por que temos esta condição?

Apresentando as equações, temos que a velocidade é dada por:

$$V = \pi \cdot d \cdot \frac{rpm}{60}$$
 [4.4]

Em que V = velocidade da correia em  $(\frac{m}{s})$ , d = diâmetro da polia menor em metros (m), rpm = rotações da polia por minuto, e 60 fator de conversão.

$$\mathbf{w} = \gamma \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{t} \tag{4.5}$$

Sendo que w = peso da correia por metro (N/m),  $\gamma = peso$  específico em (N/m³), b = largura da correia em (m) e t = espessura da correia em (m).

No projeto de uma correia, temos algumas forças envolvidas, sendo a carga de tração do lado tenso  $F_1$  em (N) (Figura 4.5), a carga de tração do lado bambo  $F_2$  em (N) (Figura 4.5), a carga de tração circunferencial causada pela força centrifuga  $F_c$  em (N) e a carga de tração inicial  $F_1$  em (N). As respectivas equações já deduzidas são:

$$F_1 = F_i + F_c + \frac{T}{d}$$
 ou  $F_1 = F_c + F_i \cdot \frac{2 \cdot \exp(f \cdot \theta)}{\exp(f \cdot \theta) + 1}$  [4.6]

$$F_2 = F_i + F_c - \frac{T}{d}$$
 Ou  $F_2 = F_c + F_i \cdot \frac{2}{\exp(f \cdot \theta) + 1}$  [4.7]

$$F_i = \frac{F_1 + F_2}{2} - F_c \tag{4.8}$$

$$F_c = \frac{w}{g} \cdot V^2 \tag{4.9}$$

Em que T = torque em (N.m), g = aceleração da gravidade em  $(m/s^2)$ .

Ainda podemos definir o torque com a equação:

$$T = \frac{H_{nom} \cdot K_s \cdot n_d \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n}$$
 [4.10]

Em que  $H_{nom}$  potência nominal em (W),  $K_{\rm s}$  fator de serviço,  $n_{\rm d}$  fator de projeto, e n = rotações por minuto (rpm).

### Pesquise mais

Para entendermos mais sobre as relações de transmissão em um sistema de polias e correias, sugiro que você acesse o vídeo sobre correias, disponível em: <a href="https://youtu.be/cl17q2v3e4g">https://youtu.be/cl17q2v3e4g</a>. Acesso em: 15 jul. 2017.

Sabendo-se que os resultados das cargas de tração são teóricos e que os fabricantes de correias não conseguem produzir as correias sempre com as mesmas características para uso, em função das variações dos processos de fabricação, iremos trabalhar com o conceito de cargas permissíveis, portanto temos:

$$(F_1)_a = b \cdot F_a \cdot C_p \cdot C_v \tag{4.11}$$

Em que  $(F_1)_a$  máxima tração permissível ou admissível, em (N); b = largura da correia, em (m);  $F_a$  tração admitida ou permitida pelo fabricante por unidade de largura, em (N/m);  $C_p$  fator de correção de polia;  $C_v$  fator de correção de velocidade.

### **Exemplificando**

Em um sistema que utiliza uma correia com as seguintes características:  $F_v$  50 N; b = 0,050 m;  $F_a$  18000N/m;  $C_\rho$  1;  $C_v$  1,2, qual seria a carga admissível?

Aplicando a equação [4.11], temos:

$$(F_1)_a = b \cdot F_a \cdot C_p \cdot C_v = 0,050 \cdot 18000 \cdot 1 \cdot 1,2 = 1080 \,\text{N} \,/\, m$$

Este resultado mostra que a cada um metro desta correia, a máxima tração permissível é de 1080 N. Observe que a tração permissível é dependente da largura da correia.

Podemos ainda apresentar mais algumas equações, sendo:

$$\left[ \left( F_1 \right)_a - F_2 \right] = \frac{2 \cdot T}{d} \tag{4.12}$$

$$F_2 = (F_1)_a - [(F_1)_a - F_2]$$
 [4.13]

$$F_{i} = \frac{(F_{1})_{a} + F2}{2} - F_{c}$$
 [4.14]

Para a potência de projeto, devemos usar a equação:

$$H = K_{s} \cdot n_{d} \cdot H_{nom} \tag{4.15}$$

Finalmente, devemos calcular o coeficiente de atrito admissível, que deverá ser menor do que o coeficiente de atrito informado nos catálogos de fabricantes de correias, sendo:

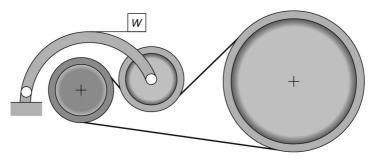
$$f' = \frac{1}{\theta} \cdot \ln \frac{(F_1)_a - F_c}{F_2 - F_c}$$
 [4.16]

Não podemos também esquecer do cálculo do fator de segurança do projeto, que calculamos com a equação:

$$n_d = \frac{H}{H_{nom} \cdot K_s}$$
 [4.17]

A carga de tração inicial  $(F_1)$  é muito importante para o funcionamento de uma transmissão por correia e normalmente desenvolvemos mecanismos para garantir esta carga inicial, para acomodar também o estiramento temporário ou permanente da correia. Na prática, é muito conhecido como polia esticadora ou de tracionamento. A Figura 4.6 nos apresenta uma solução para adicionarmos esta polia esticadora.

Figura 4.6 | Polia esticadora intermediária



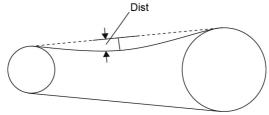
Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 876).

A partir da figura, podemos notar que esta polia esticadora deve ser colocada no lado bambo da correia. A curva que temos do lado bambo se aproxima de uma curva catenária, que é uma curva que descreve, por exemplo, o aspecto de um cabo suspenso por suas extremidades, submetido à força da gravidade. Assim, podemos desenvolver uma distância máxima desta curva com uma linha reta, sendo:

$$dist = \frac{C^2 \cdot w}{8 \cdot F_i} \tag{4.18}$$

Podemos visualizar esta distância dist na Figura 4.7.

Figura 4.7 | Distância máxima em uma correia do lado bambo

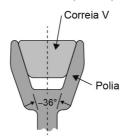


Fonte: elaborada pelo autor.

#### Correias em V

As correias em V se caracterizam por seu perfil ser trapezoidal e pelo contato da correia com a polia, que acontece somente nas laterais. A Figura 4.8 nos apresenta uma correia em V montada no canal da polia.

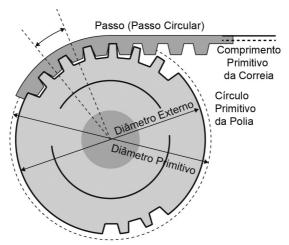
Figura 4.8 | Correia em V, montada na respectiva polia de canal único



Fonte: adaptada de Juvinall e Marshek (2016, p. 475).

A maioria das características referentes à correia em V é encontrada nos catálogos dos fabricantes, em diversos tipos de tabelas. Os cálculos que envolvem as correias em V estão relacionados ao "primitivo", que está localizado a uma certa altura do perfil da correia, que também depende da informação obtida nos catálogos dos fabricantes de correias. A Figura 4.9 nos apresenta algumas características de uma polia e correia sincronizadora.





Fonte: <a href="mailto:rhttp://www.expors.com.br/br/produtos.php?cod\_sub=62&cod\_cat=6">http://www.expors.com.br/br/produtos.php?cod\_sub=62&cod\_cat=6</a>. Acesso em: 14 ago. 2017.

Podemos apresentar o comprimento primitivo ( $L_p$ ) e a distância de centro a centro (C) com as equações:

$$L_p = 2 \cdot C + \frac{\pi \cdot (D+d)}{2} + \frac{(D-d)^2}{4 \cdot C}$$
 [4.19]

$$C = \left\{ \left[ L_{p} - \frac{\pi}{2} \cdot (D + d) \right] + \sqrt{\left[ L_{p} - \frac{\pi}{2} \cdot (D + d) \right]^{2} - 2 \cdot (D - d)^{2}} \right\}$$
 [4.20]

Em que  $L_p$  = comprimento (em mm) da correia em V no primitivo; C = distância de centro a centro (em mm); D = diâmetro da polia maior no primitivo (em mm); d = diâmetro da polia menor no primitivo (em mm).



Nesta seção, estudamos então três tipos de correias: as planas, as redondas e em V. Note que os tipos estão relacionados com o perfil transversal. Para as correias em V, é importante utilizarmos os cálculos na altura da linha primitiva, e esta linha é informada pelos catálogos de fabricantes.

Sempre teremos uma correia com um lado em tração e outro que chamamos de bambo. Em muitos casos, em que precisamos ter a garantia de existência da carga de tração inicial, adicionamos uma polia esticadora.

As correias em V podem ser aplicadas em polias com mais de um canal. A quantidade de canais está relacionada com a potência a ser transmitida e a capacidade de cada correia.

### Pesquise mais

Demais equações para cálculos de correias em V, podem ser consultadas no livro:

BUDYNAS, R.G.; NISBETT, J.K. Elementos mecânicos flexíveis. In: \_\_\_\_\_. Elementos de máquinas de Shigley. 10. ed. Porto Alegre: McGaw Hill Education, 2016. p. 863-917.

### Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, estamos em uma indústria fabricante de componentes de transmissão automotiva, na qual temos a utilização de vários tipos de polias e correias e se faz necessária a avaliação do dimensionamento dos tipos de polias e

correias. Deste modo, como exemplo de solução para esta SP, vamos aplicar as seguintes considerações de projeto de um determinado conjunto de polia e correia, sendo: em uma transmissão por correia plana, na qual temos uma distância entre os centros das polias de 5,0 m, temos uma relação de transmissão de 2:1, e uma largura da correia de 275 mm. A velocidade angular da polia motora é de 1500 rpm, e a potência que precisamos transmitir é de 45000 W. Assim, uma forma de avaliarmos se esta correia está adequada é confirmar se a potência calculada atinge o valor que precisamos transmitir, e com qual largura da correia essa potência será transmitida. Para efetuarmos os cálculos, precisamos ainda registrar as seguintes informações:

 $K_s=1,2:n_d=105$ ; d = 425 mm; correia de poliamida A-2, com t = 2,8mm e  $C_v$ 1, e de uma tabela de fabricante, obtemos:  $\gamma=10\,{\rm kN/m^3}$ ; f = 0,8;  $F_a=10\,{\rm kN/m}$ ;  $C_p=1$ .

Iniciando a resolução do problema proposto, temos que a relação de transmissão é 2:1, então, nosso diâmetro maior será:

$$D = 2 \cdot d = 2 \cdot 425 = 850 \, mm$$

Vamos considerar que a potência que precisamos transmitir seja determinante no cálculo, desse modo, devemos deixar a largura da correia como sendo uma variável.

$$(F_1)_a = b \cdot F_a \cdot C_p \cdot C_v = b \cdot 10000 \cdot 1 \cdot 1 = b \cdot 10000 N$$

$$H = K_s \cdot n_d \cdot H_{nom} = 1, 2 \cdot 1, 05 \cdot 45000 = 56700 W$$

$$T = \frac{H_{nom} \cdot K_s \cdot n_d \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{45000 \cdot 1, 2 \cdot 1, 05 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 1500} = 361N \cdot m$$

$$\theta_d = \pi - 2 \text{sen}^{-1} \left( \frac{D - d}{2 \cdot C} \right) = \pi - 2 \text{sen}^{-1} \cdot \left( \frac{850 - 425}{2 \cdot 5000} \right) = 3,057 \, \text{rad}$$

Vale ressaltar um ponto de atenção, pois o cálculo é feito com as medidas dos ângulos em radianos.

$$w = \gamma \cdot b \cdot t = 10000 \cdot b \cdot 0,0028 = b \cdot 28 \frac{N}{m}$$

$$V = \pi \cdot d \cdot \frac{rpm}{60} = \pi \cdot 0,425 \cdot \frac{1500}{60} = 33,38 \, \text{m/s}$$

$$F_c = \frac{w}{g} \cdot V^2 = \frac{b \cdot 28}{9,81} \cdot 33,38^2 = b \cdot 3180,25 N$$

$$[(F_1)_a - F_2] = \frac{2 \cdot T}{d} = \frac{2 \cdot 361}{0.425} = 1698,82 N$$

$$F_2 = (F_1)_a - [(F_1)_a - F_2] = b \cdot 10000 - 1698,82 N$$

$$F_i = \frac{(F_1)_s + F2}{2} - F_c = \frac{b \cdot 10000 + b \cdot 10000 - 1698,82}{2} - b \cdot 3180,25 = 6819,75 \cdot b - 849,41N$$

$$f' = \frac{1}{\theta} \cdot \ln \frac{(F_1)_a - F_c}{F_2 - F_c}$$

Adequando esta equação para facilitar os cálculos, temos:

$$f^{'} \cdot \theta = \ell n \frac{(F_1)_a - F_c}{F_2 - F_c} = \ell n \frac{b \cdot 10000 - b \cdot 3180,25}{b \cdot 10000 - 1698,82 - b \cdot 3180,25} = \ell n \frac{6819,75 \cdot b}{6819,75 \cdot b - 1698,82}$$

Para o valor de  $f' \cdot \theta = 0,8 \cdot 3,057 = 2,4456 \, rad$ , podemos então resolver o valor de b, assim b = 0,272 m, ou b = 272 mm. A correia existente é de 275 mm, e a largura está adequada.

Devemos também avaliar se a condição de atrito real está menor do que o atrito desta correia, que é de 0,8. Assim, substituindo os valores de b nas equações, obtemos:

$$F_c = \frac{w}{g} \cdot V^2 = \frac{0.275 \cdot 28}{9.81} \cdot 33.38^2 = 874.57 N$$

$$(F_1)_a = b \cdot F_a \cdot C_p \cdot C_v = 0.275 \cdot 10000 \cdot 1 \cdot 1 = 2750 N$$

$$F_2 = (F_1)_a - \lceil (F_1)_a - F_2 \rceil = 0,275 \cdot 10000 - 1698,82 N = 1051,18 N$$

$$F_i = \frac{(F_1)_a + F2}{2} - F_c = \frac{2750 + 1051,18}{2} - 874,57 = 1026,02N$$

$$f' = \frac{1}{\theta} \cdot \ln \frac{(F_1)_a - F_c}{F_2 - F_c} = \frac{1}{3,057} \cdot \ln \frac{2750 - 874,57}{1051,18 - 874,57} = 0,7729$$

Podemos, então, concluir que, ao determinarmos que a potência não poderá ser alterada, ou seja, mantendo a potência em 45000 W, a largura mínima da correia deve ser de 272 mm, e apesar de o coeficiente de atrito real estar muito próximo do coeficiente da correia, ainda assim está atendendo às condições estabelecidas no início de nossa SP.

### Avançando na prática

### Avaliando a deflexão de uma correia plana

### Descrição da situação-problema

Em uma empresa de usinagem de peças cilíndricas, existe um equipamento que utiliza um sistema de transmissão por polia e correia plana. Este sistema está com uma deflexão de 5 mm. Você foi contratado para avaliar qual é a deflexão mínima necessária para um ótimo funcionamento do sistema e verificar se a deflexão atual atende à deflexão ideal. Para resolver este problema, foi efetuado um levantamento de dados no local e registrado o seguinte:  $F_1$  = 2000N e  $F_2$  = 890N. A correia possui as seguintes características: material poliamida com t = 5,0 mm, b = 200 mm e  $\gamma$  = 10600  $\frac{N}{m^3}$ . Para a polia motora, tem-se um diâmetro de 300 mm e uma rotação de 600 rpm. Finalmente, foi verificado no local uma distância de 3000 mm entre as polias.

### Resolução da situação-problema

Primeiramente, calculamos o peso da correia por metro, sendo:

$$w = \gamma \cdot b \cdot t = 10600 \cdot 0, 2 \cdot 0,005 = 10,6 \%$$

Cálculo da velocidade:

$$V = \pi \cdot d \cdot \frac{rpm}{60} = \pi \cdot 0.3 \cdot \frac{600}{60} = 9.425 \, \text{m/s}$$

Cálculo de F<sub>c</sub>:

$$F_c = \frac{w}{g} \cdot V^2 = \frac{10.6}{9.81} \cdot 9,425^2 = 95,98 \, N$$

Agora, conseguimos calcular a carga inicial necessária, sendo:

$$F_i = \frac{F_1 + F_2}{2} - F_c = \frac{2000 + 890}{2} - 95,98 = 1349,02N$$

Finalmente, calculamos a deflexão da correia plana:

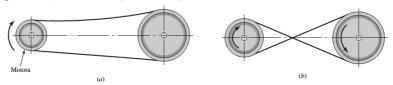
$$dist = \frac{C^2 \cdot w}{8 \cdot F_i} = \frac{3,0^2 \cdot 10,6}{8 \cdot 1349,02} = 0,00884 \, m$$

Podemos observar que a deflexão calculada é maior do que a deflexão existente (5 mm). Concluindo, temos que a transmissão está trabalhando de forma inadequada e será necessário ajustar para a deflexão calculada, sendo: 8,84 mm.

### Faça valer a pena

**1.** A Figura 4.10 (a) nos mostra uma montagem convencional, na qual a polia motora determina o sentido de giro da polia movida, e a (b) nos apresenta a reversão do sentido de giro, ou seja, a polia movida tem sentido contrário ao sentido da polia motora.

Figura 4.10 | Transmissão por correia plana ou redonda com e sem reversão.



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 864).

Considere as seguintes sentenças e julgue-as verdadeiras (V) ou falsas (F):

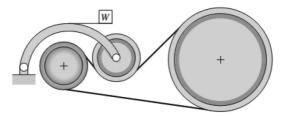
( ) Em uma montagem convencional, temos sempre um lado tenso e outro lado bambo.

- ( ) Na montagem cruzada representada pela figura (b) temos velocidades iguais na polia motora e na polia movida.
- ( ) A correia na disposição de montagem cruzada tem o mesmo perímetro quando temos a disposição de montagem aberta.

Assinale a alternativa que apresenta o julgamento correto das sentenças.

- a) F-V-V.
- b) V-F-F.
- c) F-F-F.
- d) V-V-V.
- e) V-V-F.
- **2.** A carga de tração inicial ( $F_i$ ) é muito importante para o funcionamento de uma transmissão por correia e normalmente desenvolvemos mecanismos para garantir esta carga inicial, para acomodar também o estiramento temporário ou permanente da correia. Na prática, é muito conhecido como polia esticadora ou de tracionamento. A figura a seguir nos apresenta uma solução para adicionarmos esta polia esticadora.

