Oscilações, termodinâmica e mecânica de fluidos

Oscilações, termodinâmica e mecânica de fluidos

André Luís Delvas Fróes

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Fróes, André Luís Delvas
F926o Oscilações, termodinâmica e mecânica de fluidos / André Luís Delvas Fróes. – Londrina : Editora e Distribuidora Educacional S.A., 2017.
208 p.

ISBN 978-85-8482-923-1

1. Oscilações. 2. Mecânica dos fluidos. 3. Termodinâmica. I. Título.

CDD 621.402

2017
Editora e Distribuidora Educacional S.A.
Avenida Paris, 675 – Parque Residencial João Piza
CEP: 86041-100 — Londrina — PR
e-mail: editora.educacional@kroton.com.br
Homepage: http://www.kroton.com.br/

Sumário

Palavras do autor

Olá, estudante. Seja bem-vindo ao curso de Oscilações, termodinâmica e mecânica de fluidos. Nele, você terá uma perspectiva ampla sobre três áreas importantes da Física que, embora pareçam ser muito distintas, apresentam relações intrigantes entre si. Talvez você não saiba, mas a temperatura em líquidos e gases está intimamente relacionada com a oscilação e vibração das moléculas que os compõem. Como você em breve descobrirá, essa frase relaciona completamente as três áreas tratadas em nosso livro.

Essas três áreas da Física são importantes para a engenharia, e seu conhecimento profundo abre portas no mercado de trabalho. Especialistas em acústica e engenheiros de telecomunicações são muito bem pagos para compreender e gerar as melhores condições para que as ondas sonoras ou eletromagnéticas possam se propagar no espaço, em sua contínua oscilação. Engenheiros químicos e mecânicos, por outro lado, estudam os líquidos e gases e seu comportamento no interior de reatores, refrigeradores e motores a combustão, em inúmeras aplicações, no interior de empresas e indústrias que movimentam uma grande soma de dinheiro.

Por isso, inúmeros cientistas debruçam-se sobre esses fenômenos para conhecê-los em um crescente nível de profundidade. Também nós, como educadores, nos preocupamos muito em transmitir esse conhecimento a nossos estudantes, pois sabemos que isso pode abrir portas para inúmeras oportunidades no mercado de trabalho.

Na Unidade 1, você será apresentado à mecânica dos fluidos, conhecerá o que é a pressão, qual é a força que faz com que objetos flutuem e também verá como se comportam fluidos em movimento. Nas Unidades 2 e 3, descobriremos a Física por detrás da temperatura: você descobrirá o que é calor, como funcionam os motores a combustão e os refrigeradores. Por fim, na Unidade 4, aprenderemos a descrever os fenômenos que se repetem continuamente, em ciclos. Falaremos de pêndulos, molas e descreveremos as ondas sonoras e eletromagnéticas.

Para atingir esses objetivos, é importante que você se dedique a seus estudos. Na Área do Estudante estarão disponíveis as webaulas e este livro didático para que você estude, adquirindo conhecimento e compreensão, de modo que as etapas posteriores de aplicação e análise proporcionada pelo debate e interação com outros estudantes e com seu tutor ou professor, junto com a realização de exercícios pós aula, possam permitir que o domínio do conteúdo torne-se uma realidade.

Dedique-se! Bons estudos!

Introdução à mecânica de fluidos

Convite ao estudo

Olá, estudante! Estamos prontos para iniciar nossos estudos de mecânica de fluidos. Você certamente já sabe o que é mecânica, pois teve a possibilidade de estudá-la em outras oportunidades. Com ela, somos capazes de descrever o movimento de partículas e corpos rígidos no espaço.

Mas o que seria a mecânica aplicada aos fluidos? Você sabe o que é um fluido? Se lhe pedirmos um exemplo de fluido, você certamente dirá: água. O nome lembra algo molhado, não é mesmo? Mas talvez você não saiba que o ar também é um fluido. Na presente unidade, entenderemos o funcionamento de muitos equipamentos úteis em nosso dia a dia. Você descobrirá como é possível que um imenso transatlântico de aço possa flutuar; como é possível que um balão aparentemente desafie a gravidade; e também como um macaco hidráulico consegue levantar um carro tão facilmente. Você descobrirá também como é possível prever a velocidade de um fluido se deslocando no interior de uma tubulação.

Você vai avançar no nosso objetivo: saber modelar matematicamente e realizar estudos quantitativos de problemas do dia a dia e de engenharia envolvendo fluidos.

Na Seção 1.1, estudaremos o conceito de pressão, o princípio de Pascal e suas inúmeras aplicações em engenharia mecânica e hidráulica. Na Seção 1.2, entenderemos o princípio de Arquimedes e, portanto, como calcular se um objeto flutua ou afunda quando imerso em um fluido. Na última seção, você descobrirá como prever a velocidade de um fluido se movendo no interior de um encanamento quando submetido a diversos efeitos de pressão ou da gravidade.

Na unidade atual, nos colocaremos no lugar de uma engenheira recém-contratada por uma grande empresa de transportes fluviais. Ela está em seus primeiros dias na empresa, e está sendo apresentada aos diversos sistemas de controle da hidrovia. Apesar de nunca ter trabalhado na área e nem imaginado que conseguiria uma posição como essa, ela está muito animada com a oportunidade e sabe que, como levou muito a sério seus estudos na graduação, está preparada para situações assim. Ela estudará o funcionamento de um cilindro hidráulico em uma empilhadeira usada para carregar navios; descobrirá quanta água um navio desloca ao flutuar sobre a água e como funciona o escoamento de água quando a eclusa é esvaziada.

Nós vamos ajudá-la a compreender os diversos sistemas a que ela for apresentada, não é mesmo? Mas para isso precisamos saber mais sobre mecânica de fluidos. É o que veremos logo adiante.

Seção 1.1

Princípio de Pascal

Diálogo aberto

Todos os gases ou líquidos possuem uma característica chamada pressão, que é uma grandeza física que relaciona uma força por unidade de área. A pressão está sempre presente nos fluídos e pode ser manipulada a nosso favor. Assim, você entenderá por que o ar comprimido em um pneu exerce bastante pressão sobre a borracha; ou por que a água em uma caixa d'água exerce pressão sobre o recipiente. Por mais impressionante que pareça, descobriremos que a pressão é uma característica que está relacionada com cada átomo e cada molécula que compõe o fluido, individualmente.

Pode parecer algo muito teórico, mas lembre-se de que o conhecimento das leis da natureza e da Física sempre nos permite encontrar aplicações úteis.

Estudaremos o princípio de Pascal, cuja compreensão permite que sejam projetados macacos e elevadores hidráulicos, com o uso dos quais, aplicando uma pequena força, somos capazes de elevar objetos extremamente pesados.

Vamos vivenciar a situação de uma engenheira que, como vimos, está muito animada em seus primeiros dias de trabalho. Ela está sendo apresentada aos diversos locais de sua nova empresa. No porto, ela observou como os navios são carregados para a partida, e sua atenção foi atraída para a tarefa do operador de empilhadeira, que carregava uma grande caixa, que seria instalada no guindaste e posteriormente colocada no navio. Ela sabia que a empilhadeira operava utilizando uma bomba hidráulica para elevar as caixas, e isso a deixou impressionada, pois os fluidos tinham diversas aplicações em sua empresa. Mesmo fora do curso do rio e sem considerar as tubulações, os fluidos tinham um papel fundamental. Ao chegar em casa, ela decidiu projetar um modelo simples de cilindro hidráulico para testar seus conhecimentos de mecânica de fluidos.

Para ajudá-la com isso, você precisa saber o que exatamente é a pressão, qual seu comportamento em fluidos e conhecer o princípio de Pascal. Vamos lá?

Não pode faltar

Fluidos são compostos por inúmeras partículas, no caso átomos ou moléculas independentes. Elas estão livres para deslocar-se dependendo das influências externas, e não têm posições rígidas entre si. Os fluidos adaptam-se ao formato do recipiente onde estão distribuídos.

A água movimenta-se em direção ao centro da terra, quando atraída pela gravidade. Como as moléculas que a compõem estão livres para mover-se, ela se adapta aos contornos do recipiente onde for inserida. Quebre o recipiente e a água se espalhará pelos caminhos que a levarem à posição de menor potencial gravitacional, ou menor altura.

O ar também é um fluido. Pode não parecer, mas basta entender que o ar está distribuído ao redor da superfície da Terra, formando a atmosfera, assim como a água distribui-se ao redor dela na forma de oceanos. O ar também concentra-se nas menores altitudes. Entretanto, suas moléculas têm muito mais liberdade de movimento do que as moléculas da água. Por isso é mais difícil aprisionar o ar em um recipiente. Perceba que a todo momento nós estamos imersos em uma "piscina de ar". E, como veremos ao longo da unidade, estamos sujeitos a todo o momento às mesmas leis que regem objetos imersos em fluidos no estado líquido.

Nós demos exemplos com a água e o ar, mas todas as substâncias em estado líquido e gasoso são coletivamente chamados fluidos. As partículas que compõem um fluido (átomos ou moléculas) têm grande liberdade para moverem-se. É verdade que elas se atraem, e você sabe disso, pois já viu pequenas gotas de água se unindo rapidamente quando se encontram. Mas elas têm muita liberdade para movimentar-se, colidindo com as paredes do recipiente, umas contra as outras, escorregando umas ao lado das outras. Assim, quando forças externas (como a gravidade) obrigam os fluidos a moverem-se, observamos um movimento típico, que chamamos de escoamento.

Para quantificar um fluido, em geral, é importante conhecer seu volume. Um cubo de lado a, por exemplo, tem volume $V = a^3$. Naturalmente, essa equação nos lembra que a unidade da grandeza volume é sempre uma unidade de comprimento elevada ao cubo. Quando você compra uma garrafa de água, você olha (além do preço) quantos litros ela contém. Litro é uma unidade de volume, assim como o m^3 e o cm^3. Podemos relacionar as três unidades da seguinte maneira:

Transformando 1 m em 100 cm, temos $1\ m^3 = 1 \cdot (100\ cm)^3 = 10^6\ cm^3$

Definimos o litro da seguinte maneira: $1\ m^3 = 1000\ L$. Então:

$$1\ m^3 = 10^3\ L = 10^6\ cm^3$$

$$1\ L = \frac{10^6}{10^3}\ cm^3 = 1000\ cm^3$$

Agora, responda a uma pergunta: o que é mais pesado, uma garrafa cheia de ar ou a mesma garrafa cheia de água? É claro que a garrafa cheia de água. Isso nos leva a crer que a massa de um determinado volume de água (e, portanto, a força peso exercida sobre ele) é maior do que a massa do mesmo volume de ar. É claro que o bom estudante de ciências exatas precisa de um número exato para descrever todas as grandezas. Por isso, definiremos agora a grandeza densidade, ou massa específica do fluido.

Verifique a massa da água no interior da garrafa e divida pelo volume desta. Depois, preencha a garrafa com outro fluido, como o álcool ou a glicerina, verifique a massa desse líquido e divida pelo mesmo volume. Você obterá números diferentes, característicos do fluido em questão. Portanto, densidade será:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Se um volume de água tem mais massa do que o mesmo volume de outro fluido, então dizemos que a água é mais densa do que o fluido. A densidade, no sistema internacional (SI), tem unidade kg/m^3. Outra unidade muito comum é o g/cm^3.

Perceba que você pode obter a massa de um determinado volume de material conhecendo sua densidade: $M = \rho V$.

Reflita

A densidade de um fluido (ou de um sólido) é dada pela massa de um objeto composto por ele dividida por seu volume. O valor da densidade é igual numericamente à massa de um cubo de arestas do tamanho de uma unidade de comprimento, preenchido pelo material. Você consegue entender o porquê?

Pressão

Agora, estamos preparados para estudar a pressão propriamente dita. Pressão é um conceito que tem relação próxima com o de força. A pressão sobre uma determinada superfície é justamente a força que é aplicada sobre essa superfície por unidade de área. Assim:

$$\vec{P} = \frac{\vec{F}}{A}$$

Trata-se de uma grandeza vetorial. No sistema internacional, a unidade relevante é N/m^2. Esta unidade recebe uma denominação especial, de modo que $1\ N/m^2 = 1\ Pa$ (ou 1 Pascal). Perceba que os conceitos apresentados até aqui são gerais e perfeitamente válidos para sólidos.

Exemplificando

Uma tubulação de 3 cm de raio termina em uma placa móvel que veda completamente a tubulação. O outro lado da placa, que não está em contato com o fluido, se encontra no vácuo e está ligado a um dinamômetro. O dinamômetro mede uma força de 400 N sobre a placa, inteiramente causada pela pressão do líquido. Suponha que não há nenhuma força de atrito atuando sobre ela. Qual o valor dessa pressão?

Resolução:

O dinamômetro é um instrumento que mede forças. A placa móvel está em contato com as partículas do fluido, que exercem em conjunto a pressão sobre sua área. A área da tubulação e, portanto, da placa é:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}03^2 \approx 2{,}83 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

Então, a pressão será dada pela divisão da força medida pela área da placa:

$$|\vec{P}| = \frac{|\vec{F}|}{A} = \frac{400}{2{,}83 \cdot 10^{-3}} = 1{,}41 \cdot 10^{5}\ \text{Pa}$$

Existe uma outra unidade relevante de pressão, conhecida como atm, que equivale à pressão exercida pela atmosfera sobre os objetos que se encontram ao nível do mar. Você então vai pensar: o ar é muito leve, essa pressão deve ser pequena...

1 atm = 10^5 Pa (pressão atmosférica).

Isso equivale a um peso de 100000 N aplicado sobre cada metro quadrado da superfície da Terra! Seu corpo suporta isso continuamente, e você nem nota.

Fica fácil entender o conceito de pressão causada pela gravidade quando você pensa que está sustentando uma coluna desse fluido exatamente sobre você. Pense que cada quadrado de lados 1 m por 1 m na superfície sustenta um volume de 1 m^2 de área de base e vários km de altura preenchidos de ar. O peso dessa coluna é aplicado diretamente sobre o solo, gerando a pressão indicada.

Para entender melhor o assunto, vamos calcular a pressão decorrente de uma coluna de 10 m de água, em uma piscina, usando o mesmo raciocínio? Saiba que a densidade da água é:

1000 kg/m^3 = 1 g/cm^3 (densidade da água).

Imagine uma grande piscina retangular de 3 m de comprimento, 5 m de largura e 10 m de profundidade. Qual a pressão aplicada sobre o fundo da piscina em razão da água?

$$P = \frac{F}{A}$$

A área do retângulo que corresponde ao fundo da piscina é:

$A_{ret} = a \cdot b = 3 \cdot 5 = 15\ m^2$.

Deste modo,

$V = A_{ret} \cdot h = 15 \cdot 10 = 150\ m^3$.

A força aplicada no fundo da piscina depende do peso da coluna de água sobre ela. Nota: na presente unidade, utilizaremos $g = 10\ m/s^2$ para simplificar os cálculos.

$$F = M \cdot g = \rho V \cdot g = 1000 \cdot 150 \cdot 10 = 1{,}5 \cdot 10^6\ N$$

Então:

$$P_{água} = \frac{F}{A} = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{15} = 10^5\ Pa = 1\ atm$$

Agora, talvez você já não esteja tão impressionado com a atmosfera. Acabamos de provar que uma coluna de 10 m de água gera a mesma pressão que toda a atmosfera.

Precisamos, então, refletir um pouco mais sobre o que acabamos de fazer. Será que a pressão no fundo daquela piscina era 1 atm? Certamente não, pois as piscinas costumam estar ao ar livre, e sobre a coluna de água temos uma coluna de ar. Portanto, a pressão real no fundo da piscina indicada, de 10 m de profundidade, é 2 atm. Temos 1 atm devido à coluna de água, somado a 1 atm devido à coluna de ar da atmosfera.

Assimile

A pressão é uma grandeza física que tem origem microscópica. Um fluido é composto por partículas (átomos ou moléculas). Essas partículas encontram-se em movimento contínuo e desordenado. Quando um fluido é aprisionado em um recipiente, as partículas se movem continuamente, colidindo umas com as outras e também com as paredes do recipiente. A soma de todas as colisões das partículas com cada unidade de área das paredes do recipiente compõe a pressão que é exercida sobre ela.

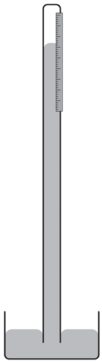
Por essa razão, um objeto submerso em um fluido recebe pressão por todos os lados, e não somente de cima para baixo, como pode parecer natural no caso da piscina, por exemplo. As moléculas de água estão em movimento em toda parte e colidem com todos os pontos do corpo submerso.

Especialistas em ciências exatas, como cientistas ou engenheiros, devem sempre ser capazes de medir as grandezas, não é mesmo? Então, como se mede a pressão? Uma maneira muito conhecida de se medir a pressão atmosférica é por meio do barômetro de mercúrio. Para criar esse barômetro você precisa basicamente de... mercúrio. E algumas vidrarias. Mas não recomendamos que você faça isso em casa, pois o mercúrio é um material extremamente tóxico.

De todo modo, para fazer um barômetro, basta tomar um tubo fino e longo (da ordem de 1 m) e preenchê-lo completamente de mercúrio. Depois, você pode virar o tubo no interior de um recipiente maior que contenha mercúrio, sem, entretanto, preenche-lo completamente. A gravidade fará o serviço. Ela empurrará o mercúrio do tubo fino para baixo, deixando um vácuo na extremidade do tubo. O mercúrio descerá até que reste uma coluna de 76 cm acima do nível do recipiente.

Basta agora calcular a pressão devida a uma coluna de 76 cm de mercúrio, que teremos exatamente a pressão atmosférica. Como veremos na Figura 1.1, 76 cm de mercúrio compensam a pressão atmosférica sobre a parte aberta do recipiente maior.

Figura 1.1 | O barômetro de mercúrio



Fonte: <https://goo.gl/Ae3thz>. Acesso em: 19 jun. 2016.

Podemos também pensar em um medidor simples de pressão usando um aparelho de paredes rígidas, com uma entrada flexível de área conhecida, ligada a uma mola. A deformação da mola nos forneceria a força aplicada que, dividida pela área da entrada flexível, forneceria a pressão. Muitos equipamentos reais são construídos com base em tal princípio, como os conhecidos barômetros aneroides.

Pesquise mais

Assista a uma aula realizada na Unicamp sobre o tema: <https://youtu.be/hi2ORXrJk6k?list=PL516F59E9AE8F5BF7>. Acesso em: 19 jun. 2016.

Leia também o Capítulo 14 do livro indicado a seguir:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 2.

Princípio de Pascal

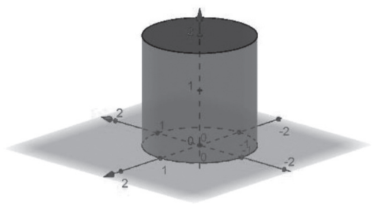
Uma pressão externa aplicada sobre uma região do fluido é transmitida igualmente em toda a sua extensão, e também para as paredes do recipiente que o contém.

Nesse sentido, para ter uma visão clara de sua aplicação, precisamos distinguir duas situações: quando se desconsidera a força gravitacional ou quando há presença de força gravitacional.

Desconsiderando a força gravitacional

Fica claro que uma situação assim só existe hipoteticamente, ou é aplicável em situações muito específicas. Vamos imaginar que um recipiente contendo um fluido (Figura 1.2) parte de algum equipamento no interior de uma sonda espacial dirigindo-se para algum planeta do Sistema Solar. Vamos supor que ela ainda está longe de seu objetivo, no espaço interplanetário. A sonda está em movimento praticamente uniforme em direção a seu destino, com aceleração desprezível. Segundo o princípio de Pascal, sabemos que toda a extensão do fluido e as paredes do recipiente encontram-se submetidas a uma mesma pressão em toda a sua extensão: uma pressão uniforme.

Figura 1.2 | Recipiente no espaço contendo um fluido



Fonte: elaborada pelo autor.

Vamos supor que se trate de um pequeno recipiente de raio 1 cm e altura 2 cm cuja pressão em seu interior seja de 500 Pa. Não há gravidade atuando sobre o fluido, então, não podemos dizer que o fundo do recipiente está mais pressionado do que o topo, não é mesmo? A pressão está igualmente distribuída em cada pequeno elemento de volume, nas paredes do cilindro, nas extremidades. Podemos calcular a força total aplicada sobre a extremidade superior. Sua área é:

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}01^2 \approx 3{,}14 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

Então, a força exercida sobre toda a extremidade superior é:

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow F = P \cdot A$$

$$F = P \cdot A = 500 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-4} = 0{,}157\ \text{N}$$

A força aplicada sobre a extremidade inferior é idêntica, uma vez que se trata de um cilindro.

Vamos supor, agora, que a extremidade superior seja móvel, como um pequeno pistão. Se ela se encontra em repouso, ela se encontra em equilíbrio, e tal força deve estar sendo compensada. Ela está em repouso porque uma força de exatamente 0,157 N é aplicada sobre ela por um mecanismo externo, no sentido contrário.

O que acontece se o mecanismo externo passar a aplicar o dobro da força sobre o fluido, ou seja, o que ocorre se for aplicada uma força de 0,314 N? A extremidade superior não se moveu. Isso significa que o fluido se adaptou à pressão externa e passou a compensar a força aplicada. Você compreenderá que a pressão no fluido necessariamente aumentou. Caso contrário, o equilíbrio não seria atingido e a extremidade superior do cilindro teria que acelerar, pela Segunda Lei de Newton.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{0{,}314}{3{,}14 \cdot 10^{-4}} = 1000\ \text{Pa}$$

A força atuando sobre uma mesma área dobrou, razão pela qual a pressão também dobrou. Isso influenciou a pressão em todos os pontos do fluido.

Considerando a força gravitacional

Vamos agora voltar um pouco no tempo e imaginar o mesmo cilindro antes de a sonda ser lançada ao espaço. Os engenheiros ligaram bombas de vácuo, que retiraram o ar do recipiente, e depois inseriram o fluido em seu interior. Depois, ele foi selado com o mecanismo realizando uma força de 0,157 N sobre o fluido, causando uma pressão de 500 Pa em sua superfície superior. Mas, na Terra, a gravidade atua em todos os fluidos. Qual será a pressão no fundo do recipiente, nas condições indicadas, lembrando que h = 2 cm? Considere um fluido de densidade 850 kg/m^3.

Vamos calcular o peso do fluido?

$$F_g = Mg = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

Assim, podemos calcular a pressão, que é

$$P_f = \frac{F}{A}.$$

Mas espere! Vamos fazer um exercício literal e substituir ambas as equações antes de inserir quaisquer números? Teremos:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A}$$

$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

Assim:

$$P_f = p \cdot g \cdot h = 850 \cdot 10 \cdot 0{,}02 = 170\ Pa$$

A pressão total no fundo do recipiente será:

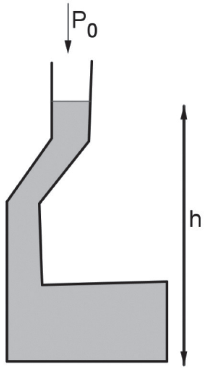
$P = P_0 + P_f = 500 + 170 = 670$ Pa, uma vez que precisamos somar a pressão externa à pressão em razão da gravidade.

Ao estudarmos recipientes regulares, tal consideração não precisa ser feita. Neles, basta dividir a força total pela área e o resultado correto é obtido. Agora, considerando o princípio de Pascal, descobriremos algo surpreendente.

A pressão exercida pela gravidade em um recipiente depende somente da altura do recipiente, e não de seu formato. É a pressão que se transmite uniformemente em um fluido, e não sua força.

Considere o recipiente a seguir. A pressão no fundo do recipiente dependerá da altura (h), da pressão externa, da gravidade local e da densidade do fluido, e de nenhum outro fator.

Figura 1.3 | Recipiente qualquer



Fonte: elaborada pelo autor.

A pressão no fundo do recipiente da Figura 1.3 será:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Assimile

A pressão no interior de um recipiente sob a influência da gravidade dependerá apenas dos fatores: pressão externa, densidade do fluido, gravidade local e altura com relação ao ponto de aplicação da pressão externa. Ela não dependerá do formato do recipiente. Teremos:

$$P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Reflita

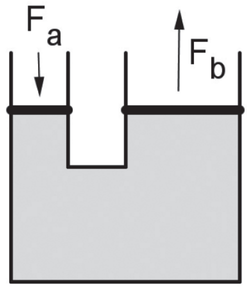
Quando estamos estudando exercícios de mecânica de fluidos, temos que pensar bastante para compreender o que está acontecendo. Qual a pressão sobre o fluido? Existe influência da atmosfera para ser levada em conta? A gravidade afeta nosso problema?

Elevadores hidráulicos e o princípio de Pascal

O princípio de Pascal tem uma aplicação muito importante na indústria. A partir dele, podem ser produzidos elevadores hidráulicos que permitem levantar objetos pesados usando forças reduzidas.

Sabemos que a pressão aplicada em um fluido se distribui igualmente em todos os pontos do recipiente que o contém. Assim, suponhamos que há recipiente perfeitamente vedado onde duas superfícies *a* e *b* são móveis e que uma força $\vec{F}_a$ seja aplicada sobre a superfície *a*, conforme Figura 1.4. A superfície *b* tem uma área de contato com o fluido muito maior do que a superfície *a*. Assim, a força resultante sobre a superfície *b* é maior, proporcionalmente à razão das áreas.

Figura 1.4 | Elevador hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Vamos calcular a pressão causada pela força $\vec{F}_a$?

$$P = \frac{F_a}{A_a}.$$

A pressão na superfície *a* é igual à pressão na superfície *b*, uma vez que a pressão se distribui uniformemente no fluido. Importante: note que ambas as superfícies se encontram a uma mesma altura, e, portanto, não há diferenças induzidas pela gravidade. As pressões são iguais, portanto:

$$P = \frac{F_b}{A_b}.$$

$$P = \frac{F_b}{A_b} \rightarrow F_b = P \cdot A_b$$

$$F_b = P \cdot A_b = \frac{F_b}{A_b} \cdot A_b = \frac{A_b}{A_a} \cdot F_a$$

Lembrando que as pressões são iguais, podemos escrever o resultado da seguinte maneira:

$$\frac{F_b}{A_b} = \frac{F_a}{A_a}$$

Note que, assim como no caso da alavanca, as leis de conservação de energia são preservadas. Conseguimos levantar um objeto mais massivo com uma força menor. Entretanto, a superfície a teria que ser pressionada por uma distância maior, de modo que o trabalho total realizado se igualaria.

Exemplificando

Um macaco hidráulico similar ao da Figura 1.4 encontra-se cheio de óleo. As partes móveis *a* e *b* são discos de raio 5 cm e 30 cm, respectivamente. A força aplicada sobre a superfície a é de 30 N verticalmente para baixo. Qual é a massa do objeto que pode ser equilibrado sobre a superfície de *b*?

Resolução:

Primeiramente, precisamos calcular as áreas de cada superfície. Temos:

$$A_a = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}05^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

$$A_b = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}3^2 = 0{,}2827\ m^2$$

Então:

$$F_b = \frac{A_b}{A_a} \cdot F_a = \frac{0{,}2827}{7{,}85 \cdot 10^{-3}} \cdot 30 = 36 \cdot 30 = 1080\ \text{N}$$

Note que a área do disco *a* é 36 vezes maior do que a área do disco *b* (raio 6 vezes maior). Assim, a força resultante foi a intensidade original multiplicada por 36 vezes.

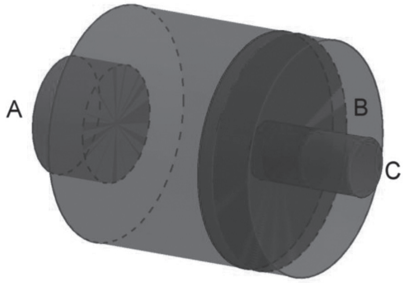
Nesse sentido, a massa do objeto que pode ser equilibrado na outra extremidade é de

$$F_g = mg \rightarrow m = \frac{F_b}{g} = \frac{1080}{10} = 108\ \text{kg}$$

Sem medo de errar

Na tentativa de compreender o funcionamento de um cilindro hidráulico, a engenheira decidiu projetar e analisar o equipamento desenhado na Figura 1.5:

Figura 1.5 | Cilindro hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Trata-se de um cilindro hidráulico, disposto na horizontal. A câmara central está preenchida de fluido. O cilindro indicado pela letra A tem raio 2 cm, exerce uma força sobre o fluido e o comprime. Por sua vez, a pressão exercida é transmitida para o pistão indicado pela letra B, de raio 6 cm. Ele tem o mesmo raio do cilindro hidráulico, vedando perfeitamente para que o fluido não escape. Suponha que o cilindro A exerça uma força de 500 N sobre o fluido. Qual a força exercida pela extremidade C sobre o objeto externo?

Resolução:

O cilindro A, de raio 2 cm, pressiona continuamente o fluido, empurrando-o. O deslocamento do fluido movimenta o pistão. Para obter a pressão exercida pelo cilindro A sobre o fluido, basta dividir a força pela área.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{500}{\pi \cdot 0{,}02^2} \approx 3{,}979 \,.\, 10^5 \text{ Pa}$$

Como não há diferenças gravitacionais relevantes, visto que o sistema encontra-se na horizontal, podemos considerar uma pressão constante em todos os pontos do recipiente. Para obter a força exercida sobre o pistão, basta multiplicar a pressão pela sua área:

$F = P \cdot A = 3{,}979 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 0{,}06^2 \approx 4500$ N.

Perceba que a força foi multiplicada em nove vezes, como seria de se esperar pela relação entre as áreas.

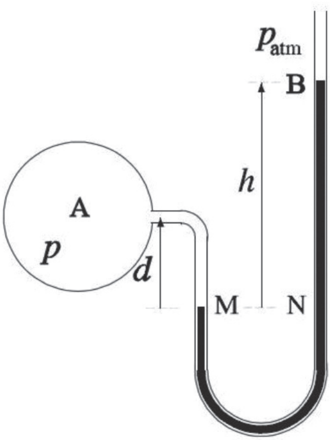
Avançando na prática

Manômetro

Descrição da situação-problema

Um instrumento muito utilizado na indústria é um manômetro de tubo aberto. Ele é capaz de medir pressões por meio da comparação da pressão interna de qualquer reservatório com a pressão atmosférica. Um grupo de estudantes decidiu compreender como ele funciona, e, ao realizar uma pesquisa, encontraram uma imagem na internet mostrando uma construção similar à da Figura 1.6, em que um manômetro de tubo aberto, de mercúrio, está ligado a um reservatório. Uma grande régua mostra que a altura (h) é de aproximadamente 0,5 m. Você sabe dizer qual é a pressão no interior do reservatório somente com tal informação? Suponha que a indústria se encontra ao nível do mar e que a densidade do mercúrio é 13580 kg/m³.

Figura 1.6 | Manômetro de tubo aberto



Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Man%C3%B4metro#/media/File:Moglfm2921_Man%C3%B3metro_abierto.jpg>. Acesso em: 30 jun. 2016.

Resolução da situação-problema

Observe a Figura 1.6. Quando temos problemas do tipo, especialmente aqueles que envolvem tubos em "U", devemos sempre tomar um ponto de referência: a altura máxima que um mesmo fluido ocupa a partir do fundo do tubo. Na figura, são os pontos *M* e *N*. Por se tratar do mesmo fluido em uma mesma altura, sabemos que a pressão em ambos os lados é igual. A partir de tal altura, precisamos ver o que é equilibrado de cada lado. À esquerda, temos a pressão do reservatório. À direita, temos uma coluna *h* de mercúrio e a pressão atmosférica.

Assim, nossa primeira conclusão é: a pressão no reservatório é maior do que a pressão atmosférica. Quão maior? Sabemos que:

$$P_M = P_N$$

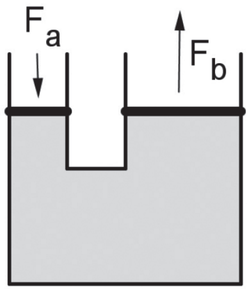
$$P_r = \rho \cdot g \cdot h + P_0$$

$$P_r = 13580 \cdot 10 \cdot 0{,}5 + 10^5 = 1{,}679 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1{,}679 \text{ atm}$$

Faça valer a pena

1.

Figura 1.7 | Macaco hidráulico



Fonte: elaborada pelo autor.

Um equipamento hidráulico, conforme Figura 1.7, é composto por áreas móveis quadradas denominadas *a* e *b*. Dado que a força $\vec{F}_b$ é 81 vezes maior que a força $\vec{F}_a$, marque a alternativa que indica a relação entre os lados *l* das áreas quadradas.

a) $I_a = I_b$.

b) $81I_a = I_b$

c) $I_a = 81I_b$.

d) $I_a = 9I_b$.

e) $9I_a = I_b$.

2. Um grande recipiente contém um fluido desconhecido. Um medidor de pressão é inserido a 0,3 m de sua superfície e é medida uma pressão de 1,05 atm. O recipiente encontra-se exposto à pressão atmosférica ao nível do mar, e você pode considerar que a gravidade local é 10 m/s^2.

Com base nas informações fornecidas, descubra a densidade do fluido no interior do recipiente.

a) $1,67 \cdot 10^3$ kg/m^3.

b) $1,33 \cdot 10^3$ kg/m^3.

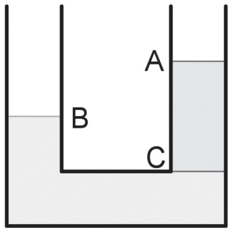
c) $1,00 \cdot 10^3$ kg/m^3.

d) $0,67 \cdot 10^3$ kg/m^3.

e) $0,33 \cdot 10^3$ kg/m^3.

3.

Figura 1.8 | Tubo em "U"



Fonte: elaborada pelo autor.

Um tubo de vidro contém dois líquidos, conforme mostra a Figura 1.8. Considerando que a altura entre o ponto B e o ponto C é de 24 cm, que a distância entre os pontos A e C é de 30 cm e que o fluido que ocupa o fundo do tubo é água, com densidade 1000 kg/m^3 e que a aceleração da gravidade local é 10 m/s^2, descubra a densidade do outro fluido.

a) 800 kg/m^3.

b) 900 kg/m^3.

c) 1000 kg/m^3.

d) 1100 kg/m^3.

e) 1200 kg/m^3.

Seção 1.2

Princípio de Arquimedes

Diálogo aberto

Olá, aluno. Agora, vamos avançar um pouco mais na nossa compreensão da Física e suas grandes aplicações nas engenharias. Vamos analisar o comportamento de objetos quando imersos em um fluido. Você imaginará que estamos nos referindo somente a um corpo submerso na água ou em algum outro líquido. Mas, de fato, qualquer objeto na superfície da Terra está imerso em um fluido chamado ar e, portanto, tudo o que estudaremos é válido também nesse contexto.

Como é possível que um grande transatlântico, com seu casco feito de aço e pesando milhares de toneladas, flutue no mar, se uma barra de aço afunda rapidamente quando arremessada em qualquer piscina? Você aprenderá isso ao longo da presente seção.

Nesta unidade, nos colocamos no lugar de uma engenheira recém-contratada pela empresa de transportes fluviais, e é justamente essa a reflexão que a intriga em um novo dia de trabalho. Em breve ela estará no escritório trabalhando e não quer fazer feio, quer garantir que todos os conceitos aprendidos na disciplina *Física Geral e Experimental: Energia* estão claros na sua memória. No porto, um grande navio, cuja massa pode ser descoberta em uma rápida pesquisa na internet, está recebendo uma carga. Você observa, contêiner após contêiner sendo empilhado, que ele não afunda! Ela sabe que os navios flutuam porque existe uma força que atua sobre eles que se chama empuxo. Ela está relacionada com a quantidade de água que o navio desloca quando é colocado sobre a água, o que pode ser facilmente calculado se conhecemos a massa do navio.

Portanto, qual seria a força de empuxo sofrida pelo navio e qual o volume de água deslocado por seu casco? Para realizar esse cálculo e resolver a dúvida da engenheira, precisamos nos aprofundar no assunto. Vamos lá?

Não pode faltar

Quando arremessamos um objeto na água, em geral já desconfiamos se ele irá flutuar ou se ele irá afundar, mas a Física, com suas leis e seus princípios, nos permite realizar alguns cálculos e saber com certeza. Essas leis são o ponto de apoio para as grandes invenções da engenharia. Você não subiria em um navio caso tivesse alguma dúvida de de que ele fosse capaz flutuar, não é mesmo? Os engenheiros que o projetaram têm certeza porque ele irá flutuar, mesmo em condições adversas, desde que parâmetros importantes sejam obedecidos (como seguir as indicações de carga máxima suportada e as advertências climáticas divulgadas por autoridades competentes).

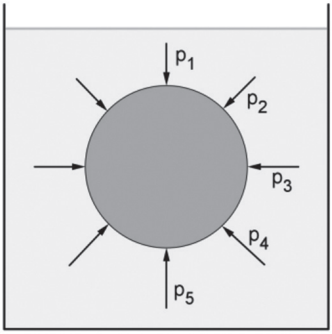
O próprio conceito de flutuação deveria ser surpreendente, afinal, sabemos que todos os objetos sofrem a influência da força da gravidade e se deslocam em direção ao centro da Terra. A questão é que existe outra força atuando, além do peso, quando estamos imersos em fluidos. Essa força é chamada de empuxo. Graças a ela, os navios e balões são capazes de, aparentemente, desafiar a gravidade.

Sua intuição provavelmente vai indicar que os objetos com uma massa muito grande tendem a afundar. Mas você já deve ter visto, pessoalmente ou em um filme, um grande tronco de madeira flutuando. Ele certamente é muito pesado! O que chama a atenção é que, além de pesado, ele é grande. Assim, aparentemente, o volume do objeto deve entrar nas equações de alguma maneira.

Para que você entenda o que está por detrás da força de empuxo, vamos lembrar que um fluido é composto por um imenso número de partículas. Elas estão continuamente em movimento, colidindo com outras partículas ao seu redor. Essas colisões dão origem à pressão, que já estudamos detalhadamente.

Quando um objeto está imerso em um fluido, ele é constantemente bombardeado por partículas, que, em conjunto, exercerão pressão sobre ele, por todos os lados. Mas você também já sabe que, quanto maior a profundidade em que nos encontramos no fluido, maior a pressão exercida pelas partículas (lembre-se que $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$). Vamos observar, então, o esquema da Figura 1.9, que mostra um objeto submerso na água.

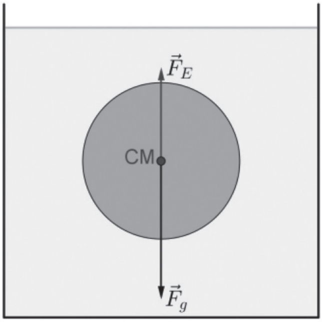
Figura 1.9 | Objeto submerso em água



Fonte: elaborada pelo autor.

O fundo do objeto está a uma profundidade maior do que o topo do objeto. Sua extremidade mais baixa sofrerá maior pressão do que sua extremidade mais alta. Como pressão multiplicada por área resulta em força, o objeto submerso sofre uma força resultante verticalmente para cima. Chamamos essa força de empuxo (Figura 1.10). Tanto a força de peso ($\vec{F}_g$) quanto a força de empuxo ($\vec{F}_E$) atuam ao mesmo tempo sobre o objeto, e o resultado dependerá de qual delas vence a disputa.

Figura 1.10 | Empuxo sobre objeto submerso



Fonte: elaborada pelo autor.

Reflita

Observe a Figura 1.10. O comprimento de um vetor indica seu módulo. Então, o objeto indicado acima, imerso na água, afundará ou flutuará?

- Se a força peso é maior do que o empuxo, a força resultante faz o objeto acelerar para cima.

- Se a força peso é menor do que o empuxo, a força resultante faz o objeto acelerar para baixo e afundar.

Quando o objeto está flutuando, parte dele está abaixo do nível da água, submersa, e parte dele está ao ar livre, acima do nível da água, não é mesmo? Veremos que essa é a chave para entender o que exatamente significa flutuar. Como o objeto não acelera, entendemos que a força peso é **equilibrada** pelo empuxo do corpo.

