# Princípios de eletricidade e magnetismo

# Princípios de eletricidade e magnetismo

André Luís Delvas Froes

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

Fróes, André Luís Delvas
F926p Princípios de eletricidade e magnetismo / André Luís Delvas Fróes. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2017.
176 p.

ISBN 978-85-8482-883-8

1. Eletricidade. 2. Magnetismo. I. Título.

CDD 537

*2017*
*Editora e Distribuidora Educacional S.A.*
*Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza*
*CEP: 86041-100 — Londrina — PR*
*e-mail: editora.educacional@kroton.com.br*
*Homepage: http://www.kroton.com.br/*

# Sumário

# Palavras do autor

Estudante, seja bem-vindo! Você está prestes a iniciar um novo período em seu aprendizado, no qual será apresentado a novas leis da Física, que regem a eletricidade e o magnetismo, e suas interações. Essas leis estão na base de todo o nosso desenvolvimento tecnológico atual, uma vez que a energia elétrica pode ser usada para gerar movimento, produzir luz e muito especialmente para trabalhar com informações (sendo a base para a computação digital). Outra vantagem da energia elétrica é ser facilmente produzida e transportada. A energia presente na luz solar pode ser captada a partir de placas fotovoltaicas e a energia cinética da água, do vento ou do vapor aquecido pela queima de combustíveis pode ser transformada em energia elétrica por geradores; essa energia pode ser transmitida de maneira suficientemente eficiente por grandes distâncias que eventualmente separem as usinas do usuário final.

Você compreenderá que as competências desenvolvidas nesse curso são altamente valorizadas pelo mercado de trabalho, que está sempre em busca de pessoas que se destaquem por seus conhecimentos, por sua habilidade com os números e que possuam raciocínio crítico capaz de solucionar problemas. Em particular, o objetivo deste material didático é que você conheça e entenda os fenômenos básicos relacionados à eletrostática e às grandezas elétricas e relacione os fundamentos da eletricidade e do magnetismo às aplicações industriais, especialmente circuitos elétricos.

Na primeira unidade, você será apresentado aos fenômenos elétricos. Conhecerá as partículas que dão origem a esse fenômeno e descobrirá o que são cargas elétricas, além de observar que estas interagem entre si por meio de forças. Na segunda unidade, conhecerá as grandezas elétricas mais comuns nas aplicações industriais: potencial elétrico, corrente elétrica e resistência elétrica. Na terceira unidade, aprenderá a trabalhar com circuitos elétricos básicos. Na última unidade, será apresentado ao magnetismo e descobrirá que a interação entre os fenômenos elétricos e magnéticos é o fundamento de tudo o que construímos em termos de tecnologia hoje.

Esperamos que este livro o ajude a abrir portas no mercado de trabalho, mas compreenda que a maior parte do trabalho é sua. É por meio do seu esforço que a informação gravada no material didático se multiplicará, interagindo também com seu arsenal particular de conhecimentos. Assuma a iniciativa em todos os momentos e nunca transfira a responsabilidade pelo seu sucesso profissional para outras pessoas. Trabalhe bastante, seja persistente. E, para que o trabalho se torne um prazer, estimule em si mesmo a curiosidade. Afinal, não é ótimo compreender como funcionam todas essas maravilhas da tecnologia que estão ao nosso redor?

# Introdução à eletricidade: eletrostática

## Convite ao estudo

Estamos prontos para iniciar nosso caminho de aprendizado, estudando os fenômenos elétricos. Nosso maior objetivo é que você aprenda mais sobre esses fenômenos, sua origem e principais características. Ao fim da unidade, você deverá ser capaz de esboçar e calcular muitas distribuições de cargas, forças e campos elétricos. Trabalharemos aqui com situações de repouso, que são o domínio da eletrostática.

Sabemos que as tecnologias mais interessantes ao nosso redor funcionam à base de energia elétrica, fornecida diretamente pela rede elétrica para sua casa, ou livre de cabos, com energia armazenada em uma bateria que precisa ser recarregada regularmente. Afinal, o que é a energia elétrica? Qual a relação entre o que está armazenado em uma bateria ou uma pilha, o que flui através de uma tomada, um raio, as faíscas ruidosas que saem do seu corpo quando você tira uma roupa de material sintético, ou até o choque que você leva de vez em quando ao encostar a mão na lataria de um carro?

Para qualquer profissional de ciências exatas, tais conhecimentos são imprescindíveis. Afinal, quem hoje consegue trabalhar sem utilizar equipamentos elétricos e eletrônicos? No mínimo, espera-se que sejamos capazes de compreender o funcionamento de tais ferramentas. Alguns estudantes têm o objetivo de trabalhar com eletricidade, automação ou redes elétricas, e certamente precisarão aprofundar muito mais seus conhecimentos. Só serão capazes de fazer isso se os fundamentos estabelecidos na presente unidade tiverem sido bem assimilados.

Por isso, nesta unidade, nos colocaremos no lugar de um professor de Física que tem por objetivo transmitir tais conhecimentos a seus estudantes.

Para poder ensinar um conhecimento, nós somos sempre obrigados a dominar o conteúdo em um nível muito maior do que aquele que será apresentado aos alunos. Além disso, devemos estimular a criatividade da turma com contextos interessantes, para que possa se interessar pelo assunto, e não meramente aprender por obrigação. Vamos ver quais desafios serão propostos para os estudantes?

# Seção 1.1

## Fenômenos elétricos e a eletrização

### Diálogo aberto

Na presente seção, estudaremos a própria origem dos fenômenos elétricos. Descobriremos que uma característica de determinadas partículas elementares, chamada carga elétrica, é responsável por todos eles. Conheceremos as inúmeras maneiras como as cargas elétricas podem estar distribuídas e também o fenômeno da eletrização, que é capaz de causar trocas de cargas elétricas entre materiais.

Esperamos que você já esteja curioso. Afinal, vai compreender como funciona a eletricidade estática, responsável por causar tantas descargas elétricas (ou "choques") inesperadas ao tocarmos uma maçaneta, a lataria de um carro ou outros objetos. Entenderá também como funciona a brincadeira de atrair cabelos usando um pente de plástico ou uma caneta. Saberá explicar por que ocorrem os raios. E, mais importante, estará preparado para entender como funcionam as grandes aplicações da engenharia. Mal começamos, e em breve você estará pronto para compreender como funcionam os componentes elétricos chamados capacitores.

Nesta seção, nos colocaremos no lugar de um professor de Física. Ele está preparando uma demonstração para seus estudantes e já tem todos os componentes necessários: bastões de vidro, de borracha, esferas de metal presas na extremidade de um bastão de plástico (isolante), uma flanela e um fio de cobre. Com esses elementos, ele deve demonstrar os princípios da eletrização, a força elétrica em seu caráter atrativo e repulsivo, e como isolar cargas elétricas positivas ou negativas em condutores. Você conseguiria pensar em um roteiro de aula prática para fazer tudo isso com apenas esses elementos? Para isso precisamos de novos conhecimentos!

### Não pode faltar

#### Estrutura da matéria

Vamos estudar a origem dos fenômenos elétricos. Para isso, precisamos compreender a estrutura da matéria, pois esses fenômenos existem por causa de uma característica das minúsculas partículas elementares que compõem todas as coisas ao nosso redor. Essa informação pode ser surpreendente, pois talvez você pense que os fenômenos elétricos só existem nos equipamentos elétricos, em pilhas ou linhas de transmissão. Todos os átomos são compostos por partículas, e algumas dessas partículas possuem carga elétrica.

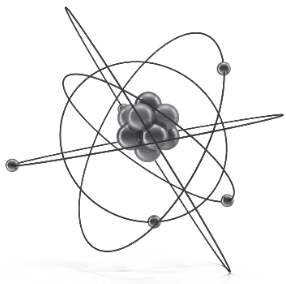
Na natureza, a Física conhece, hoje em dia, quatro forças fundamentais: a força gravitacional, a força elétrica, a força “forte” e a força “fraca”. Talvez você nunca tenha ouvido falar das duas últimas, pois elas se manifestam mais no reino das partículas elementares. Isso não faz delas menos importantes: a força forte, por exemplo, é responsável pela existência dos átomos.

### Vocabulário

**Partículas elementares**: são partículas fundamentais, que não podem ser divididas em elementos menores, ou seja, não possuem nenhuma subestrutura. Por exemplo, os elétrons são partículas elementares. Atenção! A Física é uma ciência em contínuo desenvolvimento, e muitas vezes descobrimos que partículas que antes acreditávamos ser elementares, na verdade não são, por exemplo, acreditava-se que os prótons eram partículas elementares, mas hoje sabemos que eles são compostos por partículas ainda mais fundamentais: os chamados *quarks*.

Um átomo é composto por um núcleo atômico, com uma eletrosfera ao seu redor, como vemos na Figura 1.1. Nessa eletrosfera estão os diversos elétrons, partículas com carga. No núcleo, temos duas partículas importantes: os nêutrons e os prótons. Entre as duas citadas, os prótons são carregados eletricamente.

Figura 1.1 | Átomo



Fonte: <https://www.pixelsquid.com/stock-image/atom-856718284614014354?image=I05>. Acesso em: 26 jul. 2016.

Os átomos dos diversos elementos químicos diferem entre si pelo número de prótons e nêutrons em seu núcleo atômico. As partículas carregam uma carga elétrica, que pode ser de dois tipos: carga positiva e carga negativa. Os prótons e os elétrons carregam uma carga elétrica muito específica, e sempre de mesmo módulo, chamada “carga elétrica elementar”:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C.$$

No caso, o elétron possui uma carga negativa ($-e$) e o próton possui uma carga positiva ($e$). A unidade mostrada é o Coulomb (C), em homenagem ao importante cientista Francês Charles-Augustin de Coulomb (1736–1806), que estudou os fenômenos elétricos há mais de 200 anos.

Você já deve ter ouvido falar na mecânica quântica, que certamente é um tópico bem difícil, embora fascinante. Agora, aprenderemos o que possivelmente será seu primeiro conceito de mecânica quântica: as cargas elétricas são **quantizadas**, o que significa que elas sempre aparecem na natureza em múltiplos de um determinado valor. Por exemplo, qualquer carga elétrica que você decida medir em um laboratório será um múltiplo da carga elétrica elementar que indicamos anteriormente.

Quando você descobre uma carga elétrica, pode calcular imediatamente quantos elétrons (em caso de uma carga negativa) ou prótons (no caso de uma carga positiva) estão sobrando no objeto em particular. Portanto:

$$q = \pm n \cdot e$$

Em que q é a carga elétrica estudada, n é o número de partículas carregadas eletricamente, e é a carga elétrica fundamental, e o $\pm$ indica se a carga estudada é positiva ou negativa. Para os problemas do cotidiano, em geral, n será o número de prótons, caso a carga seja positiva, ou elétrons, caso seja negativa, responsáveis pela carga observada.

Na natureza, os corpos costumam ser eletricamente neutros. Somando as cargas elétricas de cada próton com as cargas elétricas de cada elétron em um objeto neutro, obtemos uma carga elétrica total zero:

$$q = n_p \cdot e - n_e \cdot e = 0 \quad \rightarrow \quad n_p = n_e$$

Por isso, no caso dos objetos eletricamente carregados, costumamos indicar por n o número de elétrons ou de prótons **em excesso** (que estão sem par no interior do objeto carregado).

**Assimile**

A carga elétrica é dada na unidade Coulomb (C). Ela será sempre um múltiplo da carga elétrica elementar $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$, uma vez que esse é o módulo da carga elétrica das partículas elementares que compõem a matéria. Cada próton tem carga elétrica $+e$ e cada elétron carga $-e$.

### Exemplificando

Um objeto está carregado eletricamente com uma carga de -0,016 C. Responda:

a) Quantos elétrons são responsáveis pela carga elétrica do objeto?

b) O número que acabamos de calcular corresponde ao número total de elétrons do objeto?

Resposta:

a) Como a carga é negativa, sabemos que há um excedente de elétrons. Além disso, pelo fato das cargas elétricas serem quantizadas (sempre encontradas em múltiplos de um valor fundamental), com a carga total do objeto podemos obter o número total de elétrons responsáveis por ela.

$$q = \pm n \cdot e$$

$$-0{,}016 = -n \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

$$n = \frac{-0{,}016}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 10^{17} \text{ elétrons}$$

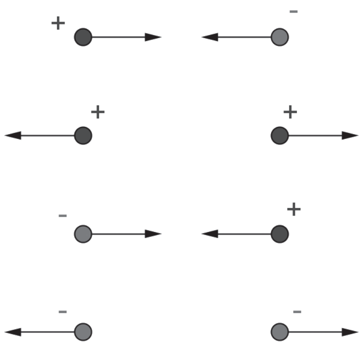
b) A resposta do item b é não, pois há muitos outros elétrons que estão acompanhados de prótons no interior do objeto e cujas cargas são canceladas, de modo que eles não contribuem para a carga total observada.

Nos átomos, os elétrons e prótons costumam apresentar-se em igual número, por isso são eletricamente neutros. Existem processos que fazem com que alguns elétrons sejam arrancados, deixando os átomos com carga resultante positiva.

## Atração, repulsão e a força elétrica

Você já deve ter ouvido que "os opostos se atraem". Essa frase foi inspirada na Física, especificamente na força elétrica. As cargas opostas se atraem, enquanto as cargas elétricas iguais se repelem, como indicado pela Figura 1.2.

Figura 1.2 | Atração e repulsão de cargas elétricas




Fonte: elaborada pelo autor.

Você se lembra da força normal, que utilizou bastante quando estudou Mecânica? Ela é uma força essencialmente elétrica. Pense em você, nesse momento. Quer esteja de pé, sentado ou deitado, certamente está submetido a uma força normal, que cancela sua força peso. Essa força normal existe porque os átomos que compõem seu corpo estão sendo pressionados contra os átomos que compõem a superfície de apoio. As eletrosferas possuem cargas negativas e, portanto, surge uma repulsão natural. Como dissemos, a força normal é uma força elétrica.

### Exemplificando

Dois objetos dotados de carga elétrica são aproximados e verifica-se que existe uma força de repulsão entre eles.

a) O que podemos dizer a respeito da carga elétrica dos dois objetos?

b) Caso um teste indique que a carga elétrica de um dos objetos é positiva, qual o sinal da carga contida no outro objeto?

Resposta:

a) Como a força é de repulsão, a única possibilidade é que ambos os objetos estejam carregados com cargas de mesmo sinal. São duas cargas positivas ou duas cargas negativas.

b) Se uma das cargas é positiva, então a outra necessariamente é positiva, dado que houve repulsão.

Entretanto, é justamente aí que entra um fenômeno interessante, graças ao qual a força elétrica é conhecida desde a antiguidade, no mínimo desde a Grécia antiga: a eletrização!

A eletrização é um fenômeno em que dois objetos, quando atritados, adquirem uma carga elétrica. Basicamente, devido ao atrito, um material perde alguns elétrons da eletrosfera de seus átomos para o outro material.

Nota importante: os prótons estão presos no núcleo atômico, para retirá-los de lá seria necessário um evento muito energético, como as reações atômicas que ocorrem no interior das usinas nucleares. Portanto, sempre que estivermos falando da Física dos fenômenos do dia a dia, quem se move são as cargas negativas, ou seja, os elétrons. Se um objeto adquire carga positiva, é porque alguns de seus elétrons foram roubados pelo outro material.

Vamos tomar como exemplo três materiais: um bastão de vidro, um bastão de plástico e uma flanela, todos bem secos. Ao atritar o vidro com a flanela, aquele adquire carga elétrica positiva (perde muitos de seus elétrons para a flanela). Ao atritar um bastão de plástico com uma flanela, esta adquire carga negativa (rouba muitos elétrons da flanela).

Quando dois materiais são atritados, é possível prever qual sairá carregado positivamente e qual sairá carregado negativamente. Para isso, basta consultar a chamada série triboelétrica, que distribui os materiais de acordo com seu potencial para se tornarem carregados positiva ou negativamente após a interação. Seguem alguns exemplos relevantes para a seção, ordenados dos mais positivos aos mais negativos na série triboelétrica: vidro, lã, algodão, borracha.

Isso significa que vidro atritado com algodão ficará com carga positiva (pois é mais positivo na série triboelétrica). Por outro lado, borracha atritada na lã fica com carga negativa.

Se tomamos um objeto carregado e o aproximamos de outros materiais, eles serão atraídos ou repelidos? Se eles forem carregados eletricamente, você já sabe o que acontecerá: depende do sinal da carga do material. E no caso de um material eletricamente neutro? Para responder a essa pergunta, precisamos estudar uma característica dos materiais.

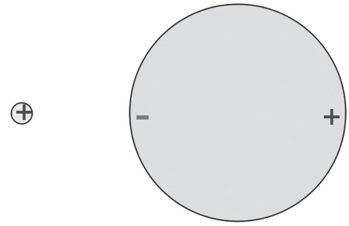
### Condutores e isolantes

Os materiais, em geral, podem ser divididos em duas categorias: condutores e isolantes. Alguns materiais especiais possuem outras classificações, como os semicondutores e os supercondutores, mas não estudaremos essas categorias especiais agora.

Nos materiais condutores, alguns elétrons dos átomos têm liberdade para movimentar-se ao longo do material. Nas próximas seções, quando estudarmos as correntes elétricas, veremos que elas são produzidas em fios de materiais condutores (em geral, metais, tais como: ferro, cobre e ouro). Outros materiais, como a água mineral, o corpo humano e a superfície da Terra também são bons condutores de eletricidade.

Os materiais que não têm muitos elétrons livres para se movimentar são considerados isolantes. É difícil transmitir correntes elétricas através deles.

Figura 1.3 | Carga elétrica e material condutor



Fonte: elaborada pelo autor.

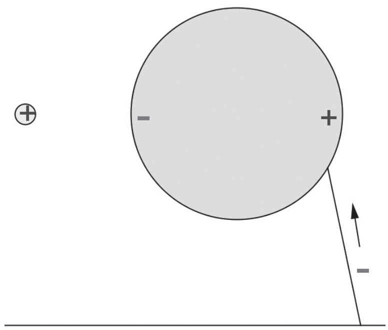
O que acontece quando aproximamos uma carga elétrica positiva de um material condutor?

Os elétrons que têm mais liberdade para se movimentar se concentrarão na extremidade do condutor que estiver mais próxima da carga elétrica positiva, como observamos na Figura 1.3. Como consequência, alguns prótons ficarão sem par na extremidade oposta do condutor. Este será positivamente carregado em uma extremidade, e negativamente carregado na extremidade oposta.

Uma coisa interessante que podemos fazer é ligar um fio condutor ao material condutor e à terra. Assim, permitimos que o condutor troque cargas elétricas com a terra.

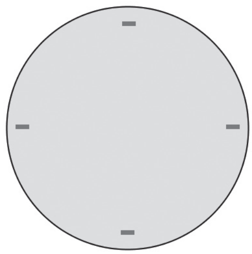
Como vemos na Figura 1.4, elétrons presentes na superfície terrestre podem ser atraídos pelas cargas elétricas positivas isoladas. Retirando o aterramento, restará um material condutor carregado negativamente. Nesse ponto, podemos até afastar a carga elétrica que deu início a tudo: os elétrons sobressalentes se espalham pelo condutor elétrico, como mostra a Figura 1.5.

Figura 1.4 | Carga elétrica e material condutor aterrado



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 1.5 | Condutor elétrico carregado



Fonte: elaborada pelo autor.

### Exemplificando

Uma esfera carregada com $-5\mu C$ de carga é aproximada de uma esfera condutora. A esfera é aterrada por alguns instantes, o aterramento é cortado, e depois a esfera carregada é afastada. Qual a carga resultante na esfera condutora?

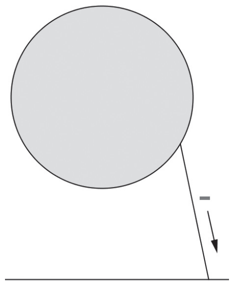
Resposta:

A esfera condutora terá, no final, uma carga elétrica de $5\mu C$, ou $5 \cdot 10^{-6} C$, exatamente o mesmo módulo da carga da esfera, com um sinal oposto.

Esse é o momento ideal para comentar sobre uma interessante característica dos condutores elétricos: as cargas elétricas livres sempre se distribuem na sua superfície, e jamais em seu interior. A razão é muito simples: muitos elétrons do condutor são livres para mover-se e, devido à repulsão elétrica, eles se afastarão o máximo que puderem uns dos outros.

Note que em caso de carga elétrica positiva, a mesma coisa acontece. Os elétrons distribuem-se, deixando prótons livres na superfície do condutor, afastados uns dos outros. Quando um objeto condutor carregado eletricamente é ligado à superfície da Terra por material também bom condutor, na ausência de cargas elétricas próximas, a tendência é que o condutor se torne descarregado (Figura 1.6).

Figura 1.6 | Condutor elétrico aterrado




Fonte: elaborada pelo autor.

É o princípio do aterramento, tão importante na segurança de instalações elétricas. Pense: a superfície da Terra é muito grande. Se as cargas elétricas buscam estar o mais longe possível umas das outras, o natural é que elas interajam e terminem retirando-se do condutor, afastando-se umas das outras.

Por fim, aproximando um material carregado de um material isolante eletricamente neutro, não verificamos nenhum efeito aparente, uma vez que as cargas não têm liberdade para se movimentar. Somente temos que tomar o cuidado de notar que materiais isolantes podem ser forçados a se tornarem condutores em condições especiais.

### Reflita

Qual a importância dos materiais isolantes nos equipamentos elétricos? Você sabe quais são os cuidados mais importantes a se tomar ao manusear fios elétricos ou dar manutenção em equipamentos elétricos do cotidiano, como resistências elétricas de chuveiros?

### A origem dos raios

Qual a origem dos raios? No topo da atmosfera, os ventos são muito mais poderosos do que na superfície da Terra, levando as partículas de água e gelo que formam as nuvens a interagirem entre si e com o ar, adquirindo carga elétrica, que se concentra em regiões específicas. Em determinado momento, a carga adquirida torna-se tão elevada que ela consegue vencer a resistência da atmosfera e movimentar-se entre nuvens ou entre uma nuvem e o solo.

### Eletrização por contato

Quando dois objetos condutores dotados de carga elétrica diferente de zero são colocados em contato direto, as cargas elétricas tornam-se livres para fluir e ocorrem trocas de cargas. Estas atingirão uma situação de equilíbrio apropriada, mas a carga resultante do sistema será conservada. Assim, podemos imaginar algumas situações:

• Se um objeto condutor com carga q é colocado em contato com um condutor neutro, ambos os objetos dividirão a carga elétrica q. A divisão exata dependerá do tamanho e formato de cada um dos condutores.

• Se um objeto condutor com carga positiva Q é colocado em contato com um objeto com carga negativa q, se $|Q| > |q|$, então no final ambos os objetos terão carga positiva, e dividirão entre si uma carga igual a Q+q (lembrando que q é um valor negativo). No caso geral, para saber qual carga elétrica é dividida entre os condutores de cargas distintas, devemos somar as cargas originais e dividir o valor resultante entre os condutores.

• Se dois condutores idênticos (por exemplo, duas esferas condutoras de mesmo raio e mesmo material) são colocados em contato direto, então, a carga elétrica original é dividida igualmente entre ambos. A carga de cada esfera será a média aritmética da carga original.

### Exemplificando

Dois condutores distintos estão carregados eletricamente, respectivamente, com cargas $-10\mu C$ e $8\mu C$ são colocados em contato e, rapidamente, isolados. Responda:

a) Antes e depois do contato o experimentador observará uma força atrativa ou repulsiva entre os condutores?

b) Qual a soma da carga elétrica das duas cargas após o contato?

Resposta:

a) Antes do contato, a força elétrica é atrativa, uma vez que as cargas são de sinais distintos. Após o contato, a força será repulsiva, uma vez que ambos compartilharão uma carga de mesmo sinal.

b) A carga elétrica resultante do contato será $q = q_1 + q_2 = -10\mu C + 8\mu C = -2\mu C$, distribuída entre os dois condutores dependendo de seu tamanho e formato.

**Pesquise mais**

Assista a uma aula da Unicamp sobre os temas tratados nesta seção. Disponível em: <https://youtu.be/lfNvbJbYxFQ>. Acesso em: 26 jul. 2016.

## Sem medo de errar

Você deve se lembrar do desafio do professor de Física: ele precisa demonstrar em sala de aula diversos princípios fundamentais da eletricidade usando somente bastões de vidro, de borracha, esferas metálicas presas em bastões isolantes, um fio de cobre e uma flanela.

Para fazer a demonstração, conhecendo a série triboelétrica, ele sabe que se atritar o vidro com a flanela, aquele ficará carregado positivamente, pois a flanela retirará alguns elétrons dos átomos que compõem o bastão, deixando cargas positivas sem par. O professor pode manusear livremente o bastão de vidro, pois este é um isolante, de maneira que as cargas ficam onde estão.

Ele pode entregar o bastão carregado a um estudante e, posteriormente, atritar a borracha com a flanela, e a borracha ficará carregada negativamente, pois é mais negativa na série triboelétrica.

Agora, fica fácil demonstrar a atração e a repulsão elétrica para seus alunos.

**Atenção**

Os objetos normalmente são eletricamente neutros. Quando carregados, repelem cargas de mesmo sinal e atraem cargas de sinal oposto.

Se ele entregar o bastão de borracha para outro estudante e o bastão com esfera de metal para um terceiro, eles verificarão que todos os componentes se atrairão.

1. O vidro e a borracha estão carregados com cargas opostas, portanto, se atraem.

2. A esfera metálica é boa condutora. Ao ser aproximada do vidro (carregado positivamente), muitos elétrons se deslocarão na direção do bastão de vidro, deixando a extremidade oposta da esfera metálica carregada positivamente. Surge uma atração entre a esfera e o bastão.

3. Ao aproximar a esfera da borracha, muitos elétrons se deslocarão na direção oposta do bastão, deixando a extremidade mais próxima carregada positivamente. Surge uma atração entre a esfera e o bastão.

Para demonstrar a repulsão, o professor pode atritar uma segunda barra de vidro e de borracha. Borracha repelirá borracha e vidro repelirá vidro (mesma carga).

Por fim, usando o fio de cobre, ele pode deixar a esfera metálica carregada usando o seguinte procedimento: aproximar o vidro ou a borracha da esfera metálica, conectar o fio de cobre ao chão e à esfera, depois retirar o fio e afastar o vidro ou a borracha. A esfera metálica ficará carregada com carga oposta àquela do objeto que foi aproximado dela.

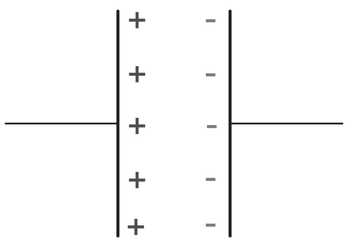
## Avançando na prática

### Elétrons em um capacitor

#### Descrição da situação-problema

Nas aplicações de engenharia, um importante componente elétrico é o capacitor. Estudaremos esse componente detalhadamente nas próximas seções, mas no momento basta saber que ele armazena cargas elétricas de sinais opostos. Esquematicamente, temos uma situação como na Figura 1.7, em que placas condutoras paralelas armazenam cargas de sinais opostos.

Figura 1.7 | Capacitor




Fonte: elaborada pelo autor.

Um engenheiro deseja estudar um capacitor. Após realizar alguns cálculos, ele conclui que o módulo da carga elétrica presente em cada uma das placas é de $125\mu C$. Ele deseja conhecer o número de elétrons livres armazenados na placa negativa do capacitor. Você sabe como fazer isso?

**Resolução da situação-problema**

Dado que a carga elétrica da placa negativa é conhecida, igual em módulo a $125\mu C$, e como desejamos conhecer o número de elétrons livres na placa negativa, então a carga a ser analisada é $Q = -125\mu C$.

Sabemos que a carga fundamental do elétron é $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C$, então, basta dividir a carga da placa pela carga fundamental. Assim:

$$Q = -e \cdot n$$

$$n = \frac{Q}{-e} = \frac{-125 \cdot 10^{-6}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} \approx 7{,}8 \cdot 10^{14} \text{ elétrons} \cdot$$

Lembrando que não são todos os elétrons existentes na placa, mas somente os elétrons livres, que não estão acompanhados por um próton com carga oposta.

## Faça valer a pena

**1.** Considere as asserções a seguir e a relação proposta entre elas:

1. Um átomo de ferro possui 26 prótons e 30 nêutrons em seu núcleo atômico, além de 26 elétrons em sua eletrosfera. O ferro é classificado como um condutor elétrico.

PORQUE

2. Alguns prótons que compõem os núcleos dos átomos do ferro são livres para movimentar-se na estrutura do metal.

A respeito dessas asserções, marque a alternativa correta:

a) As afirmações 1 e 2 estão corretas, e a afirmação 2 é uma justificativa para a afirmação 1.

b) As afirmações 1 e 2 estão corretas, mas a afirmação 2 não justifica a afirmação 1.

c) A afirmação 2 é correta, mas a afirmação 1 é falsa.

d) A afirmação 1 é correta, mas a afirmação 2 é falsa.

e) Ambas as afirmações são incorretas.

**2.** As cargas elétricas são quantizadas, o que significa que existem em múltiplos de uma quantidade fundamental. Nos materiais do cotidiano, a carga elétrica sempre aparece em múltiplos da carga elétrica fundamental $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$ e pode ser positiva ou negativa.

Em uma esfera metálica, existem $4{,}2 \cdot 10^{10}$ elétrons em excesso, além daqueles que acompanham os prótons de cada átomo no material. Qual a carga elétrica total da esfera?

a) $-4{,}20 \cdot 10^{-12} C$.

b) $-6{,}72 \cdot 10^{-9} C$.

c) $-6{,}72 \cdot 10^{-6} C$.

d) $4{,}20 \cdot 10^{-9} C$.

e) $-8{,}73 \cdot 10^{-6} C$.

**3.** No interior de um condutor, alguns elétrons têm liberdade de movimento. As cargas de mesmo sinal se repelem, de forma que as cargas excedentes ficam espalhadas pela superfície do metal, o mais longe possível umas das outras. No caso das cargas positivas, os prótons não podem se mover, mas os elétrons movem-se de modo a deixar as cargas positivas sem par o mais distantes possível umas das outras.

Suponha que duas esferas metálicas, idênticas no material e no formato, são colocadas em contato e rapidamente separadas. Elas são manipuladas por meio de equipamentos bons isolantes elétricos. Inicialmente elas têm carga elétrica, respectivamente, de $5{,}51 mC$ e $1{,}35 mC$. Qual será a carga elétrica final em cada uma das esferas?

a) 3,43*m*C.

b) 6,86*m*C.

c) 7,44*m*C.

d) 5,51*m*C.

e) -2,93*m*C.

# Seção 1.2

## Interação entre cargas: a força elétrica

### Diálogo aberto

Olá, estudante! Espero que você esteja interessado em saber mais sobre os fenômenos elétricos, que possuem grandes aplicações na Engenharia. Esta unidade fundamentará o estudo das aplicações propriamente ditas, como os circuitos e motores elétricos. Nós já entendemos o que são as cargas elétricas e como elas interagem entre si, com forças de atração em cargas opostas e forças de repulsão para cargas iguais. Esse conhecimento pode ser suficiente para algumas pessoas, mas não para um engenheiro ou um especialista em ciências exatas. Nós devemos ser capazes de saber calcular exatamente qual a força elétrica gerada por um conjunto de partículas em um determinado ponto. E é justamente o que faremos na presente unidade.

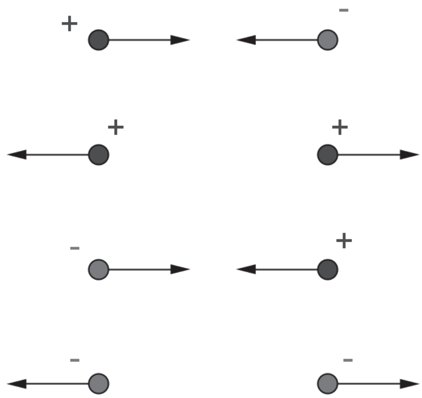
Lembre-se de que nos colocamos no lugar de um professor de Física. Ele tem uma tarefa muito clara, que é mostrar para seus estudantes como a natureza funciona, de maneira interessante, estimulando a curiosidade. Por isso, ele pegou um trilho de ar, em que um carrinho metálico tem a possibilidade de deslizar sem atrito algum e sem contato com o trilho. Utilizando o processo de eletrização, explicado na seção anterior, ele deixou o carrinho com uma carga elétrica q. Depois, eletrizou uma esfera metálica também com carga q, usando o mesmo procedimento. Agora, ele segura a esfera metálica a partir de uma vareta isolante. O professor desafiou seus estudantes a descobrirem o valor da carga q, medindo a aceleração do carrinho sobre o trilho de ar.

Para conseguir fazer isso, precisamos avançar na compreensão dos fenômenos elétricos.

### Não pode faltar

Na seção anterior, mostramos que as cargas elétricas interagem por meio de forças. Cargas de mesmo sinal se repelem, enquanto cargas de sinais opostos se atraem. Tal conceito foi evidenciado na Figura 1.2.

Figura 1.2 | Atração e repulsão de cargas elétricas



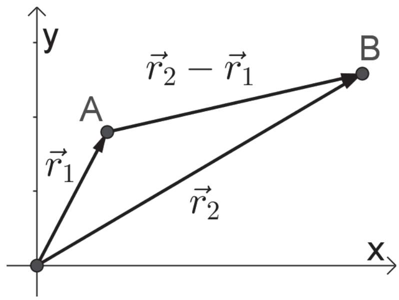

Fonte: elaborada pelo autor.

Agora, desejamos saber: qual é exatamente o valor da força elétrica causada por cada uma das cargas, em Newtons? O que sabemos sobre a força elétrica?

Em primeiro lugar, essa força é proporcional a ambas as cargas. Além disso, quanto mais próximas estiverem as cargas, mais intensa é a força aplicada, seja de atração, ou de repulsão. Em laboratório, verificou-se que a relação é do tipo inverso da distância ao quadrado. Assim, o módulo da força será: $\left|\vec{F}_e\right| = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$, em que r é a distância entre as duas cargas $q_1$ e $q_2$, e k é uma constante de proporcionalidade.

A força é uma grandeza vetorial. Desejamos modelar o problema matematicamente, de modo a considerar essa grandeza vetorial, e obter imediatamente a distância entre duas cargas, além de saber se a força é atrativa ou repulsiva. Iniciaremos esse processo a seguir.

Figura 1.8 | Descrevendo vetorialmente a distância entre pontos A e B




Fonte: elaborada pelo autor.

Observe a Figura 1.8. Com base no vetor $\vec{r_1}$ que liga a origem de um sistema de coordenadas qualquer até o ponto A, e no vetor $\vec{r_2}$ que liga a origem até o ponto B, é sempre possível obter o vetor que liga o ponto A ao ponto B, que é $\vec{r_2} - \vec{r_1}$, e também a distância r que separa os dois pontos, que é exatamente $\left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|$. Se necessário, revise operações com vetores.

Obtém-se então:

$$\left|\vec{F_e}\right| = \frac{k\left|q_1\right|\left|q_2\right|}{\left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|^2}$$

Vamos supor que nos pontos A e B estão presentes duas cargas positivas. A força elétrica causada pela carga em A sobre a carga em B será repulsiva. Vetorialmente, ela deve apontar na mesma direção do vetor $\vec{r_2} - \vec{r_1}$, não é mesmo? Então, podemos definir um versor $\hat{r}$, que é um vetor unitário que aponta na mesma direção de $\vec{r_2} - \vec{r_1}$:

$$\hat{r} = \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{r}$$

Lembrando que $r = \left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|$. Daí, basta escrever:

$$\vec{F_e} = \frac{k\, q_1\, q_2}{r^2}\hat{r}$$

Perceba, entretanto, que essa equação é válida em qualquer caso. O que aconteceria se uma carga fosse positiva e outra negativa? O sinal negativo inserido no lugar da carga inverteria o sentido da força, tornando-a atrativa. Além disso, no caso de duas cargas negativas, os dois sinais de menos se cancelam, mantendo a força repulsiva.