Figura 4.11 | Polia esticadora intermediária



Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 876).

A partir do texto-base, avalie as asserções a seguir e a relação proposta entre elas.

I) A polia esticadora pode ser colocada nos lados da correia, ou seja, no lado tenso ou no lado bambo

#### **PORQUE**

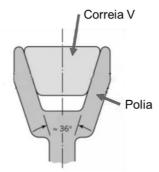
II) A curva que temos do lado bambo se aproxima de uma curva catenária, e assim a polia esticadora deve ser colocada somente deste lado.

A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.

- a) As asserções I e II são proposições falsas.
- b) A asserção I é uma proposição verdadeira e a asserção II é uma proposição falsa.
- c) A asserção I é uma proposição falsa e a asserção II é uma proposição verdadeira.
- d) As asserções I e II são proposições verdadeiras e a asserção II é uma

- justificativa correta da asserção I.
- e) As asserções I e II são proposições verdadeiras e a asserção II é uma justificativa correta da asserção I.
- **3.** As correias em V caracterizam-se por seu perfil ser trapezoidal e pelo contato da correia com a polia acontecer somente nas laterais. A figura nos apresenta uma correia em V montada em um canal da polia.

Figura 4.12 | Correia em V, montada na respectiva polia de canal único



Fonte: adaptada de Juvinall e Marshek (2016, p. 475).

Por que em correias em V, o apoio da correia na polia é somente nas laterais? Assinale a alternativa correta

- a) Caso ocorra o apoio no fundo do canal, a correia terá uma área de contato maior com a polia e isto vai aumentar o desgaste e diminuir a vida útil do conjunto.
- b) Caso ocorra o apoio no fundo do canal, teremos maior velocidade do que a calculada.
- c) O apoio no fundo do canal não altera nenhuma propriedade da transmissão.
- d) O apoio no fundo do canal vai provocar folga nas laterais e prejudicar a condição de atrito mínima.
- e) O apoio no fundo do canal diminui o desgaste da correia por maior atrito.

# Seção 4.2

### Correias; cabos de aço; eixos flexíveis

### Diálogo aberto

Estimado aluno, o conteúdo sobre elementos mecânicos flexíveis aplicados em correias sincronizadoras, correias de roletes, cabos de aços e eixos flexíveis é de enorme importância no projeto de mecanismos, pois a transferência de movimentos em sistemas mecânicos sempre será necessária, assim, o conhecimento de como aplicar estes elementos mecânicos torna-se indispensável.

Retomando o contexto de aprendizagem, temos uma indústria de autopeças, fabricante de componentes para transmissão automotiva, que contém um parque fabril muito diversificado e com vários equipamentos que utilizam os elementos mecânicos flexíveis.

Na situação-problema desta seção, iremos verificar se um elemento mecânico existente nesta indústria de autopeças está aplicado de forma correta, a fim de atender às especificações do projeto de um equipamento específico. Deste modo, será necessário entender os conceitos dos elementos mecânicos flexíveis e as características de projeto a serem estudadas. Assim, você precisa saber: o que é uma correia de sincronização e quais são as suas aplicações? O que são correias de rolete? O que são cabos de aço? O que são eixos flexíveis? Como dimensionar estes tipos de elementos? A partir desta SP, você deverá elaborar um relatório contendo todas as informações para se estabelecer um projeto adequado de um elemento mecânico flexível, para o caso apresentado.

Ao final desta seção, você terá condições de entender as correias sincronizadoras, as correias de roletes, os cabos de aço e os eixos flexíveis. O entendimento destes tópicos nesta seção é valioso para a continuidade desta disciplina.

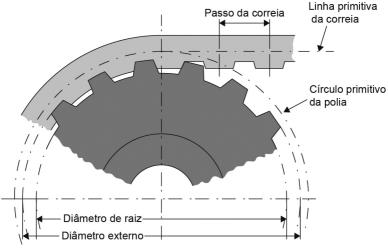
Muito bem! Vamos aos estudos!

### Não pode faltar

### Correias de sincronização

As correias de sincronização estão se tornando cada vez mais utilizadas na indústria, e sua característica principal é a transmissão de potência a uma razão de velocidade angular quase constante. A correia sincronizadora é fabricada normalmente com um tecido emborrachado revestido de outro tecido com *nylon* e fios de aço. Outra característica de destaque é que possui dentes que se encaixam nas ranhuras das polias, e isto é o que nos garante a velocidade angular constante. A Figura 4.13 nos apresenta um conjunto de polia e correia sincronizadora

Figura 4.13 | Polia e correia sincronizadora



Fonte: Budynasn e Nisbett (2016, p. 892).

Os dentes e ranhuras exigem a necessidade de uma tração incial para evitar o escorregamento, o que é uma vantagem. Estas correias têm um alto nível de eficiência, dentro do intervalo de 97% a 99%, portanto, não precisam de lubrificação e são muito silenciosas quando comparadas com as transmissões por corrente. Elas são aplicadas quando temos a necessidade de precisão de transmissão de rotação entre os eixos. Dependendo da distância entre os eixos das polias sincronizadoras, precisamos incluir um esticador para

manter o máximo número possível de dentes da correia em contato com a polia. Na Figura 4.14 a seguir, podemos visualizar um conjunto completo de correia sincronizadora, polias e esticadores.

Figura 4.14 | Conjunto polia e correia sincronizadoras



 $Fonte: \\ < http://www.dayco.com/stuff/contentmgr/files/0/93c1b05b4982053fb02e8f886c217158/images/revbio1.jpg>. \\ Acesso em: 5 ago. 2017. \\$ 

O processo de dimensionamento deste tipo de correias e polias é muito semelhante ao visto para correias em V, sendo que também existe uma vasta gama de informações nos catálogos de fabricantes de correias.

### Pesquise mais

Temos diversos fabricantes de correias sincronizadas, com seus respectivos métodos de cálculos para dimensionamento. Vale a pena consultá-los, por exemplo, em: <a href="http://www.gatesbrasil.com.br/">http://www.gatesbrasil.com.br/</a> processo-especialidades.php#42>. Acesso em: 5 ago. 2017.

De forma geral, encontramos cinco tipos de correias sincronizadoras em função do passo padronizado, sendo: extraleve, leve, pesado, extrapesado e duplamente extrapesado. Para escolhermos uma destas faixas, precisamos escolher um fabricante de correias e avaliar a potência, a distância entre centros e as velocidades envolvidas no projeto a ser elaborado.

#### Correntes de roletes

As correntes de roletes, também chamadas de correntes de rolos ou simplesmente de correntes, têm como características básicas: razão de velocidade angular constante, vida longa e a capacidade de acionar vários eixos a partir de uma única fonte de potência. A partir da Figura 4.15, podemos visualizar um conjunto de roda dentada e corrente

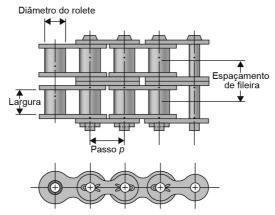
Figura 4.15 | Roda dentada e corrente



Fonte: <a href="https://www.rainbowprecisionproducts.com/images/categories/chain-sprocket-bushing-category.jpg">https://www.rainbowprecisionproducts.com/images/categories/chain-sprocket-bushing-category.jpg</a>. Acesso em: 5 ago, 2017.

As correntes de roletes foram padronizadas pela American National Santards Institute – ANSI. A Figura 4.16 nos apresenta uma nomenclatura parcial para corrente de roletes de fileira dupla.

Figura 4.16 | Nomenclatura de corrente de rolete de fileira dupla



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 893).

Da Figura 4.16, podemos verificar que o passo é a distância linear entre os centros dos roletes, a largura é o espaço entre as placas internas e estas correntes podem ser fabricadas em uma, duas, três ou quatro fileiras. Podemos observar algumas dimensões padronizadas na Tabela 4.1

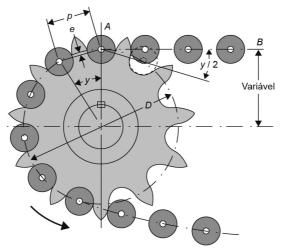
Tabela 4.1 | Dimensões de correntes de roletes padronizadas pela ANSI B29.1.1975.

Número de corrente ANSI	Passo, in (mm)	Largura, in (mm)	Resistência de tração mínima, lbf (N)	Peso médio, lbf/ft (N/m)	Diâmetro do rolete, in (mm)	Espaçamento de fileira dupla, in (mm)
25	0,250	0,125	780	0,09	0,130	0,252
	(6,35)	(3,18)	(3 470)	(1,31)	(3,30)	(6,40)
35	0,375	0,188	1 760	0,21	0,200	0,399
	(9,52)	(4,76)	(7 830)	(3,06)	(5,08)	(10,13)
41	0,500	0,25	1 500	0,25	0,306	_
	(12,70)	(6,35)	(6 670)	(3,65)	(7,77)	_
40	0,500	0,312	3 130	0,42	0,312	0,566
	(12,70)	(7,94)	(13 920)	(6,13)	(7,92)	(14,38)

Fonte: adaptada de Budynas e Nisbett (2016, p. 893).