Mas como conseguiremos calcular exatamente o valor da força de empuxo para saber se um objeto flutua ou afunda? Que tal usar os métodos da seção anterior?

Exemplificando

Um cubo de 1 m de aresta, cujas faces superior e inferior estão exatamente alinhadas com o plano horizontal, tem massa 500 kg e está totalmente submerso, com sua face superior a uma profundidade de 2 m da superfície, que encontra-se em contato com a atmosfera.

a) Calcule a força de empuxo sobre ele e conclua se ele afundará ou não.

b) Caso o cubo tivesse 1000 kg (a mesma massa de um recipiente leve com o mesmo volume do cubo preenchido de água), ele afundaria?

Resposta:

a) Calculemos a pressão a 2 m de profundidade (face superior) e 3 m de profundidade (face inferior).

$$P_s = P_0 + \rho \cdot g \cdot h_s = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 2 = 1{,}2 \cdot 10^5\ Pa$$

$$P_i = P_0 + \rho \cdot g \cdot h_i = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 3 = 1{,}3 \cdot 10^5\ Pa$$

A área da superfície de cada face do cubo é $A = l^2 = 1 \cdot 1 = 1\ m^2$. Força é área multiplicada por pressão. Então:

$$F_s = P_s \cdot A = 1{,}2 \cdot 10^5 \cdot 1 = 1{,}2 \cdot 10^5\ \text{N}$$

$$F_i = P_i \cdot A = 1{,}3 \cdot 10^5 \cdot 1 = 1{,}3 \cdot 10^5\ \text{N}$$

Não calcularemos a força exercida sobre as faces laterais. Não seria difícil, utilizando conhecimentos de cálculo integral. Mas, como as faces estão alinhadas com a vertical, sabemos que a força resultante seria perpendicular à vertical. Assim, de todo modo, tais forças não podem afetar o movimento vertical do cubo. Sigamos, então, em frente.

A força de empuxo na vertical será a diferença entre ambas as forças:

$$F_E = F_i - F_s = 1{,}3 \cdot 10^5\ N - 1{,}2 \cdot 10^5\ N = 0{,}1 \cdot 10^5 = 10000\ \text{N}$$

Agora, calculemos nossa primeira força de empuxo. Mas será que o cubo afundará? Vamos comparar com sua força peso:

$$F_g = mg = 500 \cdot 10 = 5000\ \text{N}$$

Como a força peso é menor que a força de empuxo, ele não afunda, pelo contrário, o cubo acelera para cima.

b) Caso o cubo tivesse 1000 kg, a força gravitacional seria

$$F_g = mg = 100 \cdot 10 = 10000\ \text{N}$$

Nesse caso, a força resultante sobre o cubo seria zero. Ele não afundaria nem aceleraria para cima.

O exemplo estudado acima nos dá a pista para uma maneira bem simples de calcular o empuxo. A força de empuxo sempre tem módulo igual ao peso de um idêntico volume do fluido deslocado. Vamos entender da seguinte maneira: quando um objeto é submerso, ele desloca uma determinada quantidade do fluido e passa a ocupar seu lugar. O peso da quantidade de fluido deslocada ($m_f = \rho_f V$) é exatamente igual ao módulo da força empuxo. Portanto:

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g$$

Em que o volume V é o volume do objeto submerso, enquanto que a densidade ρ_f é a densidade do fluido. Isso é valido para qualquer fluido, independentemente do formato do objeto. Esse é o conhecido princípio de Arquimedes, em homenagem ao grande filósofo e engenheiro da Grécia antiga.

Vetorialmente, a força de empuxo é escrita da seguinte maneira:

$$\vec{F}_E = -\rho_f \, . \, V_f \, . \, \vec{g}$$

Em que o sinal negativo evidencia que a força de empuxo atua na mesma direção, mas no sentido oposto, da aceleração da gravidade.

Assimile

Princípio de Arquimedes:

> **Quando um corpo está total ou parcialmente submerso em um fluido, uma força de empuxo $\vec{F}_E$ exercida pelo fluido age sobre o corpo. A força é dirigida para cima e tem um módulo igual ao peso $m_f g$ do fluido deslocado pelo corpo. (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2012, p. 68)**

Exemplificando

Um objeto tem volume 1,3 L e massa 8 kg e está imerso em um óleo com densidade ρ = 0,85 g/cm^3. Qual o módulo da força empuxo que age sobre ele? Ele afunda no óleo?

Resposta:

Convertendo as unidades relevantes para o SI, temos que o volume do objeto é 1 L = 10^{-3} m^3, enquanto a densidade do óleo é ρ = 0,85g/cm^3 = 850kg/m^3. Podemos utilizar o princípio de Arquimedes, descobrindo que:

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g = 850 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \approx 11 \text{ N}$$

O valor é bem inferior ao peso do objeto:

$$F_g = 8 \cdot 10 = 80 \text{ N}$$

Ou seja, o objeto afunda no óleo.

Faça você mesmo

Um objeto tem volume 4 L e densidade ρ = 0,9g/cm^3 está imerso em um líquido com densidade ρ = 1,2 g/cm^3. Qual módulo da força empuxo age sobre ele? Ele afunda no óleo?

Reflita

Você saberia dizer se um objeto afunda em um fluido ou não, somente comparando suas densidades? A solução do *Faça você mesmo* acima trará uma pista.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos! Leia o Capítulo 19 da referência HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. Mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 2.

Lembre-se, você tem acesso ao livro na biblioteca virtual. Basta efetuar login em sua área do estudante.

Entenda que o fato de um objeto afundar quando submerso em um fluido pode ser definido somente através da comparação de suas densidades.

- Se o objeto tem densidade menor do que a do fluido, ele acelera para cima.
- Se sua densidade é maior do que a do fluido, ele afunda.

Perceba que isso vale para dois fluidos quando misturados. O fluido de menor densidade também sofre uma força de empuxo e fica localizado acima do fluido de maior densidade.

Reflita

Você, que já deve ter cozinhado, sabe o que ocorre com o óleo quando ele é misturado com a água, não é mesmo? Qual líquido é mais denso, o óleo ou a água?

O ar tem densidade bem menor do que a da água. É natural, portanto, que a água afunde quando exposta à atmosfera. Por isso os mares localizam-se abaixo da atmosfera.

Outro ponto é que os objetos ficam mais leves quando são submersos em um fluido, embora sua massa não seja alterada. A questão é que a força peso do objeto é parcialmente compensada pela força de empuxo, de modo que uma força menor é requerida para equilibrá-lo. O peso real subtraído da força de empuxo é conhecido como peso aparente.

Só nos falta compreender o que ocorre quando um objeto flutua. Mas isso é simples. Quando um objeto de densidade menor do que aquela do fluido passa a acelerar para cima, seu peso é menor do que a força de empuxo. Digamos que ele encontre uma superfície com outro fluido de menor densidade do que ele (por exemplo, uma bola que é submersa em uma piscina e sobe até encontrar a atmosfera).

O objeto ficará parcialmente submerso na exata proporção com que o empuxo equilibre a força peso, de maneira que ele encontre seu equilíbrio, com força resultante nula.

Perceba que, quando um objeto é submerso, ele expulsa o fluido do local, que passa a ser ocupado de seu volume. Por isso, quando você coloca cubos de gelo em um copo com suco, seu nível deve aumentar. Com essas considerações finais, você está pronto para novos desafios!

Exemplificando

Três líquidos distintos (A, B e C) são lançados ao mesmo tempo em um recipiente. Após a agitação inicial, é visível que eles não se misturam, pois o sistema atinge seu equilíbrio exibindo três camadas distintas. Considerando que $\rho_A > \rho_B > \rho_C$, qual será a ordem das camadas exibidas pelo recipiente?

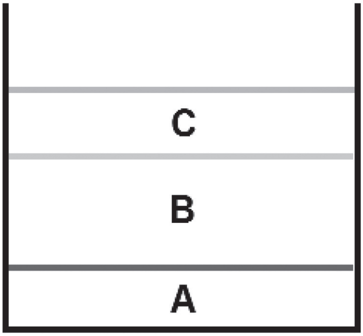
Solução:

Como os líquidos não se misturam, sabemos que o de maior densidade deverá necessariamente ocupar o fundo. Assim, a camada inferior será ocupada pelo líquido A.

A camada superior será ocupada pelo líquido de menor densidade, portanto, teremos o líquido C.

A camada central será ocupada pelo líquido B. Temos, portanto, a situação indicada na Figura 1.11.

Figura 1.11 | Configuração de três líquidos imiscíveis



Fonte: elaborada pelo autor.

Note que os três líquidos estão igualmente submetidos à gravidade. O que acontece é que, por sua maior densidade, os elementos do líquido mais denso acabam forçando seu caminho até o fundo, expulsando os líquidos menos densos para as camadas mais altas, até que o equilíbrio seja atingido.

A flutuação não consiste em um desafio à gravidade. O que ocorre é que dois materiais não podem ocupar o mesmo espaço ao mesmo tempo, e os materiais mais densos forçam seu caminho até o fundo com maior facilidade.

Sem medo de errar

No porto, um grande navio está recebendo sua carga. Você observa, contêiner após contêiner ser empilhado, que ele não afunda. Você sabe que a massa total do navio completamente carregado é de aproximadamente 26000 T. Qual é a força de empuxo sofrida pelo navio, e qual é o volume de água deslocado por seu casco?

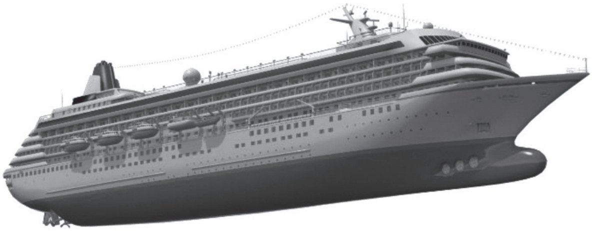
Atenção

A força de empuxo é igual em módulo ao peso do líquido que é deslocado quando o objeto submerge. Ela aponta verticalmente para cima, em oposição à força peso aplicada pelo objeto ao fluido.

Resolução:

Note que o casco do navio tem um formato complexo. Veja o exemplo do navio de transporte da Figura 1.12.

Figura 1.12 | Navio de transporte de passageiros



Fonte: <https://www.pixelsquid.com/stock-image/cruise-ship-1257472705171560051?image=J15>. Acesso em: 13 ago. 2016.

Será que é possível resolver a situação descrita acima, sendo que a única informação fornecida foi a massa do navio? O formato do casco de um navio de carga, em si, é uma maravilha da engenharia. Precisaríamos de conhecimentos específicos para analisá-lo. Dado o projeto, para calcular o volume de água deslocado pelo navio, precisaríamos usar as ferramentas do cálculo integral. Mas, para a nossa sorte, quem tem bons conhecimentos de mecânica de fluidos pode evitar todo esse trabalho.

Sabemos que o navio está flutuando, de modo que a força de empuxo deve ser igual em módulo à força peso que atua sobre ele, e com sentido oposto, não é mesmo? Então:

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_g = Mg\,\vec{j} = 2{,}6 \cdot 10^7\,\vec{j}\ N$$

Podemos relacionar a força de empuxo com o peso do volume de fluido deslocado pelo objeto (que é justamente o que desejamos saber). Então:

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g \rightarrow V = \frac{F_E}{\rho_f \cdot g}$$

$$V = \frac{2{,}6 \cdot 10^7}{1000 \cdot 10} = 2600\ m^3$$

Esse resultado é o volume de água deslocado pelo navio quando carregado.

Avançando na prática

Submarino

Descrição da situação-problema

O princípio de funcionamento de um submarino é bastante simples. Ele possui um reservatório que pode ser preenchido ou esvaziado com água do mar. O preenchimento do reservatório aumenta a densidade do submarino, e pode ser regulado para que este fique em equilíbrio a qualquer profundidade, afunde ou acelere para o alto. Considere que você é o engenheiro de uma luxuosa empresa de turismo, que oferece passeios de submarino para seus clientes observarem a fauna marinha. Você está calculando a aceleração ideal para que os clientes fiquem confortáveis quando o submarino estiver subindo de volta para a superfície, e a consulta aos especialistas sugere que a aceleração ideal é de $0,75 m/s^2$. Se o minissubmarino tem um volume de $64\ m^3$ e encontra-se em equilíbrio e completamente submerso no mar, qual o volume de água ele deve expelir do tanque para que o submarino possa subir com a aceleração indicada?

Lembre-se

A aceleração sofrida por um objeto é igual à força resultante aplicada sobre ele dividida por sua massa.

Resolução da situação-problema

Vamos iniciar calculando a massa do submarino quando se encontra em equilíbrio. Isso é fácil considerando que conhecemos seu volume e sabemos que a força de empuxo deve ser igual à força peso nessa situação.

$$F_E = \rho_f \cdot V \cdot g = 1000 \cdot 64 \cdot 10 = 6,4 \cdot 10^5\ N$$

O empuxo é igual à força peso, então:

$$F_g = M_i g = 10M_i = 6,4 \cdot 10^5\ N$$

$$M_i = 6,4 \cdot 10^4\ kg$$

O submarino pode expulsar água para reduzir sua massa (e, portanto, sua força de peso). Entretanto, seu volume mantém-se inalterado (portanto, seu empuxo também se mantém). Para conseguir a aceleração indicada, precisamos da seguinte força resultante:

$$F_E - M_f g = M_f a$$

$$6{,}4 \cdot 10^5 - 10M_f = 0{,}75 \cdot M_f$$

$$6{,}4 \cdot 10^5 = 10{,}75 \cdot M_f$$

$$M_f \approx 5{,}95 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

Para causar tal diferença entre a força de empuxo e a força de peso, basta expulsar um volume de água com o peso:

$$\Delta M = M_i - M_f = 64000 - 59500 = 4500 \text{ kg}$$

Precisamos expulsar aproximadamente 4500 kg de água, que é o equivalente a um volume de 4,5 m^3, uma vez que a densidade da água é 1000 kg/m^3.

Faça valer a pena

1. A força de empuxo sobre um objeto qualquer pode ser calculada a partir da densidade do fluido no qual ele se encontra submerso, do volume do objeto e da aceleração da gravidade local. Considere uma esfera de raio 0,4 m completamente submersa em um fluido de densidade 1200 kg/m^3.

Marque a alternativa que contém a força de empuxo que atua sobre a esfera.

a) 2,44 kN.

b) 3,22 kN.

c) 3,75 kN.

d) 4,18 kN.

e) 4,71 kN.

2. Três fluidos distintos são lançados ao mesmo tempo em um recipiente. É visível que eles não se misturam. Após a agitação inicial, o sistema atinge seu equilíbrio. Os fluidos se estabilizam em camadas distintas, com o fluido C ocupando uma faixa no fundo do recipiente, o fluido A ocupando uma faixa no topo dos outros dois e o fluido B ocupando uma faixa intermediária no recipiente. Um objeto de densidade ρ_0 é lançado no recipiente, ficando localizado parcialmente submerso no fluido C e parcialmente submerso no fluido B.

A partir das informações dadas, escolha a alternativa que classifica corretamente a densidade dos fluidos e do objeto:

a) $\rho_C > \rho_B > \rho_A > \rho_o$

b) $\rho_o = \rho_a = \rho_b = \rho_c$

c) $\rho_b < \rho_c < \rho_A < \rho_o$

d) $\rho_C > \rho_o > \rho_B > \rho_A$

e) $\rho_A > \rho_o > \rho_B = \rho_C$

3. Um objeto de volume $2 \cdot 10^{-3}$ m^3 está suspenso em um cabo, que por sua vez está ligado a um dinamômetro na extremidade oposta. O dinamômetro indica uma leitura de 28 N. Depois, um recipiente cheio de óleo, com densidade 850 kg/m^3, é instalado de modo que o objeto fique completamente submerso, mas sem tocar o fundo do recipiente.

Marque a alternativa que indica a nova leitura do dinamômetro na situação descrita.

a) 11 N.

b) 18 N.

c) 21 N.

d) 25 N.

e) 30 N.

Seção 1.3

Escoamento em fluidos

Diálogo aberto

Olá, estudante! Nas últimas seções da presente unidade, nós estudamos características importantes dos fluidos, como a pressão e o volume, e estudamos os princípios de Pascal e de Arquimedes, que nos permitem interessantes aplicações em Engenharia como os elevadores hidráulicos e os navios. Entretanto, em geral, nós estudamos a condição de um fluido em um estado de equilíbrio no repouso, ou somente em um determinado instante. Em momento algum nós avaliamos as condições de um fluido em movimento.

Isso mudará na presente seção. Agora, estudaremos o escoamento de um fluido, portanto, seu movimento. Lembre-se sempre que por fluidos entendemos substâncias no estado líquido e gasoso, de modo que o assunto que introduziremos aqui pode ser aplicado a gases. A maneira como o ar se move ao redor de uma asa de avião também é um problema de dinâmica de fluidos!

Nós estudaremos agora o que é vazão, escreveremos uma lei de conservação para os fluidos e, por fim, escreveremos uma equação que é capaz de descrever o movimento de um fluido levando em conta os efeitos da gravidade e da pressão.

Na presente seção, nós continuaremos vivenciando os primeiros dias de trabalho de uma engenheira recém-contratada por uma empresa de transporte fluvial. Durante uma conversa com seu gestor, ela foi informada de que a eclusa, responsável pela elevação do navio ao nível necessário para transpor diferenças de nível entre cursos de água, funciona sem necessidade de bombas hidráulicas. Para funcionar, ela só precisa de uma saída para o curso de água superior e outra para o curso de água inferior, abertas ou fechadas, de acordo com a necessidade. Ela anotou alguns parâmetros relevantes e, ao chegar em casa, quis compreender claramente o funcionamento do mecanismo realizando cálculos. Qual a velocidade com que a água é expelida pela tubulação da eclusa no curso inferior de água?

O treinamento está chegando ao fim, e a engenheira certamente estará muito bem preparada para os futuros desafios!

Não pode faltar

Para começar, precisamos compreender o movimento dos fluidos. Vamos imaginar uma região limitada, como um sistema de tubulação, por onde passa continuamente um fluido. Você compreenderá que é possível descrever este fluxo por uma determinada velocidade, como fazemos com o vento ou com a velocidade da água em um rio. Mas, afinal, o que se move com essa velocidade? Cada uma das pequenas moléculas ou átomos que compõe o fluido?

Já falamos sobre esse assunto em outra oportunidade. Pensando em termos das partículas que compõem esse fluido, o que existe é uma grande confusão: as partículas movem-se em todas as direções, em todos os sentidos, colidindo entre si. Entretanto, na média, elas movem-se todas mais ou menos juntas, no sentido do fluxo da tubulação. Não é possível observar toda essa confusão, dado que a menor gotícula de um fluido que conseguimos isolar pelos meios usuais já contém incontáveis partículas. Isso é bom, pois significa que podemos pensar no movimento do fluido em termos de seus elementos de volume, compostos por um número muito grande de átomos e moléculas, e cuja velocidade é mais simples de descrever. Um elemento de volume é muito pequeno em comparação com todo o fluido, mas ainda assim é grande demais se comparado com uma única partícula.

Reflita

Como você faria para descobrir a velocidade de um fluido escoando em uma tubulação?

De fato, precisamos estar conscientes de que a mecânica de fluidos é uma das áreas mais complexas da Física. Essa complexidade se reflete no fato de que até hoje a previsão do tempo ainda é uma área muito desafiadora, que exige supercomputadores para calcular modelos meteorológicos cujas previsões nem sempre se concretizam. Nesta seção, estudaremos somente princípios básicos.

Aqui, estudaremos fluidos em movimento, conhecidos como fluxos laminares. Neles, os elementos de volume se movem com regularidade, seguindo linhas de corrente previsíveis. Existe também o conhecido fluxo turbulento, que ocorre com fluidos que escoam em altas velocidades e que é muito importante para algumas aplicações mais avançadas de mecânica de fluidos. A tubulação é sempre idealizada, ou seja, lisa, e não oferece resistência.

Estamos considerando também fluidos incompressíveis. Isso significa que um grupo de átomos ou moléculas que formam em conjunto um elemento de volume não pode ser comprimido. Não é possível forçar essas moléculas a ocuparem um volume menor. Por isso, na presente seção, não trabalharemos com gases, que em geral são facilmente compressíveis.

Também consideraremos fluidos com viscosidade desprezível. A viscosidade é uma característica do fluido que faz com que ele resista ao escoamento. Apesar de os fluidos viscosos serem muito comuns na natureza (um exemplo comum é o mel), precisaríamos avançar um pouco mais na teoria da mecânica de fluidos para descrevê-los.

Por sorte, a água é um excelente exemplo de fluido bem aproximado pelas características acima, e também pode apresentar fluxo laminar para baixas velocidades. Então, temos a possibilidade de estudar aplicações interessantes, embora deva ficar claro que estamos realizando aproximações do que acabamos de descrever.

Após essa apresentação, estamos preparados para compreender o conceito de vazão. Ele está relacionado com a seguinte pergunta: qual é a quantidade de um fluido que passou por uma determinada região em uma tubulação?

Cada partícula que entrou por uma extremidade da tubulação deve sair pela outra extremidade. Podemos expressar número de partículas em termos de uma massa. Assim, se em um intervalo de tempo Δt entra uma determinada massa m_e de fluido na tubulação e no mesmo intervalo sai uma massa m_s, então:

$$m_e = m_s.$$

Temos aqui uma lei de conservação. Considerando que o fluido é incompressível, um certo número de partículas que tem uma massa conhecida ocupará sempre um mesmo volume. Então, o volume V_e

de fluido que entra na tubulação também deve ser igual ao volume de fluido V_s que escapa da tubulação:

$$V_e = V_s.$$

Se um conjunto de partículas (ocupando um volume fixo) entra por um lado, ocupando um determinado espaço, então deve sair o mesmo número de partículas pelo outro lado. Chamaremos de **vazão volumétrica** o volume de líquido que se desloca por unidade de tempo:

$$R_v = \frac{V_e}{\Delta t} = \frac{V_s}{\Delta t}$$

Perceba, portanto, que a vazão é constante no tempo.

Exemplificando

Uma mangueira corresponde aproximadamente a um cilindro de raio e comprimento desconhecidos. Ela está conectada a uma torneira, que em determinado momento é aberta. Pouco depois, a água começa a sair pela extremidade da mangueira, inicialmente de maneira desorganizada, mas em poucos segundos surge um fluxo suave e laminar. Você tem em mãos um recipiente com 1 L de volume e um cronômetro.

Quando o fluxo da mangueira já se encontra laminar, você insere o recipiente de maneira que ele possa captar a água da saída da mangueira e, ao mesmo tempo, liga o cronômetro. Em 20 s, o recipiente começa a transbordar.

Encontre a vazão do fluxo de água que sai da mangueira. Considere a água um fluido aproximadamente incompressível e não viscoso.

Resolução:

Para um fluido incompressível, a vazão pode ser obtida pela razão entre o volume deslocado de fluido pelo intervalo de tempo decorrido, de modo que:

$$R_v = \frac{V}{\Delta t}.$$

Substituindo os valores indicados no enunciado, teremos:

$$R_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{1L}{\Delta t} = 0{,}05 L/s = 50\ cm^3/s$$

De modo que a vazão da mangueira deve ser necessariamente 0,05 L/s .

É importante que sejamos capazes de definir o conceito acima de maneira mais precisa, definindo uma determinada área *A* no interior do condutor do fluido, que chamaremos de seção transversal, e analisando o volume que atravessa esse corte no condutor com relação ao tempo.

Imagine que os primeiros elementos de volume que atravessaram a seção transversal tenham se deslocado uma distância Δx no tubo. Sabemos que $V = A \cdot \Delta x$. Então:

$$R_v = \frac{A \,.\, \Delta x}{\Delta t} = A \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = A \cdot v$$

$$R_v = A \cdot v,$$

Em que *v* é a velocidade do fluido no interior da tubulação. A vazão é uma grandeza descrita no SI com unidade m^3/s.

Sabemos que a vazão no interior de um tubo deve ser constante. O que ocorre, então, caso exista alguma mudança na tubulação, como um afunilamento ou alargamento? É aí que essa lei de conservação se torna interessante, pois podemos calcular a nova velocidade do fluido simplesmente conhecendo a nova área da tubulação. Então, vale a pena expressar o volume em termos de área multiplicada por distância:

$$R_v = cte.$$

Assim, considerando uma situação 1 e uma situação 2, antes e após um afunilamento ou alargamento da tubulação, temos que a seguinte expressão é respeitada:

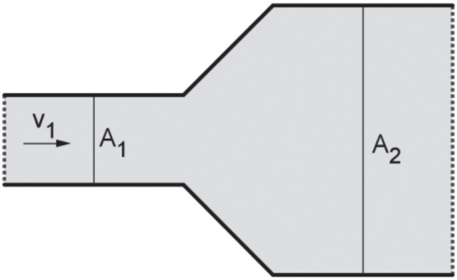
$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \text{ (equação da continuidade).}$$

Para manter a igualdade acima, se houver uma redução da área da tubulação, então, obrigatoriamente, deve ocorrer um aumento da velocidade do fluido. Por outro lado, se houver um aumento na área da tubulação, a velocidade é reduzida.

Exemplificando

Uma tubulação que consiste de um duto circular de raio 0,5 m sofre uma alteração em sua seção transversal, tornando-se mais espessa, passando a ter 1 m de raio. Se a velocidade inicial do fluido era de 0,1 m/s, qual é a velocidade final?

Figura 1.13 | Tubulação



Fonte: elaborada pelo autor.

Resposta:

A vazão do fluido deve se conservar, e sabemos que ela é o produto entre a área da seção transversal do condutor e a velocidade do fluido. As áreas relevantes são:

$$A_1 = \pi r^2 = \pi \cdot 0{,}5^2 \approx 0{,}79 \text{ m}^2$$

$$A_1 = \pi r^2 = \pi \cdot 1^2 \approx 3{,}14 \text{ m}^2$$

Com a velocidade inicial de 0,1 m/s escrevemos:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$0{,}79 \cdot 0{,}1 = 3{,}14 \cdot v_2$$

$$v_2 = 0{,}025 \text{ m/s}$$

Note que, se o raio dobrou, a área aumentou em quatro vezes. Desse modo, para que a vazão se mantenha constante, a velocidade deve diminuir para um quarto.

Equação de Bernoulli

A equação da continuidade, mostrada acima, não leva em consideração a pressão do fluido nem possíveis variações na altura, conceitos que trabalhamos detalhadamente nas últimas seções. Será que conseguiremos combinar tudo o que já aprendemos em uma única equação, para analisar o escoamento de fluidos?

De fato, a equação de Bernoulli nos permite relacionar todas as variáveis: pressão, velocidade e altura de um fluido de densidade conhecida. Ela é dada por:

$$P = \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho\, v^2 = cte.$$

Lembrando que P é a pressão, ρ representa a densidade do fluido e v a velocidade do fluido.

Observe com calma a equação anterior. Pense que estamos acompanhando o movimento de um único elemento de volume do fluido, que possui massa $\rho \cdot dV$. O segundo termo não seria proporcional ao valor de sua energia potencial gravitacional? E o terceiro termo, não seria proporcional à sua energia cinética? A equação de Bernoulli é uma maneira de enunciar a conservação de energia para fluidos. O primeiro termo é uma maneira de indicar que esse pequeno elemento não está isolado, mas está em contato contínuo com o meio, e recebe energia em uma quantidade dependente da pressão do fluido.

Assim, dados dois pontos no interior de um fluido (1 e 2), podemos compará-los de acordo com a expressão:

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = P_2 = \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho\, v_2^2$$

Assimile

Nas condições de fluxo laminar (tranquilo, na ausência de turbulência), não viscoso e incompressível (qualquer elemento do fluido sempre mantém seu volume constante), podemos utilizar a equação da continuidade e a equação de Bernoulli para analisar o comportamento do fluido ao longo de um caminho onde ocorrem alterações de pressão, altura, área do condutor e velocidade. Elas são:

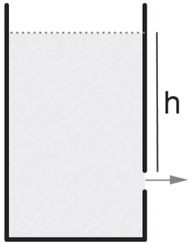
$R_v = A \cdot v = cte$ *(equação da continuidade) e*

$P + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = cte$ *(equação de Bernoulli).*

Exemplificando

Um grande reservatório de água possui um pequeno furo 1,8 m abaixo do nível da água, como ilustrado pela Figura 1.14. Qual é a velocidade com a qual a água escapa na horizontal através do furo?

Figura 1.14 | Reservatório com furo



Fonte: elaborada pelo autor.

Resposta:

Apesar de a única informação dada no enunciado ser a altura entre o nível da água no reservatório e o furo, isso é suficiente para responder à pergunta, graças à equação de Bernoulli. Sabemos que:

$$P + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = cte, \text{ ao longo do reservatório.}$$

Compararemos um ponto no furo do reservatório (ponto 1) com um ponto no nível máximo do fluido (ponto 2) a partir da expressão:

$$P_1 = \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

Ambos os pontos estão submetidos à pressão atmosférica $P_1 = P_2 = 10^5$ Pa. Se definimos $h_1 = 0$, então $h_2 = 1{,}8$ m . Com relação à velocidade, desejamos saber aquela no ponto 1. A velocidade no ponto 2 não é fornecida, entretanto, sabemos que o reservatório é grande e que o furo é pequeno. Faremos uma aproximação, supondo que $v_2 = 0$, com o que queremos dizer que o reservatório é tão grande que a redução em seu nível ocorre muito vagarosamente.

Então, substituindo todas as informações, temos:

$$10^5 + 100 \cdot 10 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1^2 = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 3{,}6 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1^2 = 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}8$$

$$v_1^2 = 2 \cdot 10 \cdot 1{,}8$$

$$v_1^2 = 36$$

$$v_1 = 6/\text{ms}.$$

Pesquise mais

Saiba mais sobre o escoamento em fluidos. Descubra o que é vazão mássica e as consequências importantes da equação de Bernoulli. Leia as páginas 446 a 449 do livro indicado:

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

Lembre-se, você tem acesso gratuito ao material ao fazer login em sua área do estudante, e depois seguindo o link indicado:

Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2618-3/cfi/469!/4/2@100:0.00>. Acesso em: 11 nov. 2016.

Sem medo de errar

A eclusa da empresa de transporte fluvial trabalha contra um desnível de 14 m entre dois cursos de água. Vamos analisar a situação em que o navio desce até o curso mais baixo do rio. Após o fechamento das comportas que conectam a eclusa com o curso alto do rio, o equipamento leva 500 segundos para descer o navio. Não há necessidade de bombeamento, dado que basta abrir uma tubulação para permitir a saída da água da eclusa, exatamente no nível final desejado. Você consegue estimar com qual velocidade a água é expelida pela tubulação poucos instantes depois que é aberta? Use a equação de Bernoulli para realizar uma primeira aproximação (mas saiba que para conhecer o valor real seria necessário estudar mais mecânica de fluidos).

Atenção

A eclusa leva 500 s para concluir a elevação ou a descida de um navio a uma altura de 14 m. Perceba que a velocidade média de descida é da ordem de 10^{-2} m/s, valor que, elevado ao quadrado na equação de Bernoulli, resultará em um valor da ordem de 10^{-4}. Podemos desprezar essa quantidade.

Utilizaremos a equação de Bernoulli considerando o ponto de saída da água, no nível do curso inferior do rio, com um ponto na superfície da água no interior da eclusa, quando ela começa a descida. Ambos os pontos estão submetidos à pressão atmosférica $P_1 = P_2 = 1$ atm. Definiremos $h_1 = 0$ e $h_2 = 14$ m. Substituindo todas as informações, temos:

$$10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1^2 = 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 14 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_1^2 = 1000 \cdot 10 \cdot 14$$

$$v_1^2 = 2 \cdot 10 \cdot 14$$

$$v_1^2 = 280$$

$$v_1 \approx 16{,}7 \text{ m/s.}$$

Após seus primeiros dias de treinamento e seu esforço pra compreender os mecanismos presentes em seu novo ambiente de trabalho, a engenheira de nossa história se considera pronta para seu novo desafio profissional.

Avançando na prática

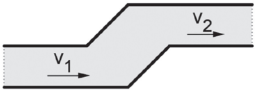
Tubulação industrial

Descrição da situação-problema

Um engenheiro trabalha em uma indústria que contém grandes tubulações de água, usada para resfriar um tanque onde ocorrem reações exotérmicas. Em determinado ponto, a tubulação eleva-se em 1,2 m, como ilustra a Figura 1.15. Existem sensores de pressão na tubulação em ambas as alturas, que indicam um mesmo valor na leitura. Ele precisa conhecer a velocidade da água no nível mais alto, sabendo que a água entra no nível mais baixo com velocidade 5 m/s.

Ele sabe que a água pode ser considerada um fluido aproximadamente incompressível e tem muito baixa viscosidade.

Figura 1.15 | Tubulação industrial



Fonte: elaborada pelo autor.

Lembre-se

A equação de Bernoulli permite relacionar as grandezas pressão, altura e velocidade de um fluido.

Resolução da situação-problema

Podemos estudar o caso utilizando a equação de Bernoulli. Sabemos que

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \,.\, h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

Não sabemos o valor da pressão lida pelo engenheiro, mas sabemos que o valor é idêntico. Então, chamaremos a pressão de P. Tomando como referência de altura a tubulação inferior (altura zero) e inserindo a velocidade conhecida na equação de Bernoulli, temos:

$$P + 1000 \cdot 10 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 = P + 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}2 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \,.\, 1000 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 - 1000 \cdot 10 \cdot 1{,}2$$

$$v_2^2 = 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1{,}2$$

$$v_2^2 = 25 - 24 = 1$$

$$v_2 = 1 \text{ m/s}$$

No nível superior da tubulação, a água escoa a uma velocidade de 1 m/s.

Faça valer a pena

1. Se um fluido incompressível e de viscosidade desprezível escoa em regime laminar em uma tubulação fechada estendida na horizontal, sua vazão será _____ . Se a tubulação mudar de modo que a área por onde escoa o fluido sofra uma redução, a velocidade do fluido _____ , como mostra a equação _____.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas da frase anterior:

a) constante; diminuirá, da continuidade.

b) sempre maior; aumentará; da continuidade.

c) constante; diminuirá; de Bernoulli.

d) constante; aumentará; da continuidade.

e) sempre maior; se manterá constante; de Bernoulli.

2. Um fluido dito perfeito, incompressível e de viscosidade desprezível escoa em regime laminar em uma tubulação fechada estendida na horizontal. A tubulação é perfeitamente lisa em seu interior e não oferece resistência. Em determinado momento, o fluido encontra um alargamento na tubulação.

Marque a alternativa que indica o que ocorre, respectivamente, com a velocidade do fluido e com a pressão após o alargamento, em comparação com a situação antes dele:

a) Aumenta; aumenta.

b) Aumenta; diminui.

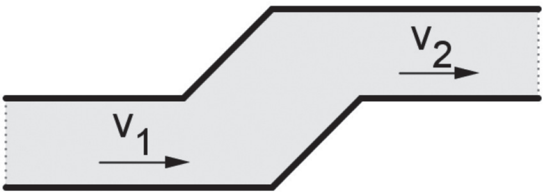
c) Diminui; diminui.

d) Diminui; aumenta.

e) Diminui; mantém-se constante.

3. Uma tubulação eleva-se em 2 m, como ilustra a Figura 1.16. Considere que v_1 = 7 m/s e v_2 = 1 m/s, e que a pressão no nível inferior da tubulação é de 10^4 Pa. A água pode ser considerada um fluido aproximadamente incompressível e tem muito baixa viscosidade.

Figura 1.16 | Tubulação Industrial



elaborada pelo autor.

Marque a alternativa que indica qual é a pressão no nível mais alto da tubulação.

a) $1,4 \cdot 10^3$ Pa.

b) $1,4 \cdot 10^4$ Pa.

c) $1,2 \cdot 10^4$ Pa.

d) $1,6 \cdot 10^4$ Pa.

e) $1,6 \cdot 10^5$ Pa.

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 2.

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. v. 1.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp – Física geral II**. Disponível em: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL516F59E9AE8F5BF7 >. Acesso em: 28 dez. 2016.

Termodinâmica I

Convite ao estudo

Olá, aluno. Seja bem-vindo! Na unidade anterior, estudamos a mecânica de fluidos, com ênfase nos conceitos de pressão, empuxo e alguns fenômenos simples envolvendo fluidos em movimento. Agora, você terá a oportunidade de conhecer novas leis da física, que descrevem dois conceitos muito presentes em nosso dia a dia: temperatura e calor. São também conceitos fundamentais na indústria, já que as diversas reações químicas e materiais comportam-se de maneira diferente a diferentes temperaturas.

Metais como o ferro podem ser aquecidos até atingirem o estado líquido, adquirindo a principal característica dos fluidos, que é a grande liberdade de movimento de seus átomos. Assim, eles podem ser inseridos em moldes e resfriados. Nesse sentido, obtemos chapas metálicas e peças industriais nos mais diversos formatos. Além disso, existem importantes reações químicas que liberam calor. Em física, calor tem um significado muito preciso, e é uma forma de energia, cuja unidade no Sistema Internacional (SI) é o Joule, denotado por J. O ramo da física que estuda os fenômenos citados e diversos outros é a termodinâmica.

Concluiremos nosso objetivo de conhecer, entender e aplicar nas áreas de engenharia e exatas as diversas formas de energia proporcionadas através da rotação de corpos rígidos, da dinâmica do movimento de rotação, da mecânica dos fluídos e do uso da temperatura e do calor. Na Seção 2.1, conheceremos o conceito de temperatura e sua medição e entenderemos que variações na temperatura podem causar alteração no volume de alguns materiais. Na Seção 2.2, discutiremos o calor e seus efeitos no estado físico dos materiais. Por fim, na Seção 2.3, faremos uma introdução ao fascinante assunto da termodinâmica e de suas leis.

Faremos nosso exercício usual de imaginação e nos colocaremos no lugar de uma engenheira contratada para chefiar a instalação de uma pequena usina de energia em uma fazenda que conta com um complexo industrial de processamento de grãos. A ideia é utilizar os resíduos da produção agrícola para gerar energia elétrica de maneira sustentável, suprindo as necessidades do complexo industrial e ainda vendendo energia elétrica residual para a companhia local de energia, gerando uma receita extra para a fazenda. O plano principal é queimar os resíduos orgânicos gerados na fazenda para aquecer uma caldeira com água (usina de biomassa). O vapor de água gerado será usado para mover as pás de um gerador elétrico. E a engenheira tem a importante tarefa de projetar a usina, avaliar o melhor gerador e a tubulação a serem adquiridos e tomar os cuidados necessários para a instalação e operação dessa usina.

Será um grande desafio, não é mesmo? Mas pessoas que conseguem empregos interessantes adoram desafios. Então, precisamos seguir em frente!

Seção 2.1

Termometria

Diálogo aberto

Na presente seção, vamos discutir a temperatura e maneiras de medir essa grandeza física. A tarefa pode parecer uma coisa simples, afinal, você pode obter um termômetro digital facilmente em qualquer farmácia por um preço acessível. Mas a medição da temperatura foi objeto de discussão por centenas de anos entre os cientistas, até que pudéssemos chegar ao atual desenvolvimento do ramo da física chamado termodinâmica.

Todos nós possuímos um "termômetro interno", e podemos dizer tranquilamente se a temperatura está agradável ou se faz frio. Nosso corpo reage à temperatura do exterior, assim como diversos outros materiais reagem a ela. Você sabe que retirar um pote de manteiga da geladeira alguns minutos antes do uso vai facilitar bastante seu uso. Sabe que colocando água líquida no congelador ela sofrerá uma transformação drástica em seu estado, tornando-se gelo. Sabemos que a temperatura ambiente, que gera a transformação citada na manteiga, é maior que a temperatura em que a água torna-se gelo. No entanto, em engenharia e na ciência, nós precisamos de valores precisos, não é mesmo? Vamos aprender a utilizar fenômenos simples da natureza para obter os valores em uma escala adequada.