Para usar a expressão apresentada, falta somente conhecer a constante de proporcionalidade k:

$$k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C}$$

A fórmula e a constante que acabamos de mostrar são conhecidas na Física como Lei de Coulomb. A relação entre a força, as cargas elétricas e a distância entre as cargas foi descoberta pelo já citado cientista Charles Augustin de Coulomb, em 1785, utilizando uma balança de torção extremamente precisa.

Evidentemente, as cargas se influenciam mutuamente, de modo que ambas sofrem os efeitos da interação.

**Assimile**

**Lei de Coulomb**

A força entre duas cargas elétricas $q_1$ e $q_2$, localizadas a uma distância r, é:

$$\vec{F_{12}} = \frac{k\, q_1\, q_2}{r^2}\hat{r}.$$

Note que as cargas podem ser positivas ou negativas, e que o vetor força elétrica terá o sentido e a direção corretos, desde que utilizado com a distância r descrita pelo vetor $\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$, com $r = \left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|$ e $\hat{r} = \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{r}$ .

## Exemplificando

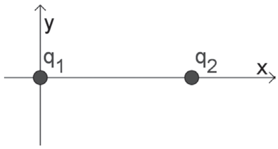
Duas pequenas esferas com cargas elétricas $q_1 = 4\mu C$ e $q_2 = -3\mu C$ interagem eletricamente entre si, posicionadas a uma distância de 0,5 m, como indica a Figura 1.9.

a) Descreva vetorialmente a força causada pela esfera 1 sobre a esfera 2.

b) Descreva vetorialmente a força causada pela esfera 2 sobre a esfera 1.

c) Elas formam um par ação-reação?

Figura 1.9 | Duas cargas elétricas




Fonte: elaborada pelo autor.

Resposta:

a) Para resolver problemas de eletricidade, é importante realizar um cuidadoso tratamento vetorial. Por isso, precisamos descrever cuidadosamente a posição de cada partícula, marcando um sistema de eixos que simplifique o trabalho ao máximo. No caso, marcamos na Figura 1.9 a carga 1 sobre a origem, na posição (0,0), enquanto a carga 2 está marcada sobre o eixo x, na posição (0,5; 0), unidades no SI. Teremos:

$$\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = (0,5\,m)\hat{\imath} + 0\,\hat{\jmath}$$

$$r = 0,5m$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{r} = \frac{0,5\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}}{0,5} = (1m)\hat{\imath}$$

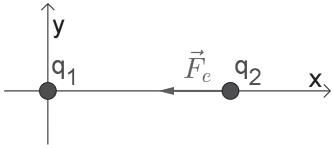
Agora, estamos prontos para conhecer a força exercida pela carga 1 sobre a carga 2:

$$\overrightarrow{F_{12}} = \frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}\hat{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-3) \cdot 10^{-6}}{0,5^2}\hat{\imath}$$

$$\overrightarrow{F_{12}} = -0,432\,\hat{\imath}\,N$$

Perceba que, vetorialmente, temos a situação descrita pela Figura 1.10.

Figura 1.10 | Força elétrica entre duas cargas




Fonte: elaborada pelo autor.

Trata-se de uma força atrativa, uma vez que são duas cargas opostas.

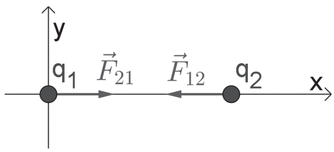
b) Como a situação se altera no que diz respeito à força exercida pela carga 2 sobre a carga 1? A solução será parecida, tomando o cuidado de inverter o vetor que liga ambas as cargas.

$$\overrightarrow{F_{21}} = \frac{k\, q_1\, q_2}{r^2}\,\hat{r} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-6}\cdot(-3)\cdot 10^{-6}}{0{,}5^2}(-\hat{\imath})$$

$$\overrightarrow{F_{12}} = 0{,}432\,\hat{\imath}\,N$$

É visível que $\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$, duas forças atrativas.

Figura 1.11 | Força elétrica entre duas cargas




Fonte: elaborada pelo autor.

c) As forças formam um par ação-reação. Sempre devemos levar em conta que a influência elétrica é mútua nas duas cargas, e em alguns casos é importante ler atentamente o enunciado para saber quais cargas estão fixas e quais estão livres para se mover sob a ação das forças elétricas.

O que ocorre, entretanto, se tivermos uma carga elétrica sob a influência de diversas outras? Nesse caso, basta somar vetorialmente as forças geradas por cada uma delas. Quando os fenômenos físicos se comportam assim, invocamos o conhecido princípio da superposição: quando diversos fenômenos ocorrem independentemente, podemos simplesmente somar seus efeitos para obter o resultado final.

Nesse caso, é ainda mais importante realizar o estudo vetorial correto das forças. Para n cargas nas proximidades de outra carga a, teremos a seguinte força resultante sobre a:

$$\overrightarrow{F_R} = \overrightarrow{F_{1a}} + \overrightarrow{F_{2a}} + \ldots + \overrightarrow{F_{na}}$$

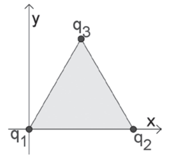
## Reflita

Se uma carga elétrica qualquer for colocada exatamente no ponto médio marcado sobre a linha que liga duas cargas elétricas idênticas, qual será a força resultante sobre ela?

## Exemplificando

Três pequenas esferas metálicas com carga elétrica $q_1 = 2\mu C$, $q_2 = 6\mu C$ e $q_3 = -5\mu C$ são dispostas fixadas nos vértices de um triângulo equilátero de material isolante, com lados de 0,2 m, conforme Figura 1.12. Indique em notação vetorial a força elétrica exercida sobre a carga 3, devido às cargas 1 e 2.

Figura 1.12 | Cargas sobre os vértices de um triângulo




Fonte: elaborada pelo autor.

Resposta:

A figura dá a pista para uma maneira simples de escrever os sistemas de coordenadas. Temos a carga 1 sobre a origem, no ponto (0,0), e a carga 2 no ponto (0,2; 0), unidades no SI.

Sabemos que em um triângulo equilátero os ângulos internos são de 60°, de modo que a altura da carga 3 será $0,2 \cdot sen(60°) \approx 0,173m$. Com relação ao eixo x, a carga 3 encontra-se entre 1 e 2, portanto, no eixo x tem posição 0,1 m. Assim, a posição da carga 3 será (0,1; 0,173).

Com relação à força exercida por 1 sobre 3, teremos:

$$\vec{r} = \vec{r_3} - \vec{r_1} = (0,1\,,\,0,173) - (0,0) = (0,1m)\hat{\imath} + (0,173m)\hat{\jmath}$$

$r = \sqrt{0,1^2 + 0,173^2} \approx 0,2m$, como esperado, pois é o comprimento do lado do triângulo. O versor será: $\hat{r} = \frac{\vec{r_3} - \vec{r_1}}{r} = \frac{(0,1m)\hat{\imath} + (0,173)\hat{\jmath}}{0,2} = (0,5m)\hat{\imath} + (0,865m)\hat{\jmath}$.

Agora, estamos prontos para conhecer a força exercida pela carga 1 sobre a carga 3:

$$\overrightarrow{F_{13}} = \frac{k\,q_1\,q_3}{r^2}\hat{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-5) \cdot 10^{-6}}{0,2^2} \cdot (0,5\hat{\imath} + 0,865\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{F_{12}} = -2,25 \cdot (0,5\hat{\imath} + 0,865\hat{\jmath}) = -(1,125N)\hat{\imath} - (1,946N)\hat{\jmath}$$

Note que $\left|\overrightarrow{F_{12}}\right| = 2,25N$, e o sentido será na linha que liga as duas cargas, portanto sobre o lado do triângulo. São cargas opostas, então é uma força atrativa.

Com relação às cargas 2 e 3, teremos:

$$\vec{r} = \vec{r_3} - \vec{r_2} = (0,1;\,0,173) - (0,2;\,0) = (-0,1m)\hat{\imath} + (0,173m)\hat{\jmath}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r_3} - \vec{r_2}}{r} = \frac{-(0,1m)\hat{\imath} + (0,173)\hat{\jmath}}{0,2} = -(0,5m)\hat{\imath} + (0,865m)\hat{\jmath}$$

Agora, estamos prontos para conhecer a força exercida pela carga 1 sobre a carga 3:

$$\vec{F_{23}} = \frac{k\,q_1 q_3}{r^2}\,\hat{r} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 6\cdot 10^{-6} \cdot (-5)\cdot 10^{-6}}{0,2^2}\cdot(-0,5\hat{\imath} + 0,865\hat{\jmath})$$

$$\vec{F_{12}} = -6,75\cdot(-0,5\hat{\imath} + 0,865\hat{\jmath}) = (3,375N)\hat{\imath} - (5,839N)\hat{\jmath}$$

Note que $\left|\vec{F_{12}}\right| = 6,75N$ .

Por fim, precisamos descobrir a força resultante sobre a carga 3, calculando:

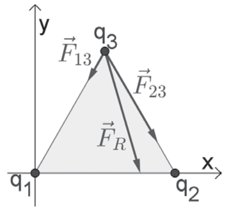
$$\vec{F_R} = \vec{F_{13}} + \vec{F_{23}}$$

$$\vec{F_R} = -(1,125N)\hat{\imath} - (1,946N)\hat{\jmath} + (3,375N)\hat{\imath} - (5,839N)\hat{\jmath}$$

$$\vec{F_R} = (2,250N)\hat{\imath} - (7,785N)\hat{\jmath}$$

A distribuição de forças sobre a carga 3 será conforme indicado na Figura 1.13.

Figura 1.13 | Configuração de forças para três cargas



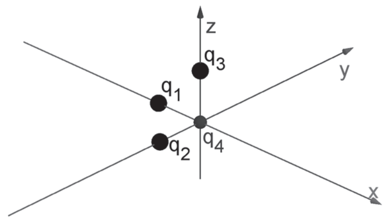

Fonte: elaborada pelo autor.

Lembre-se de que a notação vetorial nos permite descrever distribuições tridimensionais de cargas elétricas e encontrar a força resultante. Precisamos somente ser um pouco mais cuidadosos.

## Exemplificando

Quatro cargas estão distribuídas conforme Figura 1.14. A carga $q_4 = 4\mu C$ se encontra na origem do sistema de coordenadas, enquanto as cargas $q_1 = 1mC$ , $q_2 = 2mC$ e $q_3 = 4mC$ encontram-se, respectivamente, nos pontos (-1; 0; 0), (0; -1; 0) e (0; 0; 1), unidades do SI. Encontre a força resultante que atua sobre a carga 4, indicando seu módulo e sua representação vetorial.

Figura 1.14 | Quatro cargas em distribuição tridimensional




Fonte: elaborada pelo autor.

Resolução:

As cargas 1, 2 e 3 encontram-se a 1 m de distância da carga 4. Com relação às cargas 1 e 4 especificamente, teremos:

$$\overrightarrow{r_{14}} = \overrightarrow{r_4} - \overrightarrow{r_1} = (0;0;0) - (-1;0;0) = (1m)\hat{\imath}$$

Trata-se de um vetor unitário, portanto, não será surpreendente que:

$$\hat{r}_{14} = \frac{\overrightarrow{r_4} - \overrightarrow{r_1}}{r} = \frac{(1m)\hat{\imath}}{1} = (1m)\hat{\imath}$$

Estamos prontos para conhecer a força exercida pela carga 1 sobre a carga 4:

$$\overrightarrow{F_{14}} = \frac{k\,q_1\,q_4}{r^2}\hat{r}_{14} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 1\cdot 10^{-3} \cdot 4\cdot 10^{-6}}{1^2}\cdot \hat{\imath} = (36N)\hat{\imath}$$

Com relação à carga 2 e 4, teremos:

$$\hat{r}_{24} = \frac{\overrightarrow{r_4} - \overrightarrow{r_2}}{r} = \frac{(1m)\hat{\jmath}}{1} = (1m)\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{F_{24}} = \frac{k\,q_2\,q_4}{r^2}\hat{r}_{24} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 2\cdot 10^{-3} \cdot 4\cdot 10^{-6}}{1^2}\cdot \hat{\jmath} = (72N)\hat{\jmath}$$

Para as cargas 3 e 4, teremos:

$$\hat{r}_{34} = \frac{\overrightarrow{r_4} - \overrightarrow{r_3}}{r} = \frac{-(1m)\hat{k}}{1} = -(1m)\hat{k}$$

$$\overrightarrow{F_{34}} = \frac{k\,q_3\,q_4}{r^2}\hat{r}_{34} = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 4\cdot 10^{-3} \cdot 4\cdot 10^{-6}}{1^2}\cdot (-\hat{k}) = -(144N)\hat{k}$$

Por fim, precisamos descobrir a força resultante sobre a carga 4, calculando:

$$\overrightarrow{F_R} = \overrightarrow{F_{14}} + \overrightarrow{F_{24}} + \overrightarrow{F_{34}}$$

$$\overrightarrow{F_R} = (36N)\hat{\imath} + (72N)\hat{\jmath} - (144N)\hat{k}$$

### Pesquise mais

Veja outros exemplos no cálculo das forças elétricas. Estude o primeiro capítulo do livro:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: eletromagnetismo. 9. ed., v. 3, Rio de Janeiro: LTC, 2012.

Lembre-se de que você tem acesso ao livro gratuitamente quando entra em sua área do aluno, na biblioteca virtual. Realize seu login e depois acesse: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2269-7/cfi/14!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 20 set. 2016.

## Sem medo de errar

Nosso objetivo é entender como o professor de Física poderá calcular a carga q da esfera e do carrinho sobre o trilho de ar. Você já sabe como calcular a força de interação entre duas cargas e conhece a segunda lei de Newton, que relaciona a massa e a aceleração de um objeto com a força sofrida. Antes do experimento, a massa do carrinho foi medida e é igual a 0,2 kg.

### Atenção

Lembre-se da segunda lei de Newton. Ela indica que a força sofrida por um objeto é proporcional à aceleração sofrida por este, em que a massa do objeto é a constante de proporcionalidade. Matematicamente: $\vec{F} = m\vec{a}$.

O professor aproxima a esfera carregada diretamente atrás do carrinho, e este começa a se mover imediatamente. Ele acompanha o movimento, seguindo com a esfera o carrinho, sempre mantendo uma distância constante de 0,3 m. Sobre o trilho de ar existem sensores que permitem ao professor obter rapidamente o valor da aceleração, igual a $0{,}1\text{m/s}^2$. Afinal, qual o valor da carga q? Pela lei de Coulomb:

$\vec{F_e} = \frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}\hat{r}$, de modo que a aceleração do carrinho será dada por $m\vec{a} = \frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}\hat{r}$.

Substituindo a massa de 0,2 kg, a aceleração de $0{,}1\text{m/s}^2$, a distância como 0,3 m e cargas iguais $q_1 = q_2 = q$, obtém-se:

$$0{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot \hat{\imath} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot q^2}{0{,}3^2},$$

$$q^2 = 2 \cdot 10^{-13},$$

$$q \approx 0{,}45\mu C.$$

Portanto, com um aparato experimental simples, conseguimos descobrir a carga elétrica da esfera e do carrinho.

## Avançando na prática

### Impressora jato de tinta

#### Descrição da situação-problema

Você é um engenheiro em uma indústria que produz equipamentos para impressão em papéis e está trabalhando em uma equipe encarregada de projetar um novo sistema para impressoras jato de tinta. O princípio básico do funcionamento de uma impressora desse tipo é que gotículas de tinta são carregadas eletricamente, atiradas na direção do papel e direcionadas por meio de forças elétricas. Para opinar sobre uma ideia apresentada por um membro da equipe, você precisa compreender como uma gotícula de tinta de massa $m = 5 \cdot 10^{-10} kg$ e carga elétrica $q = -2 \cdot 10^{-9} C$ se comporta distante em 1 cm de uma carga elétrica de $0,5 \mu C$. Especialmente, você precisa conhecer o módulo da força e a aceleração causada na gotícula.

#### Resolução da situação-problema

Quando a gotícula aproxima-se da carga elétrica de sinal oposto, ela será atraída conforme a lei de Coulomb. Ela sofrerá uma força atrativa de módulo:

$$\left|\vec{F_e}\right| = \frac{k\left|q_1\right|\left|q_2\right|}{\left|\vec{r_2} - \vec{r_1}\right|^2}$$

$$\left|\vec{F_e}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left|-2 \cdot 10^{-9}\right| \cdot \left|0,5 \cdot 10^{-6}\right|}{0,01^2} = 0,09N$$

A aceleração da gotícula pode ser obtida através da segunda lei de Newton:

$$F = ma$$

$$0,09 = 5 \cdot 10^{-10} \cdot a$$

$$a = 1,8 \cdot 10^8 \text{m/s}^2$$

Agora, você tem a informação necessária para prosseguir com o projeto.

## Faça valer a pena

**1.** A força elétrica da interação entre duas cargas é ______ ao valor de cada uma das cargas envolvidas e ______ da distância entre as duas cargas. A direção da força é a mesma da reta que liga ambas as cargas, e a força será ______ caso as cargas tenham sinais opostos e ______ caso as cargas tenham sinais iguais.

Marque a alternativa que completa corretamente as lacunas do texto:

a) Inversamente proporcional; diretamente proporcional ao quadrado; atrativa; repulsiva.

b) Diretamente proporcional; inversamente proporcional ao quadrado; atrativa; repulsiva.

c) Inversamente proporcional; diretamente proporcional; atrativa; repulsiva.

d) Diretamente proporcional; inversamente proporcional ao quadrado; repulsiva; atrativa.

e) Diretamente proporcional; inversamente proporcional; repulsiva; atrativa.

**2.** Uma carga $q_3 = -40\mu C$ localizada no ponto (0,0) de um sistema de coordenadas encontra-se sob a influência de duas cargas $q_1 = -5\mu C$ e $q_2 = -10\mu C$, localizadas, respectivamente, nos pontos (-0,5; 0) e (0; -0,4) em unidades do SI. A lei de Coulomb permite o cálculo da força à qual a carga 3 encontra-se submetida.

Marque a alternativa que contém o módulo da força elétrica sobre a carga 3 e o ângulo que essa força forma com a horizontal:

a) 22,5N ; 72 °.

b) 20,8N ; 50 °.

c) 23,6N ; 72 °.

d) 23,6N ; 18 °.

e) 22,5N ; 18 °.

**3.** Uma carga $q_3 = -5\mu C$ localizada no ponto (1 m,1 m,1 m) de um sistema de coordenadas encontra-se sob a influência de duas cargas $q_1 = 10\mu C$ e $q_2 = 20\mu C$, localizadas, respectivamente, nos pontos (1; 1; 0) e (0; 0; 1), unidades no SI. A lei de Coulomb permite o cálculo da força à qual a carga 3 encontra-se submetida.

Marque a alternativa que contém o módulo aproximado da força elétrica sobre a carga 3:

a) 1,2N.

b) 1,0N.

c) 0,8N.

d) 0,6N.

e) 0,4N.

# Seção 1.3

## Campo elétrico

### Diálogo aberto

Olá, estudante! Prosseguimos com a tarefa de compreender os fundamentos da eletrostática. Já estudamos o fenômeno elétrico, as cargas elétricas e as forças elétricas. Agora, discutiremos outro ponto fundamental, o campo elétrico.

Quando colocamos duas cargas elétricas próximas uma da outra, logo surge uma força elétrica correspondente em cada uma delas. Como será que uma carga identifica que existe outra nas proximidades, considerando que não há necessidade de que elas se toquem para que interajam eletricamente? Uma carga solitária modifica o espaço em sua vizinhança por meio de campos elétricos, de modo que se outra carga for colocada nas proximidades, logo se inicia uma interação por meio de forças.

Lembre-se de que nesta unidade nos colocamos no lugar de um professor de Física que quer despertar a curiosidade de seus estudantes para que eles desejem entender como a natureza funciona. Após realizar uma série de experimentos em sala de aula, chegou a hora dos estudantes demonstrarem que compreenderam os princípios da eletrostática. O professor quer mostrar como se calcula o campo elétrico devido a um dipolo elétrico composto por duas partículas de cargas de mesmo módulo e sinais opostos. Ele calculará o resultado exato, e também quer mostrar para os alunos uma interessante aproximação que facilita os cálculos.

Esse é o desafio desta seção. Como conseguiremos fazer isso? Precisamos de novos conhecimentos!

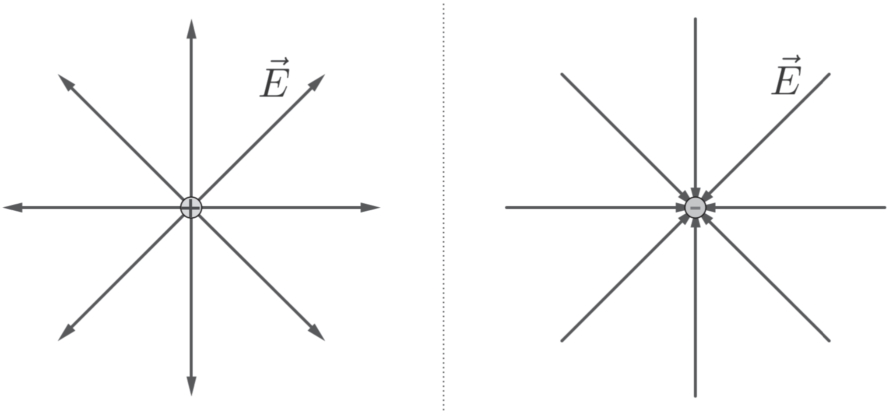
### Não pode faltar

Vamos imaginar que uma única carga elétrica esteja presente em uma determinada região do espaço. Se uma segunda carga for trazida para as proximidades, surgirá imediatamente uma força na mesma direção da linha que liga as duas cargas. Como explicar esse fato, considerando que ambas as partículas carregadas não precisam nem mesmo se tocar para que a força atue?

Uma maneira de explicar esse efeito é afirmar que a carga elétrica modifica o espaço ao seu redor, irradiando um campo elétrico. O campo elétrico é uma grandeza vetorial (tem módulo, direção e sentido). Com base unicamente no campo elétrico gerado por um objeto carregado, é possível prever a força elétrica que uma segunda partícula de carga conhecida sofrerá ao ser colocada nas proximidades da primeira.

O campo elétrico é denotado por $\vec{E}$, cuja unidade é N/C. O vetor campo elétrico sempre aponta no sentido que se afasta da carga, enquanto nas cargas negativas o vetor campo elétrico aponta para a carga. Costumamos denotar o sentido do campo elétrico nas proximidades de uma carga através de linhas de campo elétrico denotadas na Figura 1.15.

Figura 1.15 | Linhas de campo elétrico em cargas pontuais positivas e negativas



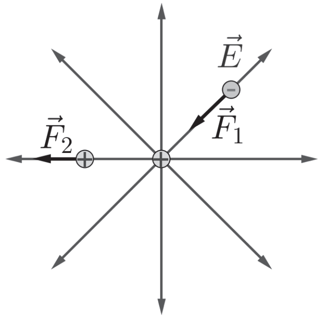

Fonte: elaborada pelo autor.

Conhecido o campo elétrico ao redor de um objeto carregado, é fácil descobrir a força elétrica que atua sobre uma partícula carregada que seja inserida nas proximidades. Basta multiplicar o vetor campo elétrico na posição em que a partícula foi inserida, e multiplicar pela carga elétrica da partícula, ou seja:

$$\vec{F_e} = q \cdot \vec{E}$$

Veja que usando esse formalismo matemático não precisamos nos preocupar se a força é atrativa ou repulsiva, pois o resultado do produto anterior já tem o sentido correto. Veja o exemplo do campo elétrico gerado por um objeto carregado positivamente. O campo elétrico aponta no sentido que se afasta da carga. Como mostra a Figura 1.16, se a partícula carregada inserida nas proximidades tiver carga positiva, a força apontará vetorialmente no mesmo sentido do campo, e teremos, portanto, uma força de repulsão. Se a carga elétrica da partícula for negativa, o sinal de menos inverterá o sentido do vetor e teremos uma força resultante atrativa.

Figura 1.16 | Forças causadas por um campo elétrico




Fonte: elaborada pelo autor.

### Faça você mesmo

O que ocorrerá no caso de um objeto carregado negativamente? Desenhe o sentido do campo elétrico, como realizado na Figura 1.15, e insira uma carga positiva e uma carga negativa nas proximidades. Qual será o sentido da força elétrica resultante? A aplicação direta da fórmula $\vec{F_e} = q \cdot \vec{E}$ fornece os sentidos corretos das forças?

Já sabemos que a força elétrica entre duas cargas elétricas Q e q é dada por $\vec{F_e} = \frac{kQq}{r^2}\hat{r}$.

Então podemos relacionar as quantidades fundamentais contidas na expressão anterior com o campo elétrico gerado por uma carga Q: $\vec{F_e} = q \cdot \vec{E} = \frac{kQq}{r^2}\hat{r}$, de onde se obtém: $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$.

Matematicamente, dizemos que o campo elétrico é um campo vetorial, no qual a cada ponto do espaço pode ser associado um vetor campo elétrico distinto.

### Assimile

Em uma situação na qual um objeto carregado interage eletricamente com uma partícula carregada, para encontrar o campo elétrico que atua sobre a partícula, basta tomar a força elétrica que atua sobre ela e dividir por sua carga:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{q}$$

### Exemplificando

Uma esfera metálica com carga $Q = 3mC$ é inserida em determinada região do espaço onde não existem outras influências elétricas. Sua posição é utilizada para definir a origem de um sistema de coordenadas.

Posteriormente, uma pequena carga de prova $q = -1\mu C$ é inserida a uma distância de 0,5 m da esfera, no ponto (0,5 m; 0). Responda:

a) Qual o campo elétrico gerado pela esfera no ponto onde será inserida a carga de prova?

b) Qual a força elétrica sentida pela carga de prova?

Resolução:

a) Para calcular o campo elétrico, basta utilizar a expressão:

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$$

Com relação ao raio, temos:

$$\vec{r} = \vec{r_q} - \vec{r_Q} = (0,5;0) - (0;0) = (0,5m)\hat{\imath}$$

$$r = |\vec{r}| = 0,5m$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r_q} - \vec{r_Q}}{r} = \frac{(0,5m)\hat{\imath}}{0,5} = \hat{\imath}$$

Então:

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{0,5^2}\hat{\imath}$$

$$\vec{E} = (1,08 \cdot 10^8 \text{N/C})\hat{\imath}$$

b) Para encontrar a força que é exercida sobre a carga de prova, basta utilizar a expressão:

$$\vec{F_e} = q \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F_e} = -1 \cdot 10^{-6} \cdot 1,08 \cdot 10^8 \cdot \hat{\imath}$$

$$\vec{F_e} = -(108N)\hat{\imath}$$

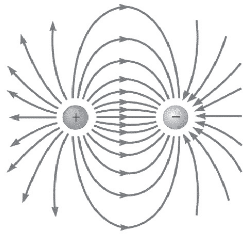
Portanto, a carga elétrica q sente uma força de 108 N quando submetida ao campo elétrico gerado pela carga Q. Note que a carga negativa inverteu o sentido do vetor, gerando uma força atrativa, como esperado.

No caso de duas ou mais cargas posicionadas no espaço, o campo elétrico resultante em um determinado ponto será a soma do campo elétrico gerado por cada uma das cargas. Aqui, aplica-se também o princípio da superposição, e podemos considerar e somar os efeitos independentes de cada uma das cargas elétricas. Dessa forma, em um determinado ponto, nas proximidades de n cargas elétricas, teremos:

$$\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_1 + \ldots + \vec{E}_n$$

Nesse caso, se desenharmos as linhas de campo elétrico, elas irão formar configurações em que as linhas surgem das cargas positivas e entram nas cargas negativas. Veja o exemplo na Figura 1.17 em que uma carga positiva e uma negativa de mesmo sinal são aproximadas:

Figura 1.17 | Linhas de campo elétrico em duas cargas próximas




Fonte: <http://titan.bloomfield.edu/facstaff/dnicolai/Physics/Physics106/Phy106-lessons/lesson1-106.htm>. Acesso em: 14 set. 2016.

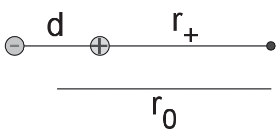
### Dipolo elétrico

O caso mostrado na Figura 1.17 é muito importante. Trata-se do chamado dipolo elétrico. Nele, temos duas cargas de sinais opostos separadas por uma distância d. Vamos analisar o campo elétrico resultante em um ponto afastado de ambas as cargas, mas colinear com elas, conforme Figura 1.18. Considere que ambas as cargas têm igual módulo q.

Como faremos esse cálculo? Sabemos que o campo elétrico resultante é a soma do campo elétrico gerado por cada uma das cargas. Assim:

$$\vec{E} = \frac{k\,q}{(r_+)^2}\hat{r} + \frac{k\,(-q)}{(r_+ + d)^2}\hat{r}$$

Figura 1.18 | Dipolo elétrico




Fonte: elaborada pelo autor.

Podemos escrever em termos de $r_0$ e d da seguinte maneira:

$$\vec{E} = \frac{k\,q}{\left(r_0 - \frac{d}{2}\right)^2}\hat{r} - \frac{k\,q}{\left(r_0 + \frac{d}{2}\right)^2}\hat{r}$$

Em que levamos em consideração que $r_+ = r_0 - \dfrac{d}{2}$ e $r_+ + d = r_0 + \dfrac{d}{2}$. Temos:

$$\vec{E} = kq\hat{r} \cdot \left( \frac{1}{r_0^{\,2} \cdot \left( \dfrac{2r_0 - d}{2r_0} \right)^2} - \frac{1}{r_0^{\,2} \cdot \left( \dfrac{2r_0 - d}{2r_0} \right)^2} \right)$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r_0^{\,2}} \hat{r} \cdot \left( \frac{1}{\left( 1 - \dfrac{d}{2r_0} \right)^2} - \frac{1}{\left( 1 + \dfrac{d}{2r_0} \right)^2} \right)$$

Podemos reduzir as frações anteriores a um denominador comum:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r_0^{\,2}} \hat{r} \cdot \left( \frac{\left( 1 + \dfrac{d}{2r_0} \right)^2 - \left( 1 - \dfrac{d}{2r_0} \right)^2}{\left( 1 - \dfrac{d}{2r_0} \right)^2 \left( 1 + \dfrac{d}{2r_0} \right)^2} \right)$$

O que não aparenta ter melhorado muito nossa situação, mas seja corajoso e continue a simplificar a expressão:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r_0^{\,2}} \hat{r} \cdot \left( \frac{1 + \dfrac{d}{r_0} + \left( \dfrac{d}{2r_0} \right)^2 - 1 + \dfrac{d}{r_0} - \left( \dfrac{d}{2r_0} \right)^2}{\left( 1 - \left( \dfrac{d}{2r_0} \right)^2 \right)^2} \right)$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r_0^{\,2}} \hat{r} \cdot \left( \frac{\dfrac{2d}{r_0}}{\left( 1 - \left( \dfrac{d}{2r_0} \right)^2 \right)^2} \right)$$

$$\vec{E} = \frac{kq(2d)}{r_0^{\,3}}\hat{r} \cdot \left( \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{d}{2r_0}\right)^2\right)^2} \right)$$

O campo elétrico indicado anteriormente é a solução para nosso problema. Entretanto, podemos avançar um passo a mais e chegar a uma solução muito útil. Vamos fazer uma **aproximação**. Isso significa que abandonaremos um resultado exato por um resultado que é suficientemente próximo da realidade para nossos propósitos, e muito mais fácil de calcular.

Imagine uma situação em que a distância $r_0$ seja muito maior do que a distância d. Nesse caso, o termo $1 - \left(\frac{d}{2r_0}\right)^2 \to 1$.

Veja um exemplo. Suponha que $r_0 = 1m$ e $d = 1cm$. Nesse caso:

$$1 - \left(\frac{d}{2r_0}\right)^2 = 1 - \left(\frac{0{,}01}{2 \cdot 1}\right)^2 = 0{,}999975\,.$$

Então, podemos simplesmente fazer uma aproximação e substituir a quantidade anterior por 1. É claro que isso incorre em um erro no cálculo final, mas é graças ao uso de aproximações que muitas aplicações da Engenharia se tornam possíveis, utilizando as complexas teorias da Física. Só utilize aproximações se você puder certificar-se de que os erros gerados estão sob controle.

Com a aproximação anterior, temos:

$\vec{E}_{dip} = \frac{2kqd}{r_0^{\,3}}\hat{r}$ (dipolo elétrico)

que é o campo elétrico devido a um dipolo.

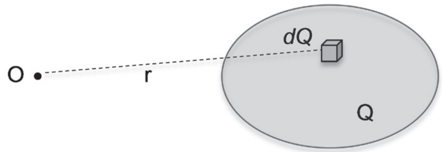
## Distribuições contínuas de carga elétrica

Temos estudado a relação entre cargas pontuais. Entretanto, na natureza, é comum a ocorrência de distribuições contínuas de carga elétrica. Nesse caso, para calcular o valor do campo elétrico em um determinado ponto, sempre recorreremos ao cálculo diferencial e integral.

Precisamos pensar em uma distribuição contínua de cargas (seja em uma linha de cargas, uma superfície carregada tal como uma chapa metálica ou uma casca esférica, ou mesmo uma distribuição de cargas em um volume) que influencia um determinado ponto no espaço em que se encontra uma carga de prova, por exemplo. Temos que dividir a distribuição contínua em pequenos elementos que contenham um diferencial de carga "dQ" da carga total Q, conforme Figura 1.19. Precisamos utilizar a distância específica r desse elemento até o ponto estudado, somando a influência de cada pequeno elemento (ou seja, integrando).

$$\vec{E} = \int_Q \frac{k\hat{r}}{r^2} dQ$$

Figura 1.19 | Superfície de carga total Q




Fonte: elaborada pelo autor.

**Pesquise mais**

Já conhece o cálculo integral? Então veja um exemplo de cálculo do campo elétrico causado por um anel de cargas a partir da página 28 do excelente livro:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: eletromagnetismo. 9. ed. v.3, Rio de Janeiro: LTC, 2012.

Você tem acesso gratuito a ele fazendo login em sua área do estudante e depois clicando no link: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2269-7/cfi/35!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 20 set. 2016.

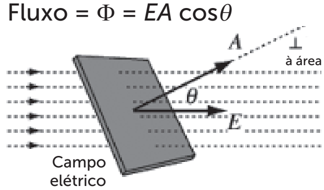
### Fluxo de campo elétrico

Para muitas aplicações de engenharia, é importante calcular o fluxo de um campo elétrico através de uma determinada área.

Para entender o que é um fluxo de campo elétrico, tente imaginar as linhas de campo elétrico como se fossem um fluido atravessando essa área. Dessa forma, torna-se possível calcular algo semelhante à vazão. Assim como a vazão é a velocidade multiplicada pela área, o fluxo de campo elétrico pode ser obtido como o produto do campo elétrico pela área. Denotaremos fluxo de campo elétrico por $\Phi$, e sua unidade será $N \cdot m^2/C$.

Vamos imaginar o caso mais simples possível: um campo elétrico constante em todos os pontos que compõem a área estudada e que a atravessa perpendicularmente. Nesse caso, teremos que $\Phi = E \cdot A$.

Figura 1.20 | Fluxo elétrico em superfície




Fonte: elaborada pelo autor.

É importante avaliar situações em que o campo elétrico é constante, mas não é perfeitamente perpendicular à área estudada. Veja a Figura 1.20. Nesse caso, multiplicaremos a projeção perpendicular do campo elétrico com relação à superfície plana, multiplicada pela própria área. Uma maneira simples de escrever isso é:

$$\Phi = E \cdot A \cdot \cos\theta \quad \text{(campo elétrico constante, superfície plana)}$$

Perceba que essa formulação matemática permite um fluxo negativo para $\theta > 90°$. De fato, isso é bem útil, pois assim podemos pensar em uma área orientada, em um sentido em que o fluxo está "saindo" e um sentido em que o fluxo está "entrando" na região estudada.

**Reflita**

O que acontece se $\theta = 90°$ na equação anterior? O que isso significa fisicamente?