Em função da geometria do conjunto roda dentada e corrente, como demonstrada na Figura 4.17, encontramos uma variação de velocidade chamada de variação da velocidade cordal.

Figura 4.17 | Engrenamento de uma corrente com uma roda dentada



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 894).

Essa variação da velocidade cordal pode ser calculada pela equação:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{v_{\text{max}} - v_{\text{min}}}{V} = \frac{\pi}{N} \cdot \left[ \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{180^{\circ}}{N}\right)} - \frac{1}{\text{tan}\left(\frac{180^{\circ}}{N}\right)} \right]$$
 [4.21]

Em que V = velocidade da corrente em m/min, N = número de dentes da roda dentada.

Uma das formas de dimensionarmos as correntes de roletes é por meio da determinação da potência nominal. A *Chains for Power Transmission and Materials Handling* (1982), estabelece para uma única fileira de corrente de roletes, as seguintes equações:

$$H_1 = 0.003 \cdot N_1^{1.08} \cdot n_1^{0.9} \cdot \left(\frac{p}{25.4}\right)^{\left(3-0.07\left(\frac{p}{25.4}\right)\right)}$$
 [4.22]

$$H_2 = \frac{746 \cdot K_r \cdot N_1^{1.5} \cdot \left(\frac{p}{25.4}\right)^{0.8}}{n_1^{1.5}}$$
 [4.23]

Em que  $H_1$  = potência nominal limitada pela placa de elo em kW;  $H_2$  = potência nominal limitada pelo rolete em kW;  $N_1$  = número de dentes na roda dentada menor;  $n_1$  = velocidade da roda dentada menor em rev/min, p = passo da corrente em mm;  $K_r$  = usamos o valor de 29 para correntes número 25 e 35, 3,4 para corrente 41, e 17 para as correntes de 40 a 240 (obs.: os números referenciados são baseados na norma ASME B29.1.2011.). Assim, quando determinamos os valores  $H_1$  e  $H_2$  devemos escolher o de menor valor e assim escolher o número da corrente apropriada nas tabelas ANSI.

Vamos determinar quais são as potências nominais para uma corrente de roletes número 40 a ser utilizada para uma aplicação em que temos as seguintes características: número de dentes da roda menor é 19, a velocidade da roda dentada menor é 1000 rev/min, passo 12,5 mm. Então, aplicamos as equações a seguir:

$$H_1 = 0,003 \cdot 19^{1.08} \cdot 1000^{0.9} \cdot \left(\frac{12.5}{25.4}\right)^{\left(3-0.07\left(\frac{12.5}{25.4}\right)\right)} = 4,42 \text{ kW}$$

$$H_2 = \frac{746 \cdot 17 \cdot 19^{1.5} \cdot \left(\frac{12.5}{25.4}\right)^{0.8}}{1000^{1.5}} = 18.84 \text{ kW}$$

A velocidade máxima para uma transmissão por corrente está limitada pelo atrito que ocorre entre o pino e a bucha. A partir de testes experimentais, temos a seguinte equação:

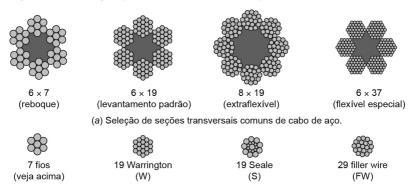
$$n_{1} \leq 1000 \cdot \left[ \frac{82,5}{7,95^{\left(\frac{\rho}{25,4}\right)} \cdot 1,0278^{N_{1}} \cdot 1,323^{\frac{F \cdot 0,2248}{1000}}} \right]^{\left(\frac{\rho}{25,4}\right) + 1,873}$$
 [4.24]

Em que: F = força de tração na corrente em (N).

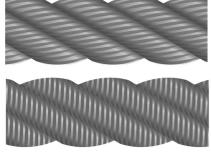
#### Cabos de aço

O cabo de aço pode ser danificado em função da carga, da velocidade e do ambiente, bem como pelo tipo, tamanho, tipo de construção e material selecionado para o cabo. O cabo de aço é fabricado torcendo em forma de hélice vários arames juntos para formar o que chamamos de perna, e depois torcendo várias pernas juntas para se formar o cabo. A Figura 4.18 nos apresenta alguns tipos de cabo de aço mais utilizados.

Figura 4.18 | Configurações comuns de cabos de aço



(b) Alguns dos padrões multiarames disponíveis. Combinação destes também são disponíveis.



Torção regular; os arames, nas pernas, são torcidos em direção oposta em que as pernas são torcidas para formar o cabo

Torção lang; os arames, nas pernas, são torcidos na mesma direção que as pernas são torcidas para formar o cabo

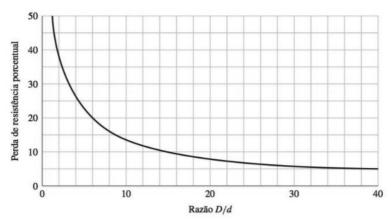
Fonte: Collins (2017, p. 620).

Quando o cabo é submetido à tração, os arames tendem a se esticar e as hélices têm uma tendência de apertar o cabo. As duas condições geram tensões de contato e movimentos de deslizamento relativo entre os arames. À medida que a carga é aplicada e o cabo é repetidamente flexionado em torno de tambores ou polias, as condições descritas podem induzir à falha por fadiga de carregamento axial de tração, fadiga de carregamento fletor, fadiga de desgaste superficial, desgaste por atrito, escoamento ou mesmo a ruptura. Como a principal utilização do cabo de aço é o levantamento ou suporte de cargas, devemos, então, para selecionarmos um cabo de aço de forma apropriada, utilizar equações que envolvam carga e fatores de segurança.

Outro ponto a ser considerado é a razão entre o diâmetro do tambor ou polia (D) com o diâmetro do cabo (d). Quanto maior for o número desta razão, menor a perda de resistência percentual. A

Figura 4.19 nos apresenta a perda de resistência percentual em função da razão dos diâmetros do tambor e do cabo.

Figura 4.19 | Perda percentual de resistência em função da razão dos diâmetros do tambor e cabo



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 904).

Devemos então considerar que os cabos de aço são ideais para aplicações em que temos apenas as solicitações de carga e flexão e jamais torção.



A aplicação de cabos de aço é muito utilizada em elevadores de carga e também em elevadores residenciais. Como a aplicação de cabos de aço pode ser justificada com a melhor escolha para a aplicação em elevadores?

#### Eixos flexíveis

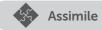
Os eixos flexíveis são construídos com uma a doze camadas de arames curvados em forma de hélice, enrolados em torno de um mandril de arame, alternando a direção da hélice a cada camada sucessiva. A direção de torção de um eixo flexível é determinada pela direção do arame curvado em hélice na camada mais externa. A Figura 4.20 nos permite visualizar alguns modelos de eixos flexíveis.

Figura 4.20 | Alguns modelos de eixos flexíveis



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 911).

Existem dois tipos principais de eixos flexíveis: o eixo de potência motora, para transmissão de potência em uma única direção, e o eixo de controle manual para a transmissão de movimento em mais de uma direção.



A principal característica das correias sincronizadoras é transmitir potência sem variação significativa na velocidade angular. As correntes de roletes apresentam um nível muito maior de potência comparadas com as polias sincronizadoras. Os cabos de aço, por sua vez, são aplicados para cargas de tração e flexão, mas não admitem torção, finalmente, os eixos flexíveis permitem uma certa flexão e torção, mas apenas em um único sentido de rotação ou apenas para deslocamentos no sentido axial.

#### Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, em uma indústria de autopeças, você, atuando como um profissional da área de manutenção, precisa elaborar um relatório com as características de

projeto, para um elemento mecânico flexível que é aplicado em um equipamento da empresa.

Deste modo, como exemplo de solução para esta SP, vamos aplicar as seguintes considerações de projeto: corrente existente AISI 35, roda dentada menor com 19 dentes, potência sendo transmitida 2kW, rotação 900 rev/min, carga de tração da corrente 35000 N. Como este equipamento está com quebra constante da corrente, precisamos avaliar se a corrente atual atende a essa potência e rotação utilizadas.

#### Solução:

Vamos, em primeiro lugar, avaliar a potência nominal limite pela placa do elo  $(H_1)$  e depois a potência nominal limitada pelo rolete  $(H_1)$ . Da Tabela 4.1 obtemos o valor do passo p = 9,52 mm para a corrente AISI 35, então:

$$H_1 = 0,003 \cdot 19^{1.08} \cdot 900^{0.9} \cdot \left(\frac{9,52}{25,4}\right)^{\left(3-0.07 \cdot \left(\frac{9,52}{25,4}\right)\right)} = 1,78 \, kW$$

$$H_2 = \frac{746 \cdot 29 \cdot 19^{1.5} \cdot \left(\frac{9.52}{25.4}\right)^{0.8}}{900^{1.5}} = 30,27 \, kW$$

Calculando a rotação:

$$n_1 \leq 1000 \cdot \left[ \frac{82,5}{7,95^{\left(\frac{9,52}{25,4}\right)} \cdot 1,0278^{19} \cdot 1,323^{\frac{35000 \cdot 0,2248}{1000}}} \right]^{\frac{1}{\left(1,59 \cdot \log\left(\frac{9,52}{25,4}\right) + 1,873\right)}} = 2145,52 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

A rotação está adequada, pois a utilizada é menor do que a calculada.