O volume de um material pode variar de acordo com sua temperatura. Esse fenômeno é bem conhecido na engenharia. A oscilação na temperatura ao longo de um dia faz com que o concreto de uma quadra de basquete ou o asfalto em uma rodovia se expanda com o aumento da temperatura e se contraia com a diminuição dela. O efeito é potencializado ao longo do ano, com variações mais bruscas causadas pela troca de estações, sendo esse um dos fatores no surgimento de rachaduras. Componentes tecnológicos que enfrentam variações bruscas de temperatura, como fornos e aviões, são projetados de modo que essas expansões e contrações não afetem a integridade de suas estruturas.

Mas vamos voltar para a usina de biomassa na qual uma engenheira trabalha intensamente no projeto que permita o aquecimento da água e a geração de energia elétrica a partir do vapor. Ela está comparando os preços de geradores disponíveis para aquisição, alguns nacionais e outros importados. Muitos fatores devem ser levados em conta, tais como eficiência, durabilidade e preço. O primeiro ponto é verificar se a temperatura de funcionamento do equipamento é adequada. No caso, a temperatura desejada é de 500 graus Celsius. Ela possui em mãos a especificação das máquinas, mas as importadas trazem especificações de temperatura nas escalas Kelvin e Fahrenheit. O primeiro passo é eliminar da lista as que não trabalham na faixa de temperaturas desejada, pois não faz sentido avaliar os outros fatores nesse momento.

Depois de escolher o gerador, é necessário ainda levar em conta que a tubulação metálica ligada ao gerador será instalada à temperatura ambiente, mas que, no momento em que o gerador for ligado, a tubulação será aquecida até uma temperatura de aproximadamente 500 °C. Essa diferença de temperatura irá causar uma expansão na tubulação e, se isso não for levado em conta, ela poderá ser danificada no processo. São tubos de 2 m de comprimento, de aço carbono. Eles devem ser instalados a uma certa distância, de modo a se encaixarem perfeitamente assim que houver o aumento de temperatura. Qual é a distância que deve separar dois tubos no momento da instalação para que o encaixe seja perfeito a 500 °C?

Vamos descobrir qual é o gerador mais adequado para a usina e planejar a instalação da tubulação. Para isso, precisamos conhecer algumas escalas comuns de temperatura, realizar conversões entre elas e compreender o fenômeno da dilatação térmica.

Não pode faltar

Na presente seção, você compreenderá detalhadamente o conceito de temperatura. Este é um conceito que você já conhece de maneira intuitiva, pois durante sua vida inteira você foi cuidadoso com objetos muito quentes ou muito frios, assim como esteve atento à temperatura exterior para saber se precisava usar uma blusa quando esfriava ou beber mais água quando esquentava. Mas, afinal, o que é a temperatura? O que ela significa em termos dos átomos e moléculas que compõem os materiais e o seu próprio corpo?

A temperatura de um objeto é um indicativo da energia que está disponível no ambiente para os átomos e moléculas. Essa energia ambiente é absorvida pelas moléculas por meio de colisões com outras moléculas ou partículas, e se reflete no estado de movimento das partículas. Na unidade anterior falamos sobre pressão, indicando que ela resulta das colisões regulares entre as partículas umas com as outras ou com as paredes de um recipiente, por exemplo.

Aqui, abordaremos um tipo diferente de movimento: a vibração. Mesmo em um sólido, onde os átomos têm uma posição rígida definida com relação aos outros átomos, eles têm alguma liberdade para vibrar no interior de sua estrutura. Assim, agora você já sabe: a diferença entre um objeto quente e um objeto frio é o estado de vibração de suas moléculas ou átomos.

Nós sabemos bem que o calor é capaz de se propagar. Isso ocorre porque os átomos vibram, influenciando os átomos que estão ao seu redor. Assim, se os átomos do lado esquerdo de um material vibram mais do que os átomos do lado direito, então os que vibram mais transmitirão parte de sua energia para os que vibram menos. Em pouco tempo, o material atinge o equilíbrio térmico, em que todo o material tem uma mesma temperatura.

Imagine quando você está cozinhando. A extremidade da colher que está em contato com o alimento está mais quente do que a extremidade oposta, que está em contato com a sua mão. Se você retirar a colher e deixá-la sobre a mesa, duas coisas vão acontecer: primeiro, ela irá atingir um equilíbrio térmico interior. A colher ficará em uma temperatura intermediária entre as das duas extremidades, mas ainda mais quente que o ambiente. Depois, com o passar do tempo, ela se resfriará e atingirá equilíbrio térmico com o ambiente. Estudaremos este processo cuidadosamente ao longo da unidade. O que importa agora é fazer a ligação entre seu conhecimento do dia a dia e o que pretendemos ensinar aqui.

Um material em equilíbrio térmico tem por característica um estado de vibração uniforme para todos os átomos e moléculas que o compõem. Um corpo fora do equilíbrio, como a colher do exemplo anterior, tende ao equilíbrio térmico, uma vez que as partículas interagem, continuamente, com as partículas mais energéticas doando sua energia para as que possuem menos energia. Com o tempo, em média, todas compartilham um mesmo estado.

Lei zero da termodinâmica

Com base no conceito de equilíbrio térmico, podemos enunciar uma importante lei da termodinâmica. Ela fundamenta a termodinâmica, e terminou com o curioso nome de lei zero, pois foi criada tempos depois das outras três leis, que estudaremos no momento oportuno. Por fundamentar as outras, ao invés de chamarem-na quarta lei, ou de alterar a nomenclatura tradicional, foi escolhido o nome lei zero.

Essa lei fala sobre o equilíbrio térmico. Se temos dois corpos, 1 e 2, em equilíbrio térmico, significa que eles podem ser colocados em contato sem que nada se altere em seu estado. Então colocamos um corpo 3 em contato com um deles: por exemplo, o corpo 1. Se eles também estão em equilíbrio térmico entre si, então podemos concluir imediatamente que, se o corpo 3 for colocado em contato com o corpo 2, eles também estarão em equilíbrio térmico.

Essa lei permite que se conclua que os três corpos compartilham uma mesma característica universal, que é justamente a temperatura. Afirmar que dois corpos estão em equilíbrio térmico entre si é o mesmo que afirmar que ambos possuem a mesma temperatura.

Assimile

"**Lei zero da termodinâmica** (lei de equilíbrio): se os corpos A e B estão separadamente em equilíbrio térmico com um terceiro corpo, C, então A e B estão em equilíbrio térmico um com o outro." (JEWETT; SERWAY, 2014, p. 109).

Em física, precisamos de uma medida concreta dos fatos que acabamos de listar. Então, desejamos ter em mãos um equipamento que possa medir a temperatura, fornecendo um valor concreto, que relacione o estado de vibração das moléculas do material a um número, que nos permita dizer de maneira inequívoca se um fluido ou sólido está mais quente ou mais frio do que o outro. A que número corresponderá a temperatura registrada no termômetro? Isso dependerá da escala de temperatura que selecionamos. No Brasil, a escala que costumamos utilizar é a escala Celsius, com a qual você está acostumado. Em física, utilizamos regularmente a escala Kelvin, que é uma escala bastante natural, pois o zero nessa escala é o zero absoluto da natureza, o estado em que as moléculas não conseguem vibrar por absoluta falta de energia. Nos Estados Unidos, costuma-se utilizar a escala Fahrenheit, que estudaremos aqui.

Vamos começar com o que conhecemos, não é mesmo? A unidade da escala Celsius é o grau Celsius, denotada pelo símbolo °C. Ela foi construída de maneira muito simples.

Vamos tomar a temperatura mais baixa na qual o gelo derrete e torna-se água, e compará-la com a temperatura mais baixa na qual a água ferve e torna-se vapor. Como existem variações na temperatura de derretimento ou fervura dependendo da altitude, os valores foram definidos tomando-se como referência o que ocorre ao nível do mar. Criaremos a escala Celsius de maneira que entre essas duas temperaturas existam 100 graus Celsius. Nessa escala, portanto, o zero é definido como a temperatura na qual o gelo começa a derreter. Do mesmo modo, a água começa a ferver a 100 °C.

Assim, um termômetro nessa escala poderá medir temperaturas intermediárias, por exemplo: uma temperatura ambiente de 20 °C. Sabemos que essa temperatura está mais próxima da formação do gelo do que da ebulição da água. Perceba que toda escala é definida arbitrariamente, e podemos aproveitar essa característica para simplificar nossa vida. Foi por escolha dos cientistas do passado que o zero da escala foi definido como o ponto de congelamento da água na pressão ao nível do mar, pois é um fenômeno visível, marcante e útil. Isso significa que não existe nenhum problema em medir temperaturas negativas. Em alguns países, as pessoas convivem com temperaturas de -30 °C no inverno.

Pesquise mais

Com o desenvolvimento da física, as medições de temperatura precisaram se tornar cada vez mais precisas, de maneira que somente indicar o ponto de fusão do gelo não era suficiente, uma vez que essa temperatura varia um pouco devido a alterações na pressão ambiente. Então, a definição passou a ser exatamente o ponto triplo da água, uma condição e temperatura especial em que gelo, água e vapor podem coexistir. Saiba mais: leia sobre o ponto triplo da água no capítulo "em: Temperatura, calor e a primeira lei da termodinâmica", do seguinte livro: HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: Gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2012. Cap. 18. p. 186. Vol. 2.

Lembre-se, você tem acesso ao livro gratuitamente quando entra em sua área do aluno, na biblioteca virtual.

A escala **Kelvin** é muito utilizada na física, e é a unidade oficial no SI. Ela tem por base a escala Celsius. A única diferença entre as duas é que o zero da escala Kelvin está no zero absoluto da natureza, na temperatura em que as partículas não encontram energia no ambiente que as permitam vibrar.

Nela, a temperatura em que o gelo inicia seu derretimento é de aproximadamente 273K. A unidade de temperatura na escala Kelvin leva o seu próprio nome e é denotado por K. Perceba que já somos capazes de realizar uma conversão de temperaturas, pois

$$0°C \approx 273K .$$

Entenda: a 0 °C e a 273 K as moléculas de um material estão em um mesmo estado de vibração. Portanto, são dois valores diferentes que indicam um mesmo estado físico. Assim, podemos pensar que, para converter graus Celsius para Kelvin, basta somar 273 ao valor da temperatura. Então:

$$T_K = T_C + 273 .$$

Outra escala muito utilizada é a **Fahrenheit**, empregada nos Estados Unidos. É importante que você conheça essa escala. Afinal, você pode vir a utilizar equipamentos importados cuja especificação traga valores nessa unidade, ou ter que interagir com profissionais de outros países que a utilizem.

Assimile

São unidades de temperatura o grau Celsius (°C), o Kelvin (K) e o grau Fahrenheit (°F). No SI, a unidade de temperatura é o Kelvin (K).

Note que dizemos **grau** Celsius e **grau** Fahrenheit, portanto utiliza-se o símbolo °, que não é necessário para denotar a escala Kelvin.

Na escala Kelvin e na escala Celsius, os graus avançam no mesmo ritmo, pois a variação em um grau Celsius e a variação em um grau Kelvin de temperatura causam o mesmo efeito no material estudado. Isso não ocorre na escala Fahrenheit. O aumento de um grau Celsius causa um acréscimo de 9/5 de grau Fahrenheit. Além disso, o zero na escala Celsius corresponde a 32°F, uma vez que essa escala não é ajustada em termos da temperatura de fusão da água. Assim, podemos fazer a conversão entre as duas escalas usando a seguinte equação:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32°.$$

Exemplificando

Você viajou a trabalho para os Estados Unidos e está decidindo que roupa irá vestir para sair do hotel. Você consultou um site local de meteorologia e leu que a temperatura mínima prevista na cidade é de 77 °F. Você levará uma blusa?

Resposta: se a temperatura estivesse na unidade Celsius, você saberia exatamente o que fazer. Então, o melhor a fazer é converter a unidade.

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32°$$

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(77 - 32) = 25°C.$$

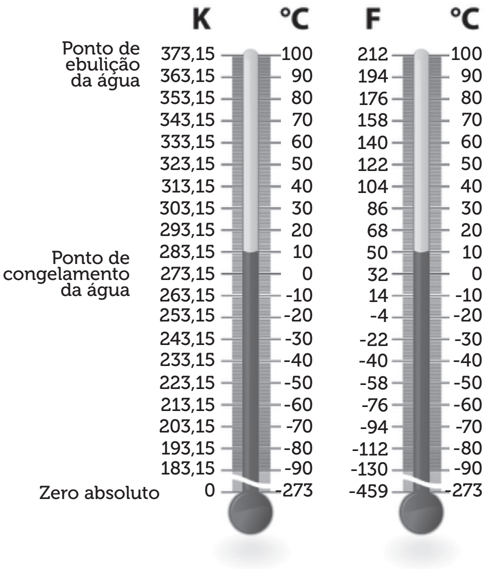
Aparentemente, é um belo dia de verão, e você deixaria a blusa no hotel.

Reflita

Existem muitas outras escalas de temperatura não tratadas aqui. Por sinal, você poderia criar a sua própria escala. Você saberia como fazer isso? Que cuidados precisaria tomar para que ela seja correta e útil?

Nós ainda não discutimos como seria possível criar um termômetro. Existem várias maneiras, mas agora discutiremos uma das mais comuns, que utiliza conhecimentos que desenvolvemos na unidade anterior. Lá, afirmamos que um fluido preso em um recipiente exerce pressão sobre as paredes desse recipiente. Mostramos também como podem ser construídos medidores de pressão em tal situação, usando barômetros de mercúrio ou medindo a força exercida pelo fluido sobre uma superfície móvel. A Figura 2.1 apresenta um comparativo entre as escalas termométricas.

Figura 2.1 | Comparativo entre as escalas termométricas



Fonte: <http://www.infoescola.com/wp-content/uploads/2010/01/escalas-termometricas1.jpg>. Acesso em: 5 set. 2016.

Vamos supor que há um gás no interior de um recipiente de volume constante ligado a um medidor de pressão. O gás ocupa o recipiente completamente. Você já sabe que a pressão é uma característica dependente do movimento das partículas, assim como a temperatura, e não se surpreenderá de saber que existe uma relação entre ambas.

No caso do gás, ele não está preso a uma estrutura rígida. Assim, com o aumento da temperatura, as moléculas do gás se movimentam cada vez mais rápido, de maneira que elas exercem uma força cada vez maior ao colidirem com as paredes do recipiente. Avaliando o comportamento coletivo das partículas, podemos dizer que o aumento da temperatura a volume constante causa um aumento de pressão no recipiente.

Escolhendo bem o gás utilizado, podemos obter uma relação linear entre aumento de pressão e aumento de temperatura. Assim, o medidor de pressão pode fornecer uma temperatura, desde que você conheça essa relação e saiba converter o valor medido em Pascais para o valor desejado em graus Celsius, Kelvin ou qualquer outra escala de temperatura de sua preferência.

Expansão térmica

Como poderemos compreender o fenômeno da expansão térmica? Primeiramente, vamos tentar compreender a verdadeira física por detrás da dilatação sofrida por determinados materiais. O princípio fundamental nós já compreendemos: com o aumento da temperatura, os átomos e moléculas que compõem um determinado material extraem uma grande quantidade de energia do seu meio, que é transformada em energia cinética de rotação ou de translação. Assim, essas moléculas se agitam e viajam em grandes velocidades, colidindo umas com as outras.

Lembre-se: tudo isso ocorre em escalas microscópicas, de modo que você não observa toda essa agitação a olho nu, nem mesmo com microscópios laboratoriais. Para entender como as moléculas são pequenas, lembre-se de que em uma única colher de sopa de água existe aproximadamente um mol de água. Um mol é um agrupamento de $6{,}02214179 \times 10^{23}$ partículas.

Para simplificar, podemos entender que, quando as moléculas têm mais energia e estão mais agitadas, elas colidem umas com as outras e conseguem se manter mais afastadas. Assim, elas ocupam um volume maior. Esse é o princípio por detrás da dilatação térmica.

- Maior temperatura significa aumento de volume.
- Menor temperatura significa diminuição de volume.

Assimile

Existem algumas poucas exceções em que o aumento da temperatura causa uma diminuição do volume. Mas isso ocorre por causas distintas daquela já citada, por exemplo: rearranjos de átomos ou mudanças de estado. Se você já esqueceu uma garrafa de vidro com uma bebida no congelador, conhece bem um exemplo clássico: o gelo tem um volume maior do que a água. No geral, entretanto, um aumento de temperatura resultará em um aumento no volume, e vice-versa.

Um exemplo clássico é o da água. Vamos entender o que ocorre à medida que vamos aumentando sua temperatura?

Vamos pensar que inicialmente a água está no estado sólido, na forma de gelo. As moléculas de água estão distribuídas em uma estrutura cristalina rígida, com muito pouca liberdade de movimento. Apesar de estarem presas à estrutura, elas ainda conseguem vibrar. Com o aumento da temperatura, elas vibram cada vez mais. Em torno de 0 °C, inicia-se um processo em que as moléculas de água vibram tanto que começam a escapar da estrutura cristalina, formando água no estado líquido, até que todo o gelo se transforme em água.

À medida que a temperatura aumenta, as moléculas de água, que agora estão no estado líquido e têm muito mais liberdade de movimento, passam a agitar-se cada vez mais. Em um determinado momento, em torno de uma temperatura de 100 °C, a agitação faz com que as moléculas de água libertem-se ainda mais da força de atração que as liga, e o vapor começa a se formar. A água ingressa no estado gasoso, no qual tem a maior liberdade de movimento, e as moléculas têm o maior afastamento entre si.

Reflita

Será que você já consegue entender como funciona um termômetro de mercúrio? O mercúrio é um metal que se encontra no estado líquido em temperatura ambiente. Se você inserir o mercúrio em um tubo de vidro fino e aumentar a temperatura do tubo, o que acontecerá?

Você deve entender que descrever o volume de um sólido ou líquido pensando em termos de suas moléculas pode ser um pouco complicado. Certamente isso exige conhecimentos que não detemos nesse momento. No entanto, existe uma maneira simples de descrever o fenômeno, que é suficiente para diversas aplicações da engenharia.

Suponha que você precisa conhecer o comportamento de um determinado material quando submetido a variações de temperatura. Então, você pode levar o material para um laboratório e verificar a maneira como ele se comporta quando submetido a um aumento de temperatura. Como um mesmo material sempre se comportará da mesma maneira quando aquecido ou resfriado, então você pode tabelar um coeficiente de dilatação. Esse coeficiente indicará quanto o comprimento do material mudará para cada unidade de temperatura.

Vamos supor que desejamos conhecer a variação no comprimento de uma barra metálica (perceba que não estamos preocupados com o volume, mas sim com o comprimento). Então, podemos levar o material para um laboratório e descobrir qual é seu coeficiente de dilatação linear, que chamaremos de α. Assim, podemos relacionar a variação do comprimento (ΔL) em uma barra de comprimento (L_0) para uma determinada variação de temperatura (ΔT):

$$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta T.$$

A unidade do coeficiente de dilatação linear é o inverso da unidade de temperatura utilizada. Uma maneira interessante de escrever a fórmula é relacionar o comprimento final da barra com o comprimento inicial:

$$L = L_0 + \Delta L = L_0(1 + \alpha\, \Delta T).$$

Quadro 2.1 | Coeficientes de dilatação linear

Substância	α (1/°C)
Concreto	$12 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$23 \cdot 10^{-6}$
Latão	$19 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17 \cdot 10^{-6}$
Aço	$11 \cdot 10^{-6}$

Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2012, p. 190).

Exemplificando

Uma barra de alumínio de 10 m de comprimento à temperatura ambiente é submetida a uma variação de temperatura de 100 °C. Encontre qual foi a variação no comprimento da barra e qual é o comprimento final da barra.

Resolução:

Sabemos que o comprimento inicial da barra é $L_0 = 10m$ e que a variação de temperatura foi de $\Delta T = 100°C$. Consultando o Quadro 2.1, verificamos que $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}\ /\ °C$. Assim:

$$\Delta L = L_0\, \alpha\, \Delta T = 10 \cdot 23 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 0{,}023m.$$

O comprimento da barra variou em 0,023 m ou 2,3 cm. O comprimento final da barra será:

$$L = L_0 + \Delta L = 10 + 0,023 = 10,023m.$$

Faça você mesmo

Uma barra de aço de 5 m de comprimento à temperatura ambiente é resfriada em 50 °C. Encontre qual foi a variação no comprimento da barra e qual é o comprimento final da barra.

Por outro lado, é possível que você esteja analisando um líquido ou um sólido, e esteja interessado em sua variação de volume. Novamente, é possível levar o material para um laboratório e descobrir como ele reage quando submetido a variações de temperatura. Assim, obteríamos o coeficiente de dilatação volumétrica β. Podemos relacionar a variação do volume (ΔV) em um objeto de comprimento (V_0) para uma determinada variação de temperatura (ΔT):

$$\Delta V = V_0 \, \beta \, \Delta T.$$

A unidade do coeficiente de dilatação volumétrico também é o inverso da unidade de temperatura utilizada. O volume final do objeto pode ser obtido diretamente a partir da expressão:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \beta \, \Delta T).$$

Para nossa sorte, não precisaremos de outra tabela para valores de coeficientes de dilatação volumétrica, pois temos uma relação simples com os coeficientes lineares:

$$\beta = 3\alpha.$$

Exemplificando

Uma esfera de concreto de raio 0,5 m encontra-se a uma temperatura de 450 K. A temperatura diminui gradativamente até 300 K. Encontre o volume final da esfera.

Resolução:

Com o raio da esfera, podemos obter seu volume inicial:

$$V_0 = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx 0,5236m^3.$$

A variação de temperatura foi de $\Delta T = T_f - T_i = -150K$, ou $\Delta T = -150°C$, considerando que as escalas Celsius e Kelvin só diferem por um fator constante.

Consultando o Quadro 2.1, verificamos que $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} / °C$, portanto:

$$\beta = 3\alpha = 3 \cdot 12 \cdot 10^{-6} = 36 \cdot 10^{-6} / °C.$$

Estamos prontos para calcular o novo volume da esfera.

$$V = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \beta \Delta T)$$

$$V = 0,5236 \cdot (1 + 36 \cdot 10^{-6} \cdot (-150)) \approx 0,5208m^3.$$

Com isso, nota-se uma redução no volume da esfera de concreto devido à redução da temperatura.

Pesquise mais

Intrigado com a relação $\beta = 3\alpha$? Veja como ela pode ser obtida na página 114 da referência a seguir. Na mesma página você encontra também uma tabela mais completa com os coeficientes de dilatação.

JEWETT, John; SERWAY, Raymond. Temperatura. In: **Física para cientistas e engenheiros**: Oscilações, ondas e termodinâmica. 8. ed. São Paulo: Cengage, 2012. Cap 5. p.114. Vol. 2.

Sem medo de errar

Lembre-se de que na presente unidade você se colocou no lugar de uma engenheira que está chefiando a instalação de uma usina de biomassa em uma fazenda que conta com um complexo industrial para processamento de grãos. No momento, a tarefa dela é escolher qual gerador adquirir. Ela até agora encontrou três geradores no mercado que atendem às especificações de geração de energia. O gerador A trabalha com vapor em uma faixa de temperatura de 450 °C a 600 °C. O gerador B trabalha na faixa de 550 K a 720 K. O gerador C trabalha em uma faixa de de 870 °F a 1050 °F. Sabendo que a temperatura do vapor gerado na usina está prevista para oscilar entre

490 °C e 510 °C, quais dos geradores indicados são boas opções de compra?

Já sabemos que o gerador A pode ser adquirido, pois sua faixa de funcionamento acomoda com folga a temperatura prevista para o vapor de água da usina. E o que podemos dizer dos geradores B e C?

Convertendo as temperaturas do gerador B para a escala Celsius, temos:

$$T_K = T_C + 273 \quad \rightarrow \quad T_C = T_K - 273^\circ$$

$$T_{\min B} = 550 - 273 = 277^\circ C$$

$$T_{\max B} = 720 - 273 = 447^\circ C$$

Vemos portanto que o gerador B trabalha na faixa de 277 °C a 447 °C, abaixo da temperatura requerida para o projeto. Não é uma opção viável.

Analisando o gerador B, obtemos:

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32^\circ$$

$$T_{\min C} = \frac{5}{9}\left(T_F - 32\right) = \frac{5}{9}\left(870 - 32\right) \approx 466^\circ C$$

$$T_{\max C} = \frac{5}{9}\left(T_F - 32\right) = \frac{5}{9}\left(1050 - 32\right) \approx 566^\circ C \, .$$

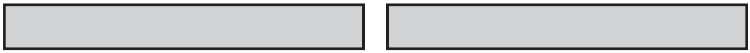
Vemos que o gerador C também é viável, acomodando com folga a faixa requerida na usina.

Portanto, são opções viáveis para compra os geradores A e C, que podem ser escolhidos em termos de outras características, como durabilidade e preço.

Continuando o projeto, o plano é instalar a tubulação formada por peças de 2 m de comprimento de maneira que sejam evitados danos quando a temperatura for aumentada à faixa dos 500 °C do vapor operado pela máquina. A temperatura ambiente no momento da instalação é estimada em 30 °C.

Os tubos de aço devem ser instalados de modo que haja um vão entre eles, que será ocupado por uma peça específica, que permitirá a expansão e o perfeito encaixe deles quando ocorrer o aumento de temperatura, como mostra esquematicamente a Figura 2.2.

Figura 2.2 | Instalação da tubulação



Fonte: elaborada pelo autor.

Cada um dos tubos sofrerá uma expansão ΔL, que agora estamos aptos a calcular. Perceba, entretanto, que cada um dos tubos sofrerá uma expansão igual e, naturalmente, eles se expandirão para ambos os lados. Assim, teremos uma expansão de $\Delta L / 2$ para cada lado, de cada tubo. O tubo da direita aumentará em $\Delta L / 2$ no vão indicado, enquanto o tubo da esquerda também aumentará em $\Delta L / 2$. Assim, o comprimento do vão deverá ser de exatamente ΔL. Vamos calcular esse valor? Precisamos resolver:

$$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta T \; .$$

Sabemos que $L_0 = 2m$. No que diz respeito à temperatura, teremos:

$$\Delta T = T_f - T_i = 500 - 30 = 470°C.$$

O material escolhido é o aço. Consultando o Quadro 2.1, encontramos $\alpha = 11 \cdot 10^{-6} \; / \; °C.$

Portanto, podemos agora calcular o comprimento do vão, que é igual à expansão térmica de um único tubo de aço:

$$\Delta L = L_0 \, \alpha \, \Delta T$$

$$\Delta L = 2 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 470 \approx 0{,}01m.$$

Assim, a instalação deve ser realizada respeitando-se espaços de 1 cm entre cada tubo, para evitar danos ao equipamento no momento de sua ativação.

Avançando na prática

Máquina industrial

Descrição da situação-problema

Você é um engenheiro de uma empresa que cria equipamentos industriais. Devido aos seus grandes conhecimentos de física, você geralmente é convidado a assumir projetos que envolvem componentes que trabalham com temperaturas elevadas. Um equipamento específico foi projetado para trabalhar a uma temperatura de 300 °C. Nele, existe um componente de cobre que deve ocupar um volume de exatamente $0,4m^3$ quando a máquina estiver em operação. Considerando que o equipamento será montado no local a uma temperatura de 20 °C, qual deverá ser o seu volume a essa temperatura?

Resolução da situação-problema

A variação de temperatura será de $\Delta T = T_f - T_i = 20 - 300 = -280°C$.

Consultando a Quadro 2.1, verificamos que $\alpha = 17 \cdot 10^{-6} \; / \; °C$ e, portanto, que:

$$\beta = 3\alpha = 3 \cdot 17 \cdot 10^{-6} = 51 \cdot 10^{-6} \; / \; °C \, .$$

Temos o volume final do equipamento, e desejamos obter o volume inicial dele.

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 (1 + \beta \, \Delta T)$$

$$0,4 = V_0 \cdot (1 + 51 \cdot 10^{-6} \cdot 280)$$

$$V_0 = \frac{0,4}{(1 + 51 \cdot 10^{-6} \cdot 280)} \approx 0,3944 m^3 \, .$$

O volume inicial é um pouco inferior que o final, como pudemos observar.

Faça valer a pena

1. A _____ é uma grandeza física que indica o estado de vibração e movimento dos átomos e moléculas que o compõem. O _____ é um estado em que todos os átomos e moléculas do sistema estudado tiveram tempo suficiente para trocar energia e atingirem um estado médio de vibração e movimento. Um objeto em equilíbrio térmico tem uma _____ constante em todos os pontos.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto.

a) pressão; equilíbrio térmico; velocidade.

b) pressão; equilíbrio dinâmico; velocidade.

c) temperatura; equilíbrio dinâmico; temperatura.

d) temperatura; equilíbrio térmico; velocidade.

e) temperatura; equilíbrio térmico; temperatura.

2. Você tem dois termômetros. Um indica temperaturas na escala Kelvin, outro na escala Fahrenheit. Eles são utilizados para medir a temperatura de dois objetos, e indicam leituras, respectivamente, de $303K$ e $86\ °F$.

Encostando um objeto no outro, eles demonstram estar em equilíbrio térmico? Qual é a temperatura inicial de cada um deles na escala Celsius?

a) Eles não se encontram em equilíbrio térmico e têm temperaturas de 30 °C e 25 °C, respectivamente.

b) Eles não se encontram em equilíbrio térmico e têm temperaturas de 25 °C e 30 °C, respectivamente.

c) Eles não se encontram em equilíbrio térmico e têm a mesma temperatura 30 °C.

d) Eles se encontram em equilíbrio térmico e têm a mesma temperatura 30 °C.

e) Eles se encontram em equilíbrio térmico e têm temperaturas de 30 °C e 25 °C, respectivamente.

3. Um objeto aumenta de volume caso seja inserido em um ambiente de maior temperatura e, gradativamente, entra em equilíbrio térmico com esse meio. Isso ocorre porque, com o aumento da temperatura, os átomos que compõem o objeto adquirem maior energia e entram em um estado mais intenso de agitação, ocupando um maior espaço.

Qual é a variação de temperatura ambiente necessária para que um cabo de aço de 5 m aumente seu comprimento em 4 cm?

a) 225 °C.

b) 378 °C.

c) 727 °C.

d) 604 °C.

e) 545 °C.

Seção 2.2

Calorimetria

Diálogo aberto

Olá, estudante! Iniciamos mais uma seção de estudo, agora que já compreendemos melhor alguns fenômenos térmicos, como a dilatação térmica. Nesse momento, desejamos falar sobre o calor, que em física tem um significado muito específico: é uma forma de energia.

A compreensão da termodinâmica e suas leis permitiu que o homem dominasse formas de gerar trabalho a partir do calor proveniente de reações de combustão, por exemplo. Usinas termoelétricas geram calor a partir da queima de combustíveis fósseis, biocombustíveis ou mesmo combustíveis nucleares. Esse calor é utilizado para aquecer a água, criando o vapor de água, que pode mover as turbinas de um gerador de energia elétrica. A queima de combustíveis também move os automóveis, uma vez que o calor gerado em reações de combustão faz com que um gás se expanda, movimentando os pistões do motor, gerando rotação para os eixos e as rodas do carro. O calor, portanto, pode gerar energia elétrica ou de movimento.

Voltamos agora à usina de biomassa, onde os resíduos da produção agrícola de uma grande fazenda são incinerados para gerar energia elétrica. A engenheira responsável pela usina precisa calcular a quantidade de calor necessária para aquecer as duas toneladas de água, inicialmente a 80 °C, transformando-as em vapor a 500 °C através de uma caldeira. Isso é importante para que seja estimada a quantidade de biomassa necessária para a produção contínua de energia elétrica, que deve ocorrer preferencialmente utilizando-se os resíduos da própria fazenda, sem que seja necessária a aquisição de combustível para mover a usina, tornando assim a fazenda autossustentável em energia elétrica.

Vamos lá?

Não pode faltar

O calor é uma forma importante de energia, que pode ser absorvida pelos átomos e moléculas que compõem um material, dando origem a um determinado estado de vibração. Como vimos anteriormente, o estado de vibração das partículas que compõem um material está diretamente relacionado com a sua temperatura. Assim, é natural que os conceitos calor e temperatura estejam intimamente relacionados.

Como se trata de uma forma de energia, medimos o calor em Joules (J). Entretanto, historicamente, temos outra unidade importante de energia, que é a caloria. Uma caloria equivale aproximadamente a 4,18 J. Essa unidade está muito presente em nosso dia a dia, pois, quando discutimos o conteúdo de energia que o corpo é capaz de extrair dos alimentos, costumamos utilizar a unidade quilocaloria, kcal, que você encontra nos rótulos dos alimentos que adquire no supermercado.

Exemplificando

No rótulo de um suco de laranja integral você encontra a informação nutricional que indica que um copo de 200 ml contém aproximadamente 86 kcal de energia armazenada. Encontre a energia em Joules que torna-se disponível para ser aproveitada pelo seu corpo, gerando calor ou movimento, após o consumo do copo de suco.

Resolução:

Sabemos que $1cal \approx 4{,}18J$.

Então, $86kcal \approx 86 \cdot 4{,}18 \cdot 10^3 = 359480J$.

É uma grande quantidade de energia. Por comparação, lembre-se que a energia necessária para elevar um objeto de 1 kg em 1 m acima de sua posição inicial é de: $m \cdot g \cdot h = 1 \cdot 9{,}8 \cdot 1 = 9{,}8J$.

Vamos supor que estamos estudando um determinado sistema, que pode ser um objeto isolado ou o gás contido no interior de um determinado recipiente, por exemplo. Esse objeto ou gás contém uma determinada energia interna (E_{int}), que é a sua energia associada ao movimento, à posição, quando submetido à energia potencial de qualquer tipo, e também à configuração de ligações químicas das moléculas das substâncias que formam o objeto no referencial de repouso para seu centro de massa. A energia interna varia termodinamicamente conforme as alterações de pressão, volume, temperatura e número de mols de uma dada substância.

A energia interna desse sistema pode ser alterada devido a transformações em seu estado ou interações com o meio.

Por exemplo, podemos imaginar que o sistema seja uma panela que contém água aquecida a uma temperatura de 80 °C. Você sabe o que ocorrerá se essa panela for deixada em repouso sobre o fogão, com o fogo desligado. Lentamente, a panela e a água perderão calor, até entrar em equilíbrio térmico com a vizinhança. É claro que no estado inicial a panela e a água possuíam mais energia do que no estado final, em temperatura ambiente. E é claro que a energia total é conservada, de modo que ela não pode ter desaparecido.

A diferença entre a energia interna inicial do sistema e a energia interna final, variação na energia interna ΔE_{int}, foi transferida para o ambiente. Considerando o dado exemplo, chamamos essa energia transferida de calor (denotaremos o calor por Q), de modo que:

$$Q = \Delta E_{int} .$$

- Quando a temperatura diminui, o sistema dissipa energia na forma de calor.

- Quando a temperatura aumenta, o sistema recebe energia na forma de calor.

A variação na energia interna de um sistema devido à troca de calor é proporcional à variação na sua temperatura:

$$Q = \Delta E_{int} = C \cdot \Delta T .$$

onde C é a capacidade calorífica do sistema. Essa grandeza tem um significado muito claro, que é a quantidade de energia térmica necessária para elevar a temperatura do sistema em um grau. No caso de sistemas simples, é interessante definir a capacidade térmica em termos da massa da substância estudada, de modo que $C = c \cdot m$. No caso, c é o calor específico da substância e é um valor que pode ser tabelado.

Cada substância possui um determinado calor específico (c) bem estabelecido, que é exatamente a quantidade de energia térmica necessária para elevar a temperatura de 1 kg da substância em exatamente 1 °C. A unidade de calor específico é $J/kg \cdot K$.

Com essas reflexões, compreendemos que podemos escrever:

$$Q = \Delta E_{int} = C \cdot \Delta T = m \cdot c \cdot \Delta T .$$

Exemplificando

Uma esfera de cobre de 0,1 kg encontra-se a uma temperatura de 27 °C. Ela é inserida em uma geladeira onde a temperatura ambiente é 5 °C. Sabendo que o calor específico do cobre é de 386 J/Kg °C, encontre a capacidade calorífica do objeto e também a quantidade de calor transferida por ele para a geladeira.

Resolução:

Sabemos que a capacidade calorífica é a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura do objeto em um grau. Como o calor específico foi fornecido, basta multiplicá-lo pela massa.

$$C = m \cdot c = 0{,}1 \cdot 386 = 38{,}6 \text{ J/°C}$$

Note que o raciocínio é simples. Se são necessários 386 J para aumentar a temperatura de 1 kg de cobre em 1 °C, então precisamos de um décimo disso (38,6J) para elevar a temperatura da esfera em 1 °C.

Assim, a variação do calor na esfera de cobre na situação descrita é:

$$Q = C \cdot \Delta T = C \cdot (T_f - T_i) = 38{,}6 \cdot (5 - 27) = -849{,}2J .$$

Trata-se de uma quantidade negativa, pois a esfera de cobre perdeu essa energia. Portanto, a geladeira recebeu 849,2 J.

Além do aumento de temperatura em algumas substâncias, temos também outro fenômeno comum que requer variação na energia interna de um sistema: a mudança de fase. Por exemplo, podemos estudar a transformação do gelo em água no estado líquido. Sabemos que para isso o ambiente precisa transferir energia para o gelo. Mas como será que esse fenômeno se realiza?

Um fato muito importante, que você deve gravar em sua memória, é que, enquanto a mudança de fase está se processando, a temperatura de substâncias puras não se altera. Assim, enquanto um cubo de gelo derrete, sua temperatura se mantém constante em zero grau. Você já deve ter presenciado esse fato em uma festa, onde as bebidas são armazenadas em um balde com muito gelo e um pouco de água. O tempo passa e o gelo progressivamente derrete, mas a temperatura mantém-se a mesma por muito tempo.

A quantidade de energia que deve ser fornecida para um sistema a que se realize uma mudança completa de fase em uma unidade de massa de uma determinada substância chama-se calor latente, que denotaremos por L, de modo que:

$$Q = m \cdot L.$$

A unidade de calor latente é J/K.

Exemplificando

Suponha que 100 g de gelo inicialmente a uma temperatura de -10 °C são aquecidos até uma temperatura de 5 °C. Qual quantidade de energia deve ser transferida para que essa transformação ocorra? Dados os calores específicos da água (4180 J/Kg °C) e do gelo (2050 J/Kg °C), o calor latente de fusão do gelo é 333500 J/Kg.

Resolução:

Para aquecer o gelo até seu ponto de fusão, precisamos fornecer energia suficiente para elevar sua temperatura em 10 °C. Então:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta T = 0{,}1 \cdot 2050 \cdot 10 = 2050J.$$

Então, para derreter o gelo, precisa ser fornecido mais um calor igual a:

$$Q_2 = m \cdot L = 0{,}1 \cdot 333500 = 33350J.$$

Por fim, após o derretimento do gelo, a temperatura da água deve ser elevada em 5 °C. Então:

$$Q_3 = 0{,}1 \cdot 4180 \cdot 5 = 2090J.$$

O calor total que deve ser fornecido para levar gelo a -10 °C até água a 5 °C é:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2050 + 33350 + 2090 = 37490J \,.$$

Caso você tenha a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos em termodinâmica, verá que é muito importante ter o controle sobre as condições às quais está submetido seu sistema. Por exemplo, se estamos estudando um fluido que preenche completamente um recipiente cujo volume não se altera, então o sistema tem volume constante. Nesse caso, a pressão do fluido poderá ser alterada. Outra situação típica é quando um sistema encontra-se submetido a uma pressão bem definida, mas tem liberdade para alterar seu volume. Essas condições específicas podem alterar o valor do calor específico de determinadas substâncias. Assim, é importante diferenciar o calor específico a volume constante c_v do calor específico a pressão constante c_p. Para sólidos e líquidos, os valores são muito próximos, mas, para fluidos no estado gasoso, as quantidades podem ser bem diferentes.