Uma maneira simples de obter o fluxo de campo elétrico é escrevê-lo de maneira inteiramente vetorial. Nesse caso, escrevemos o vetor área ($\vec{A}$) como um vetor que tem módulo igual à área estudada e direção e sentido iguais ao vetor normal à área. Assim, é possível calcular o fluxo utilizando um produto escalar entre dois vetores:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} \quad \text{(campo elétrico constante)}$$

O cuidado que precisamos ter, nesse caso, é levar em conta a direção do campo elétrico. Em determinados momentos, é interessante calcular o fluxo de campo elétrico através de uma determinada área.

O resultado anteriormente obtido depende da existência de um campo elétrico constante na área estudada. Um campo elétrico variável pode ser estudado mediante o cálculo diferencial integral, em que a área estudada é dividida em pequenas áreas diferenciais e o fluxo total é obtido por meio da integração da quantidade $\vec{E} \cdot d\vec{A}$, de modo que:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Uma importante lei da Física é descrita pela lei de Gauss. Ela afirma que se criarmos uma superfície fechada que envolve completamente uma carga elétrica q, e se calcularmos o fluxo total de campo elétrico que escapa através dela, obteremos uma quantidade que é um múltiplo da carga elétrica q. A Lei de Gauss afirma que $\varepsilon_0 \Phi = q$, ou:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \text{(lei de Gauss)}$$

Em que q é a carga elétrica envolvida pela superfície sobre a qual o campo elétrico é integrado. Além disso, a constante $\varepsilon_0$ é a chamada constante de permissividade do vácuo, dada pela expressão:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$$

**Pesquise mais**

Leia mais sobre o fluxo elétrico, a partir da página 22, e estude o fluxo de um campo elétrico uniforme através de um cubo, no exemplo 19.9, na excelente obra: SERWAY, Raymond; JEWETT, John. **Princípios de física**. 5. ed. v. 3, São Paulo: Cengage, 2014.

## Sem medo de errar

Chegou a hora do professor aplicar seus conhecimentos para ensinar aos estudantes como funcionam os dipolos elétricos. Em seu roteiro de aula, ele pretende calcular o valor do campo elétrico causado por um dipolo formado por duas partículas de carga $q_+ = 2\mu C$, $q_- = -2\mu C$, posicionadas conforme Figura 1.17, sobre um ponto afastado, em que $d = 5cm$ e $r_+ = 0,5m$. Ele quer mostrar o valor exato, o valor aproximado e o desvio percentual entre os valores, demonstrando o valor da aproximação que acabou de ensinar.

Resolução

Utilizando as expressões deduzidas anteriormente, temos os seguintes valores para o campo elétrico. A aproximação resulta no valor:

$$\left|\vec{E}_{dip}\right| = \frac{2kqd}{r_0^3} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05}{0,5^3} = 14400\,\text{N/C}$$

O valor exato será:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{kq(2d)}{r_0^{\,3}} \cdot \left( \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{d}{2r_0}\right)^2\right)^2} \right)$$

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05}{0,5^3} \cdot \left( \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{0,05}{2 \cdot 0,5}\right)^2\right)^2} \right)$$

$$\left|\vec{E}\right| \approx 14400 \cdot 1,005 = 14472\,\text{N/C}$$

Desse modo, o uso da aproximação resulta em um desvio percentual do valor exato:

$$\frac{14400 - 14472}{14472} \cdot 100 \approx -0,5\% \,.$$

Assim, o professor mostrou que devemos utilizar aproximações com cuidado, pois os desvios podem ser significativos dependendo do contexto.

## Avançando na prática

### Lei de Gauss

#### Descrição da situação-problema

Um estudante deseja comprovar a lei de Gauss de uma maneira simples, com alguns desenhos e cálculos em seu caderno. Como ele poderia fazer isso?

#### Resolução da situação-problema

Ao observar a Figura 1.15, ele teve a seguinte ideia: pela maneira como o campo elétrico se distribui ao redor de uma partícula carregada com carga Q, é possível perceber que se traçarmos uma casca esférica de raio r ao redor dela, obteremos sempre um campo elétrico que é exatamente perpendicular à partícula. Será também um campo elétrico de mesmo módulo, igual a:

$$\vec{E} = \frac{k\,Q}{r^2}\,\hat{r}$$

O estudante sabe que a área de uma casca esférica é dada por $A = 4\pi r^2$, e decidiu criar uma superfície orientada fechada descrita pelo vetor $\vec{A}$ da seguinte forma:

$$\vec{A} = 4\pi r^2 \cdot \hat{r}$$

Perceba que é uma maneira interessante de construir a superfície orientada, pois a orientação fica clara, com $\hat{r}$ indicando o sentido positivo de saída da esfera, e $-\hat{r}$ indicaria o sentido de entrada na esfera. Agora, podemos calcular o fluxo de campo elétrico assim:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$\Phi = \frac{kQ}{r^2}\hat{r} \cdot 4\pi r^2 \hat{r}$$

$$\Phi = 4\pi kQ$$

A lei de Gauss afirma que:

$$\varepsilon_0 \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 \Phi = Q$$

Em que

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$$

Para comprovar a lei de Gauss na situação indicada, precisamos mostrar que $\varepsilon_0 \Phi = Q$.

$$\varepsilon_0 \Phi = \frac{1}{4\pi k} \cdot 4\pi kQ = Q$$

Como desejávamos demonstrar.

## Faça valer a pena

**1.** Uma maneira simples de saber qual será a direção da força elétrica sentida por uma partícula, caso esta seja inserida em uma região onde já existe uma distribuição de cargas elétricas, é desenhando uma distribuição de ______. Caso uma carga elétrica positiva seja inserida sobre a linha orientada, a força elétrica terá o ______ da orientação da linha de campo, e se a carga elétrica for negativa, teremos o ______.

Marque a alternativa que completa corretamente as lacunas da frase anterior:

a) Linhas de campo magnético; mesmo sentido; sentido oposto.

b) Linhas de campo elétrico; mesmo sentido; sentido oposto.

c) Linhas de campo magnético; sentido oposto; mesmo sentido.

d) Linhas de campo elétrico; sentido oposto; mesmo sentido.

e) Linhas de velocidade; sentido oposto; mesmo sentido.

**2.** O campo elétrico gerado por diversas cargas sobre um ponto pode ser calculado independentemente, carga por carga, e depois somado, graças ao princípio da superposição. Suponha que três pequenas esferas com cargas elétricas $q_1 = 6\mu C$, $q_2 = 1\mu C$ e $q_3 = -1\mu C$ interagem eletricamente entre si, localizadas nas posições (0; 0; 0), (0,3; 0,4; 0) e (0; -1; 0), respectivamente, em metros.

Marque a alternativa que contém o campo elétrico gerado por elas sobre o ponto 4, localizado em (0; 0; 1).

a) $-(1,9 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\imath} + (3,2 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\jmath} + (6,8 \cdot 10^4 \text{ N/C})\hat{k}$.

b) $+(1,9 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\imath} - (5,8 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\jmath} + (5,7 \cdot 10^4 \text{ N/C})\hat{k}$.

c) $-(1,9 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\imath} - (5,8 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\jmath} + (5,7 \cdot 10^4 \text{ N/C})\hat{k}$.

d) $-(2,5 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\imath} - (3,2 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\jmath} + (6,8 \cdot 10^4 \text{ N/C})\hat{k}$.

e) $(2,5 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\imath} - (3,2 \cdot 10^3 \text{ N/C})\hat{\jmath} - (6,8 \cdot 10^4 \text{ N/C})\hat{k}$.

**3.** Uma região do espaço está preenchida por um campo elétrico uniforme $(1600 \text{ N/C})\hat{k}$. Nela, está sendo investigado o fluxo magnético que atravessa um retângulo de lados 2 m e 3 m que é atravessado perpendicularmente pelo eixo z. O retângulo está descarregado e não afeta significativamente o campo elétrico da região.

Encontre o fluxo de campo elétrico que atravessa o retângulo indicado.

a) $5600 \text{N.m}^2\text{/C}$.

b) $400 \text{N.m}^2\text{/C}$.

c) $4800 \text{N.m}^2\text{/C}$.

d) $9600 \text{N.m}^2\text{/C}$.

e) $1600 \text{N.m}^2\text{/C}$.

# Referências


HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: eletromagnetismo. 9. ed. v. 3, Rio de Janeiro: LTC, 2012.

SERWAY, Raymond; JEWETT, John. **Princípios de física**. 5. ed. v. 3, São Paulo: Cengage, 2014.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp** – física geral III. Disponível em: <https://youtu.be/lfNvbJbYxFQ>. Acesso em: 30 jul. 2016.

# Grandezas elétricas básicas

## Convite ao estudo

Olá, estudante! Agora que já nos familiarizamos com os fenômenos elétricos e com os conceitos fundamentais de carga, força e campo elétrico, estamos preparados para avançar. Vamos compreender grandezas elétricas que são extremamente úteis na engenharia, adquirindo assim conhecimentos muito valorizados no mercado de trabalho.

Hoje, somos extremamente dependentes dos equipamentos elétricos. A rede elétrica transmite para nossas casas uma tensão de 110 V ou 220 V, capaz de gerar uma corrente elétrica que permite o funcionamento de nossos aparelhos. Você certamente já precisou se preocupar em descobrir se a tomada de um determinado quarto de hotel era 110 V ou 220 V, ou com as características de um chuveiro elétrico, tais como potência elétrica e corrente elétrica máxima, ou ainda com a troca de sua resistência.

Os técnicos que trabalham com instalações elétricas são profissionais muito requisitados, e engenheiros eletricistas competentes são necessários para projetar grandes equipamentos elétricos, redes de transmissão de energia e as instalações de grande porte de indústrias, por exemplo.

Nesta unidade, faremos um novo exercício de imaginação, e nos colocaremos no lugar de uma profissional de nível técnico que trabalha em uma equipe de manutenção dos equipamentos de uma grande indústria. Ela estava no escritório, realizando tarefas administrativas relevantes, mas ficou sabendo que houve uma pane em uma importante máquina, que foi desligada por questões de segurança, parando a linha de montagem. Máquinas paradas em uma indústria como essa significam grandes prejuízos, com elevadas somas de dinheiro perdidas a cada hora. Ao invés de simplesmente ouvir essa história com curiosidade, considerando sua experiência no assunto, ela decidiu pedir autorização a seu gestor para auxiliar os times de resposta. Com a autorização concedida, deslocou-se imediatamente ao galpão de produção.

A funcionária inclusive já tem uma suspeita de qual equipamento pode ter sido responsável pela parada. Em suas mãos, ela já conta com seu inseparável multímetro, um equipamento que permite medir tensão, corrente e resistência elétrica. Agora é hora de trabalhar.

# Seção 2.1

## Potencial elétrico

### Diálogo aberto

Na presente seção, estudaremos o potencial elétrico e os efeitos causados por uma diferença de potencial, ou DDP, que existe entre as duas entradas de sua tomada ou entre as duas extremidades de uma pilha. Você entenderá também o que significam os 110 V e 220 V da tomada de sua casa, ou o 1,5 V da pilha usada no controle remoto de sua televisão.

O potencial elétrico tem relação estreita com o conceito de energia potencial elétrica. Quando duas cargas elétricas de sinais opostos estão próximas uma da outra, elas se atraem eletricamente. Mesmo que as duas cargas estejam fixas em seus locais e não possam iniciar um movimento, as forças estão lá, sendo canceladas por outras forças capazes de manter a situação em um equilíbrio estático. Nesse caso, existe uma energia potencial envolvida.

Caso uma das cargas seja solta, ela iniciará um movimento, acelerando na direção da outra carga. A energia potencial elétrica se torna energia cinética. Então, convidamos você a compreender a relação entre o potencial elétrico, a energia potencial elétrica e a queda de tensão, ou DDP.

Retornamos também ao problema que motiva nossa unidade. A profissional de nossa história já chegou ao local e diversos técnicos e engenheiros estão ao redor de uma máquina. Muito experiente, ela oferece sua ajuda para o gestor da equipe que atua no local, e é prontamente aceita. A funcionária afirma que gostaria de iniciar testando um determinado componente da máquina, muito pequeno, mas capaz de causar a pane ocorrida. A equipe indica que o equipamento aparenta estar funcionando, em testes preliminares. Ainda assim, ela decide se aprofundar e testar os terminais em que o componente é encaixado. Estaria ele recebendo a queda de tensão correta para funcionar?

Para resolver essa questão, você precisa de novos conhecimentos!

## Não pode faltar

Na unidade anterior, estudamos os fenômenos elétricos em termos de cargas, forças e campos elétricos. Com base nas forças, podemos utilizar nossos conhecimentos de dinâmica, mais especificamente das leis de Newton, para descobrir uma aceleração e descrever movimentos de cargas elétricas.

Em seus estudos de Física, você já aprendeu sobre a importância da modelagem dos problemas em termos de energia. E sabe que trabalhando em termos de energia potencial e energia cinética é capaz de descobrir velocidades de maneira bem rápida, em situações nas quais precisaria realizar cálculos em vários passos para usar o formalismo das leis de Newton. Por exemplo, lembre-se de como é fácil obter a velocidade de um corpo em queda livre usando a conservação da energia mecânica. Nos estudos da eletricidade, também é interessante fazer uma análise em termos de energia potencial elétrica, com os mesmos benefícios que já conhecemos.

Vamos imaginar uma situação em que duas partículas carregadas eletricamente com cargas opostas estão próximas, fixas em seus lugares. Ambas se atraem reciprocamente, com a força elétrica proporcional às cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Se essas cargas estão fixas, a força é cancelada por outras forças mecânicas, de modo que as partículas permanecem em repouso.

Caso uma das partículas se solte, esta imediatamente acelerará na direção da outra, com uma aceleração proporcional à força elétrica $\vec{F_e}$ e inversamente proporcional à massa da partícula $m_p$, pela segunda lei de Newton:

$$\vec{F_e} = m_p \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F_e}}{m_p}$$

Como podemos descrever essa situação em termos de energia? Em primeiro lugar, lembramos da definição de trabalho para uma força constante, que tem relação com a força aplicada e com a distância percorrida sob a influência dela:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

Em que W denota o trabalho; d, a distância percorrida; e a notação vetorial com uso do produto escalar entre vetores dá origem ao termo <<Eqn005.eps>>, comum na definição do trabalho. Trabalho é uma forma de energia, medida na unidade Joule (J). É claro que o trabalho realizado sobre a partícula causa uma variação em sua energia potencial elétrica, de modo que:

$$W = -\Delta U$$

Isso quer dizer que um trabalho só pode ser realizado sobre a partícula utilizando a energia potencial armazenada. Esse trabalho transforma a energia potencial elétrica armazenada na partícula de nosso exemplo em energia cinética.

Por sinal, a **energia potencial elétrica é conservativa**, assim como a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica. Dessa maneira, o trabalho realizado é independente da trajetória, somente os pontos inicial e final são relevantes para esse cálculo.

### Exemplificando

Uma partícula com carga $q = -6\mu C$ se encontra em uma região dotada de um campo elétrico uniforme com intensidade $1,5 \cdot 10^5$ N/C. Calcule a variação da energia potencial elétrica quando a partícula se desloca em 1 m, acelerada exclusivamente pela ação da força elétrica gerada pelo referido campo. Encontre também a velocidade da partícula nessa situação, considerando que sua massa é 50 g.

**Resolução**:

Recebemos informações sobre uma distância percorrida que permitem o cálculo de uma força elétrica. Assim, é possível calcular o trabalho, que está relacionado à variação da energia potencial elétrica solicitada:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}\ .$$

Inicialmente, calculamos o módulo da força elétrica:

$$\left|\vec{F}\right| = |q| \cdot \left|\vec{E}\right| = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^{5} = 0,9N\ .$$

Sabemos que a partícula irá se mover na direção da força elétrica, de modo que:

$$W = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\vec{d}\right| \cdot \cos(0°) = 0,9 \cdot 1 = 0,9J\ .$$

Por fim:

$$W = -\Delta U \quad \rightarrow \quad \Delta U = -0,9J\ .$$

Assim 0,9 J de energia potencial elétrica foram convertidos em energia cinética.

$$W = \Delta E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = 0,9$$

$$v^2 = \frac{2 \cdot 0,9}{5 \cdot 10^{-2}} = 36$$

$$v = 6\,\text{m/s}\ .$$

Quando analisamos qualquer energia potencial nós sempre precisamos escolher um ponto de referência. Na energia potencial gravitacional, nós sempre escolhíamos um ponto em que ela era nula como referência para aplicar a equação $E_p = mgh$.

Em eletrostática, faz muito sentido definir como ponto de referência o "infinito". Isso ocorre porque sabemos que a força elétrica cai com a distância, de modo que a energia potencial elétrica vai a zero no infinito. Assim, quando queremos indicar a energia potencial gravitacional em um único ponto, podemos simplesmente definir:

$$U_P = \Delta U_{\infty \to P}$$

Isso significa que definimos a energia potencial em um determinado ponto como igual numericamente à energia adquirida pela partícula ao ser "trazida" do infinito e inserida no ponto em questão.

**Reflita**

O que significa o infinito (∞) em Física? A partícula realmente precisa percorrer uma distância infinita? Será que um único metro pode ser considerado uma distância infinita se seu parâmetro de comparação for o raio de um átomo, por exemplo?

### Potencial elétrico

Um conceito importante é o de potencial elétrico, que tem relação estreita com o conceito de energia potencial elétrica. A relação entre ambos é análoga à relação entre a força elétrica e o campo elétrico. O potencial elétrico, ou simplesmente potencial, é a energia potencial por unidade de carga. Assim:

$$W = -\Delta U = -q \cdot \Delta V$$

O potencial elétrico também pode ser definido em um único ponto, desde que seja estabelecido um ponto de referência. Determinando novamente o ponto de referência no infinito, o potencial inicial é igual a zero, temos então $W_\infty = -U_P = -q \cdot V_P$. O trabalho em questão se refere a trazer a carga elétrica do infinito até o ponto estudado. Abandonando o índice, uma vez que usaremos sempre essa definição, temos:

$$V = \frac{U}{q}$$

A unidade do campo elétrico é o Volt (V), equivalente a um Joule por Coulomb ($J/C$).

Em estudos anteriores, vimos o trabalho definido para forças constantes. Como pretendemos fazer análises mais realistas, precisamos estudar forças variáveis. A melhor maneira de fazer isso é utilizando nossos conhecimentos de cálculo diferencial e integral. Podemos analisar o trabalho realizado em deslocamentos infinitesimais. No caso: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ , esse é o trabalho realizado por uma partícula que se deslocou uma distância muito pequena.

Para conhecer o trabalho total realizado sobre a partícula, basta integrar $W = \int dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$ .

No caso de uma partícula de carga q, temos:

$$W = q\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$W = -q \cdot \Delta V = q\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$V_f - V_i = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

A expressão anterior pode ser utilizada para comparar o potencial entre dois pontos do espaço. Perceba que, caso o campo elétrico seja uniforme, com um valor constante em todo espaço, então temos simplesmente que $V_f - V_i = E \cdot d \cdot \cos\theta$ , em que $\theta$ é o ângulo formado entre o deslocamento e o vetor campo elétrico.

Para obter o potencial em um ponto específico, tomando como referência o infinito, podemos definir o potencial inicial igual a zero e abandonar o índice, obtendo:

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

### Potencial de uma carga pontual

Para poder realizar cálculos concretos, é importante definir qual o potencial elétrico gerado por uma carga pontual. Uma maneira interessante de fazer isso é imaginar que existe uma carga elétrica Q positiva localizada na origem de um referencial, e que desejamos descobrir o potencial elétrico em sua vizinhança. Como nosso ponto de referência é o infinito, precisamos integrar do infinito até o ponto em questão.

Para obter o potencial, precisamos resolver:

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

O campo elétrico gerado pela carga pontual é conhecido, igual a $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$ .

O que seria $d\vec{s}$ ? Trata-se de um elemento de distância no caminho em que é realizada a integração em questão. No caso, estamos integrando do infinito até um ponto à distância R, caminhando na direção radial. Então, em $V = -\int \frac{kQ}{r^2}\hat{r} \cdot d\vec{s}$ o produto escalar resultará em: $\hat{r} \cdot d\vec{s} = dr$, considerando que $\hat{r}$ é paralelo a $d\vec{r}$ . Então, explicitando os limites de integração, do infinito até uma distância R da carga pontual:

$$V = -\int_{\infty}^{R} \frac{kQ}{r^2} dr$$

Na integral anterior, podemos usar a regra para integrais polinomiais:

$\int_a^b x^n dx = \left.\frac{x^{n+1}}{n+1}\right|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$, reescrevendo da seguinte maneira: $V = -\int_\infty^R k\,Q\,r^{-2} dr$.

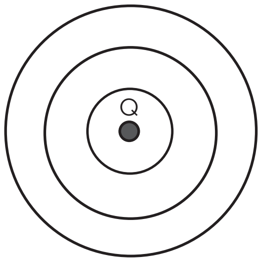
$$V = k\,Q\,r^{-1}\Big|_\infty^R = \frac{k\,Q}{R} - \lim_{r\to\infty}\left(\frac{k\,Q}{r}\right)$$

$$V = \frac{k\,Q}{R}$$

Como o resultado é independente da distância R escolhida, ou da direção da integração, então sabemos que temos o mesmo potencial em cascas esféricas concêntricas com o mesmo valor de potencial para cada valor do raio r. Assim, independentemente do valor específico de R, $V = \frac{k\,Q}{r}$. Esta expressão é válida para cargas positivas ou negativas.

As cascas esféricas concêntricas, ao redor da carga pontual, são chamadas superfícies equipotenciais.

Figura 2.1 | Superfícies equipotenciais ao redor de carga pontual




Fonte: elaborada pelo autor.

Qualquer ponto sobre cada esfera tem o mesmo valor do potencial. Para conhecer a variação do potencial elétrico deslocando-se de qualquer ponto sobre uma superfície equipotencial para qualquer ponto sobre outra, basta conhecer a distância entre ambas.

**Assimile**

O potencial elétrico ao redor de uma carga pontual depende somente da carga elétrica e da distância até ela:

$$V = \frac{k\,Q}{r}$$

O potencial elétrico é dado na unidade Volt ($V$).

**Exemplificando**

Uma carga pontual de $-50\mu C$ está localizada no ponto (1;1) em um determinado sistema de coordenadas. Encontre o potencial elétrico gerado por ela sobre o ponto (1,4;1,3).

Resolução:

Para uma carga pontual, o potencial elétrico é dado pela expressão:

$$V = \frac{kQ}{r}$$

A distância r é dada por:

$$\vec{r} = (1,3;1,4) - (1;1) = 0,3\hat{i} + 0,4\hat{j}$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{0,3^2 + 0,4^2} = 0,5m$$

Então:

$$V = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-50) \cdot 10^{-6}}{0,5}$$

$$V = -9 \cdot 10^5 V$$

Atenção: não confunda V referente à unidade Volt com V, que denota potencial elétrico.

O potencial elétrico produzido por um grupo de cargas pontuais obedece ao princípio da superposição, de maneira que basta somar a contribuição de cada uma das cargas sobre o ponto estudado. Considerando n cargas pontuais, teremos:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = k \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}$$

Para uma distribuição contínua de cargas, por sua vez, basta generalizar a expressão anterior utilizando uma integral: $V = \int dV = k \cdot \int \frac{dq}{r}$, em que é necessário escrever dq em função da distância r para efetuar a integração.

**Pesquise mais**

Leia o capítulo 24 da excelente referência:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, v.3. 2012.

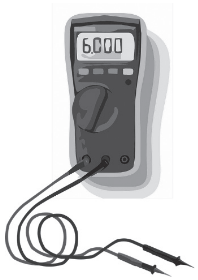
Lembre-se, você tem acesso ao livro gratuitamente quando entra em sua área do aluno, na biblioteca virtual. Realize seu *login* e depois acesse:

<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2269-7/cfi/14!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 20 set. 2016.

### Voltímetro

A variação do potencial elétrico entre diferentes regiões de um material condutor pode ser verificada por um aparelho conhecido como voltímetro. Para isso, basta ligar os terminais do voltímetro aos dois pontos de interesse. Em geral, vale a pena trabalhar com equipamentos chamados multímetros, que possuem a função de um voltímetro, além de outras que conheceremos ao longo das próximas seções.

Figura 2.2 | Voltímetro



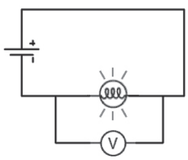

Fonte: <https://pixabay.com/pt/testador-eletr%C3%B4nica-conduzir-medida-41740/>. Acesso em: 18 set. 2016.

## Sem medo de errar

Lembre-se de que colocamo-nos no lugar de uma técnica que trabalha em uma grande indústria. Ela se ofereceu prontamente para ajudar quando uma máquina sofreu uma pane e precisou ser desligada. Agora, a funcionária quer saber se a queda de tensão nos dois terminais de um dos componentes está correta para assegurar o bom funcionamento do componente, já que, caso este venha a falhar, pode causar uma pane como a observada.

Para utilizar seu multímetro, ela insere os terminais do equipamento no ponto correto da fiação da máquina, conforme esquema a seguir:

Figura 2.3 | Esquema de um voltímetro




Fonte: <http://www.aplusphysics.com/courses/honors/circuits/meters.html>. Acesso em: 24 set. 2016.

Os terminais do voltímetro (V) são inseridos entre as duas extremidades da fiação que alimenta o componente. Dizemos que o voltímetro fica ligado em paralelo com ele, pois os terminais formam uma bifurcação no fio nos pontos de ligação.

Assim, a personagem de nossa história verifica a queda de tensão (ou diferença de potencial elétrico) aplicada ao componente, obtendo um valor de 220 V. Ela abre a componente, seguindo as normas de segurança, e insere o voltímetro em diferentes regiões, a fim de verificar as diferenças de potencial entre partes do circuito elétrico que compõem o componente, chegando à conclusão de que ao menos nesse aspecto o equipamento está de acordo com as especificações. Ela seguirá em frente, testando outras possibilidades.

## Avançando na prática

### Carga elétrica submetida a um potencial

Um cientista em um laboratório observa atentamente uma partícula carregada eletricamente com $90\mu C$ e massa 0,2 g. Essa partícula é colocada em repouso sobre uma região do espaço onde está submetida a um potencial elétrico de 2000 V, e é solta, passando a se mover e, após alguns instantes, passa por um local onde o potencial elétrico é 1000 V. O cientista precisa descobrir a velocidade final da partícula, sabendo que esta se encontra no vácuo.

### Resolução da situação-problema

Para obter a velocidade da partícula, precisamos compreender que o potencial elétrico está relacionado com o trabalho realizado sobre a partícula. É importante lembrar que:

$$\Delta E_c = W = -\Delta U = -q \cdot \Delta V$$

O enunciado indica que $\Delta V = 1000 - 2000 = -1000V$ , de modo que:

$$\Delta E_c = -q \cdot \Delta V = 90 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 9 \cdot 10^{-2} J$$

Como a partícula sai do repouso, temos que:

$$\Delta E_c = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} = \frac{mv_f^2}{2}$$

Podemos agora descobrir a velocidade da partícula a partir da variação de sua energia cinética:

$$\Delta E_c = 0,09 = \frac{mv_f^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot v_f^2}{2}$$

$$v_f^2 = 900$$

$$v_f = 30\,\text{m/s}$$

A partícula partiu do repouso e adquiriu uma velocidade de 30 m/s. Note que isso ocorreu porque a partícula de carga positiva se moveu do potencial mais alto para o mais baixo. Ela só poderia fazer o caminho oposto caso submetida a uma força externa, que realizaria um trabalho.

## Faça valer a pena

**1.** O _____ é um indicativo da _____ adquirida por uma carga elétrica inserida em um determinado ponto do espaço. Quando gerado por uma carga pontual, ele é _____ proporcional à carga elétrica e _____ proporcional à distância entre a carga e o ponto em que o potencial elétrico é calculado.

Marque a alternativa que completa corretamente as lacunas no texto:

a) Potencial elétrico; energia potencial elétrica; inversamente; diretamente.

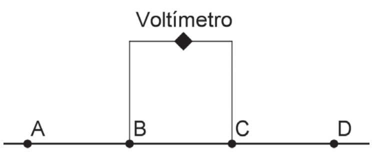
b) Potencial elétrico; energia potencial elétrica; diretamente; inversamente.

c) Potencial elétrico; energia cinética; diretamente; inversamente.

d) Trabalho; energia cinética; inversamente; diretamente.

e) Trabalho; energia potencial elétrica; diretamente; diretamente.

**2.** Você está analisando um material condutor cilíndrico, no qual estão distribuídos quatro pontos A, B, C e D, em sequência, da esquerda para a direita, distando 10 cm uns dos outros. Com um voltímetro, você verifica que a diferença de potencial entre os pontos A e B é de 60 V, posteriormente observa a mesma diferença de potencial entre cada par de pontos próximos. O voltímetro evidencia também que o ponto de maior potencial é o ponto D.




Fonte: elaborada pelo autor.

Após estudo cuidadoso, você afirma:

A diferença de potencial entre os pontos A e D é _____. Uma partícula de carga positiva inserida no ponto C se moveria para a _____, enquanto uma partícula de carga negativa se moveria para a _____.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas na afirmação anterior:

a) 120 V; esquerda; direita.

b) 180 V; esquerda; direita.

c) 180 V; direita; esquerda.

d) 240 V; esquerda; direita.

e) 240 V; direita; esquerda.

**3.** Três partículas carregadas eletricamente possuem cargas elétricas $Q_1 = 2\mu C$, $Q_2 = 7\mu C$ e $Q_3 = -4\mu C$ estão localizadas respectivamente nos pontos (1;0), (0;1) e (0,4;0,3) em unidades do SI. Cada uma, individualmente, gera um potencial elétrico em sua vizinhança imediata.

Marque a alternativa que indica o potencial elétrico exercido sobre a origem O do sistema de referências, o ponto (0;0).

a) $-9 \cdot 10^3 V$.

b) $9 \cdot 10^4 V$.

c) $-5 \cdot 10^4 V$.

d) $9 \cdot 10^3 V$.

e) $5 \cdot 10^3 V$.

# Seção 2.2

## Cargas em movimento: a corrente elétrica

### Diálogo aberto

Olá, estudante! Na seção anterior, vimos o conceito de potencial elétrico, que tem uma relação direta com a energia potencial elétrica adquirida por partículas carregadas submetidas à sua influência.

O tema da presente seção é a corrente elétrica. Lembre-se de que nos materiais condutores existem muitos elétrons com liberdade de movimento que ao serem submetidos a uma diferença de potencial elétrico (consequentemente, a um campo elétrico) se colocam todos em movimento imediatamente.

Na tomada de sua casa, cada um dos plugues de seus equipamentos elétricos é submetido a potenciais elétricos distintos. No interior do equipamento, um circuito fechado é estabelecido e a diferença de potencial entre dois plugues coloca os elétrons no interior do equipamento em movimento. Essa corrente elétrica carrega energia, que pode ser aproveitada para manter os equipamentos funcionando.

O mesmo princípio é válido para todos os equipamentos elétricos, sejam eles movidos diretamente pela ligação com a rede elétrica (como os nossos eletrodomésticos) ou por pilhas ou baterias portáteis e recarregáveis (como o seu celular).

Voltando para nossa história, a técnica da grande indústria continua investigando o componente da máquina que foi paralisada. Ela já verificou a diferença de potencial a qual ele se encontra submetido. Agora, pretende analisar a corrente elétrica que atravessa o componente, para poder comparar com a potência elétrica indicada nas suas especificações. Será que dessa vez a funcionária encontrará a pista para a solução da pane?

Para prosseguir, precisaremos de novos conhecimentos!

## Não pode faltar

As cargas elétricas são colocadas em movimento por meio de forças elétricas. Vimos na seção anterior que podemos descrever esses movimentos em termos de energia potencial elétrica, que pode ser transformada para energia cinética quando as condições são propícias.

Sabemos que a força é a variação da energia potencial, de modo que uma partícula de carga elétrica *q* se moverá graças à seguinte força:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U = -q \cdot \vec{\nabla} V$$

Lembrando que o operador nabla ($\vec{\nabla}$) aplicado a uma grandeza escalar indica um vetor gradiente, definido, em coordenadas cartesianas, por:

$$\vec{\nabla}U = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

Esse vetor aponta para a direção da máxima variação espacial do escalar em questão. A direção da máxima variação da energia potencial é a direção da força resultante, que apontará para o sentido oposto, o que é indicado pelo sinal negativo na fórmula.

Conhecendo as variações do potencial elétrico em determinada região do espaço, podemos descrever completamente o comportamento das cargas elétricas.

### Reflita

Uma partícula carregada eletricamente sempre entrará em movimento quando for submetida a um potencial elétrico? O que ocorre se não houver variação no potencial elétrico na região onde a carga de prova for inserida?

Em um material bom condutor elétrico, existem elétrons capazes de mover-se facilmente quando submetidos a variações no potencial elétrico. Cada átomo do elemento cobre, por exemplo, possui 29 elétrons, sendo que um deles tem por característica o fato de desprender-se com facilidade da eletrosfera. Em um fio de cobre, os diversos átomos estão ligados em uma estrutura cristalina, e esses elétrons especiais podem mover-se facilmente ao redor da estrutura cristalina. Isso geralmente ocorre de maneira muito desorganizada.

Entretanto, se submetemos cada uma das extremidades do fio elétrico a potenciais diferentes, surge entre ambas uma diferença de potencial (DDP), e os elétrons ganham um estímulo para iniciar um movimento ordenado, no sentido do potencial mais baixo para o mais alto. Além disso, um número incontável de elétrons passa a mover-se de acordo com a orientação da variação do potencial elétrico. Dessa forma, em uma determinada área do condutor, atravessarão muitos elétrons a cada segundo, dando origem a uma corrente elétrica que denotaremos pelo símbolo $I$. A unidade da corrente elétrica é o Ampère (A), em homenagem ao importante físico André-Marie Ampère (1775-1836). Um Ampère é equivalente a um Coulomb de carga por segundo (C/s).

Como a velocidade é a variação da posição com o tempo, de uma maneira análoga, a corrente elétrica é a variação da carga elétrica com o tempo. Podemos obter a corrente elétrica a partir de uma função que descreve a carga elétrica por meio de uma derivada em relação ao tempo: $I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

### Assimile

Corrente elétrica é a variação da carga elétrica com relação ao tempo:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Essa seria a corrente média em um sistema elétrico. Você se lembra da diferença entre velocidade média e velocidade instantânea na mecânica? Em notação diferencial:

$$I(t) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta q}{\Delta t}\right) = \frac{dq(t)}{dt}$$

A unidade da corrente elétrica é o Ampère (A).

Da mesma forma, para obter a carga elétrica com base em uma corrente elétrica conhecida, basta realizar a integração: $q(t) = \int I(t)dt$, lembrando que para encontrar o valor exato precisamos de um valor inicial para obter a constante de integração relevante.

### Exemplificando

Já discutimos em outra oportunidade o capacitor elétrico. Trata-se de um componente elétrico em que duas placas metálicas ficam muito próximas uma da outra, embora sem se tocarem. A aplicação de uma tensão elétrica entre os dois terminais causa um acúmulo de cargas elétricas de sinais opostos em cada uma das placas.

Vamos supor que um capacitor elétrico seja submetido a uma diferença de potencial em suas extremidades em um determinado instante. A partir desse instante, a carga elétrica em seu interior é descrita pela expressão: $Q(t) = Q_{max}\left(1 - e^{-t}\right)$. Nessas condições, encontre:

a) A carga elétrica inicial do capacitor.

b) A carga elétrica no capacitor após 2 s.

c) A corrente elétrica que alimenta o capacitor.