Como a potência limitada pela placa do elo é menor que a potência que está sendo transmitida, essa corrente não atende a esta aplicação, demonstrando assim o porquê da quebra constante. Deste modo, precisamos sugerir a troca da corrente atual para uma outra mais adequada, então, como os valores calculados para a corrente de número 35 não atendem aos requisitos necessários para um

funcionamento satisfatório, devemos selecionar uma outra corrente usando a Tabela 4.1. No caso, selecionamos a próxima (corrente de número 40) e refazemos os cálculos, sendo:

$$H_1 = 0,003 \cdot 19^{1.08} \cdot 900^{0.9} \cdot \left(\frac{12.7}{25.4}\right)^{\left(3 - 0.07 \left(\frac{12.7}{25.4}\right)\right)} = 4,21 \text{kW}$$

$$H_2 = \frac{746 \cdot 17 \cdot 19^{1.5} \cdot \left(\frac{12.7}{25.4}\right)^{0.8}}{900^{1.5}} = 22,34 \, kW$$

Podemos, então, concluir sobre o aspecto de potência transmitida de 2 kW, que será suportada pela corrente AISI número 40, pois é inferior a  $H_1$  e  $H_2$ .

Precisamos ainda avaliar se a rotação atende ao critério a seguir, e já poderemos adotar o valor da nova corrente determinada no cálculo da potência. Assim, usamos:

$$n_1 \le 1000 \cdot \left[ \frac{82,5}{7,95^{\left(\frac{p}{25,4}\right)} \cdot 1,0278^{N_1} \cdot 1,323^{\frac{F \cdot 0,2248}{1000}}} \right]^{\left(\frac{p}{25,4}\right) + 1,873}$$

substituindo os valores:

$$n_1 \le 1000 \cdot \left[ \frac{82,5}{7,95^{\left(\frac{12,7}{25,4}\right)} \cdot 1,0278^{19} \cdot 1,323^{\frac{35000 \cdot 0,2248}{1000}}} \right]^{\frac{1}{\left(1,59 \cdot \log\left(\frac{12,7}{25,4}\right) + 1,873\right)}} = 1597,24 \frac{rev}{min}$$

Como a rotação atual é 900 rev/min, e a calculada é de 1597,24 rev/min, a rotação atende ao critério da equação.

Optamos aqui por alterar o tamanho da corrente para resolver a questão da potência, mas existem outras possibilidades, tais como: aumentar o número de fileiras de corrente, reduzir a potência necessária, alterar as rotações, alterar os diâmetros da roda dentada.

Independentemente do caminho a ser escolhido para a solução, sempre deveremos verificar o impacto da alteração e avaliar se atende aos requisitos de projeto. Devemos ter em mente também a questão de custos e prazos para implementar a modificação proposta, caso tenhamos mais de uma solução possível.

#### Avançando na prática

#### Transmissão de velocidade angular com precisão

#### Descrição da situação-problema

Em uma empresa fabricante de equipamentos especiais, existe uma aplicação (mesa posicionadora ou mesa divisora) que exige uma transmissão de potência de um eixo para outro com alta precisão da manutenção da velocidade angular. Após algumas análises, duas alternativas precisam ser avaliadas para definirmos qual é a melhor opção. Temos a alternativa de aplicação de correia sincronizadora com eficiência de 97% na transmissão de velocidade angular, e a alternativa de corrente de roletes com uma roda dentada de 21 dentes. A velocidade angular que precisamos transmitir é de 1750 rev/min. Avaliar e apresentar a melhor alternativa.

#### Resolução da situação-problema

Para a correia sincronizadora, como temos uma eficiência de transmissão da velocidade angular de 97%, então, teremos a possibilidade de 3% de campo de variação, sendo:

$$1750 \cdot 3\% = 52,5 \frac{rev}{min}$$

Para a corrente, temos que avaliar a questão da variação da velocidade cordal, sendo:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{v_{\text{max}} - v_{\text{min}}}{V} = \frac{\pi}{21} \cdot \left[ \frac{1}{sen\left(\frac{180^{\circ}}{21}\right)} - \frac{1}{tan\left(\frac{180^{\circ}}{21}\right)} \right] = 0,01121$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,01121 \Rightarrow \Delta V = V \cdot 0,01121$$

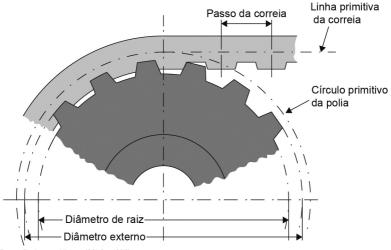
$$\Delta V = 1750 \cdot 0,01121 = 19,62 \frac{rev}{min}$$

Assim podemos optar pela alternativa que contém a menor variação de velocidade angular. Então, a melhor alternativa é optarmos pela corrente de roletes.

### Faça valer a pena

**1.** As correias de sincronização estão se tornando cada vez mais utilizadas na indústria, e sua característica principal é a transmissão de potência a uma razão de velocidade angular constante. A correia sincronizadora é fabricada normalmente com um tecido emborrachado revestido de outro tecido com *nylon* e fios de aço. Outra característica de destaque é que possui dentes que se encaixam nas ranhuras das rodas dentadas, e isto é o que nos garante a velocidade angular constante. A figura a seguir apresenta um conjunto de rodas dentadas e correia sincronizadora.

Figura 4.13 | Polia e correia sincronizadora



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 892).

Sobre o texto-base, considere as seguintes sentenças e julgue-as verdadeiras (V) ou falsas (F):

- ( ) Apesar de termos os dentes na correia e as ranhuras na polia, ainda assim a transmissão da velocidade angular não tem 100% de precisão.
- ( ) As correias sincronizadoras precisam de lubrificação esporadicamente, em função dos dentes e ranhuras.
- ( ) As correias sincronizadoras são muito mais silenciosas quando comparamos com as correntes de roletes.

Com base na sequência das afirmações, marque a alternativa que contém a ordem correta.

- a) V-V-V.
- b) V-F-F.
- c) F-F-F.
- d) V-F-V.
- e) F-V-V.
- **2.** Tem-se que o cabo de aço pode ser danificado em função da carga, da velocidade, do ambiente, bem como pelo tipo, tamanho, tipo de construção e material selecionado para o cabo. O cabo de aço é fabricado torcendo em forma de hélice vários arames juntos para formar o que chamamos de perna, e depois torcendo várias pernas juntas para se formar o cabo.

A partir do texto, avalie as asserções a seguir e a relação proposta entre elas.

- I. A fabricação do cabo de aço é feita a partir de vários arames de diâmetros diferentes, ajudando assim no processo de torção do cabo. POIS
- II. O cabo de aço é flexível e pode ser enrolado em tambores ou polias. A respeito dessas asserções, assinale a opção correta.
- a) As asserções I e II são proposições falsas.
- b) A asserção I é uma proposição verdadeira e a asserção II é uma proposição falsa.
- c) A asserção I é uma proposição falsa e a asserção II é uma proposição verdadeira.
- d) As asserções I e II são proposições verdadeiras, e a asserção II é uma justificativa correta da asserção I.
- e) As asserções I e II são proposições verdadeiras mas a asserção II não é uma justificativa correta da asserção I.
- **3.** Uma das formas de dimensionarmos as correntes de roletes é por meio da determinação da potência nominal. A *Chains for Power Transmission and Materials Handling* (1982) estabelece para uma única fileira de corrente de roletes as seguintes equações:

$$H_1 = 0,003 \cdot N_1^{1.08} \cdot n_1^{0.9} \cdot \left(\frac{p}{25,4}\right)^{\!\!\left(3-0.07 \cdot \left(\frac{p}{25,4}\right)\right)}$$

$$H_2 = \frac{746 \cdot K_r \cdot N_1^{1.5} \cdot \left(\frac{p}{25,4}\right)^{0.8}}{n_1^{1.5}}$$

Em que:  $H_1$  potência nominal limitada pela placa de elo em kW;  $H_2$  = potência nominal limitada pelo rolete em kW;  $H_2$  número de dentes na roda dentada menor;  $n_1$  velocidade da roda dentada menor em rev/min, p = passo da corrente em mm;  $K_r$  usamos o valor de 29 para correntes número 25 e 35, 3,4 para corrente 41, e 17 para as correntes de 40 a 240 (obs.: os números referenciados são baseados na norma AISI B29.1.1975). Avaliando as potências nominais  $H_1$  e  $H_2$ , com a roda dentada com menos de 21 dentes, uma rotação de 1000 rev/min e  $K_r$  = 17, a partir de qual tamanho de passo da corrente teremos  $H_1 > H_2$ ?

- a) Igual ou maior que 22 mm.
- b) Igual ou maior que 25 mm.
- c) Iqual ou maior que 24 mm.
- d) Igual ou maior que 23 mm.
- e) Igual ou maior que 21 mm.