Sabemos que alguns materiais são bons condutores de calor e outros, maus. Os metais costumam ser bons condutores de calor, enquanto materiais como o vidro e a madeira são maus condutores. Os bons condutores transmitem energia rapidamente de uma extremidade a outra e entram mais rapidamente em equilíbrio com o ambiente do que os maus condutores.

Uma coisa curiosa é a sensação que você tem quando toca um objeto no dia a dia. A temperatura do seu corpo é mais ou menos constante, com seus órgãos internos mantidos a uma temperatura de aproximadamente 37 °C. No inverno, quando você toca um bom condutor de calor, um metal, por exemplo, tem uma sensação fria, uma vez que ele retira rapidamente o calor de sua pele e o transmite para o restante de sua extensão. No verão, se você está em um lugar realmente quente, onde a temperatura ambiente é muito superior à temperatura do corpo, você teria uma sensação quente ao tocar um metal, uma vez que ele levaria rapidamente energia térmica para sua pele.

Com relação aos maus condutores de calor, você sempre tem uma sensação mais neutra ao tocá-los, pois a troca mais significativa de energia ocorre com a parte mais superficial do objeto, de modo que ele leva mais tempo tanto para roubar calor quanto para fornecer calor à sua pele.

Vamos supor dois sistemas: 1 e 2, em contato um com o outro, mas isolados do restante do universo. Eles trocarão calor até que atinjam o equilíbrio térmico. A temperatura de equilíbrio pode ser determinada por meio de um equacionamento simples. O sistema 1, mais quente, está inicialmente à temperatura T_1; o sistema 2, de temperatura mais baixa, está inicialmente à temperatura T_2. Então, sabemos que o sistema 1 resfriará até uma temperatura T, enquanto o sistema 2 será aquecido até a mesma temperatura T. Sabemos também que o calor fornecido pelo sistema 1 será igual em módulo ao calor recebido pelo sistema 2. Então:

$$Q_2 = -Q_1$$

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (T - T_2) = -m_1 \cdot c_1 \cdot (T - T_1)$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot T + m_1 \cdot c_1 \cdot T$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2 = (m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1) \cdot T$$

$$T = \frac{1}{m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1} \cdot (m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2).$$

Exemplificando

Suponha que uma barra de chumbo de massa 250 g a uma temperatura de 100 °C é encostada em uma barra de cobre de 160 g a uma temperatura de -20 °C. Desprezando a troca de calor com o ambiente, qual será a temperatura final de equilíbrio das duas barras? São dados os calores específicos do chumbo (128 J/Kg · °C) e do cobre (386 J/Kg · °C).

Resolução:

A barra de chumbo está a uma temperatura maior do que a da barra de cobre. Sabemos que ela fornecerá a seguinte quantidade de calor à barra de cobre, que depende da temperatura que desejamos obter:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T_1 = 0{,}25 \cdot 128 \cdot (T - 100).$$

A barra de cobre receberá a seguinte quantidade de calor:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta T_2 = 0,16 \cdot 386 \cdot (T - (-20)) = 0,16 \cdot 386 \cdot (T + 20).$$

Então, podemos analisar o fato de que o corpo mais quente fornece o mesmo módulo de energia do que a recebida pelo corpo mais frio (perceba que os sinais são diferentes, pois um doa e outro recebe energia). Por isso, fazemos:

$$Q_2 = -Q_1$$

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (T - T_2) = -m_1 \cdot c_1 \cdot (T - T_1)$$

$$T = \frac{1}{m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1} \cdot (m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2)$$

$$T = \frac{1}{0,16 \cdot 386 + 0,25 \cdot 128} \cdot (0,25 \cdot 128 \cdot 100 + 0,16 \cdot 386 \cdot (-20))$$

$$T \approx 21°C.$$

Já deve ter ficado claro que a energia interna de um sistema pode ser alterada por meio da troca de calor com o ambiente ou, mais especificamente, com outros sistemas. Entretanto, a transferência de calor não é a única maneira de alterar sua energia interna, pois o sistema pode também realizar trabalho sobre o ambiente externo. Um exemplo disso é o do combustível no interior de um motor. Ele é misturado com ar e incinerado, liberando muito calor. O calor faz com que a mistura gasosa resultante se expanda, movendo o pistão do carro. O pistão é deslocado em uma determinada distância por uma força que depende da área do pistão e da pressão exercida pelo gás.

Quando uma força constante F move um objeto por uma distância d, então podemos afirmar que o trabalho W realizado por essa força é igual a:

$$W = F \cdot d,$$

considerando que a força é aplicada na mesma direção e sentido do movimento.

Na mecânica, faz muito sentido trabalhar com as grandezas força e distância. Na termodinâmica, entretanto, trabalhamos regularmente com fluidos, e faz mais sentido trabalhar com as grandezas pressão e volume. Nós já estudamos os cilindros hidráulicos em nossa primeira seção de estudo, em que você foi capaz de calcular a força exercida sobre o pistão, que era igual à pressão do fluido multiplicada por sua área. Nesse caso, é possível relacionar o trabalho com a pressão e o volume da seguinte maneira:

$$W = F \cdot d = P \cdot A \cdot d$$

$$W = P \cdot \Delta V,$$

onde ΔV é a variação de volume em um fluido. Nesse caso, W é o trabalho realizado sobre o pistão pelo fluido.

É claro que não estamos limitados ao caso em que as forças envolvidas são constantes. Na natureza, as forças variam de maneiras diversas, em muitos casos, seguindo funções bem conhecidas da matemática, como funções afins, quadráticas, senoidais ou exponenciais, ou quaisquer outras, variando com relação ao tempo ou com relação à posição do objeto. Para trabalhar com forças variáveis, muito comuns na natureza e nas aplicações da engenharia, você precisa conhecer as técnicas do cálculo diferencial e integral.

Para forças variáveis, o trabalho pode ser calculado realizando-se uma integral. Nesse caso:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P \cdot dV,$$

onde V_i é a posição inicial do movimento e V_f a posição final.

Assim, podemos medir a variação na energia interna de um sistema como o calor recebido por ele acrescido do trabalho realizado sobre ele. Portanto:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W.$$

Fique atento aos sinais das quantidades envolvidas. O sinal negativo indica perda de energia pelo sistema. Assim, o sistema perde energia interna por perder calor para o ambiente, ou por realizar trabalho mecânico sobre outro sistema. Nesses casos, os sinais são negativos.

Assimile

Primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q_{entra} + W_{sobre}.$$

"A variação da energia interna em um sistema é igual à soma do calor transferido para o sistema mais o trabalho realizado sobre o sistema." (TIPLER; MOSCA, 2009, p. 607).

Reflita

Em um motor de combustão interna o gás empurra o pistão, realizando trabalho mecânico sobre ele. Nesse caso, na equação da energia interna, o trabalho será uma grandeza positiva ou negativa?

A primeira lei da termodinâmica é uma maneira simples de afirmar que a energia se conserva em um sistema termodinâmico. A variação da energia em um sistema é igual numericamente à soma do calor que é recebido por ele com o trabalho que é exercido sobre ele. Assim, reafirmamos a lei da conservação de energia, uma vez que energia interna do sistema não pode se perder, ela somente é transferida, seja na forma de calor, seja na forma de trabalho.

Um sistema isolado não poderia sofrer variação em sua energia interna, pois ele está impedido de trocar energia com o ambiente.

Um sistema adiabático é aquele que pode trocar energia na forma de trabalho com o ambiente, mas está impedido de trocar calor com o ambiente.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos lendo o capítulo "Teoria cinética dos gases". In: HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: Gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2012. Cap. 19. p. 217-247. Vol. 2.

Sem medo de errar

A engenheira da nossa situação-problema precisa calcular a quantidade de calor necessária para aquecer as duas toneladas de água inicialmente armazenadas na caldeira a 80 °C, transformando-as em vapor a 500 °C. Após consultar algumas tabelas, ela verifica os calores específicos da água (4,18 KJ/Kg · °C), do vapor (2,02 KJ/Kg · °C) e também do calor latente de vaporização da água (2257 KJ/Kg).

Atenção

Não se esqueça de que a água sofrerá uma mudança de estado, tornando-se vapor. Precisamos calcular a energia necessária para a alteração de estado.

Resolução:

Para aquecer a água até seu ponto de ebulição, precisamos fornecer energia suficiente para elevar sua temperatura em 20 °C. Então:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta T = 2000 \cdot 4180 \cdot 20 \approx 0{,}167 \cdot 10^9 J.$$

Para, então, transformar água em vapor, é preciso que seja fornecido um calor igual a:

$$Q_2 = m \cdot L = 2000 \cdot 2257000 = 4{,}514 \cdot 10^9 J.$$

Por fim, a temperatura do vapor deve ser elevada em 400 °C. Então:

$$Q_3 = 2000 \cdot 2020 \cdot 400 = 1{,}616 \cdot 10^9 J.$$

O calor total que deve ser fornecido para levar água a 80 °C até vapor a 500 °C é:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0{,}167 \cdot 10^9 + 4{,}514 \cdot 10^9 + 1{,}616 \cdot 10^9 \approx 6{,}3 \cdot 10^9 J$$

.

Assim, a engenheira de nossa história agora pode utilizar essa informação para estimar quanto combustível a usina de biomassa consumirá por dia, e poderá ajustar esses parâmetros para que a usina seja sustentável, usando somente os resíduos produzidos na própria fazenda.

Avançando na prática

Máquina industrial

Descrição da situação-problema

Você é o engenheiro responsável por uma planta de uma grande indústria. Em breve, um componente de uma máquina pesada será substituído, e o fornecedor já avisou que ele aquece rapidamente até uma temperatura de 300 °C e, posteriormente, perde calor para o entorno. Você sabe que isso não causará danos na máquina, mas quer saber se isso poderá oferecer algum risco para seus funcionários. Você também sabe que o componente tem uma massa de 25 kg e é feito majoritariamente de cobre. Ele, então, será instalado na máquina, que tem uma massa de 400 kg, funciona a uma temperatura de 30 °C e é feita principalmente de aço. Portanto, antes mesmo do equipamento chegar, você resolveu fazer um cálculo rápido para ter uma ideia se a superfície da máquina aquecerá a ponto de oferecer algum risco a seus funcionários, exigindo a instalação de avisos de segurança adicionais e compras de EPIs (equipamentos de proteção individual).Você consultou um manual e descobriu os valores para o calor específico do cobre (386 J/Kg · °C) e do aço (486 J/Kg · °C). O que pode ser concluído?

Lembre-se

Nesse caso, desprezando-se os efeitos do ambiente, a temperatura de equilíbrio resultará de um compartilhamento de energia térmica entre os componentes, até que seja atingida uma temperatura de equilíbrio T.

Resolução da situação-problema

O componente de cobre está a uma temperatura maior do que o restante da máquina. Considerando T a futura temperatura de equilíbrio do sistema componente + máquina, que é uma incógnita, podemos calcular o calor fornecido pelo componente (1) e recebido pela máquina (2). Então:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T_1 = 25 \cdot 386 \cdot (T - 300)\,.$$

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta T_2 = 400 \cdot 486 \cdot (T - 30)\,.$$

O módulo do calor trocado é igual. O calor é positivo para a máquina (recebido por ela) e negativo para o componente (perdido). Então, precisamos igualar:

$$Q_2 = -Q_1$$

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (T - T_2) = -m_1 \cdot c_1 \cdot (T - T_1)$$

$$T = \frac{1}{m_2 \cdot c_2 + m_1 \cdot c_1} \cdot (m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2)$$

$$T = \frac{1}{25 \cdot 386 + 400 \cdot 486} \cdot (25 \cdot 386 \cdot 300 + 400 \cdot 486 \cdot 30)$$

$$T \approx 43°C\,.$$

Após o sistema atingir o equilíbrio, a temperatura será no máximo 43 °C, considerando que a máquina perderá calor continuamente para o meio. É uma temperatura pouco acima da temperatura do corpo humano e, consultando as normas de segurança em instalações industriais, você verifica que os cuidados que já se tomam em termos de EPIs e treinamento para os funcionários são suficientes para que nenhuma nova ação precise ser tomada.

Faça valer a pena

1. Qualquer objeto possui um(a) _____ bem definido(a), que é a quantidade de calor necessária para aumentar sua temperatura em uma unidade na escala de temperatura definida. No caso de materiais puros, é interessante definir o(a) _____, que é o calor necessário para aumentar a temperatura de uma unidade de massa em uma unidade de temperatura. Por fim, o _____ é uma grandeza que indica a quantidade de calor necessária para que ocorra uma mudança de fase em uma unidade de massa de uma substância pura.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas no texto.

a) Capacidade calorífica; calor latente; calor específico.

b) Calor específico; capacidade calorífica; calor latente.

c) Calor latente; trabalho; calor específico.

d) Calor latente; calor específico; trabalho.

e) Capacidade calorífica; calor específico; calor latente.

2. No interior de um recipiente que se encontra à temperatura de 30 °C e possui capacidade calorífica de 5000 J/°C, é despejada uma quantidade de 200 g de água a 80 °C. Depois, o sistema é deixado em repouso por algum tempo. Considere o calor específico da água 4180 J/Kg · °C.

Qual é a temperatura final de equilíbrio do recipiente com a água?

a) 37 °C.

b) 40 °C.

c) 43 °C.

d) 46 °C.

e) 49 °C.

3. Um recipiente com capacidade térmica desprezível contém 200 g de água a uma temperatura ambiente de 30 °C. Em seu interior, é arremessada uma esfera de 500 g de aço a uma temperatura de 350 °C. Considere o calor específico do aço (486 J/Kg · °C) e o da água (4180 J/Kg · °C).

Marque a alternativa que indica corretamente o estado final do sistema.

a) O recipiente contém toda a água inicial e a esfera de aço.

b) O recipiente contém parte da água inicial e a esfera de aço.

c) O recipiente contém somente a esfera de aço.

d) O recipiente contém parte da água inicial, a esfera de aço e um princípio de formação de gelo.

e) O recipiente contém parte da água inicial, e a esfera de aço derreteu.

Seção 2.3

Fundamentos da termodinâmica

Diálogo aberto

Olá, estudante! Chegamos à última seção de nossa unidade. Você fez uma longa jornada, onde adquiriu importantes conhecimentos. Você já sabe muito sobre a mecânica dos fluidos e sobre temperatura e calor. Agora chegou o momento de compreender melhor o conceito de energia. Falaremos sobre as máquinas térmicas, os gases ideais e os ciclos termodinâmicos, que são maneiras engenhosas criadas pelos seres humanos para aproveitar a energia térmica e gerar trabalho útil. Com base nessa compreensão, criamos os motores de combustão, que movem a maior parte dos veículos nos dias de hoje.

Na natureza, a energia está presente em todos os lugares ao nosso redor, pronta para ser transformada de maneira útil para a humanidade. Entretanto, por mais que nos esforcemos, nunca conseguimos aproveitar 100% da energia disponível. Parte da energia aproveitada sempre se transforma de maneira diferente daquela que desejamos. As leis da física que descrevem tais limites são as leis da termodinâmica, em especial a segunda lei, da qual trataremos aqui.

Voltaremos, portanto, para a história da engenheira que recebeu a tarefa de projetar uma usina de biomassa. De fato, ela praticamente já concluiu o projeto. Ela teve ótimas ideias, que permitiram que o projeto fosse fechado a um custo bem mais baixo do que o estimado inicialmente. Entretanto, o cliente não está completamente satisfeito. Com a estimativa que realizamos na seção anterior, a conclusão foi que a usina de biomassa poderia gerar de maneira sustentável menos energia do que o previsto. Considerando que além de suprir as necessidades da própria indústria o cliente ainda queria vender o excedente de energia produzida, ele solicitou que a engenheira apresentasse uma solução para o aumento na produção de energia na fazenda.

Como é possível fazer isso? Quais são as opções disponíveis? Para resolver o problema, precisamos compreender melhor o conceito de energia e as suas formas de manifestação.

Não pode faltar

Em seus estudos de física, você já foi apresentado a diversos tipos de energia: energia cinética, energia potencial gravitacional, energia elástica, energia elétrica e energia térmica. Você sabe que essas formas de energia podem se manifestar no movimento dos sólidos e dos fluidos, no das partículas e na vibração das moléculas.

Você sabe que a energia pode se transformar. Você deve se lembrar de exercícios em que um objeto é solto de uma determinada altura em cima de uma mola. A energia potencial gravitacional transforma-se em energia cinética, pois o corpo acelera com a gravidade, e ele encontra a mola, que é deformada e armazena essa energia na forma de energia potencial elástica. Por fim, a mola retorna à sua posição inicial e arremessa o objeto para cima.

Nessa ocasião, você estudou a conservação de energia e viu que, no caso de uma mola ideal, desprezando a resistência do ar e quaisquer outros atritos, o objeto retorna à mesma altura da qual foi lançado. Entretanto, nós sabemos que na vida real as coisas não são assim. Não existem molas ideais nem se podem desprezar atritos e resistência do ar. **A energia se conserva, é claro. Mas ela nem sempre se transforma da maneira que nós desejamos.**

O atrito, a resistência do ar e as deformações internas da mola não ideal roubam energia do objeto e a propagam na forma de vibração, som e calor. Ou seja, essa energia vibra microscopicamente as moléculas do material, ou macroscopicamente o próprio material ou o ar (gerando som).

Na geração de energia elétrica temos o mesmo processo. Em uma usina hidrelétrica, por exemplo, a energia potencial gravitacional armazenada pela água nos grandes reservatórios coloca a água em movimento (energia cinética) nas tubulações da usina. Essa energia cinética de translação da água faz com que as pás de um gerador sejam giradas, de modo que a energia cinética de translação se transforma em energia cinética de rotação. Por fim, a rotação das pás permite a geração de energia elétrica através de processos que você estudará em outra oportunidade. Mas não se engane. Há atritos entre os fluidos e a tubulação no eixo do gerador e em muitos outros lugares. Nem toda a energia potencial gravitacional do início do processo se transformou em energia elétrica.

Em nosso planeta, praticamente toda a energia disponível vem do Sol. A luz do Sol alimenta as plantas, que por sua vez alimentam os animais e os seres humanos, carregando-os de energia para viver. O sol aquece as águas, o que gera evaporação, que dá origem às nuvens e às chuvas. Ele também aquece o ar, o que dá origem aos ventos. Portanto, é o Sol que indiretamente move nossas usinas hidroelétricas e eólicas. O próprio petróleo, que dá origem à gasolina e ao querosene que utilizamos nos veículos, é um composto orgânico que teve sua origem nos restos de seres vivos que morreram há muitos milhões de anos, mas que também foram alimentados pelo Sol. Por isso, perceba a importância de se investir na energia solar. Trata-se de uma fonte praticamente inesgotável, razão pela qual precisamos avançar cada vez mais na tecnologia para sua coleta eficiente.

Reflita

Das formas de energia citadas, quais podem ser consideradas limpas? Qual a razão?

O trabalho de um engenheiro é sempre criar as máquinas mais eficientes. Entretanto, existe um limite teórico, um limite que vem das próprias leis da natureza. Essa lei que nos dá o limite preciso é a **segunda lei da termodinâmica**. Ela possui diversos enunciados, mas iniciaremos com o que afirma que **é impossível criar uma máquina térmica cujo único resultado seja extrair calor de uma fonte quente e transformá-lo inteiramente em trabalho.**

Nós já falamos sobre a conservação de energia, tendo afirmado que a variação da energia interna de um sistema deve ser resultado da troca de calor com o meio ou da realização de trabalho. Entretanto, precisamos de um exemplo concreto para compreender melhor o processo. Então, trataremos do exemplo mais simples, estudando um **gás ideal**.

O que é um gás ideal? Você provavelmente está desconfiado desse nome, dada nossa discussão anterior, quando falamos que na natureza não existe nada ideal. Mas, de fato, é importante conhecer os gases ideais, pois eles descrevem muito bem gases rarefeitos, em condições de baixa pressão, que são comuns em aplicações tecnológicas.

Talvez você tenha ficado intrigado quando explicamos que a temperatura, assim como a pressão, tem sua origem no estado de movimento e de vibração das moléculas que compõem um material. E nós já afirmamos, quando descrevemos o funcionamento de um termômetro, que um medidor de pressão pode ser calibrado e utilizado para medir temperaturas.

De fato, agora entenderemos a relação estreita que essas duas grandezas possuem. Falaremos aqui sobre a lei dos gases ideais. Ela afirma que o volume e a pressão de um gás ideal têm uma relação de proporcionalidade inversa. Isso significa que, se as partículas do gás têm um volume maior para se movimentar, elas estarão mais distribuídas e, consequentemente, haverá menos colisões com as paredes do recipiente. Assim, teremos uma pressão mais baixa. E vice-versa. Isso pode ser descrito através da relação matemática $P \cdot V = cte$.

A constante indicada nessa relação depende justamente da temperatura! Quanto maior é a temperatura, mais rápido cresce a pressão com uma mesma redução do volume.

$$PV = NkT,$$

onde N é o número de moléculas do gás e k é a constante de Boltzmann.

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K}.$$

Atenção: somente utilize esta equação tomando como base a temperatura na escala Kelvin. Você obterá resultados incorretos para temperaturas positivas e resultados absurdos para valores negativos de temperatura na escala Celsius ou Fahrenheit.

Assimile

Você também pode utilizar a lei dos gases ideais em termos de mols de partículas, de modo que os valores das constantes ficam mais fáceis de serem trabalhadas (1 mol = $6 \cdot 10^{23}$ partículas). Assim, temos:

$$PV = nRT,$$

onde $R = 8{,}3\ \text{J/mol} \cdot \text{K}$.

Exemplificando

Encontre a pressão de 1 mol de um gás ideal a uma temperatura constante de 27 °C, aprisionado em um recipiente de 0,1 m^3.

Resolução:

Pela lei dos gases ideais, temos que:

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{1 \cdot 8,3 \cdot 300}{0,1} = 24900Pa .$$

Utilizamos a temperatura em Kelvin.

Agora que temos um exemplo prático para analisar, fica muito mais fácil entender o que é uma **máquina térmica.** O objetivo de uma máquina térmica é transformar **calor** em **trabalho**. Um exemplo extremamente simples é o de um gás ideal contido em um recipiente com um pistão. Vamos supor que esse pistão está em contato com a atmosfera e foi, portanto, submetido a uma **pressão constante** igual a 1 atm. Nesse caso, a lei dos gases ideais pode ser escrita da seguinte forma:

$$PV = nRT$$

$$V = \left(\frac{nR}{P}\right) \cdot T .$$

Note que o volume dependerá diretamente da temperatura, uma vez que na situação descrita todos os outros termos são constantes. Para mover o pistão realizando trabalho sobre ele, basta aquecer o recipiente. Transferindo calor para o recipiente, aumentamos a temperatura do gás que, por sua vez, move o pistão.

Descrever o trabalho nessa situação é bastante conveniente, uma vez que:

$W = P \cdot \Delta V$ (pressão constante).

Exemplificando

Um gás é aquecido, mas sua pressão se mantém constante em 2 atm. Nesse período, um pistão de raio 0,1 m move-se 0,2 m ao longo do cilindro que contém o gás. Calcule o trabalho realizado pelo gás.

Resolução:

Sabemos que W = P · ΔV.

A variação de volume ocupado pelo gás depende da área do pistão e do seu avanço ao longo do cilindro da seguinte forma:

$$\Delta V = A \cdot \Delta x = \pi \cdot R^2 \cdot d$$

$$\Delta V = 3{,}14 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}2 = 6{,}28 \cdot 10^{-3}\, m^3 \,.$$

Precisaremos também da pressão na unidade pascal:

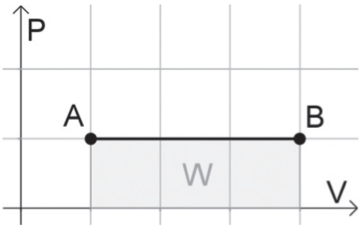
$$P = 2atm = 2 \cdot 10^5\, Pa \,.$$

Por fim:

$$W = P \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^5 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-3} = 1256J \,.$$

Note que é bastante conveniente descrever as alterações no estado de um sistema por meio de um gráfico $P \times V$, onde a área sob a curva indicará justamente o trabalho realizado pelo gás. No caso simples de um pistão submetido a pressão constante, situação que acabamos de descrever, teríamos um gráfico indicado pela Figura 2.3. Se o gás é aquecido, o pistão se movimenta a pressão constante (linha horizontal no gráfico), e o sistema desloca-se do ponto A ao ponto B (o volume aumenta). A área do retângulo indicado é simplesmente $P \cdot \Delta V$.

Figura 2.3 | Diagrama P×V com pressão constante



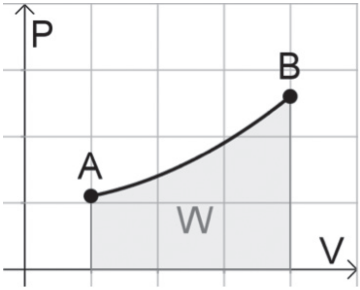
Fonte: elaborada pelo autor.

Em casos mais complexos, em que o estado do sistema evolui conforme uma função bem definida, podemos utilizar a integração para descobrir o trabalho realizado. Desse modo,

$$W = \int_{V_A}^{V_B} P \cdot dV \,.$$

A Figura 2.4 indica geometricamente o trabalho realizado pelo sistema, que sofre uma transformação contínua, e seu estado passa do ponto A ao ponto B. Note também que se trata de uma expansão, portanto o trabalho é positivo.

Figura 2.4 | Trabalho como área sob a curva



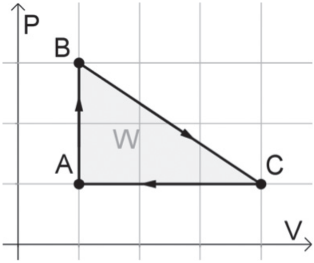
Fonte: elaborada pelo autor.

Para construir uma **máquina térmica**, precisamos de um mecanismo para a realização de trabalho. Mas não é só isso. Precisamos também de um mecanismo que traga novamente a máquina para seu estado inicial, de modo que ela possa iniciar um novo ciclo.

Por exemplo, poderíamos realizar o ciclo indicado na Figura 2.5. Partindo do ponto A, o gás poderia ser aquecido no interior de um recipiente com o pistão travado, gerando um aumento na pressão sem expansão (linha vertical). Depois, o pistão poderia ser liberado para mover-se conforme a linha inclinada (trata-se de uma situação bastante idealizada, como compreenderemos melhor na próxima unidade). Aqui, a expansão realiza um trabalho positivo. Por fim, um mecanismo faz com que o pistão retorne à posição inicial a pressão constante (linha horizontal). Assim, um trabalho negativo é realizado.

Dessa forma, retornamos ao ponto A, e a máquina térmica estará pronta para realizar um novo ciclo. O trabalho total realizado é igual ao trabalho positivo realizado entre B e C, subtraindo-se o trabalho negativo realizado entre C e A, o que resulta na área no interior do ciclo: a área do triângulo ABC.

Figura 2.5 | Ciclo termodinâmico idealizado



Fonte: elaborada pelo autor.

Assimile

O trabalho realizado por uma máquina térmica durante um ciclo completo é dado pela área no interior do gráfico que representa seu ciclo termodinâmico em um diagrama P×V.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos! Saiba mais sobre os diagramas $P \times V$ e sobre o cálculo do trabalho em um ciclo termodinâmico. Leia o capítulo "Calor e primeira lei da termondinâmica" na seguinte obra: TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. Cap. 18. p. 609 - 612. Vol. 1.

Podemos descrever uma máquina térmica da seguinte maneira: o sistema recebe um calor Q_q de um reservatório térmico quente (calor resultante da queima de combustíveis, por exemplo) e, posteriormente, devolve um calor Q_f para um reservatório térmico frio (o ambiente ao redor da máquina, por exemplo). A máquina realiza um trabalho útil ao longo do ciclo, e por conservação de energia sabemos que $W = Q_q - Q_f$.

Assim, a máquina térmica mais eficiente é aquela que a partir de um calor Q_q entrega um trabalho W maior desperdiçando um mínimo de Q_f. Uma maneira interessante de calcular a eficiência ε da máquina é:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_q} = \frac{Q_q - Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q}.$$

Exemplificando

Uma máquina térmica recebe $20000J$ de um reservatório térmico onde se realiza a queima de gás natural, e devolve $12000J$ ao meio ambiente na forma de calor. Encontre o trabalho realizado pela máquina térmica e calcule sua eficiência.

Resolução:

Devido à primeira lei da termodinâmica, sabemos que a energia do sistema é conservada, de modo que

$$W = Q_q - Q_f = 20000 - 12000 = 8000J$$

A eficiência dessa máquina térmica será:

$$\varepsilon = 1 - \frac{12000}{20000} = 1 - 0,6$$

$$\varepsilon = 0,4 \,.$$

Temos uma eficiência de 0,4 ou 40%.

Com base nessas informações, podemos pensar em uma nova maneira de enunciar a **segunda lei da termodinâmica:**

- É impossível criar uma máquina térmica que transforme todo o calor recebido do reservatório quente em trabalho útil.

Essa informação é muito importante, e um engenheiro nunca deve perder de vista a segunda lei da termodinâmica: ela sempre cobra seu preço. As máquinas térmicas que usamos nos dias de hoje, mesmo as que são desenvolvidas tecnologicamente e melhoradas há mais de um século, como as máquinas movidas a vapor ou os motores de combustão, têm eficiências muito baixas.

A máxima eficiência que pode ser obtida é a da conhecida **máquina de Carnot**. Trata-se de um ciclo completamente **reversível**, no qual o gás absorve calor da fonte quente e se expande lentamente a uma temperatura alta T_q constante (isotermicamente), depois continua se expandindo sem trocar calor com o meio (adiabaticamente). Por fim, o gás devolve calor para a fonte fria e se retrai lentamente a uma temperatura constante T_f, e continua se retraindo sem trocar calor com o meio (adiabaticamente), até retornar à posição inicial, pronto para reiniciar o ciclo. A eficiência da máquina de Carnot é dada pela expressão:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_f}{T_q}\ .$$

Essa é a conhecida eficiência de Carnot, a máxima possível para uma máquina térmica.

Vamos aproveitar a oportunidade para discutir mais uma aplicação interessante: o refrigerador. Você já deve ter se perguntado como funciona a geladeira da sua casa. Você possivelmente terá a oportunidade de realizar um curso específico de termodinâmica no qual poderá conhecer os detalhes. Por agora, basta saber que um refrigerador trabalha no sentido oposto daquele de uma máquina térmica. O refrigerador utiliza o trabalho fornecido por outra máquina para retirar calor de uma fonte fria e o levar para uma fonte quente.

O que queremos dizer com fonte quente e fonte fria? Fonte quente é um sistema em temperatura mais alta do que o sistema que chamamos de fonte fria. No início de nossa discussão de termodinâmica, falamos sobre o que ocorre quando dois sistemas com temperaturas distintas são colocados em contato direto. O calor flui do sistema de maior temperatura para o sistema de menor temperatura e, com o tempo, eles tendem a entrar em equilíbrio térmico.

No caso do refrigerador, os dois sistemas não estão ligados diretamente, pois entre eles existe o sistema da máquina térmica. E o refrigerador, por meio de trabalho externo, obriga o calor a se mover da fonte fria para a fonte quente, ao contrário do caminho natural.

Assim, você liga sua geladeira na tomada e o motor realiza um trabalho útil movido pela energia elétrica. Assim, uma quantidade de calor é retirada do reservatório frio (interior da geladeira), e uma quantidade de calor maior é despejada no reservatório quente (ambiente). O interior da geladeira reduz sua temperatura por ter perdido calor. Agora, você já sabe por que o motor da geladeira aquece tanto, não é mesmo?

Para um refrigerador, a conservação de energia fica da seguinte forma:

$$Q_q = Q_f + W \quad \text{(refrigerador).}$$

Vale comentar que a análise de um refrigerador é realizada através do seu coeficiente de desempenho, que é uma medida análoga à da eficiência de uma máquina térmica e pode ser definido como a razão entre o calor retirado do interior do refrigerador e o trabalho realizado pelo motor sobre o sistema.

Segunda lei da termodinâmica (enunciada para refrigeradores):

- É impossível criar um refrigerador que transporte calor do reservatório frio para o reservatório quente sem a necessidade da realização de trabalho externo.

O que nos interessa em um refrigerador? É a sua capacidade de retirar calor da fonte fria. E qual é o custo de realizá-lo? O trabalho que deve ser fornecido para que isso ocorra. E qual seria uma medida interessante de eficiência para refrigeradores? Então, nossa medida de eficiência será a razão entre ambos:

$$\varepsilon_R = \frac{Q_f}{W}.$$

Portanto, o refrigerador mais eficiente é aquele que retira a maior quantidade de calor da fonte fria com o menor custo de trabalho externo (que acaba impactando em custos financeiros reais, como combustível ou energia elétrica para movimentar um motor).

Sem medo de errar

Lembre-se de que, na presente unidade, nos colocamos no lugar de uma engenheira que projetou uma usina de biomassa para um importante empresário do agronegócio. A qualidade do projeto ficou evidente, mas o cliente ainda solicitou sugestões para aumentar a produção de energia da planta de biomassa, para que, além de suprir as necessidades da fazenda, fosse possível vender a energia remanescente para a companhia de distribuição.

A engenheira dimensionou a planta de biomassa para utilizar toda a produção de resíduos da fazenda sem que fosse necessário comprar matéria-prima de terceiros, pois isso traria custo e, consequentemente, grande redução nas margens de lucro.

Com um projeto bem dimensionado e competente da usina, a engenheira conseguiu reduzir bastante o custo da planta. Então, há espaço para ajustes no aspecto financeiro. Mas com a segunda lei da termodinâmica não existe acordo possível. A engenheira já sabe que a eficiência da máquina térmica que move a usina de biomassa não pode ser aumentada de maneira relevante, mesmo com a aquisição de equipamentos mais caros.

Nenhuma máquina térmica pode ser mais eficiente do que uma máquina de Carnot trabalhando na mesma faixa de temperaturas (80 °C a 500 °C, como vimos na seção anterior). Mesmo com décadas de esforços de engenheiros na busca pela melhoria dos projetos, todos os geradores disponíveis do mercado entregam resultados em uma faixa de eficiência mais ou menos estreita, com poucas variações e diferenças significativas de preço.

Após essa reflexão, a engenheira teve uma grande ideia. Decidiu sugerir ao cliente investir o capital remanescente e também usar linhas de crédito baratas existentes para o estímulo da produção de energia limpa e criar uma segunda usina, de energia solar, utilizando todos os telhados da planta para a instalação de placas solares.

Ela procurou o engenheiro civil contratado para a construção dos galpões, e eles perceberam que, com um ajuste mínimo do projeto, como o alinhamento correto do telhado com as trajetórias do Sol ao longo do ano, a produção de energia pode ser aumentada de maneira relevante.

Agora, a engenheira está preparada para enviar o novo projeto, já praticamente pronto. Será que o cliente vai gostar da sugestão? Ela acredita que sim, pois o aumento de produção de energia vai gerar um grande lucro para a companhia, e ele poderá ainda se beneficiar da fama de empresa sustentável e ecológica para conquistar muitos clientes!

Avançando na prática

Estudo de uma máquina térmica

Descrição da situação-problema

Você é um engenheiro contratado para dar consultoria a uma indústria que trabalha com máquinas térmicas. Para poder propor soluções ao cliente, você precisa estudar as máquinas existentes na planta, algumas muito antigas. Uma delas contém 10 mols de um gás que pode ser aproximado por ideal. Em uma determinada fase do ciclo, o gás se expande lentamente a uma temperatura constante de 27 °C, e a pressão se reduz de 20000 Pa até 19000 Pa. Como primeiro passo de sua análise, você procurou informações sobre as dimensões de seu reservatório interno. Você precisa saber em quanto o volume varia a cada ciclo, pois ninguém soube informar. Como você fará para determinar o quanto o gás foi expandido?

Resolução da situação-problema

Podemos utilizar a equação de estado do gás ideal para encontrar os volumes:

$$PV = nRT \quad \rightarrow \quad V = \frac{nRT}{P} \cdot$$

Note que a temperatura é constante, Então, podemos relacionar diretamente as duas variáveis de nosso problema, V e P. Não se esqueça também de converter a temperatura para Kelvin antes de utilizar a equação do gás ideal. $T_K = T_C + 273 = 27 + 273 = 300K$.

Os volumes inicial e final podem ser obtidos:

$$V_i = \frac{nRT}{P_i} = \frac{10 \cdot 8{,}3 \cdot 300}{20000} = 1{,}245m^3$$

$$V_f = \frac{nRT}{P_f} = \frac{10 \cdot 8{,}3 \cdot 300}{19000} = 1{,}311m^3 ,$$

de modo que, $\Delta V = 1{,}311 - 1{,}245 = 0{,}066m^3$.

O gás expandiu 0,066 m^3. Lembrando que ΔV positivo significa que houve uma expansão e ΔV negativo representa uma contração.

Agora você conhece as características mais importantes da máquina e, com essas informações, pode sugerir a melhor solução para que o cliente possa modernizar sua indústria.

Faça valer a pena

1. Uma máquina térmica é descrita como um sistema que recebe calor da fonte _____ e descarta calor na fonte _____ para gerar um trabalho útil. A _____ lei da termodinâmica explica que não é possível gerar uma máquina térmica que transforme integralmente o calor da fonte_____ em trabalho. A máquina térmica mais eficiente que pode ser criada é a máquina de _____.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas no texto.

a) Fria; quente; segunda; fria; Carnot.

b) Quente; fria; primeira; quente; Carnot.

c) Quente; fria; segunda; quente; Carnot.

d) Fria; quente; primeira; fria; Otto.

e) Quente; fria; segunda; fria; Otto.

2. Um recipiente conectado a um pistão contém 0,1 mol de gás à pressão constante de 1 atm. Inicialmente, o recipiente e o gás estão à temperatura de -20 °C. Entretanto, eles são expostos a uma fonte de calor que gera um aumento de temperatura de 110 °C.

Marque a alternativa que contém os volumes inicial e final do gás, respectivamente.

a) 0,0032 m^3; 0,0021 m^3.

b) 0,0021 m^3; 0,0032 m^3.

c) 0,0021 m^3; 0,045 m^3.

d) 0,045 m^3; 0,032 m^3.

e) 0,0045 m^3; 0,0037 m^3.

3. A eficiência de uma máquina térmica pode ser obtida relacionando-se corretamente o calor recebido de uma fonte quente e o calor descartado em uma fonte fria. Uma máquina térmica possui eficiência igual a 0,37 e recebe do reservatório quente um calor igual a 60000 J para funcionar.

Marque a alternativa que contém o trabalho realizado pela máquina térmica e o calor abandonado no reservatório frio, respectivamente.

a) 22200 J ; 55000 J.

b) 22200 J ; 37800 J.

c) 5000 J ; 55000 J.

d) 5000 J ; 37800 J.

e) 37800 J ; 22200 J.

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**: gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed., v. 2. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

JEWETT, John; SERWAY, Raymond. **Física para cientistas e engenheiros.** 5. ed. São Paulo: Cengage, 2014. v. 2.

SERWAY, Raymond; JEWETT, John. **Princípios de Física**. 5. ed., v. 2 São Paulo: Cengage, 2014.

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6. ed., v. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp – Física Geral II**. Disponível em: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL7581C21F8ADD6C8E>. Acesso em: 11 maio 2016.

YOUNG, Hugh; FREEDMAN, Roger. **Física**. 14. ed., v. 2. São Paulo: Pearson, 2008.

Termodinâmica II

Convite ao estudo

Olá, estudante! Seja muito bem-vindo a mais uma unidade de nosso curso. Com base nos aspectos introdutórios de temperatura, calor e trabalho estudados na seção anterior, seremos capazes agora de compreender as leis da termodinâmica sob outra perspectiva, mais profunda e completa. Assim, poderemos modelar matematicamente e realizar estudos quantitativos de problemas do dia a dia e de engenharia envolvendo temperatura, calor e as leis da termodinâmica.