Resolução:

a) Para obter a carga elétrica inicial do capacitor, basta calcular a carga no instante inicial 0.

$$Q(t) = Q_{max}\left(1 - e^{-t}\right)$$

$$Q(0) = Q_{max}\left(1 - e^{-0}\right) = Q_0\left(1 - 1\right) = 0$$

No instante inicial, o capacitor se encontra descarregado, pois ainda não foi submetido à diferença de potencial relevante.

b) Analogamente, para obter a carga elétrica do capacitor no instante 2 s:

$$Q(t) = Q_{max}\left(1 - e^{-t}\right)$$

$$Q(2) = Q_{max}\left(1 - e^{-2}\right) \approx Q_{max}\left(1 - 0{,}135\right) = 0{,}865 \cdot Q_{max}$$

c) A corrente elétrica é a variação da carga elétrica com o tempo. Para derivar a expressão acima, precisamos nos lembrar da regra para derivada de funções exponenciais:

$$\frac{d}{dt}\left(e^{t}\right) = e^{t}$$

E também lembrar da regra da cadeia, pois:

$$\frac{d}{dt}\left(e^{-t}\right) = (-1) \cdot e^{-t}$$

Derivando a função Q:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = Q_{max} \cdot \left(0 + (-1) \cdot (-e^{-t})\right) = Q_{max} \cdot e^{-t}$$

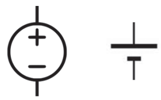
Valorize o exemplo, continue investigando a situação. Qual o limite da carga elétrica do capacitor com o tempo tendendo ao infinito? Qual a corrente elétrica inicial no capacitor? Qual o limite da corrente elétrica tendendo ao infinito?

A unidade Coulomb é uma unidade muito grande (em geral trabalhamos sempre com $\Delta C$, ou eventualmente com $mC$), da mesma forma, um Ampère de corrente é uma grande corrente elétrica. Correntes elétricas da ordem de Ampères podem ser fatais para seres humanos. Lembre-se de que o corpo humano é composto por uma grande quantidade de água e de sais minerais. A água 100% pura não conduz eletricidade, entretanto os sais fazem com que ela se torne condutora. Por isso, devemos tomar tanto cuidado quando trabalhamos com instalações elétricas, sempre utilizando os equipamentos de proteção individual (EPIs) requeridos pela tarefa.

Em nossas casas, o chuveiro elétrico utiliza uma grande corrente para aquecer a água, de maneira que mesmo em um procedimento simples como trocar uma resistência exige diversos cuidados, por exemplo, desligar completamente os disjuntores relevantes no quadro de energia, utilizar ferramentas isolantes etc. Nunca devemos permitir que equipamentos antigos fiquem com a parte metálica (condutora) da fiação em evidência. Todo fio elétrico é protegido por um material isolante, para a segurança de quem os manuseia. Sempre solicite o auxílio de especialistas com treinamento técnico para realizar manutenções em sua residência.

As diferenças de potencial podem ser geradas por configurações especiais de cargas, como vimos na seção anterior. Entretanto, no dia a dia temos sempre a transmissão de uma tensão elétrica através de uma rede elétrica, ou geradas por meio de processos químicos, como nas pilhas e baterias móveis. Costumamos representar um gerador pelos seguintes símbolos:

Figura 2.4 | Simbologia de geradores elétricos ou fontes

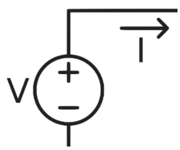



Fonte: adaptado de <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a0/Ohms_law_voltage_source.svg/1280px-Ohms_law_voltage_source.svg.png>; <http://ap-physics.david-s.org/wp-content/uploads/2015/03/electricitycircuit.jpg>. Acesso em: 25 set. 2016.

No caso, o sinal positivo e a barra grande denotam o polo positivo do gerador, que fornece uma tensão elétrica, ou potencial elétrico, superior à tensão do polo negativo, denotado pelo sinal de menos ou pelo traço menor.

Uma curiosidade importante é que, por questões históricas, a corrente elétrica é sempre marcada como saindo do polo positivo e entrando no polo negativo do gerador, como mostra a Figura 2.5.

Figura 2.5 | Sentido convencional da corrente elétrica

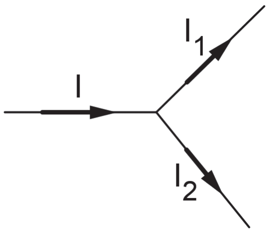



Fonte: adaptado de <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a0/Ohms_law_voltage_source.svg/1280px-Ohms_law_voltage_source.svg.png>. Acesso em: 25 set. 2016.

Como sabemos que as cargas negativas (elétrons) são as que se movem em um circuito elétrico, sabemos que o sentido real da corrente é o oposto, com os elétrons movendo-se do polo negativo do gerador em direção ao seu polo positivo. Você deve sempre denotar a corrente conforme convenção, mas precisa ter em mente que a física por trás da corrente elétrica tem base no movimento dos elétrons.

*A carga elétrica é conservada, e da mesma maneira a corrente elétrica deve ser conservada*. As cargas que estão em movimento não desaparecem em nenhum momento, mas continuam em seu caminho. Por exemplo, suponhamos que um fio elétrico percorrido por uma corrente elétrica $I$ termine em uma bifurcação, em que cada fio é atravessado por uma corrente $I_1$ e $I_2$, respectivamente, como indicado na Figura 2.6.

Figura 2.6 | Corrente elétrica dividida



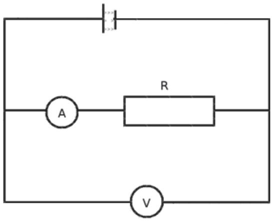

Fonte: elaborada pelo autor.

Como a mesma quantidade de portadores se mantém em movimento por unidade de tempo, tem-se necessariamente que: $I = I_1 + I_2$.

O equipamento que mede correntes elétricas é o chamado amperímetro. O amperímetro está incluído em um multímetro, como uma de suas possíveis funções. Ao contrário do voltímetro, cujos terminais devem ser ligados antes e depois do componente de interesse, em paralelo, o amperímetro deve ser inserido como que dando continuidade ao fio original. Isso acontece porque a corrente elétrica que desejamos medir deve passar integralmente no interior do amperímetro.

No caso de uma medida tanto da diferença de potencial quanto da corrente sobre o componente R, temos a seguinte situação:

Figura 2.7 | Circuito com amperímetro e voltímetro




Fonte: adaptado de <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b2/Elkrets_med_motst%C3%A5nd,_voltmeter_och_amperemeter.png>. Acesso em: 25 set. 2016.

Você deve estar se perguntando: com qual velocidade os elétrons se movem no interior de um fio elétrico? Provavelmente pensará que eles se movem muito rapidamente, afinal, assim que você liga o interruptor na parede de sua casa, a lâmpada acende, não é mesmo?

Pensando assim nos enganaríamos. Os elétrons se movem muito lentamente no interior dos fios elétricos, pois apesar de serem continuamente acelerados, eles estão continuamente colidindo uns com os outros, ou com as eletrosferas dos átomos que compõem o fio elétrico. A lâmpada (ou qualquer outro equipamento elétrico) liga tão rapidamente porque o campo elétrico se propaga na velocidade da luz. O potencial elétrico é rapidamente sentido pelos elétrons que estão no interior da lâmpada, que começam a se mover muito antes dos primeiros elétrons próximos ao interruptor terem a chance de chegar à lâmpada.

A velocidade média percorrida pelos elétrons no interior do condutor é chamada de velocidade de deriva.

**Pesquise mais**

Saiba mais! Aprenda a calcular a velocidade de deriva de um elétron e descubra qual o valor real lendo a partir da página 136 do capítulo 26 da excelente referência:

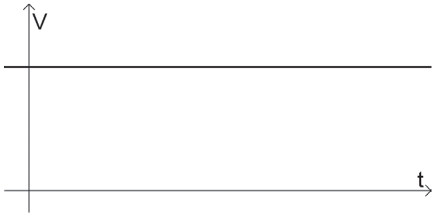
HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, v.3. 2012.

Lembre-se de que você tem acesso ao livro gratuitamente quando entra em sua área do aluno, na biblioteca virtual. Realize seu login e depois acesse: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2269-7/cfi/14!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 20 set. 2016.

**A corrente elétrica gerada em um condutor é diretamente proporcional ao potencial aplicado sobre ele**. Então, V é proporcional a I. A constante de proporcionalidade dessa relação é muito importante e será investigada a fundo em nossa próxima seção.

Existem dois tipos de corrente elétrica que nos interessam mais diretamente. A primeira é a **corrente contínua (CC)**. Nesse caso, uma diferença de potencial constante é aplicada entre os terminais de um material elétrico, de modo que a corrente seja igualmente constante. Fazendo um gráfico da diferença de potencial elétrico com o tempo, teremos o seguinte comportamento:

Figura 2.8 | Tensão na corrente contínua

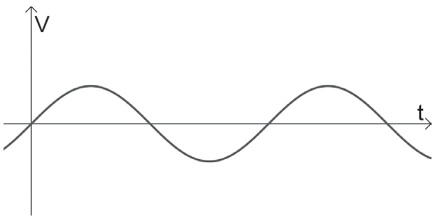



Fonte: elaborada pelo autor.

Esse tipo de tensão é fornecido por baterias e pilhas elétricas. É fácil de gerar por meio de reações químicas. Uma bateria do tipo AA, por exemplo, fornece uma DDP constante entre seus terminais de 1,5 V. A equação que descreve a corrente elétrica contínua é $I = I_0$ (constante).

Apesar de sua simplicidade e previsibilidade, a corrente contínua é difícil de transportar por longas distâncias, de modo que as perdas de energia são grandes. Uma solução encontrada para o problema foi a transmissão da energia em uma **corrente alternada (CA)**. A corrente é alternada quando o sinal da tensão varia com o tempo de maneira previsível, entre um mínimo e um máximo de mesmo módulo, mas sinais opostos. Temos em geral um comportamento senoidal, como mostra a Figura 2.9:

Figura 2.9 | Tensão na corrente alternada




Fonte: elaborada pelo autor.

A corrente elétrica também seguirá o mesmo comportamento do potencial elétrico indicado nas figuras anteriores. A equação que descreve a corrente alternada é $I = I_0 \cdot sen(2\pi f \cdot t)$.

Note que $I_0$ denota a amplitude da onda, ou valor máximo da corrente elétrica, enquanto que o seno indica a forma da onda. Além disso, uma oscilação completa é indicada pela expressão $2\pi f \cdot t' = 2\pi \quad \rightarrow \quad t' = \frac{1}{f} = T$, em que $T$ é o período de oscilação.

Em nossa rede elétrica residencial, temos uma DDP de 110 V ou 220 V, que oscila com uma frequência $f = 60Hz$. Portanto, $T = \frac{1}{60} \approx 0{,}0167s$.

Por fim, gostaríamos de explicar o conceito de potência elétrica. A potência desenvolvida por um equipamento elétrico depende linearmente da corrente elétrica que o atravessa e também da diferença de potencial a qual se encontra submetido.

Portanto: $P = I \cdot V$ .

Potência é uma grandeza que tem unidade Watt (W), que vale um Joule por segundo. É a quantidade de energia que o equipamento elétrico é capaz de liberar por unidade de tempo.

**Exemplificando**

Um componente elétrico é alimentado por uma tensão de 9 V e em seu interior atravessa uma corrente total de 0,01 A. Qual a potência elétrica que pode ser desenvolvida por ele?

Resolução:

A potência elétrica desenvolvida pelo componente é:

$$P = I \cdot V = 0{,}01 \cdot 9 = 0{,}09W$$

### Densidade de corrente

Note que algumas aplicações mais avançadas exigem um conhecimento mais profundo de como a corrente elétrica se comporta no interior de um condutor elétrico. Nesse caso, podemos falar de uma densidade de corrente elétrica, que atravessa cada pequeno elemento de área que compõe o condutor. Denotaremos densidade de corrente elétrica pelo vetor $\vec{J}$, e sua unidade é $C/m^2$.

No caso de uma corrente elétrica constante, atravessando a área A da seção transversal do condutor de maneira uniforme, temos simplesmente $|\vec{J}| = \frac{I}{A}$, resultando em uma corrente por unidade de área. Para um caso mais geral, com uma densidade de corrente variando com a posição, a corrente total pode ser obtida integrando toda a área do condutor:

$$I = \int_{Área} \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

## Sem medo de errar

A profissional de nossa história está analisando o componente da máquina que precisou ser paralisada. Verificou que esse componente está recebendo uma diferença de potencial adequada em seus terminais, de 220 V. Observando as especificações do componente, ela descobre que sua potência estimada é de 500 W, que é basicamente a energia consumida a cada segundo de funcionamento. O objetivo dessa medição é saber se o componente está funcionando apropriadamente, portanto, enquanto ligada, a máquina precisa consumir esse valor de energia.

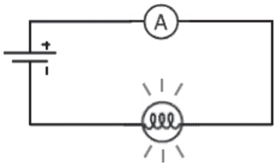
**Atenção**

A potência desenvolvida por um equipamento elétrico é dada pela expressão: $P = I \cdot V$ .

A unidade de potência é o Watt (W), equivalente a um Joule por segundo.

Portanto, ela decide instalar um amperímetro em série com o componente elétrico, como mostra a Figura 2.10:

Figura 2.10 | Utilização do amperímetro




Fonte: <http://www.aplusphysics.com/courses/honors/circuits/meters.html>. Acesso em: 24 set. 2016.

Diferentemente da instalação típica do voltímetro, o amperímetro está ligado diretamente ao componente, sem formar uma bifurcação. Pela conservação de cargas, toda a corrente que atravessa o componente deverá atravessar também o amperímetro e poderá ser medida.

A técnica encontrou uma corrente elétrica de 1,7 A atravessando o componente, e pode estimar a potência do componente como:

$$P = I \cdot V = 1{,}7 \cdot 220 = 374W$$

Trata-se de um desvio grande do valor esperado de 500 W:

$$D = \frac{P_{obtida} - P_{esperada}}{P_{esperada}} \cdot 100\% = \frac{374 - 500}{500} \cdot 100\% = -25{,}2\%$$

A técnica estava correta em sua suspeita. Existe algo de errado com o componente! Ela reporta o fato ao gestor do setor responsável, e a partir de agora recebe a ajuda de outros colaboradores para a identificação rápida do problema, que já está causando queda de receita para a companhia.

## Avançando na prática

### Capacitor elétrico

Você é um engenheiro que trabalha com componentes elétricos, e no momento está investigando um circuito que contém um capacitor. Ele não possui nenhum tipo de informação impressa no exterior. Estando nessa posição, é preciso descobrir qual a carga máxima que pode ser armazenada nesse capacitor.

Você liga o capacitor a um amperímetro que armazena a informação sobre a corrente elétrica instantânea gerada nele. Uma DDP de 110 V é aplicada em seus terminais, e o capacitor que inicialmente se encontrava descarregado, passa a carregar-se. A informação é transportada para o computador, que fornece a seguinte expressão para descrever a corrente elétrica observada:

$$I(t) = 0{,}006 \cdot e^{-2t}$$

Encontre a carga elétrica máxima armazenada pelo capacitor quando submetido a essa tensão.

### Resolução da situação-problema

Como a corrente elétrica é a variação da carga elétrica com o tempo, podemos obter a carga elétrica a partir da corrente por meio de uma integral.

$$q(t) = \int I(t)\,dt = \int 0{,}006 \cdot e^{-2t}dt$$

Fazendo a substituição $x = -2t$, então: $dx = -2dt \rightarrow dt = -dx/2$, $\int 0{,}006 \cdot e^{-2t}dt = \int \frac{0{,}006}{-2} \cdot e^{x}dx = -0{,}003 \cdot \int e^{x}dx = -0{,}003 \cdot e^{x} + C$.

A carga em função do tempo é dada pela integração apresentada. Retornando para a variável tempo, temos: $q(t) = -0{,}003 \cdot e^{-2t} + C$.

Agora, podemos utilizar uma condição inicial dada no enunciado para calcular a constante C de integração: sabemos que o capacitor se encontrava descarregado no instante inicial $t = 0s$. Então:

$$q(t = 0) = 0 = -0{,}003 \cdot e^{0} + C$$

$$C = 0{,}003$$

Concluímos que:

$$q(t) = -0{,}003 \cdot e^{-2t} + 0{,}003 = 0{,}003 \cdot \left(1 - e^{-2t}\right)$$

Quando o capacitor é ligado a uma DDP, ele se carrega continuamente até atingir uma carga máxima. O valor teórico da carga máxima pode ser obtido como o limite da expressão apresentada para um tempo tendendo ao infinito. Então:

$$\lim_{t\to\infty}\left(3 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 - e^{-2t}\right)\right) = 3 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - 0)$$

Note que o limite de uma exponencial negativa ao infinito resulta em $\lim_{t\to\infty}\left(e^{-2t}\right)=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{e^{2t}}\right)\to\frac{1}{\infty}\to 0$. Daí:

$$q_{\max}=q(t\to\infty)=3\cdot 10^{-3}C=3\text{mC}$$

A carga máxima do capacitor é 3 mC.

## Faça valer a pena

**1.** Analise as afirmativas a seguir, e a relação de causalidade que as conecta:

1. Partículas carregadas eletricamente sempre iniciarão um movimento quando inseridas em uma região do espaço com um potencial elétrico uniforme.

PORQUE

2. A força elétrica pode ser calculada através do gradiente do potencial elétrico local multiplicado pela carga da partícula.

Marque a alternativa que analisa corretamente as afirmativas e sua relação de causalidade:

a) As duas afirmativas são verdadeiras e a segunda justifica a primeira.

b) As duas afirmativas são verdadeiras, mas a segunda não justifica a primeira.

c) As duas afirmativas são falsas.

d) A primeira afirmativa é falsa e a segunda é verdadeira.

e) A primeira afirmativa é verdadeira e a segunda é falsa.

**2.** A corrente elétrica é dada pela variação da carga elétrica com o tempo. Quando temos uma carga elétrica descrita por uma função dependente do tempo, podemos obter a corrente elétrica por meio de uma derivada. Suponha que uma das placas de um capacitor elétrico se descarrega de acordo com a seguinte expressão: $q(t)=3\cdot 10^{-4}\cdot e^{-0,5t}$.

Marque a alternativa que indica a intensidade da corrente elétrica gerada no instante t = 4 s:

a) $10\mu A$.

b) $15\mu A$.

c) $20\mu A$.

d) $25\mu A$.

e) $30\mu A$.

**3.** Um componente elétrico é submetido a uma tensão de 110 V e trabalha a uma potência dependente do tempo de $16{,}5 \cdot e^{-0{,}02 \cdot t}$, em unidades do SI.

Encontre a corrente elétrica a qual ele se encontra submetido no instante 5 s:

a) 0,112 A.

b) 0,135 A.

c) 0,148 A.

d) 0,160 A.

e) 0,181 A.

# Seção 2.3

## Resistência e resistividade

### Diálogo aberto

Olá, estudante! Nas seções anteriores, compreendemos os importantes conceitos de potencial elétrico e de corrente elétrica. Vimos também que quando for aplicada uma diferença de potencial (DDP) entre dois terminais de um condutor, surgirá uma corrente elétrica diretamente proporcional à tensão aplicada.

Nada dissemos sobre a constante de proporcionalidade entre as duas grandezas, aguardando o momento correto, que agora chegou. Essa constante, que varia de condutor para condutor, é a resistência elétrica. Isso tem relação direta com a conhecida Lei de Ohm. Veremos que quanto maior a resistência elétrica, menor a corrente elétrica que atravessa um condutor para uma mesma DDP.

A resistência elétrica é extremamente útil em nosso dia a dia. Podemos utilizar esse conceito para explicar a maioria dos aquecedores elétricos, pois as resistências elétricas emitem calor quando atravessadas por correntes elétricas. Além disso, os componentes chamados resistores são fundamentais na maioria dos circuitos elétricos, que teremos condições de estudar mais profundamente na próxima unidade.

Em nossa história, a técnica que trabalha em uma grande indústria está muito próxima de encontrar a solução para o problema apresentado em um equipamento. Essa funcionária verificou uma corrente elétrica inferior à esperada pela análise das especificações do componente. Agora, com o auxílio da equipe, o componente foi desmontado e suas partes serão estudadas uma a uma. Ela e dois outros profissionais estão analisando três resistores elétricos, cuja resistência elétrica está indicada nas próprias especificações do componente. Utilizando seus multímetros, eles fazem os testes, submetendo os resistores a uma tensão conhecida e verificando a corrente elétrica que os atravessa. E você precisa ajudá-los.

## Não pode faltar

Já estudamos os importantes conceitos de potencial elétrico e corrente elétrica. Portanto, você sabe que não nos importamos com o valor do potencial elétrico, mas sim com suas variações em uma determinada região do espaço. Vimos que variações no potencial elétrico dão origem a campos elétricos que, por sua vez, causam forças sobre os elétrons livres para movimentar-se no condutor.

Os diversos elétrons submetidos aos campos elétricos passam a se mover organizadamente, formando a corrente elétrica, que é a variação da carga elétrica com o tempo. A relação entre a diferença de potencial elétrico e a corrente elétrica gerada é específica para cada condutor, dependendo tanto de sua composição quanto de seu formato geométrico.

A relação entre o potencial elétrico e a corrente elétrica é dada por:

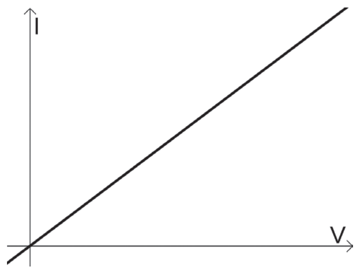
$$R = \frac{V}{I}$$

Em que R é a resistência elétrica do condutor entre os polos em que é aplicada a diferença de potencial (DDP, ou tensão) V. Sua unidade é o Ohm, denotado pela letra grega maiúscula ômega ($\Omega$), equivalente, como vemos na equação anterior, a um Volt por Ampère.

A conhecida lei de Ohm tem relação muito próxima com a expressão $V = RI$. Essa lei expressa que a corrente elétrica tem uma relação linear com o potencial elétrico ao qual o condutor é submetido. Entretanto, quando a literatura se refere à Lei de Ohm, em geral está chamando à sua memória a expressão indicada.

Representamos com maior exatidão a Lei de Ohm a partir do seguinte gráfico (Figura 2.11): a relação entre tensão e corrente elétrica é linear, portanto, simbolizada por uma reta.

Figura 2.11 | Lei de Ohm




Fonte: elaborada pelo autor.

### Assimile

A relação entre a tensão elétrica e a corrente elétrica gerada por ela é a conhecida **Lei de Ohm**: a corrente elétrica aumenta linearmente com o aumento da tensão aplicada. O fator de proporcionalidade é a resistência elétrica:

$$V = RI$$

Nem todos os condutores obedecem à Lei de Ohm, mas esta é uma excelente aproximação para a maioria dos materiais, e especialmente para os mais utilizados na indústria. Sua unidade é o Ohm (**Ω**).

### Exemplificando

Um componente elétrico é submetido a uma tensão de 110 V. Por meio de um amperímetro, medimos a corrente que o atravessa, que é igual a 0,08 A. Qual é a sua resistência elétrica?

Resolução:

Pela Lei de Ohm, sabemos que:

$$V = RI$$

Então:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{110}{0{,}08} = 1375\,\Omega$$

Para uma DDP constante, temos duas situações:

- Para uma resistência elétrica elevada, teremos uma corrente elétrica baixa.
- Para uma resistência elétrica baixa, teremos uma corrente elétrica elevada.

Como o próprio nome indica, a resistência elétrica representa a dificuldade que os elétrons encontram para realizar seu caminho através do condutor. Em um material com resistência elétrica elevada, a corrente elétrica é baixa, uma vez que os elétrons sofrem muitas colisões em seu caminho, geralmente com outros elétrons da eletrosfera dos átomos, que não têm liberdade de movimento.

Quando tais colisões ocorrem, o elétron atraído pelo campo elétrico cessa seu movimento temporariamente, transferindo toda a sua energia cinética para o átomo. Assim, o átomo gradativamente atinge um estado de maior vibração, e já estudamos em outras oportunidades que isso significa um aumento de temperatura.

Assim, descobrimos como funciona uma resistência de chuveiro ou de uma torradeira. Nesses casos, o aquecimento é intencional e desejado. Entretanto, na maioria dos equipamentos o aquecimento representa um desperdício de energia elétrica, que poderia ser utilizada para realizar as tarefas centrais. Todos os aparelhos elétricos sofrem aquecimento quando estão ligados.

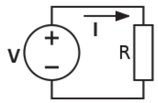
Agora conhecemos os conceitos mais importantes para a formação de um circuito elétrico, como o que pode ser visto na Figura 2.12:

• A existência de um circuito fechado formado por material condutor, dotado de resistência elétrica.

• A aplicação de uma DDP por uma bateria ou pela rede de energia, atuando em dois extremos do circuito fechado.

• A passagem de uma corrente elétrica no circuito, cuja intensidade pode ser descoberta mediante a lei de Ohm.

Figura 2.12 | Circuito elétrico simples




Fonte: adaptado de <https://simple.wikipedia.org/wiki/Electrical_circuit#/media/File:Ohm%27s_Law_with_Voltage_source.svg>. Acesso em: 17 out. 2016.

A resistência elétrica de um determinado condutor pode ser calculada utilizando informações sobre o material condutor e seu formato. Em termos de material, cada um possui uma característica chamada **resistividade**. Quanto maior a resistividade do material, maior a resistência elétrica de um condutor elétrico construído com ele.

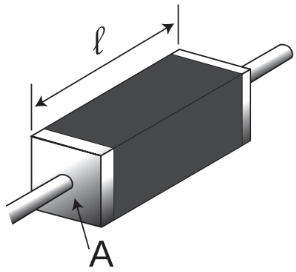
No que diz respeito ao formato, um condutor elétrico mais longo possui maior resistência, já que os elétrons precisam atravessar distâncias maiores, com mais chances de colidirem no caminho. Por outro lado, se a área transversal do condutor for maior, então há mais facilidade para a travessia dos elétrons, resultando em uma menor resistência.

Matematicamente, temos a seguinte relação:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

Em que $\rho$ é a resistividade elétrica, L o comprimento do condutor e A a área da seção transversal do condutor, como vemos na Figura 2.13.

Figura 2.13 | Resistência elétrica de um condutor




Fonte: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/86/Resistivity_geometry.svg/424px-Resistivity_geometry.svg.png>. Acesso em: 10 out. 2016.

No Quadro 2.1, vemos a resistividade de diversos materiais elétricos, dada em $\Omega \cdot m$.

Quadro 2.1 | Resistividade de condutores

| Materiais | Resistividade $\rho$ (unidade $\Omega \cdot m$) |
|---|---|
| Prata | $1{,}62 \,.\, 10^{-8}$ |
| Cobre | $1{,}69 \,.\, 10^{-8}$ |
| Ouro | $2{,}35 \,.\, 10^{-8}$ |
| Alumínio | $2{,}75 \,.\, 10^{-8}$ |
| Tungstênio | $5{,}25 \,.\, 10^{-8}$ |
| Ferro | $9{,}78 \,.\, 10^{-8}$ |

Fonte: adaptado de Halliday, Resnick e Walker, Walker (2012).

### Exemplificando

Um engenheiro eletricista está avaliando qual a melhor bitola (possui relação direta com a seção transversal, ou área do condutor) para a fiação de uma instalação elétrica. Avaliando a situação, ele se decidiu por um fio com bitola numeração 10 para um fio de cobre (seção transversal de $4mm^2$). Considerando que a corrente elétrica que atravessa o fio é de 30 A quando ele é submetido a uma tensão de 30 V, qual é o seu comprimento? Considere a resistividade do cobre igual a $1{,}69 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

Resolução:

Pela Lei de Ohm, sabemos que $V = RI$, então:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{30}{30} \approx 1\Omega$$

Com essa informação e conhecendo a relação $R = \frac{\rho \cdot L}{A}$, podemos encontrar o comprimento do fio elétrico:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad \rightarrow \quad L = \frac{R \cdot A}{\rho} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{1{,}69 \cdot 10^{-8}} \approx 236{,}7m$$

Portanto, a instalação totalizará 236,7 m na extensão dos condutores.

### Faça você mesmo

Calcule a resistência elétrica total de 1 km de cabos de transmissão com seção do condutor $70mm^2$. Considere o cabo de alumínio com resistividade $\rho = 2{,}75 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

### Reflita

A energia elétrica é transmitida por grandes distâncias nas redes nacionais de transmissão de energia. Isso é possível, entre outros fatores, pela grande eficiência dos materiais condutores conhecidos. Analise o Quadro 2.1 e escolha o melhor material para construir cabos de transmissão de energia, levando em conta que quanto maior a resistência elétrica, maior a perda de energia elétrica no processo. Esse material é o mais utilizado para construir cabos? Você sabe explicar por quê?

Outra grandeza elétrica importante que precisamos conhecer é a **condutividade**. Trata-se do inverso da resistividade:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Comparando condutores com o mesmo formato, quanto maior a condutividade do material, maior a corrente elétrica que os atravessa quando submetidos a uma diferença de potencial (DDP). O interesse dessa grandeza é que com ela podemos encontrar diretamente a densidade de corrente interna do condutor a partir do campo elétrico em seu interior, pois:

$$I = J \cdot A \quad ; \quad I = \frac{V}{R}$$

Então: $V = R \cdot J \cdot A$.

Sabemos que em um condutor cilíndrico, como um cabo, o campo elétrico pode ser obtido pela relação $E = \frac{V}{L}$. Além disso, substituindo a resistência elétrica em termos da resistividade, teremos:

$$V = R \cdot J \cdot A$$

$$E \cdot L = \frac{\rho \cdot L}{A} \cdot J \cdot A \quad \rightarrow \quad J = \frac{1}{\rho} \cdot E \quad \rightarrow \quad J = \sigma \cdot E$$

Sabemos que a corrente elétrica tem o mesmo sentido do campo elétrico, então podemos escrever a expressão vetorial:

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

Essa expressão nos permite obter imediatamente a densidade de corrente elétrica em qualquer ponto de um condutor, dado que o campo elétrico e a condutividade do material que o compõem sejam conhecidos.

### Potência elétrica

Outra questão interessante é que podemos conhecer a potência dissipada em qualquer circuito elétrico a partir da resistência elétrica relevante. Assim, conhecendo a Lei de Ohm, podemos afirmar que:

$$P = V \cdot I \quad \rightarrow \quad P = (R \cdot I) \cdot I = R \cdot I^2$$

ou

$$P = V \cdot I \quad \rightarrow \quad P = V \cdot \left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R}$$

**Exemplificando**

Encontre a resistência elétrica e a corrente que atravessa um chuveiro comum que apresenta em sua embalagem as seguintes especificações: 220*V*; 6000W, sem maiores explicações, exceto uma ilustração que indica o modelo de chuveiro para o qual ela foi projetada.

Resolução:

Podemos identificar, pelas unidades de medida, que a DDP no chuveiro é de $V = 220V$ , enquanto que potência dissipada é $P = 6000W$ . Podemos relacionar essas grandezas para identificar a resistência elétrica por meio da expressão:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{6000} \approx 8{,}07\Omega$$

Podemos, por fim, utilizar a Lei de Ohm para encontrar a corrente elétrica que atravessa o chuveiro:

$$V = R \cdot I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R} = \frac{220}{8{,}07} \approx 27{,}26A$$

Uma corrente elétrica altíssima, potencialmente fatal. Daí a importância de as pessoas que realizam manutenções em instalações elétricas saberem quais cuidados devem ser tomados.

**Pesquise mais**

Aprofunde seus conhecimentos! Leia o capítulo 25 da referência:

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: eletricidade, magnetismo e óptica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, v. 2. 2009.

Não se esqueça de que você possui acesso ao livro, realizando *login* em sua área do estudante e depois acessando: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2622-0/cfi/168!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 2 dez. 2016.

Lembre-se de que a passagem de corrente elétrica por um condutor gera calor, emitindo energia a uma potência equivalente à das equações mostradas anteriormente. Assim funcionam as resistências de chuveiros e também alguns aquecedores elétricos e torradeiras. Em alguns casos, o aquecimento é tão elevado que o metal chega a emitir luz.

Esse é o princípio de funcionamento das antigas lâmpadas incandescentes, que hoje estão sendo substituídas pelas lâmpadas LED, muito mais eficientes energeticamente. Isso ocorre porque as lâmpadas incandescentes emitem luz por aquecimento e, portanto, gastam muita energia produzindo calor, o que de fato não é desejado pelo usuário. As lâmpadas LED usam quase toda a energia elétrica consumida na geração de luz, obtendo a mesma energia luminosa com um gasto muito menor de energia elétrica. Por isso as embalagens dessas lâmpadas trazem potências tão baixas, tais como 6 W ou 8 W, mas afirmam que são equivalentes em luminosidade produzida a lâmpadas incandescentes de potências muito mais elevadas, tais como as de 60 W ou 100 W.

O aquecimento, em geral, provoca variações na resistência elétrica dos condutores. Para o cobre, por exemplo, a resistência elétrica aumenta linearmente com o aumento da temperatura para uma larga faixa de temperaturas em torno da ambiente. Perceba que um condutor pode apresentar um comportamento não ôhmico caso sofra variações gradativas de temperatura.

### Ohmímetro

O instrumento de medida utilizado para medir resistência elétrica é o ohmímetro. Ele também consta como uma função nos multímetros usuais. Na prática, o ohmímetro aplica uma pequena tensão sobre o componente do qual se deseja medir a resistência elétrica, e depois calcula a resistência com base na corrente elétrica que se estabelece.

## Sem medo de errar

A profissional de nossa história agora está conferindo o componente em seus detalhes. Com o auxílio de outros colegas, está avaliando o equipamento, que contém a indicação da resistência elétrica dos diversos resistores existentes em seu interior. Três estão sendo analisados, nas posições 1, 2 e 3, com as seguintes resistências indicadas na especificação do componente:

$$R_{1e} = 6\Omega \;\; ; \; R_{2e} = 12\Omega \; ; \; R_{3e} = 24\Omega$$

Submetendo os três resistores a uma tensão de 6 V, as seguintes correntes elétricas foram obtidas:

$$I_1 = 1A \;\; ; \; I_2 = 0,25A \; ; \; I_3 = 0,5A$$

As resistências elétricas dos resistores são mesmo as indicadas na especificação do componente? Utilizando a Lei de Ohm, obtemos:

$$R_1 = \frac{V}{I_1} = \frac{6}{6} = 1\Omega$$

Então $R_1 = R_{1e}$, como esperado. Entretanto:

$$R_2 = \frac{V}{I_2} = \frac{6}{0,25} = 24\Omega$$

$$R_3 = \frac{V}{I_2} = \frac{6}{0,5} = 12\Omega$$

É visível, portanto, que os resistores estão nos locais errados, uma vez que $R_2 = R_{3e}$ e $R_3 = R_{2e}$.

Por fim, outros testes foram realizados e nada mais foi encontrado de anormal. O gestor da equipe de técnicos indicou que o componente recebeu manutenção recentemente pelo próprio fornecedor, então será investigado se a causa foi um erro por parte desses profissionais. De todo modo, o problema foi resolvido, os resistores nas posições 2 e 3 foram invertidos e, após alguns testes, o componente apresentou comportamento normal.

A solicitude em auxiliar, disponibilizando sua experiência em um momento de dificuldades, mesmo não sendo sua obrigação imediata, causou uma ótima impressão.

## Avançando na prática

### Condutor de prata

Você trabalha em uma empresa de alta tecnologia que produz soluções para clientes com alto nível de exigência em qualidade, e que cobra um preço justo por isso. Vocês têm realizado um grande esforço para miniaturizar um equipamento, conforme solicitação de cliente, mas ainda não conseguiram atingir o tamanho exigido. Existe a possibilidade de substituir um cabo de cobre por um cabo de prata, lembrando que isso reduziria bastante a área do condutor. O cabo atualmente é feito de cobre, tem um comprimento de 2 cm e uma seção transversal de $1,5mm^2$. Calcule a resistência elétrica do cabo original, e verifique qual seria a área de um cabo que possua o mesmo comprimento e resistência elétrica do original.

### Resolução da situação-problema

O cabo original de cobre possui resistência elétrica:

$$R = \frac{\rho_c \cdot L}{A_c} = \frac{1,69 \cdot 10^{-8} \cdot 0,02}{1,5 \cdot 10^{-6}} \approx 2,25 \cdot 10^{-4}\,\Omega$$

O novo cabo, feito de prata, respeitaria a relação:

$$R = \frac{\rho_p \cdot L}{A_p} \quad \rightarrow \quad A_p = \frac{\rho_p \cdot L}{R}$$

$$A_p = \frac{\rho_p \cdot L}{R} = \frac{1,62 \cdot 10^{-8} \cdot 0,02}{2,25 \cdot 10^{-4}} = 1,44 \cdot 10^{-6}\,m^2 = 1,44mm^2$$

Houve redução na área, embora não muito grande. Ainda assim, você proporá a inclusão do fio de prata no projeto, como mais uma medida que permitirá convergir para o tamanho do componente solicitado pelo cliente.