# Seção 4.3

### Projeto de eixos não flexíveis

#### Diálogo aberto

Caro aluno, o conteúdo desta seção aborda o estudo dos eixos não flexíveis que são de fundamental importância em qualquer projeto de sistemas mecânicos que envolva a transmissão de potência a uma determinada rotação. Deste modo, vamos estudar o projeto de eixos não flexíveis, os materiais e disposições de eixos não flexíveis, como dimensionar um eixo pelo método de análise de tensões e as velocidades críticas de eixos não flexíveis. O eixo não flexível é um dos elementos de máquinas mais utilizados em motores de combustão interna, em redutores de velocidade, máquinas de usinagem etc., pois quando temos rotação em máquinas, teremos sempre a aplicação de eixos não flexíveis.

Voltando ao contexto de aprendizagem, estamos focados em uma indústria de autopeças, fabricante de componentes de transmissão automotiva, que contém um parque fabril muito diversificado, com vários equipamentos em uso há mais de 15 anos. Estes equipamentos têm vários tipos diferentes de mecanismos de transmissão de potência e rotação.

Neste contexto, a situação-problema desta seção envolve a aplicação dos conceitos de projeto de eixos não flexíveis e você, aluno, irá atuar como um profissional da área de projetos para dimensionar e avaliar os diversos tipos de eixos não flexíveis, a fim de utilizá-los em conjunto com outros elementos de máquinas já vistos em outras seções. Quando falamos em dimensionar e avaliar, estamos focados na determinação do diâmetro do eixo a ser projetado. Também será necessário verificar se temos condições de aumentar a velocidade de rotação sem atingir a velocidade crítica deste eixo. Assim, como dimensioná-los? Como a velocidade pode se tornar crítica no projeto destes eixos? Desta maneira, você poderá realizar o levantamento destes tipos de eixos, dimensionando-os de forma correta, sugerindo ou não sua troca por outros de dimensões e/ou materiais diferentes.

Para desenvolvermos esta SP, temos a necessidade de aprender sobre os projetos de eixos não flexíveis, os materiais e a disposição do eixo, o projeto do eixo por tensão e sobre as velocidades críticas de eixos.

Finalizando, temos que a importância desta seção está muito clara, pois aplicando de forma correta os eixos não flexíveis, evitamos custos desnecessários com trocas, mal funcionamento e principalmente melhorando a vida útil do conjunto de transmissão de potência e rotação.

Vamos aos estudos!

#### Não pode faltar

#### Projeto de eixos não flexíveis

Podemos descrever o eixo não flexível, ou simplesmente eixo, como um elemento rotativo, que normalmente tem seção circular e é usado para transmitir potência e/ou movimento. Apesar de chamarmos de eixo não flexível, devemos ter em mente que estamos nos referindo a eixos que podem ter uma certa deflexão, porém, somente na fase elástica do material, ou seja, o eixo pode ter uma deformação desde que ela não seja permanente. Existe também o eixo fixo, que não se move, sendo que o seu dimensionamento poderá ser efetuado como se fosse uma viga estática. O foco deste estudo serão os eixos que tenham transmissão de potência e rotação, pois estão sujeitos a carregamento de fadiga.

Os eixos podem conter uma secção transversal constante ou não ter ranhuras ou rasgos de chavetas, roscas, furos transversais etc. A Figura 4.21 nos apresenta um tipo de eixo.





 $\label{lem:fonte:state:fonte$ 

Quando estamos projetando um eixo, devemos ter em mente que existe uma interdependência muito grande com o projeto de componentes que serão agregados ao eixo. Portanto, nesta seção, vamos estudar o projeto do eixo incluindo a seleção de material, a disposição geométrica, as tensões envolvidas no projeto e as velocidades de uso.

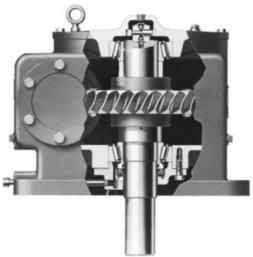
#### Materiais e disposição do eixo

Para a determinação do material a ser aplicado em um eixo, devemos nos ater ao aspecto da resistência necessária às tensões de carregamento. Um dos materiais mais utilizados na fabricação de eixos é o aço, sendo que seleciona-se, normalmente, aços de baixo carbono e de baixa liga (em função do baixo custo), tais como os aços AISI 1020 – 1050. Assim, se precisarmos de características de resistência mais elevada, poderemos usar outros aços-liga (mais caros), tais como AISI 4140, 4340, 5140, e 8650.

O processo de fabricação irá nos apresentar características mecânicas diferentes, que devem ser analisadas no projeto do eixo, tais como forjamento, fundição, tratamentos térmicos, conformação superficial etc. Deste modo, devemos entender quais serão as necessidades de resistência do eixo, para podermos determinar o melhor tipo de material e processo em sua fabricação.

A disposição do eixo para montagem dos elementos, por exemplo, polias, mancais, engrenagens, deve ser especificada antes de iniciarmos o projeto do eixo em si. Assim, conseguiremos saber como elaborar os diagramas de esforços cisalhantes e momentos, que normalmente resulta na utilização de eixos escalonados, ou seja, com diâmetros diferentes ao longo do seu comprimento. A Figura 4.22 apresenta um eixo de um redutor de velocidades, montado com vários elementos.

Figura 4.22 | Redutor de velocidades com alguns elementos montado em um eixo escalonado



Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 348).



Reflita

Podemos entender que um eixo não flexível deve ser considerado como um elemento indispensável em todo e qualquer sistema mecânico? Sua função principal será a de suportar elementos mecânicos?

A disposição de elementos de máquinas, ao longo do eixo, ou seja, ao longo do sentido axial, também deve ser avaliada em seu projeto, pois certamente influencia na distribuição de cargas e, consequentemente, no dimensionamento do eixo. A disposição de rasgos de chavetas, estrias, roscas, furos, com a função de ajudar no acoplamento de outros elementos ao eixo, normalmente influencia no dimensionamento do eixo submetido à torção.

Finalmente, temos que a montagem e desmontagem de elementos mecânicos ao eixo exige geralmente a inclusão de rebaixos, furos ou rasgos na superfície do eixo, e também uma avaliação da influência dos elementos mecânicos montados ao eixo.

#### Projeto do eixo por tensão

Para dimensionarmos um eixo, devemos avaliá-lo em primeiro

lugar, conhecendo todos os elementos mecânicos que estão associados e elaborar um diagrama de corpo livre, demonstrando tensões, torções e momentos fletores aos quais o eixo é submetido. Com isto em mãos, poderemos aplicar equações para determinar um fator de segurança (n) e depois o diâmetro (d) do eixo, ou vice-versa. Sempre teremos que adotar um e verificar se o valor está adequado às necessidades do projeto, o que exige experiência do projetista. Uma forma de trabalharmos será adotar o fator de segurança e depois calcularmos o diâmetro do eixo. Como em cada local do eixo poderemos ter um nível de carregamento diferente, então, poderemos ter diâmetros diferentes em um mesmo eixo.

Existem várias equações com abordagens diferentes para a determinação do fator de segurança e do diâmetro, sendo que iremos usar a equação DE-Goodman, que apresenta uma condição de solução para a maioria dos casos. Para a determinação do fator de segurança, temos:

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi \cdot d^3} \cdot \left\{ \frac{1}{S_e} \cdot \left[ 4 \cdot (K_f \cdot M_a)^2 + 3 \cdot (K_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \cdot \left[ 4 \cdot (K_f \cdot M_m)^2 + 3 \cdot (K_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$
 [4.25]

E para a determinação do diâmetro, temos

$$d = \left(\frac{16 \cdot n}{\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{S_e} \cdot \left[ 4 \cdot (K_f \cdot M_a)^2 + 3 \cdot (K_{fs} \cdot T_a)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \cdot \left[ 4 \cdot (K_f \cdot M_m)^2 + 3 \cdot (K_{fs} \cdot T_m)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right]^{\frac{1}{3}} \quad [4.26]$$

Em que  $M_a$  e  $M_m$  são os momentos fletores alternantes e médios, respectivamente, em (N.m);  $T_a$  e  $T_m$  são os torques alternantes e médios, respectivamente em (N.m);  $K_f$  e  $K_{fc}$  = 1,5 são os fatores de concentração de tensão de fadiga para flexão e torção, respectivamente, e adimensionais;  $S_e$  é o limite de resistência em (MPa);  $S_{ut}$  é a resistência última de tração em (MPa); n é o fator de segurança e d é o diâmetro da seção em metros.

Para o cálculo do limite de resistência ( $S_e$ ), utilizamos a seguinte equação:

$$S_{\mathbf{p}} = \mathbf{k}_{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{S}_{\mathbf{p}}^{'} \tag{4.27}$$

Em que  $K_a$  é o fator de modificação de condição de superfície; é o limite de resistência de espécime de teste em viga rotativa, em (MPa).

Para o fator de modificação de condição de superfície, usaremos a seguinte equação:

$$k_a = a \cdot S_{ut}^b \tag{4.28}$$

Em que os coeficientes a e b, são apresentados na Tabela 4.2, a seguir:

Tabela 4.2 | Coeficientes do fator de modificação de superfície

Acabamento superficial	Fato S <sub>ut</sub> ,kpsi	r <i>a</i> S <sub>ut</sub> ,MPA	Expoente b
Retificado	1,34	1,58	-0,085
Usinado ou laminado a frio	2,70	4,51	-0,265
Laminado a quente	14,4	57,7	-0,718
Forjado	39,9	272,	-0,995

Fonte: Budynas e Nisbett (2016, p. 291).