Para motivar nosso trabalho nesta unidade, suponhamos uma situação na qual você será um professor de Física responsável pelo ensino de termodinâmica. Você tem percebido que seus estudantes andam desmotivados e com baixo aproveitamento nas aulas. Apesar das aulas muito bem preparadas e das visitas regulares ao laboratório, o envolvimento dos estudantes com a disciplina é muito baixo.

Conversando com um estudante após a aula a respeito do tema, ele afirmou com sinceridade que não achava tão interessante a disciplina, pois os professores só falam de panelas com água sendo aquecidas e de termômetros em baldes de gelo. O aluno afirmou que em Química e Biologia os estudantes discutiam átomos, moléculas, células, coisas mais interessantes, na opinião dele.

Você sempre baseou suas aulas na física do cotidiano e nas aplicações mais úteis do dia a dia, e está plenamente ciente da importância disso. Mas talvez algo possa ser feito com relação ao relato sincero de seu estudante. Você se sentiu desafiado a resolver o problema, e não vai desistir tão fácil. Que tópicos você selecionaria para atrair o interesse dos estudantes para esse fascinante ramo da Física? Será que você conseguiria tornar suas aulas mais interessantes, de modo a falar sobre máquinas térmicas, entropia e teoria cinética dos gases?

Na primeira seção, estudaremos com maior detalhe o ciclo de Carnot, que é o mais eficiente no qual uma máquina térmica pode se basear. Você conhecerá suas características e seu diagrama P-V. E conheceremos o ciclo de Otto, que é a base para o motor de combustão que move a maior parte dos automóveis atuais. Na segunda seção, estudaremos a entropia e sua relação com a segunda lei da termodinâmica. Na última seção, falaremos sobre a relação entre a maneira como os átomos e as moléculas se movem em um fluido ou sólido, e como investigar essas características utilizando a estatística.

Lembre-se: somente com base em sua dedicação será possível compreender a fundo as leis da física aqui apresentadas. É só realizar o esforço necessário, abrindo espaço em sua rotina para os estudos. Realize suas atividades pré-aula e treine os conceitos com as atividades pós-aula. Seja independente em seus estudos e confie em si mesmo, pois você consegue!

Seção 3.1

Ciclos termodinâmicos

Diálogo aberto

A termodinâmica está em tudo ao seu redor, e em você também. A cada instante, os alimentos consumidos por você são transformados em energia. Isso permite que você realize trabalho útil, movendo-se, levantando e carregando objetos.

Além disso, você gera uma grande quantidade de calor, que é irradiado para o ambiente ao seu redor. Você já deve ter notado como esquenta quando estamos em um lugar fechado com muitas pessoas se o ar-condicionado não está funcionando.

Todos os dias, você observa vários tipos de veículos com motor a combustão. Nós dependemos deles, seja para nosso próprio transporte, seja para o abastecimento das lojas com os produtos que adquirimos, seja para a prestação de serviços essenciais. Esses motores retiram energia de um combustível para se movimentarem. E, para nossa sorte, é possível estudar o funcionamento desses motores por meio de um diagrama PxV (ao menos uma versão simplificada deles, é claro, uma vez que tais motores são estudados há décadas, e a cada ano pequenas melhorias são realizadas para que eles sejam mais eficientes). Mas tais motores também acabam se tornando mais complexos do que o modelo idealizado que estudaremos aqui, conhecido como ciclo de Otto.

Voltando à nossa situação hipotética, você é um professor de Física que está pensando no que pode fazer para tornar suas aulas mais atrativas, aproveitando que está entrando em uma parte nova do currículo, em que precisa falar sobre máquinas térmicas e aplicações. Então você tem uma ideia: seus estudantes gostam muito de carros, de modo que o tema poderia ser adotado. Você preparou cuidadosamente sua aula, como sempre, falando bastante sobre o ciclo de Carnot, mas desta vez dará uma ênfase especial ao ciclo de Otto, que fundamenta a maioria dos motores de combustão. Seria importante também desafiar os estudantes, talvez com um projeto em sala de aula.

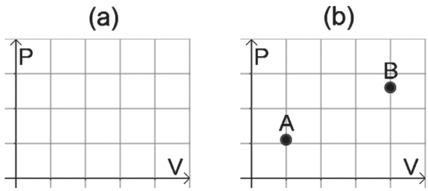
O que você proporá a seus estudantes para que eles aprendam mais sobre termodinâmica com interesse e participação ativa em sala de aula? Antes de definir isso, vamos aprofundar nossos conhecimentos sobre máquinas térmicas.

Não pode faltar

Na presente seção, estudaremos mais a fundo os ciclos termodinâmicos. Nosso objetivo é compreender os ciclos de Carnot e de Otto, saber reconhecê-los observando seus diagramas P-V, além de calcular o trabalho realizado a cada ciclo. Focaremos nesses dois ciclos, mas os conhecimentos adquiridos aqui permitirão a análise de vários outros tipos de máquinas térmicas.

Com um caderno em mãos, tente desenhar dois eixos de um sistema cartesiano. Coloque o volume no eixo das abcissas e a pressão no eixo das ordenadas, como na Figura 3.1a. Marque o estado de uma máquina térmica em um determinado instante de tempo (t_1) pelo ponto A, como vemos na Figura 3.1b. Para descobrir o estado da máquina no tempo t_1, basta tomar os valores indicados nos eixos V e P. Em geometria analítica, diríamos que o ponto A tem coordenadas (V_1, P_1). Já o ponto B, que representa o estado da mesma máquina no instante de tempo t_2, tem coordenadas (V_2, P_2).

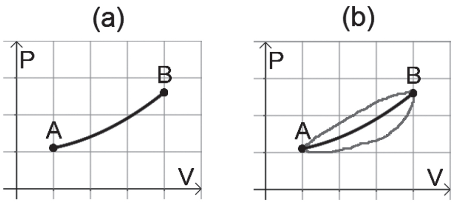
Figura 3.1 | Construção de um diagrama P-V



Fonte: elaborada pelo autor.

No presente estudo, supomos que as transformações se realizam de maneira gradativa, o que chamamos de processo quase estático. Assim, à medida que o processo termodinâmico se realiza, os estados de pressão e volume mudam pouco, formando um caminho em geral descrito por uma função matemática simples, como vemos na Figura 3.2a. Entretanto, nada impediria que outras máquinas térmicas fossem projetadas de modo que o deslocamento se desse pelos outros caminhos indicados na Figura 3.2b, ou qualquer outro.

Figura 3.2 | Caminhos entre os estados A e B no diagrama P×V

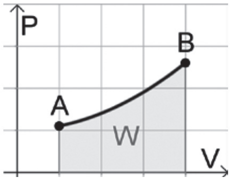


Fonte: elaborada pelo autor.

Lembre-se de que o trabalho realizado pelo processo indicado é dado pela área sob a curva realizada de maneira quase estática no diagrama P-V. Portanto, precisamos calcular a integral da função P(V):

$$W = \int_{V_A}^{V_B} P \cdot dV \, .$$

Figura 3.3 | Trabalho como área sob a curva



Fonte: elaborada pelo autor.

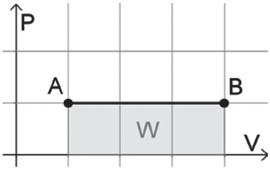
Vamos calcular alguns exemplos práticos?

Processo isobárico (pressão constante):

Lembre-se: em um processo isobárico a pressão é mantida constante. Nesse caso, temos simplesmente:

$W = \int_{V_A}^{V_B} P_0 \cdot dV = P_0 \int_{V_A}^{V_B} dV = P_0 \cdot (V_B - V_A) = P_0 \cdot \Delta V$, justamente o valor obtido na unidade passada. O diagrama P-V terá o seguinte formato:

Figura 3.4 | Processo isobárico



Fonte: elaborada pelo autor.

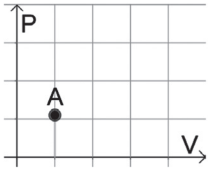
Processo isocórico (volume constante)

Nesse caso, temos:

$$W = \int_{V_0}^{V_0} P_0 \cdot dV = 0$$

Como você deve se lembrar de suas aulas de cálculo diferencial e integral, a integral sob um único ponto é nula, independentemente do valor de P.

Figura 3.5 | Processo isocórico



Fonte: elaborada pelo autor.

Este processo também é conhecido como isovolumétrico.

Reflita

Em um processo isovolumétrico não há aumento de volume nem, portanto, realização de trabalho. De que forma a energia é trocada com o ambiente, causando o aumento ou redução na pressão?

Processo isotérmico (mesma temperatura)

Como será possível descobrir o caminho realizado pelo processo termodinâmico sobre o diagrama P-V quando o processo ocorre a uma temperatura constante? Para isso, precisamos de uma função que relacione as variáveis pressão (P) e volume (V) com a temperatura (T). É o que chamamos de função de estado. Lembra-se da função de estado do gás ideal? É $PV = nRT$, em que n é o número de mols e

R uma constante. Nesse caso, isolando P:

$$P = \frac{nRT}{V}.$$

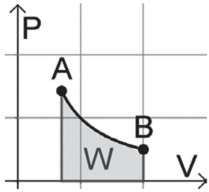
E esta função pode ser integrada:

$$W = \int_{V_A}^{V_B} P \cdot dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT}{V} \cdot dV = nRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{1}{V} \cdot dV$$

$$W = nRT\left(\ln(V_B) - \ln(V_A)\right) = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right).$$

A função resultante será decrescente com o aumento do volume, como observamos na Figura 3.6.

Figura 3.6 | Processo isotérmico



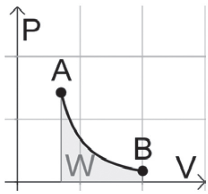
Fonte: elaborada pelo autor.

Processo adiabático (sem troca de calor)

Para uma expansão adiabática de um gás ideal, na ausência de troca de calor, temos a seguinte relação entre a pressão e o volume durante todo o processo:

$PV^{\gamma} = cte$, em que a letra grega γ representa uma constante relacionada com o calor específico do gás. Nesse caso, teremos:

Figura 3.7 | Processo adiabático



Fonte: elaborada pelo autor.

Esta também é uma função decrescente, que depende da função γ. Valores comuns para ela são $\gamma_m = 5/3$ para um gás simples monoatômico (por exemplo: hélio ou argônio), e $\gamma_d = 7/5$ para um gás diatômico (como o oxigênio e nitrogênio).

Isolando a pressão na equação de estado do processo adiabático, temos que:

$$P = cte \cdot V^{-\gamma}.$$

Então:

$$W = \int_{V_A}^{V_B} P \cdot dV = \int_{V_A}^{V_B} cte \cdot V^{-\gamma} \cdot dV = cte \cdot \frac{V_B^{-\gamma+1} - V_A^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}.$$

Exemplificando

Uma amostra de gás nitrogênio está selada em um recipiente que não permite a troca de calor com o meio externo. Nesse recipiente há um pistão que comprime lentamente o gás a partir de um volume de 30 L até um volume de 10 L. Se o gás está submetido no início do processo a uma pressão de 1 atm, calcule o trabalho realizado sobre o gás pelo pistão.

Resolução:

Para um gás ideal, temos que o processo adiabático se desenrola conforme a expressão:

$$PV^{\gamma} = cte.$$

O nitrogênio é um gás diatômico, de modo que $\gamma_d = 7/5 = 1{,}4$. Para encontrar o trabalho, precisamos do valor exato da constante indicada anteriormente. Temos todas as informações necessárias sobre o estado inicial:

$$P_i = 1atm = 10^5 Pa$$

$$V_i = 30L = 30 \cdot 10^{-3} m^3$$

$$cte = P_i V_i^{\gamma} = 10^5 \cdot (30 \cdot 10^{-3})^{1{,}4} \approx 734{,}85.$$

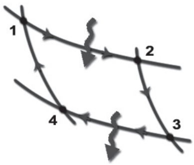
Para calcular o trabalho, precisamos fazer o seguinte cálculo:

$$W = \int_{V_A}^{V_B} P \cdot dV = \int_{V_A}^{V_B} cte \cdot V^{-\gamma} \cdot dV = cte \cdot \frac{V_B^{-\gamma+1} - V_A^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}$$

$$W = 734{,}85 \cdot \frac{0{,}01^{-1{,}4+1} - 0{,}03^{-1{,}4+1}}{-1{,}4+1} \approx -4122J.$$

Agora estamos prontos para estudar os ciclos termodinâmicos propriamente ditos. Como já dissemos, o **ciclo de Carnot** é o mais eficiente possível, entregando o máximo de trabalho com uma determinada quantidade de calor fornecido. Ele é construído com base em dois processos isotérmicos e dois processos adiabáticos, como mostra a Figura 3.8.

Figura 3.8 | Ciclo de Carnot



Fonte: <https://goo.gl/Vl2eXk>. Acesso em: 24 mar. 2017.

Partindo do ponto 1, o sistema passa a receber calor da fonte quente externa para se expandir isotermicamente. O calor recebido do exterior é transferido integralmente para a realização de trabalho, até que o sistema chegue ao ponto 2. Nesse momento, o gás continua a se expandir, mas adiabaticamente, sem trocar calor com a fonte quente. Assim, a energia acumulada no sistema é transferida, pois ele está realizando um trabalho útil sem ser alimentado por calor externo. Então, necessariamente, a temperatura deve abaixar.

Partindo do ponto 3, inicia-se um processo de compressão isotérmica, em que o sistema doa calor para a fonte fria. Por fim, até o ponto 4, a contração do gás continua, mas sem troca de calor com o meio exterior. Assim, a máquina térmica retorna a seu estado original (ponto 1), e o ciclo pode recomeçar.

O trabalho realizado por essa máquina térmica corresponde à área no interior do ciclo termodinâmico. Para obter esse valor, é necessário calcular uma integral para cada trecho descrito. Um ponto importante a se notar é que o sinal do trabalho depende do sentido do ciclo. A integral dos pontos 1 a 2 resulta em um valor positivo (trabalho fornecido), enquanto a integral dos pontos 3 a 4 é negativa (trabalho recebido). O trabalho resultante será positivo. Então, trata-se de uma máquina térmica, pois está transformando calor em trabalho útil.

Exemplificando

Em um motor baseado no ciclo de Carnot, conforme a Figura 3.8, uma expansão isotérmica ocorre entre os pontos 1 e 2. Suponha que 2 mols de um gás ideal realizem este processo a uma temperatura de 427 °C. Considere que o volume do gás triplicou ao fim do processo, e calcule o trabalho realizado nessa fase do ciclo. Calcule também a eficiência dessa máquina, considerando que ela trabalha com uma temperatura constante de 27 °C entre os pontos 3 e 4

Resolução:

O trabalho realizado entre os pontos 1 e 2 pelo gás ideal é dado pela expressão:

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} \cdot dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} \cdot dV = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Basta, portanto, substituir os valores dados no enunciado: $T = 427 + 273 = 700K$, n = 2 e a razão entre os volumes é 3 (o volume triplicou). Portanto:

$$W_{12} = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 2 \cdot 8{,}3 \cdot 700 \cdot \ln(3) = 12765{,}9\,J.$$

Para descobrir a eficiência da máquina, precisamos nos lembrar de que, para o ciclo de Carnot, ela é dada pela expressão:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_f}{T_q}$$

Como a temperatura entre os pontos 3 e 4 é $T = 27 + 273 = 300K$, então:

$$\varepsilon = 1 - \frac{300}{700} \approx 0{,}57.$$

A eficiência de uma máquina de Carnot depende somente da diferença de temperatura entre as fontes quente e fria, como vimos na seção anterior.

Ciclo de Otto

Esse ciclo é o fundamento sobre o qual são construídos os motores de combustão dos automóveis movidos com motores bicombustível.

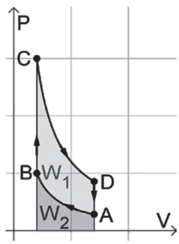
Os motores a diesel têm um processo um pouco diferente, que é conhecido como o ciclo do diesel.

Assimile

O ciclo de Otto é a base dos motores a gasolina. Entretanto, o ciclo que estudaremos aqui é bastante idealizado, razão pela qual nos referiremos a ele como o ciclo de Otto "teórico". Em um motor real, encontrado nos veículos automotores que utilizamos diariamente, as fases de exaustão dos produtos da combustão e injeção da mistura de combustível com ar deve ser considerada como uma extensão do próprio ciclo. Além disso, não se consegue obter fases do ciclo perfeitamente isotérmicas ou perfeitamente isovolumétricas.

O ciclo de Otto teórico é fundamentado em dois processos adiabáticos e dois processos isovolumétricos, como indica a Figura 3.9.

Figura 3.9 | Ciclo de Otto teórico



Fonte: elaborada pelo autor.

Considerando que o processo isovolumétrico não realiza trabalho, para descobrir o trabalho fornecido pela máquina térmica no ciclo de Otto, basta realizar duas integrais. Nesse caso, estamos efetivamente subtraindo as áreas indicadas na figura, de modo que $W = W_1 - W_2$.

O ciclo inicia em A, com o combustível e o ar necessários para a combustão sendo injetados e comprimidos adiabaticamente. Em B, inicia-se um processo de combustão, e a mistura é aquecida pelo calor resultante. Nesse caso, o volume não se altera, somente a pressão que responde ao aumento da energia interna.

Em C, o pistão passa a mover-se e ocorre uma expansão adiabática, isto é, sem troca de calor com o meio. Com o pistão em sua máxima distensão, o gás sofre um resfriamento a volume constante, doando calor para o meio. Por fim, os produtos da combustão são lançados para fora, e a máquina está de volta ao seu estado inicial. O ciclo está pronto para reiniciar, com uma nova injeção de combustível e ar.

Pesquise mais

Na expansão livre, um gás é liberado para preencher um recipiente vazio, sem a necessidade de mover um pistão ou realizar trabalho sobre qualquer outro objeto. Veja o exemplo na página 239 do livro indicado a seguir. Nele, podemos comparar o processo de expansão adiabática e expansão livre para um gás partindo da mesma condição inicial.

Lembre-se: você tem acesso ao livro gratuitamente quando entra na área do aluno, na biblioteca virtual.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 2 v.

Sem medo de errar

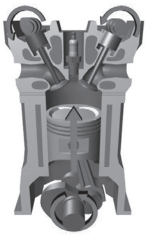
Lembre-se de que nesta unidade você é um professor que enfrenta dificuldade em atrair a atenção de seus estudantes para o estudo da termodinâmica. Você está lecionando o conteúdo de máquinas térmicas e resolveu inserir em sua aula uma aplicação mais real, com um tópico que atrai muitos de seus estudantes: carros.

Dessa maneira, você se propôs a falar do motor a gasolina. É claro que os motores reais são um tópico extremamente avançado, estudado no ciclo profissionalizante dos cursos de engenharia. Entretanto, você resolveu falar sobre o ciclo de Otto teórico, que apresenta um diagrama P-V mais fácil de compreender. Diversos problemas aparecem, ao se tratar um tópico avançado com estudantes ainda tão no início de seus estudos. Mas você decide que esses problemas podem ser contornados.

O primeiro desafio é auxiliar os estudantes a visualizarem o processo de uma máquina térmica. Então, você recorre a imagens e vídeos de acesso livre na internet para mostrar ao longo da aula. O seguinte vídeo parece ser adequado. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=5myt9nH01Pg>. Acesso em: 15 jan. 2017.

Uma das imagens que podem ser selecionadas está na Figura 3.10.

Figura 3.10 | Motor de um automóvel



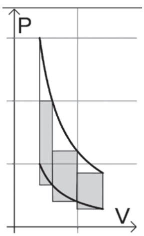
Fonte: <https://goo.gl/VKCbJl>. Acesso em: 15 jan. 2017.

O processo de combustão também não é simples de explicar. Mas você pensa em convidar o professor de Química para estar presente na aula. Ele prontamente aceita a proposta, pois isso permite a vocês o desenvolvimento da interdisciplinaridade na aprendizagem, o que tem sido recomendado frequentemente pela diretora da escola, por tornar o ensino mais atrativo e dinâmico.

Mas seria essa aula meramente teórica? Os cálculos do ciclo de Otto envolvem integrais, ao contrário dos ciclos simples que você costumava utilizar em sala de aula, baseados em processos isobáricos e isovolumétricos, que formavam retângulos no diagrama P-V.

A solução para isso vem de sua memória das aulas de cálculo diferencial e integral: o método de Riemman, em que era possível estimar a área sob uma curva com o uso de retângulos. Você resolve deixar os estudantes trabalharem em grupos para a **estimativa** da área no interior do ciclo de Otto utilizando o método de Riemman, orientando-os a recortarem em uma cartolina pequenos retângulos que se encaixem no interior do gráfico do ciclo de Otto.

Figura 3.11 | Descobrindo o trabalho do ciclo por meio de retângulos



Fonte: elaborada pelo autor.

Note que, como nosso objetivo não é ensinar o cálculo diferencial e integral, podemos proceder à moda dos gregos, com seu princípio da exaustão: você pode permitir que os estudantes utilizem outras formas geométricas, tais como triângulos de áreas também conhecidas.

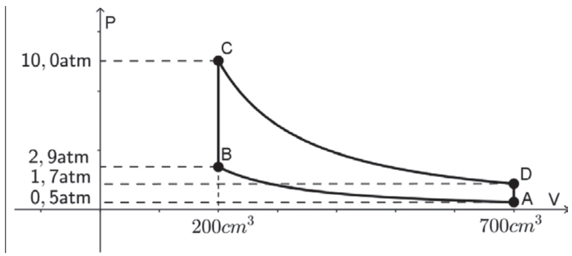
Também é possível recordar as partes do retângulo que estão "sobrando", encaixando-os em outros pontos vazios no interior. Mas enfatize que, caso os retângulos sejam recortados, o excedente deles deve ser usado na figura, pois o interesse aqui é conhecer a área no interior do ciclo por meio de figuras de área conhecida.

Perceba que você precisará auxiliar os estudantes com o conceito de escala, o que também auxiliará na habilidade para leitura e produção de gráficos. Afinal, o resultado final obtido pelos estudantes terá unidade em cm^2, mas nós desejamos um resultado em Joules. Quanto um centímetro na régua do estudante corresponde, em Pascais, no eixo P do diagrama? Um fator precisa ser multiplicado ao resultado final. E quanto um centímetro da régua do estudante corresponde, em m^3, no eixo V do diagrama? Multiplicando por mais um fator, obtemos o resultado correto, em Joules, do trabalho realizado pelo motor a cada ciclo fechado.

Com base na estimativa do trabalho, com a área no interior do gráfico, e com base nas informações do professor de Química a respeito do calor fornecido pela reação de combustão, os estudantes conseguem estimar o trabalho de cada ciclo do motor.

É claro que você precisa conferir o resultado obtido pelos estudantes. Para isso, você precisa do valor exato. Vamos analisar a seguinte situação específica:

Figura 3.12 | Exemplo de ciclo de Otto



Fonte: elaborada pelo autor.

O trabalho realizado no ciclo completo é a área em seu interior. Podemos calcular a integral entre os pontos C e D, e subtraí-la da integral entre os pontos A e B. Ambos os processos são adiabáticos.

$$W = W_{CD} - W_{AB}$$

Processo CD

Em todo o processo adiabático temos $PV^{\gamma} = cte$. Estudando o ponto C:

$$P_C = 10atm = 10 \cdot 10^5 Pa = 10^6 Pa.$$

$$V_C = 200cm^3 = 200 \cdot 10^{-6} m^3 = 2 \cdot 10^{-4} m^3.$$

$$V_D = 700cm^3 = 700 \cdot 10^{-6} m^3 = 7 \cdot 10^{-4} m^3.$$

$$\gamma = 1{,}4.$$

Então, $PV^{\gamma} = 10^6 \cdot (2 \cdot 10^{-4})^{1{,}4} \approx 6{,}629$, e podemos utilizar a informação para calcular o trabalho desejado:

$$W_{CD} = cte \cdot \frac{V_D^{-\gamma+1} - V_C^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} = 6{,}629 \cdot \frac{(7 \cdot 10^{-4})^{-1{,}4+1} - (2 \cdot 10^{-4})^{-1{,}4+1}}{-1{,}4+1} \approx 197J \cdot$$

Processo AB

Para calcular o trabalho no processo AB, precisamos coletar as seguintes informações: $P_A = 5 \cdot 10^4 Pa$, $V_A = 7 \cdot 10^{-4} m^3$, $V_B = 2 \cdot 10^{-4} m^3$, $\gamma = 1{,}4$.

No processo adiabático, a constante de interesse será: $PV^{\gamma} = 5 \cdot 10^4 \cdot (7 \cdot 10^{-4})^{1{,}4} \approx 1{,}915.$ Então:

$$W_{AB} = cte \cdot \frac{V_B^{-\gamma+1} - V_A^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} = 1{,}915 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-4})^{-1{,}4+1} - (7 \cdot 10^{-4})^{-1{,}4+1}}{-1{,}4+1} \approx -57J \cdot$$

Note que a integral já resulta em um valor negativo, como esperado, uma vez que trabalho é realizado sobre a máquina nesse processo. Já temos todas as informações necessárias, lembrando que os processos BC e DA são isovolumétricos e, portanto, sem variação de volume não pode existir trabalho. Então:

$$W = 197 - 57 = 140J.$$

Assim, você prepara suas notas de aula com este resultado, e já avalia previamente o material impresso entregue ao estudante, para saber qual fator de escala deve ser usado para obter o resultado correto na atividade.

Depois de muitos vídeos, explicações, trabalhos manuais recortando retângulos, colando-os em uma folha de papel e cálculos simples, os estudantes conseguem investigar e aprender este tópico complexo e fascinante.

Os estudantes elogiam muito a aula, e você se sente satisfeito! Mas ainda não acabou, pois o curso de Física segue em frente. Quais serão as inovações utilizadas no ensino dos próximos tópicos de termodinâmica?

Avançando na prática

Feira de ciências

Descrição da situação-problema

Um professor, com o intuito de aumentar o interesse e o engajamento dos alunos no aprendizado de ciências, convoca os alunos para a realização de uma feira de ciências.

Um dos estudantes decide fazer um experimento simples mas interessante: ele chama todos os seus colegas e o professor para o refeitório da escola, no interior do qual colocou um balão bem cheio de ar dentro de uma geladeira. Quando ele retira o balão da geladeira, ele possui um volume bem reduzido. Aos poucos, ele vai crescendo, à medida que circula nas mãos de seus colegas.

Após a apresentação do estudante, o professor resolve reforçar o aprendizado de termodinâmica, classificando o processo que eles acabaram de presenciar. Qual tipo de processo foi observado?

Resolução da situação-problema

O volume do balão varia. Então, não é um processo isocórico (também chamado isovolumétrico). Também não se trata de um processo isotérmico, pois a temperatura varia, aumentando continuamente desde que o balão foi retirado da geladeira.

Tampouco se trata de um processo adiabático, pois a borracha fina do balão permite troca de calor com o ambiente, e o calor ambiente é que traz a energia necessária para a realização de trabalho (aumento de volume).

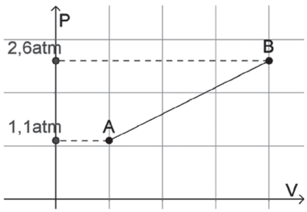
O processo ilustrado pelo experimento do aluno é uma expansão isobárica, pois o volume aumenta, mas o ar no interior da bexiga se expande continuamente submetido a uma mesma pressão atmosférica.

Com tal explicação, o professor aproveitou a oportunidade para lembrar esse tópico tão importante e engajar os estudantes no aprendizado da termodinâmica.

Faça valer a pena

1. No interior de uma máquina térmica, um gás ideal expande-se em um volume de $0,07m^3$ entre os pontos A e B, conforme indicado na Figura 3.13:

Figura 3.13 | Expansão de um gás ideal



Fonte: elaborada pelo autor.

Considere que o trabalho é realizado sobre um pistão.

Marque a alternativa que descreve corretamente o trabalho realizado sobre o pistão:

a) 1295 J.

b) 6500 J.

c) 10000 J.

d) 12950 J.

e) 65000 J.

2. Uma máquina baseada no ciclo de Carnot é a ______ eficiente que pode ser construída trabalhando entre dois reservatórios térmicos de temperaturas distintas. Ela trabalha entre quatro fases: dois processos ______ e dois processos ______.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas na afirmação anterior:

a) Mais; isocóricos; isobáricos

b) Menos; isotérmicos; adiabáticos

c) Mais; isotérmicos; adiabáticos

d) Menos; isocóricos; isobáricos

e) Mais; isotérmicos; isocóricos

3. Uma máquina térmica baseada no ciclo de Carnot realiza uma expansão isotérmica entre dois pontos. São 0,5 mols de um gás ideal realizando um trabalho de 4000 J sobre um pistão. Considere que nesse ponto a máquina trabalha na temperatura da fonte quente a 600 K.

Marque a alternativa que apresenta a razão volumétrica do motor (a razão entre o volume final e o volume inicial do reservatório).

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

e) 5.

Seção 3.2

Entropia

Diálogo aberto

Na seção anterior, aprofundamos nossos conhecimentos relativos aos ciclos termodinâmicos, discutindo em profundidade os ciclos de Carnot e de Otto idealizado. Agora precisamos introduzir uma grandeza física importante, conhecida como entropia. Ela nos permite classificar as máquinas térmicas em termos de sua eficiência e identificar as mais eficientes.

Veremos que essa grandeza física está intimamente relacionada também com o problema da seta do tempo. Imagine que você resolva filmar um extintor de incêndio sendo ativado, e depois mostrar o vídeo de trás para frente para um amigo. Ele verá uma grande nuvem de gás retornando organizadamente para dentro do extintor e uma grande sujeira desaparecendo miraculosamente. Provavelmente, seu amigo saberá exatamente o que está acontecendo sem que você precise explicar alguma coisa, pois ele estaria presenciando algo bem antinatural. Um vídeo invertido de um vaso caindo no chão ou de um ovo sendo quebrado são outros exemplos típicos, que demonstram que é fácil identificar o sentido correto do tempo em muitos casos. E compreenderemos nesta seção que isso tem tudo a ver com a entropia.

Voltamos a nos colocar no lugar do professor de Física. A aula sobre máquinas térmicas foi um sucesso: você decidiu transformar sua maneira de dar aulas. Chegou o momento de explicar para seus estudantes o que é a entropia e aprofundar os conhecimentos deles sobre a segunda lei da termodinâmica. Como você poderá vencer esse desafio mantendo a atenção dos estudantes na aula e garantindo a aprendizagem do conteúdo? É importante estimular a participação e a verdadeira compreensão da Física, evitando que o estudante se limite a decorar fórmulas, sem verdadeiramente compreender o universo que o rodeia.

O que pode ser feito? Para que você possa ter ideias, antes precisamos falar mais sobre processos reversíveis, entropia, e compreender mais sobre o comportamento dos átomos e moléculas em um fluido. Vamos lá?

Não pode faltar

Na presente seção, estudaremos a grandeza física chamada **entropia**. Ela é denotada geralmente por uma letra maiúscula S e tem unidades de energia por unidade de tempo (J/K no SI).

Essa grandeza segue um princípio bem claro: no universo, ela sempre aumenta com o tempo. Isso pode ser denotado matematicamente da seguinte forma:

$$\frac{dS}{dt} \geq 0 \quad \text{(universo).}$$

Portanto, a taxa de variação da entropia no universo é sempre igual ou maior que zero. Isso significa que a entropia deve sempre aumentar ou, no melhor dos casos, manter-se constante.

É por isso que a entropia pode ser relacionada com a seta do tempo.

Assimile

A entropia no universo sempre aumenta, e é por isso que ela pode ser relacionada com a seta do tempo. Quando você liga um cronômetro, os valores indicados nele em segundos, minutos e horas sempre aumentam, não é mesmo? Assim, a entropia pode servir como uma espécie de cronômetro, pois se você verificar o estado do universo em dois instantes de tempo e comparar a entropia, o estado de maior entropia certamente pertence ao futuro com relação ao estado com menor entropia.

Note que o universo é composto por diversos subsistemas que interagem entre si. Pode-se criar um processo termodinâmico que reduza a entropia em um determinado sistema, mas isso somente será possível por meio da interação com outro sistema, que terá sua entropia aumentada em igual proporção ou em proporção maior. Assim a entropia do universo cresceu.

Tal como o universo, um sistema isolado deve respeitar o mesmo princípio. Se um determinado processo termodinâmico no sistema isolado gera uma variação de entropia ΔS, então, necessariamente:

$\Delta S \geq 0$ (sistema isolado).

Muito bem, mas você já deve estar curioso sobre como seria possível calcular essa grandeza física. A dica virá dos ciclos termodinâmicos que estudamos nas seções anteriores e na tentativa de classificar as máquinas térmicas em termos de sua eficiência.

A eficiência de uma máquina térmica qualquer é dada em termos do trabalho realizado ao longo do ciclo (W), do calor extraído da fonte quente (Q_q) e do calor descartado para a fonte fria (Q_f) por:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_q} = \frac{Q_q - Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q} \text{ (máquina térmica qualquer).}$$

No caso da máquina de Carnot, que é a mais eficiente das máquinas térmicas, a eficiência pode ser escrita simplesmente em termos da temperatura das fontes quente e fria:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_f}{T_q} \text{ (máquina de Carnot).}$$

Ora, a máquina de Carnot é a que aproveita de maneira mais eficiente o calor das fontes quente e fria. Podemos relacionar temperatura com calor para uma máquina de Carnot da seguinte forma:

$\varepsilon = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q}$, pois a fórmula apresentada anteriormente é geral e válida para qualquer máquina térmica. Então, podemos reorganizar a equação anterior da seguinte maneira:

$$1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q} \quad \rightarrow \quad \frac{T_f}{T_q} = \frac{Q_f}{Q_q} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_q}{T_q} = \frac{Q_f}{T_f}.$$

Assim, na mais eficiente das máquinas, a relação entre o fluxo de calor e a temperatura das fontes é sempre a mesma. Mas como fica essa relação para uma máquina qualquer? Sabemos que, nesse caso, a eficiência deverá ser sempre menor que a da máquina de Carnot. Então:

$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_f}{Q_q} \leq 1 - \frac{T_f}{T_q} \cdot$$

Note que a eficiência para qualquer máquina é menor ou igual à de uma máquina de Carnot funcionando entre as mesmas temperaturas. Assim, teremos o "igual" quando a máquina estudada também for de Carnot, ou "menor" quando se tratar de qualquer outra máquina, como as baseadas no ciclo de Otto ou no ciclo do diesel, por exemplo. Nesse caso, a relação fica:

$$1 - \frac{Q_f}{Q_q} \leq 1 - \frac{T_f}{T_q} \quad \rightarrow \quad \frac{T_f}{T_q} \leq \frac{Q_f}{Q_q} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_q}{T_q} \leq \frac{Q_f}{T_f} \cdot$$

Lembrando que no último passo levamos em consideração que o calor recebido da fonte quente e a temperatura da fonte fria são grandezas positivas, o que é importante para trabalhar com a inequação. Se você pensar com calma, verá que o último termo da equação não traz nenhuma informação nova, pois mostra que é perdido proporcionalmente mais calor para a fonte fria do que no caso da máquina de Carnot.

É justamente por isso que ela é menos eficiente, pois sobra menos energia para ser convertida em trabalho. Fizemos a manipulação anterior para mostrar que podemos estudar a eficiência de uma máquina térmica estudando a relação entre o calor transferido e a temperatura.

E é isso que utilizaremos para, finalmente, definir a entropia:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$ (variação da entropia).

Perceba que essa definição é geral e não exige uma temperatura constante, pois, no caso, o calor transferido pode ser escrito como uma função da temperatura.

Exemplificando

Calcule a expressão que representa a variação de entropia em um líquido preso em um recipiente de volume constante, cuja capacidade térmica nessas condições é dada por C_v. Suponha que o líquido recebe calor do ambiente, fazendo com que a temperatura aumente lentamente de T_i até T_f.

Resolução:

Sabemos que a variação de entropia é obtida por meio da integral

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}.$$

Qual expressão representa a grandeza *dQ*? O enunciado forneceu a capacidade térmica do líquido, e nossos conhecimentos de calorimetria apontam para a expressão $Q = C\,\Delta T$ positiva, uma vez que o sistema recebe calor do ambiente. O refinamento do qual necessitamos aqui é o fato de que precisamos realizar a integração e, para isso, precisamos de uma expressão infinitesimal. A constante C_v relaciona linearmente Q ΔT Então, podemos utilizar $dQ = C_V\,dT$.

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_V dT}{T} = C_V \ln \frac{T_f}{T_i}.$$

Veja que a variação na entropia obtida só é válida para temperatura final maior que a temperatura inicial (propriedades do logaritmo). Isso reflete o calor positivo recebido pelo sistema que deve, necessariamente, se traduzir em aumento de temperatura, uma vez que o volume mantém-se constante, e esse calor não pode ser revertido em trabalho.

Uma questão importante que precisa ser estudada nesse momento é a reversibilidade de um processo termodinâmico, pois essa questão tem íntima relação com a entropia.

Um **processo reversível** é aquele que pode ser desfeito facilmente por meio de uma pequena mudança no ambiente. Esses processos devem ocorrer lentamente, e nenhuma energia pode ser perdida por atrito ou outros processos dissipativos usuais.

Nesses processos, veremos que a variação na entropia é nula. Ou seja:

$\Delta S = 0$ (processo reversível).

O processo adiabático é um exemplo de reversibilidade. Isso é natural, pois não há troca de calor e, portanto, não há possibilidade de desperdício de energia por processos dissipativos (note que o atrito gera calor, portanto, em um processo adiabático, não pode existir interação com atrito). Nesses processos, veremos que a variação na entropia é nula:

$$dQ = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta S = \int \frac{dQ}{T} = 0 \text{ (processo adiabático).}$$

O processo isotérmico também é considerado reversível, mas não pelo fato de gerar uma variação de entropia nula, mas sim de gerar uma quantidade mínima de entropia, que pode ser contrabalanceada por um processo inverso. Para um processo isotérmico,

$$T = T_0 = cte \quad \rightarrow \quad \Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_0} \int dQ = \frac{Q}{T_0} \cdot$$

Vemos que, no processo isotérmico, todo o calor fornecido impacta diretamente em realização de trabalho e também em armazenamento na forma de energia interna, mas não é desperdiçado em processos dissipativos.

O cálculo anterior mostra que em um processo isotérmico, fornecendo um calor *Q*, geramos uma entropia *Q/T*. Retirando o mesmo calor *Q* do sistema, podemos retornar ao estado inicial com um custo zero em termos de entropia. Veja o que ocorre em um processo no qual fornecemos *Q* e depois retiramos *Q* isotermicamente:

$$T = T_0 = cte \quad \rightarrow \quad \Delta S = \frac{Q}{T_0} + \frac{-Q}{T_0} = 0 \cdot$$

Observe que nos referimos aqui ao processo ocorrido no interior do sistema, ou seja, não estamos discutindo a entropia que pode ser gerada fora dele, no processo de fornecimento ou de retirada do calor *Q*. Agora, você compreende por que o ciclo de Carnot é composto por processos adiabáticos e isotérmicos. São os mais eficientes. O ciclo de Carnot é o único ciclo termodinâmico reversível.

E os **processos irreversíveis**? Neles, o calor fornecido é perdido em processos dissipativos, das mais diversas maneiras. Os ciclos termodinâmicos reais, tais como o ciclo de Otto ou o ciclo do diesel, que estudamos na seção anterior, geram bastante entropia quando em funcionamento. Um carro despeja partículas quentes por seu escapamento e irradia calor por meio do aquecimento do motor, com grandes perdas de energia.

Exemplificando

Uma máquina de Carnot funciona entre as temperaturas de 500 K (reservatório quente) e 300 K (reservatório frio). Sabe-se que a máquina recebe exatamente 600 J de calor da fonte quente. Mostre que a variação de entropia no sistema, após a realização de um ciclo completo, será nula.