## Faça valer a pena

**1.** Analise as afirmativas a seguir:

I. A Lei de Ohm afirma que a corrente elétrica varia quadraticamente com a diferença de potencial aplicada sobre o condutor.

II. Em um resistor, a energia do movimento dos elétrons é transformada em energia térmica devido ao grande número de colisões com os átomos que compõem o condutor.

III. A resistência elétrica de um condutor é diretamente proporcional à resistividade do material que o compõe, diretamente proporcional ao seu comprimento, e inversamente proporcional à sua seção transversal.

IV. A potência elétrica dissipada por um condutor é igual ao produto entre sua corrente elétrica e sua resistência elétrica.

Assinale a alternativa que contém todas afirmações corretas dentre as opções:

a) I.

b) III.

c) II e III.

d) I, II e IV.

e) I, III e IV.

**2.** Você possui um paquímetro e um multímetro e deseja descobrir a resistividade de um condutor elétrico com formato cilíndrico. Com o paquímetro, você descobre que o comprimento do condutor é 5 cm e que seu diâmetro é de 4 mm. Com o multímetro na função ohmímetro, você encontra uma resistência elétrica de $2{,}09 \cdot 10^{-4}\,\Omega$.

Qual é a resistividade do condutor elétrico analisado e descrito?

a) $1{,}39 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m$.

b) $1{,}69 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m$.

c) $3{,}45 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m$.

d) $5{,}25 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m$.

e) $6{,}25 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m$.

**3.** A resistência elétrica é uma grandeza que indica qual a dificuldade que uma corrente elétrica encontra ao atravessar o material condutor. Considere uma situação em que uma resistência elétrica de $5\Omega$ é atravessada por uma corrente elétrica de 0,02 A.

Marque a alternativa que indica a DDP a qual está submetida a resistência elétrica, e qual a potência dissipada em seu interior na forma de calor.

a) 0,1 V; 0,002 W.

b) 0,2 V; 0,004 W.

c) 0,3 V; 0,006 W.

d) 1,0 V; 0,020 W.

e) 2,0 V; 0,040 W.

# Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 9. ed. v. 3. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

SERWAY, Raymond; JEWETT, John. **Princípios de Física**. 5. ed. v. 3. São Paulo: Cengage, 2014.

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. 6. ed. v. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

______. **Física para cientistas e engenheiros**: eletricidade, magnetismo e óptica. 6. ed. v. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

# Circuitos elétricos

## Convite ao estudo

Olá, estudante! Nós já avançamos em nosso estudo da eletricidade. Compreendemos a base dos fenômenos elétricos, descrevendo a interação entre as cargas elétricas por meio de forças, e descobrimos novas maneiras de representar essas interações, em termos de um campo elétrico e de um potencial elétrico. Aprendemos também que diferenças de potencial causam movimentos de cargas elétricas no interior de condutores, e que a interação dessas cargas com os átomos do condutor dá origem a uma resistência elétrica.

Na presente unidade, definiremos o que são fontes de tensão, ou simplesmente fontes, e descobriremos o que é a força eletromotriz. Além disso, definiremos com mais clareza o que são os resistores. Isso nos permitirá entender o conceito de circuito elétrico, para que possamos compreender interessantes aplicações da engenharia. Circuitos elétricos estão em toda a parte, nos equipamentos elétricos, e podem ser extremamente complexos.

Trabalharemos inicialmente com circuitos simples, que ilustram o funcionamento de uma torradeira ou um chuveiro elétrico, por exemplo. Aprenderemos também a lidar com circuitos compostos por diversos resistores e que eles podem estar associados em série ou em paralelo. Veremos que circuitos compostos por diversas resistências e uma única fonte de tensão podem ser simplificados e seu efeito aclarado, pensando somente em termos de uma única resistência equivalente. Por fim, compreenderemos que quando temos diversas fontes e resistências elétricas em um circuito, algumas leis podem ser utilizadas para a análise da situação: são a lei dos nós e a lei das malhas.

Para motivar os estudos desta unidade, iremos nos colocar no lugar de um estagiário contratado por uma empresa de alta tecnologia, que desenvolve circuitos elétricos. Seu gestor sabe que você ainda está em seu curso de graduação e tem muito o que aprender. Entretanto, além de outras tarefas simples, mas importantes para o andamento dos trabalhos da equipe, ele faz questão de passar tarefas que utilizem seus conhecimentos técnicos. Afinal, se você demonstrar boa aptidão, poderá ser efetivado após o fim de seus estudos e integrar a equipe de desenvolvimento.

O circuito elétrico que está sendo desenvolvido pela equipe é muito complexo. Entretanto, seu gestor compreende bem o fato de que o circuito pode ser dividido em partes isoladas e autossuficientes. Enquanto seus companheiros de trabalho analisam partes mais complexas do circuito, você foi designado para analisar três delas, que envolvem somente resistores elétricos alimentados por uma tensão elétrica. Alguns dos circuitos são complexos, mas você deve mostrar persistência, afinal, no mercado de trabalho, quem desanima facilmente em face de uma atividade complexa tem poucas chances de crescer. Vamos lá?

# Seção 3.1

## Introdução aos circuitos elétricos

### Diálogo aberto

Na presente seção, estudaremos circuitos elétricos simples, compostos por uma fonte e um ou mais resistores. Um circuito elétrico pode ser entendido como um laço fechado, através do qual pode fluir uma corrente elétrica, que é continuamente alimentada por uma fonte que fornece uma diferença de potencial (DDP) para o restante do circuito. Resistores são componentes que conduzem eletricidade, mas apresentam uma resistência elétrica significativa. Eles podem ser usados para gerar calor, como no caso de aquecedores, torradeiras ou chuveiros elétricos. Veremos, nas próximas seções, que os resistores têm outros usos importantes.

Utilizaremos de maneira sistemática os conceitos aprendidos na unidade anterior para descrever circuitos elétricos, e também para simplificá-los, reconhecendo resistências elétricas associadas em série ou em paralelo, definindo uma resistência equivalente. A resistência equivalente de um circuito é aquela que, por meio da lei de Ohm, fornece a corrente elétrica correta que atravessa a fonte de tensão.

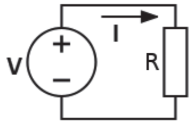
Lembre-se de que colocamo-nos no lugar de um estagiário, que recebeu as seguintes tarefas de seu gestor: a análise e descrição de três circuitos elétricos. Você se encontra diante do desenho do primeiro deles, que consiste em uma parte do circuito elétrico estudado pela equipe que pode ser isolada, e sua tarefa é encontrar a resistência equivalente do conjunto de resistores. Com essa informação, você pode encontrar a corrente elétrica que parte da fonte e atravessa todo o circuito.

Para fazer isso, serão necessários novos conhecimentos.

### Não pode faltar

Na presente seção, estudaremos os circuitos elétricos simples, compostos de uma única fonte e um ou mais resistores. No caso de um único resistor, temos a seguinte situação:

Figura 3.1 | Circuito elétrico simples




Fonte: adaptado de <https://simple.wikipedia.org/wiki/Electrical_circuit#/media/File:Ohm%27s_Law_with_Voltage_source.svg>. Acesso em: 17 out. 2016.

**Reflita**

Você consegue explicar a razão pela qual, quando cortamos um fio de um circuito elétrico, a corrente elétrica não pode mais atravessá-lo, mesmo que a fonte e o resistor estejam corretamente posicionados?

Uma fonte é um sistema capaz de fornecer uma tensão ao circuito. Vimos que essa fonte pode ser a tomada de sua casa, uma pilha ou bateria. As fontes têm sempre dois terminais, um terminal positivo e um terminal negativo. Na tomada de sua casa, você pode observar um terceiro terminal, que corresponde ao aterramento. Entretanto, o efeito de fonte que gera a corrente elétrica provém somente dos dois terminais mais externos.

Por convenção, dizemos que a corrente elétrica provém do terminal positivo e se desloca para o negativo, embora saibamos que na realidade os elétrons no condutor se movem do terminal negativo em direção ao positivo, ou seja, no sentido oposto. Embora isso seja algo que você deva saber, não afetará muito os cálculos, e por isso mesmo essa antiga convenção é mantida até os dias de hoje.

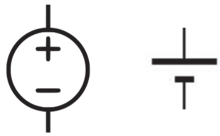
O interessante de uma fonte é que quando as cargas elétricas atravessam o condutor e atingem o polo de sinal oposto, elas são obrigadas a se moverem em direção ao terminal de mesmo sinal por processos mecânicos ou reações químicas.

Historicamente, no contexto de circuitos elétricos, chama-se a tensão fornecida por uma fonte de tensão de **força eletromotriz**, denotada por $\varepsilon$ . Note que essa grandeza não tem nada a ver com a força a que estamos acostumados, medida em Newtons. Trata-se, na verdade, de uma diferença de potencial fornecida entre os terminais da fonte, que é medida em Volts (V). Assim, para um circuito elétrico, lembraremos da relação linear entre tensão e corrente elétrica dada pela lei de Ohm, que nos permite expressar $V = RI$, e afirmaremos que:

$$\varepsilon = RI \quad \text{(circuito elétrico)}$$

Costumamos representar um gerador pelos seguintes símbolos:

Figura 3.2 | Fonte de tensão



Fonte: elaborada pelo autor.

Precisaremos também estudar mais de perto os resistores. Resistores são componentes simples, fáceis de encontrar em qualquer loja de eletrônica. Eles possuem uma resistência nominal, dada em Ohms ($\Omega$).

Figura 3.3 | Símbolo do resistor


Fonte: adaptado de <http://www.circuitstoday.com/working-of-resistors>. Acesso em: 17 out. 2016.

Resistores elétricos que integram circuitos em geral são componentes simples e baratos. Você pode saber o valor da resistência elétrica de um resistor usando o código de cores, analisando as faixas coloridas que o circulam.

Figura 3.4 | Resistor comercial

Fonte: <https://pixabay.com/pt/resistor-resist%C3%AAncia-eletr%C3%B4nica-32290/>. Acesso em: 17 out. 2016.

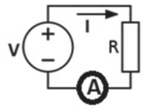
**Pesquise mais**

Aprenda mais sobre o código de cores e a identificar a resistência elétrica de um resistor através dele. O link a seguir possui uma tabela e alguns exemplos resolvidos que permitem o aprendizado: <https://www.mundodaeletrica.com.br/codigo-de-cores-de-resistores/>. Acesso em: 17 out. 2016.

**Exemplificando**

Em seu kit de eletrotécnica há um resistor muito antigo, cuja marcação de cores está apagada demais para permitir a identificação da resistência elétrica. Você decide identificar essa resistência elétrica utilizando amperímetro, uma pilha AA de 1,5 V e um fio de cobre de resistência desprezível quando comparado ao resistor estudado. Você produz um circuito elétrico semelhante ao da Figura 3.5. Ao ligar a pilha, você imediatamente identifica no visor do multímetro uma corrente elétrica de 0,033 A. Qual a resistência elétrica de seu velho resistor?

Figura 3.5 | Circuito elétrico simples




Fonte: adaptado de <https://simple.wikipedia.org/wiki/Electrical_circuit#/media/File:Ohm%27s_Law_with_Voltage_source.svg>. Acesso em: 17 out. 2016.

**Resolução**:

Podemos utilizar a relação linear entre a tensão elétrica e a corrente elétrica expressa pela lei de Ohm:

$$V = RI \quad \to \quad R = \frac{V}{I} = \frac{1,5}{0,033} \approx 45,5\Omega$$

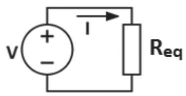
Portanto, seu velho resistor tem uma resistência elétrica de 45,5 Ω.

## Associação de resistores

Circuitos elétricos podem ser extremamente complexos e utilizar centenas ou até milhares de pequenos componentes. Agora, descobriremos como trabalhar com circuitos elétricos que possuem somente uma fonte de tensão, mas diversos resistores.

Antes de mostrar qualquer regra, é importante que você conheça o objetivo: encontrar um circuito elétrico simples, que seja equivalente ao original, no sentido de que a **resistência elétrica equivalente** ($R_{eq}$) obtida, quando ligada à mesma fonte de tensão, seria atravessada pela mesma corrente elétrica do que o circuito original.

Figura 3.6 | Circuito simples com resistência equivalente




Fonte: elaborada pelo autor.

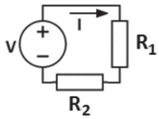
Agora que compreendemos o objetivo, vamos descobrir as leis que podemos utilizar nos dois casos importantes: as associações em série e as associações em paralelo.

• Nas **associações em série**, temos diversos resistores ligados em um único fio. A DDP é aplicada entre os extremos do fio.

• Nas **associações em paralelo**, de um determinado ponto partem diversos fios, com um resistor em cada um, e estes convergem posteriormente para outro ponto. A DDP é aplicada entre os pontos de convergência.

Associação em série: temos a situação ilustrada na Figura 3.7. Dois resistores compartilham um mesmo fio, ligado aos extremos de uma fonte de tensão.

Figura 3.7 | Dois resistores em série




Fonte: elaborada pelo autor.

Observe a Figura 3.7. As duas resistências elétricas estão no caminho da DDP fornecida pela fonte. Elas dividem a tensão V entre si, e, naturalmente, de alguma maneira, a resistência elétrica de ambas deve compor uma resistência equivalente maior do que a resistência de cada uma delas individualmente. De fato, a resistência equivalente do circuito indicado é exatamente a soma das duas resistências.

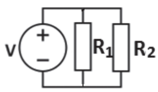
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Em caso de duas, três ou mais resistências em série, a resistência equivalente será a soma de todas elas. Para um número natural qualquer N de resistências elétricas, a resistência equivalente será:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + ... + R_N = \sum_{i=1}^{N} R_i \quad \text{(associação em série)}$$

Associação em paralelo: o segundo caso importante que estudaremos na presente seção é o da associação de resistores em paralelo, como mostra a Figura 3.8. Nessa situação, eles não compartilham o mesmo fio. Em determinado momento, há uma bifurcação no cabo, de onde sai cada um dos resistores.

Figura 3.8 | Dois resistores em paralelo




Fonte: elaborada pelo autor.

Um fato interessante é que os dois resistores estão submetidos a uma mesma tensão V, uma vez que ambos estão ligados diretamente à fonte. Mostraremos a seguir a lei da associação em paralelo, entretanto, é importante que você já consiga antecipar a lógica por detrás da obtenção da resistência equivalente.

Você deve se lembrar de quando estudamos a resistência elétrica em termos de sua resistividade, área e comprimento. Vimos que quanto maior a área, menor a resistência elétrica, uma vez que os elétrons tinham mais espaço para mover-se. Aqui, a mesma lógica se aplica. Se há mais caminhos possíveis para a corrente elétrica, a resistência elétrica equivalente deve ser menor.

No caso da associação em paralelo, a resistência elétrica equivalente é igual à soma **dos inversos** da resistência elétrica de cada resistor:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

Para o caso particular de dois resistores em paralelo, teremos então:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Para um número natural qualquer N de resistências elétricas em paralelo, a resistência equivalente será:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i} \quad \text{(associação em paralelo)}$$

Ao final do cálculo, não se esqueça de inverter a fração para obter a resistência equivalente.

### Exemplificando

Dois resistores elétricos de resistências $R_1 = 8\Omega$ e $R_2 = 2\Omega$ são associados em paralelo, como mostra a Figura 3.8, e estão submetidos a uma força eletromotriz de $\varepsilon = 0,2V$. Qual é a corrente elétrica total que atravessa o circuito?

**Resolução**:

Sabemos que podemos substituir o circuito indicado por um circuito simples composto da fonte indicada e uma resistência equivalente, calculada por meio das leis apresentadas para a associação em série ou em paralelo.

Para dois resistores elétricos associados em paralelo, temos que:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$$

$$R_{eq} = \frac{8}{5} = 1,6\Omega$$

Note que, como esperávamos, a resistência equivalente do sistema é baixa. Agora, podemos utilizar a lei de Ohm e obter a corrente elétrica que atravessa o circuito:

$$U = RI \quad \rightarrow \quad I = \frac{U}{R} = \frac{0,2}{1,6} = 0,125A$$

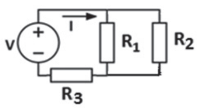
Circuitos complexos podem ser gerados com uma grande variedade de associações de resistores, em série e em paralelo, ao mesmo tempo. Para a maior parte deles poderemos encontrar uma resistência equivalente, identificando regiões em que há associações em série e outras em que há associações em paralelo, reduzindo gradativamente o problema a problemas mais simples, até atingir a resistência equivalente desejada.

A estratégia é observar o circuito elétrico complexo, dividindo-o em diferentes partes, obtendo resistências equivalentes parciais, até encontrar a resistência equivalente final que descreve todo o circuito.

### Exemplificando

Encontre a resistência equivalente do circuito elétrico indicado na Figura 3.9, sabendo que $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$ e $R_2 = 3\Omega$.

Figura 3.9 | Circuito composto por três resistências

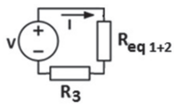



Fonte: elaborada pelo autor.

**Resolução**:

Observando o circuito da Figura 3.9, vemos que os resistores podem ser associados em paralelo, como mostra a Figura 3.10.

Figura 3.10 | Circuito simplificado




Fonte: elaborada pelo autor.

No caso,

$$\frac{1}{R_{eq\ 1+2}} = 1 + \frac{1}{2} = 1{,}5$$

$$R_{eq\ 1+2} = \frac{1}{1{,}5} \approx 0{,}67\Omega$$

Note que o circuito da Figura 3.9 é completamente equivalente ao circuito da Figura 3.10. Agora, podemos ver que os resistores restantes, $R_3$ e $R_{eq\ 1+2}$ encontram-se associados em série. Assim, a resistência equivalente final do circuito será:

$$R_{eq} = R_3 + R_{eq\ 1+2} = 3 + 0{,}67 = 3{,}67\Omega$$

### Assimile

Observe um circuito elétrico composto por muitos resistores com cuidado, buscando segmentos e partes que possam ser associadas de maneira simples, em série ou em paralelo. Calcule a resistência equivalente desse pequeno segmento e desenhe um novo circuito, substituindo a parte original por uma única resistência equivalente com o valor apropriado. Observe atentamente o desenho e prossiga, até que o circuito tenha sido completamente simplificado, com uma única resistência equivalente.

Para cada ocorrência de resistores em série, faça:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

Para cada ocorrência de resistores em paralelo, faça:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

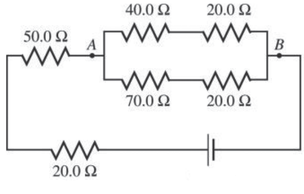
**Pesquise mais**

Assista a uma excelente aula da Unicamp sobre o tema circuitos elétricos. Disponível em: <https://youtu.be/P-gnSiahFaA?list=PLxI8Can9yAHfq7nDxhj4Iy_brPbjI1cfd>. Acesso em: 18 out. 2016.

## Sem medo de errar

A equipe da empresa que analisa circuitos elétricos para aplicações na indústria tem um grande problema a resolver. Lembre-se de que você é um estagiário e seu gestor, muito experiente, quer que esteja envolvido também na etapa técnica do trabalho. Para tal, ele isolou uma parte do circuito elétrico e pediu que você obtenha a resistência equivalente. A parte que deve estudar agora poderia ser esboçada pela Figura 3.11.

Figura 3.11 | Circuito elétrico a ser investigado




Fonte: adaptado de: <http://www.cabrillo.edu/~jmccullough/Physics/Electric_Circuits.html>. Acesso em: 16 out. 2016.

Você inicia imediatamente a análise, e sabe que deve identificar regiões em que seja fácil associar resistores. Mesmo que não seja possível simplificar todo o circuito de uma vez, é importante que ele se torne cada vez mais simples.

Em um primeiro momento, você nota que entre os pontos A e B surge uma bifurcação no fio, que dá a pista para uma associação em paralelo. Entretanto, há dois resistores em cada segmento de fio, associados em série. Então, encontre a resistência equivalente em cada fio. No segmento de cima:

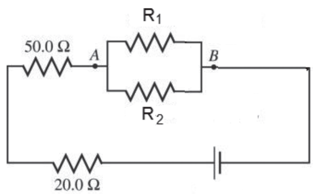
$$R_1 = 40 + 20 = 60\Omega$$

No segmento de baixo:

$$R_2 = 70 + 20 = 90\Omega$$

Para não se perder, faça um novo desenho, como mostra a Figura 3.12:

Figura 3.12 | Circuito elétrico estudado




Fonte: adaptado de <http://www.cabrillo.edu/~jmccullough/Physics/Electric_Circuits.html>. Acesso em: 16 out. 2016.

Fica evidente que as resistências 1 e 2 estão em paralelo. Você pode calcular sua resistência equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{60} + \frac{1}{90}$$

$$R_{eq} = \frac{180}{3+2} = 36\Omega$$

Portanto, entre os pontos A e B existe uma resistência de $36\Omega$. Você faz um novo desenho e observa que agora restaram três resistências associadas em série. Basta, portanto, somar as três resistências para obter o resultado final:

$$R_{eq} = 20 + 50 + 36 = 106\Omega$$

Agora você tem o resultado final solicitado por seu gestor.

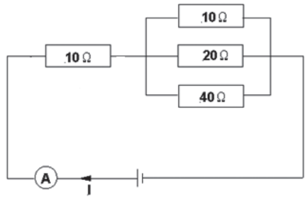
## Avançando na prática

### Análise de um circuito elétrico

### Descrição da situação-problema

Você é um eletricista de nível técnico e se deparou em seu trabalho com um sistema elétrico simples, que poderia ser entendido como um circuito formado por uma fonte e quatro resistores elétricos, como indicado na Figura 3.13:

Figura 3.13 | Circuito com quatro resistores e uma fonte




Fonte: adaptado de <http://webs.mn.catholic.edu.au/physics/emery/prelim_electrical_worksheets.htm>. Acesso em: 16 out. 2016.

Você deseja identificar qual a força eletromotriz lançada no sistema pela fonte desconhecida indicada na Figura 3.13. Para isso, utiliza um amperímetro e encontra uma corrente elétrica de 0,5 A.

### Resolução da situação-problema

Para identificar a tensão da fonte, conhecida a corrente elétrica, basta encontrar a resistência equivalente das resistências e depois aplicar a lei de Ohm.

Identificamos imediatamente que três dos resistores se encontram associados em paralelo. Portanto, temos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = 0{,}175$$

$$R_{eq} = \frac{1}{0{,}175} = 5{,}7\Omega$$

Os três resistores podem ser substituídos por um único resistor de resistência $5{,}7\Omega$ formando um circuito equivalente, através do qual passará a mesma corrente elétrica. Fazendo isso, temos que a resistência equivalente estará associada em série com a resistência remanescente, de modo que:

$$R_{fin} = 10 + 5{,}7 = 15{,}7\Omega$$

Por fim, podemos utilizar a lei de Ohm e obter a força eletromotriz da fonte:

$$\varepsilon = RI = 15{,}7 \cdot 0{,}5 = 7{,}85V$$

## Faça valer a pena

**1.** Circuitos elétricos são formados a partir de componentes elétricos, tais como fontes, resistores, capacitores. Eles são formados por ao menos um laço fechado de material condutor com baixa resistividade, em que são conectados os componentes. A ___________ fornece uma força eletromotriz ao sistema, enquanto que os ___________ fornecem uma resistência elétrica localizada. Os ___________ podem ser associados em ___________ ou em ___________.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas da afirmação:

a) Indutância; capacitores; resistores; série; paralelo.

b) Fonte; resistores; capacitores; série; diagonal.

c) Capacitância; capacitores; capacitores; paralelo; série.

d) Capacitância; resistores; capacitores; série; diagonal.

e) Fonte; resistores; resistores; série; paralelo.

**2.** Circuitos elétricos podem ser compostos de um grande número de resistores, podendo ser associados em série ou em paralelo. Suponha um circuito em que quatro resistores elétricos se encontram associados em paralelo, com resistências elétricas, respectivamente, de $1\Omega$, $2\Omega$, $4\Omega$ e $10\Omega$.

Marque a alternativa que indica corretamente a resistência equivalente do circuito descrito:

a) $0{,}42\Omega$.

b) $0{,}54\Omega$.

c) $0{,}69\Omega$.

d) $1{,}4\Omega$.

e) $2{,}5\Omega$.

**3.** Um circuito elétrico é composto por três resistores associados em série, com resistências elétricas, respectivamente, de R, 2R e 3R. As extremidades do fio que os contém são ligadas a uma força eletromotriz de intensidade V. Imediatamente, passa a circular uma corrente elétrica no circuito.

Marque a alternativa que contém a expressão que indicará o valor correto para a potência dissipada por esse circuito em questão, para quaisquer valores de R e de V, conforme descrição:

a) 5R.

b) $\frac{V}{6R}$.

c) $\frac{V^2}{R}$.

d) $\frac{V}{6R}$.

e) $\frac{V^2}{6R}$.

# Seção 3.2

## Lei das malhas

### Diálogo aberto

Olá, estudante! Na seção anterior conseguimos definir de maneira clara o que são circuitos elétricos, com exemplos simples que utilizam fontes e resistores, e aprendemos a associar resistores em série e também em paralelo.

Damos início agora a mais uma seção de estudos, na qual aprofundaremos nossos conhecimentos sobre os circuitos elétricos. Estudaremos a lei das malhas e aproveitaremos a oportunidade para esclarecer o comportamento da tensão entre dois pontos quaisquer de um circuito, e também discutir o que são geradores reais.

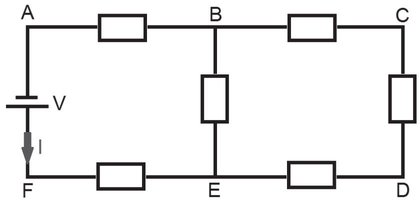
Voltamos ao desafio apresentado para o estagiário da empresa de alta tecnologia. Uma das malhas que compõe o grande circuito elétrico de interesse da sua equipe pode ser analisada separadamente. A corrente elétrica que atravessa essa malha é conhecida, e seu gestor deseja que você detalhe a queda de tensão ao longo da malha, em um componente específico, que tem resistência elétrica desconhecida.

Para que você consiga fazer isso, precisa compreender o que é uma malha e como analisar a queda de tensão em cada componente do circuito elétrico. Vamos lá?

### Não pode faltar

Circuitos elétricos comerciais podem ser bastante complexos e precisam ser estudados de maneira organizada. Assim, ao observar um circuito elétrico, como o mostrado na Figura 3.14, podemos identificar três elementos essenciais: **nós, ramos e malhas.**

Figura 3.14 | Circuito elétrico com várias malhas

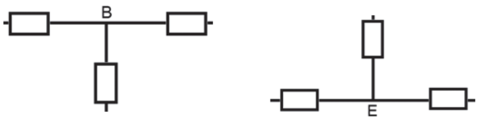



Fonte: elaborada pelo autor.

- Nó

Um nó é um ponto no circuito que está ligado diretamente a três ou mais elementos de um circuito elétrico. Na Figura 3.15, são exemplos de nós os pontos B e E.

Figura 3.15 | Nós

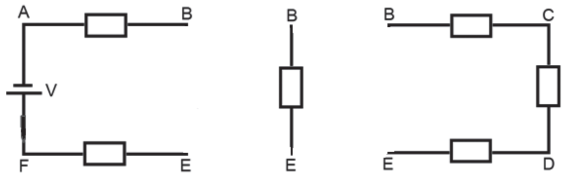



Fonte: elaborada pelo autor.

- Ramo

Um ramo é um dos caminhos que leva de um nó a outro. São exemplos de ramos os três caminhos que ligam os pontos B e E no interior do circuito, como observamos na Figura 3.16:

Figura 3.16 | Ramos

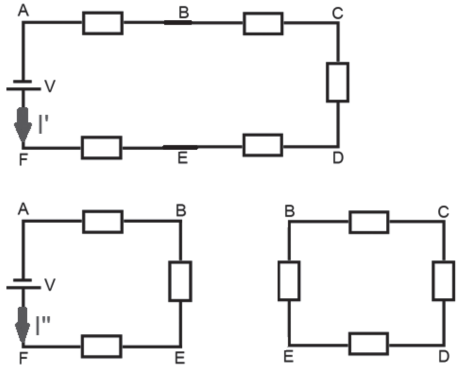



Fonte: elaborada pelo autor.

- Malha

Um único caminho fechado construído com dois ramos de um circuito elétrico. A Figura 3.17 mostra as três possíveis malhas, construídas com base nos ramos mostrados anteriormente.

Figura 3.17 | Malhas

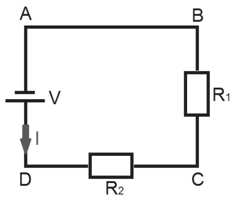



Fonte: elaborada pelo autor.

No decorrer da presente seção, entenderemos que as diferentes malhas podem ser analisadas individualmente, de modo que a condição final do circuito é a composição da condição de cada uma das malhas.

Antes de enunciar a lei das malhas, precisamos compreender o comportamento da queda de tensão ao longo de um circuito. Para isso, retornaremos a um exemplo simples mostrado na seção anterior. Observe o circuito elétrico apresentado na Figura 3.18:

Figura 3.18 | Circuito simples com dois resistores




Fonte: elaborada pelo autor.

Para descobrir qual é a corrente I que atravessa o circuito, já sabemos o que deve ser feito: em primeiro lugar, encontramos a resistência equivalente para a associação em série de dois resistores:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Depois, utilizamos a Lei de Ohm para encontrar o valor da corrente elétrica:

$$V = R_{eq} I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R_{eq}}$$

Assim, descobrimos a corrente elétrica que sai e retorna ao gerador. Observando a Figura 3.18, percebemos imediatamente que cada um dos resistores 1 e 2 é atravessado pela mesma corrente I. Podemos nos perguntar: qual exatamente é a tensão consumida consumida pelos resistores individualmente?

A resposta envolve a utilização da Lei de Ohm para cada resistor, individualmente:

$$V_1 = R_1 \cdot I$$

$$V_2 = R_2 \cdot I$$

Note que, ao inserir um multímetro, na função voltímetro, em paralelo com o resistor 1 e seus terminais nos pontos B e C, teremos uma leitura de tensão $V_1 = R_1 \cdot I$. Além disso, ao inserir um multímetro, na função voltímetro, com seus terminais nos pontos C e D, teremos uma leitura de tensão $V_2 = R_2 \cdot I$.

Para dois resistores associados em série, teremos $V = V_1 + V_2$. Afinal:

$$V = V_1 + V_2 = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I = \left(R_1 + R_2\right) \cdot I = R_{eq} \cdot I$$

### Exemplificando

Uma bateria fornece 9 V para um circuito elétrico que é composto por uma única malha, conforme Figura 3.18. Os resistores são de $R_1 = 6\Omega$ e $R_2 = 12\Omega$. Encontre a tensão aplicada individualmente sobre os resistores 1 e 2.

Solução:

Podemos reduzir o circuito elétrico a um circuito muito simples dotado de uma única resistência equivalente:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 6 + 12 = 18\Omega$$

Conhecendo a resistência equivalente e a tensão da bateria, podemos obter a corrente que atravessa o circuito:

$$V = R_{eq} I \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{9}{18} = 0{,}5A$$

Portanto, todo o circuito original é atravessado por uma corrente elétrica de 0,5 A, que atravessa cada resistor, individualmente. Afinal, foi por isso que introduzimos o conceito de resistência equivalente em primeiro lugar.

Agora, podemos estudar cada resistor, individualmente:

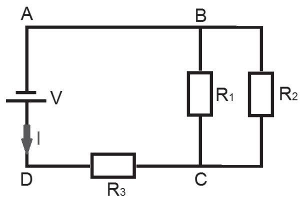
$$V_1 = R_1 \cdot I = 6 \cdot 0{,}5 = 3V$$

$$V_2 = R_2 \cdot I = 12 \cdot 0{,}5 = 6V$$

Então, é visível que a tensão é dividida entre os resistores de maneira proporcional à sua resistência elétrica, e que sua soma corresponde à tensão original do gerador.

Uma análise semelhante pode ser realizada no caso de resistores associados em paralelo. Vejamos o circuito elétrico indicado na Figura 3.19.

Figura 3.19 | Circuito elétrico com três resistores



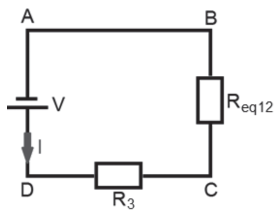

Fonte: elaborada pelo autor.

Note que nesse caso não temos um circuito de malha única, já que os pontos B e C são nós. Como os resistores 1 e 2 estão associados em paralelo, podemos obter uma resistência equivalente parcial (Figura 3.20):

$$\frac{1}{R_{eq\,12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{eq\,12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Figura 3.20 | Circuito equivalente eliminando resistores 1 e 2




Fonte: elaborada pelo autor.

O circuito equivalente apresentado pode ser analisado da mesma maneira que o caso estudado anteriormente, obtendo a resistência equivalente total do circuito e encontrando a corrente elétrica I. Depois, podemos utilizar a resistência $R_{eq\,12}$ para calcular a tensão aplicada entre os terminais B e C:

$$V_{eq\,12} = R_{eq\,12} \cdot I$$

Retornando à análise do circuito original, como os resistores 1 e 2 estão diretamente ligados aos terminais B e C, então sabemos que cada um deles, individualmente, estará submetido a uma tensão $V_{eq\,12}$.

### Faça você mesmo

Analise um circuito semelhante ao da Figura 3.19 com os seguintes parâmetros:

$V = 1{,}5V$ , $R_1 = 1\Omega$ e $R_2 = 2\Omega$ e $R_2 = 3\Omega$. Calcule qual seria a leitura de um voltímetro com seus terminais ligados nos pontos B e C do circuito.

Após esses estudos, estamos prontos para enunciar (e compreender) a Lei das malhas, também conhecida como Lei de Kirchhoff das malhas, nomeada em homenagem ao físico alemão Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887), que estudou os circuitos indicados e descobriu duas leis. A segunda lei será tópico de nossa próxima seção.

A Lei de Kirchhoff das malhas nos indica que somando as tensões de cada um dos componentes de uma malha no interior do circuito elétrico, teremos uma soma zero. Note que para obter a soma zero, precisamos levar em conta o próprio gerador e considerar uma diferença de sinal entre a tensão **fornecida** pelo gerador e as tensões **consumidas** pelos resistores (que estão gastando a energia fornecida pelo gerador).

Assim, no caso de um circuito simples com um gerador de força eletromotriz (tensão) $\varepsilon$ de um único resistor de resistência elétrica R, teremos:

$\varepsilon - RI = 0$ (Lei das malhas de Kirchhoff para um único resistor)

Note que, nesse caso tão simples, trata-se somente de outro enunciado da Lei de Ohm, afinal, somando RI em cada lado da equação, temos $\varepsilon - RI = 0 \quad \rightarrow \quad \varepsilon = RI$.

Em uma malha com N resistores associados em série, teremos:

$$\varepsilon - \sum_{i=1}^{N} R_i \cdot I = 0$$

### Assimile

Enunciado da Lei das malhas de Kirchhoff:

"Ao percorrer qualquer malha fechada, a soma algébrica das variações no potencial ao longo da malha deve ser igual a zero" (TIPLER; MOSCA, 2009, p. 164).

Nota importante: algumas referências bibliográficas sugerem que você percorra a malha em algum sentido especial, horário ou anti-horário. Entretanto, se você tiver sempre em mente o conceito de tensão fornecida e tensão consumida, atribuindo sinal positivo para tensão fornecida e sinal negativo para tensão consumida, não terá problemas na análise de nenhuma malha, e não precisará decorar nenhuma regra.

### Geradores reais e associação de geradores

Como preparação para a análise de circuitos elétricos mais realistas, precisamos compreender mais a fundo o conceito de geradores. Em primeiro lugar, precisamos perceber que os geradores podem ser associados, assim como os resistores. São muito comuns os equipamentos que exigem mais de um gerador para funcionar, por exemplo, um controle remoto ou brinquedo que exige mais de uma pilha.