**Exemplificando** 

Para visualizarmos uma forma de encontrar os coeficientes do fator de modificação de superfície, vamos determiná-lo para a condição de  $S_{ut}$  = 300 MP em um material com um acabamento superficial tipo retificado. Então, usando a Tabela 4.2 temos:

$$k_a = a \cdot S_{ut}^b \implies k_a = 1,58 \cdot 300^{-0,085} = 0,97$$

Finalmente, para o limite de resistência de espécime de teste em viga rotativa, temos que:

$$S_{e}' = 0.5 \cdot S_{ut}$$
 [4.29]

#### Velocidades críticas de eixos

Chamamos de velocidade crítica quando um eixo se torna instável em certas velocidades, com deflexões aumentando, causando grandes vibrações.

O eixo tem uma velocidade crítica por causa de sua própria massa. Os acessórios fixados a um eixo têm velocidade crítica muito menor do que a velocidade do eixo, e quando um eixo é simples, ou seja, contém uma seção de diâmetro uniforme, podemos expressar a velocidade crítica com uma equação simples, sendo:

$$\omega_1 = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m}} = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot E \cdot I}{A \cdot \gamma}}$$
 [4.30]

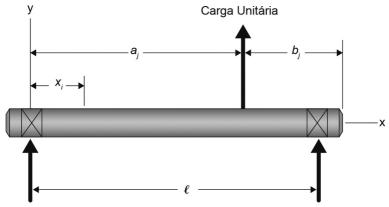
Em que  $\omega_1$  é a velocidade crítica em (rad/s); E é o módulo de elasticidade; I é o momento de inércia; m é a massa por unidade de comprimento, A é a área de seção transversal, g é a aceleração da gravidade e  $\gamma$  é o peso específico. Quando temos outros elementos mecânicos (acessórios) fixados no eixo, usamos o método de Rayleigh para as massas distintas de cada elemento, então, temos:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g \cdot \sum w_i \cdot y_i}{\sum w_i \cdot y_i^2}}$$
 [4.31]

Em que  $W_i$  é o peso do acessório na i-ésima posição, e  $y_i$  é a deflexão na i-ésima posição no corpo.

Esta equação [4.31] superestima a condição de velocidade crítica. Como sabemos que estamos trabalhando com um eixo com um corpo elástico, podemos usar os coeficientes de influência. O coeficiente de influência é a medida da deflexão transversal na posição  $X_i$  em um eixo, a fim de obtermos uma carga equivalente única. A Figura 4.23 nos demostra a deflexão na posição  $X_i$  em um eixo.

Figura 4.23 | Representação de uma deflexão i como carga unitária em um eixo



Fonte: adaptada de Budynas (2016, p. 370).

Para uma viga simplesmente apoiada, como apresentado na Figura 4.23, temos:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \frac{b_j \cdot x_i}{6 \cdot E \cdot I \cdot \ell} \cdot \left(\ell^2 - b_j^2 - x_i^2\right) & x_i \leq a_j \\ \frac{a_j \cdot \left(\ell - x_i\right)}{6 \cdot E \cdot I \cdot \ell} \cdot \left(2 \cdot \ell \cdot x_i - a_j^2 - x_i^2\right) & x_i > a_j \end{cases}$$

$$(4.32)$$

Em que  $\delta_{_{ij}}$  é o coeficiente de influência na posição i e j-ésima.

Como exemplo, se temos três acessórios montados no eixo, com peso w, então, estes podem ser dispostos como o apresentado na Figura 4.24.

Figura 4.24 | Disposição dos coeficientes de influência para três acessórios no eixo

		Ĺ	
i	1	2	3
1	$\delta_{_{11}}$	$\delta_{_{12}}$	$\delta_{_{13}}$
2	$\delta_{_{21}}$	$\delta_{_{22}}$	$\delta_{23}$
3	$\delta_{_{31}}$	$\delta_{_{32}}$	$\delta_{33}$

Fonte: adaptada de Budynas (2016, p. 370).

Podemos, então, encontrar a deflexão em cada posição do acessório para o exemplo com três posições, sendo:

$$y_{1} = F_{1} \cdot \delta_{11} + F_{2} \cdot \delta_{12} + F_{3} \cdot \delta_{13}$$

$$y_{2} = F_{1} \cdot \delta_{21} + F_{2} \cdot \delta_{22} + F_{3} \cdot \delta_{23}$$

$$y_{3} = F_{1} \cdot \delta_{31} + F_{2} \cdot \delta_{32} + F_{3} \cdot \delta_{33}$$
[4.33]

Podemos substituir na equação [4.33] o peso w, no lugar da força F, então:

$$y_{1} = W_{1} \cdot \delta_{11} + W_{2} \cdot \delta_{12} + W_{3} \cdot \delta_{13}$$

$$y_{2} = W_{1} \cdot \delta_{21} + W_{2} \cdot \delta_{22} + W_{3} \cdot \delta_{23}$$

$$y_{3} = W_{1} \cdot \delta_{31} + W_{2} \cdot \delta_{32} + W_{3} \cdot \delta_{33}$$
[4.34]

Assim, temos todos os dados para obter a velocidade crítica de um eixo pelo método de Rayleigh.



Um eixo não flexível deve ser considerado um elemento que contém deflexões não permanentes, ou seja, o corpo está na fase elástica. Os materiais devem ser determinados em função dos carregamentos e seus respectivos tipos (flexão, torção, tensões etc.). Temos também que o tipo de processo de fabricação influencia na escolha do material, sendo que a grande maioria de eixos é fabricada em aço e suas ligas.

A disposição de carregamentos no eixo também influencia no projeto do eixo. Como todo eixo tem massa, e trabalhamos com o corpo na fase elástica, temos que determinar a velocidade crítica, para que não tenhamos vibrações e/ou deformações permanentes.

Finalizando, existem outros métodos de cálculo para a velocidade crítica de eixos, mas a que apresentamos aqui oferece um fator de segurança elevado e certamente o dimensionamento do eixo será seguro para a maioria dos sistemas mecânicos em que se aplicam.

### Pesquise mais

O autoestudo ajuda o aluno a entender os conceitos aprendidos quando aplicados em outras situações. Veja no artigo indicado a seguir e também em outros que você encontre por meio de pesquisas e entenda um pouco mais sobre projeto e dimensionamento de eixos.

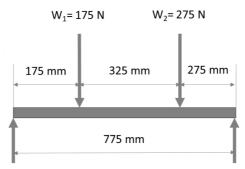
SILVA, D. F. R. da. et al. Análise teórica do dimensionamento de uma caixa redutora de transmissão para veículo minibaja. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 6., 2010. **Anais...** Campina Grande: ABCM, 2010. Disponível em: <a href="http://www.abcm.org.br/anais/conem/2010/PDF/CON10-2177.pdf">http://www.abcm.org.br/anais/conem/2010/PDF/CON10-2177.pdf</a>>. Acesso em: 14 set. 2017.

#### Sem medo de errar

Retomando o contexto de aprendizagem, em uma indústria de autopeças, você, atuando como um profissional especializado em dimensionamento de eixos não flexíveis, precisa realizar uma avaliação de um sistema atual, em que será necessário verificar se temos condições de aumentar a velocidade de rotação sem atingir a velocidade crítica deste eixo.

Assim, como exemplo de solução para esta SP, vamos aplicar as seguintes considerações de projeto: temos um eixo com seção uniforme de diâmetro de 30 mm, com um comprimento de 775 mm, velocidade atual do eixo de 145 rad/s, o eixo é maciço e feito de aço com E = 207000  $^{N}/_{MM^2}$  e dois acessórios alocados com os respectivos pesos e distâncias apresentados no diagrama de corpo livre apresentado a seguir:

Figura 4.25 | Diagrama de corpo livre



Fonte: elaborada pelo autor.

Em que  $W_1$  e  $W_2$  representam os pesos aplicados em um eixo.

Precisamos aumentar a velocidade do eixo para  $170^{\text{rad}}/_{\text{s}}$ , pois assim, iremos obter o máximo rendimento do equipamento.