Resolução:

Um ciclo de Carnot é composto por uma expansão isotérmica, uma contração isotérmica e dois processos adiabáticos. Para calcular a variação da entropia do sistema após a realização de um ciclo completo, precisamos calcular a variação na entropia em cada um dos processos.

Os dois processos adiabáticos não geram entropia, pois neles o sistema está isolado e não troca calor com o ambiente. Sem troca de calor, não existem processos dissipativos e, portanto, não pode ser produzida entropia.

Para um processo isotérmico, vimos que $\Delta S = Q/T$.

No caso da expansão isotérmica, sabemos que ela ocorreu à temperatura constante de 500 K com base em 600 J de calor recebidos do reservatório quente. Então, no interior da máquina,

$$\Delta S_q = \frac{Q_q}{T_q} = \frac{600}{500} = 1{,}2\,J/K\ .$$

No caso da contração isotérmica, que ocorre durante o descarte de calor no reservatório frio, precisamos descobrir a quantidade de calor trocado no processo. Isso não é difícil, pois sabemos que a eficiência de uma máquina de Carnot é dada por:

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{300}{500} = 0{,}4\ .$$

Para qualquer máquina térmica, sabemos que:

$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_f}{Q_q} \quad \rightarrow \quad 0,4 = 1 - \frac{Q_f}{600} \quad \rightarrow \quad Q_f = 360\ J\,.$$

Agora, podemos calcular a variação da entropia na contração isotérmica:

$$\Delta S_f = \frac{-Q_f}{T_f} = \frac{-360}{300} = -1,2\,J/K\,.$$

Aqui, lembramos que o sistema perdeu calor, o que justifica o sinal negativo.

Assim,

$$\Delta S_{ciclo} = +1,2 + 0 - 1,2 - 0 = 0\,.$$

No ciclo de Carnot estudado, mostramos que a variação da entropia é zero, o que justifica a sua classificação como um ciclo reversível.

Reflita

Por que não utilizamos o ciclo de Carnot em aplicações de engenharia, tais como os motores dos carros e caminhões? Você conseguiria projetar um modelo funcional?

Entropia e as leis da termodinâmica

Podemos reescrever a primeira e a segunda lei da termodinâmica em termos da entropia. Isso nos oferece uma possibilidade de quantificar inúmeros processos, e isso é imprescindível nos estudos mais aprofundados realizados por cientistas e engenheiros na busca da compreensão dos fenômenos físicos e na melhoria da eficiência das máquinas térmicas da indústria ou daquelas que utilizamos no dia a dia.

A primeira lei é uma expressão da conservação de energia. Em seções anteriores, vimos que:

$$\Delta E = Q + W.$$

Podemos exprimir essa grandeza em termos diferenciais:

$$dE = dQ - dW = dQ - PdV \; .$$

Entretanto, o que seria dQ? Como quantificar essa grandeza? Podemos escrevê-la em termos da entropia:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} \quad \rightarrow \quad dS = \frac{dQ}{T} \quad \rightarrow \quad dQ = T\,dS,$$

de modo que podemos reescrever a primeira lei da seguinte maneira, em notação diferencial:

$$dE = T\,dS - PdV \quad \text{(primeira lei da termodinâmica).}$$

A segunda lei, por sua vez, expressa que nenhum ciclo termodinâmico pode absorver calor de uma fonte quente, retornando a seu estado inicial com a única consequência sendo a geração de trabalho útil. Algum calor sempre é despejado na fonte fria.

Em termos de entropia, podemos enunciar a segunda lei simplesmente afirmando: a **entropia do universo sempre deve aumentar**: $\Delta S \geq 0$. Esse enunciado contém toda a informação contida nos outros enunciados fornecidos na unidade anterior.

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos. Leia a seção 19-5 do capítulo "A segunda lei da termodinâmica". In: TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. Cap. 19. p. 635 - 668. 1 v.

Estude o exemplo 19-9 da página 654. Lembre-se: você tem acesso gratuito ao livro em sua biblioteca virtual. Basta realizar o login e depois acessar o conteúdo.

Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2618-3/cfi/677!/4/4@0.00:0.0512>. Acesso em: 11 fev. 2017.

Aspectos estatísticos da entropia

Muitas pessoas gostam de explicar a entropia como se ela estivesse relacionada a uma desordem, com o fato de que o universo tende a uma desordem cada vez maior. E isso é verdade, desde que ela seja compreendida da maneira correta. Caso contrário, pode levar a alguns mal-entendidos, e tal definição não é muito precisa. Afinal, o que um quarto bagunçado tem a ver com o movimento das moléculas de um gás? O que é bagunça ou desordem?

A entropia tem relação com aspectos probabilísticos que serão estudados ao longo desta seção. Da mesma maneira como pensamos em uma distribuição de velocidades para definir a energia interna, precisamos compreender que um recipiente que contém um mol de um gás ($6 \cdot 10^{23}$ partículas) tem inúmeras possibilidades de se organizar em termos da posição das partículas.

Imagine que você pudesse ver cada uma dessas partículas em seu movimento contínuo. Elas colidem entre si; algumas viajam com baixas velocidades; outras, com velocidades maiores. Algumas vão para a direita, outras vão para a esquerda; algumas estão no topo do recipiente, outras estão no fundo; e elas se movem continuamente.

A entropia é uma maneira de medir diretamente quantas são as possibilidades possíveis de se organizar um sistema. Não se trata exatamente de uma desordem, mas sim de um número grande de possibilidades de configurar um sistema físico.

Vamos analisar uma situação simples para compreender do que se trata?

Imagine uma situação na qual há um pequeno recipiente dividido em dois compartimentos e quatro moléculas para serem distribuídas entre os recipientes, como mostra a Figura 3.14. Suponha que a probabilidade de encontrar a partícula do lado direito ou do lado esquerdo da caixa é exatamente a mesma: 50% de chance para o lado direito e 50% para o esquerdo.

Quantas diferentes configurações teríamos? Tomando cada partícula, teríamos duas opções (compartimento da direita e compartimento da esquerda). Teríamos $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

possibilidades (no caso geral, para N partículas, teríamos 2^N possibilidades).

Como moléculas são indistinguíveis entre si, exceto pelo fato de que podemos diferenciar as que estão de cada lado, nos interessa somente o número de possibilidades com o mesmo número de partículas do lado direito e do lado esquerdo. Para analisar combinações assim, considerando n_d o número de partículas do lado direito e $n_e = N - n_d$ o número de partículas do lado esquerdo, o número de combinações será:

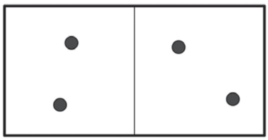
$$\binom{N}{n_d} = \frac{N!}{n_d!\,n_e!} \,.$$

Por exemplo, o número de possibilidades de encontrarmos duas partículas do lado direito e duas do lado esquerdo é:

$$\binom{4}{1} = \frac{4!}{2!2!} = 6 \,.$$

Chamamos cada uma dessas possibilidades de um **microestado**.

Figura 3.14 | Entropia e microestados



Fonte: elaborada pelo autor.

Reflita

Calcule todas as possíveis distribuições no caso indicado anteriormente (zero, uma, duas, três ou quatro partículas do lado direito). Qual estado é mais provável?

Se você realizou o cálculo solicitado, saberá que o estado mais provável é o de duas partículas de cada lado (com seis possibilidades), ao contrário de encontrar zero partículas do lado direito ou zero do lado esquerdo (com somente uma possibilidade).

Imagine, ao invés de quatro partículas, quatro mols de partículas ($2,4 \cdot 10^{24}$ partículas). Imagine também que a divisória entre os compartimentos seja retirada. Teríamos um número imenso de possibilidades de encontrar uma divisão igual de partículas de ambos os lados do recipiente, e somente uma possibilidade de encontrar todas em um dos lados. Assim, encontrar as partículas igualmente distribuídas é muito mais provável.

Isso está manifestado em termos da entropia. O estado com maior número de possibilidades é não somente mais provável, como também o estado de maior entropia. Digamos que o estado com todas as partículas de um único lado do recipiente é um estado altamente organizado e, portanto, desfavorecido e improvável.

É possível definir a entropia em termos do número W de microestados disponíveis para cada configuração do sistema, calculando:

$$S = k \ln W \, .$$

Assim, no caso das quatro partículas, teríamos que o estado com duas partículas de cada lado tem maior entropia e, portanto, é mais favorecido como um estado de equilíbrio para o sistema.

Sem medo de errar

Lembre-se: na presente unidade você se colocou no lugar de um professor que tem como desafio transmitir o conceito de entropia de uma maneira que estimule a participação dos alunos com um foco especial na compreensão do tema, e não meramente na aplicação de algumas fórmulas. Eles precisam realmente compreender o universo que nos rodeia.

Após uma explicação sobre o tema entropia, ao fim da aula, você pede que os estudantes se dividam em grupos e filmem, em suas casas, a queda de algumas gotas de um líquido colorido no interior de um recipiente com água. Poderia ser um corante culinário, uma gota de molho de soja, café ou qualquer outro líquido disponível em suas cozinhas, para facilitar o trabalho. Você somente explicou que precisaria ser um líquido não muito viscoso, e deu exemplos.

Na próxima aula, cada grupo mostrou o seu vídeo. Você mostrou todos eles de trás para a frente, perguntando se eles sabiam reconhecer se os vídeos realmente estavam no sentido contrário. Todos afirmaram que sim. Com isso, você deu início a um debate: por que era tão fácil identificar o sentido verdadeiro do tempo?

Um dos estudantes falou que era muito estranho que o corante se movesse todo para o mesmo lugar ao mesmo tempo. Afinal, se ele tinha todo o recipiente para se espalhar, por que se concentraria naquele lugar?

Essa foi a deixa para você esclarecer o aspecto estatístico da entropia: sim, cada molécula de corante tinha muitos caminhos para percorrer, muitos sentidos para os quais se encaminhar. Por que elas se moveriam todas para o mesmo lado? Não que isso fosse absolutamente impossível, mas era certamente muito improvável.

Você aproveitou para mostrar um vídeo feito em uma mesa de bilhar, que mostrava a colisão entre três bolas. Depois, você revelou que o vídeo estava no sentido oposto, e ninguém tinha percebido. Você aproveitou para mostrar vídeos de jogos de bilhar em que coisas muito improváveis aconteciam. No entanto, afirmou logo depois que isso era fácil de se conseguir com poucas partículas. No caso, três ou quatro bolas de bilhar.

Mas como fazer coisas improváveis acontecerem com as $6 \cdot 10^{23}$ partículas em um mol de um gás, ao mesmo tempo? Difícil, não é? Você abriu espaço para que os estudantes discutissem quão difícil seria verificar todas as moléculas que compõem o ar na sala de aula se eles se concentrassem na quina do local, por exemplo.

Os estudantes ficaram muito animados com a discussão, e nem eles nem você perceberam o tempo passar. Apesar disso, você ficou satisfeito, pois sabia que o objetivo de envolver a turma e gerar aprendizado real da Física tinha sido atingido.

Ao fim da aula, um estudante perguntou sabiamente: como calcular qual seria essa probabilidade? Mal sabia ele que tinha acabado de oferecer uma bela conexão para o tema da próxima aula da turma, sobre teoria cinética dos gases. No entanto, por enquanto, ficaremos por aqui.

Avançando na prática

Preparação para uma prova

Descrição da situação-problema

Um estudante que está se preparando para uma prova da disciplina da qual você é professor lhe procura cheio de dúvidas com relação a um exercício. Você deve orientá-lo a resolver o exercício da melhor maneira possível.

O exercício em questão é: calcular a variação da entropia em um mol de um gás ideal expandindo-se de dois modos: adiabaticamente e isotermicamente. Sabe-se que inicialmente o gás encontra-se em um reservatório de volume $0{,}025\ m^3$ submetido à pressão atmosférica. No caso da expansão isotérmica, o gás recebe 800 J de calor.

Resolução da situação-problema

Você diz ao estudante que não é necessário realizar um cálculo no que se refere ao processo adiabático, pois, como não há troca de calor, não pode haver variação de entropia. Então, $\Delta S_{ad} = 0$.

No que se refere ao processo isotérmico, você deve deixar claro que em primeiro lugar é preciso descobrir a temperatura relevante. Sabendo que um gás ideal é descrito pela equação de estado $PV = nRT$, o estudante deve fazer as substituições com os dados do problema: $10^5 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot 8{,}3 \cdot T \quad \rightarrow \quad T \approx 301{,}2\ K$.

Você deve lembrá-lo de que a variação de entropia em um processo isotérmico é dada por $\Delta S = Q/T$. O estudante deve novamente fazer a substituição para obter o resultado final:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{800}{301{,}2} = 2{,}656\ J/K\ .$$

Com sua ajuda, ele encontrou a resposta correta, sentindo-se gradativamente mais bem preparado para a prova a cada exercício resolvido.

Faça valer a pena

1. O ciclo de Carnot compõe a máquina térmica mais eficiente que pode ser construída. Ela permite o melhor aproveitamento possível desse calor. Apesar disso, é uma máquina bastante idealizada, de modo que a maioria das máquinas térmicas com aplicações relevantes na engenharia são baseadas em ciclos mais realistas, como o de Otto ou o do diesel.

Com relação ao ciclo de Carnot, avalie as afirmativas a seguir:

I. A máquina de Carnot é extremamente eficiente, pois transforma todo o calor recebido da fonte quente em trabalho útil, sem desperdícios.

II. A máquina de Carnot é uma máquina reversível, pois é composta de dois ciclos adiabáticos e dois ciclos isotérmicos.

III. A máquina de Carnot gera zero entropia em cada ciclo, pois os processos adiabáticos não geram entropia, e a entropia gerada pela expansão isotérmica é cancelada pela entropia gerada pela compressão isotérmica.

Marque a alternativa que indica todas as afirmativas corretas:

a) I.

b) I e II.

c) I e III.

d) II e III.

e) I, II e III.

2. Avalie a relação lógica entre as afirmativas a seguir:

I. A entropia do universo deve sempre aumentar, o que fica bem descrito pela expressão $\Delta S \geq 0$

PORQUE

II. Alguns processos não geram aumento de entropia, como os processos adiabáticos. A maior parte dos processos gerará um aumento de entropia, que está relacionado com processos dissipativos que causam perdas do calor recebido para o ambiente. Alguns processos podem gerar redução na entropia, mas isso sempre ocorre em conjunto com outros processos de modo que, por fim, a entropia do universo sempre aumentará.

Marque a alternativa que contém a relação lógica entre as afirmativas.

a) As afirmativas I e II são falsas.

b) A afirmativa I é falsa, mas a afirmativa II é verdadeira.

c) A afirmativa I é verdadeira, e a afirmativa II é falsa.

d) Ambas as afirmativas são verdadeiras, mas a afirmativa II não justifica a afirmativa I.

e) Ambas as afirmativas são verdadeiras, e a afirmativa II justifica corretamente a I.

3. Um certo número n de mols de um gás ideal expande-se isotermicamente ao receber 640 J de calor de um reservatório quente. Ao fim do processo, o volume do recipiente que contém o gás é $0,03m^3$ e a pressão é 1 atm. O processo causou uma elevação de entropia de 2J/K.

Marque a alternativa que contém o valor que mais se aproxima do número correto de mols de gás ideal na situação descrita.

a) 2,9.

b) 3,6.

c) 2,3.

d) 1,1.

e) 1,8.

Seção 3.3

Teoria cinética dos gases

Diálogo aberto

Olá, estudante! Chegamos à última seção sobre o tema termodinâmica. Foram até aqui duas seções intensas de trabalho, não é mesmo? Nas duas primeiras, definimos os aspectos fundamentais da termometria, calorimetria e as leis da termodinâmica. Nesta seção, realizamos um aprofundamento estudando importantes aplicações (máquinas térmicas) e uma grandeza física importante para a correta compreensão da segunda lei da termodinâmica (entropia).

Agora compreenderemos a relação entre a termodinâmica e a estatística, analisando como o coletivo das moléculas influencia nas características macroscópicas dos fluidos. Para fazer isso, analisaremos cada partícula utilizando nossos conhecimentos de cinemática e dinâmica, para depois aplicar a estatística em termos de valores médios. Com isso, provaremos importantes resultados da termodinâmica.

Lembre-se, na presente unidade você é um professor que trabalha para transformar seu modo de ensinar. Você deseja preparar suas aulas de forma que o tópico torne-se mais interessante para seus alunos, visando a uma maior participação destes e, consequentemente, um melhor aproveitamento da aula. Como você deseja evitar a apresentação de fórmulas e a realização de cálculos antes que a física por detrás do fenômeno seja bem compreendida, você decidiu abordar o tema teoria cinética dos gases de uma maneira leve e bem visual, para que os alunos possam compreender o comportamento das moléculas dentro de um recipiente cheio de gás. Qual é a origem da pressão? De que modo fica armazenada a energia interna do gás? Como a pressão pode ser constante ao longo do tempo? E por que o gás está sempre distribuído de maneira mais ou menos constante no interior do recipiente? Qual é a probabilidade de que todas as moléculas se agrupem em um dos lados do recipiente?

Essas e muitas outras perguntas podem ser respondidas de maneira leve e descontraída, mesmo para estudantes jovens e sem tanta base matemática.

Vamos a este desafio?

Não pode faltar

Para compreender a relação entre a estatística e a termodinâmica, partiremos de um exemplo que já conhecemos bem: os gases ideais. Vimos que um gás ideal segue a equação de estado $PV = NkT$, em que N é o número de moléculas do gás e k é a constante de Boltzmann $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Lembre-se: em geral, trabalhamos com o número de mols n, em que $N = n \cdot N_A$ No caso o número de Avogadro $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ que representa o número de partículas contidas em um mol. Em mols, a equação de estado é $PV = nRT$, em que $nR = Nk$.

Na presente seção, tentaremos entender o comportamento de uma única partícula que compõe o gás ideal, e depois compreender as características macroscópicas do gás com base nessa informação.

Imagine uma única molécula, considerada como uma partícula de massa m e velocidade $\vec{v}$. Seu momento linear será: $\vec{p} = m\vec{v}$.

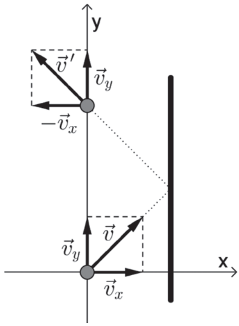
Como toda grandeza vetorial, podemos estudar separadamente seu comportamento em cada uma das direções espaciais. No caso, temos:

$$\vec{p} = p_x \hat{i} + p_y \hat{j} + p_z \hat{k}$$

$\vec{p} = mv_x \hat{i} + mv_y \hat{j} + mv_z \hat{k}$,em que $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ são vetores unitários (versores) no espaço apontando no sentido positivo das direções x, y e z, respectivamente.

Imagine que a partícula está no interior um recipiente cúbico de volume V. Nesse caso, para facilitar, podemos escolher direções espaciais perpendiculares às faces do cubo. Imagine que uma partícula está prestes a colidir com o lado do cubo que é atravessado perpendicularmente pelo eixo x do sistema de coordenadas escolhido, tal como é indicado na Figura 3.15.

Figura 3.15 | Partícula colidindo com parede



Fonte: elaborada pelo autor.

Colisões entre moléculas ocorrem devido a forças eletromagnéticas de repulsão entre seus elétrons, e podem ser consideradas elásticas, de modo que a energia cinética da partícula é conservada. Para que isso ocorra, a partícula deve manter a mesma velocidade em módulo, antes e depois da colisão.

A Figura 3.15 mostra que a velocidade no eixo y é inalterada, uma vez que a interação ocorre ao longo do eixo x. No eixo x, a velocidade mantém o módulo e a direção, mas tem seu sentido invertido.

Sabemos que as colisões são bem descritas em termos do impulso, que é igual à variação do momento linear. Portanto,

$$\vec{J} = \overrightarrow{\Delta p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$\vec{J} = m\vec{v} - m\vec{v}\,' = \left(-mv_x\hat{i} + mv_y\hat{j}\right) - \left(mv_x\hat{i} + mv_y\hat{j}\right) = -2mv_x\hat{i}\ .$$

Vemos que só existe alteração no eixo x, de modo que focaremos nossa atenção sobre ele:

$$J_x = 2mv_x\ .$$

Sabemos que podemos relacionar a força com o impulso: a força é a variação do momento linear (impulso) pelo intervalo de tempo, ou seja:

$$\vec{F}(t) = \frac{d\vec{p}}{dt}\ .$$

Quanto tempo temos entre cada colisão contra uma mesma parede? No que se refere ao eixo x, se a parede do cubo tiver um comprimento L, então a colisão será cíclica, e está relacionada com a velocidade v_x da seguinte maneira:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{v_x},$$

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x}.$$

Temos 2L pois a partícula deve percorrer o caminho até a parede oposta e retornar, para voltar a colidir com a parede em questão. Podemos, então, definir uma força média aplicada pela partícula sobre a parede:

$$F = \frac{J_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\frac{2L}{v_x}},$$

$$F = \frac{mv_x^2}{L}.$$

Ora, sabemos que a definição de pressão é força sobre área. Como a área da parede cúbica é L^2, então, a pressão exercida por uma única partícula na parede será:

$$P_{part} = \frac{F}{A} = \frac{mv_x^2}{L^3}.$$

Mas e para todas as N partículas de um fluido ideal? Para que seja possível descobrir a pressão, precisamos fazer uso da estatística, pelo simples fato de que não somos capazes de detectar e conhecer a posição e a velocidade de todas as partículas dentro de um recipiente fechado.

Muito bem, mas como poderemos estender essa linha de argumentação para todas as partículas do recipiente? Para entender o tamanho do problema, vamos a um exemplo prático. Imagine um pequeno recipiente com um mol de água o qual a temperatura e a pressão ambientes preenchem com aproximadamente 18 ml. Nesse caso, para saber exatamente o que está acontecendo dentro desse pequeno recipiente, são $6 \cdot 10^{23}$ moléculas para conhecer a posição e a velocidade. Sim, se você fosse anotar as informações de cada uma delas em uma tabela, precisaria de 6000000000000000000000000 linhas.

Graças à estatística, não teremos que fazer isso. Precisamos somente descobrir bons argumentos físicos para definir as grandezas **médias** corretas.

Assim, para todas as N partículas, teremos:

$$P = \frac{m}{L^3}\left(v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + v_{x3}^2 + \ldots + v_{xN}^2\right).$$

Não sabemos precisar qual é a velocidade de cada uma das partículas, mas podemos dizer que, caso seja possível indicar, utilizando métodos estatísticos, uma velocidade média para esse conjunto de partículas, então podemos dizer que:

$$P = \frac{m}{L^3}\left(N \cdot \left\langle v_x^2 \right\rangle_{med}\right).$$

Em que $\langle \; \rangle$ denota um valor médio. Podemos ainda relacionar a massa da partícula com a massa molar (massa total por mol de fluido) e o número de partículas com o número de mols, $N m = n M$, obtendo:

$$P = \frac{nM}{L^3}\left\langle v_x^2 \right\rangle.$$

Assim como podemos definir uma velocidade média sobre o eixo x, podemos também definir uma velocidade média geral. Devido à nossa experiência cotidiana, sabemos que a pressão distribui-se igualmente ao longo de um recipiente (aqui, estamos desconsiderando a influência da gravidade). Desse modo, podemos supor que a velocidade média em cada direção espacial deve ser a mesma.

Reflita

Você se lembra do princípio da independência dos movimentos de Galileu? Como você acha que ele afeta os cálculos que estamos realizando aqui?

O quadrado de uma velocidade média normalmente seria obtido da seguinte maneira:

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

$$v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v} = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 .$$

Podemos usar o mesmo raciocínio para a média do quadrado das velocidades, lembrando que não existe razão para supor que elas devam ser diferentes em cada direção espacial. Então:

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$$

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle}{3} .$$

Substituindo o quadrado das velocidades na equação da pressão:

$$P = \frac{nM}{3L^3} \langle v^2 \rangle .$$

Para finalizar o raciocínio, precisamos relacionar a velocidade média das partículas com a temperatura, e depois relacionar a temperatura com a energia interna do gás. Utilizando a equação de estado do gás ideal ($PV = nRT$), podemos isolar a pressão e igualar com a equação acima. Como o volume do cubo de aresta L é dado por $V = L^3$, então: $P = \frac{nRT}{V} = \frac{nRT}{L^3}$.

Igualando os dois resultados obtidos para a pressão do fluido, temos que:

$$P = \frac{nRT}{L^3} = \frac{nM}{3L^3} \langle v^2 \rangle .$$

Portanto, concluímos que:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3RT}{M} .$$

Daí, vemos que existe uma relação entre a velocidade quadrática média das partículas que compõem um gás ideal com a temperatura e a massa molar $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

Exemplificando

Uma indústria trabalha com armazenamento de fluidos diversos em tanques, utilizados como insumos para a produção. Suponha que um tanque armazena gás nitrogênio (massa molar 28g/mol) à temperatura ambiente de 295 K. Considere, por simplicidade, tratar-se de um gás ideal. Encontre a velocidade quadrática média das partículas no interior do tanque.

Resolução:

Para encontrar a velocidade quadrática média, podemos utilizar a expressão $v_{rms} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$.

Substituindo as informações indicadas no enunciado, temperatura e massa molar do nitrogênio, então teremos:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,3 \cdot 295}{0,016}} \approx 512,2\, m/s \; .$$

Com base em uma velocidade, podemos definir uma energia cinética, não é mesmo? Afinal, todas essas partículas em movimento armazenam uma grande quantidade de energia. O valor dessa energia cinética será: $K = mv^2/2$. No caso de uma única partícula, a energia cinética será:

$$K_{part} = \frac{m}{2} v_{rms}^2 = \frac{m}{2} \frac{3RT}{M}$$

$$K_{part} = \frac{3RT}{2N_A} = \frac{3kT}{2} ,$$

em que utilizamos, no penúltimo passo, que $M = N_A \cdot m$ e, no último, que $k = R / N_A$ (k é a constante de Boltzmann).

Agora, chegamos ao momento-chave: qual é a energia interna de um gás ideal? Vamos considerar que o gás seja realmente uma partícula cujo único movimento seja o de translação, como no caso do estudo que acabamos de realizar. No caso do gás ideal, não temos nenhuma interação que capacite o sistema a armazenar energia na forma de energia potencial. Assim, toda a energia de um gás ideal está armazenada em sua energia cinética. Podemos, portanto, afirmar que a energia interna total de um gás ideal corresponde a:

$$E_{int} = K = N \cdot K_{part} = N \cdot \frac{3kT}{2} = \frac{3}{2} nRT$$

$$E_{int} = \frac{3}{2} nRT \text{ (partículas em um gás ideal monoatômico).}$$

Exemplificando

Calcule a energia interna em três mols de gás hélio a uma temperatura de 400K. Considere um gás ideal.

Resolução:

Por mais difícil que possa parecer a pergunta, acabamos de mostrar que a energia interna de um gás ideal monoatômico depende exclusivamente do número de mols e da temperatura do gás, de acordo com a seguinte expressão:

$$E_{int} = \frac{3}{2} nRT .$$

Utilizando as informações fornecidas no enunciado, o número de mols e a temperatura, podemos calcular:

$$E_{int} = \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot 8{,}3 \cdot 400 = 14940\,J .$$

Notem que utilizamos nossos conhecimentos de mecânica e elementos de estatística para chegar a um resultado completamente novo e muito importante. Somos capazes de encontrar a energia interna de um gás ideal utilizando somente duas informações: número de mols e temperatura.

A equação anterior é válida para um gás ideal que se comporte como uma partícula. Realisticamente, isso seria aplicável a um gás monoatômico (gases nobres, tais como hélio, argônio ou neônio) bastante rarefeito.

Para gases compostos por moléculas mais complexas, precisamos levar em conta que, além da translação, tais partículas são capazes de girar ao redor de seu centro de massa e armazenam energia na forma de energia cinética de rotação. No caso de moléculas diatômicas, tais como o oxigênio O_2 ou o nitrogênio N_2 , o resultado se altera um pouco:

$$E_{int} = \frac{5}{2} nRT \, .$$

Pela capacidade de girar, afirmamos que o gás diatômico tem cinco **graus de liberdade**, dois a mais do que uma molécula monoatômica, que tem somente três no total. A molécula monoatômica é capaz de viajar em uma translação nas três dimensões do espaço, e as moléculas diatômicas podem fazer isso e também girar ao redor de dois eixos perpendiculares.

Reflita

Quais são os dois graus de liberdade da molécula diatômica? Tome em suas mãos uma caneta. De quantas maneiras independentes você consegue girá-la? Ao girar a caneta ao redor do eixo central que a atravessa, você acha que esse seria um movimento capaz de armazenar bastante energia?

Assimile

Podemos utilizar essa informação para enunciar o teorema da equipartição da energia: "Toda molécula tem um certo número f de graus de liberdade, que são formas independentes pelas quais a molécula pode armazenar energia. A cada grau de liberdade, está associada (em média) uma energia de $\frac{1}{2}kT$ por molécula (ou $\frac{1}{2}RT$ por mol)" (HALLIDAY; RESNICK; WALKER 2012, p. 234).

Pesquise mais

Aprofunde seus conhecimentos. Leia, no Capítulo 6, as páginas 222 a 228 e 263 a 266 do capítulo "A Teoria Cinética dos Gases." In: HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: Gravitação, Ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 2 v. Lembre-se, você, estudante de nossa instituição, tem acesso gratuito ao livro em sua biblioteca virtual.

Sem medo de errar

Lembre-se de que nesta unidade você é um professor que deseja ensinar aspectos mais profundos da termodinâmica para seus estudantes de maneira mais divertida. Seu objetivo agora é ilustrar aspectos da teoria cinética dos gases e os aspectos estatísticos da entropia.

O que você poderia fazer para tornar isso tudo mais visual e intuitivo? Para ilustrar a teoria cinética dos gases, você decidiu construir uma caixa de madeira e colocar muitas bolinhas de gude em seu interior, representando as moléculas de um gás. Você explica como as partículas do gás estão em movimento contínuo no interior de um recipiente fechado, e também que as colisões das partículas com as paredes do recipiente dão origem ao fenômeno da pressão. O aumento da temperatura pode ser ilustrado como um aumento na agitação da caixa, que resulta em cada vez mais colisões entre as bolinhas e maior velocidade das próprias bolinhas.

Agora que os estudantes conseguiram visualizar o fenômeno, você decide mostrar quanta energia está disponível no interior de um gás, e resolve calcular a energia contida em um mol de nitrogênio à temperatura ambiente de 27 °C (300 K). Você sabe que o nitrogênio se manifesta na natureza na forma de uma molécula diatômica, e também que é um gás abundantemente presente no ar que respiramos.

Na aula, em primeiro lugar, você lembra os alunos de quantas moléculas estão presentes em um mol de gás ($6 \cdot 10^{23}$) e, portanto, dá a entender que mesmo que cada partícula carregue pouca energia, a energia total será elevada.

Você não tem interesse em se aprofundar muito nas fórmulas da teoria cinética dos gases com estudantes ainda tão jovens, mas sabe que precisa transmitir esse conhecimento de maneira exata, com valores realistas. Então, você utiliza seus conhecimentos para calcular a energia interna de um mol de gás diatômico:

$$E_i = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{5}{2} \cdot 1 \cdot 8{,}3 \cdot 300 = 6225\ J \cdot$$

Para que os estudantes tenham algum parâmetro para comparação, você mostra qual é a energia de um objeto de uma tonelada ao cair de uma altura de meio metro:

$$E = mgh = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 = 4900\,\mathrm{J}.$$

Além disso, você deseja mostrar a ordem de grandeza da velocidade de uma partícula típica no gás estudado. Para descobrir a resposta, você sabe que pode realizar o seguinte cálculo:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

No caso, M é a massa molar do gás nitrogênio, que é de aproximadamente 28 g, ou 0,028 kg por mol. Então:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}3 \cdot 300}{0{,}024}} \approx 558\ m/s.$$

Como você sabe que essa é somente uma velocidade descritiva do ponto de vista estatístico, explica que as partículas podem estar muito mais devagar ou mais rápido do que isso, mas que este é um valor típico. Ora, temos aproximadamente 2000 km/h a temperatura ambiente, no ar que nos circunda.

Assim, mesmo sem transmitir fórmulas complicadas, você foi capaz de descrever a situação das partículas em um gás típico, de modo que os estudantes agora conseguem imaginar o comportamento das partículas microscópicas que compõem um gás.

Avançando na prática

Estudante e exercício

Descrição da situação-problema

Um estudante deseja compreender aspectos profundos das leis da Física relacionados à termodinâmica em sua relação com a estatística, sabendo que seus conhecimentos serão um diferencial na busca por um bom emprego e para sua inserção no mercado de trabalho. Para atingir esse objetivo, ele procurou você, docente da disciplina, para auxiliá-lo na resolução do exercício a seguir. Você deve indicar o melhor caminho para que o estudante obtenha sucesso e assimile o máximo de conteúdo possível.

O exercício é o seguinte: um gás ideal, composto por moléculas diatômicas, está armazenado em um cilindro a uma determinada temperatura. O cilindro contém 5 mols do gás, que possui uma energia interna da ordem de 90 kJ. A velocidade média quadrática das moléculas desse gás é de aproximadamente 822 m/s. Identifique o gás armazenado no cilindro, sabendo que ele é composto por dois átomos idênticos.

Resolução da situação-problema

Você, como professor, recapitula a teoria cinética dos gases, sinalizando que o aluno pode utilizar a seguinte expressão para relacionar a energia interna de um gás diatômico com a sua temperatura:

$E_i = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \quad \rightarrow \quad T = \frac{2 \cdot E_i}{5 \cdot n \cdot R}$. Desta forma, ele irá obter $T = \frac{2 \cdot E_i}{5 \cdot n \cdot R} = 867,47\ K$.

Agora, de posse da temperatura do gás, o aluno pode relacionar a velocidade quadrática média do gás, fornecida no enunciado, com a massa molar do gás desconhecido:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \rightarrow \quad v_{rms}^2 = \frac{3RT}{M} \quad \rightarrow \quad M = \frac{3RT}{v_{rms}^2}.$$

$$M = \frac{3 \cdot 8,3 \cdot 867,47}{822^2} \approx 0,032\, kg/mol = 32\, g/mol.$$

Você deve lembrar ao estudante que essa é uma molécula diatômica, composta por dois átomos idênticos. Então, a massa molecular de cada um deles deverá ser de 16 g/mol, de modo que um mol de gás de moléculas compostas por dois átomos tenha massa de 32 g/mol. Como a massa atômica é numericamente igual à massa molecular, esse elemento possui massa atômica de 16 u. Você deve orientar o aluno a consultar uma tabela periódica, observando que o elemento com essa massa atômica é justamente o **oxigênio** e, portanto, o gás estudado é o **gás oxigênio**, com fórmula **química** O_2 .

Faça valer a pena

1. A teoria cinética dos gases nos mostra que muitos resultados clássicos da termodinâmica podem ser obtidos pela análise criteriosa do comportamento das partículas que compõem esses sistemas. Essa análise também nos permite ir além, obtendo resultados novos e complementando a análise macroscópica. Uma expressão simples nos permite calcular a energia interna de um gás. Ela depende unicamente do número de _____ e também da ______. A equação pode variar dependendo do número de _____ da molécula, que será diferente caso se trate de uma molécula monoatômica ou diatômica, por exemplo.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto:

a) Recipientes; entropia; estados

b) Recipientes; pressão; graus de liberdade

c) Mols; pressão; massa

d) Mols; temperatura; graus de liberdade

e) Mols; temperatura; massa

2. Em um recipiente resistente e muito bem vedado, 30 mols do gás monoatômico conhecido como argônio, que possui massa molar de 40g/mol, estão armazenados a uma temperatura de 620 K. Considere que o gás em questão pode ser bem aproximado por um gás ideal.

Calcule a energia interna do gás armazenado no recipiente e marque a alternativa cujo valor melhor aproxima o resultado obtido:

a) 23,16 kJ.

b) 231,57 kJ.

c) 2,32 kJ.

d) 453,72 kJ.

e) 45,37 kJ.

3. Um forno industrial muito bem vedado trabalha a uma temperatura desconhecida aquecendo gás hélio, um gás monoatômico cuja massa molar é 4g/mol. As moléculas em seu interior agitam-se, viajando a uma velocidade quadrática média conhecida, com valor 2100 m/s.

Marque a alternativa que indica a temperatura aproximada do forno da situação descrita.

a) 505,3 K.

b) 602,9 K.

c) 708,4 K.

d) 807,7 K.

e) 904,8 K.

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 2 v.

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros**: mecânica, oscilações e ondas, termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 1 v.

Oscilações

Convite ao estudo

Olá, estudante! Após aprender mais sobre tópicos essenciais de mecânica dos fluidos e termodinâmica, ingressamos na última unidade de nosso curso: oscilações e ondas, com diversas aplicações.

A base de nosso tema é o estudo dos movimentos periódicos, que são aqueles que se repetem dentro de intervalos de tempo bem conhecidos. As ondas são essenciais em nossas vidas, pois nossa visão e nossa audição são inteiramente dependentes da propagação delas. A luz é uma onda eletromagnética que se propaga no espaço e consiste em campos elétricos e magnéticos que oscilam com regularidade. As ondas sonoras propagam-se no ar e consistem de vibrações que aproximam e afastam as moléculas com regularidade. Graças a esses conhecimentos, somos capazes de produzir sons e criar instrumentos musicais.

Estudaremos a presente unidade para sermos capazes de modelar matematicamente e realizar estudos quantitativos de problemas do dia a dia e de engenharia envolvendo oscilações e ondas.

Na Seção 4.1 introduziremos os conceitos de período e frequência, falaremos sobre o movimento circular e a força centrípeta. Depois, na Seção 4.2, discutiremos a força elástica e o movimento harmônico, e ilustraremos com o bem conhecido pêndulo simples. Por fim, na Seção 4.3, falaremos sobre as ondas e sua propagação no espaço.

Para tornar nossa aprendizagem mais significativa, nesta unidade, você será um professor que deseja atrair a atenção de seus estudantes para o tema oscilações e ondas. Trabalhando em um colégio público, você se esforça muito para seguir as recomendações dos órgãos governamentais e o currículo proposto por seu estado no que se refere aos tópicos que deve lecionar. No ciclo atual, você deve falar com seus alunos sobre som e luz. O que você deve fazer para tornar a aprendizagem desses alunos, além de efetiva, prazerosa? Após refletir, você chegou a três premissas: quer trazer o conteúdo para o dia a dia, relacionando-o com o cotidiano dos alunos, ao falar sobre período e frequência; quer trazer um experimento clássico para sala de aula, para assim mostrar a física na prática, quando falar sobre movimento harmônico; por fim, quer tornar a experiência do aprendizado mais prazerosa, conectando o tema ondas com a música.

Você está pronto para mais um desafio? Vamos lá!

Seção 4.1

Período e frequência

Diálogo aberto

Estudante, iniciaremos a primeira seção falando sobre os temas período e frequência, um tópico essencial em nossas vidas e com inúmeras aplicações práticas. Sempre que lidamos com um evento que se repete no tempo, podemos falar sobre essas duas grandezas. Aproveitaremos para discutir de maneira bastante completa o movimento circular uniforme. Definiremos as grandezas deslocamento angular, velocidade angular e aceleração angular. Estudaremos a força centrípeta e a aceleração centrípeta, e muito mais.

Lembre-se, na presente unidade você é um professor que deseja tornar a aprendizagem de seus estudantes mais significativa. Seu objetivo é falar sobre ondas e oscilações, mas você sabe que para chegar lá precisa definir muito bem os tópicos período e frequência.

Um dos pontos enfatizados na formação de professores é justamente trazer os conceitos teóricos apresentados de acordo com o cotidiano dos estudantes, de maneira que a sua utilidade torne-se evidente, de modo a atrair o interesse e a atenção dos alunos. Você não concorda que assim fica muito mais interessante aprender um conteúdo novo?