Utilizando mais de um gerador associado em série, temos que sua força eletromotriz é somada, uma vez que os geradores devem ser inseridos com a polaridade correta (lembre-se de que as pilhas do equipamento elétrico devem ser inseridas sempre do lado correto, conforme as indicações + e -).

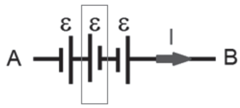
Se três geradores de força eletromotriz $\varepsilon$ forem associados corretamente, conforme Figura 3.21, teremos uma tensão total $V = 3\varepsilon$ fornecida ao circuito, entre os terminais A e B. Quando uma tensão de 1,5 V de força eletromotriz for inserida corretamente em série, teremos uma tensão total fornecida ao circuito, entre os terminais A e B, de 4,5 V.

Figura 3.21 | Três geradores associados em série


Fonte: elaborada pelo autor.

Por outro lado, se uma das pilhas de nosso exemplo for inserida com seus terminais trocados, teremos a situação da Figura 3.22, em que a tensão total fornecida será de somente 1,5 V, além dos riscos de danificar o equipamento elétrico e as próprias pilhas, pelo uso fora das especificações. No caso, a fonte invertida **consome** parte da tensão fornecida pelas outras pilhas.

Figura 3.22 | Três geradores, um deles com terminais invertidos




Fonte: elaborada pelo autor.

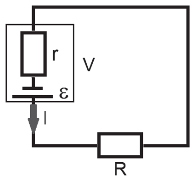
Como já dissemos, pilhas e baterias são movidas por processos químicos e, em geral, funcionam por certo tempo até que o potencial químico em seu interior seja consumido. No caso das pilhas e baterias recarregáveis, quando uma tensão invertida é aplicada sobre seus terminais, eles consomem a energia fornecida para acumular energia química novamente.

Essas baterias, quando utilizadas e recarregadas conforme instruções do fabricante, podem fornecer energia por um grande número de ciclos completos, evitando a utilização de uma quantidade considerável delas. Isso tem efeitos muito positivos em termos ambientais, pois nas baterias geralmente existem componentes bastante tóxicos.

Outra questão importante é a dos geradores reais. Até o momento, utilizamos somente geradores ideais, no sentido de que eles são capazes de fornecer ao circuito toda a sua força eletromotriz original, na forma de tensão.

Um gerador real, entretanto, não é capaz de fazer isso. Existem perdas, que fazem com que, nos terminais do gerador, não seja fornecida toda a sua força eletromotriz. Em geral, isso pode ser modelado como se fosse um gerador ideal acompanhado de uma resistência elétrica em seu interior, que chamamos resistência interna, denotada por um r. A Figura 3.23 mostra um circuito simples dotado de um gerador real:

Figura 3.23 | Gerador real em um circuito simples




Fonte: elaborada pelo autor.

O gerador real de força eletromotriz $\varepsilon$ possui resistência interna r. Desse modo, considerando que pela Lei de Ohm a resistência interna consumirá uma tensão igual a $r \cdot I$, o gerador real fornece ao circuito uma tensão V igual a:

$$V = \varepsilon - r \cdot I$$

Como o circuito é composto por somente um outro elemento, o resistor de resistência elétrica R, então, utilizando a Lei das Malhas de Kirchhoff, teremos a seguinte descrição para o circuito:

$$\varepsilon - r \cdot I - R \cdot I = 0$$

**Reflita**

Você conseguiria descobrir a força eletromotriz de um gerador real utilizando somente um multímetro ou faltaria alguma informação importante?

**Pesquise mais**

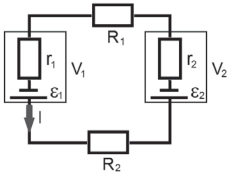
Aprofunde seus conhecimentos! Leia a seção 25-5 da obra: Física para cientistas e engenheiros – eletricidade e magnetismo, de Paul Tipler e Gene Mosca. Lembre-se, você tem acesso ao livro fazendo *login* em sua área de estudante e depois acessando o link: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2622-0/cfi/187!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 9 nov. 2016.

## Sem medo de errar

O gestor de sua equipe apresentou o segundo circuito para sua análise, composto por uma única malha, como é mostrado na Figura 3.24. Após examiná-lo, você logo percebe dois geradores reais. Olhando com mais atenção, o que é muito importante, você observa que os geradores têm polos invertidos e isso acende um sinal de alerta. Então, você logo pensa em utilizar a Lei das Malhas de Kirchhoff.

As especificações conhecidas do circuito foram passadas para você: $\varepsilon_1 = 60V$, $\varepsilon_2 = 10V$, $r_1 = 10\Omega$, $r_2 = 10\Omega$, $R_1 = 500\Omega$, $I = 0,05A$. Seu objetivo é descobrir o valor da resistência $R_2$ e a qual tensão ela é submetida.

Figura 3.24 | Segundo circuito elétrico para análise




Fonte: elaborada pelo autor.

### Solução

Um dos geradores possui tensão bem maior do que o outro, de modo que você compreende que a corrente fluirá no sentido indicado pela Figura 3.24. Utilizando a Lei das malhas, considerando que o gerador 1 fornece energia ao sistema, enquanto todos os outros componentes consomem energia, teremos:

$$\varepsilon_1 - r_1 \cdot I - R_1 \cdot I - r_2 \cdot I - \varepsilon_2 - R_2 \cdot I = 0$$

Substituindo os valores fornecidos:

$$60 - 10 \cdot 0,05 - 500 \cdot 0,05 - 10 \cdot 0,05 - 10 - R_2 \cdot 0,05 = 0$$

$$R_2 \cdot 0,05 = 60 - 0,5 - 25 - 0,5 - 10$$

$$R_2 = \frac{24}{0,05} = 480\Omega$$

Utilizando a Lei de Ohm para esse circuito em particular, obtemos:

$$V_{R2} = R_2 \cdot I = 480 \cdot 0,05 = 24V$$

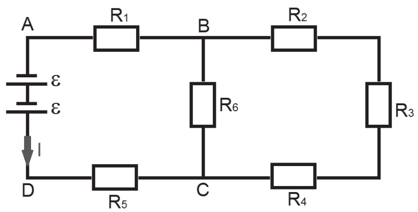
Assim, você mostra ao gestor de sua área que a resistência desconhecida deve ter um valor de $480$, e que o trecho indicado está submetido a uma queda de tensão de 24 V.

## Avançando na prática

### Duas fontes e resistores

Um estudante precisa analisar um circuito elétrico apresentado em uma prova, representado na Figura 3.25. É solicitado que ele descubra a corrente elétrica total que atravessa o resistor 5 e também a tensão a' qual esse componente está submetido. O exercício indica os seguintes parâmetros: $\varepsilon = 9V$, $R_1 = 112{,}5\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, $R_3 = 50\Omega$, $R_4 = 50\Omega$, $R_5 = 200\Omega$, $R_6 = 500\Omega$.

Figura 3.25 | Circuito elétrico da prova




Fonte: elaborada pelo autor.

### Resolução da situação-problema

Observe que existem dois geradores alinhados em termos de polaridade, de modo que sua contribuição é somada. Assim, o circuito está submetido a um total de 18 V de tensão, já que cada gerador tem 9 V.

Existem dois nós, B e C, de onde partem dois ramos em paralelo, um com o resistor 6 e o outro com os resistores 3, 4 e 5 associados em série. A resistência equivalente do ramo com três resistores será:

$$R_{234} = R_1 + R_2 + R_3 = 50 + 50 + 200 = 300\Omega$$

Então, teremos o resistor 6 em paralelo com a resistência equivalente que acabamos de calcular. Daí:

$$\frac{1}{R_{eq\ 6234}} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{500} + \frac{1}{300} = \frac{800}{150000}$$

$$R_{eq\ 6234} = 187{,}5\Omega$$

O novo circuito obtido consiste em uma única malha com três resistores associados em série. A resistência equivalente total do sistema será:

$$R_{eq} = R_1 + R_{eq\ 6234} + R_5 = 112,5 + 187,5 + 200 = 500\Omega$$

Para um circuito assim simplificado, podemos invocar a Lei de Ohm e obter a corrente elétrica que atravessa o circuito:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{18}{500} = 0,036A$$

Essa corrente elétrica sai do terminal dos geradores e deve necessariamente atravessar a resistência 5. Como ela é conhecida através do enunciado, então:

$$V_5 = R_5 \cdot I = 200 \cdot 0,036 = 7,2V$$

Portanto, a resposta do exercício da prova é uma corrente de 0,036 A e uma tensão de 7,2 V sobre a resistência 5 do circuito.

## Faça valer a pena

**1.** Leia atentamente as duas afirmativas indicadas a seguir:

I. A Lei das Malhas Kirchhoff afirma que a variação das tensões ao longo de cada malha de um circuito elétrico deve somar zero.

PORQUE

II. Os geradores reais não transmitem sua força eletromotriz de maneira perfeita ao circuito, ocorre alguma perda de energia no processo, que é representada em termos de uma resistência interna.

Marque a alternativa que analisa corretamente as duas afirmativas indicadas anteriormente, e a relação causal entre elas:

a) As duas afirmativas são corretas, e a afirmativa II é uma justificativa da afirmativa I.

b) As duas afirmativas são corretas, mas a afirmativa II não é uma justificativa da afirmativa I.

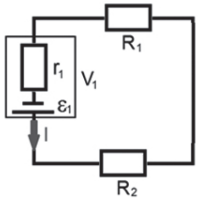
c) A afirmativa I é verdadeira, mas a afirmativa II é falsa.

d) A afirmativa I é falsa, mas a afirmativa II é verdadeira.

e) Ambas as afirmativas são falsas.

**2.** A aplicação mais simples de um resistor elétrico é em circuitos e tem por função gerar aquecimento, transformando energia elétrica em energia térmica. O circuito elétrico indicado a seguir é composto por um gerador real e duas resistências elétricas. Na especificação do aquecedor, está indicado que $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, e que em condições normais de uso $V_1 = 9V$ com uma resistência interna $r_1 = 5\Omega$.

Figura | Circuito elétrico para aquecedor




Fonte: elaborada pelo autor.

Marque a alternativa que contém, respectivamente, a corrente elétrica total que atravessa o circuito e o valor da força eletromotriz da fonte:

a) 0,05 A; 8,85 V.

b) 0,05 A; 9,15 V.

c) 0,05 A; 9,00 V.

d) 0,03 A; 8,85 V.

e) 0,03 A; 9,15 V.

**2.** Em uma malha que compõe um circuito elétrico, a Lei das Malhas de Kirchhoff indica que a soma de todas as variações de tensão em seu interior resultará em zero. Em um circuito elétrico composto por três resistores de mesma resistência elétrica associados em série, o conjunto é submetido a uma tensão V.

Marque a alternativa que indica qual será a tensão a qual um único resistor será submetido:

a) 3 V.

b) 2 V.

c) V.

d) V/2.

e) V/3.

# Seção 3.3

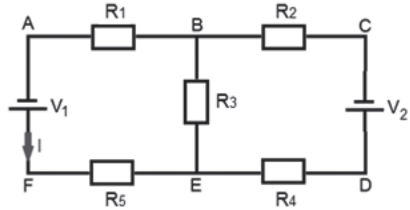
## Lei dos nós

### Diálogo aberto

Olá, estudante. Nós já avançamos bastante no estudo dos circuitos elétricos. Na seção anterior, você foi capaz de analisar circuitos mais realistas e elaborados do que aqueles tratados na Seção 1, graças ao conhecimento da Lei das malhas. Na presente seção, você conhecerá a Lei de Kirchhoff dos Nós, que indica que a corrente elétrica é conservada ao longo do circuito elétrico. Essa lei nos permitirá estudar circuitos de muitas malhas, mesmo que não seja possível descobrir uma única resistência equivalente para descrevê-lo, devido a um grande número de geradores presentes em diferentes ramos do circuito. Avançaremos também na compreensão dos geradores reais e conheceremos a representação dos capacitores em um circuito elétrico.

Você deve se lembrar de que nos colocamos no lugar de um estagiário que foi contratado por uma empresa de alta tecnologia, que produz chips e circuitos elétricos integrados. Seu gestor deseja que você trabalhe com a parte mais técnica do projeto da equipe e sabe exatamente quais são seus conhecimentos de Física, de modo que separou algumas partes mais simples do circuito para que você mesmo analisasse. O circuito está indicado na Figura 3.26:

Figura 3.26 | Terceiro circuito



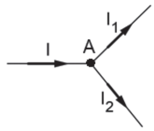

Fonte: elaborada pelo autor.

Para mostrar para seu gestor que está pronto para ser efetivado, você decide finalizar a análise antes do prazo estipulado. Para isso, precisa identificar qual a corrente elétrica que atravessa cada um dos ramos do circuito.

## Não pode faltar

Já enunciamos a lei de Kirchhoff dos Nós quando introduzimos o tema corrente elétrica na Unidade 2. Ela é uma constatação de que o fluxo de elétrons em uma corrente elétrica se conserva ao longo do condutor, afinal, os elétrons não são criados ou destruídos ao longo do fio condutor. Quando uma corrente elétrica encontra um nó em um circuito elétrico, ela deve se dividir de alguma maneira. Suponhamos que um fio elétrico percorrido por uma corrente elétrica $I$ termine em um nó A, de onde partem dois outros fios que contêm correntes $I_1$ e $I_2$, respectivamente, como indicado na Figura 3.27.

Figura 3.27 | Corrente elétrica dividida no nó A




Fonte: elaborada pelo autor.

Pela Lei de Kirchhoff dos Nós, necessariamente $I = I_1 + I_2$.

Para casos mais gerais, em que um nó é o ponto de união de diversos fios, a soma das correntes que entram no nó deve ser igual à soma das correntes que partem do nó.

### Assimile

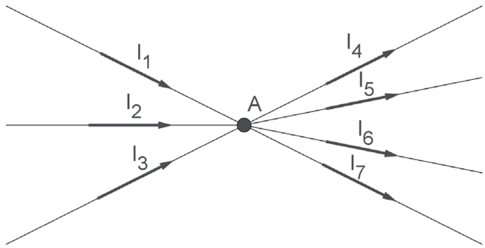
**Lei de Kirchhoff dos Nós**:

"Em qualquer junção (ponto de ramificação) em um circuito onde a corrente pode se dividir, a soma das correntes que chegam na junção deve ser igual à soma das correntes que saem da junção" (TIPLER; MOSCA, 2009, p. 164).

### Exemplificando

Um engenheiro precisa descobrir as correntes elétricas que atravessam um nó de um circuito complexo, como mostrado na Figura 3.28. Inserindo um amperímetro nas posições adequadas, ele descobre que $I_1 = 0{,}01A$, $I_2 = 0{,}05A$, $I_3 = 0{,}01A$, $I_4 = 0{,}01A$, $I_5 = 0{,}01A$, $I_6 = 0{,}02A$, e os sentidos de cada corrente são indicados na figura. Devido à construção da máquina, não foi possível utilizar o amperímetro para descobrir a corrente $I_7$. Descubra o seu valor.

Figura 3.28 | Nó onde se encontram sete fios condutores




Fonte: elaborada pelo autor.

## Resolução

Observando a Figura 3.28, vemos que três correntes chegam ao nó A, enquanto que quatro correntes saem dele, das quais conhecemos apenas três. Somando as correntes do lado esquerdo do nó A, temos:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0,01 + 0,05 + 0,01 = 0,07A$$

Somando as correntes conhecidas do lado direito do nó A, temos:

$$I_4 + I_5 + I_6 = 0,01 + 0,01 + 0,02 = 0,04A$$

Ainda que o sentido da corrente $I_7$ não fosse indicado na figura, saberíamos que ele deveria sair do nó, uma vez que a lei dos nós indica que a soma das correntes que entram no nó deve ser igual à soma das correntes que saem dele. Há mais corrente entrando do que saindo, em nossa análise preliminar, então no fio de corrente desconhecida esta corrente deve sair do nó A.

A Lei dos Nós para o exemplo em questão fica escrita como:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5 + I_6 + I_7$$

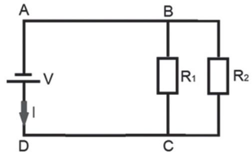
$$0,07 = 0,04 + I_7$$

$$I_7 = 0,03A$$

### Exemplificando

Um circuito elétrico simples é alimentado por uma fonte de tensão aproximadamente ideal de 10 V e possui dois resistores em paralelo, conforme Figura 3.29, em que as resistências elétricas de cada resistor são $R_1 = 20\Omega$ e $R_2 = 40\Omega$. Analise as correntes elétricas que atravessam o circuito utilizando as leis de Kirchhoff.

Figura 3.29 | Circuito elétrico com dois resistores em paralelo




Fonte: elaborada pelo autor.

## Resolução

Utilizando a Lei dos Nós:

Para o nó C, teremos a corrente elétrica inicial I dividindo-se para os dois fios, onde se encontram as resistências 1 e 2, ou seja:

$$I = I_1 + I_2$$

Para o nó B, teremos as duas correntes convergindo novamente para um mesmo fio, de modo que:

$$I_1 + I_2 = I$$

Note que para cada nó uma equação pôde ser construída, relacionando as correntes elétricas que entram e saem no circuito. Entretanto, as duas equações que obtivemos trazem a mesma informação matemática, portanto, só precisamos utilizar uma delas.

Utilizando a Lei de Kirchhoff das malhas, seguiremos dois caminhos que atravessam a fonte de tensão V:

Na malha que atravessa o resistor 1, teremos a equação:

$$V - R_1 \cdot I_1 = 0$$

Na malha que atravessa o resistor 2, teremos a equação:

$$V - R_2 \cdot I_2 = 0$$

Utilizando as leis de Kirchhoff, obtivemos três equações relevantes distintas:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ V - R_1 \cdot I_1 = 0 \\ V - R_2 \cdot I_2 = 0 \end{cases}$$

Substituindo as informações fornecidas no enunciado, teremos:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ 10 - 20 \cdot I_1 = 0 \\ 10 - 40 \cdot I_2 = 0 \end{cases}$$

Temos, portanto, três equações e três incógnitas, de modo que o sistema pode ser resolvido. Começaremos pelas duas últimas equações, que nada mais são do que a solução da Lei de Ohm para cada um dos resistores.

$$10 - 20 \cdot I_1 = 0 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{10}{20} = 0,5A$$

$$10 - 40 \cdot I_2 = 0 \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{10}{40} = 0,25A$$

Agora, podemos utilizar os valores obtidos para encontrar a corrente total do circuito:

$$I = I_1 + I_2 = 0,5 + 0,25 = 0,75A$$

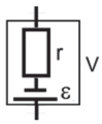
A solução para o problema é: $I = 0,75A$, $I_1 = 0,5A$, $I_2 = 0,25A$.

É evidente que você provavelmente não precisaria utilizar todos esses passos para resolver um problema tão simples. Entretanto, no caso de circuitos complexos, o procedimento utilizado aqui é a única maneira possível de obter uma solução: utilizando as duas leis de Kirchhoff em sequência e depois resolvendo o sistema de equações obtido.

## Geradores reais

Na seção anterior, falamos sobre os geradores reais, que oferecem alguma resistência à passagem de correntes elétricas, que pode ser modelada em termos de uma resistência interna r, como mostra a Figura 3.30.

Figura 3.30 | Gerador real




Fonte: elaborada pelo autor.

A tensão fornecida por um gerador real para o circuito elétrico ao qual se encontra ligado depende da corrente elétrica que ele fornece ao circuito. Matematicamente, podemos dizer que:

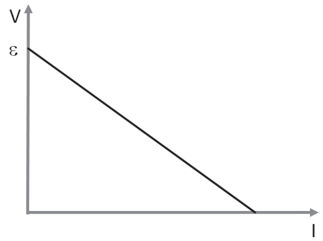
$$V = \varepsilon - r \cdot I$$

Esta é a chamada equação do gerador. Considerando um gerador específico que seja nosso objeto de estudo, ele terá valores constantes de $\varepsilon$ e r, uma vez que se tratam das especificações do próprio equipamento, indicadas pelo fornecedor. Por outro lado, serão variáveis V e I, pois dependerão do circuito ao qual a fonte real será ligada.

Assim, a equação do gerador pode ser estudada como a tensão V fornecida ao circuito como função da corrente elétrica I: $V = -r \cdot I + \varepsilon$.

O gráfico dessa função será uma reta de coeficiente linear $\varepsilon$, coeficiente angular negativo $-r$ (reta decrescente), como você pode observar na Figura 3.31.

Figura 3.31 | Gráfico da equação do gerador




Fonte: elaborada pelo autor.

Observe que, para uma corrente nula, a resistência interna do gerador real não tem efeito algum e a tensão fornecida por este gerador é igual à força eletromotriz. Isso ocorre quando a resistência elétrica equivalente do circuito é muito grande quando comparada à resistência interna do gerador. Nesse caso:

$$V = \varepsilon$$

Por outro lado, temos uma corrente máxima capaz de atravessar o gerador, que só ocorre se suas duas extremidades forem ligadas em curto-circuito uma com a outra, ou seja, com uma resistência desprezível se comparada à resistência interna do gerador. Nesse caso:

$$V = 0 \quad \text{ou} \quad \varepsilon = r \cdot I$$

### Exemplificando

Um gerador real possui as seguintes especificações, fornecidas pelo fabricante: $\varepsilon = 3V$ e $r = 0{,}1\Omega$. Escreva a equação do gerador real em questão, e calcule a tensão máxima e mínima fornecida pelo resistor para diferentes circuitos elétricos ao qual ele possa ser conectado, além de sua corrente máxima e mínima. Elabore um gráfico com as informações solicitadas.

**Resolução**

A tensão fornecida ao circuito depende da força eletromotriz do gerador e da queda de tensão sobre a resistência interna deste gerador, que dependerá da corrente exigida pelo circuito elétrico ao qual ele é conectado. A equação do gerador é:

$$V = \varepsilon - r \cdot I$$

$$V = 3 - 0{,}1 \cdot I$$

Nossos casos extremos são:

I. Corrente elétrica nula, ou seja, um circuito elétrico com resistência elétrica equivalente muito elevada. No caso:

$$V = 3 - 0{,}1 \cdot 0 = 3V$$

Toda a força eletromotriz do gerador é fornecida ao circuito elétrico.

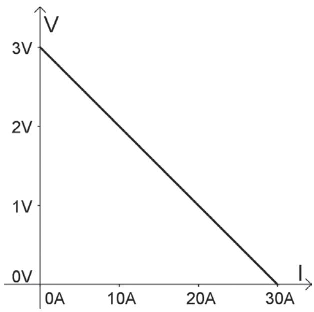
II. Tensão nula fornecida ao circuito, ou seja, corrente elétrica máxima extraída do gerador:

$$0 = 3 - 0{,}1 \cdot I_{\max} \quad \rightarrow \quad I_{\max} = \frac{3}{0{,}1} = 30A$$

Essa corrente elétrica é conhecida como corrente de curto-circuito $I_{cc}$, uma vez que ela ocorre quando o gerador é ligado a um circuito com resistência equivalente desprezível, em curto-circuito, portanto.

No plano cartesiano de tensão fornecida por corrente elétrica, podemos traçar um segmento de reta entre os dois pontos obtidos, (0;3) e (30;0), obtendo o gráfico da equação do gerador estudado, como vemos na Figura 3.32.

Figura 3.32 | Gráfico para o gerador do exercício




Fonte: elaborada pelo autor.

**Reflita**

Note que as retas das Figuras 3.31 e 3.32 não mostram uma reta completa, ela está limitada entre $I = 0$ e $I_{\max} = I_{cc}$. Você consegue entender a razão disso? Por que não continuamos a reta além de seu encontro com o eixo V e com o eixo $I$? O que isso significaria do ponto de vista da Física?

Um tópico importante que precisamos discutir é que existem outros componentes elétricos que podem ser associados em circuitos elétricos.

Os **capacitores** são componentes elétricos muito importantes e muito utilizados nos circuitos elétricos. Eles já apareceram em nosso livro didático, quando explicamos sobre os efeitos de um campo elétrico ou potencial elétrico sobre um material com duas placas paralelas, e conseguimos calcular a carga elétrica em uma de suas placas.

A carga elétrica armazenada em cada placa de um capacitor é diretamente proporcional à tensão aplicada sobre ele. A constante de proporcionalidade é a capacitância, denotada por c:

$$q = cV$$

Um capacitor pode ser inserido em um circuito elétrico. Ele é denotado pelo símbolo indicado na Figura 3.33.

Figura 3.33 | Capacitor elétrico

Fonte: elaborada pelo autor.

Outro componente elétrico importante é o **indutor**. Conheceremos melhor esse componente em nossa próxima unidade de estudos.

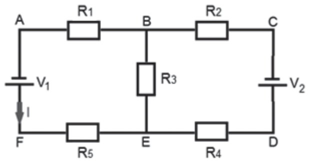
**Pesquise mais**

Veja alguns interessantes exemplos resolvidos nas páginas 170 a 172 do capítulo 27 do livro Fundamentos de Física, de David Halliday, Robert Resnick e Jearl Walker (2012). Lembre-se, você tem acesso ao livro gratuitamente quando entra em sua área do aluno, na biblioteca virtual. Realize seu login e depois acesse: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2269-7/cfi/170!/4/4@0.00:0.00>. Acesso em: 20 nov. 2016.

## Sem medo de errar

Você, como estagiário de uma empresa que produz circuitos elétricos, recebeu de seu gestor a tarefa de analisar o seguinte circuito, indicado na Figura 3.26:

Figura 3.26 | Terceiro circuito




Fonte: elaborada pelo autor.

Você precisa identificar qual a corrente elétrica que atravessa cada um dos ramos do circuito. As seguintes informações foram fornecidas pelo seu gestor: $R_1 = 200\Omega$, $R_2 = 150\Omega$, $R_3 = 100\Omega$, $R_4 = 250\Omega$, $R_5 = 200\Omega$. Os geradores fornecem a seguinte tensão ao circuito: $V_1 = 5V$ $V_1 = 50V$ e $V_2 = 1V$ $V_2 = 4V$

Você inicia a análise observando os dois geradores, e logo percebe que ambos possuem polaridades invertidas no circuito. Assim, você já verifica a tensão nominal de cada um e nota que o gerador 1 será dominante, ditando o sentido da corrente.

Pelo fato do circuito possuir dois geradores, sabe-se que não será possível obter uma resistência equivalente. Então, devem ser utilizadas as leis de Kirchhoff para resolver o problema fornecido.

Lei dos Nós:

Temos dois nós no circuito: E e B. A corrente fornecida pelo gerador 1, que chamaremos $I_1$, se dividirá pelos ramos do gerador 2 e do resistor 3 em correntes I2 e I3, respectivamente. Assim, podemos dizer que, no nó E, $I_1 = I_2 + I_3$. Teremos a mesma informação fornecida pelo nó B, pois as correntes 2 e 3 se unirão para formar novamente a corrente de intensidade $I_1$.

Lei das Malhas:

Temos três escolhas possíveis de malha para utilizar a Lei das Malhas. Entretanto, já temos uma equação fornecida pela lei dos nós. Para obter três incógnitas (as três correntes elétricas), precisaremos de três equações, portanto, portanto, de mais duas, por isso escolheremos as duas malhas que atravessam o gerador 1.

Malha ABCDEFA $V_1 - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - V_2 - R_4 \cdot I_2 - R_5 \cdot I_1 = 0$

Malha ABEF

$$V_1 - R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 - R_5 \cdot I_1 = 0$$

As três equações que selecionamos para analisar o circuito serão:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ V_1 - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - V_2 - R_4 \cdot I_2 - R_5 \cdot I_1 = 0 \\ V_1 - R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 - R_5 \cdot I_1 = 0 \end{cases}$$

Substituindo os valores do enunciado, teremos:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 50 - 200 \cdot I_1 - 150 \cdot I_2 - 4 - 250 \cdot I_2 - 200 \cdot I_1 = 0 \\ 50 - 200 \cdot I_1 - 100 \cdot I_3 - 200 \cdot I_1 = 0 \end{cases}$$

Agrupando os termos semelhantes:

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 46 - 400 \cdot I_1 - 400 \cdot I_2 = 0 \\ 50 - 400 \cdot I_1 - 100 \cdot I_3 = 0 \end{cases}$$

Agora isolamos $I_3$ na primeira equação, $I_3 = I_1 - I_2$, e substituímos na última. Teremos:

$$\begin{cases} 46 - 400 \cdot I_1 - 400 \cdot I_2 = 0 \\ 50 - 500 \cdot I_1 + 100 \cdot I_2 = 0 \end{cases}$$

Dividindo a equação de cima por 4 e somando o resultado com a de baixo, teremos:

$$\{61,5 - 600 \cdot I_1 = 0 \rightarrow I_1 = 0,1025A$$

Substituindo o valor de I1 = 0.01025 A em uma das duas equações acima:

$$\{46 - 400 \cdot 0,1025 - 400 \cdot I_2 = 0 \rightarrow I_2 = 0,0125A$$

Agora, voltando à primeira equação, teremos:

$$I_3 = I_1 - I_2 = 0,1025 - 0,0125 = 0,09A$$

Portanto, as correntes encontradas são:

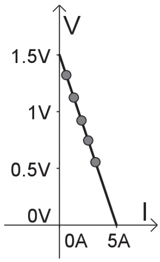
$$I_1 = 0,1025A$$
$$I_2 = 0,0125A$$
$$I_3 = 0,09A$$

## Avançando na prática

### Gerador real

Você possui um gerador antigo e desconfia que ele tem características desejáveis para criar um circuito elétrico de seu interesse, mas não se lembra de quais são as especificações dele. Para verificar, você utiliza um resistor de resistência variável e realiza um conjunto de medições para diferentes resistências elétricas ligadas ao gerador. Depois, toma esse conjunto de pontos e traça a reta descrita na Figura 3.34:

Figura 3.34 | Teste do gerador desconhecido




Fonte: elaborada pelo autor.

Encontre as características do gerador: força eletromotriz, resistência elétrica e corrente de curto-circuito com base no gráfico da Figura 3.34.

#### Resolução da situação-problema

Pela leitura do gráfico, vemos que o eixo V é cortado na tensão 1,5 V. Isso mostra que a força eletromotriz ($\varepsilon$) do gerador é 1,5 V, uma vez que a equação do gerador é $V = \varepsilon - r \cdot I$, e no caso, cortar o eixo V significa corrente nula, então $V = \varepsilon - r \cdot 0 = \varepsilon = 1{,}5V$.

A resistência interna (r) do gerador é dada pelo negativo da inclinação da reta. A inclinação da reta pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$-r = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{0 - 1{,}5}{5 - 0} = -0{,}3\Omega$$

$$r = 0{,}3\Omega$$

Por fim, podemos obter a corrente máxima fornecida pelo gerador, conhecida como corrente de curto-circuito ($I_{cc}$), que é aquela corrente em que a reta cruza o eixo I. Portanto, temos que $I_{cc} = 5A$. Este valor ocorre quando o gerador fornece uma tensão nula para o circuito:

$$0 = 1{,}5 - 0{,}3 \cdot I_{cc} \quad \rightarrow \quad I_{cc} = \frac{1{,}5}{0{,}3} = 5A$$

Assim, as informações desejadas são: $\varepsilon = 1{,}5V$ , $r = 0{,}3\Omega$ e $I_{cc} = 5A$ .

## Faça valer a pena

**1.** A Lei das Malhas de Kirchhoff indica que a soma das _______ ao longo de uma malha fechada de um circuito elétrico deve ser _______. A Lei dos Nós de Kirchhoff indica que a soma das correntes elétricas que ingressam em um nó deve ser _______ à soma das correntes elétricas que saem dele. Utilizando ambas as leis, é possível obter um número suficiente de equações para descobrir informações referentes a um circuito elétrico mais complexo.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas da afirmativa:

a) Quedas de tensão; diferente de zero; igual.

b) Quedas de tensão; diferente de zero; semelhante.

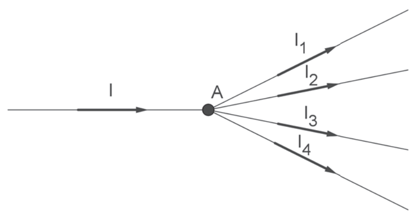
c) Resistências elétricas; nula; igual.

d) Quedas de tensão; nula; igual.

e) Resistências elétricas; diferente de zero; semelhante.

**2.** Um circuito elétrico está sendo analisado por um técnico. Nele verifica-se por meio de um amperímetro que uma corrente de 0,1 A ingressa no nó A, e depois é subdividida por quatro ramos, conforme figura a seguir. Após alguns estudos, o técnico verifica também que $I_1 = 2I_2$ , $I_3 = I_4 = 0{,}02A$ .

Figura | Distribuição de correntes dos fios do nó A de um circuito




Fonte: elaborada pelo autor.

Marque a alternativa que contém os valores corretos das correntes elétricas $I_1$ e $I_2$:

a) $I_1 = 0{,}04A$ ; $I_2 = 0{,}02A$ .

b) $I_1 = 0{,}02A$ ; $I_2 = 0{,}04A$ .

c) $I_1 = 0,01A$ ; $I_2 = 0,05A$ .

d) $I_1 = 0,05A$ ; $I_2 = 0,01A$ .

e) $I_1 = 0,02A$ ; $I_2 = 0,01A$ .

**3.** Suponha que você esteja estudando um gerador real que possui força eletromotriz conhecida igual a 9 V. Sabe-se que quando esse gerador é atravessado por uma corrente elétrica igual a 0,01 A, ele fornece uma tensão de 8,9 V ao circuito elétrico.

Marque a alternativa que contém a resistência interna do gerador real e a sua corrente de curto-circuito:

a) $r = 5\Omega$ ; $I_{cc} = 0,9A$ .

b) $r = 10\Omega$ ; $I_{cc} = 0,9A$ .

c) $r = 10\Omega$ ; $I_{cc} = 0,5A$ .

d) $r = 5\Omega$ ; $I_{cc} = 0,5A$ .

e) $r = 1\Omega$ ; $I_{cc} = 5A$ .

# Referências


HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 3.

Mundo da elétrica. s. d. Disponível em: <https://www.mundodaeletrica.com.br/codigo-de-cores-de-resistores/>. Acesso em: 13 fev. 2016.

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: eletricidade e magnetismo, ótica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 2.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp** – Física geral III. Disponível em: <https://youtu.be/P-gnSiahFaA?list=PLxI8Can9yAHfq7nDxhj4Iy_brPbjI1cfd>. Acesso em: 13 fev. 2016.

# Fundamentos do eletromagnetismo

## Convite ao estudo

Olá, estudante! Seja bem-vindo à última unidade de nossa disciplina de Princípios de eletricidade e magnetismo. Empreendemos juntos uma longa jornada, na qual você teve a oportunidade de dominar conceitos fundamentais de eletricidade. Realizamos um ciclo completo, iniciamos, na primeira unidade, com conceitos teóricos científicos e na terceira unidade já fomos capazes de estudar circuitos elétricos com aplicações na indústria.

Agora falaremos sobre o magnetismo e sua relação com a eletricidade, em uma área da Física que é denominada eletromagnetismo. Você sabia que os fenômenos elétricos e os magnéticos têm uma origem comum? Todos estão relacionados com a carga elétrica, de modo que tanto a relatividade de Einstein quanto a mecânica quântica podem ser usadas para mostrar que os dois fenômenos estão conectados. Além dos ímãs, correntes elétricas também geram campos magnéticos, e variações de campos magnéticos são capazes de induzir correntes elétricas.

O magnetismo possui importantes aplicações na engenharia. Os motores e geradores elétricos permitem a conversão de energia mecânica em energia elétrica e vice-versa. Os transformadores são essenciais para que a energia elétrica possa ser transmitida de maneira eficiente dos grandes geradores das usinas elétricas para nossas casas, em uma tensão apropriada para nossos equipamentos elétricos e eletrônicos.

Na presente unidade, iremos nos colocar no lugar de uma engenheira que trabalha em uma grande empresa especializada em motores elétricos, transformadores e automação industrial. Um novo motor elétrico está sendo projetado, dentro das necessidades de um cliente, e é considerado estratégico para a companhia, pois atenderá a um público específico. Ele precisa ser mais eficiente do que as opções disponíveis no mercado e possuir boa durabilidade. Você é responsável pelas partes do motor que geram fluxos magnéticos utilizando correntes elétricas. Inicialmente, será definido o projeto básico do motor elétrico. Depois, será descrito o fluxo magnético gerado por dois componentes importantes no interior do motor elétrico: uma espira e um enrolamento.