Para encontrarmos a velocidade crítica atual deste eixo, vamos calcular os coeficientes de influência e o momento de inércia (I) para um eixo maciço, sendo:

$$I = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^4 = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^4 = 39760,78 \text{ mm}^4$$

Então, aplicando as equações de coeficientes de influência para dois acessórios, temos:

$$\delta_{ij} = \left\{ \frac{b_j \cdot x_i}{6 \cdot E \cdot I \cdot \ell} \cdot \left( \ell^2 - b_j^2 - x_i^2 \right) \right. \qquad x_i \le a_j$$

Então:

$$\delta_{11} = \frac{600 \cdot 175 \cdot \left(775^2 - 600^2 - 175^2\right)}{6 \cdot 207000 \cdot 39760, 78 \cdot 775} = 0,00058 \, \frac{mm}{N}$$

$$\delta_{22} = \frac{275 \cdot 500 \cdot \left(775^2 - 275^2 - 500^2\right)}{6 \cdot 207000 \cdot 39760, 78 \cdot 775} = 0,00099 \, \text{mm/N}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{275 \cdot 175 \cdot \left(775^2 - 275^2 - 175^2\right)}{6 \cdot 207000 \cdot 39760, 78 \cdot 775} = 0,00062 \frac{mm}{N}$$

Com estes valores dos coeficientes de influência, conseguimos calcular as deflexões, sendo:

$$y_1 = w_1 \cdot \delta_{11} + w_2 \cdot \delta_{12} = 175 \cdot 0,00058 + 275 \cdot 0,00062 = 0,272 \, mm$$

$$y_2 = w_1 \cdot \delta_{21} + w_2 \cdot \delta_{22} = 175 \cdot 0,00062 + 275 \cdot 0,00099 = 0,381 mm$$

Temos a equação da velocidade crítica como:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g \cdot \sum w_i \cdot y_i}{\sum w_i \cdot y_i^2}}$$

Então, temos:

$$\sum w_i \cdot y_i = 175 \cdot 0,272 + 275 \cdot 0,381 = 152,38 \ N \cdot mm$$

$$\sum w_i \cdot y_i^2 = 175 \cdot 0,272^2 + 275 \cdot 0,381^2 = 52,87 \ \textit{N} \cdot \textit{mm}^2$$

Finalmente, calculando a velocidade crítica:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{9810 \cdot 152,38}{52,87}} = 168,15 \frac{rad}{s}$$

Como precisamos aplicar este eixo para trabalhar com a velocidade de  $170^{\text{rad}/\text{s}}$ , e o resultado encontrado de  $168,15^{\text{rad}}/\text{s}$ , apreendemos que o eixo não poderá atingir a velocidade desejada, pois se isto acontecesse, teríamos vibrações indesejadas no eixo que, consequentemente, seriam transmitidas a todo o conjunto de elementos mecânicos.

#### Avançando na prática

#### Dimensão de um eixo de um moto-redutor

#### Descrição da situação-problema

Em uma empresa fabricante de moto-redutores, em um redutor existente (redutor tipo coroa sem fim) precisamos avaliar se ele atende à característica de um fator de segurança de 1,5. Devemos então avaliar e apresentar os resultados. Após um levantamento dos dados existentes, temos as seguintes características: diâmetro 40 mm, com acabamento superficial usinado, os momentos  $M_a = M_m = 125$  N.m, os torques  $T_a = T_m = 110$  N.m, o valor de  $S_{at}$  302 MPa.

#### Resolução da situação-problema

Devemos, em primeiro lugar, calcular os fatores para equação:  $S_e = k_a \cdot S_e'$ , então:

$$k_a = a \cdot S_{ut}^b$$

Da Tabela 4.2, obtemos para um eixo com a superfície usinada, os coeficientes a = 4,51 e b = -265. Assim:

$$k_a = a \cdot S_{ut}^b = 4,51 \cdot 302^{-0,265} = 0,9931$$

$$S_{e}^{'} = 0.5 \cdot S_{ut} = 0.5 \cdot 302 = 151 MPa$$

Então, agora podemos calcular:

$$S_e = k_a \cdot S_e^{'} = 0,9931 \cdot 1 \cdot 151 = 149,96 \, MPa$$

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi \cdot d^{3}} \cdot \left\{ \frac{1}{S_{e}} \cdot \left[ 4 \cdot \left( K_{f} \cdot M_{a} \right)^{2} + 3 \cdot \left( K_{fs} \cdot T_{a} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \cdot \left[ 4 \cdot \left( K_{f} \cdot M_{m} \right)^{2} + 3 \cdot \left( K_{fs} \cdot T_{m} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi \cdot 0.040^{3}} \begin{cases}
\frac{1}{149.96 \times 10^{6}} \cdot \left[ 4 \cdot \left( 1.5 \cdot 125 \right)^{2} + 3 \cdot \left( 1.5 \cdot 110 \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} + \\
+ \frac{1}{302 \times 10^{6}} \cdot \left[ 4 \cdot \left( 1.5 \cdot 125 \right)^{2} + 3 \cdot \left( 1.5 \cdot 110 \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}
\end{cases}$$

$$\frac{1}{n} = 0.3744$$

$$n = 2.67$$

Em que n=2,67 é o fator de segurança encontrado nesta aplicação, devemos lembrar que este resultado significa que o redutor existente tem um fator de segurança de 2,67 e a nossa intenção era verificar se o fator do redutor atual estava acima de n=1,5. Como podemos notar, o fator de segurança de 1,5 já está sendo atendido nesta situação-problema.

#### Faça valer a pena

- **1.** Podemos descrever o eixo não flexível, ou simplesmente eixo, como um elemento rotativo, que normalmente tem seção circular e é usado para transmitir potência e/ou movimento. Apesar de chamarmos de eixo não flexível, devemos ter em mente que estamos nos referindo a eixos que podem ter uma certa deflexão, porém, somente na fase elástica do material, ou seja, o eixo pode ter uma deformação desde que não seja permanente. Existe também o eixo fixo, que não se move, sendo que o seu dimensionamento poderá ser efetuado como se fosse uma viga estática. Se encontrarmos uma deflexão no eixo não flexível, qual será o efeito obtido no eixo? Escolha a alternativa correta.
- a) O eixo terá uma condição de giro não uniforme.
- b) O eixo terá um efeito de deformação elástica ou plástica.
- c) O eixo terá uma falha na estrutura cristalina do material.
- d) O eixo terá uma modificação de sua dureza superficial.
- e) O eixo terá uma modificação na temperatura limite de funcionamento.
- **2.** Para dimensionarmos um eixo, devemos avaliá-lo em primeiro lugar, conhecendo todos os elementos mecânicos que estão associados e elaborar um diagrama de corpo livre, demonstrando tensões, torções e momentos fletores na qual o eixo é submetido. Com isto em mãos, poderemos aplicar equações para determinar um fator de segurança (n) e

depois o diâmetro (d) do eixo, ou vice-versa. Sempre teremos que adotar um e verificar se o valor está adequado às necessidades do projeto, o que exige experiência do projetista.

Ao projetarmos um eixo pelo método de tensões, encontramos um valor de diâmetro de 50 mm, e um fator de segurança igual a 1,0. Qual deve ser a nossa ação para este nível de fator de segurança? Assinale a alternativa correta.

- a) Devemos compreender que este fator de segurança está adequado para este diâmetro.
- b) Devemos verificar novamente se o fator de segurança está adequado ao projeto.
- c) Devemos realizar novamente a análise dos dados, e diminuir o diâmetro do eixo.
- d) Devemos realizar novamente a análise dos dados e aumentar o diâmetro do eixo.
- e) Devemos aceitar este nível de fator de segurança pois a empresa nunca teve incidentes com a equipe de fábrica.
- **3.** Em projetos de eixos não flexíveis pelo método de tensão, temos que adotar o fator de segurança e depois calcularmos o diâmetro do eixo. Como em cada local do eixo poderemos ter um nível de carregamento diferente, então, poderemos ter diâmetros diferentes em um mesmo eixo. Existem várias equações com abordagens diferentes para a resolução do fator de segurança e do diâmetro.

A adoção do fator de segurança em projetos de eixos não flexíveis garante um projeto mais robusto. A adoção deste fator de segurança nos traz que tipo de garantia para um projeto mais adequado? Assinale a alternativa correta

- a) Garante o cálculo do comprimento do eixo de forma a termos uma distância entre os elementos acoplados no eixo.
- b) Garante o cálculo do diâmetro do eixo de forma a atender com certeza aos carregamentos aplicados no projeto.
- c) Garante o tipo de acabamento superficial do eixo e o comprimento de cada local de carregamento aplicado no eixo.
- d) Garante o nível de dureza superficial do eixo e o nível de temperatura de trabalho.
- e) Garante que no momento de aplicação do carregamento conseguimos calcular o nível de temperatura de trabalho.

## Referências

AMERICAN Chain Association. Standard handbook of chains: chains for power transmission and material handling. Nova York: Taylor & Francis Group LLC, 2005.

ASME B29.1 – 2001. Norma: Precision power transmission roller chains, attachments, and sprockets. ASME, 2011.

BUDYNAS, R.G.; NISBETT J. K. Elementos de máquinas de Shigley. 10. ed. Porto Alegre: AMGH. 2016.

COLLINS, J. A. Projeto mecânico de elementos de máquinas: uma perspectiva de prevenção de falha. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

DEKKER, Marcel. Standard handbook of chains: chains for power transmission anda materials handling. American Chain Association. Second Edition. New York: Taylor & Francis Group LLC, 2005.

DEKKER, Marcel. chains for power transmission and materials handling. American Chain Association. Nova York: Taylor & Francis Group LLC, 1982.

FIRBANK, T.C. Mechanics of flat belt drive. Bradfort: Elsevier, 1970.

FIRBANK, T. C. Mechanics of belt drives. Int. J. Mech. Sci., n. 12, p. 1053–1063, 1970.

JUVINALL, R. C.; MARSHEK K. M.; Fundamentos do projeto de componentes de máquinas. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

DA SILVA, Diego Fellipe Rodrigues et al. Análise teórica do dimensionamento de uma caixa redutora de transmissão para veículo mini-baja. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 6., 2010. Anais... Centro Universitário do Leste de Minas Gerais, Campina Grande: CONEM, 2010. Disponível em: <a href="http://www.abcm.org.br/">http://www.abcm.org.br/</a> anais/conem/2010/PDF/CON10-2177.pdf>. Acesso em: 14 set. 2017.