Um ponto que sempre chamou sua atenção é o fato de que os movimentos da Terra são coisas complexas, mas que estão intimamente relacionadas com o cotidiano, os ciclos do dia e da noite e as estações do ano. Parece uma boa ideia descrever o período e a frequência do movimento de rotação da Terra ao redor de seu próprio eixo falando sobre dia e noite, relacionando-o com os ponteiros de um relógio e com a experiência intuitiva que todos os estudantes têm com relação à passagem do tempo. E para que eles percebam que o tópico é muito amplo, que tal falar, por exemplo, sobre o período e a frequência de uma linha de ônibus que realiza 24 viagens completas das 6h da manhã até a 0h?

Vamos lá?

Não pode faltar

Em nossa vida, estamos sempre descrevendo eventos. Um evento é uma ocorrência que pode ser localizada no tempo e no espaço. Por exemplo, você pode ter um determinado compromisso, por exemplo, uma entrevista de emprego, e para chegar lá precisa saber em que local e em qual horário ela ocorrerá.

Nesta unidade, vamos falar de eventos que se repetem de maneira previsível no tempo. Por exemplo, o horário em que você dorme todas as noites e o horário em que chega ao seu trabalho de manhã provavelmente são bastante previsíveis. A isso damos o nome de rotina. Nesses eventos, podemos definir o que chamamos de **período**, que é um **intervalo de tempo bem definido entre cada ocorrência**. Nos exemplos citados, seria um período de um dia entre cada ocorrência.

Também é possível definir uma **frequência**, que é o **número de ocorrências de um evento em uma determinada unidade de tempo**. Nos exemplos citados anteriormente, seria uma frequência de uma ocorrência por dia.

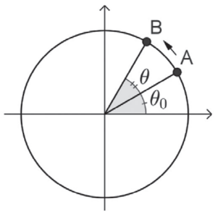
Como vemos, são noções bastante intuitivas, muito presentes em nosso dia a dia. Para formalizar essa compreensão, o ideal é estudar um exemplo concreto. Por isso, voltaremos nosso interesse nesta seção para os movimentos circulares. Para imaginar isso, pense que, caso o objeto que realiza um movimento circular deixasse um rastro permanente por onde passa, esse rastro seria um círculo perfeito. Vamos agora nos aprofundar no tema.

Você se lembra de qual é a circunferência (c) de um círculo? Ou seja, se você tentar formar um círculo com uma corda, qual seria o comprimento de corda necessário? A resposta depende da característica mais importante do círculo, ou seja, do seu raio (r) : $c = 2\pi \cdot r$.

Você também precisa conhecer muito bem a definição de um ângulo, que é a abertura formada por duas retas partindo de um mesmo ponto central. Podemos subdividir o espaço interno de um círculo de diversas maneiras. Por exemplo, em um relógio de parede, o círculo é dividido em 12 partes, uma para cada hora. Nos exercícios de matemática, dividimos o círculo em 360 unidades, chamadas graus, em que 90 graus compõem cada um dos quadrantes. Em outros momentos, estimulados pela equação da circunferência do círculo, é interessante dividir o círculo em 2π radianos. Uma ótima unidade, pois basta multiplicar o ângulo em radianos pelo raio para obter o comprimento do arco formado.

Veja a Figura 4.1. Suponha que você prendeu um prego sobre uma mesa e amarrou nele uma bolinha com um barbante. Agora, estique a corda, dê um impulso perpendicular à direção da corda: pronto, você criou um movimento circular! O movimento iniciou no ponto A, um ângulo θ_0 marcado com relação ao eixo central de rotação. É a posição angular inicial do movimento. Após algum tempo, a bolinha encontra-se na posição B. Ela moveu-se um ângulo θ com relação à posição anterior. Esse foi o deslocamento angular $\Delta\theta$.

Figura 4.1 | Posição angular



Fonte: elaborada pelo autor.

Mas não podemos nos confundir. O ângulo da bolinha no ponto B com relação ao eixo é $\theta + \theta_0$. O **deslocamento angular** será o ângulo final subtraído do ângulo inicial. Portanto, $\Delta\theta = \theta_{fin} - \theta_{ini}$.

Assimile

Em muitas áreas da física, utilizamos o sinal de menos para marcar um movimento no sentido oposto ao definido como positivo. No nosso caso, definimos (desenhando uma seta na figura) que o sentido anti-horário é positivo. Um deslocamento angular no sentido contrário será denotado com um sinal negativo. Não existe definição obrigatória, você sempre será livre para definir qual sentido de rotação é positivo e qual é negativo. Sempre utilize uma seta indicando a direção positiva, como fizemos na Figura 4.1, para não se esquecer da definição adotada.

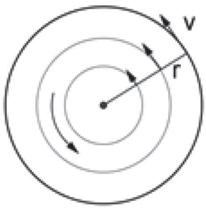
Que distância física (x) foi percorrida pela bolinha? Exatamente $x = r \cdot \Delta\theta$ (o ângulo em radianos). Com um cronômetro em mãos, seria possível calcular a velocidade da bolinha, pois

$v = \Delta x / \Delta t = r \cdot (\Delta\theta / \Delta t)$. Só lembre-se que a direção muda continuamente e que a bolinha retornará em algum momento ao seu ponto inicial.

Podemos pensar na taxa com a qual a bolinha se move em termos de um ângulo, não é mesmo? Poderíamos pensar em uma velocidade angular média ω, assim como definimos um deslocamento angular. Portanto, $\omega = \Delta\theta / \Delta t$, de modo que a velocidade da bolinha será $v = r \cdot \omega = r \cdot (\Delta\theta / \Delta t)$, como vimos anteriormente.

Como vemos na Figura 4.2, quando um corpo rígido gira, a velocidade linear de um ponto dependerá de sua distância com relação ao eixo de giro. Quanto mais longe do eixo, maior a velocidade. Lembre-se também de que a velocidade é uma grandeza vetorial e, portanto, tem módulo, direção e sentido. A direção será sempre sobre a tangente ao círculo no ponto estudado e mudará a todo instante, e o sentido dependerá do movimento. No movimento circular uniforme (MCU), o módulo da velocidade não varia.

Figura 4.2 | Disco girando



Fonte: elaborada pelo autor.

A posição angular pode ser escrita matematicamente como uma função do tempo $\theta(t)$. Isso é bastante conveniente, pois podemos obter a posição angular de uma partícula simplesmente inserindo o instante de tempo desejado na equação. Para o movimento circular uniforme, temos uma equação muito simples:

$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$ (MCU).

Exemplificando

Vamos supor que o exemplo da Figura 4.1 tenha sido construído na prática, com um barbante de 2 m de comprimento, em uma mesa bastante lisa. Após o impulso inicial, a esfera se move com velocidade praticamente constante.

A) Se a posição angular inicial é 1,81 radianos e a posição final 1,25 radianos, e o movimento estudado durou 2 s, qual foi a velocidade angular média da bolinha?

B) Se aguardarmos mais 3 s após a passagem da bolinha pela posição angular 1,25 radianos, onde a encontraremos?

Resolução:

A) Para calcularmos o deslocamento angular, precisamos subtrair a posição angular final da posição angular inicial, ou seja: $\Delta\theta = 1{,}25 - 1{,}81 = -0.56\,\text{rad}$.

A velocidade angular média pode ser obtida através da divisão do deslocamento angular pelo intervalo de tempo:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{-0{,}56}{2} = -0{,}28\ \text{rad/s}.$$

B) Para obter a posição angular em um determinado instante de tempo, conhecendo a velocidade angular constante do movimento circular uniforme, podemos calcular:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot \Delta t = 1{,}25 - 0{,}28 \cdot 3 = 0{,}41\,\text{rad}.$$

Assim como a posição angular pode ser definida como uma função dependente do tempo, a velocidade angular também pode. Por sinal, é importante lembrar que a velocidade angular instantânea pode ser obtida utilizando-se uma derivada. Derivadas permitem calcular a taxa de variação de uma grandeza, e a velocidade angular é justamente a taxa de variação da posição angular com relação ao tempo. Então, podemos definir a velocidade angular instantânea como:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}.$$

Pesquise mais

Integrais e derivadas são utilizadas rotineiramente no cotidiano de um profissional de ciências exatas, por exemplo, um engenheiro. Sugerimos como leitura complementar as cinco primeiras seções do capítulo do livro indicado. Ele trata de maneira bastante completa os temas citados:

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Rotação. In: HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: mecânica. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1. p. 256-263.

Você, estudante de nossa instituição, tem acesso gratuito ao livro. Primeiro, faça seu login na sua área do estudante e depois na sua biblioteca virtual. Então, acesse o link indicado. Disponível em:

<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521632054/cfi/6/42!/4/2/4@0:0 >. Acesso em: 2 maio 2017.

Aproveite também para acompanhar uma aula completa disponibilizada no YouTube sobre o tema, no endereço disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=qIPDhfhr-bQ>. Acesso em: 27 abr. 2017.

Podemos definir também uma aceleração angular (α) que, no caso, seria a variação da velocidade angular com o tempo, assim como a aceleração linear (em linha reta) é a variação da velocidade linear com o tempo.

$$\alpha = \Delta\omega / \Delta t \,.$$

No caso do movimento circular uniforme, a velocidade angular não varia:

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\theta_0 + \omega \cdot t\right) = 0 + \omega \cdot 1 = \omega$$

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = 0 \cdot$$

Mas no dia a dia vemos muitos objetos em movimento circular não uniforme. A roda de nosso carro gira cada vez mais rápido quando aceleramos, ou cada vez mais devagar quando o freio é acionado. Mesmo a bolinha no exemplo da Figura 4.1 girará cada vez mais devagar até parar, devido ao atrito com a mesa. Para acelerações angulares constantes, podemos definir o **movimento circular uniformemente variado**, que terá as seguintes relações:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2\right) = 0 + \omega_0 \cdot 1 = \omega_0 + \alpha t$$

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\omega_0 + \alpha t\right) = 0 + \alpha \cdot 1 = \alpha \,.$$

Reflita

O que precisa ser feito para obter a posição angular de uma partícula qualquer caso seja fornecida uma expressão para a aceleração angular? Que ferramenta matemática deve ser utilizada? Que outras informações são necessárias, além da aceleração angular?

Agora que já discutimos todos esses movimentos, podemos retornar aos conceitos de frequência e período. No movimento circular uniforme, temos os seguintes conceitos muito claramente definidos:

- **Por período do movimento entendemos: quanto tempo é necessário para que ele se complete e comece uma repetição?**
- **Por frequência entendemos: quantas vezes o movimento se repete por unidade de tempo?**

Perceba que a frequência (*f*) é o inverso do período (*T*), pois, para obter a frequência, você deve dividir uma unidade de tempo pelo período completo do movimento. Portanto:

$$f = \frac{1}{T} \,.$$

A frequência tem por unidade o inverso da unidade de tempo adotada. Como utilizamos regularmente a unidade segundo, você imaginará que a unidade de frequência 1/*s* deve ser especial. E é mesmo. Ela é nomeada Hertz (Hz), em homenagem a um físico alemão.

$$1\,Hz = \frac{1}{s} \,.$$

Assimile

Frequência (ciclos a cada unidade de tempo) é o inverso do período (tempo para completar um ciclo): $f = 1/T$.

Como podemos relacionar tais conceitos com o movimento de rotação e a velocidade angular? É simples. Vamos pensar em termos de um ciclo completo: para um ciclo completo, o deslocamento angular é 2π *rad*, e o tempo gasto é *T*. Portanto, $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$.

Exemplificando

Você se lembra do relógio analógico?

A) Qual a frequência, por dia, do ponteiro das horas? E qual seria a frequência em Hertz?

B) Suponha que o ponteiro do relógio tem 15 cm. Qual é a velocidade linear das duas extremidades do ponteiro?

Resolução:

A) Frequência é o inverso do período do ciclo, nas unidades desejadas.

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12h} = \frac{1}{0,5d} = 2\ dia^{-1}$, ou seja, duas rotações completas por dia. Lembre-se: $1d = 24h = 24 \cdot 60 \min = 24 \cdot 60 \cdot 60\ s$.

Convertendo para Hz :

$f = \frac{2}{d} = \frac{2}{24 \cdot 60 \cdot 60} \cdot \frac{1}{s} = 2,31 \cdot 10^{-5}\ Hz$, ou seja, uma fração da rotação em um segundo.

B) Uma das extremidades está sobre o eixo de rotação, e *r* é a distância até este eixo. Portanto,

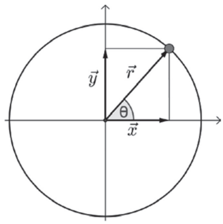
$$v = \omega \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 2,31 \cdot 10^{-5} \cdot 0 = 0\ m/s.$$

Não há movimento linear. A outra extremidade corresponde a:

$$v = \omega \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}31 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}15 = 2{,}18 \cdot 10^{-5}\, m/s\,.$$

É muito importante que sejamos capazes de relacionar as grandezas angulares com as grandezas lineares. Por exemplo, vamos estudar o caso da posição angular no movimento circular. A posição da partícula pode ser descrita por sua posição angular $\theta(t)$ ou pelo vetor posição $\vec{r}(t)$, como podemos observar na Figura 4.3.

Figura 4.3 | Decomposição da posição



Fonte: elaborada pelo autor.

Sabemos portanto que: $\vec{r}(t) = \vec{x} + \vec{y} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j}$.

Graças a nossos conhecimentos de trigonometria, sabemos que, para um raio *r*, a relação com *x* e *y* será:

$$x = r\cos\theta,$$
$$y = r\,\text{sen}\theta$$

E, portanto, $\vec{r}(t) = r\cos\theta\,\hat{i} + r\,\text{sen}\theta\,\hat{j}$.

Exemplificando

Uma partícula realiza um movimento circular uniformemente variado com aceleração angular $\alpha = -2\,rad/s^2$, raio 1 m, partindo do repouso no instante inicial e na posição 1,0. Encontre o vetor posição dessa partícula no instante 3 s.

Resolução:

A equação do movimento uniformemente variado é:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2,$$

$$\theta(t) = 0 + 0 \cdot t + \frac{-2}{2}t^2 = -t^2.$$

Substituímos a posição angular inicial 0, correspondente ao ângulo para a posição inicial (1,0), e também a velocidade angular 0, correspondente ao repouso inicial da partícula (informações extraídas do enunciado).

Para obter a posição angular no instante 3 s, basta somente substituir:

$$\theta(3) = -3^2 = -9\,rad.$$

Agora, podemos encontrar o vetor posição da partícula no instante 3 s:

$$\vec{r}(t) = r\cos\theta\,\hat{i} + r\,\text{sen}\theta\,\hat{j}$$

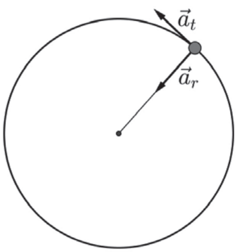
$$\vec{r}(3) = 1 \cdot \cos(-9)\hat{i} + 1 \cdot \text{sen}(-9)\hat{j}$$

$$\vec{r}(3) \approx -0{,}91\hat{i} - 0{,}41\hat{j},$$

Nas unidades do SI.

É possível também relacionar a aceleração angular com a aceleração linear. Poderíamos decompor a aceleração linear nos eixos *x* e *y*, como fizemos com a posição, mas isso não seria muito útil. No caso do movimento circular, é interessante decompor a aceleração nos componentes **aceleração radial** $\vec{a}_r$ e **aceleração tangencial** $\vec{a}_t$, como vemos na Figura 4.4. Os dois componentes são perpendiculares, de modo que $|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_r|^2 + |\vec{a}_t|^2}$.

Figura 4.4 | Decomposição da aceleração



Fonte: elaborada pelo autor.

A aceleração tangencial é aquela que descreve o aumento ou redução da velocidade de rotação da partícula aprisionada na trajetória circular de raio *r*. A relação entre a aceleração tangencial e a aceleração angular, nesse caso, é simplesmente $a_t = r \cdot \alpha$.

A aceleração radial, por sua vez, está relacionada com a aceleração centrípeta, que é aquela necessária para alterar continuamente a direção do movimento da partícula, para que ela possa manter a trajetória circular. Ela é dada por:

$$a_r = a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \ .$$

A força necessária para manter um objeto em rotação contínua é justamente a força centrípeta:

$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m\omega^2 r$, em que *m* é a massa da partícula que realiza o movimento.

Sem medo de errar

Lembre-se, na presente seção você é um professor que deseja dar suas aulas de maneira a garantir uma aprendizagem significativa a seus alunos sobre o tema som e luz. Precisamos começar explicando o conceito mais fundamental: o de período e frequência.

Para que seus estudantes possam compreender esse tema, uma boa ideia é escolher dois fenômenos físicos muito presentes na vida dos alunos: a passagem do tempo e os movimentos da Terra. Aproveitando também que eles já estudaram esses movimentos em um ciclo anterior, podemos explicar que a Terra gira ao redor de seu próprio eixo em um **período** de um dia, marcando o ciclo de um dia e uma noite completos. Podemos também expressar esse período como 24h (na unidade horas) ou como $T_T = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400s$ (nas unidades do Sistema Internacional de Unidades - SI).

Com relação à **frequência**, podemos dizer que a rotação da Terra é de exatamente uma rotação por dia. Poderíamos também expressar essa grandeza no SI como:

$$f_T = \frac{1}{T_T} = \frac{1}{86400s} \approx 1{,}1574 \cdot 10^{-5}\, Hz.$$

Note também que, na unidade de tempo ano, a frequência é de aproximadamente 365 revoluções ao redor do próprio eixo (aproximadamente, não se esqueça dos anos bissextos).

Após essa explicação, passamos para um problema prático, que deveria ser proposto aos alunos para que eles resolvam em sala de aula: um ônibus realiza um trajeto circular para uma empresa de transportes urbanos. Ele inicia seu trajeto às 6h da manhã e finaliza à 0h, e realiza 24 percursos completos. Encontre a frequência e o período do ônibus em questão.

A resolução é simples. Sabemos que o ônibus realiza 24 percursos em um dia. Mas a linha funciona somente das 6h da manhã até a meia noite, ou seja, em um intervalo de 18h. Portanto:

$$T = \frac{18h}{24} = 0,75h = 0,75 \cdot 60\,\text{min} = 45\,\text{min}.$$

A frequência também pode ser obtida em horas:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,75h} \approx 1,33\ \text{percursos} / h.$$

Perceba que em três horas o ônibus realiza exatamente quatro percursos completos, pois $4 \cdot 45\,\text{min} = 180\,\text{min} = 3h$.

Note que o próprio enunciado fornece uma medida de frequência, uma vez que é indicada a realização de 24 percursos por dia.

Com essa rica discussão é possível finalizar a aula, pois os estudantes têm uma noção clara do tema. Assim, caminhamos rapidamente para uma explicação sobre os interessantes fenômenos de luz e som!

Avançando na prática

Gerador portátil de energia eólica

Descrição da situação-problema

A sustentabilidade é um tema importante de nossas vidas. Está cada vez mais claro para os cientistas que a ação humana é capaz de causar alterações sérias no equilíbrio climático de nosso planeta, o que inclusive traz riscos para diversas espécies de plantas, animais e até mesmo para a sobrevivência humana. Tudo aquilo que utilizamos em nosso dia a dia é movido, de uma maneira ou de outra, por uma fonte de energia, e, portanto, precisamos utilizar energia limpa sempre que possível, e de baixo impacto ambiental. É uma necessidade dos novos tempos. E toda necessidade traz oportunidades! Portanto, suponha que você decidiu produzir, juntamente com seus estudantes, para uma feira de ciências, um gerador eólico caseiro, como mostra a Figura 4.5.

Figura 4.5 | Gerador eólico portátil

Fonte: elaborada pelo autor.

Seu objetivo, bastante audacioso, é construir um gerador capaz de carregar um celular em aproximadamente uma hora, caso exista uma brisa moderada disponível. Em um dos testes do protótipo, a velocidade linear da extremidade da hélice, a 27 cm do eixo de giro, foi estimada em 0,5 m/s. Você solicita aos estudantes uma tarefa para casa com base no que eles acabaram de observar. Eles devem calcular:

a) A velocidade angular.

b) O período do movimento.

c) A frequência do movimento.

Antes da próxima aula, é claro, você mesmo precisa conhecer o resultado final, para afirmar se os cálculos de seus alunos estão corretos ou não.

Resolução da situação-problema

a) Para conhecer os valores pedidos, precisamos da relação entre velocidade linear e velocidade angular: $v = \omega \cdot r$.

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0{,}5\,m/s}{0{,}27\,m} \simeq 1{,}85\,rad/s \,.$$

b) O período é o intervalo de tempo que qualquer uma das pás do gerador leva para deslocar-se 2π **rad**. Então,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1{,}85} \simeq 3{,}4\, s\,.$$

Por outro lado, com base no período, é possível encontrar a frequência de rotação das pás:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3{,}4} \approx 0{,}3 Hz.$$

Com esse gabarito em mãos, você pode verificar as respostas dos estudantes e ajudá-los na próxima aula em caso de dúvidas.

Faça valer a pena

1. Em um movimento circular, uma partícula deve manter-se a uma distância _____ do seu eixo de rotação. No movimento circular uniforme, a velocidade angular é _____, enquanto que a aceleração angular é _____. No movimento circular uniformemente variado, a aceleração angular deve ser _____.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas da afirmação:
a) variável; variável; nula; não nula
b) constante; constante; nula; não nula
c) constante; constante; não nula; não nula
d) variável; constante; variável; não nula
e) constante; variável; não nula; nula

2. Um estudante esforça-se para descrever o movimento de uma partícula de 20 g de massa que gira livremente ao redor de um eixo, realizando um movimento circular uniforme de raio 2 m a uma frequência constante de 0,4Hz. Seu professor solicitou a velocidade angular da partícula e a força centrípeta realizada sobre a partícula pelo fio que a prende ao eixo central.

Marque a alternativa que indica corretamente os valores da força centrípeta sentida pela partícula:
a) 0,699 N.
b) 0,529 N.
c) 0,450 N.
d) 0,381 N.
e) 0,252 N.

3. Uma partícula realiza um movimento circular com uma posição angular dada pela expressão $\theta(t) = 4t^2 + e^t$. A aceleração angular pode ser obtida pela aplicação sucessiva de duas derivadas sobre a expressão dependente do tempo da posição angular.

Marque a alternativa que apresenta a expressão correta para a aceleração angular da partícula.

a) $8 + e^t$.

b) $8t + e^t$.

c) $4t^2 + e^t$.

d) $4t + t \cdot e^t$.

e) $4 + e^t$.

Seção 4.2

Movimento harmônico simples

Diálogo aberto

Olá, estudante! Nesta seção continuaremos nossa jornada para a compreensão do fenômeno das oscilações e das ondas. Na seção anterior, discutimos o movimento circular e os importantes conceitos de período e frequência, que surgem naturalmente nesse contexto. Na presente seção, estudaremos alguns fenômenos físicos que se repetem com regularidade, permitindo a aplicação desses conceitos em outras situações reais. No caso, trabalharemos com o movimento de molas e o movimento de um pêndulo.

Lembre-se, você é um professor que quer aumentar o nível de interesse e a participação de seus estudantes em sala de aula. Para isso, você já preparou uma aula na qual conseguiu trazer os conceitos de período e frequência a fim de discutir situações do cotidiano de seus estudantes. Agora, o objetivo é mostrar a eles esse conceito na prática, utilizando um experimento clássico: o pêndulo simples.

Afinal, a física é uma ciência eminentemente experimental, na qual utilizamos o método científico para descobrir como a natureza funciona. Nenhum argumento de qualquer autoridade deve ser colocado acima da observação metódica da natureza. E os alunos devem perceber isso. Eles não devem acreditar no professor, mas sim acreditar no que veem e nas medidas que colherão utilizando réguas e cronômetros.

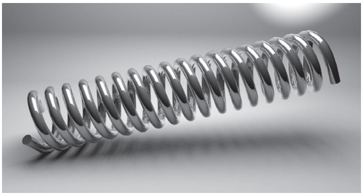
Então, chegou a hora de construir um roteiro de aula prática para que os alunos possam aproveitar o experimento. Mas, para fazer isso, precisamos de novos conhecimentos. Vamos lá?

Não pode faltar

Na seção anterior, estudamos o movimento circular e seu caráter cíclico. Afinal, a partícula sempre retorna ao seu ponto de origem. No caso do movimento circular uniforme, o tempo que a partícula leva para sair de sua posição inicial e retornar a ela é justamente o período do movimento, enquanto que o inverso desse valor resulta no número de voltas por unidade de tempo, o que é a frequência.

Na natureza, temos diversos movimentos cíclicos. Você certamente já manuseou uma mola em algum momento de sua vida. Ela resiste de maneira bem previsível a qualquer alteração em seu formato, se opondo a ela por meio de uma força restauradora. Uma mola tem um comprimento de equilíbrio, como vemos na Figura 4.6:

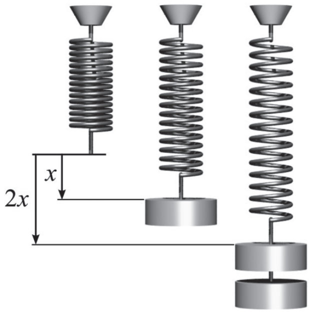
Figura 4.6 | Mola



Fonte: <https://goo.gl/U0nHtR>. Acesso em: 27 abr. 2017.

Supondo que você tenha uma mola semelhante à apresentada, apoie firmemente uma de suas extremidades e realize uma força sobre extremidade oposta. Por exemplo, vamos imaginar uma situação semelhante à da Figura 4.7, na qual uma massa é pendurada sobre ela. A força peso da massa é transferida para a mola, e a mola tende a distender-se por uma determinada distância.

Figura 4.7 | Distensão *x* da mola em relação à força aplicada



Fonte: <https://goo.gl/LFQsDV>. Acesso em: 27 abr. 2017.

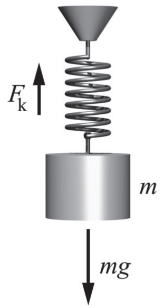
Um tipo característico de molas que chamaremos de ideal reage à alteração em seu comprimento com uma força que é proporcional à distensão. Dizemos que essa mola segue a **lei de Hooke**. A força exercida pela mola é proporcional à variação do seu comprimento, que chamaremos de x. A constante de proporcionalidade é a constante elástica *k*, cuja unidade no SI é N/m e que varia de mola para mola, dependendo de sua composição e de seu formato. Assim, temos:

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x}\ .$$

O sinal negativo indica que, se a mola sofre uma variação em seu comprimento, a força reagirá no sentido oposto. Lembre-se, a força sempre trabalha no sentido de fazer a mola retornar a seu tamanho original.

No exemplo dado, em que uma massa é pendurada sobre a mola, transferindo sua força peso, o comprimento será alterado até que a força elástica compense a força peso e o sistema fique em equilíbrio. Teremos, então, o que está indicado na Figura 4.8.

Figura 4.8 | Força elástica equilibrada pela força da gravidade



Fonte: <https://goo.gl/U5JHj8>. Acesso em: 27 abr. 2017.

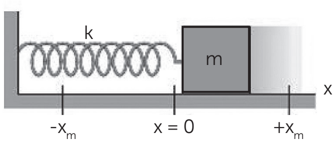
Matematicamente, temos $\vec{F}_R = -k \cdot \vec{x} + m \cdot \vec{g} = 0$, ou seja, a força resultante se anula.

Reflita

Uma mola real segue perfeitamente a lei de Hooke em qualquer situação? Se você tomar em suas mãos uma pequena mola e aplicar nela uma força muito grande, estendendo muito a mola, ela retorna à sua condição inicial?

Vamos supor agora um caso distinto, em uma situação altamente idealizada. Tomemos uma mola ideal, que segue a lei de Hooke e reage com uma força proporcional a qualquer variação no seu comprimento. Suponhamos uma construção como a indicada na Figura 4.9, na qual não há atrito algum com o solo nem perda de energia pela mola.

Figura 4.9 | Sistema massa-mola idealizado



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 92).

Consideremos que a mola seja estendida da posição marcada por $x = 0$ até a posição $x = +x_m$, partindo do repouso. Na ausência de atrito ou dissipação, sabemos que a energia potencial elástica é conservada. A mola trará a massa novamente até a posição inicial $x = 0$, mas a massa terá uma energia cinética armazenada. Portanto, a massa não pode parar na origem, pois isso violaria a conservação de energia. Então, a massa continua a se mover até que a mesma energia potencial elástica inicial seja armazenada na extremidade oposta, na posição $x = -x_m$. Podemos expressar esse problema em termos de energia da seguinte maneira:

Energia mecânica inicial, com $x = +x_m$:

$$E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m \cdot 0^2}{2} + \frac{k \cdot (+x_m)^2}{2} \quad \rightarrow \quad E_m = \frac{k \cdot {x_m}^2}{2}.$$

Energia mecânica em $x = 0$:

$$E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{k \cdot 0^2}{2} \quad \rightarrow \quad E_m = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Energia mecânica em $x = -x_m$:

$$E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m \cdot 0^2}{2} + \frac{k \cdot (-x_m)^2}{2} \quad \rightarrow \quad E_m = \frac{k \cdot {x_m}^2}{2}.$$

Fica claro que, após esse movimento, a energia continua armazenada. A massa continua sob a influência da força elástica, e voltará a se mover em direção ao centro. Assim, terá início um **movimento oscilatório**. Esse movimento será bem descrito por um período e uma frequência, assim como o movimento circular uniforme, que estudamos na seção anterior. Vamos descobrir seus valores? Podemos analisar a aplicação da segunda lei de Newton para o caso indicado:

$$F = m \cdot a = -k \cdot x$$

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x$$

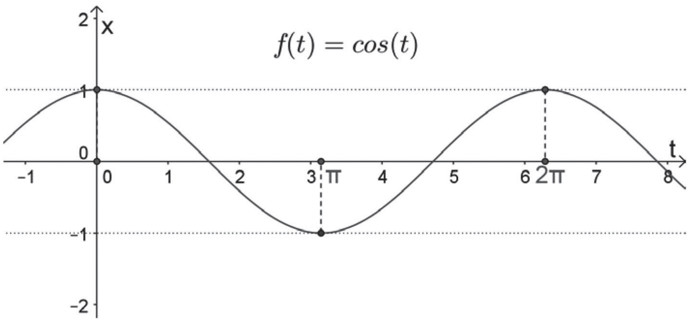
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \cdot$$

Ora, temos aqui uma equação diferencial de segunda ordem, com coeficientes constantes. Demonstrar a solução não é difícil, mas, para nossos propósitos, basta apresentá-la. A posição da massa com relação ao tempo será dada pela equação:

$x(t) = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \phi\right)$, em que x_m é a **amplitude** do movimento (variação máxima no comprimento da mola, em módulo), k é a constante elástica, m é a massa do objeto na extremidade da mola e φ é uma **fase**. A fase φ é justamente o elemento novo na nossa análise, movimento em cuja compreensão focaremos nossa atenção.

Qual seria o gráfico que descreve bem o movimento? Bem, apesar de depender de alguns parâmetros, a função é basicamente um cosseno. Lembra-se do gráfico dessa função?

Figura 4.10 | Função cosseno

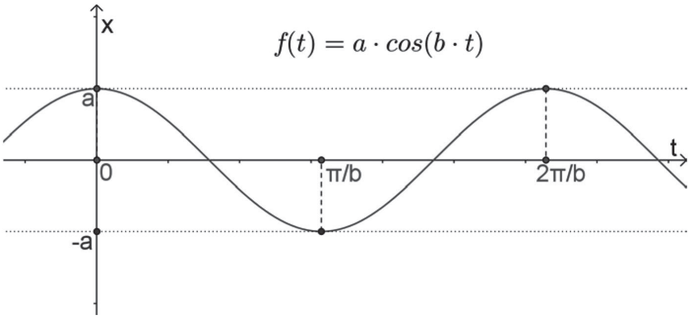


Fonte: elaborada pelo autor.

A função cosseno tem seu máximo para $t = 0$ e realiza um ciclo completo, retornando ao máximo após um deslocamento $\Delta t = 2\pi$. Perceba que, se o parâmetro t se refere à grandeza física tempo, como será o caso no nosso material, então, observando o gráfico, somos capazes de encontrar o período do movimento! Fica claro que $T = 2\pi\ s$, que é exatamente o tempo que levou para que o movimento voltasse à sua posição inicial para iniciar uma repetição.

Vamos avançar um pouco. Qual seria o gráfico da função $x(t) = a \cdot \cos(b \cdot t)$? Ele é indicado na Figura 4.11.

Figura 4.11 | Função cosseno com parâmetros *a* e *b*



Fonte: elaborada pelo autor.

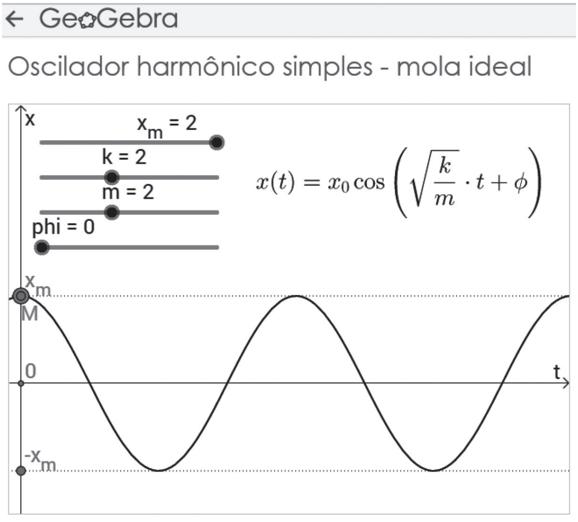
Vemos que o parâmetro *a* muda a altura "amplitude" do gráfico, enquanto que o fator *b* modifica a variação no eixo do tempo necessária para que se complete o ciclo. Portanto, ele afeta o período do movimento.

E a fase ϕ, qual é a sua função? Ela serve para que possamos considerar casos nos quais a partícula não parte, no instante $t = 0\ s$, exatamente da amplitude máxima, como nos gráficos vistos anteriormente. Para encontrar a fase, basta substituirmos todos os valores conhecidos, fornecendo uma condição inicial.

Assimile

Para um oscilador harmônico simples construído com uma mola ideal de constante elástica *k* e massa *m*, na liberdade de qualquer atrito ou dissipação de energia, teremos a seguinte expressão para a posição, indicada na Figura 4.12.

Figura 4.12 | Objeto de aprendizagem: oscilador harmônico simples – mola ideal



Fonte: elaborada pelo autor no software GeoGebra.

Gostaria de verificar como cada um desses parâmetros afeta o gráfico de posição por tempo? Manipule o objeto de aprendizagem da Figura 4.12 no endereço disponível em: <https://www.geogebra.org/m/e59a8P9Y>. Acesso em: 27 abr. 2017.

Exemplificando

Um experimento para um laboratório de física é construído sobre uma superfície com atrito desprezível, utilizando uma mola que segue a lei de Hooke para pequenas distensões e um pequeno bloco de massa 0,3 kg, conforme Figura 4.9. O ponto de encaixe do bloco com a mola é solto do repouso a partir da posição -0,1 m (com a origem considerada no ponto de equilíbrio da mola). Se a mola tem uma constante elástica de 22N/m, encontre a posição da partícula no instante t = 4s. Encontre também o período do movimento.

Resolução:

Para um oscilador harmônico simples construído utilizando-se uma mola ideal em condições de atrito desprezíveis, a equação que indica a posição da partícula é dada por:

$$x(t) = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \phi\right).$$

Considerando as informações fornecidas no enunciado, temos $x_m = |-0{,}1| = 0{,}1\, m$ t=4 s, k=22 N/m e m=0,3 kg. A única informação que nos falta é a fase ϕ, que pode ser obtida considerando que conhecemos a posição inicial do bloco:

$$x(0) = -0{,}1 = 0{,}1 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{20}{0{,}3}} \cdot 0 + \phi\right)$$

$$\cos(\phi) = -1 \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{3\pi}{2}$$

Portanto,

$$x(4) = 0{,}1 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{22}{0{,}3}} \cdot 4 + \frac{3\pi}{2}\right) \approx 0{,}03m.$$

Para encontrar o período do movimento, basta lembrar que um ciclo se completa quando o parâmetro no interior do cosseno varia em exatamente 2π. Portanto, para obter o período, temos que:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot T = 2\pi \quad \rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot 2\pi = \sqrt{\frac{0{,}3}{22}} \cdot 2\pi \approx 0{,}734\ s.$$

Observe que para obter a velocidade e a aceleração do objeto no oscilador harmônico apresentado em qualquer instante de tempo basta realizar a derivada primeira e a derivada segunda da expressão para a posição.

Na vida real, dificilmente encontraremos osciladores harmônicos tão idealizados. Em geral, temos perdas de energia por atrito e por aquecimento devido à deformação da mola. Essa dissipação de energia faz com que a amplitude do movimento diminua continuamente. Essa perda de energia e movimento é bem descrita pelo que chamamos oscilações amortecidas, em uma equação que envolve uma exponencial negativa de um parâmetro que chamamos de **constante de amortecimento**.

$$x(t) = x_m \exp\left(\frac{-bt}{2m}\right)\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot t + \phi\right) \text{ (oscilações amortecidas).}$$

Por outro lado, uma oscilação pode ser influenciada por forças externas que chamamos de **oscilações forçadas**. Essa influência pode afetar muito o movimento de um oscilador. Caso a força tenha também um caráter cíclico, então, ambas as influências podem atuar de maneira construtiva, levando ao fenômeno que chamamos de ressonância. Os engenheiros civis precisam estar sempre alertas para o fenômeno da ressonância, uma vez que graves acidentes de grandes prédios e pontes desabando já ocorreram por conta de uma atuação construtiva entre a frequência natural da construção e do vento. A energia e a vibração aumentam continuamente até que o pior venha a ocorrer, especialmente se outros fatores concorrem para intensificar os efeitos da ressonância.

Pesquise mais

Assista ao vídeo a seguir, que mostra o colapso de uma ponte na qual um dos fatores atuantes foi a ressonância com o vento. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=0Iwwdi17FTM>. Acesso em: 27 abr. 2017.

Aproveite também para ler mais sobre as oscilações amortecidas e sobre as oscilações forçadas. Leia as páginas 102 até 105 do capítulo indicado a seguir.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Oscilações. In: HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: gravitação, ondas e termodinâmica. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 2. p. 88-116.

Pêndulo simples

O pêndulo simples tem uma grande importância histórica, pois foi uma peça fundamental nos estudos de Galileu Galilei na investigação da mecânica. Ele conseguiu obter diversas informações importantes de maneira completamente empírica, ou seja, utilizando diversos experimentos muito bem planejados, muito antes de Newton formalizar suas leis (inclusive, os estudos de Galileu abriram caminho e foram fundamentais para que Newton pudesse elaborar suas ideias).

Um pêndulo simples consiste basicamente de um fio de comprimento L e massa desprezível, que está fixo em uma extremidade e, na extremidade oposta, possui um pequeno objeto de massa m.

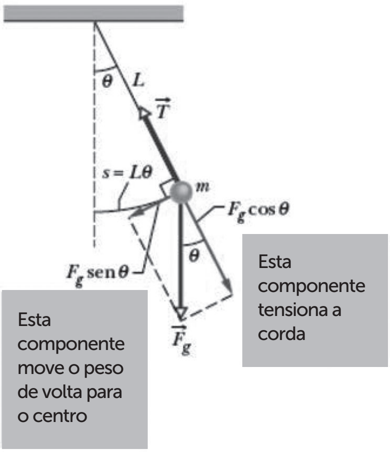
Naturalmente, o ponto de equilíbrio surge quando o pequeno objeto está alinhado com a vertical, logo abaixo do ponto de apoio da corda. Nesse caso, ele permanece em repouso.

No entanto, caso o objeto seja deslocado lateralmente, devido ao comprimento fixo da corda, ele deverá necessariamente subir, acumulando energia potencial gravitacional. Ao ser solto, ele inicia o movimento pendular, que todos conhecem bem.