Para fazer tudo isso, na primeira seção estudaremos o magnetismo, ímãs e a força magnética. Na segunda seção, estudaremos a relação entre as correntes elétricas e o campo magnético, e as leis da Física que regem essa interação. Na última seção, finalizaremos a disciplina aplicando as leis da Física para projetar equipamentos importantíssimos em nossa sociedade, grandes invenções da engenharia, os transformadores, motores e geradores elétricos.

# Seção 4.1

## Fenômenos magnéticos e o campo magnético terrestre

### Diálogo aberto

Na presente seção, estudaremos o magnetismo e suas consequências e veremos que os fenômenos magnéticos são importantes na natureza. O planeta Terra possui ao seu redor um campo magnético que protege a superfície da incidência de raios cósmicos provenientes do sol e de outros locais do universo, que seriam muito danosos para os seres vivos que vivem aqui. Além disso, os antigos já conheciam as pedras magnéticas que atraem metais, compostas por materiais que hoje utilizamos para construir ímãs.

O magnetismo teve papel importante no desenvolvimento tecnológico da humanidade. A compreensão do campo magnético da Terra e o domínio de materiais magnéticos existentes na natureza permitiu a invenção da bússola, que auxiliou a humanidade em termos de orientação, possibilitando que grandes expedições explorassem regiões desconhecidas, garantindo a continuidade da missão mesmo na impossibilidade de consultar o céu noturno para orientação com as estrelas, como no caso das florestas densas ou em eventos climáticos com céu encoberto por muitos dias.

Uma revolução ainda mais importante ocorreu com os experimentos de grandes cientistas como Ampère e Faraday, que decifraram a interação entre a eletricidade e o magnetismo, o que permitiu aos engenheiros produzir, dentro de algumas décadas, invenções capazes de transformar energia elétrica em energia mecânica e vice-versa: os motores e geradores elétricos.

Na presente seção, estudaremos os ímãs, o campo magnético e a força magnética, buscaremos descrever tais materiais magnéticos, compreender as origens do magnetismo, além de conhecer algumas aplicações importantes.

Lembre-se de que você se colocou no lugar de uma engenheira cuja função é projetar equipamentos de conversão eletromecânica de energia. Sua equipe está projetando um novo motor elétrico, dentro das necessidades de um cliente. Inicialmente, a ideia é estabelecer um primeiro esboço. Um motor elétrico é composto por diversos componentes, mas em geral possui em seu interior um ímã. Na reunião inicial do projeto, vocês revisam os princípios básicos de funcionamento de um motor elétrico.

Para ser capaz de participar ativamente dessa reunião e ajudar a decidir qual será a melhor configuração para o novo motor, você precisa de novos conhecimentos!

## Não pode faltar

Na natureza, os fenômenos magnéticos são muito comuns. O que intriga a humanidade há mais tempo é o das pedras que se atraem. A magnetita ($Fe_3O_4$) é um material comum na natureza, que possui características magnéticas muito marcantes. Imagine um homem da antiguidade, sem os conhecimentos científicos que possuímos hoje, observando que entre todas as pedras existem algumas que se atraem ou se repelem, dependendo da maneira como são aproximadas. Intrigante, não é mesmo?

Materiais magnéticos como a magnetita são chamados ímãs permanentes, pois apresentam características magnéticas mesmo na ausência de influências externas. Em tais materiais, o fenômeno surge em escala atômica e molecular, o que pode ser explicado pela mecânica quântica. Ela afirma que os elétrons presentes nos átomos possuem uma característica chamada **spin**, relacionada com seu momento angular, que dá uma característica magnética a cada átomo ou molécula do material.

Hoje sabemos muito sobre magnetismo. Você tem ímãs em sua geladeira, e mais importante do que isso, existem ímãs em equipamentos tais como geladeira, máquina de lavar, HDs de computadores etc. Eles são parte de nossas vidas, mesmo que muitas vezes estejam ocultos no interior dos equipamentos, dos quais são componentes fundamentais.

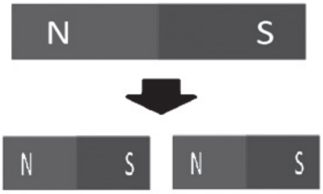
Você já deve ter manipulado um conjunto de ímãs, ao menos em sua infância, e sabe que os mesmos ímãs que se atraem podem se repelir, desde que você gire um deles 180°. Esse comportamento pode ser bem descrito falando em dois polos, que chamamos de "polo norte" e "polo sul", como vemos na Figura 4.1.

Figura 4.1 | Ímã


Fonte: elaborada pelo autor.

O fato do magnetismo permanente ser uma característica de cada uma de suas moléculas justifica outro fato intrigante: quando quebramos um ímã no meio, terminamos com dois ímãs, cada um com seu próprio polo norte e sul. O magnetismo total do ímã é a soma do magnetismo de cada uma de suas moléculas.

Figura 4.2 | Ímã dividido ao meio



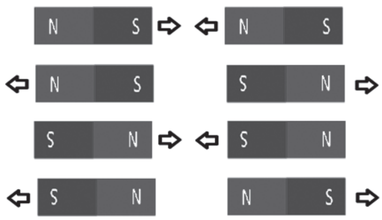

Fonte: elaborada pelo autor.

Na natureza, não há polos magnéticos isolados, uma vez que o máximo que você pode subdividir um material é em seus átomos ou moléculas, e estes já se comportam como minúsculos ímãs contendo os dois polos, norte e sul.

Uma questão importante sobre os materiais magnéticos é que para que sua característica magnética seja evidenciada macroscopicamente, é necessário que exista um grande alinhamento de seu magnetismo interno. Um exemplo: o ferro é um material magnético, mas essa característica só é evidenciada quando seus átomos "se alinham", com todos os polos norte de um átomo alinhados com o polo sul de outro átomo. Isso é o que ocorre quando colamos um prego na extremidade de um ímã. O prego passa a atrair outros elementos metálicos para si mesmo, como você já deve ter percebido em algum momento.

Quando aproximamos dois ímãs, surgem imediatamente forças magnéticas. Polos iguais se repelem, enquanto polos diferentes se atraem, conforme Figura 4.3:

Figura 4.3 | Forças entre os polos de dois ímãs




Fonte: elaborada pelo autor.

A mesma força magnética que surge entre os ímãs dá origem ao curioso fenômeno do alinhamento dos materiais magnéticos. Vamos imaginar que dois ímãs estão distribuídos conforme a Figura 4.4. Se o ímã da esquerda se aproxima gradualmente do ímã da direita, o polo norte do ímã da direita será atraído. Além do movimento da direita para a esquerda, teremos também um movimento de rotação no sentido anti-horário, uma vez que a força não é aplicada na mesma linha do centro de massa do ímã. A força de repulsão entre os dois polos sul é menor, pois a distância é maior, mas ela também contribui para o movimento de rotação indicado.

Figura 4.4 | Rotação em um ímã causada por forças magnéticas de atração


Fonte: elaborada pelo autor.

Assim, pela interação magnética, os dois ímãs terminarão alinhados, possivelmente com os polos norte e sul conectados.

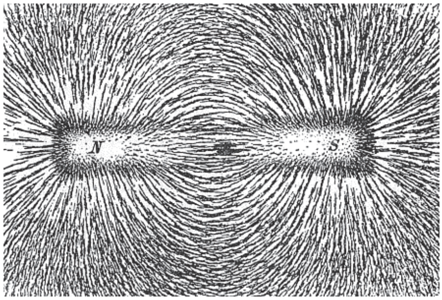
No caso da situação indicada na Figura 4.5, teremos uma rotação ainda mais notável, dessa vez no sentido horário, pois os dois polos sul se repelem.

Figura 4.5 | Rotação em um ímã causada por forças magnéticas de repulsão


Fonte: elaborada pelo autor.

Esse alinhamento ocorre também quando materiais magnéticos são deixados nas proximidades do ímã, como o caso da limalha de ferro. Quando atiramos limalha de ferro sobre um ímã como o ilustrado na Figura 4.1, obtemos a seguinte formação, indicada na Figura 4.6:

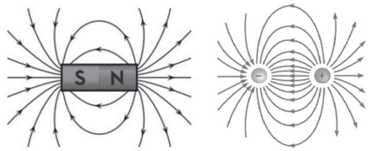
Figura 4.6 | Limalha de ferro sobre ímã




Fonte: <https://simple.wikipedia.org/wiki/Magnetism#/media/File:Magnet0873.png>. Acesso em: 25 nov. 2016.

A formação obtida lembra muito aquela que vimos para o campo elétrico formado por um dipolo elétrico, não é mesmo? Observe a analogia mostrada na Figura 4.7, que mostra as linhas de campo elétrico geradas por um dipolo elétrico ao lado de um ímã, irradiando linhas de campo magnético:

Figura 4.7 | Dipolo magnético e dipolo elétrico




Fonte: <http://titan.bloomfield.edu/facstaff/dnicolai/Physics/Physics106/Phy106-lessons/lesson1-106.htm> e <http://www.dowlingmagnets.com/blog/2015/what-is-a-magnetic-field/>. Acesso em: 25 nov. 2016.

A diferença é que esse campo magnético é gerado por um único ímã, enquanto o dipolo elétrico é composto por duas cargas elétricas de sinais opostos. Isso ocorre justamente porque não é possível encontrar um polo norte ou sul isolado na natureza, ao contrário das cargas elétricas. Assim, um ímã já é, por conta própria, um dipolo magnético.

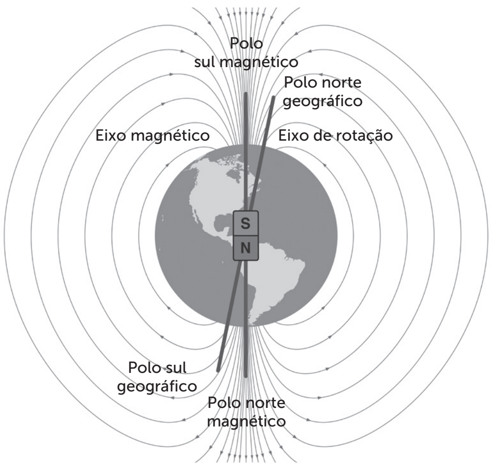
Note bem: as linhas do campo magnético sempre entram pelo polo sul e saem pelo polo norte. Tomando qualquer ponto do espaço ao redor do ímã, a direção e o sentido da linha de campo magnético nos indicam qual a direção e o sentido do campo magnético naquele ponto.

**Reflita**

O que ocorre com o campo magnético quando dois ímãs são colocados próximos um ao outro, conforme Figura 4.3? Pense em cada caso separadamente.

O planeta Terra, assim como um ímã, possui ao seu redor um campo magnético bastante intenso. Ele se manifesta conforme indicado pela Figura 4.8:

Figura 4.8 | Campo magnético terrestre




Fonte: <http://www.istockphoto.com/br/vetor/geomagn%C3%A9tica-campo-planet-earth-gm470258936-62341452?st=_p_Campo%20magntico%20terrestre>. Acesso em: 21 mar. 2017.

A existência do campo magnético terrestre permitiu a invenção da bússola, um importante instrumento de navegação e localização, que possibilitou a realização de grandes expedições rumo ao desconhecido, muitos séculos antes da invenção do GPS. Afinal, antes da invenção da bússola, a única maneira que os exploradores tinham para se localizar era a partir da posição do sol e das estrelas. O que fazer em períodos chuvosos ou no interior de uma densa floresta? A bússola funciona em ambas as situações.

Figura 4.9 | Bússola

Fonte: <https://pixabay.com/pt/navega%C3%A7%C3%A3o-b%C3%BAssola-dire%C3%A7%C3%A3o-geografia-154923/>. Acesso em: 25 nov. 2016.

Na bússola, um ímã ou material magnetizado pode girar com baixo atrito no interior de um recipiente. Pelo fenômeno do alinhamento, que estudamos há pouco, as forças magnéticas fazem com que o marcador da bússola se alinhe com o campo magnético da Terra. Se você prestou atenção nas Figuras 4.4, 4.6 e 4.8, perceberá que o polo norte do ponteiro da bússola se alinhará aproximadamente com o polo norte do planeta, pois nas proximidades dele está localizado o polo sul magnético da Terra. Mesmo hoje as pessoas que se aventuram em caminhadas carregam uma bússola consigo, afinal, ela não depende de uma bateria para funcionar.

Ao longo dos dois últimos séculos, a humanidade aprendeu a utilizar os campos magnéticos em seu favor, dando origem a grandes invenções da engenharia. Estudaremos essas invenções, mas antes precisamos estudar o efeito mais simples dos campos magnéticos: sua influência sobre cargas elétricas em movimento.

Se você tiver um corpo carregado eletricamente, tal como as esferas eletrizadas que discutimos na primeira unidade, e deixá-lo em repouso nas proximidades de um grande ímã, gerando um intenso campo magnético, não haverá nenhuma força perceptível atuando sobre ele. Entretanto, caso tente mover essa esfera magnetizada, sentirá uma força magnética atuando sobre ela.

A intensidade da força magnética será diretamente proporcional a três grandezas: à carga elétrica do corpo, à intensidade do campo magnético e, por fim, à velocidade do corpo. Portanto:

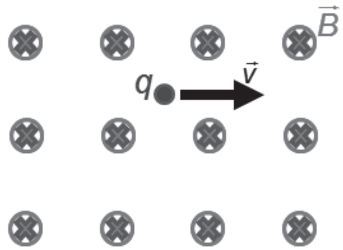
$$\left|\vec{F_m}\right| \alpha \; qvB$$

Em que q é a carga elétrica do corpo, v a velocidade do corpo, e B é a intensidade do campo magnético.

Precisamos descobrir qual o fator de proporcionalidade e também qual a direção e o sentido do vetor força magnética $\vec{F_m}$. Lembre-se de que a Física é uma ciência experimental. Então, nada melhor do que lançar uma partícula carregada no interior de um campo magnético uniforme e descobrir qual o seu comportamento.

Suponha uma partícula carregada lançada conforme a Figura 4.10:

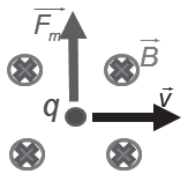
Figura 4.10 | Carga elétrica submetida a campo magnético uniforme




Fonte: elaborada pelo autor.

A Figura 4.10 indica uma partícula de carga q viajando da esquerda para a direita, com módulo da velocidade igual a v. Um campo magnético uniforme de intensidade B (unidade no SI: Tesla) é aplicado da esquerda para a direita. O sentido da força magnética sobre a partícula será o indicado pela Figura 4.11:

Figura 4.11 | Força magnética sobre partícula carregada




Fonte: elaborada pelo autor.

Vetorialmente, teremos a seguinte expressão para a força magnética, que nos indicará o sentido vetorial correto, assim como a intensidade correta em diversos casos limite:

$$\vec{F_m} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

ou:

$$\left|\vec{F_m}\right| = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}(\theta)\,.$$

Em que $\theta$ é o ângulo formado entre os vetores velocidade e campo magnético. No caso de nosso exemplo da Figura 4.11, o ângulo entre os vetores era de 90 °. Assim, $\text{sen}(\theta) = \text{sen}(90°) = 1$. As equações acima retornam o valor correto e o sentido correto em qualquer caso. Lembre-se de que como você aprendeu anteriormente, a direção correta pode ser obtida por meio da regra da mão esquerda.

### Assimile

A força magnética é diretamente proporcional a três grandezas: velocidade da partícula, carga elétrica da partícula e campo magnético que atua sobre ela. Se qualquer uma dessas grandezas for nula, a força magnética será igual a zero.

O valor também depende da direção dos vetores envolvidos na fórmula. Se a velocidade da partícula ocorrer na mesma direção do campo magnético, então o produto vetorial da fórmula será nulo, e a força magnética também será zero.

A força magnética resultante será sempre ortogonal tanto à velocidade quanto ao campo magnético que deram origem a ela.

$$\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Assim, para partículas carregadas na presença de campos elétricos e magnéticos, você poderá sempre calcular a força eletromagnética que atua sobre elas, somando a força elétrica $\overrightarrow{F_E} = q \cdot \vec{E}$ com a força magnética que acabamos de discutir:

$$\overrightarrow{F_{EM}} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

### Exemplificando

Um elétron viaja no espaço a uma velocidade de $\vec{v} = (2\,m/s)\hat{i}$, submetido a um campo magnético uniforme de $\vec{B} = (\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot 10^{-3}T$. Encontre a força magnética à qual ele se encontra submetido.

Solução:

A força magnética é dada pela expressão:

$\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \times \vec{B}$.

Velocidade e campo magnético foram fornecidos no enunciado. Desse modo, precisamos lembrar que a carga elétrica de um elétron é de:

$q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}C$. Inserindo as informações na expressão, teremos:

$$\overrightarrow{F_m} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2\hat{i} \times (\hat{i} + 3\hat{j}) \cdot 10^{-3}$$

$$\overrightarrow{F_m} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3} \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -1{,}6 \cdot 10^{-22} \cdot \left(6\hat{k}\right)$$

$$\overrightarrow{F_m} = \left(-9{,}6 \cdot 10^{-22}\text{N}\right)\hat{k}$$

Note que o sinal negativo indica que a força aponta para o sentido negativo do eixo z.

Assim como no caso do campo elétrico, podemos calcular o fluxo do campo magnético no interior de uma determinada área. Para casos mais gerais, podemos utilizar o cálculo vetorial. Para casos simples, por exemplo, um campo magnético uniforme B atravessando perpendicularmente uma área A, podemos simplesmente multiplicar a intensidade do campo magnético pela área atravessada pelo campo, como na equação a seguir:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

Sugestão: $\Phi_B = \left|\vec{B}\right| \cdot \left|\vec{A}\right|$ ou $\Phi_B = BA$

Lembrando que o produto escalar leva em consideração o ângulo de incidência do campo magnético sobre a área estudada.

**Pesquise mais**

Assista a uma aula da Unicamp sobre o tema, disponível em: <https://youtu.be/mRIxLpyh_xo?list=PLxI8Can9yAHdG8tw2QofrU02IuAEVyGlL>. Acesso em: 25 nov. 2016.

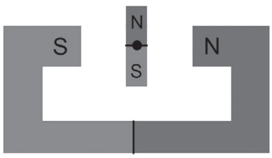
## Sem medo de errar

Lembre-se de que você se colocou no lugar de uma engenheira que trabalha com projetos de motores elétricos. A empresa recebeu uma encomenda de um cliente, que tem especificações definidas, e o parecer da equipe de vendas é de que o novo projeto pode atender ao cliente, mas também tem boas perspectivas de aceitação no mercado.

O início do projeto consiste em alguns desenhos e rabiscos. Afinal, você conhece as dimensões do motor solicitado e algumas outras informações. Sabemos que o princípio fundamental do motor elétrico é gerar rotação por meio de forças magnéticas.

Assim, você pode pensar em algo parecido com o ilustrado na Figura 4.12.

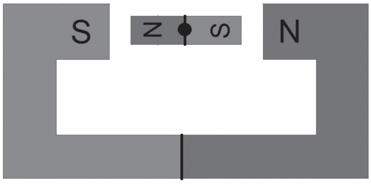
Figura 4.12 | Esquema do motor elétrico




Fonte: elaborada pelo autor.

Na Figura 4.12, podemos observar um pequeno ímã submetido a um intenso campo magnético de um ímã maior. Esse pequeno ímã está preso em seu centro ao eixo do motor, que é livre para girar. Devido à configuração indicada, você sabe que o pequeno ímã irá girar no sentido anti-horário, até que cada polo norte esteja o mais próximo possível do polo sul do outro ímã, como vemos na Figura 4.13.

Figura 4.13 | Motor elétrico com ímãs alinhados




Fonte: elaborada pelo autor.

Obviamente, para uma rotação contínua e efetiva, o pequeno ímã não pode ser um ímã permanente. Pense bem: caso os polos do pequeno ímã mudem periodicamente, polo norte transformando-se em polo sul e vice-versa, teremos então uma rotação contínua.

Como conseguiremos um efeito como o descrito anteriormente? Você descobrirá nas próximas seções. A missão inicial da nossa engenheira, entretanto, já está concluída, uma vez que ela realizou todos os desenhos necessários para avançar até a próxima fase.

## Avançando na prática

### Movimento circular de uma partícula carregada

### Descrição da situação-problema

Campos magnéticos são conhecidos por permitirem que corpos carregados eletricamente realizem movimentos circulares sem a necessidade de cabos ou eixos que os guiem. Um cientista precisa descobrir qual o campo magnético uniforme necessário para fazer com que uma pequena esfera de carga elétrica $q = 3\mu C$ e massa $m = 2mg$ viaje a uma velocidade constante de módulo 0,04 m/s, realizando uma trajetória circular de raio 0,5 m. Considere que a velocidade inicial da esfera e o campo magnético uniforme são vetores ortogonais entre si.

### Resolução da situação-problema

Para resolver o problema, o cientista deve utilizar a expressão para a força magnética, que é:

$$\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Como os vetores são ortogonais, podemos definir um sistema de coordenadas em que o ângulo entre eles é de 90 °, resultando em:

$$\left|\vec{F_m}\right| = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}(90°) = q \cdot v \cdot B \cdot 1 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 0,04 \cdot B$$

$$\left|\vec{F_m}\right| = 1,2 \cdot 10^{-7} \cdot B$$

Temos, portanto, duas incógnitas na equação anterior, pois nem a força magnética é conhecida, nem o campo magnético, que em última instância desejamos descobrir. Entretanto, sabemos que a partícula deve realizar um movimento circular com raio 0,5 m. Para que seja realizado o movimento circular, é necessário que a partícula receba uma força centrípeta de intensidade bem determinada.

A força centrípeta é dada por:

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{r} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,04^2}{0,5} = 6,4 \cdot 10^{-6} N$$

Então, podemos igualar a força magnética com a força centrípeta:

$$\left|\vec{F_m}\right| = F_{cp}$$

$$6,4 \cdot 10^{-6} = 1,2 \cdot 10^{-7} \cdot B$$

$$B = \frac{6,4 \cdot 10^{-6}}{1,2 \cdot 10^{-7}} \approx 53,3T$$

## Faça valer a pena

**1.** Considere as três afirmações a seguir:

I. Para separar os polos norte e sul de um ímã, basta quebrá-lo ao meio.

II. O polo norte geográfico da Terra encontra-se localizado nas proximidades do polo sul magnético da Terra.

III. Campos magnéticos não afetam cargas elétricas em repouso.

Assinale a alternativa que contém todas as afirmativas verdadeiras:

a) I.

b) II.

c) II e III.

d) I e III.

e) I, II e III.

**2.** A influência de um ímã sobre o espaço ao seu redor pode ser bem modelada por meio de um campo magnético. Esboçando as linhas de campo magnético ao redor do ímã, podemos descobrir qual _______ de um campo magnético sobre qualquer ponto. A intensidade da força magnética dependerá diretamente das grandezas _______, _______ e _______.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto:

a) A direção e o sentido; carga elétrica; velocidade da partícula; campo elétrico.

b) A direção e o sentido; carga magnética; velocidade da partícula; campo magnético.

c) A direção; caga elétrica; velocidade da partícula; campo elétrico.

d) A direção e o sentido; carga elétrica; velocidade da partícula; campo magnético.

e) A direção; carga magnética; aceleração da partícula; campo magnético.

**3.** Uma partícula de carga elétrica desconhecida e massa 5 mg viajando a uma velocidade de 0,5 m/s realiza um movimento circular uniforme de raio 20 m quando submetida a um campo magnético uniforme, ortogonal, de intensidade 1 T. Considere que a partícula não está submetida a outras forças externas ou à perda de energia por atrito.

Assinale alternativa que contém a carga elétrica da partícula em questão:

a) 5,000 mC.

b) 0,050 mC.

c) 0,500 mC.

d) 1,250 mC.

e) 0,125 mC.

# Seção 4.2

## Relações entre fenômenos elétricos e magnéticos

### Diálogo aberto

Olá, estudante! Na seção anterior, estudamos os fenômenos magnéticos, os ímãs e o efeito dos campos magnéticos sobre as cargas elétricas. Explicamos que os fenômenos elétricos e magnéticos têm uma relação muito íntima. Na presente seção, você compreenderá melhor a relação entre campos magnéticos e correntes elétricas, em uma introdução ao eletromagnetismo, o campo da física que estuda os fenômenos elétricos, magnéticos e as relações entre ambos.

Você descobrirá que correntes elétricas atravessando fios condutores geram campos magnéticos ao seu redor, o que pode ser facilmente verificado manipulando uma bússola suficientemente sensível nas proximidades de um cabo atravessado por uma corrente elétrica. Descobrirá também que quando provocamos variações em um campo magnético podemos gerar correntes elétricas. Variações de campo elétrico podem ser facilmente obtidas por meio da movimentação de ímãs. Assim, conheceremos a conexão entre energia mecânica e energia elétrica, completando as bases teóricas para que possamos estudar indutores, motores elétricos, geradores e transformadores na última seção de nosso livro.

Lembre-se de que na presente unidade nos colocamos no lugar de uma engenheira que trabalha em uma empresa de alta tecnologia e está ocupada com o projeto de um novo motor elétrico, dentro das especificações do cliente. Após a reunião inicial do projeto e realização dos primeiros desenhos, temos condições de estudar a relação entre os campos magnéticos e o movimento induzido graças aos campos magnéticos no interior do motor. Existe um pequeno componente no interior do motor elétrico que precisa ser analisado: uma espira, que está submetida a uma corrente alternada e gera em seu interior um campo magnético, cuja intensidade precisamos conhecer.

### Não pode faltar

Na seção anterior, vimos que partículas dotadas de carga elétrica podem ser afetadas por campos magnéticos. Um grande número de requisitos deve ser atendido, entretanto: a partícula precisa estar em movimento; e a direção da velocidade não pode ser a mesma do campo magnético. A força magnética sentida pela partícula é ortogonal tanto em relação à direção da velocidade quanto à do campo magnético, ou seja, em linguagem de geometria analítica, o vetor força magnética não está contido no plano que pode ser gerado a partir dos vetores velocidade e campo magnético.

Na presente seção, relacionaremos esse fato com as correntes elétricas que atravessam um fio condutor. A corrente elétrica indica a quantidade de cargas elétricas que atravessa uma seção transversal do fio elétrico. Assim, para saber qual a quantidade de cargas elétricas que atravessa essa seção transversal em função do tempo, basta realizar a integração, que fica muito simples caso a corrente elétrica I seja constante:

$$I = \frac{dq(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad dq(t) = I \cdot dt$$

$$q(t) = \int I \cdot dt = I \cdot \int dt = I \cdot t$$

Considerando a carga elétrica inicial nula.

Sabemos que em uma corrente elétrica os elétrons, individualmente, se movem de maneira complexa, pois interagem regularmente com outros elétrons e com os núcleos atômicos, mudando uniformemente de velocidade. Em uma corrente elétrica, na média, o conjunto dos elétrons se move ordenadamente, e podemos definir uma velocidade média, conhecida como velocidade de deriva ($v_d$). Se desejamos encontrar o número de elétrons contido a cada momento em um fio de comprimento L, como o indicado na Figura 4.14, podemos calcular utilizando a expressão que acabamos de deduzir e o fato de que um elétron que se encontra na extremidade esquerda do condutor precisa atravessar uma distância L até cruzar a seção transversal de área A. Como $v = \Delta S / \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta t = \Delta S / v$. No caso específico, teremos $t = L / v_d$.

Figura 4.14 | Condutor atravessado por corrente elétrica


Fonte: elaborada pelo autor.

Vamos supor que o fio elétrico seja atravessado por um campo magnético uniforme que atua perpendicularmente à sua direção. Nesse caso, sabemos que a força magnética sobre cada unidade de carga será: $\vec{F_m} = q\vec{v} \times \vec{B}$ ou, em módulo, $\left|\vec{F_m}\right| = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}(90°) = |q| \cdot v \cdot B$.

Substituindo na expressão $q(t) = I \cdot t$ e $t = L / v_d$ teremos:

$$\left|\vec{F_m}\right| = I \cdot \frac{L}{v_d} \cdot v_d \cdot B = I \cdot L \cdot B$$

Vemos, portanto, que a força magnética que atua sobre o fio não dependerá diretamente da velocidade de deriva dos elétrons, mas somente de grandezas que podemos medir facilmente com um amperímetro e uma régua.

Se o campo magnético não for perpendicular ao fio, a seguinte notação vetorial nos fornecerá o resultado correto para a força magnética, inclusive a direção e o sentido da força:

$$\vec{F_m} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Nesse caso, $\vec{L}$ é um vetor cujo módulo é o comprimento do condutor estudado, e a direção e o sentido são os mesmos do fluxo de corrente elétrica em seu interior. Escrevendo tudo com a notação vetorial apropriada, não encontraremos dificuldades para obter a força magnética.

Note que essa força magnética atua sobre os elétrons que atravessam o fio. Esses elétrons serão defletidos e terminarão colidindo com os átomos que compõem o material condutor. Desse modo, o fio será submetido a uma força real de intensidade $\left|\vec{F_m}\right|$, que poderá inclusive ser medida por um dinamômetro, causar aceleração, ou até uma deformação sobre o fio etc. É um efeito macroscópico relevante, assim como a atração entre ímãs.

**Exemplificando**

Um fio de 1 m de comprimento é atravessado por uma corrente elétrica de 0,1 A. Um campo magnético uniforme de intensidade 0,05 T atravessa formando um ângulo de 30 ° com o fio. Calcule o módulo da força magnética sobre ele.

Solução:

A força magnética que atua sobre um condutor atravessado por uma corrente elétrica e por um campo magnético uniforme é:

$$\vec{F_m} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Em módulo:

$$\left|\vec{F_m}\right| = I \cdot L \cdot B \cdot \text{sen}(\theta)$$

Assim, usando I=0,1 A, L=1 m , B =0,05 e sen(30) = 0,5, temos:

$$\left|\vec{F_m}\right| = 0{,}1 \cdot 1 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}5 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\, N$$

Para compreender a relação entre os fenômenos elétricos e magnéticos, precisamos entender que correntes elétricas não somente são afetadas por campos magnéticos externos, mas também geram campos magnéticos.

O campo magnético gerado por uma corrente elétrica é diretamente proporcional ao módulo dessa corrente, e inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa o ponto de interesse do condutor em que a corrente está localizada.

O valor exato dessa corrente pode ser calculado utilizando o cálculo vetorial. Precisamos considerar que cada elemento do fio elétrico gera, individualmente, um pequeno campo magnético dado pela expressão diferencial:

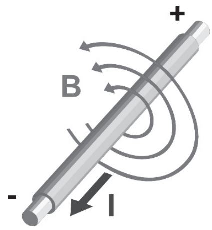
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

Em que a constante de permeabilidade do vácuo é $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$. Esta expressão é conhecida como a Lei de Biot-Savart. Para encontrar o campo magnético total, precisamos utilizar a ferramenta matemática conhecida como integral de linha, a fim de obter o campo total gerado, integrando em s, tomando o cuidado de notar que o vetor $\vec{r}$ também depende da posição s sobre o fio.

Aqui, trabalharemos com os casos mais simples. Um **fio retilíneo** muito longo atravessado por uma corrente elétrica, conforme Figura 4.15, gera ao seu redor um campo magnético a uma distância r medida perpendicularmente à direção do fio de módulo:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{(Fio retilíneo longo)}$$

Figura 4.15 | Campo magnético ao redor de um fio condutor



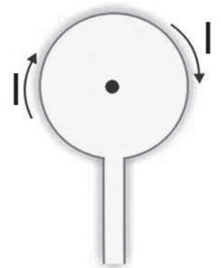

Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electromagnetism.svg>. Acesso em: 26 nov. 2016.

Nesse caso, r é a distância radial do ponto de interesse até o fio condutor. Enquanto um fio circular, conhecido como espira, gera em seu centro um campo magnético de intensidade:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{(Espira circular)}$$

Em que R é o raio da circunferência da espira. No caso da Figura 4.16, o campo magnético entra da esquerda para a direita.

Figura 4.16 | Espira circular condutora

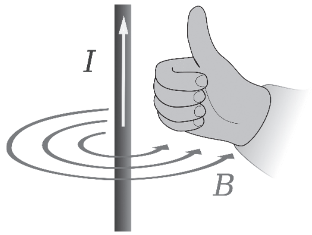



Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Espira.jpg>. Acesso em: 26 nov. 2016.

## Assimile

O sentido do campo magnético é facilmente descoberto por meio da regra da mão direita. Se você alinhar seu polegar com o sentido da corrente elétrica convencional e girar seus outros dedos, encontrará o sentido correto dos campos magnéticos descritos nos dois casos.

Figura 4.17 | Regra da mão direita e campos magnéticos




Fonte: <https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_field>. Acesso em: 26 nov. 2016.

## Pesquise mais

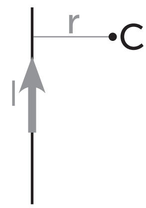
Você já estudou o cálculo vetorial e sabe realizar integrais de linha? Veja a dedução das expressões na obra:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: eletromagnetismo. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. 3. v. p. 213-216. Lembre-se de que você como estudante de nossa instituição, possui acesso gratuito ao material. Realize *login* em sua área do estudante e na Minha Biblioteca, depois siga o link: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521632092/cfi/6/8!/4/2/4@0.00:0.00>. Acesso em: 19 dez. 2016.

## Exemplificando

Uma bússola é inserida no ponto C, conforme Figura 4.18, e seu ponteiro é defletido imediatamente após uma corrente elétrica $I = 5A$ começar a fluir através de um fio retilíneo longo. Uma distância $r = 0{,}04m$ os separa. Calcule o campo magnético gerado pelo fio exatamente sobre o ponto C, e compare com a intensidade média do campo magnético terrestre.

Figura 4.18 | Fio retilíneo e ponto externo




Fonte: elaborada pelo autor.

**Solução**:

O campo magnético nas proximidades de um fio retilíneo longo é dado pela expressão:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

A distância entre o ponto C e o fio e a intensidade da corrente elétrica são fornecidas no enunciado, então:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 0{,}04} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,T$$

O campo magnético terrestre tem uma intensidade de aproximadamente $10^{-4}\,T$. Assim, o campo magnético gerado pelo fio tem uma intensidade de aproximadamente 25% da intensidade do campo magnético terrestre, suficiente para gerar uma deflexão no ponteiro da bússola.

O movimento é parte importante da relação entre os fenômenos magnéticos e os fenômenos elétricos. Cargas elétricas são afetadas por campos magnéticos somente caso estejam em movimento. Do mesmo modo, cargas elétricas em movimento geram campos magnéticos ao seu redor.

Você pode estar se perguntando se campos magnéticos são capazes de gerar correntes elétricas. Pensando superficialmente sobre o tema, poderíamos afirmar que não, uma vez que campos magnéticos não afetam cargas elétricas em repouso. Entretanto, variações de fluxo de campos magnéticos são capazes de gerar correntes elétricas.

Considere uma espira semelhante à da Figura 4.16 que, em vez de ligada a um gerador, esteja ligada somente a um amperímetro. Obviamente não passa corrente através dela, e o amperímetro indica uma corrente nula. Entretanto, se você tomar um ímã permanente e aproximar seu polo norte ou polo sul da espira, será possível observar uma corrente elétrica atravessando o amperímetro. Aproxime e afaste continuamente o ímã da espira, e o sentido da corrente mudará. Pare o ímã, e a corrente elétrica desaparecerá.

Aproximar ou afastar o ímã faz com que o fluxo de campo magnético no interior da espira mude com o tempo, e essa variação causa o surgimento de uma força eletromotriz em toda a circunferência, gerando uma corrente elétrica. Essa descoberta do grande físico experimental Michael Faraday (1791-1867) permitiu a criação dos geradores elétricos, e é um tema fundamental para as aplicações de conversão eletromecânica de energia. Perceba: o movimento mecânico do ímã dá origem a uma corrente elétrica, a energia mecânica do ímã é transformada em energia elétrica.

Matematicamente, essa relação se expressa em termos da **Lei de Faraday**:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{(Lei de Faraday)}$$

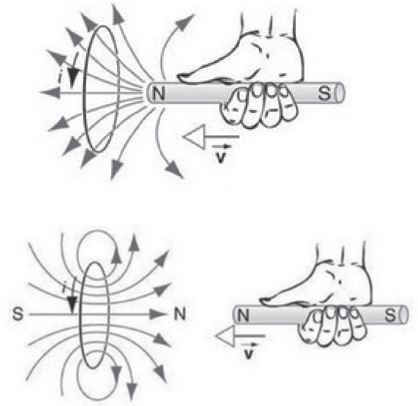
Em que $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$ é o fluxo magnético na área do interior de um circuito fechado, e $\varepsilon$ é a força eletromotriz induzida no circuito. Assim, a corrente elétrica gerada é análoga àquela produzida por um gerador usual de mesma força eletromotriz ligado em série com o circuito.

Em alguns casos, como no interior de condutores maciços submetidos a campos magnéticos variáveis, essa corrente é indesejada, pois causa dissipação de energia por aquecimento (Efeito Joule). Por isso, em alguns contextos essa corrente é chamada corrente parasita ou corrente de Foucault.

Uma lei importante relacionada ao tema é a **Lei de Lenz**, que nos permite descobrir o sentido da corrente elétrica gerada, o que também explica o sinal negativo da **Lei de Faraday**. A Lei de Lenz afirma que a corrente induzida em uma espira por um material magnético terá sentido de modo que o campo magnético gerado pela corrente se oponha ao campo magnético que a induz.

Assim, se aproximarmos um polo norte de uma espira, será induzida nela uma corrente elétrica que irradiará linhas de campo magnético na direção do ímã, como se se tratasse de outro polo norte. Lembre-se de que dois polos norte sempre irão se repelir. Por isso, ao aproximar o ímã da espira, será possível sentir uma força de repulsão freando-o. Aqui não poderia ser de outra maneira, pois trata-se somente de uma lei de conservação de energia atuando. A desaceleração do ímã retira energia mecânica do sistema na mesma proporção da energia elétrica que é trazida para o interior da espira.

Figura 4.19 | Lei de Lenz




Fonte: Halliday, Resnick e Krane (2017, p. 231).

### Assimile

A Lei de Faraday afirma que "O módulo da força eletromotriz $\varepsilon$ induzida em uma espira condutora é igual à taxa de variação com o tempo do fluxo magnético $\Phi_B$ que atravessa a espira" (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012, p. 250).

A Lei de Lenz afirma que "A corrente induzida em uma espira tem um sentido tal que o campo magnético induzido pela corrente se opõe ao campo magnético que induz a corrente" (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012, p. 251).

### Reflita

Você está olhando uma espira de frente, com um ímã com seu polo sul voltado para ela, e começa a afastar ímã e espira, trazendo o ímã na sua direção. Qual o sentido da corrente gerada, do seu ponto de observação?

### Exemplificando

Uma espira circular de raio 0,2 m está submetida a um campo magnético cuja intensidade é dada pela expressão $B(t) = 0,05t^2$, e cujo sentido atravessa perpendicularmente o plano da espira. Encontre a expressão para a força eletromotriz induzida na espira em função do tempo, e a corrente elétrica que a atravessa no instante 1 s, dado que a resistência elétrica em toda a sua extensão é de $R = 0,01\Omega$.

Solução:

A Lei de Faraday indica que a força eletromotriz induzida sobre a espira é dada por:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Precisamos iniciar calculando o fluxo magnético:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot \pi r^2 \cdot sen(\theta) = 0,05t^2 \cdot \pi \cdot 0,2^2 \cdot 1$$

$$\Phi_B \approx 6,28 \cdot 10^{-3} \cdot t^2$$

Voltando à Lei de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d(6,28 \cdot 10^{-3} \cdot t^2)}{dt} = -1,256 \cdot 10^{-2} \cdot t$$

A corrente elétrica que atravessará a espira no instante 1 s será dada por:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1,256 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{0,01} = 1,256A$$

Em que o efeito do sinal não importa, considerando que aqui não estamos preocupados com o sentido da corrente.

## Sem medo de errar

Na presente seção, nos colocamos no lugar de uma engenheira que trabalha com motores elétricos. Na seção anterior, realizamos alguns desenhos esquemáticos. Entretanto, vimos que com dois ímãs permanentes não seria possível construir um motor elétrico, afinal, os polos norte e sul dos ímãs se alinhariam e o sistema atingiria rapidamente o repouso.

O que ocorre é que o campo magnético necessário para realizar a rotação desejada provém de um conjunto de enrolamentos, em que diversas espiras são alinhadas e uma corrente elétrica as atravessa. Assim, o sentido do campo magnético pode ser controlado pelo sentido da corrente elétrica.

Com o motor elétrico ligado a uma fonte de tensão de corrente alternada, por exemplo, a corrente naturalmente altera seu sentido a uma taxa de 60 oscilações por segundo, ou 60 Hz. Entretanto, existem motores movidos a correntes contínuas. Tudo depende dos componentes elétricos presentes no motor.

Voltando ao problema em questão, a engenheira precisa analisar um pequeno componente do motor elétrico, basicamente uma espira. Ela está submetida a uma corrente alternada, de intensidade máxima de 5 A, em uma rede com frequência 60 Hz. A engenheira precisa descobrir o campo magnético gerado no centro da espira, que possui um raio de 0,4 m, descrevendo seu comportamento ao longo do tempo.

O campo magnético gerado por uma espira circular é dado a partir da expressão:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Para o caso de uma corrente contínua, o problema seria mais simples, uma vez que bastaria calcular:

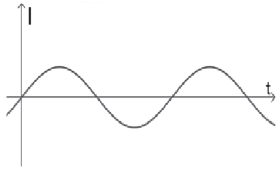
$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot 0,4} = 7,85 \cdot 10^{-6} T$$

Vimos anteriormente, entretanto, que uma corrente alternada tem comportamento dado pela seguinte expressão:

$$I = I_0 \cdot sen(2\pi f \cdot t)$$

que é bem descrito por uma senoide, uma função do tipo:

Figura 4.20 | Corrente elétrica alternada (CA)




Fonte: elaborada pelo autor.

No caso, teremos:

$$I = 5 \cdot sen(2\pi \cdot 60 \cdot t) = 5 \cdot sen(120\pi \cdot t)$$

Portanto, o campo magnético gerado pela espira será bem descrito pela expressão:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot sen(120\pi \cdot t)}{2 \cdot 0,4} = 7,85 \cdot 10^{-6} \cdot sen(120\pi \cdot t)$$

Observe que, com o tempo, o seno presente na função variará de sinal. Na prática, isso significa que o sentido do campo magnético varia de maneira cíclica. Esse é o efeito desejado para resolver o problema levantado na seção anterior: componentes elétricos podem gerar campos magnéticos que variam com o tempo, o que permite sustentar a rotação do motor elétrico de maneira contínua, o que não poderia ser realizado somente com ímãs permanentes.

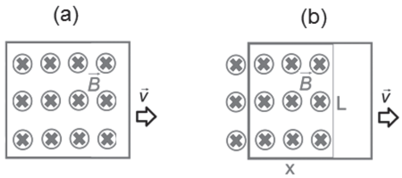
## Avançando na prática

### Espira em um campo magnético uniforme

### Descrição da situação-problema

Uma espira quadrada de lados $L = 0,37m$ de comprimento é submetida a um campo magnético praticamente uniforme ao longo de uma região muito bem determinada em seu interior, conforme vemos na Figura 4.21a. Após algum tempo, a espira quadrada é puxada, de modo que em certo momento parte dela começa a deixar a região dotada de campo magnético, conforme ilustrado na Figura 4.21b.

Figura 4.21 | Espira submetida a campo magnético uniforme




Fonte: elaborada pelo autor.

O campo magnético uniforme tem intensidade $B = 0,24T$ e entra perpendicularmente na espira, que se move lateralmente com velocidade constante de módulo $v = 0,15\text{m/s}$. A resistência elétrica da espira é da ordem de $R = 0,02\Omega$. Calcule a corrente elétrica que atravessa a espira e a força resultante que atua sobre esta durante o movimento.

### Resolução da situação-problema

Para resolver a situação proposta, o primeiro ponto a ser identificado é o sentido da corrente elétrica que atravessará a espira. Para isso, usaremos a Lei de Lenz. Sabemos que o sentido da corrente gerará um campo magnético que se oporá às mudanças ocorridas no sistema.

Perceba que à medida que a espira se desloca para a direita, cada vez menos campo magnético entra nela e, portanto, menor é o fluxo magnético. A corrente que se opõe a esse fato gerará uma corrente que aumentará o campo magnético que entra na espira.

Alinhe seus dedos com as laterais da espira e descubra o sentido que gerará um campo entrando nela, assim como o que já entra nesse momento. A corrente deverá ter sentido horário.

Pela Lei de Faraday, $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$, em que $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA$, uma vez que o campo magnético entre perpendicularmente ao plano ocupado pela espira, o fluxo magnético varia com o tempo e pode ser descrito pela área da espira no interior da região que contém campo magnético, multiplicado pela intensidade do campo uniforme.

$$\Phi_B = B \cdot L \cdot x = B \cdot L \cdot (L - vt)$$

$$\Phi_B = 0,24 \cdot 0,37 \cdot (0,37 - 0,15t) = (0,033 - 0,013t)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(0,033 - 0,013t)}{dt} = -0,013V$$

Temos, portanto, uma tensão contínua aplicada sobre a espira, gerando uma corrente de intensidade constante, igual a $I = \frac{V}{R} = \frac{0,013}{0,02} = 0,65A$.

Em relação à força magnética, precisamos calcular nos três segmentos em que o campo magnético atua:

Segmento de baixo da espira, de comprimento x (varia a cada instante de tempo):

$$\overrightarrow{F_{m1}} = I\vec{L} \times \vec{B} = 0,65 \cdot \left(-(0,37 - 0,15t)\hat{i}\right) \times \left(-0,24\hat{k}\right) = (0,058 - 0,023t)\,\hat{j} \sim$$

Segmento de cima da espira, de comprimento x:~

$$\overrightarrow{F_{m2}} = I\vec{L} \times \vec{B} = 0,65 \cdot (0,37 - 0,15t)\hat{i} \times \left(-0,24\hat{k}\right) = (-0,058 + 0,023t)\,\hat{j}$$

Por fim, precisamos calcular a força magnética sobre o lado esquerdo da espira, que também está submetida ao campo magnético.

$$\overrightarrow{F_{m3}} = I\vec{L} \times \vec{B} = 0,65 \cdot 0,37\hat{j} \times \left(-0,24\hat{k}\right) = -0,058\hat{i}$$

A força magnética resultante que atua sobre a espira é a soma das forças calculadas:

$$\overrightarrow{F_R} = \overrightarrow{F_{m1}} + \overrightarrow{F_{m2}} + \overrightarrow{F_{m3}} = -\left(-0{,}058 + 0{,}023t\right)\hat{j} + \left(-0{,}058 + 0{,}023t\right)\hat{j} - 0{,}058\hat{i} = -\left(0{,}058N\right)\hat{i}$$

Observe que as componentes sobre o eixo y das forças se cancelam, restando uma força no sentido negativo de x, que justamente se opõe ao movimento da espira, retirando energia mecânica do sistema para fornecê-la na forma de energia elétrica, a fim de gerar a corrente sobre a espira.

**Atenção**

Essa reflexão final é muito importante para conferir seu resultado. A força exercida deve sempre contribuir de maneira a viabilizar a conservação de energia. Se foi gerada uma corrente elétrica no sistema devido à variação de campo magnético, então essa energia deve ser retirada da energia mecânica do sistema. As forças resultantes devem se opor, portanto, ao movimento.

## Faça valer a pena

**1.** Analise as afirmativas a seguir:

I. Uma corrente elétrica atravessando um fio não gera um campo magnético ao seu redor, afinal, fenômenos elétricos e fenômenos magnéticos respeitam leis da física distintas.

II. É possível gerar uma corrente elétrica em um anel de cobre utilizando somente um ímã.

III. Utilizando componentes elétricos e magnéticos, é possível transformar de maneira eficiente energia elétrica em energia mecânica e vice-versa.

Assinale a alternativa que contém todas as afirmativas corretas:

a) I.

b) II.

c) I e II.

d) II e III.

e) I, II e III.

**2.** Quando um fluxo magnético de intensidade variável atua no interior de um circuito fechado de material condutor, surge uma força eletromotriz atuando sobre toda a extensão do circuito, gerando uma corrente elétrica. Considere uma espira quadrada no interior da qual passa a atuar uma força eletromotriz dependente do tempo, segundo a expressão $\varepsilon = 0{,}02\cos t$ .

Assinale a alternativa que indica a expressão correta para o fluxo magnético que atua no interior da espira quadrada, em unidades do SI:

a) $\Phi_B = C$.

b) $\Phi_B = 0{,}02\cos t + C$.

c) $\Phi_B = 0{,}02t \cdot \cos t + C$.

d) $\Phi_B = 0{,}02\ \ln t + C$.

e) $\Phi_B = 0{,}02\,\text{sen}\,t + C$.

**3.** Correntes elétricas geram no espaço circundante campos elétricos de intensidade que depende do formato e da configuração do fio condutor. Uma espira circular de raio 0,02 m é atravessada por uma corrente elétrica de intensidade desconhecida. Em seu centro, atua um campo magnético de intensidade $50\mu T$.

Assinale a alternativa que contém a corrente elétrica que atravessa o fio condutor da espira:

a) 1,59 A.

b) 5,43 A.

c) 15,90 A.

d) 54,43 A.

e) 159,43 A.

# Seção 4.3

## Aplicações da indução eletromagnética

### Diálogo aberto

Olá, estudante! Chegamos à última seção da disciplina Princípios de eletricidade e magnetismo. Após uma longa jornada, estamos prontos para compreender como funcionam duas maravilhas da engenharia, equipamentos importantes e fundamentais em nossas vidas: os motores elétricos e os transformadores.

Seu funcionamento tem relação com as leis de Faraday e de Lenz, estudadas na seção anterior. Uma variação de fluxo magnético no interior de uma região fechada por um laço de material condutor produzirá uma tensão capaz de originar uma corrente elétrica. Esta corrente elétrica, por sua vez, tem um sentido que causa oposição à variação de campo magnético original.

No caso de um motor elétrico, energia elétrica é consumida pelos componentes conhecidos como rotor e estator, que interagem magneticamente, causando um movimento de rotação. Assim, a energia elétrica é convertida em energia mecânica que pode ser aproveitada. O gerador elétrico funciona de maneira muito semelhante, mas no sentido inverso, ou seja, a energia mecânica é convertida em energia elétrica. Dessa forma, viabilizamos equipamentos de conversão eletromecânica de energia, desde um simples ventilador até um enorme gerador de energia elétrica em uma usina.

Os transformadores, por sua vez, são equipamentos que trabalham bem com correntes alternadas. Eles são responsáveis por alterar a tensão de uma corrente elétrica ou a intensidade da corrente elétrica produzida. A conversão realiza-se pela interação magnética entre duas de suas partes. Assim, conseguimos converter a energia elétrica gerada em uma usina para elevadas tensões, a fim de que possa ser transmitida com um mínimo de perdas, e depois converter a tensão para os 110 V ou 220 V aos quais estamos habituados em nossas residências.

Nesta seção, voltamos ao lugar da engenheira de uma fábrica de motores elétricos. Ela está trabalhando com o projeto de um motor elétrico, e uma fase do seu trabalho envolve analisar um solenoide que consiste em um fio de cobre enrolado diversas vezes ao redor de um material magnético. No interior do fio desse solenoide passa uma corrente alternada, que faz com que ele se comporte como um ímã que inverte regularmente seus polos. Um campo magnético variável é criado, permitindo o funcionamento do motor. Para ser capaz de avançar no projeto, você deve descobrir algumas características importantes da bobina: o campo magnético em um ponto qualquer em seu interior, o fluxo magnético que a atravessa e sua indutância.

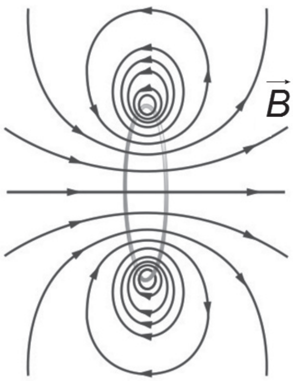
Para resolver esse problema, você precisa de novos conhecimentos!

## Não pode faltar

Em equipamentos elétricos, a geração e o direcionamento de campos magnéticos de acordo com as aplicações desejadas é muito importante. Na seção anterior verificamos como se comporta o campo magnético gerado por fios lineares e espiras atravessadas por correntes elétricas. Essas aplicações nos dão base para estudar um equipamento elétrico utilizado para gerar fluxos magnéticos de grande intensidade: os **solenoides** (ou bobinas).

Uma única espira atravessada por um campo elétrico gera um campo magnético semelhante ao produzido por um ímã, como podemos observar na Figura 4.22.

Figura 4.22 | Linhas de campo magnético geradas por uma espira



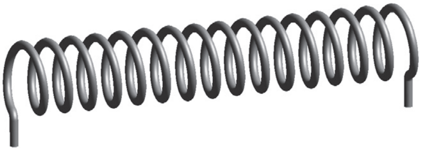

Fonte: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2622-0/cfi/246!/4/4@0.00:22.8>. Acesso em: 3 jan. 2017.

Você consegue imaginar o que ocorreria caso diversas espiras fossem alinhadas frente a frente? Observando a Figura 4.22, deve parecer intuitivo que o campo magnético terá uma tendência geral a fluir no interior das argolas alinhadas, constituindo um fluxo magnético organizado.

Uma maneira inteligente de construir uma situação semelhante, mas com um único fio condutor e uma única corrente elétrica, é construí-lo conforme a Figura 4.23.

Chamamos tal equipamento de solenoide, e, nesse caso, podemos contar o número de voltas dadas entre as duas extremidades, ou número de espiras, que costumamos denotar por N.

Figura 4.23 | Solenoide com N=16



Fonte: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Solenoid-1.png>. Acesso em: 27 nov. 2016.

Dado um determinado sentido de corrente atravessando o fio que compõe o solenoide, podemos utilizar a regra da mão direita para descobrir o sentido do campo magnético, que se comporta como um fluxo magnético que atravessa seu interior.

O campo magnético que atravessa qualquer ponto no interior de um solenoide ideal depende do número de espiras, do comprimento e da corrente elétrica que o atravessa, conforme a seguinte relação:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{d} \qquad \text{(Solenoide ideal.)}$$

Em que B é o campo magnético no interior do solenoide, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot T \cdot m/A$ é a permeabilidade do vácuo, N é o número total de espiras no solenoide e d o seu comprimento. O resultado independe da geometria do solenoide, ou seja, é válido para espiras circulares, quadradas ou com outro formato qualquer.

Podemos também calcular o fluxo magnético no solenoide, bastando para isso conhecer sua área interna A, uma vez que o campo magnético é aproximadamente constante. Portanto:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B\,A = \frac{\mu_0 I N A}{d}$$

Em que levamos em conta o fato de que em um solenoide o campo magnético gerado atravessa perpendicularmente sua área.

### Exemplificando

Considere que o solenoide da Figura 4.23 (16 espiras) tem um comprimento de 4 cm e um raio de 0,6 cm, e a corrente elétrica varia com o tempo de acordo com a função $I = 5t + t^2$. Qual é, aproximadamente, o campo magnético em qualquer ponto em seu interior e qual o fluxo magnético que atravessa uma seção transversal no interior do solenoide no instante 2 s?

Resolução:

O campo magnético no interior do solenoide é diretamente proporcional à corrente elétrica que o atravessa e ao número de voltas em seu enrolamento, mas inversamente proporcional ao seu comprimento. Assim, a função que descreve o campo elétrico em Tesla é a seguinte:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (5t + t^2) \cdot 16}{0,04}$$

$$B(t) \approx 5,024 \cdot 10^{-4} \cdot (5t + t^2)$$

O fluxo magnético é o produto do campo magnético constante pela área da seção transversal, que são ortogonais entre si, portanto, depende da função:

$$\Phi_B = B A = \pi \cdot 0,06^2 \cdot 5,024 \cdot 10^{-4} \cdot (5t + t^2)$$

$$\Phi_B(t) \approx 5,679 \cdot 10^{-6} \cdot (5t + t^2)$$

No instante de tempo $t = 2s$, teremos:

$$B(2) \approx 5,024 \cdot 10^{-4} \cdot (5 \cdot 2 + 2^2) \approx 7,0336 mT$$

$$\Phi_B(2) = 5,679 \cdot 10^{-6} \cdot (5 \cdot 2 + 2^2) \approx 7,9506 \cdot 10^{-5} Wb$$

## Indutância e os indutores

Você deve se lembrar que, em nossa unidade anterior, falamos sobre um componente de circuitos elétricos chamado indutor, que seria investigado em uma outra oportunidade. Agora podemos estudar os indutores, pois temos um conhecimento mais aprofundado em relação aos fenômenos magnéticos.

Um indutor é um componente capaz de armazenar energia magnética. Ele é denotado em um circuito elétrico pelo símbolo mostrado na Figura 4.24.

Figura 4.24 | Símbolo representativo do indutor

Fonte: adaptada de <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Impedance_analogy_inductor.svg>. Acesso em: 12 dez. 2016.

De fato, um solenoide, como o que acabamos de estudar, é o tipo mais simples de indutor. Existem diversas montagens de indutores, mas, em geral, todos eles consistirão em um enrolamento composto de N espiras.

Quando um indutor é atravessado por uma corrente elétrica, em seu interior é produzido um fluxo magnético $\Phi_B$ que carrega uma energia, que está armazenada. Nossa melhor analogia nesse momento é o capacitor elétrico: este é composto por duas placas, e um fluxo de campo elétrico atravessa o espaço entre ambas, que armazena energia.

A característica importante de um indutor é a sua **indutância** L. No caso de um indutor em que N é o número total de espiras, I é a corrente elétrica que o atravessa e $\Phi_B$ o fluxo de campo magnético que o atravessa, então temos que:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

No caso de um solenoide, temos que:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{N}{I} \cdot \frac{\mu_0 \, I N A}{d}$$

$$L = \frac{\mu_0 \, N^2 \, A}{d}$$

A unidade de indutância é o henry (H), em que $1H = 1T \cdot m^2 / A$.

### Exemplificando

Um solenoide composto por espiras quadradas de lado 2 cm, cujo comprimento total é de 0,3 m, é atravessado por uma corrente elétrica de 65 A. A densidade linear de espiras no indutor é de 500 espiras/metro. Encontre a indutância do solenoide.

**Resolução**:

Sabemos que a indutância de um solenoide é dada pela seguinte expressão:

$$L = \frac{\mu_0 \, N^2 \, A}{d}$$

Observe que não temos o número total de espiras, mas somente sua densidade. Se temos 500 espiras por cada metro, então:

$$N = 500 \cdot d = 500 \cdot 0{,}3 = 150 \text{ espiras}$$

A área quadrada de cada espira do solenoide será:

$$A = d^2 = 0{,}02^2 = 4 \cdot 10^{-4} \, m^2$$

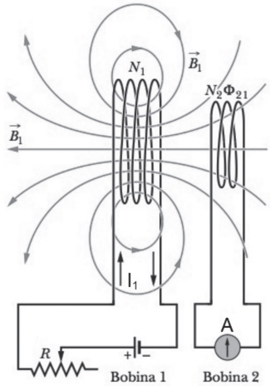
Agora podemos substituir as informações na equação, obtendo:

$$L = \frac{\mu_0 \, N^2 \, A}{d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 150^2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{0{,}3} \approx 37{,}7 \mu H$$

## Indução mútua e os transformadores

Suponha que dois solenoides (ou bobinas) sejam colocados lado a lado, conforme a Figura 4.25, que você deve observar atentamente ao longo da explicação a seguir.

Figura 4.25 | Indução mútua




Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 272).

Na Figura 4.25, uma corrente elétrica atravessa a bobina 1 graças à atuação de uma fonte. Essa corrente elétrica gera um campo magnético de valor conhecido ao seu redor, cujo sentido indicado no desenho pode ser verificado utilizando a regra da mão direita. A bobina 2 não está ligada a uma fonte de tensão, mas a um circuito fechado que contém um amperímetro. Como ambas as bobinas estão alinhadas, o interior da bobina 2 é atravessado por um fluxo magnético, indicado na figura como $\Phi_{21}$.

Note que não nos referimos ao fluxo magnético gerado pela corrente elétrica no interior da própria bobina 1, cuja fórmula apresentamos no início da seção. **Estamos analisando os efeitos da bobina 1 sobre a bobina 2**.

Se a corrente elétrica que atravessa o circuito da bobina 1 é constante, o fluxo magnético no interior da bobina 2 também será constante, e o amperímetro no circuito não notará a atuação de uma corrente elétrica, pois a **Lei de Faraday** nos indica que:

$$\varepsilon_1 = -N\frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

Lembre-se de que a bobina é composta por muitas espiras, que aumentam efetivamente a área da componente que é atravessada por um campo magnético, aumentando, portanto, o fluxo magnético.

Se houver variação na corrente elétrica, o campo magnético gerado pela bobina 1 irá mudar, e consequentemente o fluxo magnético $\Phi_{21}$. Assim, o amperímetro verificará a presença de uma corrente elétrica no circuito da bobina 2. A Lei de Lenz nos indica o sentido dessa corrente elétrica: ela será tal que o campo magnético gerado pela bobina 2 se oponha ao campo magnético que gerou a indução original. Dessa forma, se a linha de campo magnético original se alinha da direita para a esquerda e aumenta nessa direção, então o campo magnético induzido gerará uma linha de campo magnético alinhada da esquerda para a direita.

Calcular exatamente o fluxo magnético $\Phi_{21}$ envolveria grandes conhecimentos geométricos e de cálculo diferencial e integral. Para tal sistema, podemos definir uma indutância mútua:

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1}$$

O campo magnético gerado pela bobina 2 também afetará a bobina 1, causando alterações na corrente original $I_1$ proporcionais a M.

### O transformador ideal

A montagem que acabamos de estudar é o princípio elementar de um transformador. A energia elétrica contida em uma corrente elétrica é transmitida por meio de campos magnéticos de um solenoide para outro. O equipamento é chamado transformador, pois a geometria das espiras e o seu número permite regular a tensão e a corrente elétrica que se manifestarão no outro solenoide.

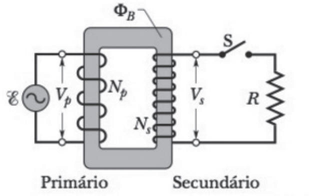
Em um transformador ideal, a potência elétrica (lembre-se, $P = V \cdot I$) é transmitida integralmente de um solenoide para o outro. A tensão e a corrente podem variar, mas não o seu produto.

**Reflita**

Transformadores são muito utilizados no sistema elétrico. A transmissão de energia se dá em tensões muito elevadas (34,5 kV é um valor comum), enquanto a distribuição ao consumidor residencial se dá em 110 V ou 220 V. Você consegue descobrir a razão de utilizar uma tensão tão elevada para a transmissão em longa distâncias? Por que isso torna a transmissão mais eficiente e reduz custos?

É claro que a montagem que acabamos de estudar causaria grandes perdas de energia, pois nem um pouco do fluxo magnético gerado na bobina 1 é transmitida para a bobina 2. O restante do fluxo magnético, nesse caso, não seria aproveitado. Uma maneira de induzir a maior parte do campo magnético gerado no interior de uma bobina para que seja transmitido para outra bobina é por meio de materiais ferromagnéticos, que direcionam os campos magnéticos, como indicado na Figura 4.26:

Figura 4.26 | Transformador




Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 312).

No caso, temos o enrolamento primário, que recebe a tensão a ser transformada diretamente, enquanto o enrolamento secundário recebe somente o campo magnético direcionado pelo material ferromagnético. O transformador geralmente é submetido a uma corrente alternada, de modo que o fluxo magnético varia continuamente, e o transformador torna-se efetivo graças à Lei de Faraday.

A relação entre a tensão V e o número de espiras N no primário e no secundário, para um **transformador ideal**, é dada pela expressão:

$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \text{ (Transformador ideal)}$$

Em que p denota o enrolamento primário e s o enrolamento secundário. Sabemos também que a potência P é transmitida integralmente, de modo que a corrente I tem o seguinte comportamento:

$$P_p = P_s$$

$$V_p \cdot I_p = V_s \cdot I_s \text{ (Transformador ideal)}$$

### Assimile

Em um transformador ideal, a potência elétrica $P = V \cdot I$ é transmitida integralmente do enrolamento primário para o enrolamento secundário. A relação entre a tensão no primário e no secundário é obtida a partir da expressão:

$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s}$$

### Pesquise mais

Saiba mais sobre transformadores! Consulte as páginas 322 e 326 da obra:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: eletromagnetismo. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. 3. v. Lembre-se de que como aluno de nossa instituição, você tem acesso gratuito ao livro em sua biblioteca virtual. Faça *login* em sua área de estudante, ingresse na biblioteca virtual e depois acesse:

<hhttps://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521632092/cfi/6/8!/4/2/4@0.00:0.00>. Acesso em: 19 jan. 2016.

## Sem medo de errar

Nesta unidade, você está no lugar de uma engenheira que trabalha com os componentes que geram fluxo magnético para o desenvolvimento de um novo motor elétrico. Estamos analisando alguns dos componentes mais importantes em seu interior, e chegou a hora de analisar a bobina responsável pelo fornecimento do fluxo magnético, necessário para girar o motor. Trata-se de uma bobina de 3 cm de raio, 9 cm de comprimento, na qual 1000 espiras estão distribuídas como um solenoide, atravessada continuamente por uma corrente elétrica de 20 A, como pode ser verificado através de um amperímetro. Você precisa descrever a componente, encontrando o campo magnético em qualquer ponto no interior da bobina, o fluxo magnético gerado em seu interior, e também a indutância do componente.

**Resolução**:

Em qualquer ponto no interior da bobina, teremos um campo magnético dado pela expressão:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{d}$$

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 1000}{0,09} \approx 0,279T$$

Para obter o fluxo magnético total, precisamos calcular a área interna da bobina:

$$A = \pi R^2 = \pi \cdot 0,03^2 \approx 2,83 \cdot 10^{-3} m^2$$

De modo que:

$$\Phi_B = B \cdot A = 0,279 \cdot 2,83 \cdot 10^{-3} \approx 0,79 \cdot 10^{-3} Wb$$

Por fim, a última especificação requerida é a indutância de um solenoide:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{d}$$

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000^2 \cdot 2,83 \cdot 10^{-3}}{0,09} \approx 0,04H$$

Com a análise dessas componentes, é possível prosseguir com o projeto, pois o enrolamento é responsável pela geração e pelo armazenamento de campo magnético. Motores elétricos são extremamente complexos, e os mais atuais acumulam conhecimentos de Física e de Engenharia desenvolvidos ao longo de décadas de esforços. Por isso, nós ficaremos por aqui, mas a engenheira prossegue com seu trabalho.

Você, estudante, após meses de estudo e esforços, possui os conhecimentos necessários para seguir adiante. Seja qual for sua área de estudos, você tem condições de compreender os equipamentos elétricos que o rodeiam, em seus princípios fundamentais de funcionamento. Desafiamos você a não parar por aqui, e aprofundar-se ainda mais nesse tópico fascinante!

## Avançando na prática

### Transformador ideal elevador de tensão

#### Descrição da situação-problema

Você é um engenheiro elétrico que trabalha para uma usina geradora de energia de fonte hidroelétrica, e em conjunto com engenheiros da empresa transmissora de energia está definindo os parâmetros de um transformador elevador de tensão, uma vez que a distribuidora trabalha em uma tensão de 34,5 kV e as turbinas da usina geram energia a uma tensão de 2 kV. Você se comprometeu a descobrir a relação entre o número de espiras do primário e do secundário, além da corrente de entrada, considerando que a tensão de saída deve ser de 5 A. Para isso, decidiu começar o trabalho realizando os cálculos considerando um transformador ideal, antes de se aprofundar no assunto para verificar o valor real.

#### Resolução da situação-problema

Considerando um transformador ideal, conhecemos a relação entre o número de espiras das bobinas do primário e do secundário com as respectivas tensões, de modo que podemos obter a razão desejada entre o número de espiras da seguinte maneira:

$$\frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p}$$

O gerador da usina hidroelétrica será conectado ao primário do transformador, de modo que $V_p = 2kV$. A tensão de saída deverá ser $V_s = 34,5kV$, que é a tensão requerida pela empresa transmissora de energia. Portanto:

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{34,5}{2} = 17,25$$

Assim, sabemos que o número de espiras da bobina do secundário deverá ser aproximadamente 17,25 vezes maior do que o número de espiras na bobina do primário.

É uma característica dos transformadores elevadores de tensão que o secundário possua um número maior de espiras em seu enrolamento do que o primário.

A corrente elétrica que parte da turbina para o primário do transformador pode ser obtida se nos lembramos de que a potência é transmitida integralmente por um transformador ideal. Assim:

$$P_p = P_s$$

$$V_p \cdot I_p = V_s \cdot I_s$$

$$2000 \cdot I_p = 34500 \cdot 5$$

$$I_p = 86,25A$$

Dessa forma, um transformador elevador de tensão, ao mesmo tempo, deve abaixar a corrente elétrica transmitida, de modo que a potência elétrica seja a mesma. Em tal contexto, reduzir a corrente elétrica para a transmissão faz todo o sentido, afinal, sabemos que a dissipação por efeito Ohm é proporcional ao quadrado da corrente elétrica, uma vez que $P_{diss} = R \cdot I^2$. Além disso, sabemos que a bitola de um fio de transmissão de energia deve ser maior quanto maior a corrente elétrica, por questões de segurança. Como desejamos um material com a resistividade mais baixa possível (em geral, cobre), a fim de reduzir a resistência elétrica e evitar perdas, e esses materiais custam muito caro, então temos diversos bons motivos para realizar tal elevação de tensão.

## Faça valer a pena

**1.** Um transformador é um equipamento de extrema importância para o sistema elétrico, permitindo que a tensão seja elevada ou abaixada de acordo com a necessidade, e também ajustando a corrente no interior de máquinas elétricas. Um transformador ideal seria aquele em que a potência elétrica que atravessa o enrolamento primário possa ser transmitida integralmente ao enrolamento secundário.

Assinale a alternativa que indica a relação correta entre a corrente elétrica e o número de espiras de um transformador ideal no primário e no secundário:

a) $N_s^3 \cdot I_s = N_p \cdot I_p$.

b) $N_s \cdot I_s^2 = N_p \cdot I_p^2$.

c) $N_p^2 \cdot I_p = N_s^2 \cdot I_s$.

d) $N_p \cdot I_p = N_s \cdot I_s$.

e) $N_p \cdot I_s = N_s \cdot I_p$.

**2.** Um transformador elevador de tensão é aquele em que a tensão no secundário é _______ do que no primário. Nesse caso, o número de espiras do enrolamento do secundário será _______ do que o número de espiras no primário. No caso de um transformador abaixador de tensão, as relações apresentadas seriam _______.

Assinale a alternativa que completa corretamente as lacunas:

a) Menor; maior; as mesmas.

b) Menor; menor; opostas.

c) Maior; menor; as mesmas.

d) Maior; maior; opostas.

e) Menor; menor; as mesmas.

**3.** O indutor é um componente importante de um circuito elétrico, cuja função é armazenar energia magnética da mesma maneira como um capacitor é capaz de armazenar energia elétrica. A característica fundamental de um indutor é a indutância.

Assinale a alternativa que indica o número de espiras de um indutor de 0,2 H, com 20 cm de comprimento. Considere espiras quadradas de raio 3 cm compondo um solenoide.

a) 5947.

b) 7632.

c) 9403.

d) 13601.

e) 15000.

# Referências


HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; KRANE, Kenneth S. **Física 3**. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. 3. v. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

SERWAY, Raymond; JEWETT, John. **Princípios de física**. São Paulo: Cengage, 2014.

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: eletricidade e magnetismo, óptica. 6. ed. 2. v. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp** – Física Geral III. Youtube, 14 mar. 2013. Disponível em: <https://youtu.be/lfNvbJbYxFQ>. Acesso em: 30 jul. 2016.

ISBN 978-85-8482-883-8
9 788584 828838 >