No ponto mais baixo, o pequeno objeto se alinha novamente à vertical e chega ao ponto mais baixo da trajetória, de modo que toda a energia potencial gravitacional transforma-se em energia cinética. O movimento iniciado é cíclico e, caso não existisse dissipação de energia por atrito ou deformação, ele se manteria eternamente. Isso é muito idealizado, é claro. A maioria dos pêndulos que você já manuseou para de oscilar após algum tempo, devido a perdas por atrito e aquecimento de seus componentes.

No ponto mais alto da trajetória, a força gravitacional atua e passa a acelerar o objeto para baixo e lateralmente, como vemos na Figura 4.13.

Figura 4.13 | Diagrama de forças para um pêndulo simples



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 98).

Com base na força gravitacional $\overrightarrow{F_g} = m\vec{g}$, é possível projetá-la em duas componentes. Uma paralela à direção do fio do pêndulo, que deve ser somada vetorialmente com a tensão no fio para resultar em uma aceleração centrípeta necessária para o movimento circular do pêndulo. Outra gera uma aceleração tangencial, que faz com que o objeto mova-se cada vez mais rápido.

Poderíamos escrever as equações de Newton para o movimento e resolver uma equação diferencial para obter a posição do pequeno objeto na extremidade do pêndulo em função do tempo. Para obter as equações desejadas, precisaríamos fazer uma aproximação, considerando que os ângulos de deslocamento com relação à vertical são muito pequenos.

Não faremos isso nessa apresentação, mas o resultado é muito similar ao do oscilador harmônico linear (mola) e também ao do movimento circular uniforme: a posição horizontal é dada por uma função do tipo cosseno.

Aproveitaremos apenas para apresentar o período de um pêndulo simples, que é dado pela expressão:

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$ (período de um pêndulo simples, para pequenas oscilações).

Observe o resultado surpreendente que acabamos de apresentar: **o período do pêndulo não depende da massa *m* do objeto!** Este resultado é muito importante do ponto de vista científico, e é uma contribuição de Galileu, que inspirou até mesmo Albert Einstein a criar a teoria da relatividade geral.

Assim, o pêndulo é um instrumento muito conveniente para laboratórios de física, pois nos permite calcular, de maneira simples, a aceleração da gravidade utilizando somente uma régua, um cronômetro e uma calculadora, resolvendo a expressão indicada.

Sem medo de errar

Lembre-se, nesta unidade você é um professor que quer tornar o aprendizado de Física mais significativo e prazeroso, aumentando o desempenho dos estudantes e impactando positivamente seu futuro profissional.

Muito bem, já está tudo preparado. Você visitou o estoque do laboratório de sua escola e encontrou alguns bons pêndulos, ainda que um pouco gastos, em número suficiente para dividir a turma em grupos de quatro estudantes. Eles consistem de um fio fino e muito leve que sustenta uma bolinha de aço. Em um deles, você verificou que a distância entre o centro da bolinha e o ponto de apoio da corda era de 51 cm. A massa da pequena esfera era de 40 g. Depois, você reservou o horário para a visita, a ser realizada na próxima semana, e ficou na sala dos professores preparando a aula.

A ideia é fazer com que cada grupo realize a medição da massa da esfera e do comprimento do fio. Depois, eles devem escolher um ângulo pequeno para soltar a esfera, tomando o cuidado de lançá-la sempre do mesmo lugar e calcular o período utilizando um cronômetro. Para calcular o período, o ideal é que os estudantes aguardem três oscilações e depois dividam o valor por cinco, para que haja tempo hábil para manusear o cronômetro, e também para que efeitos relativos ao tempo de reação de cada aluno impactem menos o resultado.

Cada estudante deve fazer a medição ao menos duas vezes, de modo que eles revezem quem lança a esfera e quem opera o cronômetro enquanto os outros dois estudantes anotam os valores.

O valor adotado para o período será a média entre os oito valores obtidos.

De fato, você ainda não fez o teste, mas faz uma estimativa do valor obtido pelos estudantes:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,51}{9,8}} \approx 1,43s.$$

Lembre-se de fazer o teste com seu próprio aparato experimental e de estar preparado para explicar a diferença entre o valor real e o valor obtido. Mas mostre aos alunos que o objetivo da aula prática não é obter o valor correto, mas sim mostrar para eles como funciona a física na prática. A própria discussão de por que os valores obtidos diferem do valor real já é muito produtiva, pois vocês acabam conversando sobre a questão da dissipação de energia, resistência do ar e outros fenômenos interessantes.

Para o cálculo da gravidade, os estudantes precisarão isolar a constante *g*:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{L}{g} \ ,$$

portanto:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot L}{T^2} \, .$$

Não se esqueça de discutir o fato de que a massa não importa no cálculo. Isso ocorre porque quando fazemos a análise das forças no pêndulo, verificamos que a massa se cancela no momento em que se aplica a segunda lei de Newton para a aceleração tangencial:

$$F = ma_t = mg \operatorname{sen} \theta \ .$$

Note que as massas se cancelam:

$$a = g \operatorname{sen} \theta \ .$$

Isso é uma grande descoberta de Galileu Galilei, conhecida como o princípio da equivalência. Mas não chegaremos tão a fundo nesse assunto com os alunos do ensino médio, não é mesmo?

Agora, você tem todos os elementos para construir seu roteiro de aula prática. Não se esqueça de planejar alguns minutos iniciais para revisar os conceitos apresentados na aula teórica, cujos tópicos principais já devem estar considerados no seu roteiro. Depois, liste todos os equipamentos necessários e também descreva detalhadamente os procedimentos requeridos dos estudantes para realizar os cálculos. Mantenha os cálculos realizados anteriormente para um dos pêndulos como exemplo. Além disso, anote ideias de argumentos interessantes, e não se esqueça de apontar para os alunos suas considerações sobre as causas das diferenças observadas entre a teoria e o "mundo real", que eles acabam de observar.

Esse plano de aula pode ser arquivado e utilizado nos anos seguintes. Sempre anote as dificuldades encontradas e novas ideias que venham a surgir, para atualizar seu plano regularmente e melhorar ainda mais suas aulas!

Avançando na prática

Lei de Hooke com simuladores

Descrição da situação-problema

Imagine-se no lugar de um professor que está lecionando a lei de Hooke para seus alunos. No meio da aula, ele observa que muitos alunos estão dormindo, conversando, usando seus celulares e prestando pouca ou nenhuma atenção em sua explicação. Em princípio, ele fica bastante irritado e chama a atenção dos alunos. Entretanto, depois, ele faz uma reflexão. Será que sua aula é suficientemente interessante para manter os estudantes acordados em tempos de jogos virtuais e seriados tão elaborados ao alcance de qualquer pessoa, além de tanta conexão com as redes sociais? O que ele poderia fazer para resolver esse impasse?

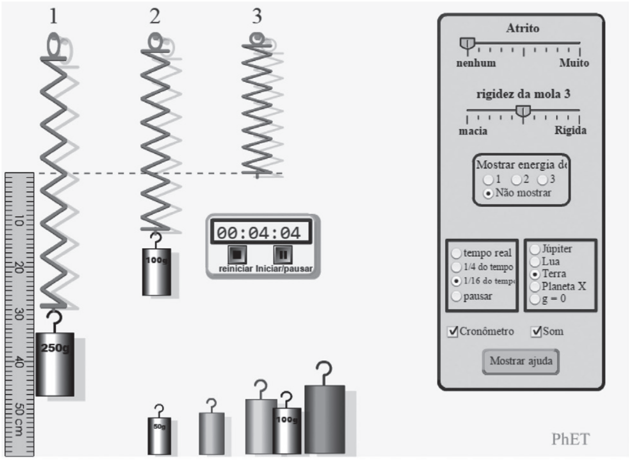
Resolução da situação-problema

Após muito refletir, você percebe que poderia utilizar recursos tecnológicos para tornar sua aula mais interessante. Realizando uma pesquisa na internet, você descobre um simulador de massas e molas no site indicado (disponível em: <https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/mass-spring-lab>; acesso em: 27 abr. 2017).

O simulador está traduzido para o português e tem diversas funcionalidades. No início, você não entende muito bem todas as opções disponíveis, mas, ao clicar em "Mostrar ajuda", passa a mover os objetos no simulador e, em pouco tempo, entende bem seu funcionamento.

Os estudantes podem arrastar as massas para a mola e depois soltá-las de uma determinada altura, movendo a régua para medir a distância percorrida. Eles também podem usar o cronômetro para medir o intervalo de tempo e arrastar uma barra de referência de alturas. Vemos o simulador na Figura 4.14.

Figura 4.14 | Simulador Phet com massas e molas



Fonte: adaptada de: <https://goo.gl/ujO9L7>. Acesso em: 27 abr. 2017.

Assim, você visita o laboratório de informática da escola já no dia seguinte para testar a simulação, que roda nas máquinas sem maiores dificuldades. Você agenda o laboratório para o próximo encontro e já passa a preparar seu roteiro de aula.

O simulador traz algumas massas conhecidas e outras desconhecidas, além da funcionalidade de reduzir o ritmo da passagem do tempo (para facilitar as medidas com a régua e o cronômetro).

Assim, seu plano é que os estudantes realizem medidas com três massas conhecidas, em que foi zerado o atrito da mola, por simplicidade. Eles devem anotar tudo detalhadamente e depois devem tentar descobrir a massa de uma das desconhecidas. Você julga que tudo isso é realizável durante uma aula, considerando que levará um tempo para que todos entendam o funcionamento do simulador.

Os estudantes têm uma surpresa positiva com a visita ao laboratório de informática, e vão muito animados. Você propôs a atividade e inclusive um desafio: o estudante que descobrir primeiro a massa dos três corpos de prova desconhecidos "venceria" (mesmo sem propor nenhum prêmio). Assim, os estudantes que se adaptassem mais rapidamente tinham um desafio maior, enquanto que os que apresentassem mais dificuldade conseguiram calcular a massa de pelo menos um. Para sua surpresa, alguns estudantes relataram que abriram o simulador em suas próprias casas e continuaram o desafio, inclusive tentando descobrir a aceleração da gravidade do “Planeta X”, outra funcionalidade presente no simulador.

Assim, você considerou que a atividade foi um sucesso, e pretende repeti-la utilizando outros simuladores disponibilizados gratuitamente pela universidade Colorado, em Boulder, ou mesmo de outros fornecedores que descobriu na sua pesquisa pela internet.

Faça valer a pena

1. Um _____ é um equipamento que, em geral, é construído utilizando-se massas e molas. No caso mais idealizado, em que qualquer forma de dissipação de energia é desprezada, o movimento realizado é cíclico, com período e frequência _____. Nos casos mais realistas, nos quais há atrito e perdas de energia por aquecimento, dizemos que se trata de um oscilador harmônico amortecido, em que a queda de amplitude é modelada como uma função _____.

Marque a alternativa que preenche corretamente as lacunas na afirmação.
a) oscilador harmônico; variáveis; seno
b) pêndulo simples; constantes; cosseno
c) macaco hidráulico; variáveis; seno
d) pêndulo simples; constantes; exponencial
e) oscilador harmônico; constantes; exponencial

2. Um grande pêndulo é instalado no teto do hall de entrada de um instituto de pesquisa em física. Ele é composto por um fio de 3 m de comprimento, e em sua extremidade está instalada uma pequena esfera metálica de 0,7 kg de massa. Considere a gravidade local no saguão do instituto bem aproximada por $g = 9,7\ m/s^2$.

Marque a alternativa que contém o valor que melhor aproxima a frequência do pêndulo descrito, caso seja lançado de um pequeno ângulo com relação à vertical.
a) 0,29 Hz.
b) 0,56 Hz.
c) 0,97 Hz.
d) 3,49 Hz.
e) 5,52 Hz.

3. Um experimento para um laboratório de física é construído sobre uma superfície com atrito desprezível, utilizando-se uma mola que segue a lei de Hooke para pequenas distensões e um pequeno bloco de massa 0,25 kg, conforme Figura 4.9. O ponto de encaixe do bloco com a mola é solto do repouso a partir de uma determinada posição. Considere que o período do movimento do bloco é 3 s.

Marque a alternativa que indica o valor que melhor aproxima a constante elástica da mola.

a) 0,9 N/m.
b) 1,1 N/m.
c) 1,3 N/m.
d) 1,5 N/m.
e) 1,7 N/m.

Seção 4.3

Ondas

Diálogo aberto

Seja bem-vindo à última seção de nosso livro. Aqui abordaremos o tema ondas. O tema se insere no contexto de oscilações, pois diversos conceitos estudados no movimento circular uniforme e no movimento harmônico simples serão úteis aqui.

Em nosso dia a dia, interagimos regularmente com dois tipos de ondas: as ondas eletromagnéticas e as ondas sonoras. Essas ondas são captadas pelos sentidos da visão e da audição, auxiliando o ser humano e os animais em questão a localizarem-se em seu ambiente e interagirem com ele.

O mais interessante no tema das ondas é que elas correspondem a um impulso de energia que dá origem a uma espécie de reação em cadeia, o que permite que elas se propaguem pelo ambiente, mesmo por grandes distâncias. A luz que ilumina a Terra durante o dia provém do Sol e se propaga por milhões de quilômetros no espaço até chegar aqui. As ondas sonoras não se propagam tão longe, mas, ainda assim, nossa voz é capaz de se propagar por grandes distâncias (especialmente com a ajuda de um microfone e uma caixa de som).

Estamos também acostumados com ondas propagando-se na superfície da água; em meios materiais, tais como cordas, cabos; ou até mesmo vibrando as paredes de nossas casas.

Está convencido da importância do tema? Esperamos que sim e que você se esforce muito ao transmitir seus conhecimentos a seus alunos em uma sala de aula.

Para motivar seu aprendizado, lembre-se, você é um professor que deseja tornar a aprendizagem de Física mais interessante e significativa. Por essa razão, nesta seção, você se esforçará para transmitir os temas ondas e ondas sonoras por meio da música. Você sabe tocar violão e, entre uma música e outra, explicará todos os tópicos do tema ondas. Interessante, não é mesmo?

Como poderíamos descobrir as características do som emitido por cada corda com base em informações simples, como através do comprimento da corda do violão? Como ficaria o seu plano de aula para esclarecer o que são as ondas estacionárias formadas nas cordas do violão?

Esta é nossa tarefa: preparar o plano de aula. Vamos lá?

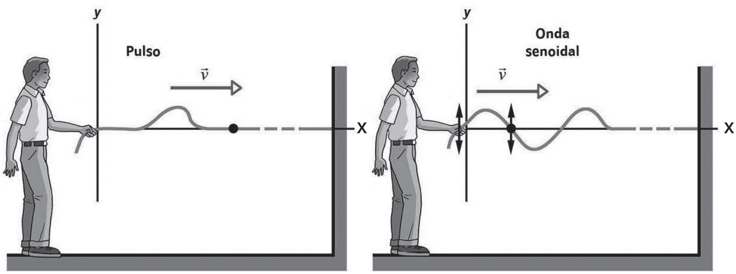
Não pode faltar

Nosso objetivo na presente seção é compreender as ondas. Ondas se originam com um impulso de energia que é capaz de se propagar em seu meio. Caso essa energia seja aplicada por um curto período de tempo e depois cesse, o que temos é o que conhecemos como pulso. Vamos dar um exemplo simples. Quando você era criança, deve ter brincado com uma corda. Vamos supor que alguém segure uma extremidade de uma corda, com a outra presa em um gancho na parede, e depois eleve rapidamente a mão que segura a corda e, em seguida, a abaixe de maneira igualmente rápida. Você pode imaginar o que acontece: uma ondulação se propaga pela corda, ao menos por algum tempo.

Em razão de a corda não estar muito bem esticada, esse pulso não se propaga por uma grande distância, mas certamente sua intuição diz que você conseguiria fazer esse pulso se propagar bastante.

Se por acaso você aumentasse seu esforço e realizasse movimentos oscilatórios com sua mão, então o resultado seria a formação de uma onda. É o que observamos na Figura 4.15.

Figura 4.15 | Pulso em uma corda



Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 119).

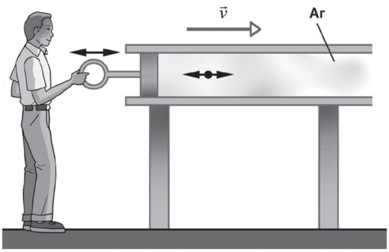
A propagação da onda existe por que quando algum ponto da corda é obrigado a se elevar, ele só pode fazer isso elevando os pontos que estão ao seu redor, uma vez que todos estão ligados. Assim, a energia inicial pode se propagar.

Chamamos esse tipo de onda de **onda transversal**, uma vez que a energia é aplicada transversalmente à direção do movimento do pulso.

Outro tipo importante de onda é a **onda longitudinal**, por exemplo, no caso das ondas sonoras. Você já deve ter observado uma caixa de som. Ela consiste em uma superfície plana que tem a capacidade de vibrar de acordo com a música tocada ou ruído transmitido. Do mesmo modo, o som de uma pessoa falando é causado pela vibração das suas pregas vocais.

Nos casos indicados, a vibração faz com que as moléculas de ar sejam empurradas de maneira cíclica, afetando a pressão do ar em determinados momentos. A Figura 4.16 ilustra uma maneira simples de produzir uma onda longitudinal de ar.

Figura 4.16 | Onda longitudinal



Fonte: adaptada de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 119).

Note que nesse caso a energia é aplicada na mesma direção do movimento da onda, fazendo com que existam regiões de maior pressão e com maior concentração de moléculas, seguidas de regiões com menor pressão e menor concentração de moléculas.

A audição humana permite captar essas diminutas variações de pressão no ar, e a evolução intelectual humana permitiu o desenvolvimento da fala e dos complexos sistemas de comunicação, que denominamos linguagem. Para descrever as ondas, temos que ser capazes de extrair informações importantes a partir delas, tais como o **período** (T), **frequência** (f), **comprimento de onda** (λ), **amplitude** (A) e também a sua **velocidade de propagação no espaço** (v).

Vamos começar da maneira mais simples possível, tentando ver o comportamento de uma corda vibrando no espaço, transportando uma onda transversal. Para observar o formato da corda, precisamos construir um gráfico da altura das vibrações da onda (que descreveremos ao longo do eixo *y*) em relação ao comprimento da corda (ao longo do eixo *x*).

A equação que descreve essa dinâmica no espaço e no tempo é a seguinte:

$$y(x,t) = y_m \,\text{sen}(k\,x - \omega\,t).$$

Como já indicamos, *y* representa aqui a altura da onda sobre a corda, que é uma função de *x* (a posição ao longo da corda) e *t* (o instante de tempo) nas unidades do SI (ou qualquer outro sistema de unidades apropriado ao contexto). As constantes *k* e ω, como vimos nas seções anteriores, serão características relacionadas com o formato da onda em questão. Note que no interior do seno precisamos de um resultado **adimensional**, o que significa que *k* deve ter unidades de inverso de comprimento, enquanto que ω tem unidades de frequência (inverso de tempo).

Uma equação semelhante é capaz de descrever as variações de pressão do ar, de modo que ela também pode descrever uma onda sonora (longitudinal). Mas continuaremos com as ondas transversais nesta seção.

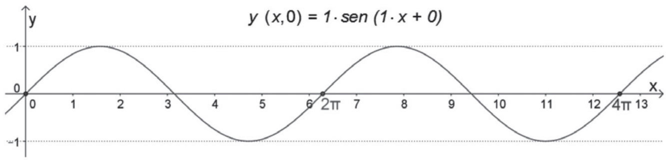
Como podemos compreender a equação indicada? A função seno é cíclica, e difere da função cosseno meramente por uma fase de $\pi/2$. Na origem do sistema de coordenadas, a função seno parte da altura zero. Fora isso, temos basicamente a mesma estrutura que estudamos na seção passada.

A amplitude da onda é y_m, ou seja, é a altura máxima atingida pela onda. Precisamos compreender o que se encontra no interior do seno, ou seja, a expressão $k\,x - \omega\,t$.

A maneira mais simples de começar nossa compreensão é ignorando, inicialmente, os efeitos do tempo. Escolheremos um instante de tempo e veremos o formato da corda. É como se estivéssemos observando uma fotografia da corda no instante inicial.

Na Figura 4.17, utilizamos valores simples, amplitude igual a 1, número de onda (*k*) igual a 1 e o instante de tempo *t* = 0s.

Figura 4.17 | Exemplo de onda transversal



Fonte: elaborada pelo autor.

Observe a Figura 4.17 atentamente. O que estamos vendo aqui é justamente o formato da corda oscilando no espaço físico. Veja que a equação descreve uma situação bastante idealizada, como se a corda tivesse um comprimento infinito. Para qualquer valor de *x*, teremos um valor de *y* correspondente. A função seno é cíclica, de modo que seu gráfico é composto por pequenos pedaços idênticos que se encaixam. Cada um desses pedaços tem um comprimento, que é o que chamamos de **comprimento de onda** (λ). No caso, $\lambda = 2\pi\ m$.

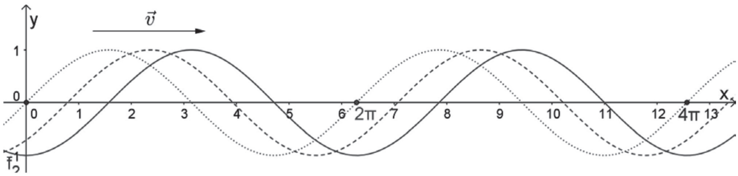
O comprimento de onda tem relação com o **número de onda** *k*, uma vez que a função seno inicia uma repetição de seu formato quando $k\lambda = 2\pi \quad \rightarrow \quad \lambda = \dfrac{2\pi}{k}$.

O que ocorrerá com o passar do tempo? O produto do tempo pela **frequência angular** ω resulta em uma fase no interior do seno que, como vimos na seção anterior, altera a posição onde o gráfico corta o eixo y:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

No caso, essa variação na posição relativa dos topos no eixo x é consequência da propagação da onda, que se desloca na corda com uma determinada velocidade ($\vec{v}$), o que pode ser observado na Figura 4.18.

Figura 4.18 | Posição da onda em diferentes instantes de tempo



Fonte: elaborada pelo autor.

Como poderemos determinar a velocidade da onda? Note que uma determinada posição, por exemplo, o topo da onda que se move na figura, está associada a um determinado valor fixo da função seno que se propaga, ou seja, de $\text{sen}(kx - \omega t)$. Isso será possível para $kx - \omega t = cte$.

Então, para um deslocamento da onda no tempo (Δt) e no espaço (Δx), teremos:

$$k(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t) = cte,$$
$$kx - \omega t + k\Delta x - \omega \Delta t = cte,$$
$$cte + k\Delta x - \omega \Delta t = cte.$$

Assim,

$k\Delta x - \omega \Delta t = 0 \quad \rightarrow \quad v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{\omega}{k}$, e, portanto, a velocidade da onda é dada pela expressão:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f .$$

Note também que, se invertermos o sinal de ω na equação, teremos uma onda se propagando no sentido contrário: $y(x,t) = y_m \,\text{sen}(kx + \omega t)$ (onda movendo-se no sentido negativo de *x*).

Reflita

É possível obter todas as características de uma onda somente observando seu gráfico?

Exemplificando

Uma onda em uma corda é descrita pela função $y(x,t) = 0,3 \cdot \text{sen}(4x + 2t)$, com unidades no SI. Liste as grandezas físicas fundamentais da onda.

Resolução:

A onda é descrita pela função $y(x,t) = 0,3 \cdot \text{sen}(0,4\pi x + 2t)$. Observando a equação $y(x,t) = y_m \,\text{sen}(kx - \omega t)$, podemos extrair imediatamente as características:

Amplitude: $y_m = 0,3m$; número de onda $k = 0,4\pi m^{-1}$; frequência angular $\omega = 2s^{-1}$. Perceba que as unidades do número de onda e da frequência angular devem ser o oposto das grandezas que as multiplicam, uma vez que o valor no interior do seno deve ser adimensional.

A partir do número de onda, podemos derivar outras grandezas relacionadas à distância *x*, por exemplo, o comprimento de onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,4\pi} = 5m.$$

A partir da frequência angular, podemos descobrir as grandezas relacionadas com o tempo (*t*):

Frequência: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} \approx 0,318\ Hz$.

Período: $T = \frac{1}{f} \approx 3,14\ s$.

Por fim, resta-nos descobrir a velocidade de propagação da onda:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2}{0,4\pi} \approx 1,59\ m/s.$$

Note, entretanto, que a onda se propaga no sentido negativo do eixo *x*, dado o sinal negativo no interior da equação da onda.

O princípio da superposição de ondas e a interferência

Você já deve ter observado crianças arremessando pedras em um lago, ou mesmo você deve ter feito isso quando era criança. Elas ficam fascinadas com as formas das ondas na superfície da água: ondas perfeitamente circulares quando é arremessada uma única pedra, mas também formatos bem mais complicados, quando várias são arremessadas.

Isso ocorre porque, quando as ondas na superfície da água se encontram, existe um fenômeno de interferência. As ondas geradas por cada uma das pedras têm uma existência própria, e quando elas se encontram, afetam cada ponto da superfície da água de maneira independente. O efeito final é a soma do efeito de cada uma das ondas em ação.

Na maioria dos casos, podemos invocar o conhecido princípio da superposição das ondas, que indica que o resultado do encontro de diversas ondas é a soma das funções que representam cada uma delas. No caso,

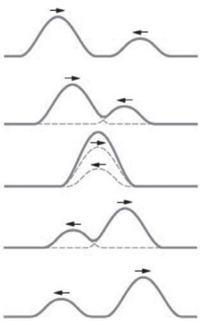
$$y(x,y) = \sum_{i=1}^{n} y_n(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) + \ldots \quad .$$

Assimile

"Ondas superpostas se somam algebricamente para produzir uma onda **resultante** ou **onda total**." (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016, p. 132).

O princípio da superposição das ondas é ilustrado pelo encontro dos dois pulsos, mostrados na Figura 4.19. Neste caso, dizemos que os dois pulsos tiveram um efeito de superposição construtiva, uma vez que o pulso resultante do encontro dos dois foi maior do que cada um deles individualmente.

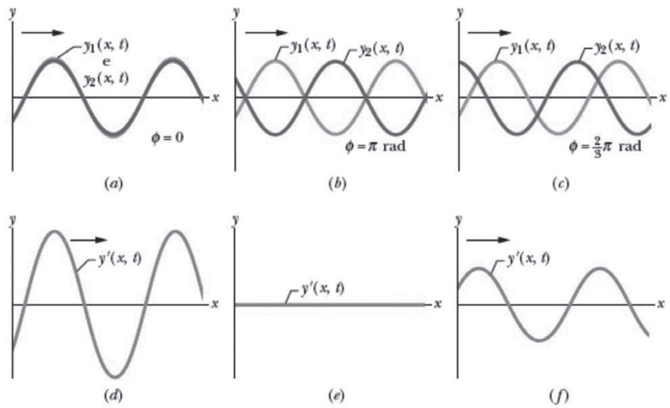
Figura 4.19 | Dois pulsos superpostos



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 132).

No caso do encontro entre duas ondas com características iguais, mas em fases distintas, temos o conteúdo indicado na Figura 4.20. No caso de (a) e (d), o encontro de duas ondas exatamente iguais resulta em uma onda com o dobro da amplitude. No caso de (b) e (e), duas ondas com defasagem π *rad* têm uma interferência destrutiva e, no exato momento indicado, a corda fica parada. Por fim, no caso de (c) e (f), o encontro de duas ondas resulta em uma onda de formato distinto.

Figura 4.20 | Sobreposição de ondas



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 134).

Se duas ondas se propagam em sentidos opostos em uma determinada corda, o resultado é o que é conhecido como onda estacionária:

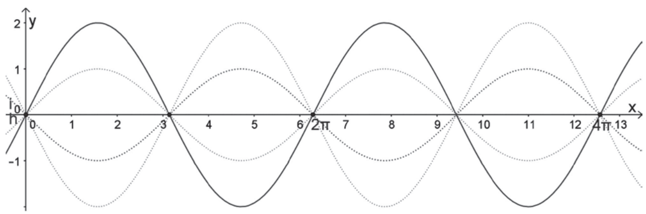
$$y_1(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx + \omega t),$$
$$y_2(x,t) = y_m \operatorname{sen}(kx - \omega t).$$

Utilizando o princípio da superposição e a identidade trigonométrica da soma de senos, obtém-se que:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = \left[2y_m \operatorname{sen}(kx)\right]\cos(\omega t).$$

Vamos compreender o que ocorre neste caso? Note que temos uma onda estacionária, com um formato fixo: $2y_m \operatorname{sen}(kx)$. O tempo fará com que essa amplitude inicial varie conforme $cos(\omega t)$. Teremos, para o exemplo simples de onda que trabalhamos no início da seção, o que mostra a Figura 4.21.

Figura 4.21 | Onda estacionária de amplitude 1 e número de onda 1



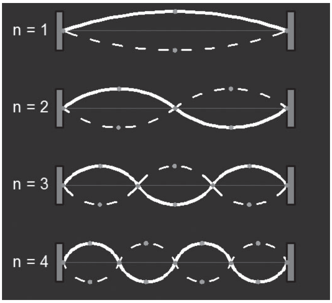
Fonte: elaborada pelo autor.

Observe que no gráfico, em um determinado momento, a onda está em seu máximo, o que coincide com $cos(\omega t) = 1$. Com o passar do tempo, o valor do cosseno varia, e a onda assume os valores pontilhados, inclusive com a corda esticada sobre o eixo x quando $cos(\omega t) = 0$. O formato da onda é fixo, dado por $2 \cdot 1 \cdot \text{sen}(1 \cdot x)$.

No caso da onda estacionária, a amplitude será sempre zero nos pontos em que $kx = n\pi$.

No caso de ondas geradas em cordas com comprimento fixo, com as extremidades presas e impedidas de movimentarem-se (como no caso das cordas de um violão, por exemplo), existem situações especiais que chamamos de harmônicas. Isso acontece quando se formam ondas estacionárias na corda, e isso só pode ocorrer para ondas de comprimentos especiais, como vemos na Figura 4.22.

Figura 4.22 | Harmônicos



Fonte: <https://goo.gl/D4koTQ>. Acesso em: 28 abr. 2017.

No caso, as ondas estacionárias só podem se formar quando o comprimento (*L*) da corda é suficiente para abrigar múltiplos da metade de um comprimento de onda. Chamamos cada um desses casos de **harmônicos**, e os nomeamos da seguinte forma:

- Primeiro harmônico: $L = \frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda = 2L$.
- Segundo harmônico: $L = \lambda \quad \rightarrow \quad \lambda = L$.
- Terceiro harmônico: $L = \frac{3\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{2L}{3}$.

Caso geral: $\lambda = \frac{2L}{n}$ onde *n* é o número do harmônico, um número natural positivo.

Pesquise mais

Assista a uma aula dos Cursos Unicamp sobre o tema ondas. Disponível em: <https://youtu.be/UCfLm9DRfuI?list=PLxI8Can9yAHfce2xWYFHVbzE66Vrim0Uo>. Acesso em: 28 abr. 2017.

Sem medo de errar

Lembre-se, na presente unidade você é um professor que está se esforçando bastante para construir aulas interessantes para ensinar Física a seus estudantes. Nesta oportunidade, você deseja utilizar seu violão para ensinar o tema ondas e para falar sobre ondas sonoras. Precisamos de um plano de aula!

Para produzir uma aula descontraída, seria uma boa ideia recepcionar os estudantes na sala de aula com música, não acha? Após selecionar algumas mais tranquilas, é possível sistematizar o conteúdo que será apresentado. Podemos ilustrar as ondas transversais através do movimento das cordas do violão, e as ondas sonoras pelo som que será produzido.

Não se esqueça de escrever na lousa a função $y(x,t) = y_m \operatorname{sen}(k\,x - \omega\,t)$, e desenhar uma função seno, apontando todas as grandezas físicas relevantes que podem ser extraídas dela. Depois, apresente o princípio da superposição, as ondas estacionárias e os harmônicos.

Por fim, a atenção deve se voltar novamente para o violão. Você deve explicar que as notas musicais em um instrumento representam basicamente a frequência (*f*) de vibração da corda, que é transmitida para o ar e se propaga até nossos ouvidos.

Como as extremidades das cordas do violão estão fixas no instrumento, as ondas produzidas em seu interior são ondas estacionárias e, portanto, podem ocorrer diversos harmônicos, dependendo do modo como são tocadas.

Pesquisando na internet, você encontrou uma aula de outro professor na mesma linha, e aproveitou para colher algumas ideias interessantes para enriquecer sua atividade. O conteúdo está disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=nuUWaoA0-YU>. Acesso em: 28 abr. 2017.

Por fim, você decidiu propor uma atividade aos estudantes: munidos de réguas, eles medirão o comprimento das cordas do seu violão, e também o comprimento de corda dependendo da posição de seus dedos ao tocar algumas notas específicas.

Com base nisso, eles calcularão os possíveis comprimentos de onda para cada harmônico. Por exemplo, para um comprimento específico de 32 cm, os comprimentos de onda para os três primeiros harmônicos são:

Primeiro harmônico: $\lambda = 2L = 2 \cdot 0{,}32 = 0{,}64\ m$.

Segundo harmônico: $\lambda = L = 0{,}32\ m$.

Terceiro harmônico: $\lambda = \dfrac{2L}{3} = \dfrac{2 \cdot 0{,}32}{3} \approx 0{,}21\,m$.

Considerando que para uma mesma corda a velocidade de propagação da onda é sempre a mesma, você também pode relacionar o comprimento da onda com a frequência da nota, lembrando que $v = \lambda f$.

Se para os diferentes harmônicos $\lambda = \dfrac{2L}{n}$, então:

$$v = \frac{2L}{n} f \quad \rightarrow \quad f = v \cdot \frac{n}{2L}.$$

Com esta equação, você pode dar uma interessante explicação: quanto maior o harmônico, mais agudo é o som (maior frequência). Ao mesmo tempo, quanto maior o comprimento da corda, mais grave é o som (menor frequência). Isso pode ser ilustrado ao mostrar a diferença na frequência (o som mais agudo) quando você reduz o comprimento da corda ao prendê-la com seu dedo.

Por fim, você fornece alguns valores de frequência de notas para que os estudantes possam fazer cálculos e desenhar o formato das ondas e escrever suas equações.

Essa aula vai ficar muito interessante e divertida! Mas estão faltando alguns pontos para que essas notas de aula estejam completas, não estão? Como você prepararia essas atividades? Escreva seu plano de aula com todos os detalhes! Afinal, você nunca sabe quais dúvidas e imprevistos podem surgir, e deve estar preparado.

Muito bem, estamos chegando ao fim da seção. Graças a seu esforço e dedicação, você conseguiu formar um grupo de estudantes que consideram a Física uma disciplina divertida e que nunca se esquecerão dos conceitos mais fundamentais. Alguns deles seguirão desafiadoras carreiras na área de exatas no futuro

Avançando na prática

Dúvidas de lista de exercícios

Descrição da situação-problema

Você foi contratado por uma escola do ensino médio para auxiliar o professor de Física com as dúvidas dos estudantes fora do horário de aulas. O professor enviou para você a lista de exercícios da tarefa de casa dos estudantes para a próxima aula, e você, que quer realizar um ótimo trabalho, já iniciou a resolução dos exercícios e a preparação de suas notas.

Um dos exercícios solicita a descrição de uma onda estacionária que tem a seguinte equação:

$y(x,t) = 10\,\text{sen}(\pi x)\cos(5t)$, incluindo o esboço do gráfico. O exercício requer também a obtenção das duas ondas que, propagando-se em sentidos contrários, dão origem a essa onda estacionária.

Resolução da situação-problema

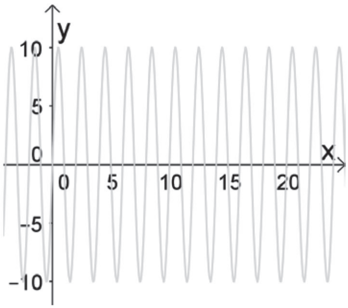
Analisando a onda estacionária indicada:

$y(x,t) = 10\,\text{sen}(\pi x)\cos(5t)$, comparando-a com a equação $y(x,t) = [2y_m\,\text{sen}(kx)]\cos(\omega t)$, podemos extrair imediatamente algumas características, como amplitude $y_m = 5\ m$, número de onda $k = \pi\ m^{-1}$ e frequência angular $\omega = 5\ s^{-1}$.

A partir do número de onda, podemos derivar o comprimento de onda: $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \dfrac{2\pi}{\pi} = 2\ m$.

A partir da frequência angular, podemos descobrir a frequência: $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{5}{2\pi} \approx 0{,}8\ Hz$ e o período: $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{0{,}8} = 1{,}25\ s$. O esboço da onda estacionária para o valor máximo de $\cos(\omega t)$ pode ser observado na Figura 4.23.

Figura 4.23 | Esboço da onda estacionária



Fonte: elaborada pelo autor.

Por fim, resta-nos descrever as ondas que, somadas, formam a onda estacionária descrita. São elas: $y(x,t) = 5 \cdot \text{sen}(\pi x - 5t)$ para um movimento no sentido positivo de x e $y(x,t) = 5 \cdot \text{sen}(\pi x + 5t)$ para o movimento da onda no sentido negativo. Assim,

$$y(x,t) = 5 \cdot \text{sen}(\pi x - 5t) + 5 \cdot \text{sen}(\pi x + 5t) = \left[10 \cdot \text{sen}(\pi x)\right]\cos(5t).$$

A onda estacionária não se propaga, mas as duas ondas descritas têm o módulo da velocidade dado pela equação $v = \lambda f \approx 2 \cdot 0{,}8 = 1{,}6\ m/s$.

Com uma resolução bastante detalhada em mãos, que inclusive traz mais detalhes do que o solicitado no enunciado, você está certo de que estará pronto para ouvir as dúvidas dos estudantes e dar suas explicações.

De que maneira você explicaria esse exercício para os estudantes?

Faça valer a pena

1. Uma onda estacionária é composta por duas ondas distintas com características semelhantes, mas com sentidos de propagação opostos. A onda não se move no sentido do eixo x, mas sua amplitude oscila conforme uma função cosseno dependente do tempo e na frequência angular.

Marque a alternativa que indica uma característica comum a todos os pontos de uma onda estacionária que tem uma amplitude de oscilação igual a zero em todos os instantes de tempo:

a) $\omega \cdot t = 0$.

b) $k \cdot x = \pi \cdot n$.

c) $\omega \cdot \lambda = \pi \cdot n$.

d) $T = \pi \cdot \lambda$.

e) $\omega \cdot v = \pi \cdot n$.

2. Uma onda é produzida por uma máquina sobre um cabo muito longo e bem esticado, inicialmente em repouso. Em determinado momento posterior, tomado como o instante t = 0s, a onda formada é bem descrita pela seguinte equação, nas unidades do SI:

$$y(x,t) = \begin{cases} 0{,}02 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot x - \pi \cdot t) & se \quad x < 0 \\ 0 & se \quad x > 0 \end{cases}.$$

Isso significa que a frente de onda acaba de atingir a origem do sistema de coordenadas escolhido.

Marque a alternativa que indica o instante de tempo em que a onda atinge um sensor instalado na posição x = 10 m da origem do sistema de coordenadas.

a) 5s.
b) 10s.
c) 15s.
d) 20s.
e) 25s.

3. As ondas são fenômenos que transportam energia por longas distâncias. Elas são essenciais em nossas vidas e permitem a interação com outras pessoas e com nosso ambiente graças aos sentidos da visão, da audição e do tato, que nos permitem observar ondas eletromagnéticas (luz), ouvir as ondas sonoras e sentir vibrações em sólidos.

Marque a alternativa que indica a classificação correta das ondas sonoras.

a) Ondas diagonais.
b) Ondas transversais.
c) Ondas longitudinais.
d) Ondas latitudinais.
e) Ondas estacionárias.

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**: mecânica. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 1.

______. **Fundamentos de física**: gravitação, ondas e termodinâmica. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 2.

UNIVESP TV. **Cursos Unicamp – Física Geral I.** Disponível em: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL7581C21F8ADD6C8E>. Acesso em: 7 mar. 2017.

ISBN 978-85-8482-923-1